

# Faanyag rugalmas állandóinak dinamikus meghatározása, összehasonlítása

Horváth Miklós, Divós Ferenc<sup>❖</sup>

A faanyag rugalmas állandóinak ismerete hasznos információt ad az élőfák anyagi minőségének megismerésében, a fűrészáru szilárdság szerinti osztályozása során, illetve a beépített faanyagok vizsgálata kapcsán. Erre kínál lehetőséget a rugalmas állandók dinamikus meghatározása, mely kétféle módon lehetséges: élő fáknál és beépített szerkezeteknél közvetlen hangsebesség méréssel, míg a fűrészáru osztályozásnál az előbbi metódus mellett sajátrezgések mérésével (rezonancia technikával) is. Cikkünk e kétféle módszerrel mért rugalmassági moduluszt, illetve a kétféle módszerrel mért nyíró rugalmassági moduluszt hasonlítja össze. A vizsgálatok során hibamentes, gyalult felületű lucfenyő (*Picea abies*) próbatesteket használtunk. A rezgések méréséhez egy PC alapú FFT analízátor programot, míg a közvetlen sebességek meghatározáshoz FAKOPP műszert, illetve digitális oszcilloszkópot alkalmaztunk. A dinamikus rugalmassági moduluszt longitudinális rezgésekkel, majd közvetlen sebességméréssel határoztuk meg, illetve hasonlítottuk össze az így kapott eredményeket. Ezután a nyíró rugalmassági moduluszt határoztuk meg torziós rezgésekkel és közvetlen sebesség méréssel, majd e kettő eredményeit hasonlítottuk össze. A dinamikus rugalmassági modulusz összehasonlításánál a determinációs együttható  $r^2 = 0,95$ , míg a nyíró rugalmassági modulusz esetében  $r^2 = 0,85$ . Az eredményeink bizonyítják, hogy a sajátfrekvenciás mérésekkel jól korreláló direkt sebességmérések is megfelelnek a faanyag rugalmas állandóinak meghatározására.

**Kulcsszavak:** Dinamikus rugalmassági modulusz, Nyíró rugalmassági modulusz, Rezonancia technika, Sebesség meghatározás

## Dynamic determination and comparison of wood's elastic constants

The elastic properties of wood are useful for evaluating the material in live trees, for timber strength classification, and for the in-situ evaluation of built-in wood. There are two ways for the dynamic evaluation of elastic constants. Direct sound velocity measurements are useful especially in live trees and built-in structures. Timber classification may occur by vibration (self frequency) measurements as well. This article compares the Moduli of Elasticity and Moduli of Rigidity measured by these two techniques. Defect-free planed norway spruce (*Picea abies*) specimens were used in our tests. Resonance testing and sound velocity measurements involved a PC-based FFT analyser and a microsecond timer along with a digital oscilloscope, respectively. Dynamic MOE was measured using longitudinal frequency and direct sound velocity measurements, followed by a comparison of results. Shear modulus comparison was based on torsional vibrations and direct velocity measurements. The determination coefficient ( $r^2$ ) was 0.95 and 0.85 for dynamic MOE and shear modulus, respectively. The good correlations prove that direct sound velocity measurements are suitable for the determination of wood's elastic constants.

**Key words:** Dynamic modulus of elasticity, Modulus of rigidity, Vibration technique, Sound velocity

### Bevezetés

A faanyag rugalmas állandóinak ismerete hasznos információt ad az élőfák anyagi minőségének megismeréséhez, a fűrészáru szilárdság szerinti osztályozása során, illetve a beépített faanyagok vizsgálata kapcsán. A vizsgálatok gyakorlati jelentőségre csak akkor tehetnek szert, ha azok gyorsan, pontosan, és viszonylag olcsón elvégezhetők. Erre kínál lehetőséget a rugalmas állandók dinamikus meghatározása.

A rugalmas állandók dinamikus mérése kétféle módon lehetséges: a vizsgált anyag sajátrezgései mérésével, illetve közvetlen hangsebesség méréssel. A kétféle módszer közül az alkalmazási feltételek határozzák meg, hogy mely technikát lehet használni. Nevezetesen, élő fáknál és beépített szerkezeteknél csak a közvetlen hangsebesség mérést, míg a fűrészáru osztályozásnál mindkét metódust alkalmazhatjuk. Cikkünk a kétféle módszerrel mért rostirányú rugalmassági moduluszt, illetve a

<sup>❖</sup> Horváth Miklós doktorandusz hallgató,  
Dr. Divós Ferenc CSc. egy. tanár, NYME Roncsolásmentes Faanyagvizsgáló Laboratórium

kétféle módszerrel mért nyíró rugalmassági moduluszt hasonlítja össze.

A faanyag rugalmassága a következőképpen jellemezhető: az ortotróp faanyag 9 független rugalmas állandóval írható le. A deformáció és a feszültségek között a kapcsolatot az alakíthatósági mátrix teremti meg, melyet a technikai állandókkal fejezünk ki (Szalai 1994):

$$[s_{ij}] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_L} & \frac{-\nu_{RL}}{E_R} & \frac{-\nu_{TL}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{LR}}{E_L} & \frac{1}{E_R} & \frac{-\nu_{TR}}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{-\nu_{LT}}{E_L} & \frac{-\nu_{RT}}{E_R} & \frac{1}{E_T} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{RT}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{TL}} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G_{LR}} \end{bmatrix} \quad [1]$$

ahol:

- $E$  – hosszváltozással kapcsolatos rugalmassági modulusz
- $G$  – szögváltozással kapcsolatos nyírórugalmassági modulusz
- $\nu$  – interakciós hatás Poisson tényezője
- $L, R, T$  – rost-, sugár-, illetve érintőirány.

A mátrix szimmetriájából adódóan a 12 állandó száma 9 független állandóra csökken. Gyakran csak két állandót említünk ( $E$  és  $G$ ), mely homogén és izotróp anyag esetén kielégítő is. A faanyag esetében tudjuk, hogy ez nem ilyen egyszerű, mégis a gyakorlati alkalmazások miatt élhetünk bizonyos egyszerűsítésekkel. Szerencsére a gyakorlatban nem találkozunk olyan húzásnak kitett gerendával, melynek hossziránya a rostirányra merőleges. Így, ha a faanyag vonatkozásában  $E$ -ről beszélünk, az alatt  $E_L$ -t értünk. A nyírás kapcsán csupán  $G$  nyíró rugalmassági moduluszról beszélünk, azonban ez alatt a  $G_{TL}$  és  $G_{LR}$  értékét egyaránt értjük. A próbatetek anatómiai irányítottasága és az igénybevétel határozza meg, hogy éppen melyikről van szó. Az általunk használt próbatetek esetében ettől eltekinthetünk.

A faanyag rugalmas állandóinak meghatározására több lehetőségünk is van (Chui 1991). Mind a Young-féle rugalmassági modulusz ( $E$ ), mind pedig a nyíró rugalmassági modulusz ( $G$ ) meghatározható statikusan és dinamikusan is (Bucur 1995). A dinamikus meghatározás sajátfrekvenciás rezgések alapján, illetve direkt sebesség mérésekkel történhet. Az alábbiakban dinamikus mérések eredményeinek összehasonlításával foglalkozunk.

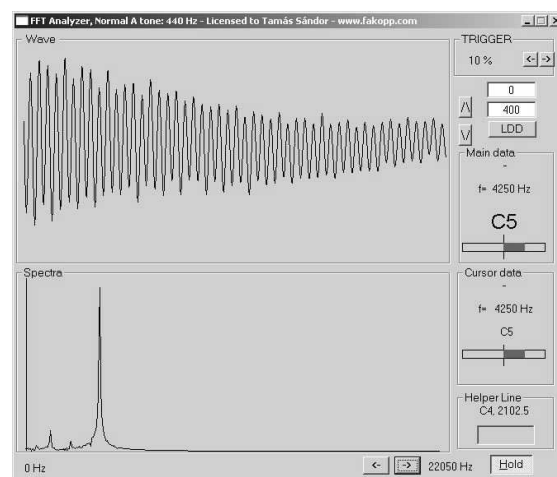
### Vizsgálati módszer

A vizsgálatok során hibamentes, gyalt felületű lucfenyő (*Picea abies*) próbateteket használtunk. A próbatetek nedvességtartalma laboratóriumi légszáraz állapotnak megfelelő ( $u_{\text{átl}}=10\%$ ) volt. Geometriai méreteik: a keresztmetszet 20x20 mm, a hosszúságuk változó. A próbatetek sűrűségére vonatkozó alapstatistikai adatok az **1. táblázatban** olvashatók.

A hajlító, illetve torziós rezgések frekvenciáinak méréséhez egy PC alapú FFT analízátor programot használtunk, mely az **1. ábrán** látható.

**1. táblázat** – A próbatetek sűrűsége

Átlag	456 kg/m <sup>3</sup>
Szórás	74 kg/m <sup>3</sup>
Min	334 kg/m <sup>3</sup>
Max	555 kg/m <sup>3</sup>
Mintaszám	27 db



**1. ábra** – FFT Analízátor program

A dinamikus rugalmassági moduluszt először longitudinális rezgésekkel határoztuk meg. E módszerrel meghatározott rugalmassági modulusz kiválóan korrelál a hajlítási-  
lárdsággal (Gallagin és Pellerin 1964, Divós és Tanaka 1997). A mérés elrendezése a **2. ábrán** látható.

A fában gerjesztett longitudinális hullám terjedési sebessége az alábbi képlettel számítható:

$$c = 2 \cdot f_{long} \cdot L, \quad [2]$$

ahol:

$c$  – a longitudinális hullám terjedési sebessége

$f_{long}$  – a longitudinális rezgés frekvenciája

$L$  – a próbatest hossza

Az ismert terjedési sebesség felhasználásával meghatározható a dinamikus rugalmassági modulusz (Budó 1972):

$$E_{din,long} = \rho \cdot c^2, \quad [3]$$

ahol:

$E_{din,long}$  – a longitudinális rezgésekkel meghatározott dinamikus rugalmassági modulusz

$\rho$  – a próbatest sűrűsége

A dinamikus rugalmassági modulusz meghatározható többek között közvetlen sebességméréssel is. E módszerek közül jelen esetben a sebesség meghatározását 45 kHz-es ultrahangos készülékkel végeztük. A méréshez használt FAKOPP műszerhez csatlakozó érzékelőket a próbatesthez kell illeszteni a **3. ábrán** látható módon, majd a terjedési idő közvetlenül leolvasható a műszerről.



**2. ábra** – A próbatest longitudinális frekvenciájának meghatározása

Az érzékelők távolsága, és az idő ismeretében a sebesség meghatározható:

$$c = \frac{s}{t_{45kHz}}, \quad [4]$$

ahol:

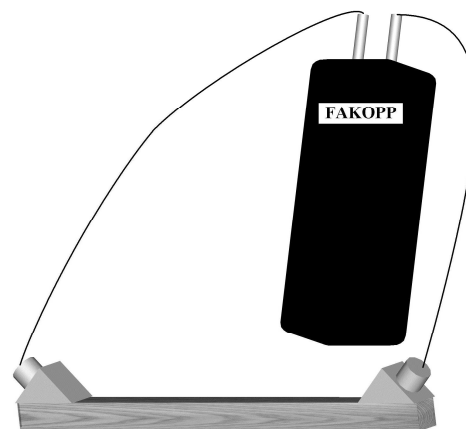
$s$  – az érzékelők távolsága

$t_{45kHz}$  – a készülék által kijelzett terjedési idő

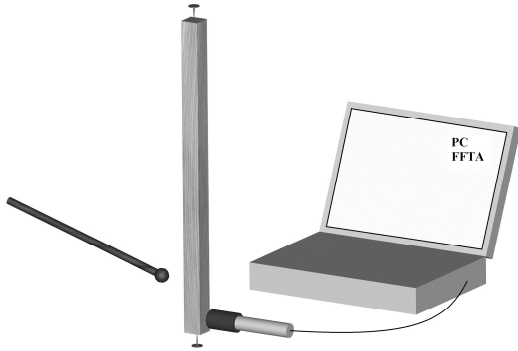
A rugalmassági modulusz ( $E_{din,seb}$ ) meghatározása a 45 kHz-es ultrahangos készülékkel végzett mérések során a [3]-as egyenlettel analóg módon történik.

Továbbiakban a nyíró rugalmassági moduluszt határoztuk meg torziós rezgésekkel (Divós és tsai. 1999), illetve közvetlen sebesség méréssel, majd e kettő eredményeit hasonlítottuk össze.

A rudak torziós rezgései lehetővé teszik a nyíró rugalmassági modulusz meghatározását. A mérés többféleképpen kivitelezhető. Az egyik lehetséges, és esetünkben eredményhez is vezető megoldás volt, amikor a próbatesteket álló helyzetben vizsgáltuk. A rudak végeit rajszögökkel rögzítettük oly módon, hogy a rögzítési pontok a próbatest középvonalát jelölték ki. A mintákat torziós rezgésbe hozva mértük a gerjesztett frekvenciákat a **4. ábrán** látható elrendezésben. A koppintás helyének kiválasztásakor a lehető legnagyobb nyomatókátvitelre kell törekedni, illetve a gerjeszteni kívánt módusz amplitúdójának maximumhelyénél kell az ütést végrehajtani.



**3. ábra** – A longitudinális hullám terjedési idejének meghatározása Fakopp műszerrel (45 kHz-es ultrahangos készülék)



4. ábra – A próbatest torziós frekvenciájának meghatározása

A rezgések frekvenciája az FFT analízátor programról leolvasható, a számítást pedig az alábbi képlet alapján végeztük:

$$G_{din,tor} = \left( \frac{2L \cdot f_t}{n} \right)^2 \frac{\rho \cdot I_p}{K_t}, \quad [5]$$

ahol:

$f_t$  – torziós frekvencia

$L$  – próbatest hossza

$\rho$  – a próbatest sűrűsége

$n$  – módusszám

$I_p$  – poláris inercia,  $I_p = \frac{a \cdot b}{12} \cdot (a^2 + b^2)$

$K_t$  – keresztmetszeti tényező,  $K_t = c \cdot a \cdot b^3$

$a, b$  – a keresztmetszet oldalhossz méretei

$c$  – táblázati érték, esetünkben  $c = 0,141$

A közvetlen nyírósebesség méréséhez speciális nyíróérzékelőket használtunk, melyeket a próbatestekbe nyomtunk az 5. ábrának megfelelően. A terjedési időt oszcilloszkóp segítségével határoztuk meg. A leolvasott időkből, és az érzékelők távolságából sebességet számítottunk:

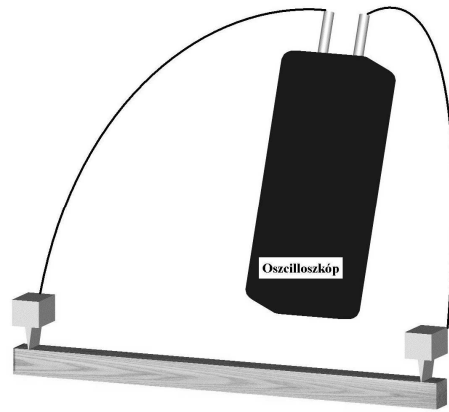
$$c_G = \frac{s_{ny}}{t_{ny}}, \quad [6]$$

ahol:

$c_G$  – a nyírósebesség

$s_{ny}$  – a nyíró érzékelők távolsága

$t_{ny}$  – az oszcilloszkópról leolvasott terjedési idő



5. ábra – A transzverzális hullám terjedési idejének meghatározása oszcilloszkóp segítségével

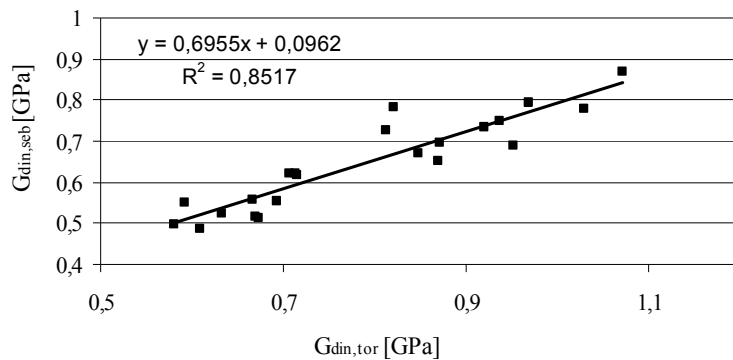
Az ilyen módon számított sebesség segítségével a nyíró rugalmassági modulusz a következőképpen számítható:

$$G_{din,seb} = \rho \cdot c_G^2, \quad [7]$$

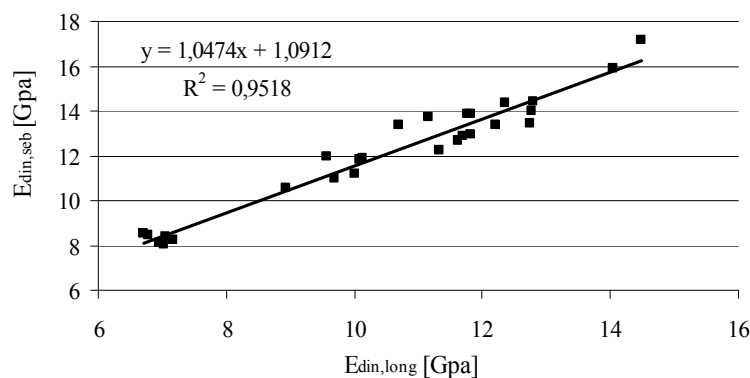
### Eredmények

A sajátrezgések, illetve a direkt úton mért hang terjedési sebességéből meghatározott dinamikus rugalmassági moduluszt hasonlítottuk össze az 6. ábrában. A determinációs koefficiens a vártnak megfelelően magas,  $r^2 = 0,95$ . A mérési eredmények eltéréseinek okai a következők: a direkt sebességmérésnél keletkező hullámfront palástja gömb alakú, melytől csak bizonyos próbatesthossz után tekinthetünk el. Továbbá, a két módszerrel mért rugalmassági modulusz jó korrelációja mellett megfigyelhetjük, hogy a 45 kHz-es ultrahangos készülékkel történő mérés rendre magasabb  $E$  értéket ad, mivel a vizsgálati idő befolyásolja a rugalmassági modulusz nagyságát, a viszkóz deformáció csekélyebb szerepe miatt (Divós és tsai. 1999).

A két módon meghatározott nyíró rugalmassági moduluszt hasonlítottuk össze a 7. ábrában. Ez esetben a determinációs koefficiens  $r^2 = 0,85$ . Az eltérések okai a következők: a két mérés során adott keresztmetszeten belül a feszültségállapot eltérő, a közvetlen sebességmérésnél nyíróhullám továbbítás, míg a sajátrezgések vizsgálatakor



6. ábra – A dinamikusan mért hajlító rugalmassági moduluszok összehasonlítása



7. ábra – A dinamikusan mért nyíró rugalmassági moduluszok összehasonlítása

torziós rezgések keltése történt. Fontos figyelembe venni azt is, hogy a sajátrezgések mérése nagy gyakorlati tapasztalattal is néhány esetben nehezen, vagy nem kivitelezhető. A torziós rezgések mérésekor többek között hajlítórengések is gerjeszthetnek, illetve a torziós frekvenciák beazonosításának alapelveit – miszerint a torziós rezgési módusok frekvenciái a többszöröseik egymásnak – nehezíti még a fa inhomogenitása is.

A korrelációk jól bizonyítják, hogy a bemutatott módszerek alkalmasak a faanyag rugalmas állandóinak meghatározására. Fő alkalmazási területeik az élőfa-vizsgálatok, fűrészáru osztályozás, illetve a beépített faanyagok vizsgálata. Amennyiben lehetőség van, a mérések közül a sajátfrekvenciás rezgéseket kell alkalmazni, hiszen ezek eredményei a legmegbízhatóbbak (Schnell 1985), de erre élőfáknál és beépített faanyagoknál nincs mód. Az eredmények bizonyítják, hogy a sajátfrekvenciás mérésekkel jól korreláló

direkt sebességmérések megfelelnek a faanyag rugalmas állandóinak meghatározására.

### Összefoglalás

Hibamentes fenyő rudakon végeztünk rugalmassági modulusz és nyíró modulusz méréseket kétféle dinamikus technikával: sajátrezgés illetve közvetlen sebesség mérés segítségével. A kétféle módon meghatározott modulusz értékek a vártnak megfelelően magas determinációs koefficiens együtthatót mutatnak, ami bizonyítja mindkét módszer alkalmazhatóságát.

### Irodalomjegyzék

1. Bucur, V. 1995. *Acoustics of Wood*. CRC Press Inc, New York
2. Budó Á. 1972. *Kísérleti fizika I*. Tankönyvkiadó, Budapest.
3. Chui, Y. H. 1991. *Simultaneous evaluation of bending and shear moduli of wood and the influence of knots on these parameters*. Wood Science and Technology 25: 125-134
4. Divós F., T. Tanaka 1997. *Lumber Strength estimation by multiple regression*. Holzforschung, 51: 467-471
5. Divós F., Bejő L., Gergely L., Magoss E., Salamon Z. 1999. *Roncsolásmentes Faanyagvizsgálat*. Egyetemi Jegyzet, Sopron.
6. Gallagin, W. L., R.F. Pellerin 1964. *Non-destructive Testing of Structural Lumber*. Materials Evaluation, 22 (4): 163-174. old.
7. Schnell L. 1985. *Jelek és rendszerek mérés technikája*. Műszaki könyvkiadó, Budapest
8. Szalai J. 1994. *A faanyag és faalapú anyagok anizotróp rugalmasság- és szilárdságtana: I. rész A mechanikai tulajdonságok anizotrópiája*. EFE, Sopron.