

**POLYTECHNIQUE MONTRÉAL**

affiliée à l'Université de Montréal

**Fort couplage photon-magnon d'échantillons ferromagnétiques dans des cavités  
hyperfréquences : Application aux réseaux de nanofils ferromagnétiques**

**ANTOINE MORIN**

Département de génie physique

Thèse présentée en vue de l'obtention du diplôme de *Philosophiæ Doctor*  
Génie physique

Décembre 2020

**POLYTECHNIQUE MONTRÉAL**

affiliée à l'Université de Montréal

Cette thèse intitulée :

**Fort couplage photon-magnon d'échantillons ferromagnétiques dans des cavités  
hyperfréquences : Application aux réseaux de nanofils ferromagnétiques**

présentée par **Antoine MORIN**

en vue de l'obtention du diplôme de *Philosophiæ Doctor*  
a été dûment acceptée par le jury d'examen constitué de :

**Stéphane KÉNA-COHEN**, président

**David MÉNARD**, membre et directeur de recherche

**Denis SELETSKIY**, membre

**Thomas SZKOPEK**, membre externe

**DÉDICACE**

*Pleine de solennels pantins est la place publique — et le peuple se targue  
de ses grands hommes ! Ce sont pour lui les maîtres de l'heure.  
Mais l'heure les presse ; et eux aussi te pressent. Et ils veulent de toi ou un  
Oui ou un Non. Malheur ! entre le pour et le contre veux-tu mettre ta chaise ?  
De ces inconditionnels et de ces exigeants ne sois jaloux, ô toi qui aimes la  
vérité ! Jamais encore ne se pendit la vérité au bras d'un inconditionnel.  
Devant ces immédiats en ton abri recule ! Sur la place publique, avec un  
« Oui ou Non ? » l'on vous assaille.  
C'est lentement que tous les puits profonds vivent leur expérience ; longtemps  
leur faut attendre pour savoir ce qui au fond d'eux est tombé.*

Friedrich NIETZSCHE, *Ainsi parlait Zarathoustra.*

## REMERCIEMENTS

Il m'est d'abord important de remercier mon directeur de recherche, David Ménard, sans l'aide duquel cette thèse n'aurait pu voir le jour. L'expertise profonde de David m'a souvent permis de retrouver mon chemin lorsque je me sentais bloqué dans mes recherches. Il a été sans conteste toujours présent pour discuter de mes avancements et, en même temps, il m'a accordé toute sa confiance pour que je puisse explorer divers sujets de façon autonome. David a surpassé son rôle de directeur de recherche et a été un mentor durant ces années où j'ai beaucoup grandi personnellement et professionnellement. Je lui en suis reconnaissant.

Je suis également reconnaissant de toute l'aide que Christian Lacroix m'a apportée durant mes études supérieures et même avant, lorsque j'ai effectué un stage au laboratoire de magnétisme à l'été 2013. Christian m'a prodigué du début à la fin de judicieux conseils qui ont permis de faire avancer cette thèse bien au-delà de ce qu'elle aurait été sans lui. Sa passion et son éthique de travail ont eu une grande influence sur moi et je le remercie sincèrement de s'être investi dans mes travaux aussi généreusement.

Je profite de l'occasion pour remercier le professeur Frédéric Sirois de nous avoir généreusement offert l'accès à son laboratoire de recherche et particulièrement à l'électroaimant supraconducteur qui s'y trouve afin d'effectuer nos mesures à haut champ magnétique. Je suis également reconnaissant envers le professeur émérite Arthur Yelon pour les multiples discussions que nous avons eues. Ces discussions, toujours enrichissantes, ont permis de clarifier beaucoup d'aspects qui se retrouvent dans cette thèse.

Je remercie les membres du jury, Stéphane Kéna-Cohen, Denis Seletskiy et Thomas Szkopek, d'avoir accepté de constituer le jury pour ma soutenance de thèse et d'avoir pris le temps de considérer le travail accompli au cours des dernières années. Leur expertise m'a poussé encore plus loin dans mon cheminement scientifique et m'a permis d'améliorer la qualité du présent ouvrage.

Toutes ces années passées au laboratoire de magnétisme m'ont permis de côtoyer des gens formidables qui ont tous eu un impact sur le résultat de mes travaux. Je tiens spécifiquement à remercier mes collègues Xavier, Mehran, Marc-Antoine, Amir, Jean-David, Lotfi, Nicolas et Jonathan pour les discussions enrichissantes que nous avons eues, qu'elles soient liées ou non à la physique. J'ai également eu beaucoup de plaisir à travailler avec plusieurs stagiaires, notamment Bastien et Alexis, qui m'ont tous donné un coup de pouce significatif.

Ce grand projet n'aurait pas pu voir le jour non plus sans l'apport de plusieurs personnes

au sein du département de génie physique et plus généralement de Polytechnique Montréal, que ce soit au niveau des techniciens ou de l'administration. Je remercie grandement la Fondation Polytechnique pour les diverses bourses qu'elle m'a octroyées au cours de mes études, de même que le Fonds québécois de la recherche sur la nature et les technologies pour l'aide financière indispensable dont j'ai pu bénéficier durant mes études supérieures.

Je remercie également le corps professoral qu'il m'a été donné de rencontrer durant mon cheminement universitaire pour avoir su garder en moi, et même alimenter, cette flamme de la science et de la découverte qui m'a poussé à continuer et à persévérer dans les moments les plus difficiles.

Je ne peux passer à côté de l'occasion de remercier les personnes tout à fait exceptionnelles que j'ai rencontrées durant mon baccalauréat en génie physique et avec qui je continue encore de tisser des liens toujours plus serrés. Simon V., Francis, Jacob, Melik, Guillaume, François, John, Charles, Hamza, Jeremy, Simon F.-D., Xavier et Étienne, merci énormément de constituer ma « EhrenFamille ». Vous continuez de m'inspirer jour après jour.

Durant mes études doctorales, j'ai été incroyablement choyé de pouvoir compter sur l'appui de la grande famille des Carabins de l'Université de Montréal pour surmonter les moments d'adversité que j'ai rencontrés. Plus particulièrement, je souhaite remercier tous les membres de l'équipe de cross-country et d'athlétisme de m'avoir accueilli à bras ouverts à partir de l'automne 2013. Ces années passées à vos côtés ont été merveilleuses. Je dois spécialement remercier l'entraîneur-chef Éric Janvier pour sa dévotion surhumaine envers cette belle équipe et pour avoir eu la brillance d'en faire un lieu d'épanouissement pour les athlètes. Merci également à mes autres entraîneurs, Rashed Din et Franco Di Battista. Votre implication dans le monde de l'athlétisme a un impact positif majeur dans la vie de bien des jeunes, dont moi.

Faire partie de la famille des Carabins a été un élément clé pour la réussite de mes études et je dois remercier en particulier Robert Dutton ainsi que Sophie Gadoury d'avoir mis sur pied le programme du Parcours Leadership Carabins et de m'avoir offert l'opportunité de parfaire mon leadership au travers de rencontres avec des personnes totalement inspirantes et ce, en faisant partie d'une cohorte d'étudiants-athlètes tout aussi inspirants.

L'une des choses les plus importantes pour moi est sans aucun doute la famille et je dois remercier ceux que je considère comme mes frères et soeurs depuis ma plus tendre enfance pour avoir modelé la personne que je suis à ce jour. Antoine, Alexandre, Gabriel, Martine, Yann, Patrick, Mathieu et Louis-Étienne, je ne vous remercierai jamais assez de simplement faire partie de ma vie. Mon souhait le plus cher est que cette amitié profonde puisse continuer *ad vitam æternam*.

Il y a déjà trois ans, une personne unique et admirable s'est jointe à ma famille et je ne pourrais en être plus heureux. Les mots me manquent pour décrire tout l'amour que j'éprouve à son égard. Je te remercie du fond du coeur Noémie de faire de moi une meilleure personne au quotidien. Merci également à ma belle-famille, Sylvie, Patrick G., Marie-Hélène, Patrick P., Erika, Ali, Zaynab, Gabrielle, Jason, Hugo, Matilde, Justine, Étienne, Christopher et Cedrik, pour tous les beaux moments que nous avons déjà partagés ensemble.

Je conclus ces remerciements avec les personnes qui ont sans contredit eu le plus grand impact dans ma vie et qui ont contribué le plus à mes succès : ma mère Micheline, mon père Richard, ma soeur Marie-Christine, mon beau-frère Philippe et ma filleule Sophie. Sans exagération, j'ai eu la chance inestimable de grandir dans l'une des meilleures familles au monde et je ne sais comment vous remercier assez pour tout le support que vous m'avez constamment apporté sans aucune hésitation. Tout ceci n'a été possible que grâce à vous.

## RÉSUMÉ

Le phénomène de fort couplage photon-magnon dans les systèmes constitués d'un échantillon ferromagnétique placé dans une cavité hyperfréquences a connu un intérêt scientifique marqué au cours des dernières années. Ce domaine émergent, portant le nom d'électromagnonique de cavité, offre des promesses très intéressantes au niveau du traitement de l'information quantique, particulièrement pour l'établissement de réseaux quantiques en permettant la conversion cohérente bidirectionnelle d'un photon micro-ondes vers un photon optique. Ce domaine représente également un terrain d'étude vaste pour les systèmes quantiques hybrides, car il a été démontré qu'il était possible de former des systèmes cohérents triplement résonants, par exemple en couplant le système photon-magnon à un phonon, à un qubit supraconducteur ou à un photon optique. Ces systèmes ont donné naissance aux nouveaux domaines connus sous les noms de magnomécanique de cavité, de magnonique quantique et d'optomagnonique de cavité, respectivement. Ces systèmes quantiques hybrides ont un avenir prometteur pour le développement de nouvelles technologies basées sur le transfert cohérent de l'information quantique.

Dans cette thèse, nous nous intéressons au phénomène de fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils ferromagnétiques. Ces matériaux effectifs, à eux seuls, présentent un fort intérêt technologique puisque leurs propriétés électriques et magnétiques peuvent être conçues avec une grande flexibilité par la modification de leurs paramètres géométriques et par la modification de l'anisotropie des fils les constituant. Ces réseaux de nanofils font donc l'objet de plusieurs investigations visant à les employer dans des dispositifs micro-ondes, tels que des isolateurs multibandes. Ils font également partie de la famille des cristaux magnoniques, dont l'ingénierie des relations de dispersion pourrait permettre le développement d'un nouveau type de traitement de l'information basé sur les ondes de spin.

Le Laboratoire de magnétisme de Polytechnique Montréal, où la majorité des travaux contenus dans cette thèse a pris place, possède depuis plusieurs années une expertise dans la fabrication et la caractérisation des réseaux de nanofils ferromagnétiques et c'est cette expertise qui nous a lancé sur la voie d'étude empruntée dans cet ouvrage. En particulier, des expériences de résonance ferromagnétique effectuées dans la plage de fréquences allant de 50 GHz à 75 GHz peu de temps avant le début de nos travaux ont mis en évidence des phénomènes de couplage inattendus et inexplicables. Nous avons formulé l'hypothèse que ces phénomènes de couplage proviennent d'un couplage du mode de résonance ferromagnétique avec un mode photonique. L'objectif principal de cette thèse est donc de vérifier l'origine

photonique de ce nouveau mode de résonance et de démontrer la possibilité d'obtenir un fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils ferromagnétiques, ce qui, à notre connaissance, n'a jamais été effectué auparavant. La combinaison du phénomène de fort couplage photon-magnon au potentiel technologique offert par l'utilisation des réseaux de nanofils ferromagnétiques formerait un domaine d'étude fécond, ouvrant la voie à de multiples pistes intéressantes à poursuivre pour le développement de nouveaux dispositifs technologiques.

L'obtention d'un fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils ne se fait cependant pas de manière aussi directe qu'avec l'utilisation de matériaux massifs tels que les grenats d'yttrium (YIG), qui sont couramment employés dans les expériences de fort couplage photon-magnon. L'étude du régime de fort couplage dans nos réseaux présente deux défis principaux qui doivent être adressés, à savoir les fortes interactions dipolaires ayant lieu entre chaque nanofil constituant les réseaux et les pertes magnétiques importantes qui affectent actuellement la fonction de réponse de ces derniers.

Nous adressons l'aspect de l'interaction dipolaire en étudiant le régime de fort couplage photon-magnon dans un système simplifié constitué de deux sphères de YIG placées dans une cavité micro-ondes. Les résultats expérimentaux obtenus montrent sans équivoque que la présence d'une forte interaction dipolaire entre les sphères entraîne un affaiblissement du couplage entre la cavité et le système magnétique. Cet affaiblissement du couplage est par ailleurs très marqué lorsque l'interaction dipolaire est à son plus fort. Nous attribuons ces observations à l'élargissement de la largeur de résonance dans le système magnétique, causé par la non-uniformité du champ magnétique statique. Cet élargissement vient par la suite affecter l'efficacité de couplage entre le système magnétique et la cavité, ce qui mène à une diminution du couplage total.

Nous établissons un modèle théorique en calculant rigoureusement le couplage entre le mode uniforme de résonance ferromagnétique et les modes magnétostatiques qui sont excités en présence d'un champ non-uniforme. Ce modèle, qui peut être généralisé à plusieurs autres configurations permettant la quantification de la non-uniformité du champ, montre une excellente concordance avec les résultats expérimentaux. En plus d'offrir une meilleure compréhension des conditions d'obtention d'un fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils, cette étude de l'effet de l'interaction dipolaire sur le régime de fort couplage a une portée directe dans tous les autres systèmes étudiés dans la littérature qui utilisent plusieurs échantillons ferromagnétiques dans une cavité unique.

Le second défi à relever pour l'obtention d'un fort couplage dans les réseaux de nanofils, associé au fait que les réseaux possèdent des pertes magnétiques élevées, est d'abord abordé par la caractérisation des pertes à haute fréquence, c'est-à-dire pour la plage de fréquences

entre 75 GHz et 110 GHz. Il s'agit de la première fois que les pertes de nos réseaux de nanofils sont étudiées de manière extensive dans cette plage de fréquences, ce qui est un aspect important pour l'étude du fort couplage photon-magnon car la transition vers ce régime s'effectue lorsque la force de couplage est supérieure aux pertes de chaque système. Puisque nos réseaux de nanofils possèdent des pertes élevées, il n'est pas suffisant de simplement placer nos échantillons dans une cavité micro-ondes pour obtenir un fort couplage, contrairement à la majorité des autres matériaux étudiés dans le contexte de ce régime.

Cette caractérisation des pertes magnétiques à plus haute fréquence permet de mettre en lumière le comportement linéaire des pertes en fonction de la fréquence d'excitation, un comportement prédit théoriquement et qui était absent jusqu'à maintenant dans les caractérisations des pertes effectuées antérieurement au Laboratoire de magnétisme. L'observation de ce comportement permet de constater que les pertes intrinsèques de nos réseaux de nanofils sont en accord avec celles d'un échantillon massif constitué du même matériau, indiquant donc, comme nous le soupçonnions, que nos réseaux de nanofils souffrent de pertes inhomogènes importantes. Le formalisme théorique établi à partir des deux sphères de YIG couplées permet de constater que l'interaction dipolaire entre les nanofils *via* le champ magnétique statique qu'ils produisent les uns sur les autres n'est pas un mécanisme causant un élargissement de la largeur de résonance dans nos réseaux. Nous proposons donc d'autres pistes d'exploration future, en particulier les non-uniformités dans la composition du réseau et le rayonnement électromagnétique des nanofils, qui pourraient permettre de mettre en lumière les mécanismes de pertes à l'origine des pertes inhomogènes élevées observées dans les réseaux.

L'identification du mode de résonance à l'origine des phénomènes de couplage observés dans les spectres de résonance de nos réseaux de nanofils est établie avec une bonne confiance à partir d'expériences visant à évaluer l'impact de la taille de l'échantillon et de la présence de parois métalliques sur les phénomènes de couplage. Ces expériences indiquent fortement que nous sommes en présence d'une résonance diélectrique prenant place dans le volume de l'échantillon. Nous utilisons ces nouvelles connaissances pour montrer, à l'aide de simulations par éléments finis, qu'il est effectivement possible d'obtenir un fort couplage photon-magnon entre le mode de résonance diélectrique de l'échantillon et le mode uniforme de résonance du réseau de nanofils ferromagnétiques.

En analysant les résultats expérimentaux obtenus à partir de la théorie du fort couplage photon-magnon, nous constatons que nous sommes tout juste sous le seuil du régime de fort couplage, ce qui est encourageant. En particulier, en favorisant une meilleure qualité du mode de résonance diélectrique par l'utilisation d'un échantillon en forme de disque plat, il serait théoriquement possible d'atteindre une force de couplage assez élevée pour atteindre

le régime de fort couplage dans nos réseaux de nanofils, malgré leurs pertes élevées.

Nos investigations ouvrent ainsi la voie à plusieurs avenues de recherche intéressantes pouvant trouver diverses applications pour le développement de nouveaux dispositifs technologiques basés sur le phénomène de fort couplage photon-magnon. Ces avenues de recherche sont décrites en détail à la fin de cette thèse, après la synthèse exhaustive des travaux réalisés et des contributions scientifiques originales reliées à ceux-ci.

## ABSTRACT

The strong photon-magnon coupling regime has been the subject of numerous studies in the past few years. Systems involving a ferromagnetic sample placed inside a microwave cavity form the prototypical example of this new field called cavity electromagnonics. Attraction to this field of research resides mainly in its potential for quantum information processing. As an example, it has been shown that this strong photon-magnon coupling can lead to a coherent bidirectional conversion of microwave photons to optical photons. This could pave the way to the development of long-range quantum networks based on superconducting quantum circuits. The strong photon-magnon coupling also allows the coherent coupling to a third oscillator, which opens many possibilities in the general field of quantum hybrid systems. For example, the strongly coupled photon-magnon system can also interact coherently with a phonon, a superconducting qubit or an optical photon. These findings lead to new fields of research, namely cavity magnomechanics, quantum magnonics and cavity optomagnonics. These fields all have the potential to bring important developments for the coherent manipulation of quantum information.

In this thesis, we are interested in the strong photon-magnon coupling regime described above in samples of ferromagnetic nanowire arrays. These nanowire arrays are interesting for the various technological advantages they could bring in the development of microwave devices and in the field of spintronics. These advantages mainly come from the fact that the effective properties of these arrays can be designed to serve different goals, from tuning the anisotropy of the whole array to engineering the dispersion relations in order to create magnonic band gaps. Ferromagnetic nanowire arrays could find useful applications, for example, in multimodal isolators and in spintronic devices as magnonic crystals, allowing the processing of information carried out in the form of spin waves.

The research presented in this thesis was mainly done at Polytechnique Montréal in the *Laboratoire de magnétisme*, which has a strong expertise in the fabrication and characterization of these ferromagnetic nanowire arrays. This expertise initiated our studies of the strong coupling regime in these materials, as it was noticed, shortly before the works presented here, that the ferromagnetic resonance spectra of our nanowire arrays were showing coupling signatures with an unknown and unpredicted mode of resonance in the frequency range between 50 GHz to 75 GHz. This observation led to the hypothesis that this unknown mode was in fact a photonic one. The main goal of the thesis is then to verify the nature and the origin of this mode and to establish the necessary conditions for obtaining a strong photon-

magnon coupling in ferromagnetic nanowire arrays. We can anticipate that the ability to obtain the strong photon-magnon coupling in these arrays would open many possibilities for information processing, as well as for the development and further improvement of microwave devices.

There are two main hurdles that could impede our ability to obtain the strong coupling regime in ferromagnetic nanowire arrays and both are addressed in this thesis. These hurdles, which are hardly found in most of the materials commonly used in strong photon-magnon coupling experiments, are the strong magnetic dipolar interactions that are always present between each and all nanowires inside the array as well as the high magnetic losses that our samples suffer from.

The effect of a strong dipolar interaction on the strong coupling regime is first analyzed through a simplified system consisting of two yttrium iron garnet (YIG) spheres placed inside a single microwave cavity. It is shown that an increasing strength of the dipolar interaction between the YIG spheres leads to a decreasing coupling constant of the system, a relationship that has not been observed before in the literature. We then proceed to show that this dipolar interaction causes a broadening of the ferromagnetic resonance linewidth which, in turn, decreases the coupling efficiency between the cavity and the magnetic system. By a rigorous theoretical treatment of the coupling between the uniform mode of resonance and the magnetostatic modes of a YIG sphere subjected to a non-uniform static magnetic field, we can construct a model that reproduces with a good accuracy the experimental results. This model serves as a basis to understand the processes involved in our nanowire arrays, but it can also be generalized to accommodate various configurations of multiple ferromagnetic elements placed inside a single cavity, as long as it is possible to quantify the non-uniformity of the static magnetic field arising from the dipolar interactions.

Regarding the high magnetic losses affecting our samples, this aspect is directly relevant for the possibility to obtain strong photon-magnon coupling because this regime is defined by a coupling constant that has a higher value than the loss rate of each subsystem. Having high magnetic losses, our samples can hardly be strongly coupled to a photonic mode by simply positioning them inside a microwave cavity, as is usually done with other materials. Moreover, preliminary analysis of the ferromagnetic linewidth of our nanowire arrays, in the frequency range between 26.5 GHz to 40 GHz, showed that the losses are constant with frequency, which contradicts the expected linear dependence between the losses and the frequency. To address this problem, we perform ferromagnetic resonance experiments at high frequencies, in the range between 75 GHz to 110 GHz. For these frequencies, the expected linear dependency finally reveals itself, which allows us to extract the intrinsic losses of our

ferromagnetic nanowire arrays. These intrinsic losses are similar to the values found for bulk samples made from the same materials, indicating that our samples suffer mainly from high inhomogeneous broadening.

It is possible to apply our model describing the inhomogeneous broadening caused by the non-uniformity of the static magnetic field, itself originating from dipolar interactions, to the case of the coupled nanowires forming our arrays. By doing so, we find that the static dipolar interactions between the nanowires do not cause any broadening of the linewidth, indicating that the mechanisms that could explain these high inhomogeneous losses are to be found elsewhere. Amongst others, we propose the investigation of non-uniformities in the geometric parameters describing the arrays and the investigation of the electromagnetic radiation emitted by each nanowire.

The identification of the resonance mode that creates the observed couplings in the resonance spectra of our nanowires is done with two main experiments that assess the impact of the size of the samples and of the presence of metallic walls on these observed couplings. These experiments strongly suggest that we indeed face a photonic mode which corresponds to the volumetric dielectric resonance of the samples. Based on these results, we show through finite elements simulations that it is effectively possible to achieve a strong photon-magnon coupling between this dielectric resonance mode and the uniform mode of resonance of the nanowire array. The values that we obtain in these simulations for the coupling constant of a realistic sample show that it should be theoretically possible to obtain the strong coupling regime in our samples, despite their high magnetic losses. Experimentally, the analysis of our data with the strong photon-magnon coupling theory indicates that this regime still eludes us slightly, but it also indicates that by having a better control of the form of the sample, the improved dielectric resonance mode could lead to high enough values of the coupling constant to transition into the strong coupling regime.

These results are promising for future works that could take advantage of these new findings to conceptualize novel technological devices. These future works are described at length at the end of this thesis, after a complete summary of the work and of the original scientific contributions contained in the latter.

## TABLE DES MATIÈRES

DÉDICACE . . . . .	iii
REMERCIEMENTS . . . . .	iv
RÉSUMÉ . . . . .	vii
ABSTRACT . . . . .	xi
TABLE DES MATIÈRES . . . . .	xiv
LISTE DES TABLEAUX . . . . .	xvii
LISTE DES FIGURES . . . . .	xviii
LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS . . . . .	xxi
LISTE DES ANNEXES . . . . .	xxxii
CHAPITRE 1 INTRODUCTION . . . . .	1
1.1 Revue de littérature . . . . .	2
1.2 Objectifs de recherche et méthodologie . . . . .	8
1.3 Organisation de la thèse . . . . .	10
1.4 Communications scientifiques reliées à la thèse . . . . .	11
CHAPITRE 2 THÉORIE DU FORT COUPLAGE PHOTON-MAGNON . . . . .	13
2.1 Approche phénoménologique . . . . .	13
2.1.1 Oscillateurs couplés : modèle mécanique . . . . .	14
2.1.2 Analogie classique d'un système quantique à deux niveaux . . . . .	18
2.2 Formalisme classique . . . . .	22
2.2.1 Polaritons magnétiques . . . . .	22
2.2.2 Couplage des équations de Maxwell et de Landau-Lifshitz . . . . .	27
2.3 Formalisme quantique . . . . .	33
2.3.1 Hamiltonien du système . . . . .	34
2.3.2 Formalisme d'entrée-sortie . . . . .	36
CHAPITRE 3 TECHNIQUE EXPÉRIMENTALE . . . . .	40

3.1	Spectroscopie de résonance ferromagnétique . . . . .	40
3.1.1	Solution de l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert . . . . .	41
3.1.2	Correspondance entre une cavité et un circuit RLC en série . . . . .	46
3.1.3	Méthode des perturbations . . . . .	50
3.1.4	Montage expérimental . . . . .	55
3.1.5	Mesures par guide d'onde court-circuité sur une sphère de YIG . . . . .	58
3.2	Observation du régime de fort couplage . . . . .	60
3.2.1	Cavité micro-ondes ajustable . . . . .	60
3.2.2	Fort couplage avec une sphère de YIG . . . . .	63
CHAPITRE 4 INTERACTION DIPOLAIRE ET RÉGIME DE FORT COUPLAGE		66
4.1	Extension du formalisme théorique à deux macrospins dans une cavité . . . . .	67
4.1.1	Équation du mouvement avec interaction dipolaire . . . . .	68
4.1.2	Mesures expérimentales en fonction de la distance entre les sphères . . . . .	71
4.2	Élargissement inhomogène de la largeur de résonance . . . . .	76
4.2.1	Simulations par éléments finis du système expérimental . . . . .	76
4.2.2	Modèle des spins indépendants . . . . .	81
4.3	Rétrécissement dipolaire de l'élargissement inhomogène . . . . .	85
4.3.1	Mode uniforme en présence d'un champ statique non-uniforme . . . . .	86
4.3.2	Expression explicite de l'élargissement inhomogène . . . . .	90
4.3.3	Exploration du nouveau modèle . . . . .	94
4.4	Sommaire . . . . .	98
CHAPITRE 5 FORT COUPLAGE PHOTON-MAGNON AVEC DES RÉSEAUX DE NANOFILS FERROMAGNÉTIQUES		100
5.1	Modélisation des réseaux de nanofils ferromagnétiques . . . . .	101
5.1.1	Mise en contexte : pertinence des réseaux de nanofils . . . . .	101
5.1.2	Fabrication et paramètres géométriques des réseaux . . . . .	102
5.1.3	Perméabilité effective des réseaux de nanofils . . . . .	105
5.1.4	Permittivité effective des réseaux de nanofils . . . . .	108
5.2	Mesures expérimentales . . . . .	111
5.2.1	Observations initiales . . . . .	111
5.2.2	Effet de la taille de l'échantillon sur les phénomènes de couplage . . . . .	116
5.2.3	Effet des plans métalliques sur les phénomènes de couplage . . . . .	120
5.2.4	Résonance ferromagnétique à haute fréquence d'excitation . . . . .	123
5.3	Discussion des résultats . . . . .	125

5.3.1	Simulations par éléments finis de l'excitation d'un mode photonique dans les réseaux. . . . .	126
5.3.2	Simulations par éléments finis du fort couplage entre le mode diélectrique et le mode uniforme de résonance. . . . .	128
5.3.3	Application du modèle de fort couplage aux résultats expérimentaux . . . . .	130
5.3.4	Mécanismes d'élargissement de la largeur de résonance . . . . .	136
5.4	Sommaire . . . . .	141
CHAPITRE 6 CONCLUSION . . . . .		143
6.1	Synthèse des travaux et contributions originales . . . . .	143
6.2	Perspectives et travaux futurs . . . . .	147
RÉFÉRENCES . . . . .		152
ANNEXES . . . . .		163

**LISTE DES TABLEAUX**

Tableau 3.1	Caractéristiques des sphères de YIG et de la cavité. . . . .	65
Tableau 5.1	Caractéristiques des réseaux de nanofils ferromagnétiques étudiés. .	105
Tableau 5.2	Résultats pour la condition et la largeur de résonance des réseaux étudiés. . . . .	125
Tableau H.1	Caractéristiques de tous les réseaux de nanofils disponibles. . . . .	183
Tableau H.2	Condition et largeur de résonance de tous les réseaux de nanofils disponibles. . . . .	184

## LISTE DES FIGURES

Figure 2.1	Modèle simple de deux oscillateurs couplés. . . . .	14
Figure 2.2	Modes propres de deux oscillateurs couplés. . . . .	15
Figure 2.3	Relations de dispersion de polaritons magnétiques. . . . .	24
Figure 2.4	Modes propres d'une cavité micro-ondes couplée à un échantillon ferromagnétique. . . . .	26
Figure 2.5	Représentation du système correspondant au formalisme d'entrée-sortie. . . . .	37
Figure 2.6	Coefficient de réflexion $S_{11}$ calculé à partir du formalisme d'entrée-sortie. . . . .	39
Figure 3.1	Relation de dispersion des ondes de spin pour un milieu ferromagnétique non borné. . . . .	44
Figure 3.2	Solution de l'équation de Landau-Lifshitz pour la susceptibilité du mode uniforme de résonance. . . . .	45
Figure 3.3	Coefficient de réflexion $S_{11}$ dans le modèle de circuit RLC en série. . . . .	49
Figure 3.4	Montage expérimental #1 pour les sphères de YIG. . . . .	55
Figure 3.5	Montage expérimental #2 pour les réseaux de nanofils ferromagnétiques. . . . .	57
Figure 3.6	Dérivée de la susceptibilité par rapport au champ magnétique. . . . .	58
Figure 3.7	Spectres de résonance pour la sphère de YIG#1. . . . .	59
Figure 3.8	Spectres de résonance pour la sphère de YIG#2. . . . .	60
Figure 3.9	Représentation de la cavité micro-ondes ajustable utilisée avec les sphères de YIG. . . . .	61
Figure 3.10	Spectres de résonance de la cavité micro-ondes ajustable. . . . .	62
Figure 3.11	Distribution des modes de résonance électromagnétique de la cavité. . . . .	63
Figure 3.12	Spectres de fort couplage entre la cavité et la sphère de YIG#1. . . . .	64
Figure 3.13	Spectres de fort couplage entre la cavité et la sphère de YIG#2. . . . .	65
Figure 4.1	Configuration expérimentale des deux sphères de YIG dans la cavité. . . . .	71
Figure 4.2	Spectres de fort couplage entre la cavité et les deux sphères de YIG en interaction dipolaire. . . . .	72
Figure 4.3	Comparaison entre les valeurs de distance mesurées et calculées. . . . .	73
Figure 4.4	Variation de la constante de couplage et des pertes en fonction de la distance. . . . .	74
Figure 4.5	Coopérativité du système cavité-YIG#1-YIG#2 en fonction de la distance. . . . .	75
Figure 4.6	Simulations par éléments finis d'une sphère de YIG seule et de la cavité ajustable seule. . . . .	78

Figure 4.7	Simulations par éléments finis du fort couplage entre la cavité et une sphère de YIG. . . . .	79
Figure 4.8	Simulations par éléments finis du fort couplage entre la cavité et deux sphères de YIG. . . . .	80
Figure 4.9	Susceptibilité moyenne d'une sphère formée de spins indépendants soumise à un champ dipolaire non-uniforme. . . . .	83
Figure 4.10	Efficacité de couplage $\eta$ dans l'approximation des spins indépendants.	85
Figure 4.11	Comparaison entre les résultats expérimentaux et le modèle de rétrécissement dipolaire. . . . .	93
Figure 4.12	Prédiction théorique de l'efficacité de couplage $\eta$ pour des mesures angulaires. . . . .	95
Figure 4.13	Mesures angulaires préliminaires pour deux sphères de YIG placées dans une cavité cylindrique. . . . .	96
Figure 5.1	Membrane d'alumine vue au microscope électronique à balayage. . .	103
Figure 5.2	Représentation schématique des réseaux de nanofils ferromagnétiques.	104
Figure 5.3	Largeur de résonance constante des réseaux de nanofils dans la bande Ka. . . . .	113
Figure 5.4	Effet des phénomènes de couplage sur la forme des spectres de résonance.	114
Figure 5.5	Phénomènes de couplage dans les spectres de résonance des réseaux de nanofils. . . . .	115
Figure 5.6	Représentation du montage expérimental pour les mesures dans la bande V. . . . .	116
Figure 5.7	Effet de la taille des échantillons sur les phénomènes de couplage. .	118
Figure 5.8	Champ de résonance et largeur de résonance pour 2 tailles d'échantillon différentes. . . . .	118
Figure 5.9	Observation de modes de résonance dans une membrane d'alumine vide. . . . .	119
Figure 5.10	Création d'un couplage par l'ajout d'un plan métallique sur l'échantillon. . . . .	121
Figure 5.11	Champ de résonance et largeur de résonance en absence/présence d'un plan métallique. . . . .	122
Figure 5.12	Observation du mode de résonance créé par l'ajout du plan métallique.	122
Figure 5.13	Champ de résonance et largeur de résonance dans les bandes Ka, V et W. . . . .	124
Figure 5.14	Simulations par éléments finis d'un mode de résonance diélectrique dans notre montage expérimental. . . . .	126

Figure 5.15	Distribution spatiale des champs magnétiques et électriques du mode de résonance diélectrique. . . . .	127
Figure 5.16	Simulations par éléments finis du mode uniforme de résonance de nos réseaux de nanofils. . . . .	128
Figure 5.17	Simulations par éléments finis du fort couplage entre le mode de résonance diélectrique et le mode uniforme des réseaux de nanofils. . .	129
Figure 5.18	Application de la théorie du fort couplage photon-magnon aux résultats expérimentaux. . . . .	134
Figure 5.19	Spectres théoriques du fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils. . . . .	135
Figure 5.20	Non-uniformité intrinsèque à un réseau, due au champ de désaimantation d'un nanofil cylindrique. . . . .	137
Figure 5.21	Non-uniformité intrinsèque à un réseau, due à la discrétisation de celui-ci. . . . .	138
Figure 5.22	<i>Spin wave manifold</i> pour les réseaux de nanofils ferromagnétiques. .	139
Figure G.1	Ajustements de courbe sur les mesures FMR impliquant des réseaux de nanofils. . . . .	182
Figure I.1	Distribution spatiale théorique des champs magnétiques et électriques du mode de résonance diélectrique $HEM_{121}$ . . . . .	188

## LISTE DES SIGLES ET ABRÉVIATIONS

### Liste des sigles

AC/DC	Courant alternatif/Courant direct ( <i>Alternating Current/Direct Current</i> )
EPR	Résonance paramagnétique ( <i>Electron Paramagnetic Resonance</i> )
FMAR	Anti-résonance ferromagnétique ( <i>Ferromagnetic Anti-Resonance</i> )
FMR	Résonance ferromagnétique ( <i>Ferromagnetic Resonance</i> )
HEM	Électromagnétique hybride ( <i>Hybrid Electromagnetic</i> )
HWHM	Demi-largeur à mi-hauteur ( <i>Half-Width at Half-Maximum</i> )
IP	Dans le plan ( <i>In Plane</i> )
OP	Hors plan ( <i>Out of Plane</i> )
PM	Polariton Magnétique
$\mathcal{PT}$	Parité-Temps
QS	Quasi-Statique
RF	Radio-Fréquence
TE	Transverse Électrique
TM	Transverse Magnétique
YIG	Grenat d'yttrium ( <i>Yttrium Iron Garnet</i> )

### Liste des symboles latins

$A$	Facteur d'amplitude dans les ajustements de courbes
$\mathbf{A}$	Potentiel vecteur du champ magnétique
$\hat{a}^\dagger, \hat{a}$	Opérateur quantique de création et d'annihilation de photons
$\langle \hat{a} \rangle$	Nombre moyen de photons
$a_\pm$	Coefficients des modes propres $ +\rangle,  -\rangle$ du système quantique à 2 niveaux
$a_0$	Nombre initial de photons
$a_c$	Largeur de la cavité micro-ondes
$a_n$	Coefficient du mode propre électromagnétique $\psi_n$
$B$	Facteur de décalage dans les ajustements de courbes
$\mathbf{B}$	Vecteur de densité de flux magnétique
$B_0$	Densité de flux magnétique liée à $H_0$

$B_t$	Densité de flux magnétique transverse à l'axe $\hat{\mathbf{z}}$
$\hat{b}^\dagger, \hat{b}$	Opérateur quantique de création et d'annihilation de magnons
$\langle \hat{b} \rangle$	Nombre moyen de magnons
$b_\pm$	Changement de variable de $a_\pm$ pour obtenir un hamiltonien indépendant du temps
$b_0$	Nombre initial de magnons
$b_c$	Hauteur de la cavité micro-ondes
$b_\nu$	Coefficient du mode propre magnétostatique $\phi_\nu$
$C$	Coopérativité ( $C = g^2 / \kappa_c \kappa_m$ )
$C_\infty$	Coopérativité maximale théorique pour deux sphères
$c$	Vitesse de la lumière
$\hat{c}_{\text{in}}$	Opérateur quantique représentant les photons entrant dans la cavité à partir du réservoir externe
$\langle \hat{c}_{\text{in}} \rangle$	Nombre moyen de photons du réservoir entrant dans la cavité
$\hat{c}_{\text{out}}$	Opérateur quantique représentant les photons sortant de la cavité vers le réservoir externe
$\langle \hat{c}_{\text{out}} \rangle$	Nombre moyen de photons sortant de la cavité vers le réservoir
$\hat{c}_q^\dagger, \hat{c}_q$	Opérateur quantique de création et d'annihilation de photons du réservoir pour un mode quelconque dénoté par $q$
$D$	Distance interpores dans les réseaux de nanofils
$d$	Distance centre à centre entre deux sphères de YIG
$d_c$	Longueur de la cavité micro-ondes
$d\mathbf{S}$	Élément de surface vectoriel
$dV$	Élément de volume
$\mathbf{E}$	Vecteur du champ électrique (parties statiques et dynamiques)
$E_\pm$	Énergies propres de l'hamiltonien du système quantique à deux niveaux dans le référentiel tournant
$E_C$	Énergie emmagasinée dans un condensateur
$E_f$	Énergie de l'état fondamental d'un système quantique à deux niveaux
$E_L$	Énergie emmagasinée dans une inductance
$e$	Nombre d'Euler ( $e \approx 2.71828$ )
$\mathbf{e}$	Vecteur du champ électrique dynamique
$\mathbf{e}_m$	Vecteur du champ électrique dynamique associé au mode propre $\psi_m$
$\mathbf{e}_n$	Vecteur du champ électrique dynamique associé au mode propre $\psi_n$
$\mathbf{e}_s$	Vecteur du champ électrique dynamique à la surface $S_O$
$f$	Fraction volumique des fils dans la membrane nanoporeuse

$f_0$	Fréquence de résonance naturelle
$f_1$	Fraction de la membrane d'alumine emplie d'air
$f_2$	Fraction de la membrane d'alumine emplie de nanofils
$f_{\text{in/out}}$	Amplitude entrant et sortant de la cavité micro-ondes
$f_n$	Terme d'oscillation forcée d'une cavité par une ouverture $S_O$
$f(H_{\text{dip.}})$	Fonction de distribution du champ magnétique dipolaire statique dans le volume d'une sphère
$f(H_z)$	Fonction de distribution du champ magnétique statique total selon $\hat{\mathbf{z}}$ dans le volume d'une sphère
$G^2$	Forme normalisée de $g$ , exprimée en termes du système photonique
$g$	Constante de couplage photon-magnon
$\bar{g}$	Constante de couplage moyenne des sphères de YIG#1 et YIG#2
$g_c$	Constante de couplage entre le guide d'onde et la cavité diélectrique
$g_{\text{exp.}}$	Constante de couplage expérimentale
$g_m$	Constante de couplage entre le guide d'onde et le réseau de nanofils
$g_{\text{max}}$	Constante $g$ maximale expérimentale pour le système à deux sphères
$g_s$	Constante de couplage associée à un seul spin
$g_{\text{th.}}$	Constante de couplage théorique
$g_{\text{tot}}$	Constante de couplage total théorique pour le système à deux sphères
$g(\omega)$	Densité d'états en fonction de la fréquence $\omega$
$H$	Hamiltonien classique représentant une cavité micro-ondes
$\hat{H}$	Hamiltonien quantique de la cavité micro-ondes
$\hat{H}'$	Hamiltonien quantique de perturbation du système à 2 niveaux
$\mathbf{H}$	Vecteur du champ magnétique (parties statiques et dynamiques)
$H_0$	Champ magnétique statique externe
$H_{0\text{res}}$	Champ magnétique externe associé à la résonance de la cavité
$\hat{H}_{\text{bain}}$	Hamiltonien quantique associé au réservoir de photons
$\hat{H}_{\text{bain}}^{\text{int}}$	Hamiltonien quantique d'interaction entre le réservoir et la cavité
$\hat{H}_c$	Hamiltonien quantique associé à la cavité micro-ondes
$\mathbf{H}_d$	Vecteur du champ magnétique de désaimantation
$H_{\text{dip.}}$	Champ magnétique dipolaire statique selon $\hat{\mathbf{z}}$
$\langle H_{\text{dip.}} \rangle$	Valeur moyenne de $H_{\text{dip.}}$ dans le volume d'une sphère
$\mathbf{H}_{\text{dip.}}$	Vecteur du champ magnétique dipolaire
$H_e$	Champ magnétique d'échange
$H_{\text{eff}}$	Champ magnétique effectif des réseaux de nanofils
$H_i$	Champ magnétique interne

$\hat{H}_{\text{int}}$	Hamiltonien quantique d'interaction entre les photons et les magnons
$H_{\mathbf{k}}$	Composante $\mathbf{k}$ de la décomposition en une série de Fourier du champ magnétique statique non-uniforme $H_z$
$\hat{H}_m$	Hamiltonien quantique associé au système magnétique
$H_{\text{res}}$	Champ magnétique de résonance
$H_{\text{res}0}$	Champ de résonance en l'absence de couplage avec un mode photonique
$\hat{H}_{rf}$	Hamiltonien quantique associé au champ RF produit par la cavité
$\hat{H}_{\text{sys}}$	Hamiltonien quantique du système photon-magnon
$\hat{H}_{\text{tot}}$	Hamiltonien quantique total comprenant le réservoir de photons, la cavité et l'échantillon ferromagnétique
$H_{w0}$	Champ statique appliqué sur un fil dans le réseau de nanofils
$H_z$	Champ magnétique statique selon $\hat{\mathbf{z}}$ , comprenant $H_0$ et $H_{\text{dip}}$ .
$\langle H_z \rangle$	Valeur moyenne de $H_z$ dans le volume d'une sphère
$h$	Hauteur totale de la membrane d'alumine
$\mathbf{h}$	Vecteur du champ magnétique dynamique
$\langle \mathbf{h} \rangle$	Valeur moyenne de $\mathbf{h}$
$\mathbf{h}_{\text{ext}}$	Vecteur du champ magnétique dynamique externe appliqué sur un réseau de nanofils
$\mathbf{h}_{\text{loc}}$	Vecteur du champ magnétique dynamique local appliqué sur un fil
$h_{\text{max}}$	Valeur maximale du champ magnétique dynamique
$h_{rf}$	Champ magnétique RF par unité de courant, lié à $\hat{H}_{rf}$
$\mathbf{h}_w$	Vecteur du champ magnétique dynamique appliqué sur un fil
$h_{x(y)}$	Composante selon $\hat{\mathbf{x}}$ ( $\hat{\mathbf{y}}$ ) de $\mathbf{h}$
$\mathbf{h}^r$	Vecteur du champ magnétique dynamique, partie rotationnelle
$\mathbf{h}_m^r$	Vecteur du champ magnétique dynamique associé au mode propre $\psi_m$
$\mathbf{h}_n^r$	Vecteur du champ magnétique dynamique associé au mode propre $\psi_n$
$\hbar$	Constante de Planck réduite
$I$	Courant dans l'analogie RLC d'une cavité micro-ondes
$i$	Unité imaginaire ( $i^2 = -1$ )
$\hat{I}$	Hamiltonien quantique du courant dans l'analogie RLC d'une cavité
$\mathbf{J}$	Densité de courant
$\mathbf{k}$	Vecteur du nombre d'onde
$ \mathbf{k} $	Norme de $\mathbf{k}$
$\bar{k}$	Constante de rappel moyenne de $k_A$ et $k_B$
$k_0$	Nombre d'onde dans le vide

$k_A, k_B$	Constantes de rappel des ressorts attachés aux masses $m$ positionnées en $x_A$ et en $x_B$
$k_g$	Constante de rappel du ressort de couplage dans le modèle mécanique
$k_{\max}$	Nombre d'onde maximal pour les ondes magnétostatiques
$k_{\min}$	Nombre d'onde minimal pour les ondes magnétostatiques
$k_t$	Nombre d'onde transverse d'un ellipsoïde de révolution selon $\hat{\mathbf{z}}$
$k_z$	Nombre d'onde selon $\hat{\mathbf{z}}$
$L$	Longueur des nanofils ou inductance dans le contexte du circuit RLC
$\mathcal{L}$	Fonction lorentzienne centrée à $\omega_c$ et de demi-largeur à mi-hauteur $g_{\max}$
$\ell$	Rapport entre la longueur des nanofils et le diamètre du réseau
$\mathbf{M}$	Vecteur de l'aimantation (parties statiques et dynamiques)
$M_s$	Aimantation à saturation
$M_{x(y,z)}$	Composante selon $\hat{\mathbf{x}}$ ( $\hat{\mathbf{y}}$ , $\hat{\mathbf{z}}$ ) de $\mathbf{M}$
$m$	Masse dans le système d'oscillateurs couplés par des ressorts
$\mathbf{m}$	Vecteur de l'aimantation dynamique
$\langle \mathbf{m} \rangle$	Valeur moyenne de $\mathbf{m}$
$m_{0x(y)}$	Premier terme de $M_x$ ( $M_y$ ), c'est-à-dire pour $\mathbf{k} = 0$
$m_{kx(y,z)}$	Dans la série de Fourier pour $M_x$ ( $M_y, M_z$ ), $k^e$ terme
$m_{\max}$	Valeur maximale de l'aimantation dynamique
$\mathbf{m}_w$	Vecteur de l'aimantation dynamique pour un fil
$m_{x(y)}$	Composante selon $\hat{\mathbf{x}}$ ( $\hat{\mathbf{y}}$ ) de $\mathbf{m}$
$\mathbf{m}_\lambda$	Vecteur de l'aimantation du mode propre magnétostatique $\phi_\lambda$
$m_{\lambda x(y)}$	Composante selon $\hat{\mathbf{x}}$ ( $\hat{\mathbf{y}}$ ) de $\mathbf{m}_\lambda$
$\mathbf{m}_\nu$	Vecteur de l'aimantation du mode propre magnétostatique $\phi_\nu$
$m_{\nu x(y)}$	Composante selon $\hat{\mathbf{x}}$ ( $\hat{\mathbf{y}}$ ) de $\mathbf{m}_\nu$
$N$	Nombre total de spins dans une cavité ou dans un échantillon
$\bar{N}$	Tenseur de désaimantation d'un ellipsoïde de révolution
$\bar{N}_{\text{dip.}}$	Tenseur d'interaction dipolaire entre deux macrospins
$\bar{N}_{\text{eff}}$	Tenseur de désaimantation effectif d'un réseau de nanofils
$\bar{N}_{\text{int}}$	Tenseur d'interaction dipolaire entre les nanofils d'un réseau
$\bar{N}_{\mathbf{kk}}$	Tenseur d'interaction dipolaire entre les modes magnétostatiques
$N_t$	Composante transverse du tenseur de forme d'un ellipsoïde de révolution d'axe principal selon $\hat{\mathbf{z}}$
$\bar{N}_w$	Tenseur de désaimantation d'un fil cylindrique long
$N_{(x,y,z)}$	Composantes de $\bar{N}$
$\mathcal{P}_{+\rightarrow-}$	Probabilité de transition de l'état $ +\rangle$ à l'état $ -\rangle$

$Q_0$	Facteur de qualité intrinsèque de la cavité
$Q_c$	Facteur de qualité total de la cavité
$Q_m(H_0)$	Facteur de qualité associé à l'échantillon ferromagnétique
$Q_r$	Facteur de qualité radiatif de la cavité
$Q_\infty$	Facteur de qualité lié à $Q_0$ et $Q_r$ exclusivement
$R$	Rayon moyen des sphères de YIG#1 et YIG#2
$R_1$	Rayon de la sphère de YIG#1
$R_2$	Rayon de la sphère de YIG#2
$r$	Position radiale dans le système de coordonnées sphériques $(r, \theta, \phi)$
$\mathbf{r}$	Vecteur de la position radiale
$\hat{\mathbf{r}}$	Vecteur unitaire radial en coordonnées sphériques $(r, \theta, \phi)$
$\hat{\mathbf{S}}$	Opérateur quantique du macrospin
$\hat{S}_{-(+)}$	Opérateur échelon qui descend (augmente) la composante $z$ de spin
$S_{11}$	Coefficient de réflexion d'une cavité
$S_O$	Surface désignant l'iris de couplage d'une cavité
$\hat{S}_{x(y,z)}$	Composante selon $\hat{\mathbf{x}}$ ( $\hat{\mathbf{y}}$ , $\hat{\mathbf{z}}$ ) de $\hat{\mathbf{S}}$
$s$	Nombre quantique de spin
$t$	Variable désignant le temps
$U_0$	Énergie électrique et magnétique emmagasinée dans une cavité
$V$	Voltage (tension électrique) dans l'analogie RLC d'une cavité
$\hat{V}$	Hamiltonien quantique du voltage dans l'analogie RLC d'une cavité
$V_c$	Volume de la cavité
$V_m$	Volume de l'échantillon ferromagnétique
$W$	Diamètre d'un réseau de nanofils représenté par un disque plat
$x$	Variable sans dimension utilisée dans les ajustements de courbes
$\hat{\mathbf{x}}, \hat{\mathbf{y}}, \hat{\mathbf{z}}$	Vecteurs unitaires dans le système de coordonnées cartésiennes $(x, y, z)$
$x_\pm$	Modes propres du modèle mécanique d'oscillateurs couplés
$x_{A(B)}$	Coordonnée de la masse $A$ ( $B$ ) dans le modèle mécanique
$Z$	Impédance d'un circuit RLC en série
$Z_0$	Impédance caractéristique dans l'analogie RLC d'une cavité
$Z_{\text{in}}$	Impédance d'entrée d'une cavité dans l'équivalence du circuit RLC

### Liste des symboles grecs

$\alpha$	Paramètre d'amortissement phénoménologique de Gilbert
$\beta$	Cosinus directeur de $\mathbf{k}$ selon $\hat{\mathbf{z}}$

$ \gamma $	Norme du rapport gyromagnétique
$\Delta H$	HWHM associé aux réseaux de nanofils ferromagnétiques
$\Delta H_0$	Total des contributions inhomogènes à $\Delta H$
$\Delta H_{g=0}$	Demi-largeur à mi-hauteur des réseaux de nanofils en l'absence d'un couplage avec un mode photonique
$\Delta H_{\text{int}}$	Contribution à $\Delta H$ provenant du couplage avec un mode photonique
$\Delta L$	Portion de la membrane d'alumine qui n'est pas emplie de nanofils
$\Delta\omega$	Élargissement de la largeur de résonance dû à la non-uniformité de $H_z$
$\delta_0$	Profondeur de pénétration
$\delta k$	Désaccord entre les constantes de rappel $k_A$ et $k_B$
$\delta\kappa$	Écart absolu entre $\kappa_1, \kappa_2$ et $\bar{\kappa}$ dans le modèle mécanique
$\delta H_{\text{res}}$	Déplacement de $H_{\text{res}}$ dû au couplage avec un mode photonique
$\delta_{mn}$	Delta de Kronecker entre les modes électromagnétiques $\psi_m$ et $\psi_n$
$\delta_{\lambda\nu}$	Delta de Kronecker entre les modes propres magnétostatiques $\phi_\lambda$ et $\phi_\nu$
$\delta\omega$	Déplacement du pic de résonance dû à la non-uniformité de $H_z$
$\delta(\omega - \Omega_0)$	Delta de Dirac centré en $\Omega_0$
$\tan \delta$	Angle de pertes ( $\tan \delta = \epsilon''/\epsilon'$ )
$\epsilon$	Permittivité d'un matériau quelconque, utilisée de manière générale
$\epsilon', \epsilon''$	Partie réelle et imaginaire de la permittivité
$\epsilon_0$	Permittivité du vide
$\epsilon_{\text{eff}}$	Permittivité effective isotrope
$\bar{\epsilon}_{\text{eff}}$	Tenseur de permittivité effective des réseaux de nanofils
$\epsilon_{\text{eff},(x,y)}$	Permittivité effective des réseaux de nanofils dans le plan $xy$
$\epsilon_{\text{eff},z}$	Permittivité effective des réseaux de nanofils selon $\hat{\mathbf{z}}$
$\epsilon_{\text{eff}1,(x,y)}$	Contribution à $\epsilon_{\text{eff},(x,y)}$ provenant de la portion vide de la membrane
$\epsilon_{\text{eff}1,z}$	Contribution à $\epsilon_{\text{eff},z}$ provenant de la portion vide de la membrane
$\epsilon_{\text{eff}2,(x,y)}$	Contribution à $\epsilon_{\text{eff},(x,y)}$ provenant de la portion emplie de la membrane
$\epsilon_{\text{eff}2,z}$	Contribution à $\epsilon_{\text{eff},z}$ provenant de la portion emplie de la membrane
$\epsilon_m$	Permittivité de la membrane d'alumine
$\epsilon'_m, \epsilon''_m$	Partie réelle et imaginaire de $\epsilon_m$
$\epsilon_r$	Permittivité relative
$\epsilon_w$	Permittivité des nanofils, considérée isotrope
$\bar{\epsilon}_w$	Tenseur de permittivité des nanofils
$\epsilon'_w, \epsilon''_w$	Partie réelle et imaginaire de $\epsilon_w$
$\zeta$	Rapport volumique effectif entre $V_m$ et $V_c$
$\zeta_0, \zeta_c$	Coefficients de couplage du mode uniforme et du mode de cavité

$\zeta_{n\nu}, \zeta_{\nu n}$	Coefficients de couplage entre $\psi_n$ et $\mathbf{m}_\nu$
$\eta$	Efficacité de couplage : recouvrement spatial et correspondance de polarisation entre le mode magnonique et le mode photonique
$\bar{\bar{\eta}}_{\text{eff}}$	Tenseur de susceptibilité effective externe d'un réseau de nanofils
$\bar{\bar{\eta}}_w$	Tenseur de susceptibilité externe d'un fil ferromagnétique
$\theta$	Angle représentant la colatitude en coordonnées sphériques $(r, \theta, \phi)$
$\hat{\theta}$	Vecteur unitaire de la colatitude en coordonnées sphériques $(r, \theta, \phi)$
$\theta_{\mathbf{k}}$	Angle entre $k_z$ et $ \mathbf{k} $
$\iota$	Rapport entre les facteurs de qualité $Q_0$ et $Q_r$
$\bar{\kappa}$	Taux de pertes moyen du modèle mécanique d'oscillateurs couplés
$\bar{\bar{\kappa}}$	Matrice placée hors-diagonale dans le tenseur de susceptibilité décrivant deux macrospins couplés
$\kappa_1, \kappa_2$	Taux de pertes des oscillateurs dans le modèle mécanique
$\kappa_c$	Taux de pertes associé à la cavité micro-ondes
$\kappa_{\text{ext}}$	Taux de couplage entre la cavité et l'environnement extérieur
$\kappa_g$	Taux de pertes associé à la cavité guide d'onde court-circuité
$\kappa_{\mathbf{k}}$	Taux de pertes du $k^e$ mode magnétostatique
$\kappa_m$	Taux de pertes associé à l'échantillon ferromagnétique
$\bar{\kappa}_m$	Taux de pertes moyen du système de deux sphères en interaction
$\bar{\kappa}_{m\infty}$	Taux de pertes moyen des sphères de YIG#1 et YIG#2
$\kappa_n$	Taux de pertes du mode propre électromagnétique $\psi_n$
$\kappa_\lambda$	Taux de pertes du mode propre magnétostatique $\phi_\lambda$
$\bar{\bar{\Lambda}}$	Matrice placée sur la diagonale dans le tenseur de susceptibilité décrivant deux macrospins couplés
$\lambda_{\text{ext}}$	Constante de couplage entre la cavité et un mode $q$ du réservoir
$\boldsymbol{\mu}$	Vecteur du moment magnétique
$\mu_0$	Perméabilité du vide
$\mu_{\text{eff}}$	Perméabilité effective isotrope
$\bar{\bar{\mu}}_{\text{eff}}$	Tenseur de perméabilité effective externe d'un réseau de nanofils
$\mu_m$	Perméabilité scalaire d'un échantillon ferromagnétique
$\bar{\bar{\mu}}_r$	Tenseur de perméabilité relative
$\nabla\phi$	Vecteur du champ magnétique dynamique, partie irrotationnelle
$\xi$	Angle entre l'axe passant par le centre des deux sphères et $H_0$
$\pi$	Constante d'Archimède ( $\pi \approx 3.14159$ )
$\sigma$	Conductivité électrique, utilisée de manière générale
$\hat{\sigma}_x, \hat{\sigma}_y, \hat{\sigma}_z$	Matrices de Pauli

$\sigma_{\text{eff}}$	Conductivité effective d'un réseau dont les nanofils sont terminés électriquement à leurs deux extrémités
$\sigma_w$	Conductivité d'un fil métallique ferromagnétique
$\phi$	Angle représentant la longitude en coordonnées sphériques $(r, \theta, \phi)$
$\hat{\phi}$	Vecteur unitaire de la longitude en coordonnées sphériques $(r, \theta, \phi)$
$\phi_\nu$	Mode propre magnétostatique d'indice $\nu$
$\chi$	Susceptibilité magnétique scalaire
$\bar{\bar{\chi}}$	Tenseur de susceptibilité d'un ellipsoïde de révolution
$\chi', \chi''$	Partie réelle et imaginaire de $\chi$
$\langle \chi'' \rangle$	Valeur moyenne de $\chi''$
$\chi_{\text{eff}}$	Susceptibilité effective utilisée dans le cadre des polaritons magnétiques
$\bar{\bar{\chi}}_{\text{eff}}$	Tenseur de susceptibilité effective interne d'un réseau de nanofils
$\chi''_{\text{max}}$	Valeur maximale de la susceptibilité imaginaire
$\bar{\bar{\chi}}_w$	Tenseur de susceptibilité interne d'un fil ferromagnétique
$\chi_\perp, \chi_\parallel$	Susceptibilité transverse et longitudinale formant $\bar{\bar{\mu}}_r$
$\psi_n$	Mode propre électromagnétique d'indice $n$
$ \psi(t)\rangle$	Vecteur d'état du système quantique à deux niveaux
$\Omega_0$	Fréquence de résonance du mode uniforme ( $\mathbf{k} = 0$ )
$\Omega_{\text{dip.}}$	Fréquence de résonance du système de deux macrospins couplés par interaction dipolaire
$\Omega_G$	Fréquence de résonance du système formé d'un réseau de nanofils et d'une cavité diélectrique couplés à un guide d'onde
$\Omega_{\mathbf{k}}$	Fréquence de résonance du mode magnétostatique d'indice $\mathbf{k}$
$\omega$	Fréquence exprimée en $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$
$\omega_\mp$	Branche inférieure ( $-$ ) et supérieure ( $+$ ) des modes propres de résonance d'un système d'oscillateurs couplés par ressorts
$\omega_0$	Champ magnétique externe appliqué, en unités de fréquence
$\omega_{0\text{res}}$	Champ magnétique externe associé à la résonance (en fréquence)
$\omega_1, \omega_2$	Branche inférieure (1) et supérieure (2) du <i>spin wave manifold</i>
$\omega_A, \omega_B$	Fréquences de résonance naturelles des ressorts de constante $k_A$ et $k_B$
$\omega_c$	Fréquence de résonance de la cavité micro-ondes
$\omega_d$	Fréquence de désaccord du système d'oscillateurs couplés par ressorts
$\langle \omega_{\text{dip.}} \rangle$	Valeur moyenne de $H_{\text{dip.}}$ , en unités de fréquence
$\omega_e$	Champ magnétique d'échange, en unités de fréquence
$\omega_f$	Fréquence liée à l'énergie $E_f$ d'un système quantique à 2 niveaux
$\omega_{\text{FMAR}}$	Fréquence associée à l'anti-résonance ferromagnétique

$\omega_{FMR}$	Fréquence associée à la résonance ferromagnétique
$\omega_g$	Fréquence associée au couplage $k_g$ dans le modèle mécanique
$\omega_H$	Champ magnétique statique appliqué sur un nanofils (en fréquence)
$\omega_H^*$	Même quantité que $\omega_H$ en incluant les pertes magnétiques
$\omega_{\mathbf{k}}$	Fréquence associée au champ magnétique $H_{\mathbf{k}}$
$\omega_m$	Fréquence de résonance générale d'un échantillon ferromagnétique
$\omega_M$	Aimantation à saturation, en unités de fréquence
$\omega_n$	Fréquence caractéristique du mode propre électromagnétique $\psi_n$
$\omega_p$	Fréquence porteuse du système d'oscillateurs couplés par ressorts
$\omega_q$	Fréquence d'un mode $q$ quelconque du réservoir de photons
$\omega_{r1}, \omega_{r2}$	Fréquences de résonance du modèle mécanique dans l'approximation $\omega_p \gg \omega_d, \omega_g$
$\omega_{\text{res}}$	Fréquence de résonance
$\omega_t$	Fréquence liée à $B_t$ , agissant à titre de couplage dans le système quantique à deux niveaux
$\tilde{\omega}_x, \tilde{\omega}_y$	Fréquence désignant les effets de désaimantation selon $\hat{\mathbf{x}}$ ( $\hat{\mathbf{y}}$ ) dans l'équation de Landau-Lifshitz après l'expansion en série de Fourier
$\tilde{\omega}_z$	Fréquence incluant le champ statique non-uniforme et les effets de désaimantation selon $\hat{\mathbf{z}}$ dans l'équation de Landau-Lifshitz
$\langle \omega_z \rangle$	Valeur moyenne de $H_z$ , en unités de fréquence
$\omega_\lambda$	Fréquence caractéristique du mode propre magnétostatique $\phi_\lambda$
$\omega_\infty$	Fréquence de résonance d'une cavité contenant un échantillon ferromagnétique dans la limite $H_0 \rightarrow \infty$
$\text{Var}(\omega_{\text{dip.}})$	Variance du champ dipolaire statique en unités de fréquence
$\text{Var}(\omega_z)$	Variance du champ statique total en $\hat{\mathbf{z}}$ en unités de fréquence

## LISTE DES ANNEXES

Annexe A	Transformations de Holstein-Primakoff . . . . .	163
Annexe B	Rayonnement d'un dipôle magnétique en précession . . . . .	165
Annexe C	Justification de la procédure d'extraction des paramètres du système à deux sphères . . . . .	171
Annexe D	Détails du calcul de la susceptibilité en présence d'un champ non-uniforme	172
Annexe E	Déplacement du pic de résonance dû au champ non-uniforme . . . . .	175
Annexe F	Calcul détaillé de l'expression analytique de la variance du champ magnétique dipolaire . . . . .	177
Annexe G	Procédure d'ajustement de courbe sur les mesures FMR impliquant des réseaux de nanofils. . . . .	181
Annexe H	Résultats expérimentaux obtenus sur plusieurs échantillons de réseaux de nanofils ferromagnétiques dans la bande W. . . . .	183
Annexe I	Identification du mode de résonance diélectrique . . . . .	185

## CHAPITRE 1 INTRODUCTION

Nous entamons notre étude du phénomène de fort couplage photon-magnon, le thème principal du présent ouvrage, en effectuant une revue de littérature détaillée de ce phénomène afin de situer les travaux contenus dans cette thèse. Cet effort pour comprendre l'origine de l'intérêt scientifique entourant ce domaine permettra ensuite de mieux distinguer l'avancement des connaissances ayant pris place au cours des dernières années.

Nous mentionnons d'entrée de jeu que ce phénomène de fort couplage photon-magnon n'est pas complètement nouveau en soi, mais concerne plutôt la redécouverte, depuis environ une décennie et d'un point de vue de l'électrodynamique quantique, des polaritons magnétiques de cavité connus depuis les années 50 dans le cadre d'un formalisme classique traitant des expériences de résonance magnétique en cavité.

Le regain d'intérêt de la communauté scientifique observé dans les dernières années pour ces polaritons magnétiques de cavité se justifie pleinement dans le fait que le fort couplage photon-magnon offre de nouvelles possibilités dans le contexte du développement de technologies quantiques basées sur le contrôle cohérent de l'information quantique.

Dans ce contexte, le taux de couplage entre les photons et les magnons est un paramètre important pour les systèmes envisagés. Particulièrement, un taux de couplage élevé et de beaucoup supérieur aux taux de pertes de chaque composante constituant le système hybride est généralement souhaité. L'augmentation de la densité de magnons dans un système permet l'augmentation de ce taux de couplage, mais les phénomènes d'interaction entre ces magnons et leur effet sur le taux de couplage et sur les taux de pertes demeurent relativement inexplorés.

Cette thèse vise donc d'une part à répondre à cette problématique par l'étude expérimentale et théorique de l'effet de l'interaction dipolaire entre des échantillons ferromagnétiques dans des cavités hyperfréquences sur le phénomène de fort couplage photon-magnon. D'autre part, des résultats expérimentaux préliminaires effectués sur des réseaux de nanofils ferromagnétiques semblent montrer des phénomènes de fort couplage photon-magnon dans les spectres de résonance ferromagnétique de ces échantillons.

Ces matériaux, caractérisés par une forte interaction dipolaire entre les nanofils constituant le réseau, sont des candidats prometteurs pour le développement de technologies basées sur le fort couplage photon-magnon. Nos investigations portant sur le régime de fort couplage en présence d'une interaction dipolaire sont donc de première importance afin d'établir les

conditions d'obtention de polaritons magnétiques de cavité dans les réseaux de nanofils ferromagnétiques.

## 1.1 Revue de littérature

L'histoire récente du phénomène de fort couplage photon-magnon débute en 2010 par deux articles théoriques fondateurs de Soykal et Flatté montrant qu'à partir de la forte interaction quantique entre les magnons, qui sont des quanta d'ondes de spin, et les photons, il est possible de générer des états quantiques intriqués entre l'orientation du spin et le nombre de photons [1, 2]. L'intérêt principal derrière ce phénomène est de permettre de transférer aisément une information quantique entre le mode photonique d'une cavité micro-ondes et le mode magnonique d'un échantillon ferromagnétique en utilisant les oscillations de Rabi. Les auteurs démontrent théoriquement qu'une sphère d'environ 100 nm de rayon placée dans une cavité sphérique d'environ 1 mm de rayon permet d'obtenir des taux de couplage dans les THz à une fréquence d'opération d'environ 200 GHz. Ce taux de couplage, également nommé constante de couplage, est beaucoup plus élevé que celui d'une transition excitonique, bien que le couplage avec les photons d'un seul dipôle magnétique, associé à un spin, est plus faible que celui associé à un dipôle électrique. Ceci s'explique par le fait que dans un matériau ferromagnétique, le phénomène quantique de l'interaction d'échange entre les spins mène à un blocage de spin, ce qui permet d'augmenter considérablement le couplage d'un ensemble de spins avec les photons. Pour un ensemble de  $N$  spins liés par l'interaction d'échange, la constante de couplage de cet ensemble est un facteur  $\sqrt{N}$  fois plus élevée que celle associée à un spin unique.

Sur la base de ces considérations théoriques, la première observation expérimentale de ce phénomène de fort couplage photon-magnon a eu lieu en 2013 à partir d'un cristal de grenat d'yttrium (YIG) de forme rectangulaire et dopé au gallium, placé sur un résonateur micro-ondes coplanaire supraconducteur fait de niobium [3]. L'expérience, se déroulant à une température de 50 mK, a permis d'atteindre une constante de couplage de 450 MHz à une fréquence de 9.3 GHz. La définition admise du régime de fort couplage est lorsque la constante de couplage entre les photons et les magnons est supérieure au taux de pertes associé à chacun des systèmes. Dans l'expérience décrite précédemment, le taux de pertes du cristal de YIG:Ga était de 50 MHz et le taux de pertes du résonateur était de 3 MHz, montrant bien l'atteinte du régime de fort couplage. Ceci constitue donc la première vérification que les systèmes de spins dominés par l'interaction d'échange peuvent être utilisés pour explorer le domaine de l'électrodynamique quantique en cavité.

Peu de temps par la suite, une autre équipe de chercheurs a démontré l'obtention d'un fort

couplage photon-magnon dans ce qu'ils nomment le régime quantique, c'est-à-dire avec un nombre moyen de magnons et de photons excités thermiquement ou extérieurement inférieur à 1 [4]. Le montage expérimental utilisé dans cette étude est celui qui sera de loin le plus utilisé dans les expériences de fort couplage photon-magnon et consiste en une sphère de YIG placée à l'intérieur d'une cavité micro-ondes.

Environ dans les mêmes temps que l'étude précédente, des chercheurs de l'Université Yale et de l'Université de sciences et technologie de Chine ont montré qu'avec le même montage expérimental d'une sphère de YIG dans une cavité micro-ondes, il est possible d'obtenir un fort couplage photon-magnon à température pièce [5]. Ce montage, relativement simple, est donc un moyen versatile pour étudier ce régime. Ils montrent ainsi l'obtention des oscillations de Rabi dans le domaine temporel, l'obtention de la transparence induite magnétiquement lorsque la constante de couplage est plus grande que le taux de pertes magnétiques mais plus petite que le taux de pertes photoniques, puis l'obtention de l'effet Purcell lorsque la constante de couplage est plus grande que le taux de pertes photoniques mais plus petite que le taux de pertes magnétiques. De plus, en variant la grosseur de la sphère de YIG dans la cavité, ils montrent qu'il est possible d'obtenir le régime d'ultra fort couplage photon-magnon, correspondant à une constante de couplage qui devient comparable à la fréquence d'excitation [6].

Quelques mois seulement après la parution de cet article, une étude a été publiée montrant la comparaison du régime de fort couplage photon-magnon dans le régime quantique et à température pièce [7]. Les chercheurs ont d'abord sondé leur système fortement couplé à une température d'environ 22 mK avec une fois de plus un nombre moyen de photons et de magnons inférieur à 1, puis ils ont sondé le même système à température pièce. À part une faible augmentation du taux de pertes du système magnétique à température pièce, les deux régimes ne semblent pas montrer de différences marquées, ce qui montre bien la robustesse du mode de résonance ferromagnétique face à la température. Cependant, selon nous, cette étude montre également que la distinction entre le régime quantique et le régime classique du fort couplage photon-magnon n'est pas très bien définie et qu'il faut demeurer prudents lors de l'interprétation de ces expériences comme présentant une nouvelle physique. Nous revenons sur cet aspect à la fin de notre revue de littérature.

Il n'en demeure pas moins que c'est à partir de ce moment que le nombre de publications concernant le fort couplage photon-magnon a déferlé. Plusieurs aspects du fort couplage ont été étudiés, par exemple l'obtention de constantes de couplage et de coopérativités très élevées [8–10], l'utilisation de résonateurs à anneau fendu (de l'anglais *split-ring resonator*) [11,12], l'utilisation de mesures dispersives plutôt que dissipatives [13,14], le développement de

nouveaux modèles décrivant le fort couplage d'un point de vue classique [15–17], l'obtention d'un fort couplage avec des modes magnétostatiques [18], l'utilisation du pompage de spin pour détecter, voire modifier, le fort couplage à partir d'un voltage [19–22], le couplage distant de deux sphères par l'intermédiaire d'un mode photonique [23], l'utilisation de matériaux autres que le YIG tels que des antiferromagnétiques et des métaux magnétiques [24–29] et bien d'autres aspects encore [30–36].

Les axes principaux de recherche concernant le fort couplage photon-magnon peuvent tout de même se décliner en 4 grandes catégories [37]. Le fort couplage en lui-même entre des magnons et des photons fait partie de la branche générale de l'électromagnonique de cavité, aussi appelé cavitronique de spin et spintronique de cavité [38]. Les autres catégories sont particulièrement intéressantes pour des applications technologiques puisqu'elles font intervenir une interaction avec un troisième système. Tout d'abord, par l'utilisation des interactions magnétostrictives, il est également possible de créer une interaction forte entre le système photon-magnon et des phonons, donnant lieu au domaine nouvellement nommé de magnomécanique de cavité [39–41]. Puis, en utilisant le fait que le dipôle électrique d'un qubit supraconducteur peut interagir avec le même mode photonique que celui utilisé pour interagir avec les magnons, il est possible de coupler les magnons à un qubit supraconducteur, ce qui est l'objet d'études du domaine récent de la magnonique quantique [42–44]. Enfin, en utilisant les interactions magnéto-optiques, il est possible de faire interagir le système magnon-photon micro-ondes avec un système constitué de photons optiques, donnant ainsi lieu au nouveau domaine de l'optomagnonique de cavité [45–50].

Les deux dernières catégories ont reçu beaucoup d'attention car elles pourraient avoir des applications importantes dans les domaines des senseurs quantiques et du traitement de l'information quantique. Concernant la magnonique quantique, il a été démontré qu'il était possible de mesurer les quanta de magnons dans une sphère de YIG en couplant celle-ci de manière cohérente avec un qubit supraconducteur dans une cavité micro-ondes, en utilisant le régime dispersif [51]. Du côté des senseurs quantiques, les auteurs ont démontré la possibilité de mesurer l'équivalent d'un seul renversement de spin parmi les  $10^{19}$  spins formant la sphère de YIG. Du point de vue de l'information quantique, cela démontre également la possibilité d'encoder l'état d'un qubit dans une superposition cohérente d'états magnoniques. Une étude subséquente est allée plus loin en démontrant la détection d'un seul magnon à partir d'une mesure unique de l'état du qubit [52]. Cette étude mentionne avoir atteint une efficacité quantique de 0.71 pour le détecteur quantique, ce qui en fait l'équivalent d'un détecteur de photon unique en magnonique. Récemment, une étude théorique est parue sur l'archive ouverte de prépublications électroniques *arXiv* proposant la génération d'une intrication non locale et macroscopique entre deux systèmes hybrides formés chacun d'un mode

magnonique d'une sphère ferromagnétique et d'un qubit supraconducteur placés dans une cavité micro-ondes [53]. Les deux cavités sont liées entre elles par un câble micro-ondes. Leur étude suggère donc qu'il est possible d'obtenir un couplage cohérent entre deux systèmes quantiques hybrides, ce qui est intéressant pour le développement de réseaux quantiques.

Cet aspect de réseaux quantiques nous mène à nous intéresser au nouveau domaine de l'optomagnonique de cavité qui, comme nous l'avons mentionné, étudie les couplages d'un système triple constitué de photons micro-ondes, de magnons et de photons optiques. Dans le cadre des réseaux quantiques, les photons optiques constituent le meilleur support pour transporter l'information quantique [54], ce qui implique que l'obtention d'une conversion cohérente et bidirectionnelle entre les photons micro-ondes et les photons optiques est un aspect important par exemple pour mettre en réseau les processeurs quantiques basés sur les qubits supraconducteurs [55]. Cela pourrait permettre d'atteindre le nombre de qubits physiques nécessaires pour implémenter la correction d'erreur quantique [56] et donc d'avoir des ordinateurs quantiques avec suffisamment de qubits logiques pour surpasser les supercalculateurs actuels dans certains types de problèmes, par exemple en chimie, en logistique, en apprentissage machine et en finance [57].

Plusieurs systèmes sont présentement à l'étude pour effectuer cette conversion cohérente et bidirectionnelle de photons micro-ondes vers photons optiques [58]. Dans le cadre du fort couplage photon-magnon, elle a d'abord été étudiée dans un système où un faisceau laser est envoyé au travers d'une sphère de YIG qui est placée dans une cavité micro-ondes [59]. Les photons micro-ondes sont d'abord fortement couplés aux magnons de la sphère de YIG, puis par l'intermédiaire de l'effet Faraday que subit le laser traversant la sphère, ils sont couplés aux photons optiques du laser. Ce montage est utile pour montrer le principe de base de l'optomagnonique de cavité, mais le système proposé est limité par le faible taux de couplage entre les magnons et les photons optiques. Puisque l'une des limitations vient du fait que le laser ne traverse qu'une seule fois la sphère, les propositions suivantes se sont plutôt basées sur les modes de galerie que supporte une sphère de YIG [60]. De cette manière, puisque les photons optiques sont résonants dans ce système triplement résonant, un meilleur couplage entre les magnons et les photons optiques est obtenu. Ce couplage demeure cependant trop faible pour l'instant pour être intégré dans les technologies quantiques. Ce sujet demeure un axe de recherche important, avec plusieurs propositions pour améliorer le couplage magnon-photon optique, par exemple l'utilisation de textures magnétiques comme des vortex [61], la création de modes magnoniques de galerie [62] ou l'utilisation de résonances de Mie optiques dans une sphère ferromagnétique [63].

L'étude du fort couplage photon-magnon en soi a également mené à des propositions de

nouveaux dispositifs technologiques se basant sur les principes sous-jacents de ce régime. Plusieurs exemples illustrent la richesse de ce domaine. Nous pouvons d’abord mentionner la proposition d’un dispositif logique permettant de contrôler l’amplitude des polaritons magnétiques de cavité en encodant la phase du signal micro-ondes d’entrée dans une double cavité croisée, donnant lieu à un analogue de l’effet Hall où la propagation des polaritons est déviée transversalement [64]. Un autre exemple est celui de l’obtention d’une mémoire quantique multimodale avec un long temps de vie afin de répondre au problème des temps de cohérences relativement courts dans les circuits supraconducteurs [65]. Cette mémoire est créée en positionnant plusieurs sphères de YIG dans une cavité et en utilisant des bobines magnétiques sous chacune d’elles afin de modifier légèrement la condition de résonance de chaque sphère par rapport à celle de ses voisines. Cela permet de conserver l’information contenue dans les photons micro-ondes de façon cohérente dans le mode sombre de résonance des sphères qui est découplé de la cavité, permettant ainsi d’atteindre des temps de vie relativement grands. Très récemment, le phénomène de fort couplage photon-magnon a même été utilisé dans la recherche fondamentale en physique pour tenter de détecter les axions, qui sont des particules hypothétiques qui pourraient être à l’origine de la matière noire dans l’univers [66, 67].

Au-delà des applications technologiques, le fort couplage photon-magnon a également son importance pour améliorer la compréhension des systèmes fortement couplés d’une manière générale. Par exemple, en 2018, une étude a démontré l’observation expérimentale d’une attraction de niveau, par opposition à la répulsion de niveau qui est couramment observée et attendue dans les expériences de fort couplage [68]. Cette attraction de niveau n’a, semble-t-il, jamais été observée auparavant dans d’autres systèmes pouvant être décrits comme des oscillateurs fortement couplés. Cette observation a été décrite initialement à l’aide d’un modèle simple d’oscillateurs couplés, mais l’origine physique de cette attraction de niveau, observée à une autre reprise par un autre groupe de chercheurs [69], n’était pas encore élucidée. L’explication physique a finalement été apportée en 2019 et celle-ci fait intervenir un troisième système hautement dissipatif, en l’occurrence un mode photonique caché ayant un facteur de qualité très faible, pour expliquer l’origine de l’attraction de niveau [70]. Puisqu’il suffit d’avoir un système de trois oscillateurs couplés avec l’un d’eux hautement dissipatif pour observer l’attraction de niveau, celle-ci devrait également pouvoir être observée dans d’autres systèmes, par exemple les systèmes optomécaniques.

Nous terminons notre tour d’horizon des apports liés à l’étude du fort couplage photon-magnon en discutant d’un aspect intéressant et relativement nouveau, soit celui des points exceptionnels dans les systèmes photon-magnon fortement couplés. Les discussions concernant cet aspect ont débuté au courant de l’année 2017 [71–73]. Les points exceptionnels sont

une caractéristique des systèmes pouvant être décrits par un Hamiltonien non-Hermitien, ce qui signifie que ces systèmes ne conservent pas l'énergie. Ils peuvent être compris comme une sorte de dégénérescence où deux modes du système s'unissent pour n'en former qu'un seul. Par exemple, dans un système constitué d'une sphère de YIG placée dans une cavité micro-ondes, la capacité de modifier la constante du couplage du système par l'emplacement de la sphère dans la cavité ou par la direction du champ magnétique externe permet d'arriver à un jeu de paramètres, en combinaison avec le taux de pertes de la cavité et le taux de pertes de la sphère, où les deux modes du système s'unissent [71].

La polyvalence des systèmes photon-magnon a mené à des propositions théoriques intéressantes comme celle de créer un point exceptionnel d'ordre supérieur en plaçant deux sphères dans une cavité possédant deux ports. En plaçant un gain sur le mode de cavité par l'absorption cohérente parfaite de deux champs d'entrée dans la cavité, le système obtenu est équivalent à celui décrit par un Hamiltonien pseudo-Hermitien ne possédant pas la symétrie  $\mathcal{PT}$  (Parité-Temps) [74]. Une autre étude théorique a démontré qu'en plaçant plutôt un gain au niveau de l'une des deux sphères placées dans la cavité, il est possible d'obtenir un magnétomètre ultrasensible par l'utilisation des points exceptionnels [75]. L'obtention d'un gain sur le mode magnonique de l'une des sphères pourrait se faire par l'utilisation du phénomène de transfert de spin à partir d'un courant alternatif pour amplifier les oscillations de l'aimantation.

De manière générale, les systèmes non-Hermitien auraient comme avantage sur les systèmes Hermitien d'être plus sensibles à une perturbation, en particulier dans l'entourage d'un point exceptionnel [76]. Cependant, trouver le bon jeu de paramètres donnant lieu à un point exceptionnel peut s'avérer difficile expérimentalement. La démonstration récente de l'obtention d'une surface complète de points exceptionnels dans un espace de paramètres à 4 dimensions dans un système photon-magnon fortement couplé est donc un aspect encourageant pour les futures explorations dans ce domaine [77]. Cet espace 4D possède deux dimensions liées à la position de la sphère dans la cavité, une dimension liée à l'intensité du champ magnétique externe et une dimension liée à sa direction dans le plan formé par les deux dimensions spatiales. Il est toutefois pertinent de souligner qu'il subsiste encore des doutes quant à la capacité d'un système non-Hermitien, opéré près d'un point exceptionnel, d'améliorer la sensibilité d'un dispositif [78].

Nous avons commencé cette revue de littérature en utilisant les mots d'histoire récente du fort couplage photon-magnon pour souligner le fait que ce phénomène était connu bien avant 2010, d'un point de vue classique. En fait, le couplage photon-magnon dans des cavités hyperfréquences est la base des techniques de spectroscopie de résonance paramagnétique (EPR

pour *Electron Paramagnetic Resonance*) et de résonance ferromagnétique (FMR pour *Ferro-Magnetic Resonance*), connues et utilisées depuis le début des années 50 [79–92]. Cependant, cet aspect ressort très peu, voire pas du tout, dans les études portant sur le fort couplage photon-magnon que nous avons citées.

Il est vrai qu’historiquement, les utilisateurs des techniques EPR et FMR ont surtout essayé d’éviter le régime de fort couplage, pour exploiter la théorie des perturbations, qui permet d’obtenir assez directement la susceptibilité magnétique d’un échantillon paramagnétique ou ferromagnétique, à partir de la perturbation de la réponse d’une cavité [93–95]. Or, déjà dans les années 60, la théorie classique du fort couplage photon-magnon, qui ne portait pas ce nom à cette époque, était bien établie à partir des équations de Maxwell et de l’équation du mouvement de Landau-Lifshitz-Gilbert [96,97]. Cette théorie, étudiée expérimentalement [98] et reprise quelques années plus tard pour décrire le comportement d’isolants magnétiques dans des cavités micro-ondes [99], a même mené à des applications technologiques tirant directement profit du fort couplage des modes, par exemple pour la fabrication d’un isolateur à base de YIG pouvant fonctionner à haute puissance sans être négativement impacté par les phénomènes non linéaires survenant usuellement à ces puissances [100].

Cela est un aspect important à souligner selon nous, car bien que le traitement moderne du phénomène de fort couplage photon-magnon ait mené et mènera à des applications nouvelles et intéressantes, certains aspects de la recherche que nous avons présentée plus tôt et qui est présentée dans les articles comme nouvelle pourraient plutôt être vus comme une redécouverte de la physique déjà connue sous le nom de polariton magnétique [101–107].

## 1.2 Objectifs de recherche et méthodologie

Pour bien comprendre les objectifs de recherche visés par la thèse, il est d’abord important de mettre en contexte la manière dont nous en sommes venus à nous intéresser au phénomène de fort couplage photon-magnon. L’une des expertises du Laboratoire de magnétisme de Polytechnique Montréal est la fabrication et la caractérisation des réseaux de nanofils ferromagnétiques. Ces réseaux, comme le nom l’indique, sont formés par un agencement de nanofils ferromagnétiques dans une membrane diélectrique non magnétique. Le comportement électromagnétique des réseaux de nanofils est régi entre autres par l’interaction dipolaire entre chacun des nanofils constituant le réseau.

Antérieurement aux travaux contenus dans cette thèse, le comportement des réseaux de nanofils était majoritairement étudié jusqu’à la bande Ka, c’est-à-dire pour des fréquences limitées à 40 GHz. Les travaux préliminaires à la thèse que nous avons effectués visaient à

étudier le comportement des réseaux de nanofils dans la bande V, c'est-à-dire entre 50 GHz et 75 GHz, afin de mieux comprendre le comportement des pertes de ces réseaux à plus haute fréquence. Ces travaux préliminaires ont mis en lumière des phénomènes de couplage inattendus et inexplicables dans les spectres de résonance ferromagnétique. L'accent de nos travaux a donc changé pour se concentrer sur la recherche de l'origine de ces phénomènes de couplage et d'une explication pouvant rendre compte des observations effectuées.

Notre hypothèse initiale, après avoir éliminé un certain nombre d'entre elles, étant que ces couplages provenaient d'un mode photonique inconnu, il a été décidé que notre axe de recherche serait l'étude du fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils ferromagnétiques. Cette étude vient s'insérer directement dans l'élan que possède actuellement le régime de fort couplage photon-magnon et est pertinente entre autres parce que les réseaux de nanofils sont des matériaux intéressants d'un point de vue technologique, comme nous le détaillons au Chapitre 5. L'intégration du régime de fort couplage photon-magnon à l'étude du comportement électromagnétique des réseaux de nanofils ferromagnétiques n'a jamais, au meilleur de nos connaissances, été effectuée auparavant, apportant ainsi l'unicité de notre travail de recherche.

Dans cette optique, l'objectif principal de la thèse est de clarifier l'origine du couplage observé dans les réseaux de nanofils ferromagnétiques et d'établir les conditions d'obtention d'un fort couplage. Un certain nombre d'objectifs secondaires en découlent :

1. Étudier expérimentalement le régime de fort couplage photon-magnon en présence d'une forte interaction dipolaire entre les modes magnétiques.
2. Généraliser la théorie du fort couplage photon-magnon pour inclure les effets de l'interaction dipolaire sur la force de leur couplage avec la cavité.
3. Exploiter la théorie pour expliquer le fort couplage observé dans les réseaux de nanofils.
4. Explorer les conséquences de la théorie sur l'explication de la largeur de résonance des réseaux de nanofils.

Finalement, un objectif pédagogique implicite de la thèse est de clarifier le lien qui existe entre le formalisme traditionnel utilisé dans les expériences de résonance magnétique en cavité et le formalisme plus moderne qui emprunte au langage de l'électrodynamique quantique.

Le premier sous-objectif de l'objectif principal est l'étape initiale pour comprendre comment l'interaction dipolaire entre les nanofils d'un réseau peut venir influencer l'obtention d'un fort couplage photon-magnon dans ce dernier. Pour comprendre l'effet de cette interaction dipolaire, un système simplifié par rapport aux réseaux de nanofils sera utilisé. Ce système simplifié sera constitué de deux sphères de YIG placées dans une cavité micro-ondes.

La caractérisation du régime de fort couplage en fonction du degré d'interaction dipolaire entre les sphères permettra de jeter les bases pour atteindre le deuxième sous-objectif visant à inclure cet effet dans la théorie du fort couplage photon-magnon qui est déjà bien établie pour un seul objet ferromagnétique dans une cavité. Cette extension du formalisme théorique sera utile dans le cadre des réseaux de nanofils ferromagnétiques, qui généralisent en quelque sorte le système de deux sphères. De plus, l'aspect de l'interaction dipolaire dans les systèmes photon-magnon fortement couplés a reçu peu d'attention dans la littérature récente, malgré le fait que plusieurs propositions utilisent des cavités micro-ondes contenant plusieurs sphères de YIG. Les deux premiers sous-objectifs nous permettent donc d'adresser cette situation.

Le troisième sous-objectif peut se décliner en deux parties. D'une part, nous devons vérifier l'hypothèse selon laquelle les phénomènes de couplage observés ont comme origine un mode photonique. Pour y parvenir, des études concernant l'impact de la modification de certains paramètres expérimentaux seront menées. D'autre part, que notre hypothèse soit confirmée ou infirmée, le fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils ferromagnétiques demeure une possibilité intéressante à poursuivre d'un point de vue autant fondamental que technologique. La théorie que nous aurons développée nous aidera à établir les conditions d'obtention de ce régime dans les réseaux de nanofils.

Les conditions d'obtention d'un fort couplage dépendent de la capacité d'obtenir un mode photonique couplant assez fortement avec le mode magnonique pour que la constante de couplage du système hybride soit plus grande que les taux de pertes de chaque système individuel. Le dernier sous-objectif vise donc de permettre une étude plus systématique de la largeur de résonance des réseaux de nanofils, en ne se limitant pas au régime des faibles perturbations. Concernant cette largeur de résonance, des études à haute fréquence d'excitation seront menées afin d'accroître la compréhension encore limitée des mécanismes d'élargissement.

### 1.3 Organisation de la thèse

La thèse est composée de six chapitres principaux, le présent chapitre étant le premier. Le Chapitre 2 décrit en détail la théorie du fort couplage photon-magnon. D'abord, un point de vue général du formalisme théorique de deux oscillateurs couplés est présenté. Nous introduisons également dans ce chapitre la notion de polariton magnétique et établissons la correspondance entre cette notion, déjà exploitée dans les années 60, et la notion récente de fort couplage photon-magnon. Nous établissons par la suite le traitement classique complet du couplage d'une onde électromagnétique avec une onde magnétostatique à partir des équations de Maxwell et de l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert. Nous faisons enfin le parallèle entre la théorie classique de ce phénomène et le traitement quantique basé sur le formalisme

d'entrée-sortie.

Le Chapitre 3 présente les montages expérimentaux ayant été utilisés pour obtenir les résultats présentés dans cette thèse. Puisque ces résultats expérimentaux viennent directement d'expériences de résonance ferromagnétique, nous passons en revue la théorie sous-jacente à la résonance ferromagnétique et présentons le parallèle entre celle-ci et les quantités mesurées au laboratoire. Les résultats expérimentaux pour le fort couplage photon-magnon entre notre cavité micro-ondes et une seule sphère de YIG sont présentés et sont comparés avec le coefficient de réflexion théorique établi au chapitre précédent afin d'établir la correspondance entre la théorie et l'expérimental.

Les deux premiers sous-objectifs de la thèse sont adressés au Chapitre 4. Nous présentons d'abord les résultats expérimentaux obtenus lorsque deux sphères de YIG sont placées dans une cavité micro-ondes, pour plusieurs valeurs de distance entre les sphères afin de faire varier la force de l'interaction dipolaire. Nous partons ensuite de la théorie du fort couplage photon-magnon pour inclure l'effet de l'interaction dipolaire et comparons le nouveau modèle aux résultats expérimentaux. Le nouveau modèle théorique repose sur le couplage du mode uniforme de résonance avec les modes magnétostatiques, ce que nous traitons de manière rigoureuse à partir de l'équation de Landau-Lifshitz.

Les travaux concernant les deux derniers sous-objectifs sont contenus dans le Chapitre 5. Ce chapitre aborde plusieurs aspects concernant les réseaux de nanofils ferromagnétiques, notamment leur intérêt scientifique, leur fabrication, leurs paramètres géométriques et leurs propriétés effectives. Nous détaillons également les observations expérimentales préliminaires ayant mené aux travaux contenus dans cette thèse. L'utilisation de simulations par éléments finis permet de démontrer la possibilité d'obtenir un fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils, ouvrant donc la voie à de futurs travaux exploitant cet effet.

Finalement, au Chapitre 6, nous résumons les principaux résultats obtenus dans cette thèse et décrivons explicitement les contributions originales contenues dans celle-ci. Nous discutons également de plusieurs perspectives prometteuses pour de futurs travaux.

#### **1.4 Communications scientifiques reliées à la thèse**

Les travaux contenus dans cette thèse ont mené à diverses communications scientifiques. Celles-ci sont détaillées ci-dessous.

##### **Publication dans une revue avec comité de lecture**

A. Morin, C. Lacroix et D. Ménard, "Effect of dipolar interactions on cavity magnon polari-

tons”, *Physical Review B*, **102**(22), 224421 (2020).

Cet article présente les principaux résultats obtenus au Chapitre 4 concernant le régime de fort couplage photon-magnon en présence d’une forte interaction dipolaire. Nous montrons que notre approche rigoureuse concernant le couplage du mode uniforme de résonance avec les modes magnétostatiques d’une sphère de YIG, une fois intégrée dans la théorie du fort couplage photon-magnon, permet de reproduire avec une bonne précision les résultats expérimentaux.

Un autre article, portant sur les résultats obtenus avec les réseaux de nanofils ferromagnétiques et présentés au Chapitre 5, est actuellement en préparation.

### **Publication dans un compte-rendu de conférence**

A. Morin, C. Lacroix et D. Ménard, “Strong coupling of electromagnetic and magnetic modes in a tunable waveguide cavity”, *17<sup>th</sup> International Symposium on Antenna Technology and Applied Electromagnetics*, Montréal (Canada), 10 – 13 juillet (2016).

### **Conférences sans compte-rendu**

A. Morin, C. Lacroix et D. Ménard, “Effect of dipolar interaction in strongly coupled photon-magnon systems of two yttrium iron garnet spheres”, *Magnetic North VI*, Gimli (Canada), 11 – 14 juin (2019).

D. Ménard, A. Morin, M.-A. Jalbert, C. Lacroix, “Ferromagnetic resonance in arrays of ferromagnetic nanowires”, *Magnetic North V*, Colorado Springs (États-Unis), 26 – 30 juin (2016).

## CHAPITRE 2 THÉORIE DU FORT COUPLAGE PHOTON-MAGNON

Le fort couplage photon-magnon, comme son nom l'indique, traite d'abord d'une interaction entre un photon et un magnon. Ces termes désignent des objets quantiques, un photon étant un quantum d'énergie associé aux ondes électromagnétiques alors qu'un magnon est un quantum d'énergie associé aux ondes de spin. En adoptant un point de vue classique, le fort couplage photon-magnon est ainsi équivalent au fort couplage entre un mode électromagnétique, provenant par exemple d'une cavité micro-ondes, et un mode magnétostatique, provenant par exemple d'un échantillon ferromagnétique. Cette équivalence permet donc de décrire ce phénomène à l'aide de différents modèles.

L'approche quantique est généralement utilisée dans la littérature récente afin de décrire adéquatement le comportement des technologies quantiques envisagées à partir de ce phénomène. Or, ce phénomène de fort couplage peut également être décrit rigoureusement par une approche classique basée sur les équations de Maxwell pour les ondes électromagnétiques et l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert pour les ondes de spin. Le but de ce chapitre est d'initier le lecteur à ces deux approches distinctes en effectuant une synthèse de la théorie du fort couplage photon-magnon contenue dans plusieurs références clés qui sont indiquées explicitement. Nous montrons d'ailleurs que les deux approches sont équivalentes dans les limites appropriées, comme nous pouvons nous y attendre.

Afin de permettre un premier contact en douceur avec les concepts qui seront utilisés au cours du chapitre et de permettre le développement d'une certaine intuition physique quant à ces phénomènes de fort couplage, nous proposons d'abord une approche phénoménologique au problème basée sur un modèle de deux oscillateurs couplés. Ce modèle, en plus d'être pédagogique, sera entre autres pertinent et utile lors de l'analyse des résultats expérimentaux.

### 2.1 Approche phénoménologique

Le fort couplage photon-magnon peut être décrit conceptuellement en faisant d'abord abstraction de la nature des deux systèmes en interaction, c'est-à-dire, dans notre cas, sans introduire toute de suite la notion de photon et de magnon. Nous considérons, à la Section 2.1.1, que chacun des systèmes peut être décrit de manière équivalente par un oscillateur harmonique simple et nous nous intéressons au comportement global du système lorsque ces oscillateurs sont mis en interaction.

À la Section 2.1.2, nous établissons un parallèle direct entre le système d'oscillateurs couplés

et un système quantique à deux niveaux. Cette correspondance est importante car elle permet de mettre en perspective les travaux présentés dans la littérature concernant les systèmes à deux niveaux, qui ne sont pas forcément quantiques.

### 2.1.1 Oscillateurs couplés : modèle mécanique

Le fort couplage photon-magnon représente un couplage entre deux systèmes distincts : les photons et les magnons. Chacun de ces systèmes peut être vu comme un oscillateur harmonique résonant à une fréquence bien définie. Un modèle simple d'oscillateurs harmoniques est celui de masses  $m$  attachées à des ressorts de raideur  $k_A$  et  $k_B$ , donnant lieu à des fréquences de résonance naturelles  $\omega_A = \sqrt{k_A/m}$  et  $\omega_B = \sqrt{k_B/m}$ . Pour introduire un couplage entre les deux oscillateurs, il suffit de lier les deux masses entre elles par un troisième ressort de raideur  $k_g$ , tel qu'illustré à la Figure 2.1. Nous nous intéressons aux modes propres de résonance d'un

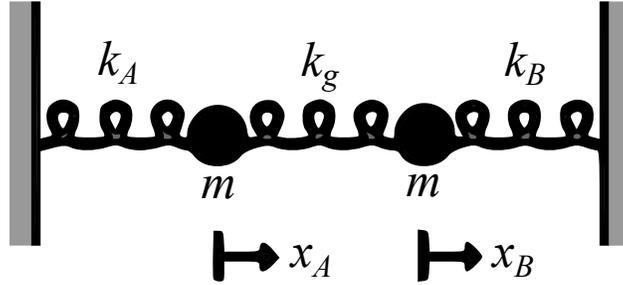


Figure 2.1 Représentation de deux oscillateurs caractérisés par une masse identique  $m$  attachée au bout de ressorts de raideur  $k_A$  et  $k_B$ . Les deux oscillateurs sont couplés par un troisième ressort de raideur  $k_g$ .

tel système, c'est-à-dire sans oscillations forcées, en négligeant pour l'instant les pertes du système. En utilisant deux masses identiques et en introduisant la quantité  $\delta k$  de manière à écrire  $k_A = \bar{k} - \delta k$  et  $k_B = \bar{k} + \delta k$  où  $\bar{k}$  est la moyenne de  $k_A$  et  $k_B$ , le système peut être entièrement décrit par deux équations du mouvement [108],

$$\frac{d^2 x_A}{dt^2} + (\omega_p^2 - \omega_d^2)x_A - \omega_g^2 x_B = 0, \quad (2.1)$$

$$\frac{d^2 x_B}{dt^2} + (\omega_p^2 + \omega_d^2)x_B - \omega_g^2 x_A = 0, \quad (2.2)$$

où  $\omega_p^2 = (\bar{k} + k_g)/m$  représente la fréquence porteuse,  $\omega_d^2 = \delta k/m$  représente la fréquence de désaccord (en anglais, *detuning*) et  $\omega_g^2 = k_g/m$  représente la fréquence de couplage. En supposant un mouvement harmonique de la forme  $e^{-i\omega t}$  des deux masses, le système peut

être réécrit sous la forme matricielle

$$\begin{bmatrix} \omega^2 - (\omega_p^2 - \omega_d^2) & \omega_g^2 \\ \omega_g^2 & \omega^2 - (\omega_p^2 + \omega_d^2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_A \\ x_B \end{bmatrix} = 0. \quad (2.3)$$

Les valeurs propres du système, illustrées à la Figure 2.2(a), sont calculées à partir du déterminant de la matrice et sont données par

$$\omega_{\pm}^2 = \omega_p^2 \mp (\omega_d^4 + \omega_g^4)^{1/2}. \quad (2.4)$$

La Figure 2.2(a) montre l'effet du couplage entre les deux oscillateurs. Nous observons

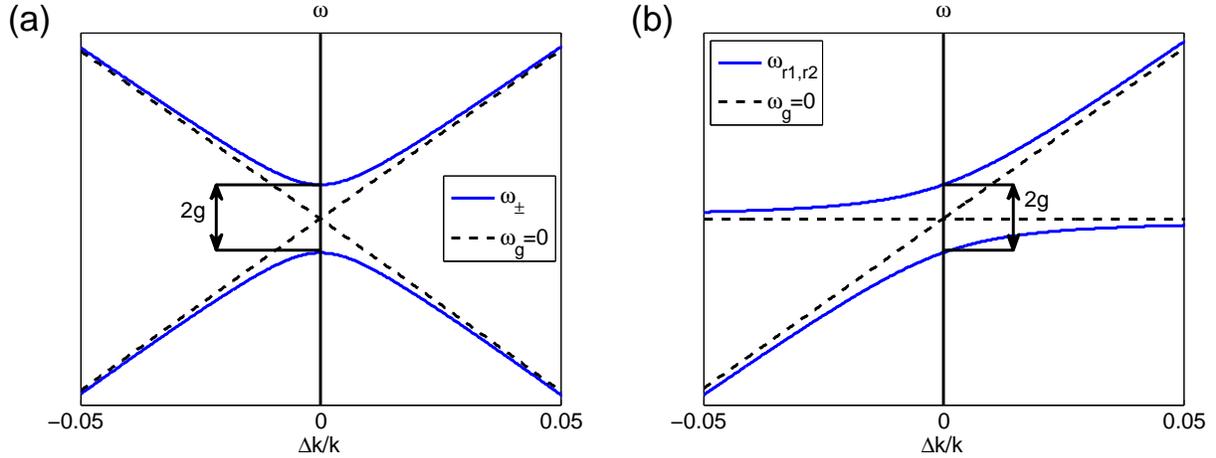


Figure 2.2 (a) Valeurs propres  $\omega_{\pm}$  d'un système de deux oscillateurs couplés par un ressort de raideur  $k_g = \bar{k}/100$  en fonction du désaccord  $\delta k$  entre les deux oscillateurs. (b) Valeurs propres  $\omega_{r1,r2}$  lorsqu'un seul des deux oscillateurs permet l'accordabilité de sa fréquence de résonance.

l'ouverture d'un gap lorsque le désaccord est nul, aussi appelé anticroisement ou répulsion de niveau (de l'anglais *level repulsion*). La Figure 2.2(b) représente la situation lorsqu'un seul des deux oscillateurs permet l'accordabilité de sa fréquence de résonance. Cette situation, représentative des polaritons magnétiques de cavité, est discutée plus loin.

En utilisant un développement de Taylor sur les valeurs propres, nous trouvons que l'ouverture du gap est directement lié au ressort de couplage initialement introduit entre nos deux

oscillateurs. Pour  $\omega_d = 0$ , nous avons

$$\omega_+ = \sqrt{\omega_p^2 - \omega_g^2} \approx \omega_p - \frac{\omega_g^2}{2\omega_p}; \quad (2.5)$$

$$\omega_- = \sqrt{\omega_p^2 + \omega_g^2} \approx \omega_p + \frac{\omega_g^2}{2\omega_p}. \quad (2.6)$$

L'écart entre les branches est défini de manière usuelle par  $2g$ , où  $g$  désigne la constante de couplage du système. Dans le cas de nos deux oscillateurs couplés, nous avons donc que

$$2g = \omega_- - \omega_+ = \frac{\omega_g^2}{\omega_p}. \quad (2.7)$$

Toujours dans le cas où nous avons un désaccord nul entre les deux oscillateurs, c'est-à-dire lorsque  $\omega_d = 0$ , nous avons que les modes propres du système correspondent à

$$x_+ = x_A + x_B; \quad (2.8)$$

$$x_- = x_B - x_A. \quad (2.9)$$

Le premier mode propre,  $x_+$ , correspond à la situation où le mouvement des deux oscillateurs est en phase. La fréquence de résonance de ce mode est  $\omega_+ = \sqrt{\bar{k}/m}$ . Le mode propre  $x_-$ , à l'inverse, correspond à la situation où le mouvement des deux oscillateurs est hors phase, donnant lieu à une fréquence de résonance  $\omega_- = \sqrt{(\bar{k} + 2k_g)/m}$ . Nous avons donc que  $\omega_+ < \omega_-$ .

En réintroduisant maintenant un désaccord  $\omega_d$  et en supposant que  $\omega_p \gg \omega_d, \omega_g$ , l'utilisation d'un développement de Taylor sur l'expression des valeurs propres donnée à l'équation (2.4) mène aux nouvelles valeurs propres

$$\omega_{\pm} \approx \omega_p \mp \left( g^2 + \frac{\omega_d^4}{4\omega_p^2} \right)^{1/2}. \quad (2.10)$$

En introduisant la quantité

$$\delta\omega = \frac{\omega_d^2}{2\omega_p}, \quad (2.11)$$

notre système initial, décrit par l'équation (2.3), devient identique au système simplifié suivant :

$$\begin{bmatrix} \omega - (\omega_p - \delta\omega) & g \\ g & \omega - (\omega_p + \delta\omega) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_A \\ x_B \end{bmatrix} = 0. \quad (2.12)$$

Ce nouveau système possède les mêmes valeurs propres que le système initial, dans l'approxi-

mation  $\omega_p \gg \omega_d, \omega_g$ . De plus, lorsque  $\omega_d = 0$ , les deux systèmes partagent les mêmes modes propres. Le nouveau système, en plus de s'appliquer au contexte de fort couplage photon-magnon, comme nous le verrons à la Section 2.2.1, permet également d'explorer facilement, de manière phénoménologique, la physique des systèmes couplés.

Par exemple, nous pouvons étudier le comportement d'un système constitué d'un oscillateur de fréquence fixe et d'un oscillateur permettant l'accordabilité de sa fréquence de résonance. Dans ce contexte, la résolution de l'équation

$$\begin{vmatrix} \omega - \omega_p & g \\ g & \omega - (\omega_p + \delta\omega) \end{vmatrix} = 0, \quad (2.13)$$

mène aux fréquences de résonance  $\omega_{r1}$  et  $\omega_{r2}$  données par

$$\omega_{r1,r2} = \omega_p + \frac{\delta\omega}{2} \pm \left( g^2 + \frac{\delta\omega^2}{4} \right)^{1/2}. \quad (2.14)$$

Ces fréquences de résonance sont illustrées à la Figure 2.2(b), où nous avons utilisé les mêmes paramètres que ceux utilisés à la Figure 2.2(a). En particulier, pour un désaccord nul ( $\delta\omega = 0$ ), nous retrouvons l'écart d'une valeur de  $2g$  entre les deux branches de résonance.

Nous pouvons ajouter des pertes sur chaque oscillateur par l'introduction des quantités  $-i\kappa_1$  et  $-i\kappa_2$  aux fréquences de résonance naturelles de chaque oscillateur. En définissant les pertes moyennes par  $\bar{\kappa} = (\kappa_1 + \kappa_2)/2$  et l'écart absolu entre les pertes et leur moyenne par  $\delta\kappa = |\kappa_1 - \kappa_2|/2$ , notre système, dans le contexte d'un désaccord nul, peut s'écrire sous la forme

$$\begin{bmatrix} \omega - (\omega_p - i(\bar{\kappa} + \delta\kappa)) & g \\ g & \omega - (\omega_p - i(\bar{\kappa} - \delta\kappa)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_A \\ x_B \end{bmatrix} = 0. \quad (2.15)$$

La résolution de ce système mène aux valeurs propres

$$\omega_{r1,r2} = \omega_p - i\bar{\kappa} \pm \sqrt{g^2 - \delta\kappa^2}. \quad (2.16)$$

Cette analyse permet d'abord de voir qu'il existe une relation entre le couplage et les pertes. Par exemple, si l'un des deux systèmes couplés ne possède aucune perte, alors le maximum de pertes que peut posséder l'autre oscillateur, avant que les deux branches distinctes n'en forment qu'une seule, est donné par  $\kappa_j = 2g$ , où l'indice  $j$  peut désigner l'un ou l'autre des oscillateurs. Normalement, le régime de fort couplage est défini par une constante de couplage  $g$  plus grande que les pertes individuelles de chaque système, c'est-à-dire  $g > \kappa_1, \kappa_2$ . Un système cohérent est ainsi défini par une coopérativité  $C$  plus grande que l'unité, où

$$C = g^2/(\kappa_1\kappa_2).$$

L'équation (2.16) fait ressortir une analogie avec la notion de points exceptionnels dans les systèmes quantiques, qui ont suscité un intérêt scientifique dans la littérature récente [71–73]. L'aspect central de cette analogie est que lorsque  $g = \delta\kappa$ , nous avons  $\omega_{r1} = \omega_{r2}$ , ce qui indique que les deux modes propres, initialement distincts, sont maintenant dégénérés. Dans un système où l'un des deux oscillateurs présente un gain plutôt que des pertes, il est possible d'atteindre la condition  $g = \delta\kappa$  tout en restant dans le régime de fort couplage.

Nous pouvons donc constater qu'un système simple de deux oscillateurs couplés, basé sur des masses et des ressorts, est un terrain de jeu polyvalent pour explorer divers concepts liés à la dynamique de systèmes physiques pouvant être décrits par un mouvement harmonique. Dans la prochaine section, nous verrons que notre système est également similaire à un système quantique à deux niveaux.

### 2.1.2 Analogie classique d'un système quantique à deux niveaux

Nous nous intéressons dans cette section à une particule de spin 1/2 soumise à un champ magnétique et montrons que le système quantique à deux niveaux qui en découle est similaire au système de deux oscillateurs couplés que nous avons décrit précédemment. Suivant la convention habituelle et le traitement effectué à la référence [109], nous avons l'opérateur de spin  $\hat{\mathbf{S}} = \hat{S}_x\hat{\mathbf{x}} + \hat{S}_y\hat{\mathbf{y}} + \hat{S}_z\hat{\mathbf{z}}$ , où chaque composante peut être décrite à partir des matrices de Pauli suivant  $\hat{S}_{x,y,z} = (\hbar/2)\hat{\sigma}_{x,y,z}$ . Les matrices de Pauli sont données par

$$\hat{\sigma}_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix} ; \quad \hat{\sigma}_y = \begin{bmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{bmatrix} ; \quad \hat{\sigma}_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}. \quad (2.17)$$

Les vecteurs propres sont dénotés par  $|+\rangle$  et  $|-\rangle$ , de sorte que

$$\hat{S}_z|+\rangle = \frac{\hbar}{2}|+\rangle \quad \text{et} \quad \hat{S}_z|-\rangle = -\frac{\hbar}{2}|-\rangle. \quad (2.18)$$

Considérons maintenant un système isolé constitué d'un spin 1/2 dont l'état fondamental est d'énergie  $E_f = \hbar\omega_f$ . En appliquant un champ magnétique  $B_0$  selon  $\hat{\mathbf{z}}$ , cela a pour effet de lever la dégénérescence entre les deux états de spin. L'énergie potentielle classique étant donnée par  $-\mathbf{M}\cdot\mathbf{B}$ , nous avons que l'hamiltonien correspondant à cette énergie est donné par  $\hat{H}_0 = \omega_0\hat{S}_z$  où  $\omega_0 = |\gamma|B_0$ . Le paramètre  $|\gamma|$  est le rapport gyromagnétique et vaut environ

$1.759 \times 10^{11}$  rad/(s·T). Nous avons donc l'hamiltonien initial

$$\hat{H} = \hbar \begin{bmatrix} \omega_f + \omega_0/2 & 0 \\ 0 & \omega_f - \omega_0/2 \end{bmatrix}. \quad (2.19)$$

Supposons maintenant que nous appliquons une perturbation sous la forme d'un champ magnétique transverse de norme  $B_t$ , par exemple selon  $\hat{\mathbf{x}}$ . En définissant  $\omega_t = |\gamma|B_t$ , nous avons l'hamiltonien de perturbation  $\hat{H}' = \omega_t \hat{S}_x$ , ce qui mène à l'équation de Schrödinger

$$\begin{bmatrix} \omega_f + \omega_0/2 & \omega_t/2 \\ \omega_t/2 & \omega_f - \omega_0/2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_+ \\ a_- \end{bmatrix} = i \frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} a_+ \\ a_- \end{bmatrix}, \quad (2.20)$$

où  $a_+$  et  $a_-$  sont les coefficients des modes propres  $|+\rangle$  et  $|-\rangle$ , respectivement.

Nous pouvons alors effectuer un parallèle direct entre l'équation de Schrödinger que nous venons de définir et le système d'oscillateurs couplés que nous avons décrit à la section précédente. En écrivant l'équation (2.12) dans la base des modes propres  $x_+$  et  $x_-$ , nous avons

$$\begin{bmatrix} \omega_p - g & \delta\omega \\ \delta\omega & \omega_p + g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_+ \\ x_- \end{bmatrix} = \omega \begin{bmatrix} x_+ \\ x_- \end{bmatrix}. \quad (2.21)$$

En utilisant les correspondances

$$\omega_f \rightarrow \omega_p, \quad \omega_0/2 \rightarrow g \quad \text{et} \quad \omega_t/2 \rightarrow \delta\omega, \quad (2.22)$$

nous voyons d'abord que le ressort de raideur  $k_g$  placé entre les deux masses et lié à  $g$  permet la levée de dégénérescence des deux modes dont la fréquence fondamentale d'oscillation est  $\omega_p$ . Dans cette analogie, le désaccord  $\delta\omega$  entre les deux oscillateurs peut alors être considéré comme une perturbation permettant le couplage entre les deux modes propres.

Ce couplage entre les deux modes propres permet de contrôler la transition du système d'un état à l'autre. Nous pouvons montrer ce contrôle cohérent en reprenant le système quantique à deux niveaux en supposant maintenant que la perturbation varie temporellement à une fréquence  $\omega$  et tourne autour de  $B_0$  dans le plan perpendiculaire à celui-ci, de sorte que l'hamiltonien du système, en laissant tomber les termes d'énergie constante, devient  $\hat{H}(t) = \omega_0 \hat{S}_z + \omega_t (\cos(\omega t) \hat{S}_x + \sin(\omega t) \hat{S}_y)$ , ce qui s'écrit sous forme matricielle :

$$\hat{H}(t) = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} \omega_0 & \omega_t e^{-i\omega t} \\ \omega_t e^{i\omega t} & -\omega_0 \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

Le vecteur d'état du système, dans la base propre, s'écrit

$$|\psi(t)\rangle = a_+(t)|+\rangle + a_-(t)|-\rangle, \quad (2.24)$$

ce qui mène, à partir de l'équation de Schrödinger, aux deux équations suivantes :

$$i\frac{\partial}{\partial t}a_+(t) = \frac{\omega_0}{2}a_+(t) + \frac{\omega_t}{2}e^{-i\omega t}a_-(t); \quad (2.25)$$

$$i\frac{\partial}{\partial t}a_-(t) = \frac{\omega_t}{2}e^{i\omega t}a_+(t) - \frac{\omega_0}{2}a_-(t). \quad (2.26)$$

Le changement de variable

$$b_+(t) = e^{i\omega t}a_+(t); \quad (2.27)$$

$$b_-(t) = e^{-i\omega t}a_-(t), \quad (2.28)$$

permet d'obtenir un hamiltonien indépendant du temps, ce qui correspond à considérer le système dans son référentiel tournant. Le nouvel hamiltonien ainsi obtenu est

$$\tilde{H} = \frac{\hbar}{2} \begin{bmatrix} \omega_0 - \omega & \omega_t \\ \omega_t & \omega - \omega_0 \end{bmatrix}, \quad (2.29)$$

dont les énergies propres sont

$$E_{\pm} = \pm \frac{\hbar}{2} \sqrt{(\omega - \omega_0)^2 + \omega_t^2} \quad (2.30)$$

et les états propres sont

$$|\tilde{\psi}_+\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |+\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |-\rangle; \quad (2.31)$$

$$|\tilde{\psi}_-\rangle = -\sin \frac{\theta}{2} |+\rangle + \cos \frac{\theta}{2} |-\rangle, \quad (2.32)$$

où

$$\tan \theta = \frac{\omega_t}{\omega_0 - \omega}. \quad (2.33)$$

Ce qui nous intéresse est la probabilité de transition d'un niveau à l'autre. Par exemple, en supposant qu'au temps  $t = 0$ , le spin se trouve dans l'état  $|\psi(0)\rangle = |+\rangle$ , nous voulons être en mesure de calculer la probabilité de trouver le système à l'état  $|-\rangle$  à un temps  $t$  quelconque.

Cette probabilité est donnée par

$$\mathcal{P}_{+\rightarrow-}(t) = |\langle -|\psi(t)\rangle|^2 = |\langle -|\tilde{\psi}(t)\rangle|^2, \quad (2.34)$$

étant donné que  $|a_-(t)|^2 = |b_-(t)|^2$ . En utilisant les relations

$$|+\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |\tilde{\psi}_+\rangle - \sin \frac{\theta}{2} |\tilde{\psi}_-\rangle; \quad (2.35)$$

$$|-\rangle = \sin \frac{\theta}{2} |\tilde{\psi}_+\rangle + \cos \frac{\theta}{2} |\tilde{\psi}_-\rangle; \quad (2.36)$$

$$|\tilde{\psi}(t)\rangle = \cos \frac{\theta}{2} e^{-iE_+t/\hbar} |\tilde{\psi}_+\rangle - \sin \frac{\theta}{2} e^{-iE_-t/\hbar} |\tilde{\psi}_-\rangle, \quad (2.37)$$

nous trouvons que

$$\mathcal{P}_{+\rightarrow-}(t) = \frac{\omega_t^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \omega_t^2} \sin^2 \left( \frac{\sqrt{(\omega - \omega_0)^2 + \omega_t^2}}{2} t \right). \quad (2.38)$$

Cette probabilité de transition correspond aux oscillations de Rabi [109], un phénomène bien connu et fondamental dans l'étude des systèmes cohérents. Le parallèle que nous avons évoqué entre ce système quantique et le modèle d'oscillateurs couplés suggère donc que des oscillations de type Rabi devraient également pouvoir être observées dans les systèmes classiques, ce qui a été démontré expérimentalement, par exemple, dans un système photon-magnon fortement couplé [5].

Lorsque le système est en résonance, c'est-à-dire pour une fréquence  $\omega = \omega_0$ , nous avons

$$\mathcal{P}_{+\rightarrow-}(t) = \sin^2 \left( \frac{\omega_t}{2} t \right), \quad (2.39)$$

ce qui indique que le système a 100% de probabilité de se retrouver dans l'état  $|-\rangle$  pour un temps

$$t = \frac{(2n + 1)\pi}{\omega_t}, \quad (2.40)$$

où  $n \in \mathbb{N}$ . La période d'oscillation est égale à  $2\pi/\omega_t$  et est donc entièrement dictée par le couplage présent dans le système.

Dans la littérature portant sur le fort couplage photon-magnon, les systèmes utilisés et les expériences effectuées sont souvent décrits d'un point de vue quantique. Nous voulons donc mettre l'accent sur le fait qu'un système à deux niveaux n'est pas forcément quantique. Entre autres, à la prochaine section, nous aborderons le concept classique de polaritons magnétiques qui, comme nous le verrons, est lié à la fois au concept de fort couplage photon-magnon et au

modèle simple d'oscillateurs couplés. Ces considérations devraient donc mener à l'adoption d'une certaine prudence quant à la description systématiquement quantique du phénomène de fort couplage photon-magnon.

## 2.2 Formalisme classique

De manière générale, le fort couplage entre une onde électromagnétique et une onde de polarisation (par exemple électrique ou magnétique) est connu sous le nom de polariton. Les polaritons sont des quasi-particules qui se retrouvent dans plusieurs domaines de la physique, que ce soit sous la forme de polaritons phononiques (fort couplage avec des phonons optiques dans un cristal), de plasmons polaritons de surface (fort couplage avec un plasmon de surface dans un métal) ou encore de polaritons excitoniques (fort couplage avec des excitons dans un semiconducteur). Ces différents types de fort couplage donnent tous lieu à un anticroisement dans les relations de dispersion décrivant le système, c'est-à-dire les courbes liant la fréquence  $\omega$  de l'excitation au nombre d'onde  $k$ .

La description des polaritons magnétiques que nous effectuons à la Section 2.2.1 permet d'établir le lien entre ceux-ci et le fort couplage photon-magnon, dans le cadre d'un modèle simplifié. Pour un échantillon ferromagnétique placé dans une cavité micro-ondes, nous parlons alors de polaritons magnétiques de cavité. À la Section 2.2.2, nous traitons de manière rigoureuse le couplage des équations de Maxwell et de Landau-Lifshitz-Gilbert et voyons que ce formalisme classique permet de justifier le modèle utilisé pour décrire les polaritons magnétiques de cavité.

### 2.2.1 Polaritons magnétiques

Dans le cadre des polaritons magnétiques (PM), nous commencerons donc par calculer les relations de dispersion d'une onde électromagnétique se propageant dans un matériau ferromagnétique non borné. Puisque le but de cette section est d'introduire les polaritons magnétiques et les liens entre ces polaritons, le fort couplage photon-magnon et le système simple d'oscillateurs couplés, nous utiliserons quelques suppositions simplificatrices, par exemple que le matériau ne présente pas d'anisotropies. Notre étude commence à partir des équations de Maxwell, qui sont données de manière générale par

$$\nabla \times \mathbf{e} = -\bar{\mu} \frac{\partial \mathbf{h}}{\partial t}; \quad (2.41)$$

$$\nabla \times \mathbf{h} = \bar{\epsilon} \frac{\partial \mathbf{e}}{\partial t}, \quad (2.42)$$

lorsqu'il n'y a pas de charges ni de courants dans le système. Ces équations font intervenir le vecteur de champ électrique  $\mathbf{e}$  et le vecteur de champ magnétique  $\mathbf{h}$ , de même que les tenseurs de perméabilité  $\bar{\bar{\mu}}$  et de permittivité  $\bar{\bar{\epsilon}}$ . Nous utilisons dans cette thèse la notation de lettres minuscules pour spécifier explicitement des quantités dynamiques, par opposition aux quantités statiques.

Dans le développement suivant, nous supposons que le matériau ferromagnétique possède une permittivité isotrope équivalente à celle du vide. De plus, nous supposons que l'onde électromagnétique se propage selon  $\hat{\mathbf{z}}$ , correspondant également à la direction de l'aimantation statique  $\mathbf{M}$ . Nous montrerons à la Section 3.1.1 du Chapitre 3 que pour une onde de polarisation circulaire droite, la perméabilité peut s'exprimer, lorsque nous négligeons les pertes, à l'aide d'un scalaire de valeur

$$\mu_m/\mu_0 = \frac{\omega_{\text{FMAR}} - \omega}{\omega_{\text{FMR}} - \omega}, \quad (2.43)$$

où  $\omega_{\text{FMR}} = \omega_0$  désigne la fréquence de résonance ferromagnétique (FMR pour *FerroMagnetic Resonance*) et  $\omega_{\text{FMAR}} = \omega_0 + \omega_M$  désigne la fréquence d'anti-résonance ferromagnétique où  $\omega_M = \mu_0|\gamma|M_s$  avec  $\mu_0$  la perméabilité du vide et  $M_s$  l'aimantation à saturation du matériau ferromagnétique. Pour rappel,  $\omega_0 = \mu_0|\gamma|H_0$  avec  $H_0$  le champ magnétique externe appliqué (selon  $\hat{\mathbf{z}}$ ). À partir des équations de Maxwell, nous avons que

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{e}) = -\mu_m \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \mathbf{h}), \quad (2.44)$$

ce qui implique que

$$\nabla^2 \mathbf{e} = \mu_m \epsilon_0 \frac{\partial^2 \mathbf{e}}{\partial t^2} \quad (2.45)$$

étant donné que nous avons  $\nabla \cdot \mathbf{e} = 0$ . Pour une onde plane de la forme  $e^{i(kz - \omega t)}$ , nous obtenons

$$(k^2 - \mu_m \epsilon_0 \omega^2) \mathbf{e} = 0, \quad (2.46)$$

ce qui implique la condition

$$c^2 k^2 (\omega_{\text{FMR}} - \omega) = \omega^2 (\omega_{\text{FMAR}} - \omega), \quad (2.47)$$

correspondant à la relation de dispersion avec  $c$  la vitesse de la lumière dans le vide. À partir de l'équation (2.47), nous remarquons d'abord que lorsque  $\omega \rightarrow \omega_{\text{FMR}}$ , nous avons que  $k \rightarrow \infty$ . Lorsque  $\omega_{\text{FMR}} < \omega < \omega_{\text{FMAR}}$ , le nombre d'onde  $k$  est purement imaginaire. Enfin, lorsque  $\omega = \omega_{\text{FMAR}}$ , nous avons que  $k = 0$ . Ce comportement est illustré à la Figure 2.3(a), montrant

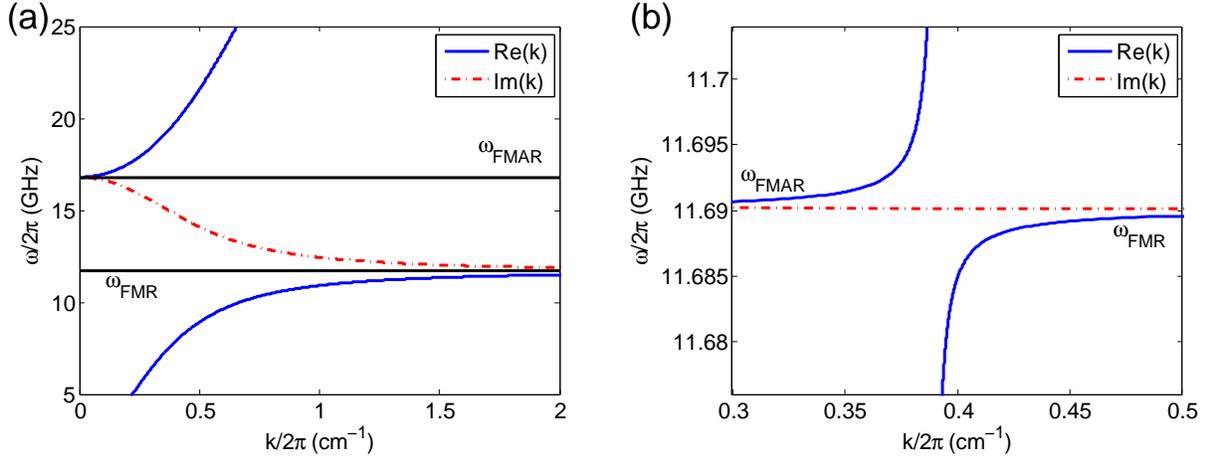


Figure 2.3 Relations de dispersion  $\omega(k)$  d'une onde électromagnétique se propageant (a) dans un matériau ferromagnétique non borné et (b) dans une cavité micro-ondes contenant un échantillon ferromagnétique. Le ratio du volume de l'échantillon sur le volume de la cavité est  $5.4 \times 10^{-5}$ .

bien qu'entre les fréquences  $\omega_{\text{FMR}}$  et  $\omega_{\text{FMAR}}$ , le nombre d'onde est purement imaginaire. Cette région correspond à l'existence des polaritons magnétiques dans le matériau. L'écart entre les deux branches dans la relation de dispersion est

$$\omega_{\text{FMAR}} - \omega_{\text{FMR}} = \omega_M, \quad (2.48)$$

correspondant au gap polaritonique.

Pour faire le lien avec le fort couplage photon-magnon, nous nous intéressons maintenant à une onde électromagnétique se propageant dans une cavité micro-ondes quelconque<sup>1</sup> de perméabilité  $\mu_0$  et de permittivité  $\epsilon_0$ , dans laquelle se trouve un échantillon ferromagnétique. Nous supposons pour l'instant que ce système peut être décrit de manière équivalente par un matériau effectif, dont la perméabilité effective sera un mélange de celle de la cavité et de celle de l'échantillon ferromagnétique. Dans une telle situation, nous aurions une perméabilité effective donnée par [110]

$$\mu_{\text{eff}} = \left(1 - \frac{V_m}{V_c}\right) \mu_0 + \frac{V_m}{V_c} \mu_m, \quad (2.49)$$

où  $V_m$  est le volume de l'échantillon ferromagnétique et  $V_c$  est le volume de la cavité micro-ondes. Nous verrons à la Section 2.2.2 qu'une telle simplification pour la perméabilité peut être justifiée plus formellement.

1. Un exemple concret et détaillé d'une cavité micro-ondes est fourni à la Section 3.2 du Chapitre 3.

À partir de cette perméabilité effective, nous avons que la fréquence de résonance demeure la même, c'est-à-dire que  $\omega_{\text{FMR}} = \omega_0$ , tandis que la fréquence d'anti-résonance devient

$$\omega_{\text{FMAR}} = \omega_0 + \frac{V_m}{V_c} \omega_M. \quad (2.50)$$

Le gap polaritonique se retrouve ainsi diminué par un facteur  $V_m/V_c$ . Cette situation est illustrée à la Figure 2.3(b) pour un ratio  $V_m/V_c = 5.4 \times 10^{-5}$ . Afin d'observer expérimentalement la présence de ce gap, il faut maintenir le champ magnétique externe appliqué  $H_0$  fixe et varier le nombre d'onde  $k$  de l'onde électromagnétique dans la cavité, ce qui peut être accompli en modifiant les dimensions de la cavité. Or, il est généralement plus facile de fixer le nombre d'onde  $k$  de la cavité et de varier le champ  $H_0$ , ce qui explique pourquoi la majorité des expériences concernant le fort couplage photon-magnon étudient le comportement  $\omega(H_0)$  plutôt que  $\omega(k)$ .

Nous pouvons décrire une telle situation en fixant le nombre d'onde  $k$  dans la relation de dispersion. En utilisant  $\omega_c$  pour désigner la fréquence de résonance de la cavité, nous avons que  $k^2 = \omega_c^2 \epsilon_0 \mu_0$ , ce qui mène, en utilisant l'équation (2.47) et la perméabilité effective  $\mu_{\text{eff}}$ , à

$$(\omega_c - \omega)(\omega_0 - \omega) - \frac{V_m}{V_c} \omega_M \frac{\omega^2}{\omega_c + \omega} = 0. \quad (2.51)$$

Cette équation n'est autre que la solution d'un système d'oscillateurs couplés avec

$$\begin{bmatrix} \omega_c - \omega & g \\ g & \omega_0 - \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix} = 0, \quad (2.52)$$

où  $a_0$  désigne le mode propre de la cavité,  $b_0$  désigne le mode propre de l'échantillon ferromagnétique et

$$g = \sqrt{\frac{V_m}{V_c} \omega_M \frac{\omega^2}{\omega_c + \omega}} \approx \sqrt{\frac{V_m \omega_M \omega_c}{V_c} \frac{1}{2}} \quad (2.53)$$

lorsque nous sommes proches de la fréquence de résonance de la cavité. Le système matriciel présenté à l'équation (2.52) ainsi que l'expression de la constante de couplage  $g$  donnée à l'équation (2.53) sont importants dans les systèmes photon-magnon fortement couplés et sont couramment utilisés dans la littérature récente.

En incluant les pertes de chaque système par les substitutions  $\omega_c \rightarrow \omega_c - i\kappa_c$  et  $\omega_0 \rightarrow \omega_0 - i\kappa_m$  où  $\kappa_c$  et  $\kappa_m$  sont respectivement les taux de pertes de la cavité et de l'échantillon

ferromagnétique, la résolution du système d'équations mène aux valeurs propres

$$\omega_{\pm} = \frac{(\omega_c - i\kappa_c) + (\omega_0 - i\kappa_m)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{(\omega_c - i\kappa_c) - (\omega_0 - i\kappa_m)}{2}\right)^2 + g^2}. \quad (2.54)$$

La partie réelle des valeurs propres est illustrée à la Figure 2.4 pour des taux de pertes  $\kappa_c/2\pi = \kappa_m/2\pi = 10$  MHz et pour une constante de couplage  $g/2\pi = 40$  MHz, ce qui correspond au ratio  $V_m/V_c = 5.4 \times 10^{-5}$  utilisé précédemment si nous considérons que nous sommes en présence d'un échantillon de YIG, d'aimantation à saturation  $\mu_0 M_s = 0.1825$  T, placé dans une cavité de fréquence de résonance  $\omega_c/2\pi = 11.69$  GHz.

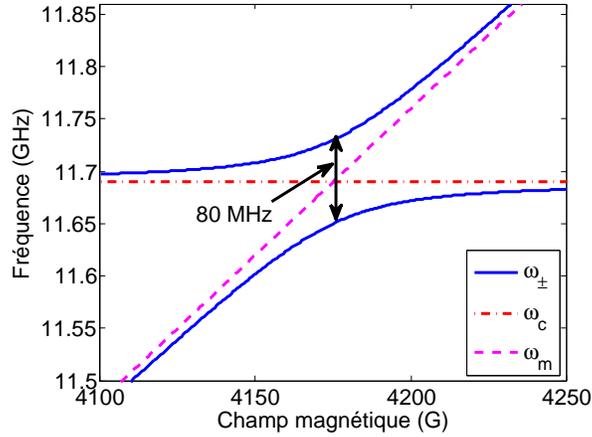


Figure 2.4 Modes propres  $\omega_{\pm}$  d'un système formé d'un échantillon ferromagnétique fortement couplé à une cavité micro-ondes dont la constante de couplage est  $g/2\pi = 40$  MHz, caractérisant l'ouverture de l'anticroisement.

Nous voyons donc que les polaritons magnétiques, s'observant à partir du gap polaritonique dans les relations de dispersion  $\omega(k)$ , sont liés au phénomène de fort couplage photon-magnon s'observant par un anticroisement dans les courbes  $\omega(H_0)$ . Ce fort couplage photon-magnon peut être représenté par un système d'oscillateurs couplés dont la constante de couplage dépend du ratio des volumes de l'échantillon et de la cavité, de l'aimantation à saturation du matériau ferromagnétique et de la fréquence de résonance de la cavité. Dans la prochaine section, nous aborderons le fort couplage photon-magnon plus rigoureusement et verrons que les résultats approximatifs obtenus pour les polaritons magnétiques de cavité permettent de bien représenter le comportement de ces systèmes fortement couplés.

### 2.2.2 Couplage des équations de Maxwell et de Landau-Lifshitz

La théorie du fort couplage photon-magnon était connue et a été appliquée plusieurs années avant que l'article de Soykal et Flatté en 2010 [1] relance l'intérêt pour ce régime. En 1963, Auld a étudié le couplage entre les modes électromagnétiques d'une cavité micro-ondes et les modes magnétostatiques d'un échantillon ferromagnétique placé dans la cavité en calculant directement le couplage entre les équations de Maxwell et de Landau-Lifshitz [97]. Son développement a par la suite été repris par Weiner en 1971, qui l'appliqua à des isolants magnétiques [99].

La théorie classique du fort couplage photon-magnon débute une fois de plus à partir des équations de Maxwell. Le comportement des champs électriques dynamiques  $\mathbf{e}$  et des champs magnétiques dynamiques  $\mathbf{h}$  de la cavité micro-ondes est décrit par l'équation de Maxwell-Faraday et par l'équation de Maxwell-Ampère qui sont données respectivement, en considérant une dépendance temporelle harmonique  $e^{-i\omega t}$ , par

$$\nabla \times \mathbf{e} = -i\omega\mu_0(\mathbf{h} + \mathbf{m}), \quad (2.55)$$

$$\nabla \times \mathbf{h} = i\omega\epsilon\mathbf{e}, \quad (2.56)$$

où  $\mathbf{m}$  est l'aimantation dynamique de l'échantillon ferromagnétique. Le comportement de cette aimantation est décrit par l'équation du mouvement de Landau-Lifshitz donnée par

$$\frac{\partial \mathbf{m}}{\partial t} = -\mu_0|\gamma|(M_s\hat{\mathbf{z}} + \mathbf{m}) \times (H_i\hat{\mathbf{z}} + \mathbf{h}) \quad (2.57)$$

où  $M_s$  est l'aimantation à saturation de l'échantillon et  $H_i$  est le champ magnétique statique interne, les deux étant considérés uniformes. Avec la dépendance temporelle harmonique et l'approximation des petits signaux, signifiant que le produit croisé  $\mathbf{m} \times \mathbf{h}$  est négligeable devant les autres termes, nous obtenons l'équation de Landau-Lifshitz linéarisée <sup>2</sup>

$$i\omega\mathbf{m} + \omega_H\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{m} = \omega_M\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{h} \quad (2.58)$$

où  $\omega_M = \mu_0|\gamma|M_s$  et  $\omega_H = \mu_0|\gamma|H_i$ . Le champ magnétique dynamique  $\mathbf{h}$  de la cavité contient deux contributions, la première étant une partie rotationnelle  $\mathbf{h}^r$  provenant du système électromagnétique alors que la deuxième est une partie irrotationnelle  $\nabla\phi$  provenant du système

---

2. L'équation de Landau-Lifshitz et la résonance ferromagnétique sont traitées de manière plus détaillée au Chapitre 3.

magnétostatique. Les équations de Maxwell deviennent

$$\nabla \times \mathbf{e} + i\omega\mu_0\mathbf{h}^{\mathbf{r}} = -i\omega\mu_0(\nabla\phi + \mathbf{m}), \quad (2.59)$$

$$\nabla \times \mathbf{h}^{\mathbf{r}} - i\omega\epsilon\mathbf{e} = 0, \quad (2.60)$$

et l'équation de Landau-Lifshitz, valide à l'intérieur de l'échantillon ferromagnétique, devient

$$i\omega\mathbf{m} + \omega_H\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{m} - \omega_M\hat{\mathbf{z}} \times \nabla\phi = \omega_M\hat{\mathbf{z}} \times \mathbf{h}^{\mathbf{r}}. \quad (2.61)$$

Pour résoudre ce système d'équations couplées, nous procédons par la suite à une expansion en termes de modes propres des champs et de l'aimantation. Ces modes propres peuvent être déterminés en considérant chaque système comme étant isolé, c'est-à-dire en posant  $\nabla\phi + \mathbf{m} = 0$  dans l'équation (2.59) pour le système électromagnétique et en posant  $\mathbf{h}^{\mathbf{r}} = 0$  dans l'équation(2.61) pour le système magnétostatique. Les modes propres d'un échantillon ferromagnétique de forme ellipsoïdale sont connus sous le nom de modes de Walker [111].

Pour simplifier la résolution du système couplé exprimé selon les modes propres, les équations de Maxwell sont réécrites en faisant usage de nouveaux opérateurs  $O$  et  $P$  de sorte que les équations (2.59) et (2.60) deviennent

$$O\psi = \omega P\psi + \omega\mu_0 \begin{bmatrix} 0 \\ \nabla\phi + \mathbf{m} \end{bmatrix} \quad (2.62)$$

avec

$$O = \begin{bmatrix} 0 & \nabla \times \\ \nabla \times & 0 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} \epsilon & 0 \\ 0 & \mu_0 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \psi = \begin{bmatrix} i\mathbf{e} \\ \mathbf{h}^{\mathbf{r}} \end{bmatrix}. \quad (2.63)$$

Avec la normalisation appropriée des modes propres électromagnétiques, nous avons que

$$\psi = \sum_n a_n \psi_n \quad (2.64)$$

où les coefficients  $a_n = (\psi_n, P\psi)$  sont déterminés à partir de la relation d'orthogonalité

$$(\psi_m, P\psi_n) = \int_{\text{cavité}} (\epsilon\mathbf{e}_m^* \mathbf{e}_n + \mu_0\mathbf{h}_m^{\mathbf{r}*} \mathbf{h}_n^{\mathbf{r}}) dV = \delta_{mn}. \quad (2.65)$$

À l'équation (2.65), l'intégrale se fait sur le volume de la cavité, le symbole « \* » désigne le conjugué de la quantité concernée et  $\delta_{mn}$  représente le delta de Kronecker. En suivant la

même procédure pour les modes propres magnétostatiques, nous avons que

$$\mathbf{m} = \sum_{\nu} b_{\nu} \mathbf{m}_{\nu} \quad \text{et} \quad \phi = \sum_{\nu} b_{\nu} \phi_{\nu}, \quad (2.66)$$

où les coefficients  $b_{\nu}$  sont déterminés à partir de la relation d'orthogonalité [97]

$$-i \int_{\text{échan.}} \hat{\mathbf{z}} \cdot \mathbf{m}_{\lambda} \times \mathbf{m}_{\nu}^* dV = \delta_{\lambda\nu}. \quad (2.67)$$

À l'équation (2.67), l'intégrale se fait sur le volume de l'échantillon ferromagnétique. Pour une cavité complètement fermée, puisque l'opérateur  $O$  est autoadjoint par rapport au produit scalaire, nous avons que  $(\psi_n, O\psi) = (O\psi_n, \psi)$ , ce qui mène à

$$a_n(\omega - \omega_n) + \omega \sum_{\nu} \zeta_{n\nu} b_{\nu} = 0, \quad (2.68)$$

où

$$\zeta_{n\nu} = \mu_0 \int_{\text{échan.}} \mathbf{h}_n^{\mathbf{r}*} \cdot (\nabla \phi_{\nu} + \mathbf{m}_{\nu}) dV \quad (2.69)$$

est un coefficient de couplage entre le mode magnétostatique dénoté par l'indice  $\nu$  et le mode électromagnétique dénoté par l'indice  $n$ . En utilisant l'expansion en modes propres donnée à l'équation (2.66) dans l'équation (2.61), nous obtenons également que

$$b_{\nu}(\omega - \omega_{\nu}) + \omega_M \sum_n \zeta_{\nu n} a_n = 0, \quad (2.70)$$

où

$$\zeta_{\nu n} = \int_{\text{échan.}} \mathbf{h}_n^{\mathbf{r}} \cdot \mathbf{m}_{\nu}^* dV \quad (2.71)$$

est un coefficient de couplage entre le mode électromagnétique dénoté par l'indice  $n$  et le mode magnétostatique dénoté par l'indice  $\nu$ .

Les équations (2.68) et (2.70) négligent pour l'instant les pertes de chaque système et sont obtenues en supposant une cavité fermée, c'est-à-dire sans iris de couplage. Le formalisme complet fait ressortir les pertes et le couplage de la cavité avec le réservoir externe de photons, que nous introduisons plus loin. Les équations (2.68) et (2.70) décrivent entièrement le système sans pertes formé par la cavité micro-ondes et l'échantillon ferromagnétique et définissent tous les coefficients de couplage entre les modes électromagnétiques et les modes magnétostatiques.

Il est possible de simplifier le problème en considérant uniquement la situation où le champ magnétique  $\mathbf{h}^{\mathbf{r}}$  de la cavité est uniforme sur le volume de l'échantillon. En posant  $\mathbf{h}^{\mathbf{r}*} =$

$c_1\hat{\mathbf{x}} + c_2\hat{\mathbf{y}}$  où  $c_1$  et  $c_2$  sont des constantes, le conjugué complexe du coefficient de couplage entre les modes électromagnétiques et les modes magnétostatiques devient

$$\zeta_{\nu n}^* = \int_{\text{échan.}} c_1 m_{\nu x} + c_2 m_{\nu y} dV \quad (2.72)$$

et est seulement non-nul si le mode magnétostatique est le mode uniforme de précession. En effet, en utilisant la relation d'orthogonalité donnée à l'équation (2.67) de même qu'une deuxième relation d'orthogonalité introduite par Walker dans son article fondateur portant sur les modes magnétostatiques [111], nous avons que

$$\int_{\text{échan.}} m_{\nu x} m_{\lambda y}^* - m_{\lambda x}^* m_{\nu y} dV = 0 \quad \text{et} \quad (2.73)$$

$$\int_{\text{échan.}} m_{\nu x} m_{\lambda y} - m_{\lambda x} m_{\nu y} dV = 0 \quad (2.74)$$

lorsque  $\lambda \neq \nu$ . Si  $\mathbf{m}_\lambda$  représente le mode uniforme, alors  $m_{\lambda x}^* = m_{\lambda x}$  et  $m_{\lambda y}^* = -m_{\lambda y}$  [112] sont des quantités constantes, ce qui implique que pour tout autre mode magnétostatique  $\mathbf{m}_\nu$ ,

$$\int_{\text{échan.}} m_{\nu x} dV = \int_{\text{échan.}} m_{\nu y} dV = 0. \quad (2.75)$$

Ainsi, seul le mode uniforme de précession de l'échantillon ferromagnétique peut coupler avec le champ magnétique de la cavité micro-ondes lorsque ce dernier est uniforme sur l'ensemble du volume de l'échantillon.

Considérons donc maintenant uniquement ces modes uniformes, en dénotant le mode électromagnétique par  $a_0$  et le mode uniforme ferromagnétique par  $b_0$ . À partir de ces deux modes, les équations (2.68) et (2.70) se simplifient et s'écrivent sous forme matricielle

$$\begin{bmatrix} (\omega - \omega_c) & \omega \zeta_c \\ \omega_M \zeta_0 & (\omega - \omega_0) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix} = 0, \quad (2.76)$$

où  $\omega_c$  désigne la fréquence de résonance du mode électromagnétique et  $\omega_0$  désigne la fréquence de résonance du mode uniforme ferromagnétique. La résolution du système matriciel donne

$$\omega_{\pm} = \frac{\omega_c + \omega_0 + \omega_M \zeta_c \zeta_0}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega_c - \omega_0}{2}\right)^2 + \left(\frac{\omega_c + \omega_0}{2}\right) \omega_M \zeta_c \zeta_0 + \left(\frac{\omega_M \zeta_c \zeta_0}{2}\right)^2}. \quad (2.77)$$

Puisque généralement la quantité  $\omega_M \zeta_c \zeta_0 \ll \omega_c, \omega_0$ , nous pouvons approximer la valeur du gap lors de l'hybridation des deux modes, c'est-à-dire lorsque  $\omega_c = \omega_0$ , par l'expression

$$\omega_+ - \omega_- \approx 2\sqrt{\omega_M \omega_c \zeta_c \zeta_0}. \quad (2.78)$$

Cela implique que la constante de couplage est

$$g = \sqrt{\omega_M \omega_c \zeta_c \zeta_0} \quad (2.79)$$

dans ce formalisme classique. Cette expression peut être écrite plus explicitement en faisant intervenir les facteurs de normalisation que nous avons utilisés aux équations (2.65) et (2.67) et en négligeant le terme  $\nabla \phi_\nu$  à l'équation (2.69). Les facteurs de normalisation sont respectivement  $1/\sqrt{2\mu_0 V_c} h_{\max}^r$  pour le champ magnétique de la cavité et  $1/\sqrt{V_m} m_{\max}$  pour l'aimantation dynamique, où l'indice « max » désigne le maximum de la quantité concernée. Rigoureusement, le volume  $V_c$  de la cavité est en fait un volume effectif du mode de la cavité, ce qui est discuté à la Section 3.1.3 du Chapitre 3. Nous avons alors que

$$\zeta_c \zeta_0 \approx \frac{1}{2} \frac{V_m}{V_c} \eta^2, \quad (2.80)$$

où

$$\eta^2 = \left| \frac{1}{h_{\max}^r m_{\max} V_m} \int_{\text{échan.}} (\mathbf{h}^{\mathbf{r}^*} \cdot \mathbf{m}) dV \right|^2 \quad (2.81)$$

représente l'efficacité de couplage du système et prend une valeur entre 0 et 1. À l'équation (2.81), les quantités  $\mathbf{h}^{\mathbf{r}^*}$  et  $\mathbf{m}$  ne sont plus normalisées. L'efficacité de couplage  $\eta$  représente le recouvrement spatial et la correspondance de la polarisation entre le mode électromagnétique et le mode magnétostatique. Par exemple, lorsque ces deux modes sont uniformes et que l'échantillon ferromagnétique est placé dans le maximum de champ magnétique de la cavité, l'efficacité de couplage est maximale ( $\eta = 1$ ). Avec cette efficacité de couplage maintenant définie, nous avons que la constante de couplage dans ce formalisme classique est donnée par

$$g = \eta \sqrt{\frac{V_m \omega_M \omega_c}{V_c} \frac{1}{2}}, \quad (2.82)$$

ce qui est identique à l'expression déterminée à partir des relations de dispersion des polaritons magnétiques et donnée à l'équation (2.53), à laquelle s'ajoute le facteur  $\eta$ .

Jusqu'à maintenant, nous avons considéré dans notre approche une cavité complètement fermée. L'excitation d'un mode électromagnétique de la cavité se fait à travers une ouverture  $S_O$  dans cette dernière, ce qui fait intervenir un terme d'oscillations forcées de la forme

$$f_n = i \int_{S_O} \mathbf{e}_s \times \mathbf{h}_n^* \cdot d\mathbf{S}. \quad (2.83)$$

Cela introduit un taux de pertes  $\kappa_{\text{ext}}$  lié aux pertes radiatives au travers de l'iris de couplage. L'intégrale apparaissant à l'équation (2.83) ajoute également un taux de pertes  $\kappa_c$  lié aux

courants de Foucault lorsque la surface considérée est celle des parois métalliques de la cavité. En ajoutant ces pertes au mode électromagnétique de la cavité et les pertes  $\kappa_m$  associées au mode uniforme FMR par les substitutions  $\omega_c \rightarrow \omega_c - i(\kappa_c + \kappa_{\text{ext}})$  et  $\omega_0 \rightarrow \omega_0 - i\kappa_m$ , le système d'équations donné en (2.76) devient

$$\begin{bmatrix} (\omega - \omega_c) + i(\kappa_c + \kappa_{\text{ext}}) & \omega\zeta_c \\ \omega_M\zeta_0 & (\omega - \omega_0) + i\kappa_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i\sqrt{2\kappa_{\text{ext}}}f_{\text{in}} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.84)$$

où nous avons introduit  $f_{\text{in}}$  pour désigner l'amplitude entrant dans la cavité. À partir de ce nouveau système, nous pouvons calculer le ratio entre le mode de cavité et l'amplitude  $f_{\text{in}}$ , menant à

$$\frac{a_0}{f_{\text{in}}} = \frac{\sqrt{2\kappa_{\text{ext}}}}{i(\omega_c - \omega) + \kappa_c + \frac{g^2}{i(\omega_0 - \omega) + \kappa_m}}. \quad (2.85)$$

L'amplitude  $f_{\text{in}}$  entrant dans la cavité est liée à l'amplitude  $f_{\text{out}}$  sortant de la cavité au travers du mode propre  $a_0$  de la cavité selon la relation [113]

$$f_{\text{in}} + f_{\text{out}} = \sqrt{2\kappa_{\text{ext}}}a_0. \quad (2.86)$$

Le coefficient de réflexion  $S_{11}$  représente le ratio entre l'amplitude sortant de la cavité et l'amplitude entrant dans la cavité par le port 1, de sorte que

$$S_{11} = \frac{f_{\text{out}}}{f_{\text{in}}} = -1 + \frac{2\kappa_{\text{ext}}}{i(\omega_c - \omega) + (\kappa_c + \kappa_{\text{ext}}) + \frac{g^2}{i(\omega_0 - \omega) + \kappa_m}}. \quad (2.87)$$

Nous étudierons ce coefficient de réflexion plus en détail à la Section 2.3.2, lorsque nous traiterons du formalisme quantique d'entrée-sortie pour décrire le système photon-magnon.

Nous terminons cette section en revenant sur les résultats obtenus dans le cadre de notre analyse sur les polaritons magnétiques de cavité. En posant

$$\zeta = 2\frac{\zeta_c\zeta_0}{\eta^2}, \quad (2.88)$$

nous pouvons définir le système matriciel

$$\begin{bmatrix} (\omega - \omega_c) + i\kappa_c & \omega/2 \\ \omega_M\zeta & (\omega - \omega_0) - i\kappa_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i\sqrt{2\kappa_{\text{ext}}}f_{\text{in}} \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (2.89)$$

possédant les mêmes valeurs propres que celles du système présenté à l'équation (2.84) à l'exception du fait que le nouveau système ne possède pas l'efficacité de couplage  $\eta$ . Il permet

cependant de définir la susceptibilité effective du système, donnée par

$$\chi_{\text{eff}} = \frac{b_0}{a_0} = \frac{\omega_M \zeta}{(\omega_0 - i\kappa_m) - \omega}, \quad (2.90)$$

ce qui mène exactement à la perméabilité effective définie à l'équation (2.49) dans le cadre des polaritons magnétiques lorsque nous négligeons les pertes ( $\kappa_m = 0$ ), étant donné que  $\zeta = (V_m/V_c)$ , selon la définition donnée à l'équation (2.88). Cela nous permet donc de justifier plus rigoureusement l'approche que nous avons utilisée à la Section 2.2.1. Le fait de considérer le système formé de la cavité et d'un échantillon ferromagnétique comme un seul matériau effectif vient positionner les coefficients de couplage  $\zeta_c$  et  $\zeta_0$  uniquement sur le système magnétique et vient du même coup éliminer l'efficacité de couplage  $\eta$  étant donné le caractère effectif du système, qui oblige que  $\eta = 1$ . Un parallèle similaire pourra être établi lorsque nous traiterons, à la Section 3.1.3 du Chapitre 3, de la méthode des faibles perturbations lorsqu'un petit échantillon ferromagnétique est placé dans une cavité micro-ondes.

Nous avons donc établi un cadre théorique robuste pour traiter d'un système photon-magnon fortement couplé, en montrant qu'une approche classique rigoureuse se basant sur le couplage des équations de Maxwell et de Landau-Lifshitz permet de retrouver les résultats obtenus dans le cadre d'un modèle plus simple traitant de polaritons magnétiques qui, eux-mêmes, peuvent être décrits à partir d'un modèle phénoménologique d'oscillateurs couplés. Nous explorerons à la prochaine section la manière dont le système photon-magnon peut être décrit à partir d'un formalisme quantique et verrons que ce formalisme est équivalent au traitement classique que nous venons d'effectuer.

### 2.3 Formalisme quantique

D'un point de vue microscopique, les propriétés magnétiques d'un échantillon ferromagnétique proviennent du fait que les électrons possèdent une forme intrinsèque de moment angulaire, une propriété connue sous le nom de spin de l'électron. L'interaction entre un photon et un magnon qui, pour rappel, est un quantum d'énergie associé à une onde de spin, peut être décrite à partir des concepts de la mécanique quantique en décrivant les photons, les spins ainsi que leur interaction à l'aide de leur hamiltonien respectif. Après avoir traité de l'hamiltonien d'un tel système, nous pousserons plus loin notre analyse en incluant dans notre traitement quantique le rôle que joue l'environnement dans lequel se trouve la cavité, ce qui nous mènera au formalisme d'entrée-sortie permettant de décrire un système réel associé à une expérience de fort couplage photon-magnon.

### 2.3.1 Hamiltonien du système

Le traitement quantique du fort couplage photon-magnon repose sur l'hamiltonien du système, ce dernier étant lui-même composé de trois hamiltoniens distincts : celui de la cavité électromagnétique seule, celui de l'échantillon ferromagnétique seul et celui décrivant l'interaction entre la cavité et l'échantillon [29]. Nous verrons à la Section 3.1.2 du Chapitre 3 qu'une cavité micro-ondes peut être décrite de manière équivalente à l'aide d'un circuit RLC en série. Ainsi, nous commencerons l'approche quantique de manière phénoménologique à partir de l'hamiltonien d'une cavité micro-ondes seule, représentée à l'aide d'un circuit LC sans pertes de fréquence de résonance  $\omega_c = 1/\sqrt{LC}$  et d'impédance caractéristique  $Z = \sqrt{L/C}$ , où  $L$  représente l'inductance et  $C$  la capacitance.

Dans la mécanique hamiltonienne classique, l'hamiltonien est calculé en sommant l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système. Dans notre circuit LC, l'énergie emmagasinée dans le condensateur  $E_C = CV^2/2$ , où  $V$  est le voltage (tension électrique), joue le rôle de l'énergie cinétique alors que l'énergie emmagasinée dans l'inductance  $E_L = LI^2/2$ , où  $I$  est le courant, joue le rôle de l'énergie potentielle. L'hamiltonien classique pour un circuit LC est donc

$$H = \frac{CV^2}{2} + \frac{LI^2}{2}. \quad (2.91)$$

L'hamiltonien quantique  $\hat{H}$  de la cavité est obtenu par la quantification canonique des quantités  $V$  et  $I$  qui sont alors promues en opérateurs non commutatifs [114] de sorte que

$$\hat{V} = i\omega_c \sqrt{\frac{\hbar Z}{2}} (\hat{a}^\dagger - \hat{a}); \quad (2.92)$$

$$\hat{I} = \omega_c \sqrt{\frac{\hbar}{2Z}} (\hat{a}^\dagger + \hat{a}), \quad (2.93)$$

où  $\hat{a}^\dagger$  ( $\hat{a}$ ) représente l'opérateur création (annihilation) de photons. En utilisant le fait que le commutateur  $[\hat{a}, \hat{a}^\dagger] = 1$ , nous avons que l'hamiltonien de la cavité est identique à celui d'un oscillateur harmonique :

$$\hat{H}_c = \hbar\omega_c \left( \hat{a}^\dagger \hat{a} + \frac{1}{2} \right). \quad (2.94)$$

Concernant maintenant l'hamiltonien associé à l'échantillon ferromagnétique seul, celui-ci peut être décrit dans le contexte du modèle du macrospin, c'est-à-dire que l'échantillon ferromagnétique est considéré comme étant un seul macrospin décrit par l'opérateur  $\hat{\mathbf{S}} = \hat{S}_x \hat{\mathbf{x}} + \hat{S}_y \hat{\mathbf{y}} + \hat{S}_z \hat{\mathbf{z}}$ . Cette approximation est valide pour un échantillon d'aimantation uniforme dans lequel le mode uniforme de résonance est excité. En négligeant pour l'instant la cavité, le macrospin est placé dans un champ uniforme externe  $\mathbf{H}_{\text{ext}} = -H_0 \hat{\mathbf{z}}$  (nous négligeons les

contributions dues aux anisotropies), ce qui mène à l'hamiltonien magnétique

$$\hat{H}_m = -\mu_0|\gamma|H_0\hat{S}_z = -\omega_0\hat{S}_z. \quad (2.95)$$

L'interaction entre les deux systèmes peut être décrite en considérant le fait que la cavité produit un champ magnétique alternatif  $\hat{\mathbf{H}}_{\text{rf}} = \hat{H}_{\text{rf}} \hat{\mathbf{x}}$  sur le macrospin. La première étape pour décrire l'hamiltonien d'interaction est de lier ce champ magnétique alternatif à l'opérateur de courant  $\hat{I}$  de la cavité par l'introduction du champ normalisé par unité de courant  $h_{\text{rf}}$  de sorte que  $\hat{\mathbf{H}}_{\text{rf}} = h_{\text{rf}}\hat{I} \hat{\mathbf{x}}$ . Ensuite, en exprimant  $\hat{S}_x$  à l'aide des opérateurs échelons, soit  $\hat{S}_x = (\hat{S}_+ + \hat{S}_-)/2$  où  $\hat{S}_+$  ( $\hat{S}_-$ ) augmente (descend) la composante  $z$  du macrospin, nous obtenons avec l'approximation des ondes tournantes (de l'anglais *rotating wave approximation*) que

$$\hat{H}_{\text{int}} = g_s (\hat{S}_+ \hat{a}^\dagger + \hat{S}_- \hat{a}), \quad (2.96)$$

où  $g_s = \mu_0|\gamma|h_{\text{rf}}\omega_c\sqrt{\hbar/8Z}$  représente le couplage entre un photon de la cavité et le macrospin. L'hamiltonien total du système est généralement écrit en termes d'opérateurs création ( $\hat{b}^\dagger$ ) et annihilation ( $\hat{b}$ ) de magnons, ce qui est obtenu en utilisant les transformations d'Holstein-Primakoff, explicitées à l'Annexe A, liant les opérateurs de macrospin aux opérateurs de magnons [115]. Dans la limite des faibles excitations, nous avons que  $\langle \hat{b}^\dagger \hat{b} \rangle / S \ll 1$ , où  $S = N/2$  avec  $N$  le nombre total de spins, ce qui nous permet d'écrire

$$\hat{S}_- \approx \hbar\sqrt{2S} \hat{b}^\dagger, \quad (2.97)$$

$$\hat{S}_+ \approx \hbar\sqrt{2S} \hat{b}, \quad (2.98)$$

$$\hat{S}_z = \hbar (S - \hat{b}^\dagger \hat{b}). \quad (2.99)$$

Avec ces transformations et en laissant tomber les termes d'énergie constante, nous obtenons l'hamiltonien total du système décrivant le fort couplage photon-magnon,

$$\hat{H}_{\text{sys}} = \hbar\omega_c \hat{a}^\dagger \hat{a} + \hbar\omega_0 \hat{b}^\dagger \hat{b} + \hbar g (\hat{b} \hat{a}^\dagger + \hat{b}^\dagger \hat{a}), \quad (2.100)$$

où l'expression de la constante de couplage  $g$  a été modifiée afin de l'exprimer en fonction du nombre de spins  $N$ , du nombre quantique de spin  $s$  de l'atome composant l'échantillon et du volume  $V_c$  de la cavité [5] :

$$g = \frac{|\gamma|}{2} \sqrt{\frac{\mu_0 \hbar \omega_c}{V_c}} \sqrt{2Ns}. \quad (2.101)$$

À partir de l'hamiltonien du système, nous pouvons calculer l'évolution temporelle de la valeur moyenne  $\langle \hat{a} \rangle$  de l'opérateur photonique et  $\langle \hat{b} \rangle$  de l'opérateur magnonique en utilisant

le théorème d'Ehrenfest :

$$\frac{d\langle\hat{a}\rangle}{dt} = -\frac{i}{\hbar} \langle[\hat{a}, \hat{H}_{sys}]\rangle = -i\omega_c\langle\hat{a}\rangle - ig\langle\hat{b}\rangle, \quad (2.102)$$

$$\frac{d\langle\hat{b}\rangle}{dt} = -\frac{i}{\hbar} \langle[\hat{b}, \hat{H}_{sys}]\rangle = -i\omega_0\langle\hat{b}\rangle - ig\langle\hat{a}\rangle. \quad (2.103)$$

En supposant une dépendance temporelle harmonique telle que  $\langle\hat{a}\rangle = a_0e^{-i\omega t}$  et  $\langle\hat{b}\rangle = b_0e^{-i\omega t}$ , nous obtenons l'équation aux valeurs propres

$$\begin{bmatrix} \omega_c - \omega & g \\ g & \omega_0 - \omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \end{bmatrix} = 0. \quad (2.104)$$

Nous remarquons que ce système d'équations est identique à celui dérivé dans le traitement classique du fort couplage photon-magnon portant sur les polaritons magnétiques, dont l'expression est donnée à l'équation (2.52). Ce système quantique est alors analogue à celui de deux oscillateurs couplés décrit à la Section 2.1.1. De plus, nous pouvons établir l'équivalence des expressions de la constante de couplage  $g$  que nous avons obtenues dans chacun des formalismes. Cette équivalence s'obtient en exprimant l'aimantation à saturation d'un matériau ferromagnétique à partir du nombre quantique de spin  $s$  de ce matériau. Ainsi, pour un échantillon contenant  $N$  spins dans un volume  $V_m$ , nous avons que

$$M_s = \frac{|\gamma|\hbar N s}{V_m}, \quad (2.105)$$

ce qui nous permet de passer de l'expression quantique pour  $g$ , donnée à l'équation (2.101), à l'expression classique pour  $g$ , donnée à l'équation (2.82) :

$$g = \eta \sqrt{\frac{V_m \omega_M \omega_c}{V_c} \frac{1}{2}}. \quad (2.106)$$

La seule différence entre ces deux expressions est l'efficacité de couplage  $\eta$ , qui n'est pas considérée explicitement dans le formalisme quantique que nous développons.

### 2.3.2 Formalisme d'entrée-sortie

Le système traité jusqu'à maintenant dans le formalisme quantique concerne une cavité micro-ondes isolée de son environnement. Cependant, lors d'une mesure expérimentale, nous devons interagir avec le système, ce qui mène à des pertes par couplage avec l'environnement. Le formalisme d'entrée-sortie permet de tenir compte de cette interaction lorsqu'une mesure est effectuée. Nous considérons alors que l'environnement est constitué d'un réservoir (en anglais,

*bath*) de photons qui viennent interagir avec la cavité, donnant un nouvel hamiltonien total

$$\hat{H}_{\text{tot}} = \hat{H}_{\text{sys}} + \hat{H}_{\text{bath}} + \hat{H}_{\text{int}}^{\text{bath}} \quad (2.107)$$

décrivant la situation illustrée à la Figure 2.5. Les photons formant le réservoir peuvent être

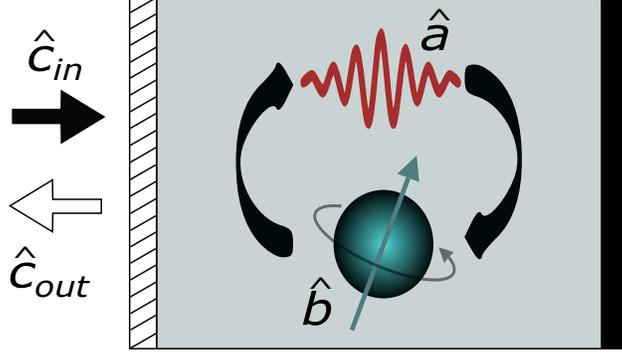


Figure 2.5 Représentation du système photon-magnon en interaction à l'intérieur de la cavité qui, elle-même, est en interaction avec un réservoir de photons situé à l'extérieur de la cavité. Cette interaction est prise en compte dans les coefficients  $\hat{c}_{\text{in}}$  et  $\hat{c}_{\text{out}}$ .

considérés comme une multitude d'oscillateurs harmoniques [113] menant à

$$\hat{H}_{\text{bath}} = \sum_q \hbar\omega_q \hat{c}_q^\dagger \hat{c}_q. \quad (2.108)$$

Concernant l'interaction entre les photons du réservoir et le système cavité-magnon, en considérant une constante de couplage  $\lambda_{\text{ext}}$  indépendante du mode  $q$ , l'hamiltonien d'interaction peut être décrit de manière similaire à celui décrivant l'interaction photon-magnon, c'est-à-dire

$$\hat{H}_{\text{int}}^{\text{bath}} = -i\hbar\lambda_{\text{ext}} \sum_q \left( \hat{c}_q \hat{a}^\dagger - \hat{c}_q^\dagger \hat{a} \right). \quad (2.109)$$

La différence entre cet hamiltonien et l'hamiltonien d'interaction photon-magnon réside dans l'introduction du nombre imaginaire  $i$  afin de rendre compte de l'aspect dissipatif de ces photons sur le système. Le signe négatif dans la parenthèse devient alors nécessaire afin que l'hamiltonien demeure hermitien. En calculant l'évolution temporelle de l'opérateur  $\hat{c}_q$  pour le réservoir de photons, il est possible de définir une relation entre l'opérateur  $\hat{a}$  et deux nouveaux opérateurs  $\hat{c}_{\text{in}}$  et  $\hat{c}_{\text{out}}$  [113], représentant respectivement un paquet d'ondes entrant et un paquet d'ondes sortant de la cavité, de sorte que

$$\hat{c}_{\text{in}} + \hat{c}_{\text{out}} = \sqrt{2\kappa_{\text{ext}}} \hat{a}, \quad (2.110)$$

où  $\kappa_{\text{ext}}$ , lié à  $\lambda_{\text{ext}}$  défini précédemment, représente le taux de couplage externe entre la cavité et le réservoir de photons. De plus, en introduisant des pertes pour la cavité et pour l'échantillon ferromagnétique en effectuant respectivement les substitutions  $\omega_c \rightarrow \omega_c - i\kappa_c$  et  $\omega_m \rightarrow \omega_m - i\kappa_m$ , les équations (2.102) et (2.103) deviennent maintenant

$$\frac{d\langle\hat{a}\rangle}{dt} = -i\omega_c\langle\hat{a}\rangle - (\kappa_c + \kappa_{\text{ext}})\langle\hat{a}\rangle - ig\langle\hat{b}\rangle + \sqrt{2\kappa_{\text{ext}}}\langle\hat{c}_{\text{in}}\rangle, \quad (2.111)$$

$$\frac{d\langle\hat{b}\rangle}{dt} = -i\omega_0\langle\hat{b}\rangle - \kappa_m\langle\hat{b}\rangle - ig\langle\hat{a}\rangle. \quad (2.112)$$

En assumant encore une dépendance temporelle harmonique, nous trouvons que la solution pour la valeur moyenne  $\langle\hat{a}\rangle$  de l'opérateur photonique est

$$\frac{\langle\hat{a}\rangle}{\langle\hat{c}_{\text{in}}\rangle} = \frac{\sqrt{2\kappa_{\text{ext}}}}{i(\omega_c - \omega) + (\kappa_c + \kappa_{\text{ext}}) + \frac{g^2}{i(\omega_0 - \omega) + \kappa_m}}. \quad (2.113)$$

Nous remarquons ici le parallèle entre le formalisme quantique et le traitement classique qui nous avait mené à l'équation (2.85), laquelle est en tout point semblable à l'équation (2.113) à l'exception des pertes  $\kappa_{\text{ext}}$  dues au couplage externe.

Expérimentalement, nous mesurons le coefficient de réflexion  $S_{11}$  de la cavité, qui est défini par

$$S_{11} = \frac{\langle\hat{c}_{\text{out}}\rangle}{\langle\hat{c}_{\text{in}}\rangle}. \quad (2.114)$$

À partir de la relation donnée à l'équation (2.110), nous avons que le coefficient de réflexion est

$$S_{11} = -1 + \frac{2\kappa_{\text{ext}}}{i(\omega_c - \omega) + (\kappa_c + \kappa_{\text{ext}}) + \frac{g^2}{i(\omega_0 - \omega) + \kappa_m}}. \quad (2.115)$$

La Figure 2.6(a) illustre un spectre typique de fort couplage photon-magnon calculé à partir de la norme du paramètre  $S_{11}$ , sur lequel nous avons superposé le modèle tiré de l'analyse des polaritons magnétiques et présenté à la Figure 2.4. Pour le calcul du paramètre  $S_{11}$ , nous avons utilisé les mêmes paramètres que ceux utilisés dans le cadre des polaritons magnétiques, c'est-à-dire  $\omega_c/2\pi = 11.69$  GHz,  $\kappa_c/2\pi = \kappa_m/2\pi = 10$  MHz et  $g/2\pi = 40$  MHz.

La Figure 2.6(b) montre directement la norme du paramètre  $S_{11}$  lorsque  $\omega_0 = \omega_c$ , spécifié par la ligne tiretée noire à la Figure 2.6(a), nous permettant de voir l'hybridation des deux modes de résonance. Cette hybridation des modes fait en sorte que le mode de résonance de la cavité seule, spécifié par la courbe tiretée rouge, se divise en deux modes de part et d'autre du mode de la cavité, ce qui mène à une séparation en fréquence entre les deux modes égale à  $2g$ . Ces deux modes de résonance ne sont pas distinguables lorsque nous sommes dans un

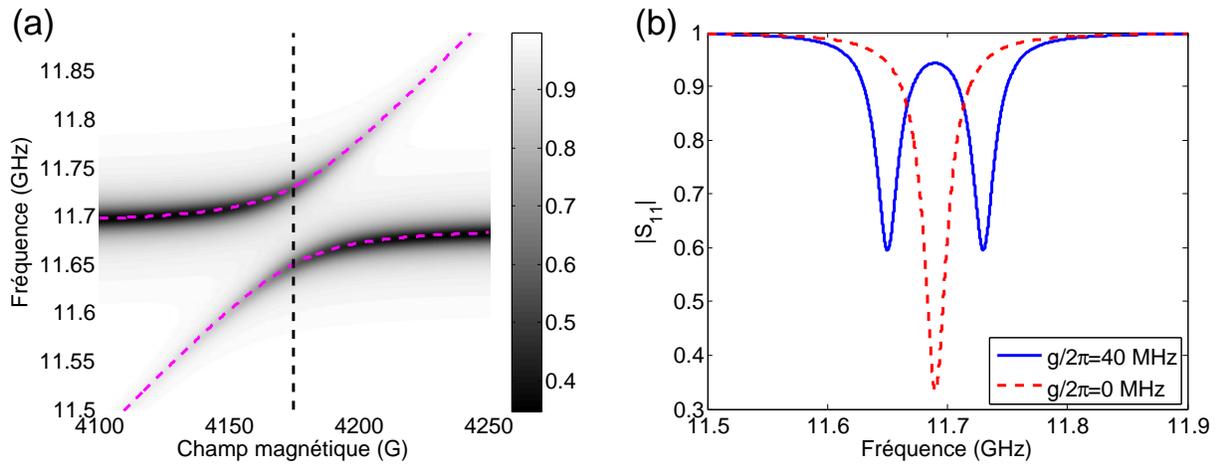


Figure 2.6 Le formalisme d'entrée-sortie permet de calculer le coefficient  $S_{11}$  représentant la réponse complète d'une cavité fortement couplée à un échantillon ferromagnétique. En (a), la norme du coefficient  $S_{11}$  est reportée en échelle de gris sur un spectre présentant la fréquence  $\omega$  en fonction du champ magnétique  $H_0$  et est comparée au modèle phénoménologique (ligne tiretée mauve). En (b), la norme de  $S_{11}$  est calculée en fonction de la fréquence  $\omega$  pour une valeur  $H_0$  fixe correspondant à l'hybridation des modes de résonance, c'est-à-dire lorsque  $\omega_0 = \omega_c$ .

régime de couplage faible, c'est-à-dire lorsque  $g < \kappa_c$  et  $\kappa_m$ .

L'expression du coefficient de réflexion  $S_{11}$  sera régulièrement utilisée au cours de cette thèse afin d'extraire les taux de pertes et la valeur de la constante de couplage dans les systèmes expérimentaux étudiés. Dans le prochain chapitre, nous commencerons à confronter notre formalisme théorique à l'expérience à l'aide d'un montage expérimental simple consistant en une sphère de YIG placée dans une cavité micro-ondes rectangulaire.

## CHAPITRE 3 TECHNIQUE EXPÉRIMENTALE

L'observation expérimentale du régime de fort couplage entre un mode électromagnétique d'une cavité micro-ondes et un mode magnétostatique d'un échantillon ferromagnétique, tel que décrit au chapitre précédent, suppose tout d'abord la capacité d'exciter simultanément ces deux modes de résonance. Ce chapitre est donc dédié à la description des techniques expérimentales permettant à la fois d'exciter les modes de résonance souhaités ainsi que de recueillir les données pertinentes décrivant la réponse du système fortement couplé.

La technique permettant l'excitation et l'observation des modes de résonance d'un échantillon magnétique est connue sous le nom de spectroscopie de résonance ferromagnétique, laquelle est d'abord décrite, à la Section 3.1.1, à partir de la solution de l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert. Cette technique fait souvent intervenir une cavité micro-ondes, laquelle peut être décrite de manière équivalente, comme nous le verrons à la Section 3.17, par un circuit RLC en série.

En régime de faible couplage, l'introduction d'un échantillon ferromagnétique dans une cavité micro-ondes mène à un changement des caractéristiques de la cavité, lequel est décrit par la méthode des perturbations. Cette méthode des perturbations, détaillée à la Section 3.1.3, permet d'ailleurs de comprendre le fonctionnement des mesures prises en guide d'onde court-circuité, qui est la technique majoritairement utilisée dans cette thèse.

Après avoir décrit les montages expérimentaux utilisés dans cette thèse et vérifié leur fonctionnement à partir de mesures effectuées sur une sphère de YIG placée dans un guide d'onde court-circuité, nous confronterons, à la Section 3.2, la théorie du fort couplage photon-magnon développée au Chapitre 2 à des mesures expérimentales concernant une sphère de YIG placée dans une cavité micro-ondes ajustable.

### 3.1 Spectroscopie de résonance ferromagnétique

Pour étudier la résonance ferromagnétique, nous pouvons distinguer grossièrement deux techniques expérimentales différentes, la première faisant usage d'une cavité micro-ondes et étant utilisée pour des échantillons ferromagnétiques dont la résonance est très faible. Un bon facteur de qualité de la cavité, que nous définissons à la Section 3.17, permet alors de distinguer les très faibles perturbations que cause l'échantillon ferromagnétique sur le mode de résonance de la cavité. Lorsque nous sommes en présence d'un échantillon ferromagnétique dont la résonance est plus forte, une deuxième technique expérimentale est utilisée, celle-ci faisant

intervenir une ligne de transmission, par exemple une ligne microruban ou un guide d'onde, plutôt qu'une cavité. Nous nous intéressons alors à la perturbation qu'occasionne la présence de l'échantillon ferromagnétique sur la ligne de transmission lorsque cet échantillon est en résonance.

Dans les deux scénarios, la susceptibilité magnétique de l'échantillon ferromagnétique permet de comprendre la façon dont la cavité ou la ligne de transmission sera perturbée par la présence de cet échantillon. Cette susceptibilité magnétique découle directement de l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert.

### 3.1.1 Solution de l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert

Nous avons déjà rencontré, à la Section 2.2.2 du Chapitre 2, l'équation de Landau-Lifshitz qui est utilisée afin de décrire la dynamique de l'aimantation d'un échantillon ferromagnétique soumis à un champ magnétique. Cette dynamique fait référence aux modes de résonance ferromagnétique de l'échantillon et la technique expérimentale utilisée pour les étudier est appelée la spectroscopie de résonance ferromagnétique. Nous avons jusqu'à présent omis la résolution directe de l'équation de Landau-Lifshitz, mais il s'avère que celle-ci est nécessaire pour comprendre en détail une expérience de résonance ferromagnétique. Avant de présenter la solution de cette équation, il est pertinent de montrer d'abord le lien entre cette équation classique et le traitement quantique d'un spin 1/2, que nous avons brièvement introduit à la Section 2.1.2.

Dans le traitement quantique, nous avons que la valeur moyenne du moment magnétique est donnée par [109]

$$\langle \hat{\mathbf{M}} \rangle(t) = -|\gamma| \langle \hat{\mathbf{S}} \rangle(t), \quad (3.1)$$

où, pour rappel,  $\hat{\mathbf{S}}$  est l'opérateur de spin. À partir du théorème d'Ehrenfest, nous avons que

$$i\hbar \frac{d}{dt} \langle \hat{\mathbf{M}} \rangle(t) = \langle [\hat{\mathbf{M}}, \hat{H}(t)] \rangle, \quad (3.2)$$

où l'hamiltonien est

$$\hat{H}(t) = -\hat{\mathbf{M}} \cdot \mathbf{B}(t) \quad (3.3)$$

avec  $\mathbf{B}(t)$  la densité de flux magnétique. Comme première étape, nous calculons le commutateur de  $\hat{M}_x$  avec l'hamiltonien, ce qui mène à

$$[\hat{M}_x, \hat{H}(t)] = -|\gamma|^2 \left( B_x(t) [\hat{S}_x, \hat{S}_x] + B_y(t) [\hat{S}_x, \hat{S}_y] + B_z(t) [\hat{S}_x, \hat{S}_z] \right); \quad (3.4)$$

$$\Rightarrow [\hat{M}_x, \hat{H}(t)] = -i\hbar |\gamma|^2 \left( B_y(t) \hat{S}_z - B_z(t) \hat{S}_y \right). \quad (3.5)$$

À l'équation (3.5), nous avons utilisé les relations de commutation entre les composantes de l'opérateur de spin, qui sont définies à l'équation (A.11) de l'Annexe A. En utilisant les permutations cycliques pour les commutateurs impliquant  $\hat{M}_y$  et  $\hat{M}_z$ , nous retrouvons bien, dans la correspondance classique, l'équation de Landau-Lifshitz

$$\frac{\partial}{\partial t} \mathbf{M} = \mu_0 |\gamma| \mathbf{M} \times \mathbf{H}, \quad (3.6)$$

où  $\mathbf{H}$  désigne le vecteur de champ magnétique.

Pour tenir compte des pertes magnétiques présentes dans l'échantillon, nous utilisons l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert, qui introduit un terme de pertes à partir du paramètre d'amortissement phénoménologique de Gilbert  $\alpha$ . La nouvelle équation s'écrit ainsi par

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\mathbf{M} \times \left( \mu_0 |\gamma| \mathbf{H} - \frac{\alpha}{M_s} \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} \right), \quad (3.7)$$

où  $M_s$  est l'aimantation à saturation. Pour résoudre cette équation, nous commençons d'abord par séparer explicitement les termes statiques, écrits à partir de lettres majuscules, des termes dynamiques, écrits à partir de lettres minuscules. Il est coutume de considérer que la direction du champ magnétique externe est selon  $\hat{\mathbf{z}}$ , ce qui nous permet d'écrire, par exemple, que  $\mathbf{M} = M_s \hat{\mathbf{z}} + \mathbf{m}$ . Cette expression pour l'aimantation contient déjà l'approximation que la partie dynamique, qui est transverse à l'axe  $\hat{\mathbf{z}}$ , est petite, de sorte que  $M_z \approx M_s$ . Cette approximation est valide lorsque le champ magnétique dynamique que nous appliquons sur le système, dénoté  $\mathbf{h}$ , est faible.

Enfin, le champ magnétique apparaissant à l'équation (3.7) est un champ effectif comprenant les contributions, par exemple, du champ magnétique externe, du champ de désaimantation, du champ d'anisotropie et du champ d'échange. Pour l'instant, en plus du champ externe, nous considérons uniquement la contribution du champ de désaimantation  $\mathbf{H}_d$ , associé aux interactions dipolaires entre les moments magnétiques constituant le système. Celui-ci est lié au facteur de forme de l'échantillon, de sorte que  $\mathbf{H} = H_0 \hat{\mathbf{z}} + \mathbf{H}_d$ . Ce champ de désaimantation s'exprime par  $\mathbf{H}_d = -\bar{\bar{N}} \mathbf{M}$ , où  $\bar{\bar{N}}$  est le tenseur de désaimantation. Pour un échantillon ayant la forme d'un ellipsoïde de révolution, ce tenseur est diagonal et s'écrit

$$\bar{\bar{N}} = \begin{bmatrix} N_x & 0 & 0 \\ 0 & N_y & 0 \\ 0 & 0 & N_z \end{bmatrix}, \quad (3.8)$$

avec  $N_x + N_y + N_z = 1$ . Dans le cas où l'axe de révolution est selon  $\hat{\mathbf{z}}$ , nous pouvons écrire

$$N_x = N_y = N_t.$$

À partir de ces relations, nous pouvons résoudre l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert et chercher une solution de la forme  $\mathbf{m} = \bar{\chi}\mathbf{h}$ , où  $\bar{\chi}$  représente le tenseur de susceptibilité de l'échantillon. En utilisant l'approximation linéaire, que nous avons vue à la Section 2.2.2, et en considérant une dépendance temporelle de la forme  $e^{-i\omega t}$ , nous trouvons que le tenseur de susceptibilité est

$$\bar{\chi} = \frac{\omega_M}{(\omega_0^* + (N_t - N_z)\omega_M)^2 - \omega^2} \begin{bmatrix} \omega_0^* + (N_t - N_z)\omega_M & -i\omega \\ i\omega & \omega_0^* + (N_t - N_z)\omega_M \end{bmatrix}, \quad (3.9)$$

où  $\omega_0^* = \omega_0 - i\alpha\omega$ . Nous pouvons alors définir la fréquence de résonance

$$\omega_{\text{res}} = \Omega_0 = \omega_0 + (N_t - N_z)\omega_M, \quad (3.10)$$

correspondant au mode uniforme de résonance. Cette relation est connue sous le nom de relation de Kittel [116]. Ce mode de résonance décrit la situation où tous les spins résonnent à l'unisson dans l'échantillon, ce qui correspond à une onde de spin dont le nombre d'onde est  $k = 0$ .

Comme nous l'avons vu à la Section 2.2.2, en tenant compte des conditions frontières de l'échantillon, ce dernier peut supporter plusieurs modes en plus du mode uniforme, qui sont caractérisés par  $k \neq 0$ . Lorsque l'interaction d'échange est négligée, nous parlons alors de modes magnétostatiques. Les modes propres d'un ellipsoïde de révolution, dans l'approximation magnétostatique, sont connus sous le nom de modes de Walker [111], comme nous l'avons déjà mentionné. Lorsque le nombre d'onde  $k$  devient assez grand, la longueur d'onde est assez petite pour que l'interaction d'échange devienne importante. Nous parlons alors spécifiquement d'ondes de spin. La relation de dispersion pour des ondes de spin dans un milieu ferromagnétique non borné est donnée par [117]

$$\Omega_{\mathbf{k}} = \sqrt{(\omega_0 - N_z\omega_M + \omega_e a^2 k^2)(\omega_0 - N_z\omega_M + \omega_e a^2 k^2 + \omega_M \sin^2 \theta_k)} \quad (3.11)$$

et elle est illustrée schématiquement à la Figure 3.1. Cette figure illustre bien ce qui est connu sous le nom de *spin wave manifold*. À l'équation (3.11), l'énergie d'échange est liée à la quantité  $\omega_e = \mu_0|\gamma|H_e$  où  $H_e$  est le champ d'échange. Elle fait également intervenir la distance inter-spins, dénotée par  $a$ . Nous pouvons constater que l'interaction d'échange mène à une dépendance de la fréquence de résonance selon  $k^2$ .

Toutes les ondes magnétostatiques et les ondes de spin pouvant exister sont contenues dans la zone hachurée présentée à la Figure 3.1 et celle-ci est limitée, dans le cas magnétostatique,

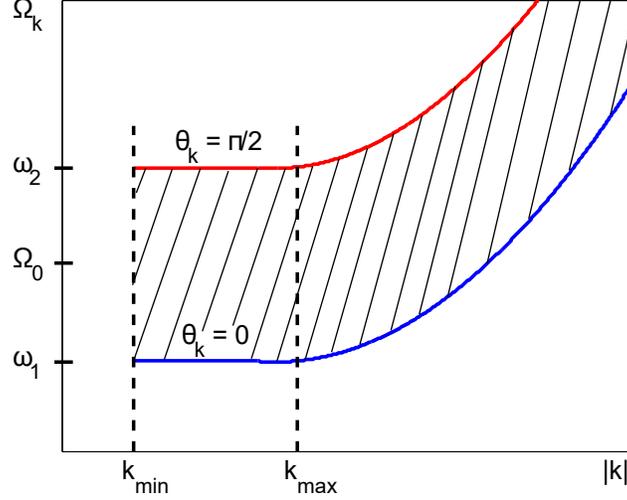


Figure 3.1 Relation de dispersion des ondes de spin pour un milieu ferromagnétique non borné montrant la distinction entre le régime des ondes magnétostatiques, entre  $k_{\min}$  et  $k_{\max}$ , et le régime des ondes de spin, pour  $|\mathbf{k}| > k_{\max}$ .

par les fréquences

$$\omega_1 = \omega_0 - N_z \omega_M; \quad (3.12)$$

$$\omega_2 = \sqrt{(\omega_0 - N_z \omega_M)(\omega_0 + 2N_t \omega_M)}. \quad (3.13)$$

Les indices  $k_{\min}$  et  $k_{\max}$  désignent de manière approximative la plage des nombres d'onde  $k$  associés aux modes magnétostatiques, où la vitesse de groupe des ondes de spin s'approche de 0. Pour des nombres d'onde  $k$  petits, les conditions frontières du matériau ferromagnétique peuvent être prises en compte, ce qui donne lieu aux modes de Walker mentionnés plus tôt. Ces considérations seront importantes à la Section 4.3 du Chapitre 4, lorsque nous traiterons de l'interaction entre le mode uniforme et les modes magnétostatiques.

Pour l'instant, il est suffisant de nous concentrer sur le mode uniforme ( $k = 0$ ), qui est le principal mode que nous observons expérimentalement. Dans le cas d'une sphère, nous avons  $N_t = N_z = 1/3$ , ce qui mène à une fréquence de résonance  $\omega_{\text{res}} = \omega_0$ . La diagonalisation du tenseur de susceptibilité présenté à l'équation (3.9) mène alors à

$$\begin{bmatrix} m_x - im_y \\ m_x + im_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\omega_M}{(\omega_0 - i\alpha\omega) - \omega} & 0 \\ 0 & \frac{\omega_M}{(\omega_0 - i\alpha\omega) + \omega} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x - ih_y \\ h_x + ih_y \end{bmatrix}, \quad (3.14)$$

où  $m_x - im_y$  est le mode uniforme de résonance correspondant à une onde électromagnétique de polarisation circulaire droite. Lorsque nous négligeons les pertes en posant  $\alpha = 0$ ,

la susceptibilité scalaire du mode uniforme de résonance mène directement à la perméabilité relative  $\mu_m$  donnée à l'équation (2.43) et utilisée dans notre traitement des polaritons magnétiques. En tenant compte des pertes, la susceptibilité scalaire s'écrit à l'aide d'une partie réelle  $\chi'$  et d'une partie imaginaire  $\chi''$ , de sorte que

$$\chi = \chi' + i\chi'' = \frac{\omega_M(\omega_0 - \omega)}{(\omega_0 - \omega)^2 + \alpha^2\omega^2} + i\frac{\alpha\omega\omega_M}{(\omega_0 - \omega)^2 + \alpha^2\omega^2}. \quad (3.15)$$

Le comportement en fréquence de cette susceptibilité est illustré à la Figure 3.2. L'expression

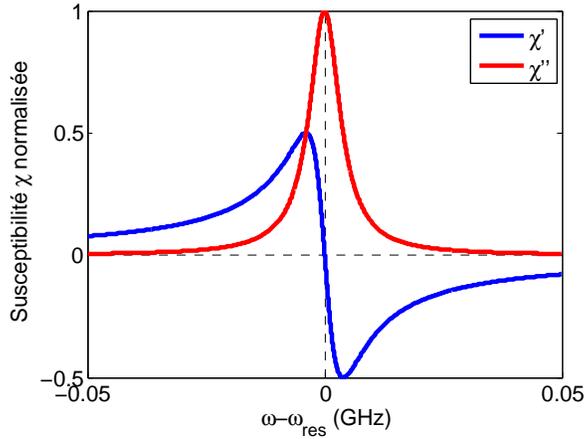


Figure 3.2 Susceptibilité du mode uniforme de résonance calculée à partir de l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert pour une sphère dans un champ magnétique uniforme. À la fréquence de résonance  $\omega_{\text{res}} = \omega_0$ , la partie réelle de la susceptibilité est nulle alors que la partie imaginaire est maximale. Un paramètre  $\alpha = 4 \times 10^{-4}$  a été utilisé pour tracer les courbes.

obtenue pour  $\chi$  nous permet de déduire qu'à la résonance, la partie réelle de la susceptibilité est nulle alors que la partie imaginaire est maximale, ayant pour valeur

$$\chi''_{\text{max}} = \frac{\omega_M}{\alpha\omega_0}. \quad (3.16)$$

Cela nous permet de trouver que la demi-largeur à mi-hauteur (HWHM pour *Half-Width at Half-Maximum*) est  $\alpha\omega_0$ , ce qui est utile pour caractériser la largeur de résonance d'un système magnétique et pour déterminer la valeur du paramètre  $\alpha$ . Nous pouvons de manière équivalente introduire le taux de pertes magnétiques  $\kappa_m$  dans la susceptibilité en remplacement de la quantité  $\alpha\omega$ , comme nous l'avons fait au chapitre précédent.

Afin d'observer la résonance ferromagnétique d'un échantillon, une technique couramment utilisée consiste à placer ce dernier dans une cavité micro-ondes et à observer la perturbation causée par la résonance de l'échantillon sur le mode électromagnétique de la cavité. Nous

étudierons cet effet dans les prochaines sections, en nous penchant premièrement sur la description d'une cavité micro-ondes à partir d'un modèle de circuit RLC en série. Cela nous permettra du même coup de comprendre la manière dont la résonance ferromagnétique peut être observée avec la technique de guide d'onde court-circuité, qui est celle que nous utilisons majoritairement dans cette thèse.

### 3.1.2 Correspondance entre une cavité et un circuit RLC en série

Dans cette section, nous justifierons notre utilisation d'un circuit RLC en série à la Section 2.3.1 du Chapitre 2 pour représenter une cavité micro-ondes. À partir de cette analogie, nous serons en mesure de calculer le coefficient de réflexion d'une cavité vide, ce qui nous permettra par la suite d'appliquer la méthode des perturbations lorsqu'un échantillon ferromagnétique est présent dans la cavité.

Nous commençons notre analyse par l'étude d'un circuit RLC en série. L'équation reliant le voltage  $V$  au courant  $I$  pour un tel circuit est

$$V = L \frac{dI}{dt} + RI + \frac{q}{C}, \quad (3.17)$$

où  $q$  est la charge dans le condensateur et où, pour rappel,  $L$  est l'inductance,  $C$  la capacitance et  $R$  la résistance du circuit. Pour une source produisant un voltage variant temporellement<sup>1</sup> selon  $V = V_s e^{i\omega t}$  avec  $V_s$  l'amplitude du voltage de la source, l'équation (3.17) devient

$$V = i\omega LI + RI - i \frac{I}{\omega C}, \quad (3.18)$$

ce qui mène à l'impédance

$$Z = R + i \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right) = \sqrt{R^2 + \left( \omega L - \frac{1}{\omega C} \right)^2} e^{i\theta} \quad (3.19)$$

avec

$$\tan \theta = \left( \frac{\omega L - \frac{1}{\omega C}}{R} \right). \quad (3.20)$$

Nous retrouvons donc, à partir de l'expression de l'impédance, la fréquence de résonance  $\omega_c = 1/\sqrt{LC}$  du circuit. Lorsque la source de voltage opère à la fréquence de résonance, le courant est maximal dans le circuit et  $\theta = 0$ , ce qui implique que le voltage et le courant sont en phase. Toujours à partir de l'expression de l'impédance, pour une fréquence  $\omega \approx \omega_c$ , nous

---

1. Nous utilisons ici la convention  $e^{i\omega t}$ , qui est celle utilisée dans la référence [94] à partir de laquelle le développement mathématique de cette section est effectué.

avons que

$$\frac{Z}{R} = 1 + 2iQ_0 \frac{(\omega - \omega_c)}{\omega_c}, \quad (3.21)$$

où nous avons introduit le facteur de qualité  $Q_0$  du circuit, défini par

$$Q_0 = \omega_c \frac{L}{R} = \frac{1}{R\omega_c C} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}. \quad (3.22)$$

Ce facteur de qualité est directement lié à l'énergie du système et une définition plus explicite est donnée par [94]

$$Q_0 = \frac{2\pi(\text{énergie emmagasinée})}{(\text{puissance dissipée})} = \omega_c \frac{\frac{1}{2}LI_s^2}{\frac{1}{2}RI_s^2} = \frac{\omega_c}{\Delta\omega_c}, \quad (3.23)$$

où  $\Delta\omega_c$  est une pleine largeur à mi-hauteur (FWHM pour *Full-Width at Half-Maximum*) définissant les deux valeurs de  $|\omega - \omega_c|$  pour lesquelles la puissance dissipée est la moitié de la valeur à la résonance.

Supposons maintenant que nous avons une cavité rectangulaire de longueur  $d_c$  placée à l'extrémité d'un guide d'onde. Pour un guide d'onde d'impédance caractéristique  $Z_0$  et en l'absence d'un iris de couplage, il est possible de montrer [94, 118] que l'impédance d'entrée  $Z_{\text{in}}$  de la cavité est

$$Z_{\text{in}} = Z_0 \tanh(\beta_1 d_c + i\beta_2 d_c), \quad (3.24)$$

où  $\beta_1$  est la constante d'atténuation et  $\beta_2 = 2\pi/\lambda_g$ , avec  $\lambda_g$  la longueur d'onde guidée. Étant donné qu'il n'y a pas d'iris de couplage pour l'instant, l'impédance d'entrée  $Z_{\text{in}}$  de la cavité, donnée à l'équation (3.24), est équivalente à celle d'un guide d'onde court-circuité. En supposant de faibles pertes par propagation dans la cavité ( $\beta_1 d_c \ll 1$ ), nous avons que

$$Z_{\text{in}} \approx Z_0(\beta_1 d_c + i \tan \beta_2 d_c). \quad (3.25)$$

Proche de la résonance de la cavité, nous avons que  $\beta_2 d_c \approx n\pi$  et  $|\tan \beta_2 d_c| \ll 1$ , ce qui nous permet d'écrire

$$\tan \beta_2 d_c \approx \pi \frac{\lambda_g^2}{\lambda^2} \frac{\omega - \omega_c}{\omega_c}, \quad (3.26)$$

où  $\lambda$  est la longueur d'onde dans le vide. L'impédance d'entrée s'exprime alors par

$$Z_{\text{in}} = Z_0 \left[ \beta_1 d_c + i\pi \frac{\lambda_g^2}{\lambda^2} \frac{\omega - \omega_c}{\omega_c} \right], \quad (3.27)$$

ce qui est exactement de la même forme que l'impédance d'un circuit RLC en série, donnée

à l'équation (3.21), avec les correspondances

$$R = Z_0 \beta_1 d_c; \quad (3.28)$$

$$Q_0 = \frac{\pi}{2\beta_1 d_c} \left( \frac{\lambda_g}{\lambda} \right)^2; \quad (3.29)$$

$$L = \frac{\pi Z_0}{2\omega_c} \left( \frac{\lambda_g}{\lambda} \right)^2. \quad (3.30)$$

Nous pouvons par la suite considérer le même système où, cette fois-ci, la jonction entre la cavité et le guide d'onde est formée d'un iris de couplage circulaire centré sur le guide d'onde. Cette situation est l'équivalent d'ajouter une inductance  $L_1$  en parallèle avec le circuit RLC, ce qui revient à ajouter en série une résistance  $R_{L_1}$  ainsi qu'une inductance  $L_1$  supplémentaires au circuit RLC initial [94]. Cette résistance additionnelle est donnée par

$$R_{L_1} = \frac{\omega_c^2 L_1^2}{Z_0} \quad (3.31)$$

et peut être contrôlée à partir de l'iris de couplage. L'inductance  $L_1$  peut, quant à elle, être négligée puisqu'elle est beaucoup plus petite que l'inductance  $L$  de la cavité, donnée à l'équation (3.30). Nous avons alors une résistance totale  $R_{\text{tot}} = R_{L_1} + R$  dans notre circuit, ce qui nous mène à l'expression

$$Z_{\text{in}} = R_{\text{tot}} \left[ 1 + 2iQ_0 \frac{(\omega - \omega_c)}{\omega_c} \right] \quad (3.32)$$

pour l'impédance d'entrée. Le coefficient de réflexion  $S_{11}$  est défini par

$$S_{11} = \frac{Z_{\text{in}} - Z_0}{Z_{\text{in}} + Z_0}, \quad (3.33)$$

ce qui mène, en définissant

$$\iota = \frac{Z_0}{R_{\text{tot}}}, \quad (3.34)$$

à l'expression

$$S_{11} = \frac{(\omega - \omega_c) - i \left( \frac{1-\iota}{1+\iota} \right) \frac{\omega_c}{2Q_c}}{(\omega - \omega_c) - i \frac{\omega_c}{2Q_c}}. \quad (3.35)$$

À l'équation (3.35), nous avons introduit le facteur de qualité total de la cavité, qui est donné par

$$Q_c = \frac{Q_0}{1 + \iota} \quad (3.36)$$

et qui tient compte à la fois des pertes intrinsèques de la cavité, liées à  $Q_0$ , et des pertes radiatives par l'iris de couplage, liées au facteur de qualité radiatif  $Q_r$ . Nous avons donc que

$$\frac{1}{Q_c} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_r} \quad (3.37)$$

et que

$$\iota = \frac{Q_0}{Q_r}. \quad (3.38)$$

La norme du coefficient de réflexion est

$$|S_{11}|^2 = \frac{(\omega - \omega_c)^2 \left[ (\omega - \omega_c)^2 + \left( \frac{1 + \iota^2}{(1 + \iota)^2} \right) \frac{\omega_c^2}{2Q_c^2} \right] + \left( \frac{1 - \iota}{1 + \iota} \right)^2 \frac{\omega_c^4}{16Q_c^4}}{\left[ (\omega - \omega_c)^2 + \frac{\omega_c^2}{4Q_c^2} \right]^2}, \quad (3.39)$$

ce qui se réduit à

$$|S_{11}|^2 = \frac{(\omega - \omega_c)^2}{(\omega - \omega_c)^2 + \frac{\omega_c^2}{4Q_c^2}} \quad (3.40)$$

lorsque  $\iota = 1$ , c'est-à-dire lorsque  $Q_r = Q_0$ . Cette situation est celle du couplage critique et elle est représentée par la courbe en bleu à la Figure 3.3(a). Nous pouvons constater

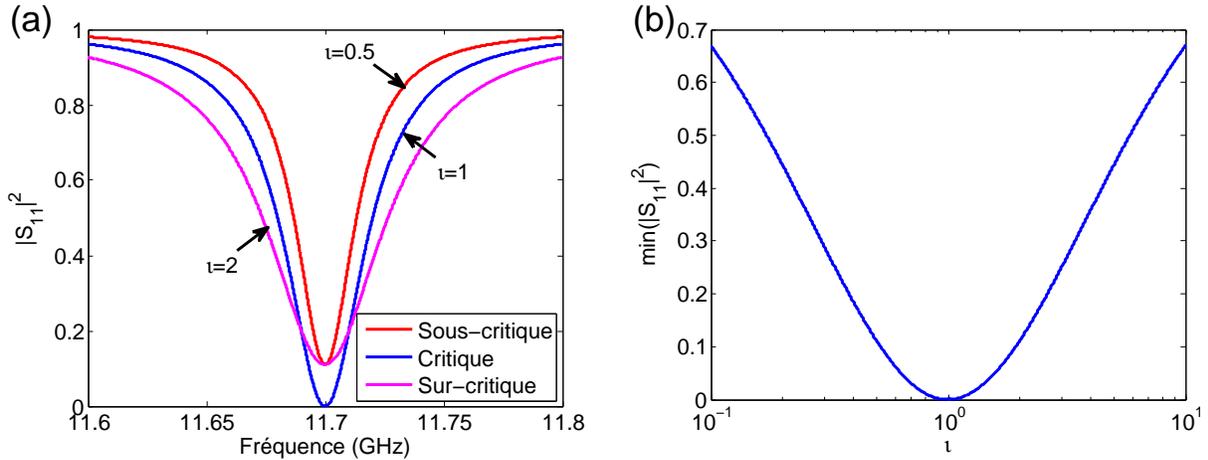


Figure 3.3 (a) Coefficient de réflexion  $|S_{11}|^2$  dans le modèle de circuit RLC en série montrant le couplage sous-critique, critique et sur-critique. (b) Le minimum de  $|S_{11}|^2$  dépend du paramètre  $\iota$ , qui est le ratio du facteur de qualité  $Q_0$  de la cavité isolée et du facteur de qualité radiatif  $Q_r$ .

à partir de l'équation (3.40) que la norme au carré du coefficient de réflexion  $S_{11}$  est une

fonction lorentzienne inversée et qu'elle est nulle à la résonance de la cavité. Cette fonction lorentzienne a une demi-largeur à mi-hauteur donnée par

$$\frac{\omega_c}{2Q_c} = \frac{\Delta\omega_c}{2}, \quad (3.41)$$

d'après la définition du facteur de qualité donnée à l'équation (3.23). La Figure 3.3(a) montre également les situations où  $\iota < 1$  et  $\iota > 1$ , qui correspondent respectivement au cas de couplage sous-critique et de couplage sur-critique. Le minimum de  $|S_{11}|^2$  survient à la fréquence de résonance et est déterminé par la valeur de  $\iota$  selon

$$\min(|S_{11}|^2) = \left(\frac{1-\iota}{1+\iota}\right)^2. \quad (3.42)$$

Ce minimum est tracé à la Figure 3.3(b) en fonction de plusieurs valeurs de  $\iota$ , selon une échelle logarithmique. À partir de ces considérations, nous pouvons déjà anticiper que le fait de placer un échantillon ferromagnétique dans la cavité viendra perturber le comportement de cette dernière, ce qui est l'objet de la prochaine section.

### 3.1.3 Méthode des perturbations

Lorsque nous plaçons un échantillon ferromagnétique dans la cavité, ce dernier vient introduire des pertes supplémentaires et vient alors modifier le facteur de qualité  $Q_c$  de la cavité. Comme nous l'avons vu à la Section 3.1.1, le comportement électromagnétique de l'échantillon dépend de la valeur du champ magnétique appliqué  $H_0$ , ce qui implique que le facteur de qualité  $Q_c$  dépend également du champ. Pour un champ magnétique infiniment fort, tous les moments magnétiques sont fixés rigidement, ce qui nous permet d'introduire dans notre notation le coefficient de réflexion  $Q_\infty$  pour désigner les pertes intrinsèques de la cavité et les pertes radiatives. En présence d'un échantillon ferromagnétique, nous avons alors

$$\frac{1}{Q_c(H_0)} = \frac{1}{Q_\infty} + \frac{1}{Q_m(H_0)} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_r} + \frac{1}{Q_m(H_0)}, \quad (3.43)$$

où  $Q_m(H_0)$  désigne le facteur de qualité associé à l'échantillon. De façon rigoureuse, ce facteur de qualité est défini de manière analogue à l'équation (3.23) par le rapport entre l'énergie emmagasinée dans la cavité et l'énergie dissipée dans l'échantillon. Nous pouvons calculer le facteur de qualité  $Q_m$  à partir des équations de Maxwell que nous avons définies aux équations (2.41) et (2.42). Nous considérons ces équations pour deux cas distincts, soit celui d'une cavité vide, décrite par des champs  $\mathbf{e}_0$  et  $\mathbf{h}_0$  et une fréquence de résonance  $\omega_\infty$ , puis celui d'une cavité perturbée, décrite par des champs  $\mathbf{e}$  et  $\mathbf{h}$  et une fréquence de résonance  $\omega_c$ .

Pour une dépendance temporelle de la forme  $e^{-i\omega t}$ , les équations de Maxwell nous mènent à [95]

$$\nabla \cdot (\mathbf{e} \times \mathbf{h}_0^* + \mathbf{e}_0^* \times \mathbf{h}) = i \left( \omega_c \mathbf{h}_0^* \cdot \bar{\bar{\mu}} \mathbf{h} - \omega_\infty \mathbf{h} \cdot \mu_0 \mathbf{h}_0^* + \omega_c \mathbf{e}_0^* \cdot \bar{\bar{\epsilon}} \mathbf{e} - \omega_\infty \mathbf{e} \cdot \epsilon_0 \mathbf{e}_0^* \right). \quad (3.44)$$

En intégrant sur le volume de la cavité et en supposant un échantillon ayant une permittivité isotrope égale à celle du vide, nous obtenons l'expression générale

$$\frac{(\omega_c - \omega_\infty)}{\omega_c} = \frac{- \int_{\text{échan.}} \mu_0 \mathbf{h}_0^* \cdot \bar{\bar{\chi}} \mathbf{h} \, dV}{\int_{\text{cavité}} (\mu_0 \mathbf{h}_0^* \cdot \mathbf{h} + \epsilon_0 \mathbf{e}_0^* \cdot \mathbf{e}) \, dV} - \frac{i \int_{S_c} (\mathbf{e} \times \mathbf{h}_0^* + \mathbf{e}_0^* \times \mathbf{h}) \cdot d\mathbf{S}}{\omega_c \int_{\text{cavité}} (\mu_0 \mathbf{h}_0^* \cdot \mathbf{h} + \epsilon_0 \mathbf{e}_0^* \cdot \mathbf{e}) \, dV}, \quad (3.45)$$

où  $S_c$  désigne la surface totale de la cavité. L'expression précédente est rigoureuse, mais étant donné que nous ne connaissons pas les champs perturbés  $\mathbf{e}$  et  $\mathbf{h}$ , nous ne pouvons calculer l'effet de cette perturbation sur la fréquence de résonance et sur les pertes de la cavité.

La méthode des perturbations suppose alors que la présence de l'échantillon dans la cavité n'a que peu d'effet sur les champs de celle-ci, ce qui permet d'approximer  $\mathbf{e}$  et  $\mathbf{h}$  par  $\mathbf{e}_0$  et  $\mathbf{h}_0$  au dénominateur. Ce dénominateur fait alors intervenir l'énergie magnétique et l'énergie électrique de la cavité vide, qui sont données par

$$U_0 = \int_{\text{cavité}} \mu_0 |h_0|^2 \, dV = \int_{\text{cavité}} \epsilon_0 |e_0|^2 \, dV. \quad (3.46)$$

En approximant également la fréquence au dénominateur par la fréquence de résonance de la cavité vide et en introduisant un terme d'amortissement par la substitution

$$\omega_c \rightarrow \omega_c - i \frac{\omega_c}{2Q_c}, \quad (3.47)$$

nous avons l'expression approximative

$$\frac{(\omega_c - \omega_\infty)}{\omega_\infty} - i \frac{1}{2Q_c} = - \frac{\int_{\text{échan.}} \mu_0 \mathbf{h}_0^* \cdot \bar{\bar{\chi}} \mathbf{h} \, dV}{2U_0} - \frac{i \int_{S_c} (\mathbf{e} \times \mathbf{h}_0^* + \mathbf{e}_0^* \times \mathbf{h}) \cdot d\mathbf{S}}{2U_0}. \quad (3.48)$$

Dans le cas d'une cavité vide, l'équation (3.48) porte uniquement sur les pertes intrinsèques de la cavité, dues aux courants de Foucault dans les parois métalliques, et les pertes radiatives, dues à l'iris de couplage. Nous dénotons ces pertes de manière usuelle par  $\kappa_c$  et  $\kappa_{\text{ext}}$ , respectivement, et elles définissent le facteur de qualité  $Q_\infty$ . L'intégrale sur la surface de la cavité peut donc s'exprimer par deux intégrales distinctes, la première concernant les parois métalliques de la cavité et la deuxième concernant l'ouverture  $S_O$  de la cavité. Cette deuxième intégrale a déjà été vue à l'équation (2.83) de la Section 2.2.2.

Lorsque l'échantillon est pris en compte, nous pouvons diviser l'intégrale sur le volume à l'équation (3.48) en deux intégrales par l'utilisation de la susceptibilité scalaire  $\chi = \chi' + i\chi''$ , de sorte que

$$\frac{\omega_c - \omega_\infty}{\omega_\infty} \approx \frac{-\int_{\text{échan.}} \chi' |h_0|^2 dV}{2 \int_{\text{cavité}} |h_0|^2 dV} \quad (3.49)$$

et

$$\frac{1}{Q_c} - \frac{1}{Q_\infty} \approx \frac{\int_{\text{échan.}} \chi'' |h_0|^2 dV}{\int_{\text{cavité}} |h_0|^2 dV}. \quad (3.50)$$

Pour le mode uniforme de résonance, ces équations mènent à un ratio de volumes effectifs, parfois appelé facteur de remplissage dans la littérature [94]. Nous utilisons ici la lettre grecque  $\zeta$  pour parler de ce facteur de remplissage, contrairement à la lettre grecque  $\eta$  utilisée dans la littérature, afin d'éviter la confusion avec l'efficacité de couplage  $\eta$  que nous avons définie à la Section 2.2.2 du Chapitre 2. Ce facteur de remplissage est donc donné par

$$\zeta = \frac{\int_{\text{échan.}} |h_0|^2 dV}{\int_{\text{cavité}} |h_0|^2 dV} = \frac{V_{m,\text{eff}}}{V_{c,\text{eff}}} = \frac{V_m \langle |h_0|^2 \rangle_{\text{échan.}}}{V_c \langle |h_0|^2 \rangle_{\text{cavité}}}, \quad (3.51)$$

où nous avons utilisé le symbole  $\langle \cdot \rangle$  pour désigner la valeur moyenne sur le volume du système concerné. Cela nous permet ainsi d'obtenir les expressions finales de la méthode des perturbations :

$$\frac{\omega_c(H_0) - \omega_\infty}{\omega_\infty} = -\frac{\zeta \chi'}{2}; \quad (3.52)$$

$$\frac{1}{Q_c(H_0)} - \frac{1}{Q_\infty} = \zeta \chi''. \quad (3.53)$$

Ces équations nous permettent de constater que la présence d'un échantillon ferromagnétique dans une cavité micro-ondes entraîne un déplacement de la fréquence de résonance et que ce déplacement est proportionnel à  $\chi'$ , c'est-à-dire la partie dispersive de la susceptibilité magnétique. De plus, la présence de l'échantillon mène à une diminution du facteur de qualité de la cavité et cette diminution est proportionnelle à  $\chi''$ , la partie dissipative de la susceptibilité. Ces perturbations peuvent être mesurées expérimentalement et permettent d'obtenir des informations concernant la susceptibilité magnétique de l'échantillon ferromagnétique étudié.

Comme nous l'avons annoncé à la Section 2.2.2 du Chapitre 2, il est possible de faire un lien entre la méthode des perturbations et la théorie classique du fort couplage photon-magnon que nous avons développée. D'une part, nous avons que le ratio des volumes effectifs peut s'écrire de manière alternative par

$$\zeta = \frac{\eta V_m}{V_{c,\text{eff}}}, \quad (3.54)$$

où  $\eta$  est l'efficacité de couplage définie à l'équation (2.81). Nous avons donc que

$$V_{c,\text{eff}} = V_c \frac{\langle |h_0|^2 \rangle_{\text{cavité}}}{h_{\text{max}}^2}, \quad (3.55)$$

ce qui, en première approximation, nous permet d'utiliser  $V_c$  et  $V_{c,\text{eff}}$  de manière interchangeable. Nous avons donc que

$$\zeta = 2 \frac{\zeta_0 \zeta_c}{\eta}, \quad (3.56)$$

où  $\zeta_0$  et  $\zeta_c$  sont les coefficients de couplage apparaissant à l'équation (2.76). Nous pouvons déjà remarquer la ressemblance entre l'équation (3.56) et le facteur  $\zeta$  défini à l'équation (2.88) dans le cadre des polaritons magnétiques. Ensuite, en reprenant la nomenclature habituelle, c'est-à-dire  $\omega_c$  pour désigner le mode de la cavité vide et  $\omega$  pour désigner la fréquence de la cavité à un champ  $H_0$  arbitraire, nous avons, en remplaçant la susceptibilité par  $\mathbf{m}/\mathbf{h}$  à l'équation (3.45) et en négligeant les pertes, que

$$(\omega - \omega_c)\mathbf{h} + \omega \frac{\zeta}{2} \mathbf{m} = 0. \quad (3.57)$$

De plus, en considérant la susceptibilité obtenue par la résolution de l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert et présentée à l'équation (3.15), nous avons, en négligeant les pertes, que

$$(\omega - \omega_0)\mathbf{m} + \omega_M \mathbf{h} = 0. \quad (3.58)$$

Les équations (3.57) et (3.58) mènent alors, en ramenant les pertes et en considérant le terme de couplage externe par l'ouverture  $S_O$  donnée à l'équation (2.83), au système matriciel

$$\begin{bmatrix} (\omega - \omega_c) + i\kappa_c & \zeta\omega/2 \\ \omega_M & (\omega - \omega_0) + i\kappa_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{h} \\ \mathbf{m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.59)$$

Ce système matriciel décrit une fois de plus le couplage photon-magnon et est presque entièrement similaire à l'équation (2.84). Contrairement au cas des polaritons magnétiques, décrits à partir de l'équation (2.89), la méthode des perturbations vient positionner les coefficients de couplage  $\zeta_c$  et  $\zeta_0$  uniquement sur le système de la cavité micro-ondes. Dans cette approche, seule l'efficacité de couplage entre la cavité et l'échantillon a été prise en compte, alors que l'efficacité de couplage entre l'échantillon et la cavité est manquante. Cela explique la division par  $\eta$  à l'équation (3.56). En quelque sorte, la méthode des perturbations et les polaritons magnétiques de cavité traités à la Section 2.2.1 sont des cas opposés, le premier traitant majoritairement d'une cavité alors le dernier traite principalement d'un matériau magnétique. Ces cas de figure, cependant, permettent tous les deux d'approximer le com-

portement du couplage photon-magnon, qui est décrit rigoureusement à l'aide du système matriciel présenté à l'équation (2.84).

Nous terminons cette section en utilisant le formalisme théorique obtenu dans celle-ci et dans celle précédente pour décrire les expériences de résonance ferromagnétique effectuées avec la technique du guide d'onde court-circuité. Lorsque cette technique est utilisée, nous sommes en présence d'une situation équivalente à celle d'une cavité ayant un facteur de qualité  $Q_\infty$  très faible. Ce facteur de qualité très faible s'explique par le fait que, par définition, il est souhaitable qu'un guide d'onde soit capable de transmettre efficacement une bande de fréquences très large avec le moins d'atténuation possible. Notre guide d'onde court-circuité, agissant à titre de cavité, se retrouve donc en couplage sur-critique avec la ligne de transmission, ce qui fait en sorte que  $Q_r \ll 1$  et donc que  $Q_\infty \ll 1$ . À la fréquence de résonance de notre cavité, qui est une condition presque toujours satisfaite étant donné la grande quantité de modes que supporte le guide d'onde court-circuité, nous avons, selon l'équation (3.42), que

$$|S_{11}| = \frac{\iota - 1}{\iota + 1} = \frac{1 - 1/\iota}{1 + 1/\iota} \approx 1 - 2/\iota, \quad (3.60)$$

où nous avons utilisé le fait que  $\iota \gg 1$ . En définissant les quantités

$$\iota = \frac{Q_0(H_0)}{Q_r} \quad \text{et} \quad \iota_\infty = \frac{Q_{0\infty}}{Q_r}, \quad (3.61)$$

nous avons, à partir de l'équation (3.53), que

$$\frac{1}{\iota} = \frac{1}{\iota_\infty} + Q_r \zeta \chi'', \quad (3.62)$$

ce qui mène à

$$|S_{11}| \approx 1 - \frac{2}{\iota_\infty} - 2Q_r \zeta \chi''. \quad (3.63)$$

Nous voyons donc que les expériences de résonance ferromagnétique en guide d'onde court-circuité mènent à une norme du coefficient de réflexion  $S_{11}$  qui dépend directement de  $\chi''$  et qui devrait donc montrer une forme lorentzienne inversée à l'approche de la résonance ferromagnétique de l'échantillon. Loin de la résonance de cet échantillon, nous avons que  $\chi'' \approx 0$ , ce qui implique que le coefficient de réflexion est presque maximal,  $|S_{11}| \approx 1$ , étant donné que le *offset*  $2/\iota_\infty$  est très faible.

### 3.1.4 Montage expérimental

Comme nous l'avons mentionné auparavant, les expériences de résonance ferromagnétique menées dans le cadre de cette thèse utilisent majoritairement la technique de guide d'onde court-circuité, ce qui consiste à terminer un guide d'onde avec une paroi métallique, communément appelée court-circuit, et à placer l'échantillon ferromagnétique sur cette paroi, comme la Figure 3.4 l'illustre. Pour les expériences menées dans le cadre de cette thèse, les échantillons ferromagnétiques sont placés sur le court-circuit à l'aide d'un ruban adhésif double face.

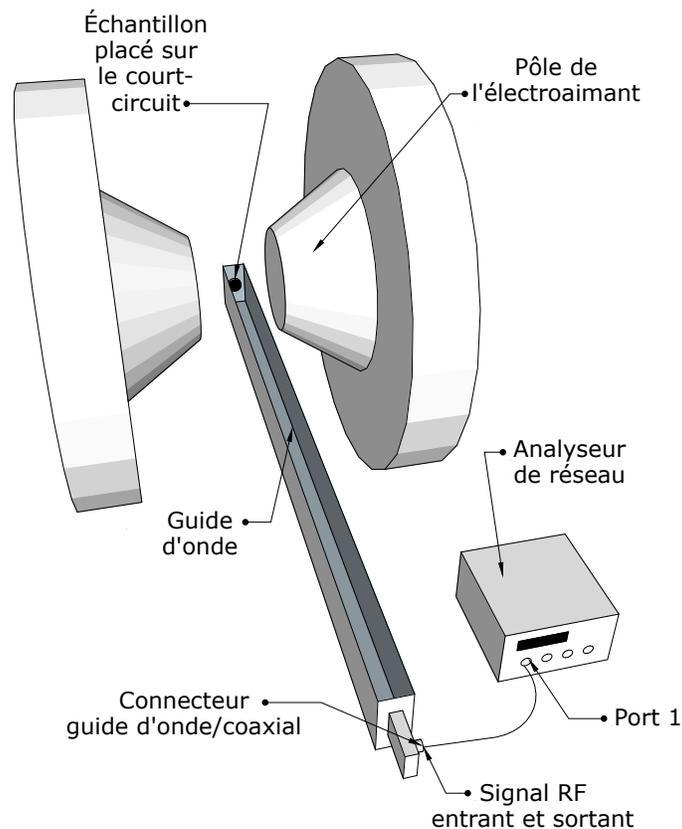


Figure 3.4 Montage expérimental #1 utilisé pour les expériences de résonance ferromagnétique sur les sphères de YIG en configuration guide d'onde court-circuité. L'échantillon ferromagnétique est placé au bout d'un guide d'onde, sur le court-circuit, qui lui-même est placé entre les pôles d'un électroaimant produisant le champ magnétique externe  $H_0$ . Le guide d'onde est placé de sorte que la direction du champ magnétique alternatif  $\mathbf{h}$  soit perpendiculaire à la direction de  $H_0$ .

Les conditions frontières à l'intérieur du guide d'onde impliquent que le champ magnétique alternatif au niveau du court-circuit est maximal alors que le champ électrique alternatif est minimal, assurant ainsi que l'échantillon ferromagnétique est soumis uniquement à un champ

$\mathbf{h}$  de fréquence  $\omega$ . La partie du guide d'onde contenant l'échantillon est ensuite placée entre les pôles d'un électroaimant qui fournit le champ magnétique externe  $H_0$ . Le guide d'onde est placé de manière à ce que la direction de  $H_0$  soit perpendiculaire à la direction de  $\mathbf{h}$ .

Lorsque l'échantillon ferromagnétique utilisé est une sphère YIG, nous pouvons directement utiliser un analyseur de réseau afin d'envoyer une onde électromagnétique dans le guide d'onde et récolter le signal provenant de l'échantillon. Ce montage, nommé montage #1, est illustré à la Figure 3.4. Les sphères de YIG sont couramment utilisées dans les expériences de fort couplage photon-magnon puisqu'elles procurent un fort signal de résonance et sont généralement caractérisées par un très faible paramètre  $\alpha$ , de l'ordre de  $10^{-3}$  à  $10^{-5}$  [16], ce qui implique une très faible largeur de résonance. Dans nos expériences, le signal de résonance d'une sphère de YIG peut donc directement être perçu par le paramètre  $S_{11}$  affiché sur l'analyseur de réseau, qui sera alors caractérisé par un pic d'absorption lorsque la condition de résonance est atteinte, selon les calculs effectués à la Section 3.1.3.

En plus des sphères de YIG, nous nous intéresserons également, au Chapitre 5, aux réseaux de nanofils ferromagnétiques. La résonance ferromagnétique de ces réseaux de nanofils, caractérisée par une largeur de résonance beaucoup plus grande que celle du YIG et par une amplitude du signal plus faible, est difficilement observable directement sur un analyseur de réseau. Ainsi, pour ces échantillons, un autre montage, nommé montage #2 et présenté à la Figure 3.5, est utilisé.

Dans le montage #2, l'extrémité du guide d'onde qui était connectée à l'analyseur de réseau par un seul port dans le montage #1 est maintenant constituée d'un coupleur dont l'un des ports sert à envoyer une onde électromagnétique dans le guide d'onde à l'aide d'un générateur de micro-ondes. Sur l'autre port, une diode est connectée et permet de transformer le signal provenant de l'échantillon en un voltage qui sera par la suite acheminé vers un amplificateur à détection synchrone (de l'anglais *Lock-in amplifier*). Un amplificateur à détection synchrone est un appareil utile pour détecter de très faibles signaux. Son principe de fonctionnement repose sur la capacité à moduler le signal d'intérêt à une certaine fréquence, ce qui permet à l'amplificateur d'isoler, dans le signal qu'il reçoit, uniquement la partie correspondant à cette modulation. Puisque l'amplificateur produit lui-même le signal qui est la source de la modulation, en comparant la source et le signal d'entrée, l'appareil est ainsi en mesure de réduire considérablement le bruit sur la mesure effectuée.

Dans nos expériences, une modulation d'une fréquence de 100 Hz est effectuée au niveau du champ magnétique externe  $H_0$  en introduisant des bobines de modulation au niveau des pôles de l'électroaimant. L'amplificateur à détection synchrone envoie donc un signal de référence vers un autre amplificateur qui sert à alimenter les bobines de modulation. La modulation

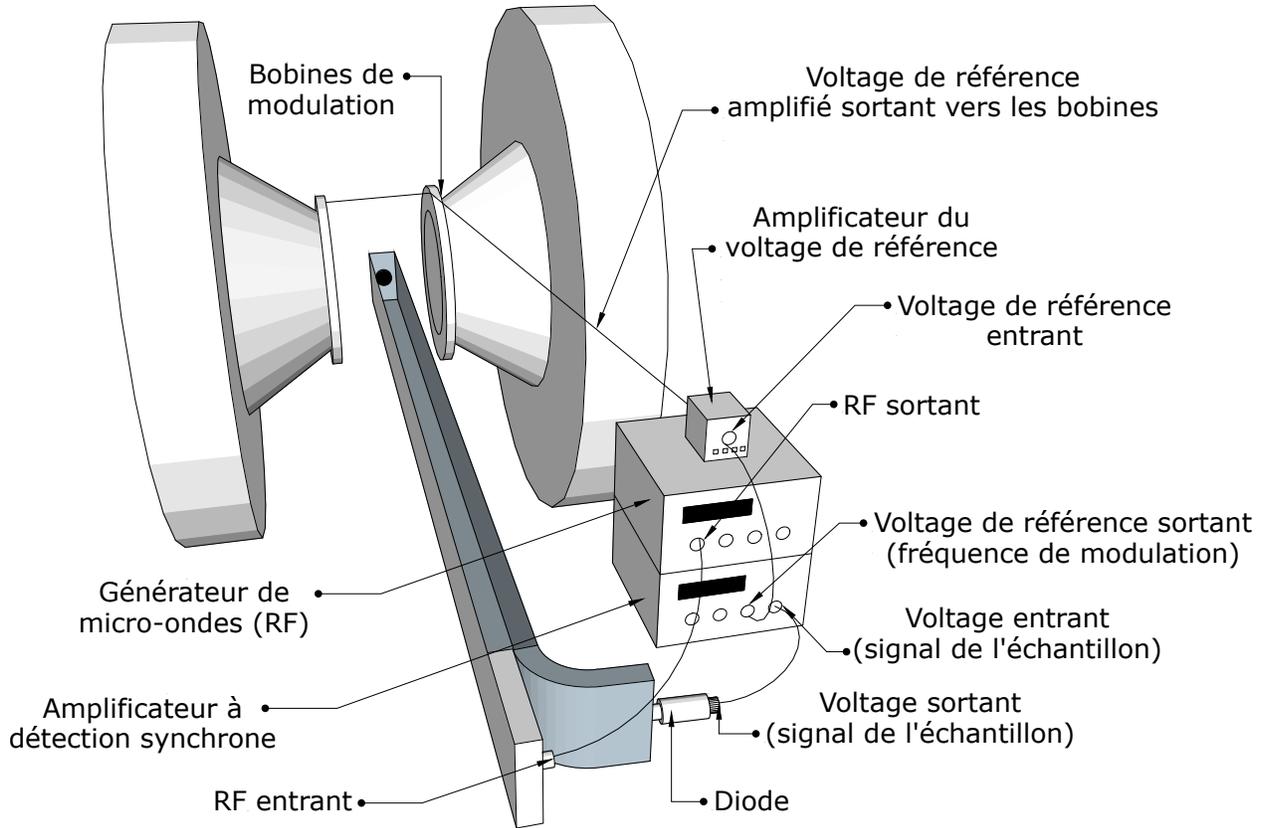


Figure 3.5 Montage expérimental #2 utilisé pour les expériences de résonance ferromagnétique sur les réseaux de nanofils ferromagnétiques en configuration guide d'onde court-circuité. La résonance de l'échantillon est modulée par des bobines afin de réduire le bruit sur les mesures et d'extraire le faible signal à partir d'un amplificateur à détection synchrone.

du champ magnétique statique fait en sorte que le signal recueilli par la diode puis par l'amplificateur à détection synchrone correspond à la dérivée de la susceptibilité par rapport au champ magnétique, qui est donnée par

$$\frac{\partial \chi}{\partial H_0} = \frac{\partial \chi'}{\partial H_0} + i \frac{\partial \chi''}{\partial H_0} = -\mu_0 |\gamma| \frac{\omega_M [(\omega_0 - \omega)^2 - \alpha^2 \omega^2]}{[(\omega_0 - \omega)^2 + \alpha^2 \omega^2]^2} + i \mu_0 |\gamma| \frac{2\alpha \omega \omega_M (\omega - \omega_0)}{[(\omega_0 - \omega)^2 + \alpha^2 \omega^2]^2}, \quad (3.64)$$

et qui est illustrée à la Figure 3.6. Les mesures expérimentales de résonance ferromagnétique effectuées sur les réseaux de nanofils ferromagnétiques montrent qu'en général, le signal obtenu est lié à la dérivée de la partie dissipative de la susceptibilité, soit la dérivée de  $\chi''$ . Avant de nous intéresser à ces mesures, qui seront présentées au Chapitre 5, nous nous intéresserons d'abord aux mesures de résonance ferromagnétique faites sur un système constitué d'une seule sphère de YIG.

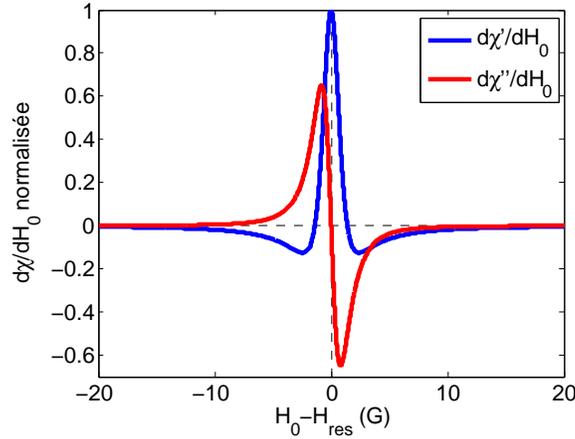


Figure 3.6 Les expériences impliquant des réseaux de nanofils ferromagnétiques se font en modulant le champ magnétique statique, ce qui implique que nous observons la dérivée de la susceptibilité en fonction du champ magnétique statique. C'est généralement la partie dissipative de la susceptibilité, soit  $\chi''$ , qui est observée.

### 3.1.5 Mesures par guide d'onde court-circuité sur une sphère de YIG

Les mesures de fort couplage photon-magnon en présence d'une interaction dipolaire, qui seront discutées au Chapitre 4, ont été effectuées avec deux sphères de YIG que nous appelons, par simplicité, la sphère de YIG#1 et la sphère de YIG#2. Les deux sphères sont polycristallines et ont été fabriquées par compression isostatique à chaud à partir d'un bloc de YIG afin d'obtenir une densité très proche de 100% [119]. Les deux sphères ont des dimensions presque identiques, la sphère de YIG#1 ayant un rayon  $R_1 = 0.62 \pm 0.01$  mm alors que la sphère de YIG#2 a un rayon  $R_2 = 0.61 \pm 0.01$  mm. Ces dimensions ont été déterminées à partir de la moyenne de 100 mesures effectuées sur chaque sphère à l'aide d'un micromètre numérique.

Le spectre complet de résonance ferromagnétique de la sphère de YIG#1 dans la bande X (8.5 GHz à 12 GHz), obtenu par la méthode de guide d'onde court-circuité, est présenté à la Figure 3.7(a). La Figure 3.7(b) trace un spectre individuel de résonance pour une valeur de champ magnétique externe de 4146 G. Afin d'extraire la fréquence de résonance ainsi que les pertes, nous pouvons effectuer un ajustement de courbe à partir de l'expression obtenue pour  $\chi''$ , la partie dissipative de la susceptibilité. En normalisant l'expression de la susceptibilité  $\chi''$  par  $\chi''_{\max}$  et en introduisant la variable sans dimension  $x = (\omega_0 - \omega)/\kappa_m$ , l'expression finale utilisée pour obtenir l'ajustement de courbe présentée à la Figure 3.7(b) (courbe rouge) est

$$|S_{11}|(\text{dB}) = \frac{A}{1 + x^2} + B, \quad (3.65)$$

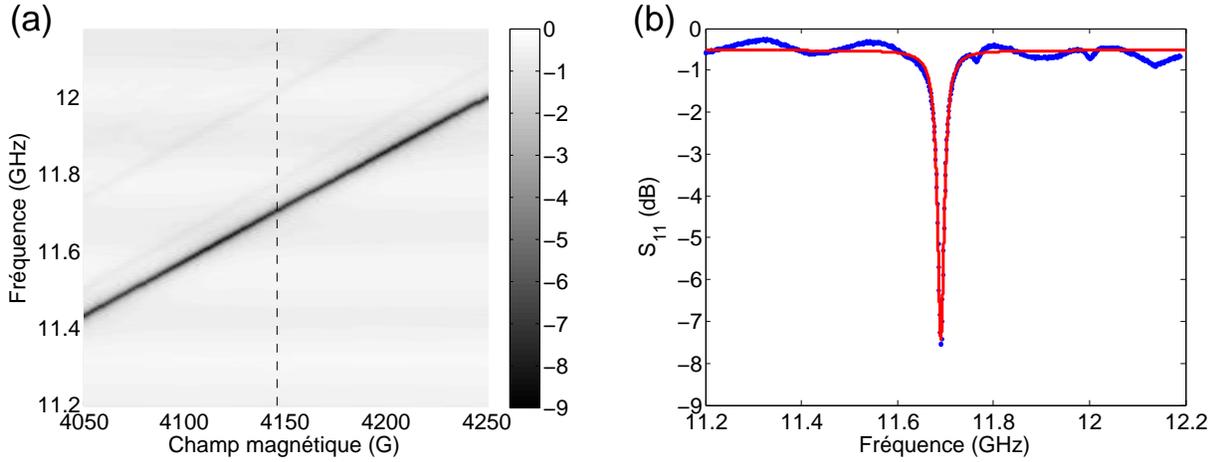


Figure 3.7 (a) Spectre complet de résonance ferromagnétique de la sphère de YIG#1 dans la bande X. La relation linéaire entre la fréquence de résonance et le champ magnétique externe est clairement apparente. (b) Spectre individuel de résonance pour un champ magnétique externe de 4146 G, indiqué par la ligne pointillée en (a). La courbe rouge correspond à l'ajustement de courbe effectué à partir de l'expression de la susceptibilité  $\chi''$ , permettant d'extraire la fréquence de résonance et la largeur à mi-hauteur.

où  $A$  est un paramètre de proportionnalité et  $B$  est un paramètre d'*offset*, en accord avec les calculs effectués à la Section 3.1.3. À partir de cette expression, nous trouvons que la fréquence de résonance pour un champ magnétique  $\mu_0 H_0 = 0.4146$  T (4146 G) est  $\omega_{\text{res}_1}/2\pi = 11.69$  GHz, ce qui représente une fréquence plus élevée d'environ 80 MHz que celle prédite par  $\omega_{\text{res}} = \mu_0 |\gamma| H_0$ . Concernant la largeur à mi-hauteur, nous trouvons  $\kappa_{m_1}/2\pi = 8.44$  MHz. Il est à noter que les Figures 3.7(a) et (b) permettent également de distinguer certains modes magnétostatiques ainsi que les variations d'amplitude causées par les différents modes électromagnétiques supportés par le guide d'onde court-circuité.

Nous pouvons comparer les valeurs obtenues pour la sphère de YIG#1 avec celles extraites à partir des mesures sur la sphère de YIG#2, présentées à la Figure 3.8. À partir de l'ajustement de courbe présenté à la Figure 3.8(b), nous avons extrait des pertes un peu plus élevées pour la sphère de YIG#2, soit  $\kappa_{m_2}/2\pi = 12.63$  MHz. Toutefois, la fréquence de résonance pour  $\mu_0 H_0 = 0.4146$  T (4146 G) est également à 11.69 GHz, ce qui suggère que la petite différence avec la prédiction théorique vient principalement d'une incertitude expérimentale par rapport au champ magnétique externe mesuré. La mesure de ce champ magnétique, faite à partir d'une sonde à effet Hall, est sensible à l'angle que fait cette sonde avec la direction du champ magnétique. Puisque l'angle optimal de la sonde est déterminé empiriquement en ajustant la sonde pour obtenir une lecture de champ magnétique maximale pour un courant donné dans

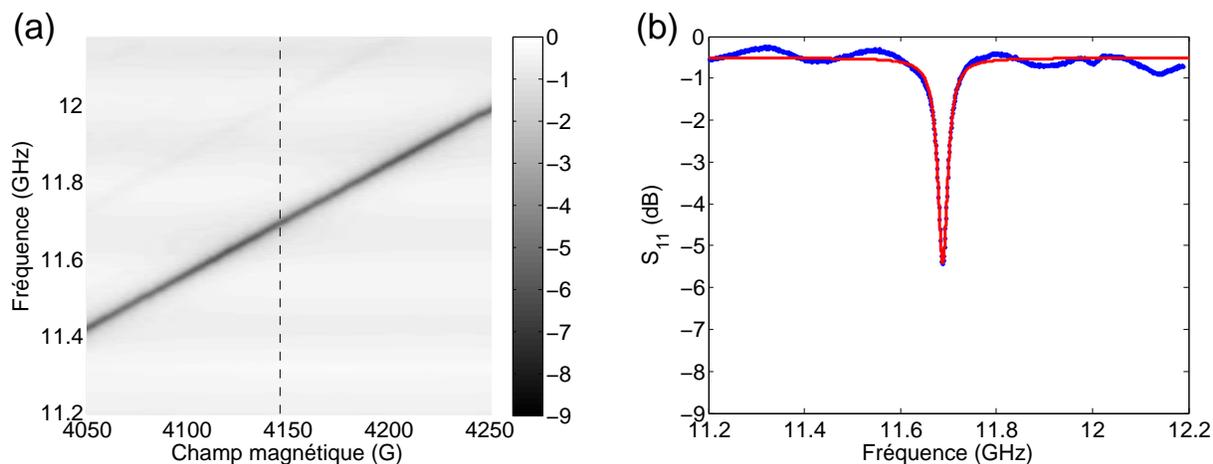


Figure 3.8 (a) Spectre complet de résonance ferromagnétique de la sphère de YIG#2 dans la bande X. (b) Spectre individuel de résonance pour un champ magnétique externe de 4146 G, indiqué par la ligne pointillée en (a). La courbe rouge correspond à l'ajustement de courbe effectué à partir de l'expression de la susceptibilité  $\chi''$ .

l'électroaimant, une erreur d'une dizaine de gauss au niveau de l'échantillon peut subsister. Toutefois, en fixant la sonde dans une certaine position et en s'assurant que cette position demeure identique pour toutes les mesures expérimentales, cette erreur systématique peut être corrigée facilement, ce qui n'influence pas les résultats obtenus.

## 3.2 Observation du régime de fort couplage

Dans la section précédente, nous avons utilisé un guide d'onde dans la bande X afin d'observer la résonance ferromagnétique de deux sphères de YIG. Nous verrons maintenant que le fait d'insérer une tige métallique dans le guide d'onde crée les conditions frontières nécessaires à la formation d'une cavité micro-ondes dans le guide d'onde, permettant ainsi d'atteindre le régime de fort couplage entre le mode photonique nouvellement créé et le mode uniforme de résonance ferromagnétique.

### 3.2.1 Cavité micro-ondes ajustable

Afin d'obtenir un fort couplage photon-magnon, notre montage expérimental doit être en mesure d'exciter un mode photonique en plus d'exciter la résonance ferromagnétique de notre échantillon. Cela peut être accompli en insérant une tige métallique dans le guide d'onde, tel qu'illustré à la Figure 3.9, ce qui crée alors un mode photonique de cavité pouvant être observé sur l'analyseur de réseau. La cavité créée par l'insertion de la tige métallique est une

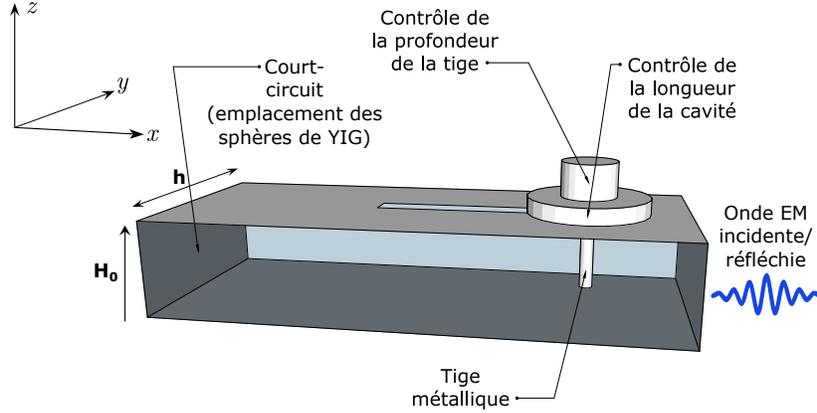


Figure 3.9 Le mode photonique de cavité nécessaire au fort couplage photon-magnon est créé en plaçant une tige métallique dans le guide d'onde. La position de la tige détermine les modes de cavité ainsi créés alors que la profondeur de la tige influence le facteur de qualité de la cavité.

cavité rectangulaire délimitée par les parois métalliques du guide d'onde et la tige métallique. Dans la plage de fréquences normale d'utilisation pour un guide d'onde de la bande X, les modes excités sont de nature  $TE_{10\ell}$  dont les fréquences de résonance sont données par

$$\omega_{10\ell} = c \sqrt{\left(\frac{\pi}{a_c}\right)^2 + \left(\frac{\ell\pi}{d_c}\right)^2}, \quad (3.66)$$

où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide,  $a_c$  est la largeur du guide d'onde,  $d_c$  est la longueur de la cavité et  $\ell$  est l'indice du mode. Il est à noter que pour un guide d'onde dans la bande X, la largeur est  $a_c = 22.86$  mm et la hauteur est  $b_c = 10.16$  mm.

L'emplacement de la tige métallique dans le guide d'onde peut être contrôlé avec précision, permettant ainsi le contrôle des modes de résonance de la cavité micro-ondes. Pour une tige métallique insérée à une distance  $d_c = 139.37$  mm du court-circuit, nous avons que la fréquence de résonance du mode  $TE_{109}$  est  $\omega_{109}/2\pi = 11.69$  GHz. Ce mode de résonance est polarisé linéairement au niveau de l'échantillon ferromagnétique. Les spectres de la Figure 3.10 montrent le mode de résonance de la cavité obtenu expérimentalement.

Comme nous pouvons nous y attendre, ce mode de résonance est indépendant du champ magnétique externe  $H_0$ . Nous pouvons utiliser de manière équivalente l'équation (3.39) dérivée à la Section 3.1.2 ou l'équation (2.115) dérivée à la Section 2.3.2 pour extraire les paramètres caractérisant le mode de résonance de la cavité. Nous avons choisi d'utiliser l'expression du paramètre  $S_{11}$  obtenue dans le cadre du formalisme d'entrée-sortie puisque celle-ci, en posant  $g = 0$ , permet de manière plus directe d'extraire les taux de pertes  $\kappa_c$  et  $\kappa_{\text{ext}}$  de la cavité.

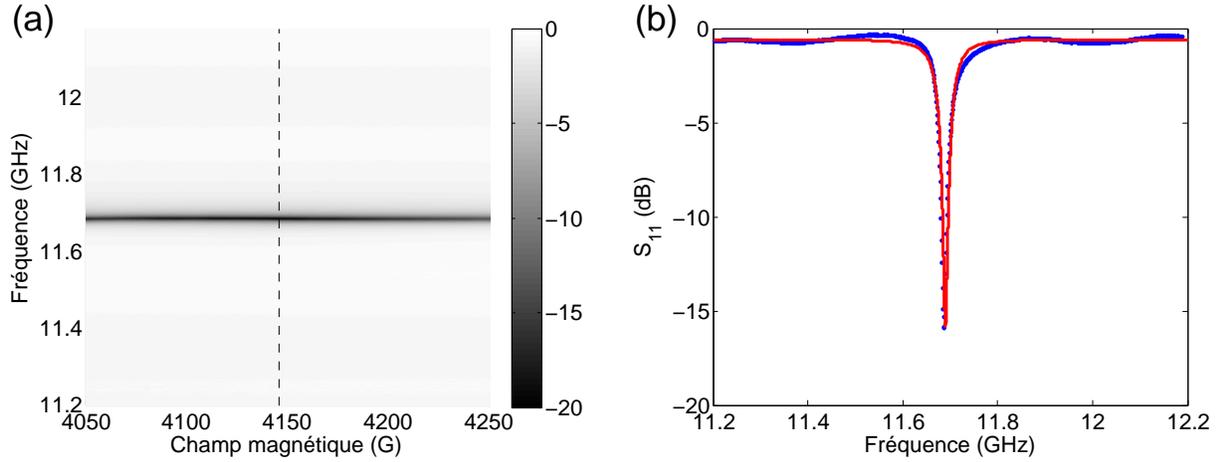


Figure 3.10 (a) Spectre complet du mode photonique TE<sub>109</sub> de la cavité, qui est indépendant du champ magnétique appliqué. (b) Spectre individuel de résonance pour un champ magnétique externe de 4146 G, indiqué par la ligne pointillée en (a). La courbe rouge correspond à l’ajustement de courbe effectué à partir de l’expression du paramètre S<sub>11</sub> obtenue dans le cadre du formalisme d’entrée-sortie.

Nous avons ainsi extrait, selon l’ajustement de courbe effectué à la Figure 3.10(b), un taux de pertes  $\kappa_c/2\pi = 8.65$  MHz et un taux de pertes  $\kappa_{\text{ext}}/2\pi = 10.51$  MHz, indiquant que notre cavité est légèrement en couplage sur-critique. Concernant la fréquence de résonance, nous avons obtenu  $\omega_c/2\pi = 11.69$  GHz, conformément à la prédiction théorique. Lorsqu’une sphère de YIG est placée dans la cavité, comme ce sera le cas à la prochaine section, le couplage légèrement sur-critique de la cavité permet de mieux distinguer le mode de résonance ferromagnétique du YIG lorsque celui-ci est relativement éloigné du mode de résonance électromagnétique de la cavité micro-ondes.

Il est pertinent de regarder la distribution des modes de résonance électromagnétique dans notre cavité afin de s’assurer qu’un autre mode de résonance n’existe pas à proximité du mode TE<sub>109</sub> que nous étudions. Les principaux modes existant à des fréquences voisines à celle du mode TE<sub>109</sub> sont présentés à la Figure 3.11 en fonction de la longueur de la cavité. Nous voyons d’abord, comme nous le mentionnions, que les modes existant sous une fréquence de 12 GHz sont des modes TE<sub>10ℓ</sub>. La ligne tiretée verticale indique la longueur de notre cavité, alors que les lignes pointillées horizontales indiquent la plage de fréquences typique, soit 11.2 GHz à 12.2 GHz, utilisée expérimentalement avec les sphères de YIG. Nous pouvons observer que pour la longueur de cavité utilisée, le mode de résonance expérimental est bien le mode TE<sub>109</sub> et que ce dernier semble relativement bien isolé des autres modes de résonance.

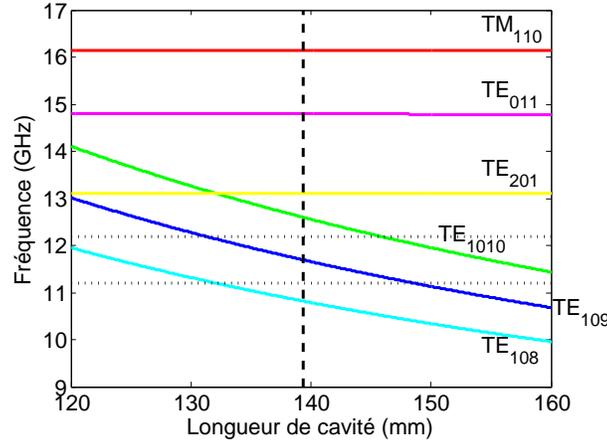


Figure 3.11 Distribution des modes de résonance électromagnétique de la cavité micro-ondes. Sous 12 GHz, les modes sont de nature  $TE_{10\ell}$  et le mode  $TE_{109}$ , observé expérimentalement, est relativement bien isolé des autres modes.

### 3.2.2 Fort couplage avec une sphère de YIG

L'utilisation simultanée de la tige métallique et d'une sphère de YIG dans le guide d'onde mène au fort couplage entre les deux systèmes. Puisque la cavité a un volume  $V_c = 32.37 \text{ cm}^3$  et que l'aimantation à saturation des sphères de YIG est  $\mu_0 M_s = 0.1825 \text{ T}$  (1825 G), la constante de couplage  $g$  théorique entre la cavité et la sphère de YIG#1 est

$$g_{\text{th.1}}/2\pi = \frac{\eta}{2\pi} \sqrt{\frac{V_{m1}}{V_c} \frac{\omega_M \omega_c}{2}} \approx 30.4 \text{ MHz}, \quad (3.67)$$

en supposant que  $\eta = 1$ . Le même calcul mène à  $g_{\text{th.2}}/2\pi \approx 29.6 \text{ MHz}$  pour la sphère de YIG#2, ce qui montre que le fort couplage photon-magnon est possible avec un tel système étant donné que  $g_{\text{th.}} > \kappa_m$  et  $\kappa_c$ .

Expérimentalement, nous sommes parvenus à observer le fort couplage photon-magnon avec notre montage expérimental #1, tel qu'illustré à la Figure 3.12 pour la sphère de YIG#1. L'hybridation des deux modes de résonance, indiquée par la ligne pointillée sur la Figure 3.12(a), survient pour une valeur de champ magnétique d'environ 4136 G. La valeur moyenne de la fréquence des deux modes à cette valeur de champ magnétique est de 11.682 GHz, ce qui représente une différence d'environ 8 MHz par rapport à la cavité vide et est attribuable à la perturbation de la sphère sur le mode de cavité.

En utilisant cette fréquence pour l'hybridation des deux modes et les pertes  $\kappa_c$  et  $\kappa_{m1}$  déterminées précédemment, l'équation (2.115) du formalisme d'entrée-sortie nous permet de

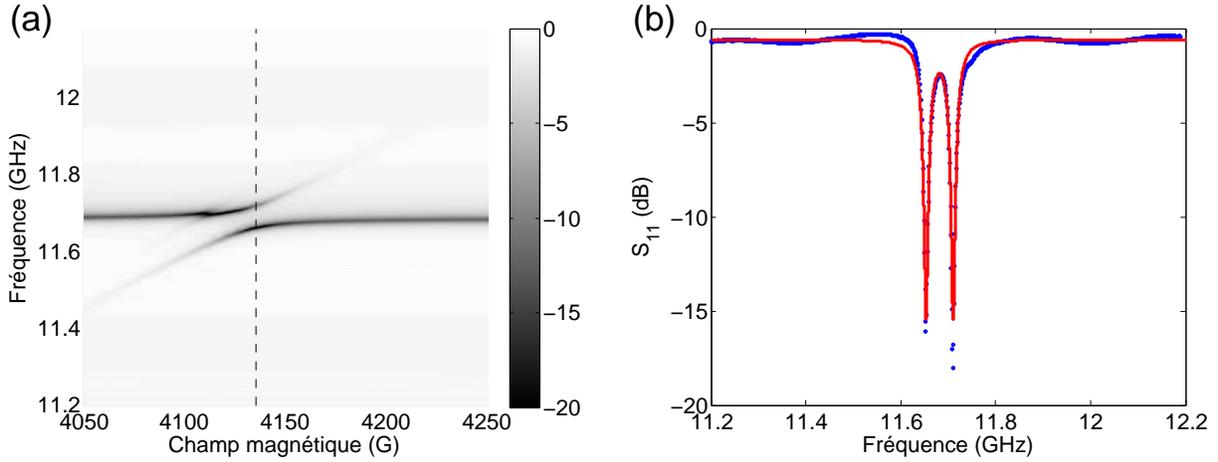


Figure 3.12 (a) Spectre complet du fort couplage photon-magnon entre la cavité et la sphère de YIG#1. (b) Spectre individuel de résonance correspondant à l'hybridation des modes de résonance, indiqué par la ligne pointillée en (a). L'ajustement de courbe est effectué uniquement pour la constante de couplage  $g$  à partir du paramètre  $S_{11}$ .

faire un ajustement de courbe sur le spectre d'hybridation, présenté à la Figure 3.12(b), avec comme unique paramètre ajustable la constante de couplage. Nous obtenons un couplage expérimental  $g_{\text{exp},1}/2\pi \approx 29.2$  MHz, ce qui concorde très bien avec la valeur théorique. Cela démontre la validité du formalisme d'entrée-sortie pour décrire les expériences de fort couplage photon-magnon. Nous pouvons également remarquer à la Figure 3.12(a) un couplage entre le mode de cavité et un mode magnétostatique de la sphère de YIG.

Des mesures semblables ont été effectuées avec la sphère de YIG#2, dont les résultats sont présentés à la Figure 3.13. À partir de ces mesures, nous trouvons que la valeur expérimentale de la constante de couplage pour la sphère de YIG#2 est  $g_{\text{exp},2}/2\pi \approx 28.5$  MHz, ce qui concorde également avec le calcul théorique. Le calcul du paramètre  $S_{11}$ , présenté à la Figure 3.13(b), a été effectué avec les mêmes paramètres que pour la sphère de YIG#1, à l'exception des pertes  $\kappa_{m2}/2\pi = 12.63$  MHz associées à la sphère de YIG#2. Encore ici, nous trouvons un excellent accord entre le calcul du paramètre  $S_{11}$  et les données expérimentales.

Le Tableau 3.1 offre un récapitulatif des informations principales présentées dans ce chapitre et obtenues par la caractérisation de chaque système impliqué dans le fort couplage photon-magnon. Avec notre système expérimental fonctionnel permettant d'obtenir le régime de fort couplage avec une sphère de YIG et dont la caractérisation démontre un excellent accord avec les prédictions théoriques, nous serons en mesure au prochain chapitre de pousser plus loin notre analyse de ce régime en plaçant simultanément les deux sphères de YIG dans la cavité de manière à ce qu'un couplage dipolaire soit présent entre les sphères. Ceci représente la

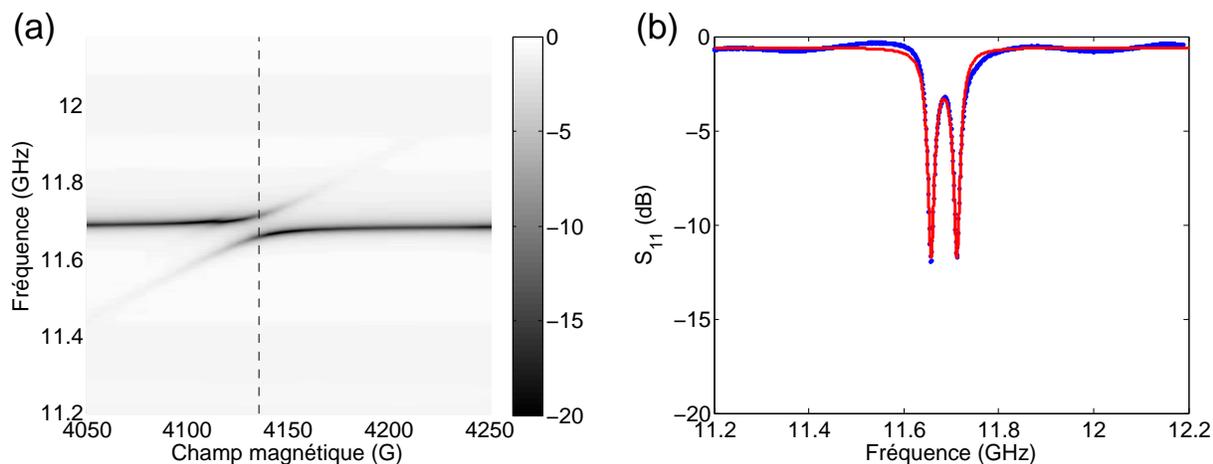


Figure 3.13 (a) Spectre complet du fort couplage photon-magnon entre la cavité et la sphère de YIG#2. (b) Spectre individuel de résonance correspondant à l'hybridation des modes de résonance, indiqué par la ligne pointillée en (a). L'ajustement de courbe est effectué uniquement pour la constante de couplage  $g$  à partir du paramètre  $S_{11}$ .

Tableau 3.1 Caractéristiques des sphères de YIG et de la cavité.

Systeme	$\mu_0 M_s$ (G)	Volume ( $\text{cm}^3$ )	Mode	Pertes (MHz)	$g_{\text{exp.}}$ (MHz)
YIG#1	1825	$0.998 \times 10^{-3}$	uniforme	8.44	29.2
YIG#2	1825	$0.951 \times 10^{-3}$	uniforme	12.63	28.5
Cavité	n.a.	32.37	$\text{TE}_{109}$	8.65	n.a.

première étape d'investigation du fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils ferromagnétiques.

## CHAPITRE 4 INTERACTION DIPOLAIRE ET RÉGIME DE FORT COUPLAGE

Le chapitre précédent nous a permis de confronter la théorie du fort couplage photon-magnon à l'expérience et nous avons pu constater que les deux concordent très bien pour un système constitué d'une sphère de YIG placée dans une cavité rectangulaire. L'un des objectifs de cette thèse est de comprendre les conditions permettant l'obtention du fort couplage photon-magnon lorsque l'échantillon utilisé est un réseau de nanofils ferromagnétiques. Le comportement électromagnétique de ces réseaux, que nous explorons en détail au Chapitre 5, est caractérisé par un couplage dipolaire non négligeable entre chaque nanofil. Ainsi, l'une des étapes naturelles pour étudier le phénomène de fort couplage dans ces réseaux est de comprendre tout d'abord comment l'interaction dipolaire entre deux objets ferromagnétiques peut avoir un impact sur ce phénomène. Ce chapitre sera donc dédié à l'étude du régime de fort couplage lorsque deux sphères de YIG en interaction dipolaire sont placées dans la cavité.

Ce système, en plus de servir de première étape pour l'étude des réseaux de nanofils, est également intéressant en soi puisque plusieurs dispositifs technologiques basés sur le concept du fort couplage photon-magnon font intervenir plusieurs sphères de YIG dans une même cavité, par exemple les propositions de mémoires à gradient [65], de manipulation à distance de courants de spin [22], de magnétomètres ultrasensibles [75] et d'haloscope ferromagnétique [67]. Toutefois, ces études ne tiennent pas compte de l'interaction dipolaire pouvant survenir entre les sphères, ce qui peut entraîner un comportement expérimental différent de celui prédit théoriquement, tel que nous le montrerons.

Il est également intéressant de mentionner que le régime de fort couplage est aussi pertinent avec des ensembles de spins paramagnétiques. Ce domaine de recherche, lié de près à celui que nous étudions, peut également mener vers des applications dans le domaine du traitement de l'information quantique, par exemple comme candidat au développement de mémoires quantiques [120]. Nos travaux s'inscrivent donc comme un pont entre l'utilisation d'un ensemble de spins paramagnétiques et l'utilisation d'objets ferromagnétiques pour le fort couplage puisque nos deux sphères ferromagnétiques peuvent être considérées comme deux ensembles de spins en interaction.

#### 4.1 Extension du formalisme théorique à deux macrospins dans une cavité

Lorsque nous avons résolu l'équation du mouvement de Landau-Lifshitz-Gilbert pour une sphère à la Section 3.1.1 du Chapitre 3, nous avons vu que pour des champs magnétiques uniformes, le système peut être décrit de manière équivalente à l'aide d'un macrospin  $\mathbf{M}$  [121] excité dans le mode uniforme étant donné que les facteurs de désaimantation  $N_t$  et  $N_z$ , définis à l'équation (3.8), se compensent parfaitement. La première étape pour l'étude de nos deux sphères couplées par interaction dipolaire est donc de considérer chacune des sphères comme étant un macrospin produisant un champ magnétique dipolaire et de dériver ce qui en découle au niveau du formalisme théorique décrivant le fort couplage photon-magnon. Il est à noter ici que bien qu'une seule sphère aimantée uniformément peut être décrite à l'aide de son dipôle équivalent, le cas de deux sphères couplées devrait en théorie mener à des corrections d'ordre supérieur concernant le champ magnétique produit par chaque sphère, par exemple des contributions quadripolaires et octupolaires. Ces corrections sont toutefois très petites devant le terme dipolaire pour le système considéré et nous les négligerons dans la suite de notre développement.

Pour bien mettre en évidence l'effet de l'interaction dipolaire entre les deux macrospins, commençons tout d'abord par l'étude d'un système dépourvu de cette interaction. Selon les résultats obtenus à la Section 2.2.2 du Chapitre 2, en particulier l'équation (2.84), un système formé d'une cavité et de deux macrospins découplés peut s'exprimer sous forme matricielle par

$$\begin{bmatrix} (\omega - \omega_c) + i\kappa_c & g_1 & g_2 \\ g_1 & (\omega - \omega_{01}) + i\kappa_{m1} & 0 \\ g_2 & 0 & (\omega - \omega_{02}) + i\kappa_{m2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ b_{01} \\ b_{02} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i\sqrt{2\kappa_{\text{ext}}}f_{\text{in}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.1)$$

où  $g_1$  ( $g_2$ ),  $\omega_{01}$  ( $\omega_{02}$ ),  $\kappa_{m1}$  ( $\kappa_{m2}$ ) et  $b_{01}$  ( $b_{02}$ ) représentent respectivement la constante de couplage, la fréquence de résonance, le taux de pertes et le mode propre du premier (deuxième) macrospin. Ce système matriciel mène au coefficient de réflexion [7, 120]

$$S_{11} = -1 + \frac{2\kappa_{\text{ext}}}{i(\omega_c - \omega) + (\kappa_c + \kappa_{\text{ext}}) + \sum_{j=1,2} \frac{g_j^2}{i(\omega_{0j} - \omega) + \kappa_{mj}}}. \quad (4.2)$$

Pour deux macrospins identiques, c'est-à-dire ayant la même constante de couplage avec la

cavité, la même fréquence de résonance et les mêmes taux de pertes, nous avons que

$$\sum_{j=1,2} \frac{g_j^2}{i(\omega_{0j} - \omega) + \kappa_{mj}} = \frac{2g^2}{i(\omega_0 - \omega) + \kappa_m}, \quad (4.3)$$

ce qui implique que la constante de couplage totale pour le système est augmentée d'un facteur  $\sqrt{2}$ . Ce résultat est celui attendu puisqu'en plaçant deux sphères identiques dans la cavité et sans interaction entre les sphères, la situation devient identique à celle de placer une seule sphère dont le volume est le double de celui des sphères individuelles. Selon l'expression de la constante de couplage donnée à l'équation (2.53), le fait de doubler le volume d'un échantillon ferromagnétique entraîne une augmentation d'un facteur  $\sqrt{2}$  du couplage  $g$ . Cette augmentation du couplage peut facilement être généralisée pour  $N$  macrospins, menant à une augmentation d'un facteur  $\sqrt{N}$ .

En prenant cette fois-ci en compte une interaction dipolaire  $g_d$  entre deux macrospins considérés identiques, le système matriciel, avec  $g_1 = g_2 = g$ ,  $\omega_{01} = \omega_{02} = \omega_0$  et  $\kappa_{m1} = \kappa_{m2} = \kappa_m$ , devient

$$\begin{bmatrix} (\omega - \omega_c) + i\kappa_c & g & g \\ g & (\omega - \omega_0) + i\kappa_m & g_d \\ g & g_d & (\omega - \omega_0) + i\kappa_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ b_{01} \\ b_{02} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i\sqrt{2\kappa_{\text{ext}}}f_{\text{in}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.4)$$

ce qui mène au coefficient de réflexion

$$S_{11} = -1 + \frac{2\kappa_{\text{ext}}}{i(\omega_c - \omega) + (\kappa_c + \kappa_{\text{ext}}) + \frac{2g^2}{i(\omega_0 - g_d - \omega) + \kappa_m}}. \quad (4.5)$$

Nous constatons donc que l'ajout d'une interaction dipolaire entre les deux macrospins mène à un décalage de la fréquence de résonance du système magnétique. Les autres caractéristiques du système couplé, en l'occurrence les pertes et la constante de couplage, ne devraient pas être affectées par cette interaction. Le décalage en fréquence pour le système de deux macrospins couplés peut être calculé rigoureusement à partir de l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert.

#### 4.1.1 Équation du mouvement avec interaction dipolaire

Pour comprendre le rôle de l'interaction dipolaire, nous devons tout d'abord calculer le champ magnétique que les sphères produisent mutuellement l'une sur l'autre. Le champ magnétique

dipolaire produit par un moment magnétique  $\boldsymbol{\mu}$  en un point  $\mathbf{r}$  est décrit par <sup>1</sup>

$$\mathbf{H}_{\text{dip.}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi} \frac{3(\boldsymbol{\mu} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r} - r^2\boldsymbol{\mu}}{r^5}. \quad (4.6)$$

Le moment dipolaire  $\boldsymbol{\mu}$  est lié à l'aimantation  $\mathbf{M}$  que nous retrouvons dans l'équation de Landau-Lifshitz par le volume de la sphère, de sorte que

$$\boldsymbol{\mu} = \frac{4\pi R^3}{3}\mathbf{M}, \quad (4.7)$$

où le rayon  $R$  est considéré identique pour les deux sphères. Le champ magnétique dipolaire que les sphères produisent mutuellement l'une sur l'autre pour une distance donnée sera maximal lorsque  $\mathbf{M}$  et  $\mathbf{r}$  sont colinéaires. Puisque la partie statique de  $\mathbf{M}$  pointe dans la même direction que le champ magnétique  $H_0$  appliqué sur les sphères, nous choisirons pour nos calculs et durant nos expériences un vecteur  $\mathbf{r} = d \hat{\mathbf{z}}$ , où  $d$  représente la distance entre les macrospins, c'est-à-dire la distance centre à centre entre les sphères. À partir de l'équation (4.6), nous trouvons que le champ magnétique dipolaire produit par un macrospin sur l'autre est donné par

$$\mathbf{H}_{\text{dip.}} = \bar{\bar{N}}_{\text{dip.}}\mathbf{M}, \quad (4.8)$$

où

$$\bar{\bar{N}}_{\text{dip.}} = \begin{bmatrix} N_{\text{dip.,}t} & 0 & 0 \\ 0 & N_{\text{dip.,}t} & 0 \\ 0 & 0 & N_{\text{dip.,}z} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \left( \frac{R}{d} \right)^3 \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 2 \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

est le tenseur d'interaction dipolaire avec  $2N_{\text{dip.,}t} + N_{\text{dip.,}z} = 0$ , en contraste avec le tenseur de désaimantation introduit à l'équation (3.8). En notant  $\mathbf{M}_1$  l'aimantation du premier macrospin et  $\mathbf{M}_2$  l'aimantation du second, nous nous retrouvons alors avec deux équations de Landau-Lifshitz couplées lorsque l'interaction dipolaire entre les macrospins est prise en compte :

$$\frac{\partial}{\partial t} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 \\ \mathbf{M}_2 \end{bmatrix} = -\mu_0|\gamma| \begin{bmatrix} \mathbf{M}_1 \\ \mathbf{M}_2 \end{bmatrix} \times \left( \mathbf{H} + \bar{\bar{N}}_{\text{dip.}} \begin{bmatrix} \mathbf{M}_2 \\ \mathbf{M}_1 \end{bmatrix} \right) \quad (4.10)$$

Le système matriciel correspondant à ces équations couplées est

$$\omega_M \begin{bmatrix} \mathbf{h} \\ \mathbf{h} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\bar{\Lambda}} & \bar{\bar{\kappa}} \\ \bar{\bar{\kappa}} & \bar{\bar{\Lambda}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{m}_1 \\ \mathbf{m}_2 \end{bmatrix}, \quad (4.11)$$

---

1. À l'Annexe B, nous dérivons cette expression à partir des équations de Maxwell en plus de la généraliser pour inclure le rayonnement électromagnétique produit par un dipôle en précession, un élément qui peut être négligé dans le cas de nos sphères mais qui pourrait être important dans le cadre des réseaux de nanofils traités au Chapitre 5.

où

$$\bar{\Lambda} = \begin{bmatrix} \omega_0 + N_{\text{dip.},z}\omega_M & i\omega \\ -i\omega & \omega_0 + N_{\text{dip.},z}\omega_M \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad \bar{\kappa} = \begin{bmatrix} -N_{\text{dip.},t}\omega_M & 0 \\ 0 & -N_{\text{dip.},t}\omega_M \end{bmatrix}. \quad (4.12)$$

Pour rappel,  $\mathbf{m}$  est la partie dynamique de l'aimantation et  $\mathbf{h}$  est le champ magnétique alternatif appliqué sur les sphères par une source externe. Par la symétrie du problème, avant même d'inverser la matrice pour déterminer les expressions de  $\mathbf{m}_1$  et  $\mathbf{m}_2$ , nous pouvons déjà déduire que  $\mathbf{m}_1 = \mathbf{m}_2 = \mathbf{m}$ . En effectuant le calcul complet et en tenant compte du paramètre d'amortissement phénoménologique de Gilbert  $\alpha$ , c'est effectivement ce que nous obtenons avec

$$\mathbf{m} = \frac{\omega_M}{(\Omega_{\text{dip.}} - i\alpha\omega)^2 - \omega^2} \begin{bmatrix} \Omega_{\text{dip.}} - i\alpha\omega & -i\omega \\ i\omega & \Omega_{\text{dip.}} - i\alpha\omega \end{bmatrix} \mathbf{h}, \quad (4.13)$$

où

$$\Omega_{\text{dip.}} = \omega_0 + (N_{\text{dip.},z} - N_{\text{dip.},t})\omega_M = \omega_0 + \left(\frac{R}{d}\right)^3 \omega_M \quad (4.14)$$

représente la fréquence de résonance du système de deux macrospins couplés par interaction dipolaire. L'expression du tenseur de susceptibilité à l'équation (4.13) est identique à la solution de l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert obtenue pour une seule sphère et décrite par l'équation (3.9), à l'exception des termes d'interaction dipolaire ( $N_{\text{dip.},z} - N_{\text{dip.},t}$ ) remplaçant les termes de désaimantation ( $N_t - N_z$ ).

Ce terme d'interaction dipolaire indique la tendance des macrospins à s'aimanter mutuellement dans cette configuration, augmentant ainsi la fréquence de résonance pour un champ magnétique appliqué fixe, comme nous pouvons le constater à l'équation (4.14). La susceptibilité scalaire du mode uniforme de résonance, lorsque les pertes  $\kappa_m$  sont prises en compte, est

$$\chi = \chi' + i\chi'' = \frac{\omega_M(\Omega_{\text{dip.}} - \omega)}{(\Omega_{\text{dip.}} - \omega)^2 + \kappa_m^2} + i\frac{\kappa_m\omega_M}{(\Omega_{\text{dip.}} - \omega)^2 + \kappa_m^2}. \quad (4.15)$$

Dans le cadre du modèle des macrospins, l'effet de l'interaction dipolaire se résume donc simplement en un décalage dans la fréquence de résonance du système, comme nous l'avons constaté à la section précédente. Nous avons quantifié ce décalage en fréquence et avons pu constater que les deux macrospins, en présence de l'interaction dipolaire, précèdent en phase ( $\mathbf{m}_1 = \mathbf{m}_2$ ). Ce modèle prévoit que l'interaction dipolaire ne devrait pas avoir d'impact au niveau du régime de fort couplage. Cela ne correspond toutefois pas aux résultats expérimentaux.

### 4.1.2 Mesures expérimentales en fonction de la distance entre les sphères

Pour les mesures expérimentales avec deux sphères de YIG placées dans la cavité, nous avons placé les sphères au centre du court-circuit du guide d'onde, tel qu'illustré à la Figure 4.1. La position de ce court-circuit dans la cavité est illustrée à la Figure 3.9 du Chapitre 3. Cette configuration permet de varier la distance  $d$  entre les sphères tout en les maintenant

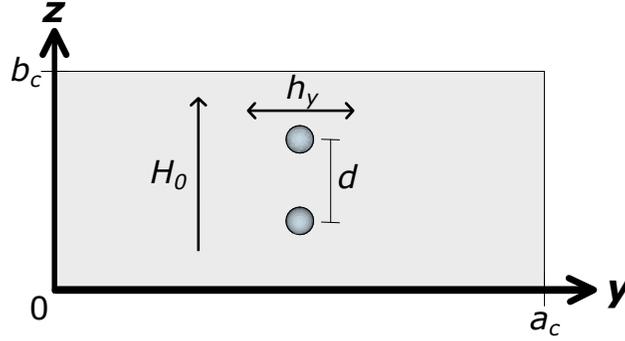


Figure 4.1 Configuration des deux sphères de YIG placées sur le court-circuit du guide d'onde lors des mesures expérimentales du fort couplage photon-magnon.

dans un maximum de champ magnétique alternatif  $\mathbf{h}$ , ce qui est important afin de comparer correctement les valeurs de la constante de couplage  $g$  pour différentes distances. En effet, comme nous l'avons vu au Chapitre 2, la valeur de  $g$  dépend du recouvrement spatial entre le mode électromagnétique de la cavité et le mode de résonance des sphères, décrit par

$$\eta = \left| \frac{1}{h_{\max} m_{\max} V_m} \int_{\text{sphère}} (\mathbf{h} \cdot \mathbf{m}) dV \right|. \quad (4.16)$$

Pour notre guide d'onde rectangulaire de dimensions  $a_c \hat{\mathbf{y}} + b_c \hat{\mathbf{z}}$ , la valeur du champ magnétique alternatif pour le mode de propagation  $\text{TE}_{10}$  au niveau du court-circuit est liée uniquement à la position en  $\hat{\mathbf{y}}$  par [122]

$$h_y \propto \sin \frac{\pi y}{a}. \quad (4.17)$$

Ainsi, la valeur de  $\mathbf{h}$  au niveau des sphères est maximale à  $y = a_c/2$ , c'est-à-dire lorsque celles-ci sont au milieu du court-circuit et ce, peu importe la distance entre elles. Expérimentalement, nous avons mesuré les spectres de fort couplage pour 20 valeurs distinctes de distance entre  $d = 1.41$  mm et  $d = 3.58$  mm. Les spectres expérimentaux pour ces deux valeurs extrêmes sont présentés à la Figure 4.2 et montrent la norme du coefficient de réflexion  $S_{11}$ , coefficient que nous avons défini à la Section 2.3.2 du Chapitre 2.

Plusieurs éléments importants peuvent être observés en analysant ces spectres. Tout d'abord,

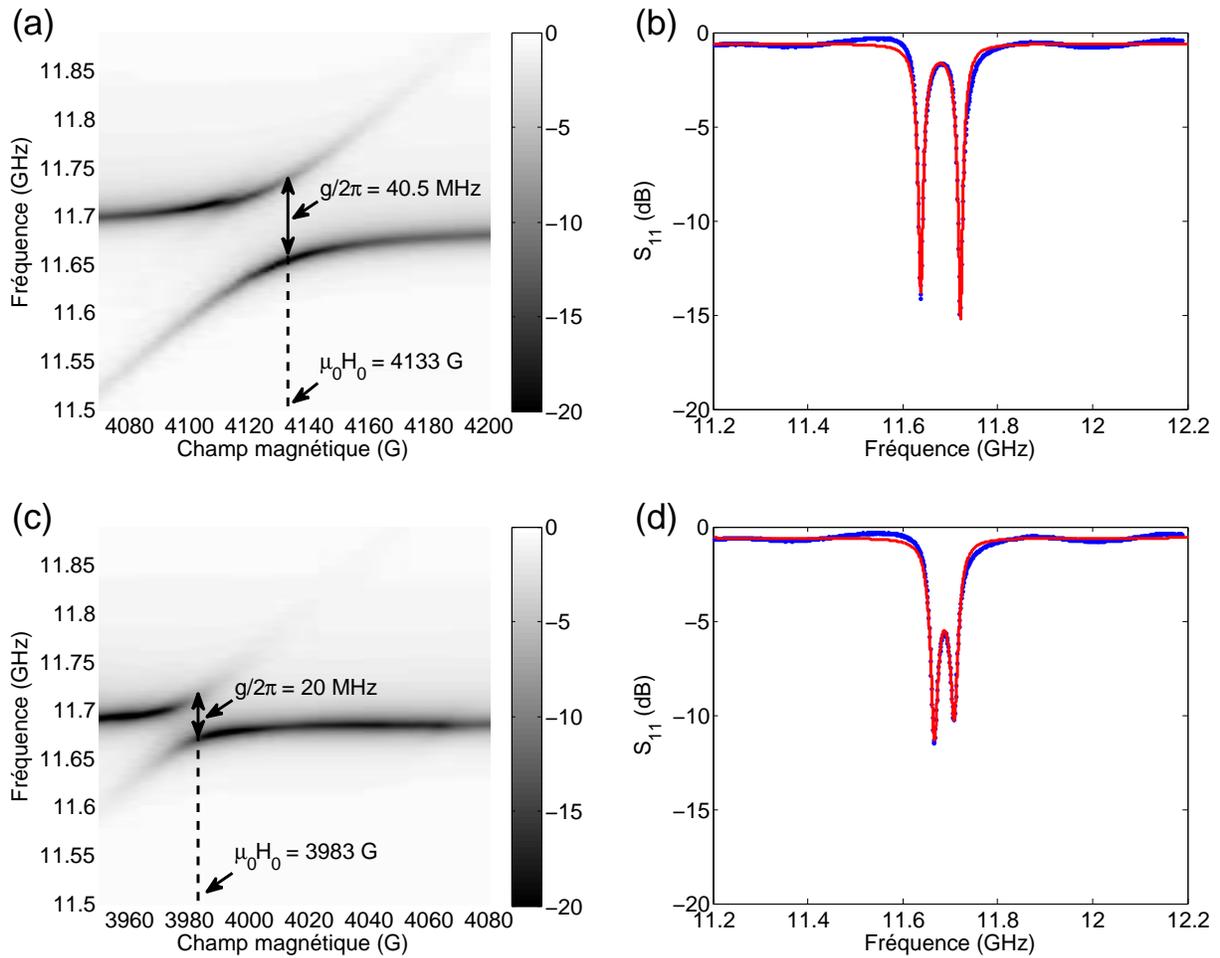


Figure 4.2 (a) et (c) Spectres complets du fort couplage photon-magnon entre la cavité et les deux sphères pour (a)  $d = 3.58$  mm et (c)  $d = 1.41$  mm. (b) et (d) Spectres individuels montrant l'hybridation des deux modes survenant à (b)  $\mu_0 H_0 = 0.4133$  T (4133 G) et (d)  $\mu_0 H_0 = 0.3983$  T (3983 G).

nous voyons effectivement un décalage dans la valeur du champ externe permettant d'atteindre la condition de résonance à  $\omega_c$ , ce qui a été prédit et calculé par le modèle des deux macrospins couplés à la section précédente. Ce modèle ne prédit toutefois pas de changement au niveau de la constante de couplage  $g$ , ce qui est contredit par les mesures expérimentales qui montrent clairement une diminution du couplage lorsque les sphères se rapprochent. De plus, l'analyse des spectres en fréquence à partir de l'expression du paramètre  $S_{11}$  montre que les pertes du système magnétique augmentent lorsque les sphères se rapprochent, ce qui est un élément important dans la relation entre le régime de fort couplage et l'interaction dipolaire.

Pour chaque mesure expérimentale, la distance entre les sphères a été mesurée à l'aide d'un micromètre numérique. Afin d'extraire le comportement de la constante de couplage  $g$  et des pertes  $\kappa_m$  en fonction de la distance  $d$ , celle-ci a également été calculée à partir du décalage dans le champ magnétique de résonance. Ceci permet à la fois de valider les mesures de distance prises manuellement en plus d'offrir une meilleure précision sur la valeur de  $d$  étant donné que les valeurs mesurées du champ magnétique sont elles-mêmes plus précises. Puisque la fréquence de résonance de la cavité est fixe, la valeur du champ magnétique externe correspondant à cette résonance sera donnée, dans le cadre du modèle des macrospins, par

$$\omega_{0_{\text{res.}}} = \omega_c - \left(\frac{R}{d}\right)^3 \omega_M. \quad (4.18)$$

En utilisant cette expression pour le décalage en champ magnétique, nous avons pu calculer la valeur de la distance  $d$  pour chacune des mesures effectuées. Ces valeurs se retrouvent à la Figure 4.3 et sont comparées aux valeurs mesurées à l'aide du micromètre numérique. Nous

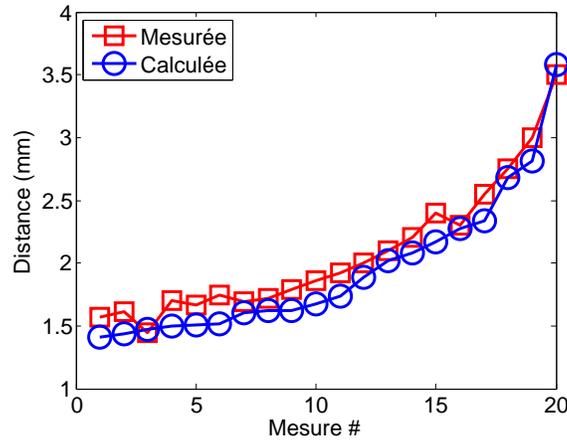


Figure 4.3 Comparaison entre les valeurs de distance  $d$  extraites à partir d'une mesure manuelle effectuée à l'aide d'un micromètre numérique et celles calculées à partir du décalage dans le champ magnétique de résonance.

remarquons d'abord que les deux méthodes mènent à des valeurs de distance comparables. La valeur moyenne de la différence absolue entre les deux méthodes est seulement de 0.12 mm. De plus, il semble y avoir une tendance pour la valeur calculée d'être plus petite que la valeur mesurée, ce qui peut s'expliquer en partie par le fait que lorsque les sphères se retrouvent en présence du champ magnétique externe, elles ont tendance à s'attirer, ce qui peut amener un léger déplacement de celles-ci puisqu'elles ne sont retenues sur le court-circuit qu'avec un ruban adhésif. Il demeure que le calcul de la distance à partir du décalage dans le champ magnétique est la meilleure méthode pour estimer la distance. Nous verrons à la Section 4.3

du Chapitre 4 qu'un modèle plus réaliste de l'interaction dipolaire entre les deux sphères mène à un décalage dans le champ magnétique identique à celui prédit par le modèle des macrospins.

La Figure 4.4 montre les valeurs extraites de la constante de couplage  $g$  ainsi que des pertes magnétiques moyennes  $\bar{\kappa}_m$  en fonction de la distance  $d$  normalisée par le diamètre des sphères. Nous introduisons ici la notation  $\bar{\kappa}_{m\infty}$  pour désigner les pertes moyennes des sphères de YIG

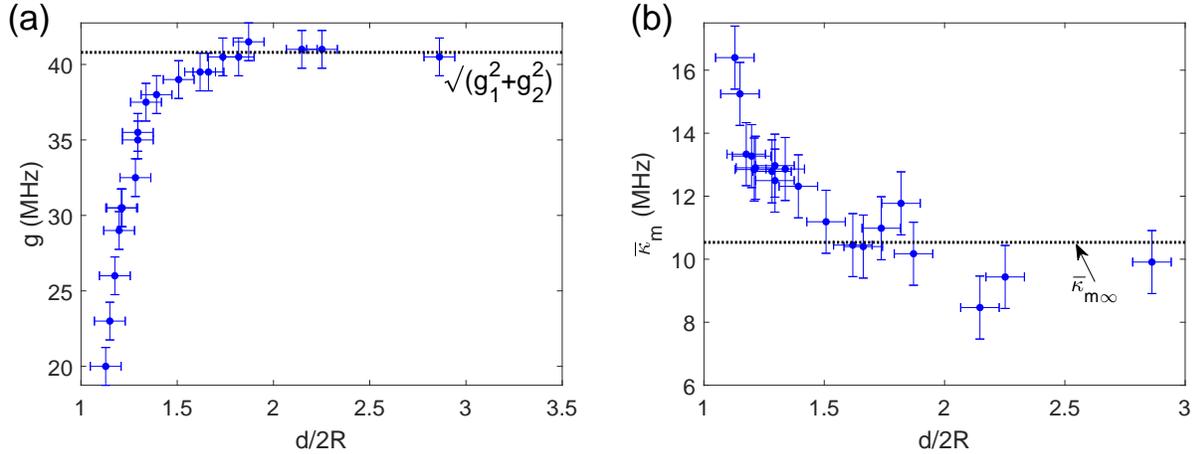


Figure 4.4 Comportement en fonction de la distance normalisée  $d/2R$  pour (a) la constante de couplage  $g$  totale du système et (b) les pertes moyennes  $\bar{\kappa}_m$  du système magnétique.

prises individuellement, c'est-à-dire dans la limite théorique  $d = \infty$ , signifiant que les deux sphères sont découplées.

L'expression que nous avons utilisée pour effectuer les ajustements de courbe présentés aux Figures 4.2(b) et (d) et pour extraire les valeurs de  $g$  et  $\bar{\kappa}_m$  est celle du paramètre  $S_{11}$  donnée à l'équation (4.2), en utilisant la simplification explicitée à l'équation (4.3). Cette simplification se justifie par le fait que le mode de cavité est symétrique, que les sphères sont symétriquement positionnées dans le mode de cavité et qu'elles ont un comportement similaire, comme nous l'avons vu au Chapitre 3. Une justification plus détaillée de la procédure d'extraction utilisée pour obtenir les paramètres du système de deux sphères est fournie à l'Annexe C.

Les ajustements de courbe effectués pour chaque valeur de distance nous ont permis de constater la tendance de la diminution du couplage  $g$  et la tendance de l'augmentation des pertes moyennes  $\bar{\kappa}_m$ . À la Figure 4.4(a), nous pouvons remarquer que dans le cas où les sphères sont suffisamment éloignées, la valeur de  $g$  est constante et est cohérente avec la valeur prédite à partir des deux sphères individuelles, soit  $g_{\text{tot.}}/2\pi = \sqrt{g_1^2 + g_2^2}/2\pi = 40.8$  MHz. La Figure 4.4(b) montre également que nous obtenons le comportement attendu concernant

les pertes du système magnétique lorsque les sphères sont loin, c'est-à-dire que ces pertes sont constantes et sont cohérentes avec la valeur moyenne des pertes de chaque sphère,  $(\kappa_{m1} + \kappa_{m2})/4\pi = 10.54$  MHz. Toutefois, lorsque les sphères se rapprochent, la constante de couplage diminue alors que les pertes augmentent, ce qui amène ces deux quantités à être presque égales pour la plus petite valeur de distance, soit  $d = 1.41$  mm ( $d/2R = 1.13$ ).

Des mesures ont été effectuées pour des valeurs de distance plus petites encore, mais aucun fort couplage n'a été observé pour ces valeurs. Cela signifie que pour ces valeurs de distance,  $g$  avait assez diminué et  $\bar{\kappa}_m$  assez augmenté pour atteindre la condition  $g < \bar{\kappa}_m$ , ce qui signifie effectivement la sortie du régime de fort couplage. À titre de rappel, la coopérativité  $C = g^2/(\kappa_c\kappa_m)$  est utilisée pour caractériser la cohérence d'un système. Une coopérativité  $C > 1$  indique un système cohérent. Il est donc clair que l'interaction dipolaire entre les deux sphères mène à une perte de cohérence entre la cavité micro-ondes et le système magnétique étant donné que  $g$  diminue en même temps que  $\bar{\kappa}_m$  augmente. La Figure 4.5 montre la diminution de la coopérativité en fonction de la distance normalisée. Les valeurs de coopérativité plus

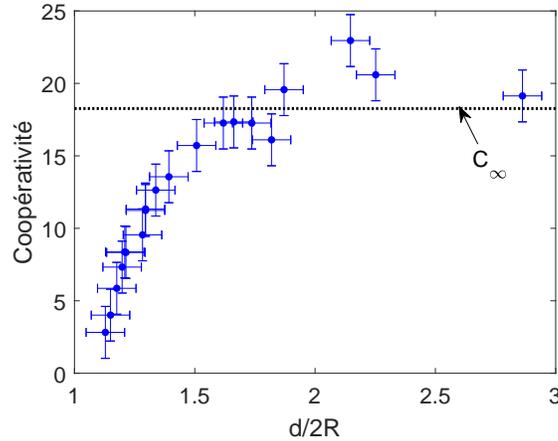


Figure 4.5 Coopérativité  $C = g^2/(\kappa_c\kappa_m)$  du système en fonction de la distance normalisée. Une coopérativité  $C > 1$  indique un système cohérent.

élevées que  $C_\infty$  proviennent directement des valeurs extraites de  $\bar{\kappa}_m$  plus faibles que  $\bar{\kappa}_{m\infty}$ . Une meilleure précision sur les valeurs moyennes des taux de pertes pourrait être obtenue en analysant également les données expérimentales concernant la phase du coefficient de réflexion  $S_{11}$  ainsi que par l'analyse des spectres de fort couplage pour toutes les valeurs de champ magnétique, c'est-à-dire sans se limiter au seul spectre d'hybridation, comme c'est le cas ici.

Pour expliquer la perte de cohérence dans notre système illustrée à la Figure 4.5, nous devons avoir un modèle de l'interaction dipolaire qui va au-delà du modèle des macrospins.

## 4.2 Élargissement inhomogène de la largeur de résonance

Nous avons vu que le modèle des macrospins couplés ne permet pas d'expliquer le comportement observé expérimentalement lorsque les sphères sont rapprochées, en particulier la diminution de la constante de couplage et l'augmentation des pertes moyennes du système magnétique. Un élément important de l'approximation des macrospins qui pourrait expliquer cette divergence est le fait de négliger le volume des sphères et de considérer celles-ci comme étant deux dipôles ponctuels dans l'espace. Or, de manière plus réaliste, étant donné que les sphères occupent un certain volume dans l'espace, il est clair que différentes régions des sphères sont soumises à un champ magnétique différent à cause de la non-uniformité du champ magnétique dipolaire.

La non-uniformité du champ magnétique dipolaire peut être séparée en une partie statique et une partie dynamique, de manière analogue à la distinction du champ magnétique statique  $H_0\hat{\mathbf{z}}$  et du champ magnétique dynamique  $\mathbf{h}$  lorsque nous avons résolu l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert à la Section 3.1.1 du Chapitre 3. Nous avons entrepris en premier lieu d'évaluer l'effet de la non-uniformité du champ magnétique dipolaire dynamique.

### 4.2.1 Simulations par éléments finis du système expérimental

À la Section 2.2.2 du Chapitre 2, nous avons montré qu'un champ magnétique alternatif (dynamique) uniforme ne peut exciter que le mode uniforme de résonance. Ceci n'est plus le cas dans un système constitué de deux sphères ferromagnétiques en interaction. Dans cette situation, le champ magnétique dynamique  $\mathbf{h}$  de la cavité au niveau des sphères n'est plus uniforme, ce qui peut mener à une diminution du couplage avec le mode uniforme de résonance ferromagnétique par l'entremise d'une diminution de l'efficacité de couplage  $\eta$  donnée à l'équation (4.16).

L'approche que nous avons privilégiée afin d'investiguer l'effet de la non-uniformité du champ magnétique dynamique a été d'effectuer des simulations par éléments finis de notre montage expérimental. Ces simulations ont été effectuées à l'aide du module radiofréquence (RF) du logiciel COMSOL Multiphysics® [123]. Ces simulations permettent de calculer directement le coefficient de réflexion  $S_{11}$  du montage présenté à la Figure 3.9, c'est-à-dire d'un guide d'onde dans lequel une tige métallique est insérée et dont le bout du guide d'onde est terminé par une paroi métallique sur laquelle est accolée une sphère de YIG. Pour obtenir ce coefficient de réflexion, le système est excité pour plusieurs valeurs de fréquences angulaires  $\omega$  et pour chacune de ces fréquences, l'équation d'onde associée au champ électrique  $\mathbf{e}$ , obtenue à partir

des équations de Maxwell, et donnée par

$$\nabla \times \bar{\bar{\mu}}_r^{-1} (\nabla \times \mathbf{e}) - k_0^2 \left( \epsilon_r - i \frac{\sigma}{\omega \epsilon_0} \right) \mathbf{e} = 0, \quad (4.19)$$

est résolue.

Pour chaque élément du maillage provenant de la discrétisation du système, les paramètres que sont le tenseur de perméabilité relative  $\bar{\bar{\mu}}_r$ , la permittivité relative  $\epsilon_r$  ainsi que la conductivité  $\sigma$  sont spécifiés. Dans nos simulations, nous avons ainsi considéré que le guide d'onde est empli d'air dont les paramètres correspondants sont  $\bar{\bar{\mu}}_r = \bar{\bar{I}}$ ,  $\epsilon_r = 1$  et  $\sigma = 0$ . Pour les sphères de YIG, nous avons utilisé une conductivité  $\sigma$  nulle et une permittivité relative complexe  $\epsilon_r = \epsilon' - i\epsilon''$  avec  $\epsilon'' = \epsilon' \tan \delta$  où  $\tan \delta$  représente l'angle de pertes. Pour le YIG, nous avons que  $\epsilon' = 15$  et  $\tan \delta = 0.0002$  [122]. À partir de l'expression de la susceptibilité magnétique donnée à l'équation (3.9), nous pouvons obtenir une expression pour la perméabilité relative anisotrope correspondant à une sphère de YIG, soit

$$\bar{\bar{\mu}}_r = \begin{bmatrix} 1 + \chi_{\parallel} & i\chi_{\perp} & 0 \\ -i\chi_{\perp} & 1 + \chi_{\parallel} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

où

$$\chi_{\parallel} = \frac{\omega_M(\omega_0 + i\alpha\omega)}{(\omega_0 + i\alpha\omega)^2 - \omega^2} \quad \text{et} \quad \chi_{\perp} = \frac{\omega_M\omega}{(\omega_0 + i\alpha\omega)^2 - \omega^2}. \quad (4.21)$$

La différence d'un signe négatif par rapport à l'équation (3.9) vient du fait que les simulations considèrent une dépendance temporelle de la forme  $e^{i\omega t}$  plutôt que la forme  $e^{-i\omega t}$  utilisée dans les calculs.

Nous comprenons à partir de l'équation d'onde et de la définition de la perméabilité relative pour les sphères de YIG que l'effet du champ magnétique externe  $H_0$  est pris en compte implicitement dans les simulations, c'est-à-dire seulement comme un paramètre influençant la valeur numérique de  $\bar{\bar{\mu}}_r$  au travers de la quantité  $\omega_0$ . Les simulations négligent donc l'effet de l'interaction dipolaire statique entre les sphères et permettent d'étudier uniquement l'effet de l'interaction dipolaire dynamique, ce que nous souhaitons.

Cet aspect est confirmé pour les simulations d'une seule sphère dans un guide d'onde lorsque nous analysons le champ de résonance pour une fréquence fixe. Normalement, le champ de résonance d'une sphère ferromagnétique soumise à une excitation de fréquence  $\omega_c/2\pi = 11.69$  GHz est de  $\mu_0 H_0 = \omega_c/|\gamma| = 0.4175$  T (4175 G) car, comme nous l'avons expliqué à la Section 3.1.1, les facteurs de désaimantation d'une sphère ( $N_t = N_z = 1/3$ ) impliquent que  $N_t - N_z = 0$ . Ainsi, puisque l'effet du champ statique est absent des simulations, nous

nous attendons à ce que le nouveau champ de résonance soit donné par  $\mu_0 H'_0 = \omega_c / |\gamma| - N_t \mu_0 M_s = 0.3567$  T (3567 G). Les simulations effectuées concordent avec cette prédiction. La Figure 4.6(a) montre que nous obtenons une résonance à  $\omega/2\pi = 11.69$  GHz lorsque le champ magnétique externe est fixé à 3540 G, une différence de seulement 27 G avec notre prédiction théorique. Les simulations ont été effectuées en utilisant un paramètre  $\alpha =$

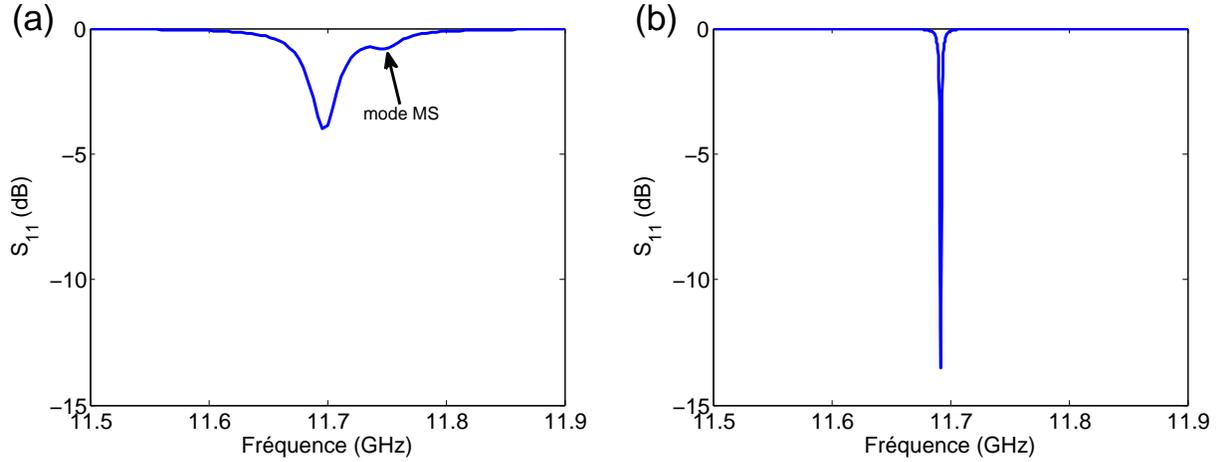


Figure 4.6 Coefficient de réflexion  $S_{11}$  des simulations par éléments finis pour (a) la sphère de YIG dans un guide d'onde et (b) la cavité vide.

$1.2 \times 10^{-3}$ , ce qui correspond à des pertes d'environ  $\kappa_m/2\pi = 14$  MHz à une fréquence  $\omega = \omega_c$ . Cette valeur concorde avec celle de la largeur à mi-hauteur extraite du spectre présenté à la Figure 4.6(a). Il est également possible de voir la présence d'un pic satellite, très probablement associé à un autre mode magnétostatique, distinct du mode uniforme. Cela renforce la validité des simulations puisqu'elles permettent bien de tenir compte des non-uniformités présentes dans les champs dynamiques. Dans le cas d'une sphère seule dans un guide d'onde, cette non-uniformité provient entre autres de l'image miroir de la sphère par rapport à la paroi métallique.

Concernant la cavité seule, la simulation effectuée comprend un guide d'onde de la bande X (8.5 GHz à 12 GHz) dans lequel une tige métallique est insérée. Cette tige métallique est modélisée par un cylindre ayant un rayon de 0.68 mm et une longueur de 6.7 mm, pour tenter d'être le plus fidèle possible aux conditions expérimentales. Les parois métalliques du guide d'onde, de même que la tige, sont faites d'aluminium. Pour les simulations, nous avons utilisé comme conditions frontières une valeur générale de conductivité électrique élevée, soit  $\sigma = 5.96 \times 10^7$  S/m. Le coefficient de réflexion  $S_{11}$  de la cavité est illustré à la Figure 4.6(b) et indique que nous avons bel et bien un mode de résonance à  $\omega_c/2\pi = 11.69$  GHz. Les pertes

de la cavité simulée sont de l'ordre de  $\kappa_c/2\pi = 0.5$  MHz, ce qui est considérablement plus faible que les pertes de la cavité utilisée expérimentalement. La différence majeure entre les deux cavités qui permet d'expliquer ce constat est que la cavité réelle comporte une ouverture d'environ 10 cm le long de la paroi où la tige est insérée, permettant ainsi à cette dernière d'être placée à différents endroits dans le guide d'onde. Cette ouverture, qui n'est pas présente pour la cavité simulée, entraîne nécessairement des pertes plus élevées que dans le cas où la cavité est complètement fermée.

Nous avons par la suite exploré le fort couplage entre les deux systèmes en simulant une sphère de YIG placée dans la cavité. Le résultat des simulations est présenté à la Figure 4.7. Nous pouvons d'abord constater que nous obtenons effectivement un fort couplage entre le

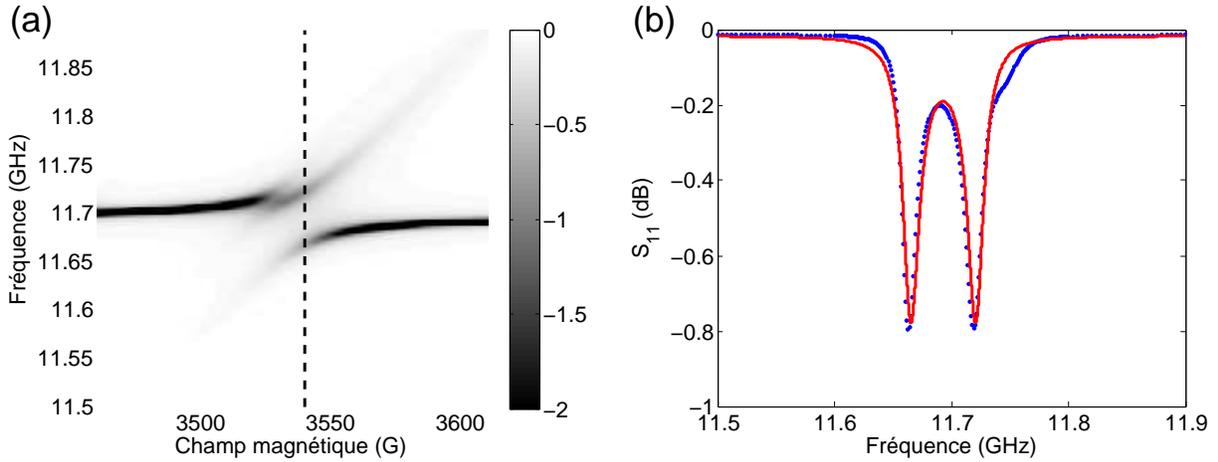


Figure 4.7 (a) Simulations par éléments finis du spectre complet du fort couplage photon-magnon entre la cavité et la sphère de YIG. (b) Hybridation des modes de résonance caractérisée par  $g/2\pi = 28.9$  MHz.

mode de résonance de la cavité et le mode uniforme de la sphère de YIG. L'hybridation des deux modes de résonance, présentée à la Figure 4.7(b) et survenant à la valeur de champ magnétique attendue de  $\mu_0 H_0 = 0.3540$  T (3540 G), est caractérisée par une constante de couplage  $g/2\pi = 28.9$  MHz, ce qui est en très bon accord avec les résultats expérimentaux. Nous pouvons également distinguer sur la Figure 4.7(a), tout juste à gauche de la ligne tiretée verticale, le couplage entre la cavité et le mode magnétostatique que nous avons déjà identifié à la Figure 4.6(a).

Avec des résultats probants pour une sphère, nous avons effectué des simulations lorsque deux sphères sont placées dans la cavité à une distance réciproque très rapprochée de  $d = 1.30$  mm. Pour une telle distance, si la non-uniformité du champ dipolaire dynamique à elle seule

avait un impact sur le régime du fort couplage, cela aurait été apparent sur les résultats de simulations. Cependant, comme l'illustre la Figure 4.8, nous ne voyons pas d'effet négatif de la non-uniformité du champ dipolaire dynamique sur la constante de couplage  $g$ .

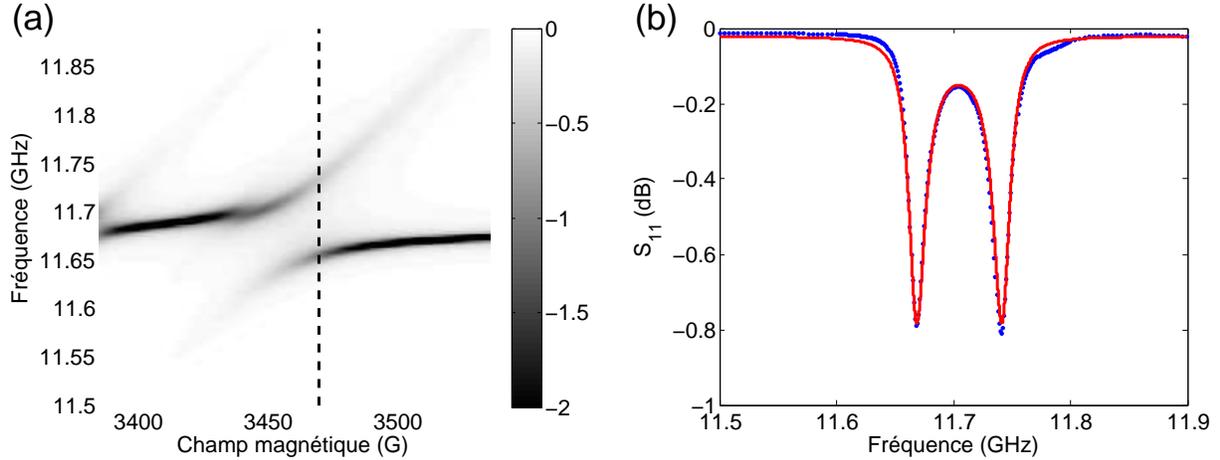


Figure 4.8 (a) Simulation par éléments finis du spectre complet du fort couplage photon-magnon entre la cavité et deux sphères de YIG espacées d'une distance  $d = 1.30$  mm. (b) Hybridation des modes de résonance caractérisée par  $g/2\pi = 38$  MHz.

En effet, expérimentalement, nous observons à la Figure 4.4(a) une forte diminution du couplage pour une distance  $d = 1.41$  mm. Or, dans les simulations, pour une distance  $d = 1.30$  mm, la constante de couplage reste presque maximale. Pour deux sphères identiques, la constante de couplage maximale serait de  $g_{\text{tot.}}/2\pi = \sqrt{2} \cdot 28.9$  MHz = 40.9 MHz et à partir des simulations nous obtenons, selon la Figure 4.8(b), une constante  $g_{\text{tot.}}/2\pi = 38$  MHz. L'ajustement de courbe effectué à partir du formalisme d'entrée-sortie montre également que les pertes du système magnétique sont restées sensiblement identiques à celles des simulations à une sphère, soit un taux de pertes d'environ 14.8 MHz. Nous pouvons en conclure que malgré la présence d'un champ dipolaire dynamique non-uniforme sur chacune des sphères, menant par exemple à l'excitation d'un mode magnétostatique visible complètement à gauche de la Figure 4.8(a), ce champ n'a pas (ou peu) d'effet sur le régime du fort couplage lorsque seule la susceptibilité du mode uniforme est considérée.

À partir de la Figure 4.8(a), il est pertinent de considérer la valeur du champ magnétique  $H_0$  pour lequel l'hybridation des modes a lieu car elle nous permet de confirmer que nous avons bel et bien une interaction dipolaire entre les sphères dans nos simulations. Sachant que les simulations ne prennent pas en compte les contributions des champs statiques, la condition de résonance pour deux sphères couplées, donnée à l'équation (4.18) et découlant

de l'équation (4.13), devient

$$\mu_0 H_{0_{\text{res.}}} = \frac{\omega_c}{|\gamma|} - (N_t - N_{\text{dip.,t}}) \mu_0 M_s = \frac{\omega_c}{|\gamma|} - \frac{1}{3} \left[ 1 + \left( \frac{R}{d} \right)^3 \right] \mu_0 M_s. \quad (4.22)$$

Avec la distance  $d = 1.30$  mm utilisée dans les simulations, nous calculons un champ de résonance  $\mu_0 H_{0_{\text{res.}}} = 0.3499$  T (3499 G), ce qui concorde bien avec le champ d'hybridation extrait des simulations de 3470 G. L'écart d'environ 29 G entre les deux valeurs est comparable à l'écart d'environ 27 G obtenu dans le cadre d'une sphère unique, confirmant bien l'effet de l'interaction dipolaire dynamique entre les sphères contenu dans le terme  $-(R/d)^3 \mu_0 M_s / 3$  à l'équation (4.22).

Cela nous indique donc que pour comprendre la diminution du couplage observée expérimentalement, il faut aller au-delà de l'homogénéité de la susceptibilité du mode uniforme considérée dans nos simulations, ce qui peut être accompli en tenant compte de la non-uniformité du champ magnétique statique. Pour comprendre par quels mécanismes cette non-uniformité peut influencer le régime du fort couplage, nous considérons dans la prochaine section un ensemble de spins indépendants, ce qui permettra de définir une susceptibilité moyenne pour le mode uniforme de résonance.

## 4.2.2 Modèle des spins indépendants

La première étape pour comprendre l'importance du champ dipolaire statique sur le mode de résonance de deux sphères ferromagnétiques couplées est de considérer le cas limite où ces sphères sont constituées de spins indépendants. Ce cas limite est donc à l'opposé de l'approximation du macrospin, qui considère quant à elle une interaction tellement forte entre les spins que ceux-ci restent toujours parallèles et précessent en phase. Le mode de résonance d'une sphère constituée de spins indépendants sera donc donné par la moyenne de la réponse de chaque spin dont la courbe de susceptibilité est calculée en fonction du champ magnétique local qu'il perçoit.

Le système matriciel général correspondant à la situation de  $N$  spins indépendants couplés à une cavité micro-ondes avec une constante de couplage  $g_{sj}$  pour chaque spin  $j$  est :

$$\begin{bmatrix} \omega - \omega_c^* & g_{s1} & g_{s2} & \dots & g_{sN} \\ g_{s1} & \omega - \omega_{01}^* & 0 & \dots & 0 \\ g_{s2} & 0 & \omega - \omega_{02}^* & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{sN} & 0 & 0 & \dots & \omega - \omega_{0N}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ b_{01} \\ b_{02} \\ \vdots \\ b_{0N} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i\sqrt{2\kappa_{\text{ext}}} f_{\text{in}} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (4.23)$$

Afin d'alléger la notation, nous avons ajouté le symbole « \* » aux fréquences de résonance pour indiquer que les pertes sont incluses dans la quantité en question, par exemple  $\omega_{0j}^* = \omega_{0j} - i\kappa_{mj}$  pour le spin d'indice  $j$ . Le système matriciel à l'équation (4.23) mène au coefficient de réflexion

$$S_{11} = -1 + \frac{2i\kappa_{\text{ext}}}{(\omega - \omega_c^*) + \sum_{j=1}^N \frac{g_{sj}^2}{(\omega_{0j}^* - \omega)}}. \quad (4.24)$$

Pour une constante de couplage  $g_s$  identique pour chaque spin, la sommation au dénominateur suggère que l'ensemble de spins indépendants mène à un couplage effectif avec la cavité et que ce couplage effectif est lié à la susceptibilité moyenne de l'ensemble. Pour le cas uniforme, c'est-à-dire lorsque  $\omega_{0j}^* = \omega_0^* \forall j$ , la constante de couplage total de l'ensemble est  $\sqrt{N}g_s$ , montrant bien l'augmentation d'un facteur  $\sqrt{N}$  de la constante de couplage associée à chaque spin. Dans le cas non-uniforme, le facteur multiplicatif devant  $g_s$  doit diminuer du fait que la susceptibilité moyenne de l'ensemble diminue.

Cette susceptibilité moyenne est directement liée à l'efficacité de couplage  $\eta$  dérivée à la Section 2.2.2 du Chapitre 2 et exprimée à nouveau à l'équation (4.16), lorsqu'un champ  $\mathbf{h}$  uniforme et le mode uniforme de résonance sont considérés :

$$\eta = \frac{1}{\chi''_{\text{max}} V_m} \int_{\text{sphère}} \chi'' dV = \frac{\langle \chi'' \rangle}{\chi''_{\text{max}}}. \quad (4.25)$$

La susceptibilité moyenne peut s'exprimer, pour une fréquence  $\omega$  quelconque, à partir de l'expression usuelle de  $\chi''$  donnée à l'équation (3.15) à laquelle s'ajoute un facteur lié à la distribution normalisée  $f(H_z)$  du champ magnétique statique total selon l'axe  $\hat{\mathbf{z}}$ , de sorte que

$$\langle \chi'' \rangle = \int_{H_z} \frac{\kappa_m \omega_M}{(\mu_0 |\gamma| H_z - \omega)^2 + \kappa_m^2} f(H_z) dH_z. \quad (4.26)$$

Le champ magnétique statique selon l'axe  $\hat{\mathbf{z}}$  comprend la contribution du champ magnétique externe  $H_0$  ainsi que la contribution du champ dipolaire statique  $H_{\text{dip}}$ . À partir de l'expression du champ magnétique produit par un dipôle donnée à l'équation (4.6), nous pouvons calculer la valeur du champ dipolaire statique pour n'importe quel point dans une sphère située à une distance  $d$  d'une autre agissant comme un dipôle source. En utilisant un système de coordonnées sphériques  $(r, \theta, \phi)$ , nous avons, lorsque les deux sphères sont alignées parallèlement avec la direction de  $H_0$ , que

$$H_{\text{dip}} = \frac{R^3 (r^2 (3 \cos^2 \theta - 1) + 4dr \cos \theta + 2d^2)}{3(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^{5/2}} M_s. \quad (4.27)$$

Nous avons utilisé cette expression afin de calculer la distribution du champ  $H_{\text{dip}}$  en sé-

lectionnant numériquement  $1 \times 10^6$  points dans la sphère de manière aléatoire. En faisant un histogramme des valeurs obtenues pour  $H_{\text{dip.}}$ , nous avons obtenu la distribution  $f(H_{\text{dip.}})$  pour plusieurs distances  $d$ . La Figure 4.9(a) montre la distribution du champ dipolaire statique pour les distances  $d = 3.58$  mm (en rouge),  $d = 2.50$  mm (en vert) et  $d = 1.41$  mm (en bleu). Nous voyons que plus les sphères se rapprochent, plus la distribution du champ

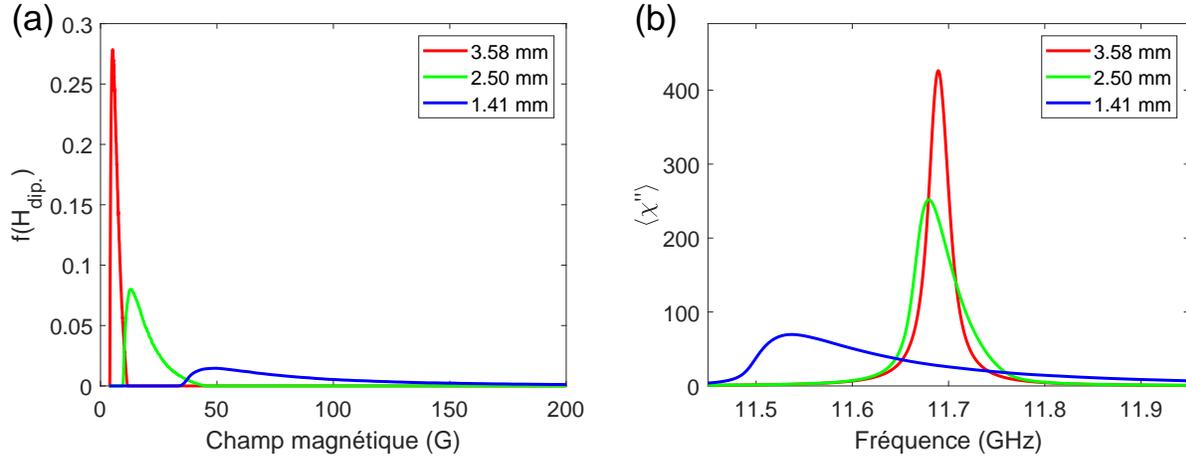


Figure 4.9 (a) Distribution normalisée  $f(H_{\text{dip.}})$  du champ dipolaire statique dans une sphère située à une certaine distance  $d$  (différentes couleurs) d'un dipôle source. (b) Susceptibilité moyenne  $\langle \chi'' \rangle$  en fonction de la fréquence d'excitation.

dipolaire statique s'étend et comprend des valeurs de champ de plus en plus élevées. En particulier, nous pouvons remarquer que lorsque les sphères se rapprochent, la valeur minimale du champ magnétique dipolaire dans le volume d'une sphère augmente, passant d'environ 4 G pour  $d = 3.58$  mm à 32 G pour  $d = 1.41$  mm.

La valeur moyenne de la distribution se calcule analytiquement en intégrant par parties l'équation (4.27) pour le volume d'une sphère, c'est-à-dire pour  $0 \leq r \leq R$ ,  $0 \leq \theta \leq \pi$  et  $0 \leq \phi \leq 2\pi$ . Le calcul complet, qui se retrouve à l'Annexe F, mène à

$$\langle H_{\text{dip.}} \rangle = \frac{2}{3} \left( \frac{R}{d} \right)^3 M_s, \quad (4.28)$$

ce qui correspond exactement au champ produit par le dipôle au centre de la sphère. Puisque nous souhaitons obtenir une fréquence de résonance moyenne pour l'ensemble de spins à la fréquence de résonance  $\omega_c$  de la cavité, le champ  $H_0$  faisant partie de  $H_z$  doit tenir compte de la contribution supplémentaire de la moyenne du champ dipolaire statique. Ainsi, pour le calcul de la distribution du champ statique total  $f(H_z)$  se retrouvant dans l'expression de la

susceptibilité moyenne  $\langle \chi'' \rangle$ , nous utilisons

$$H_0 = \frac{\omega_c}{\mu_0 |\gamma|} - \frac{2}{3} \left( \frac{R}{d} \right)^3 M_s. \quad (4.29)$$

Certaines courbes de susceptibilité moyenne en fonction de la fréquence  $\omega$  sont présentées à la Figure 4.9(b), où nous remarquons d'abord que la courbe de susceptibilité s'élargit lorsque les sphères s'approchent. De plus, la valeur de la susceptibilité à la fréquence de résonance de la cavité diminue drastiquement lorsque la distance  $d$  diminue. Nous voyons bien également sur la Figure 4.9(b) que les courbes de susceptibilité sont de plus en plus asymétriques, ce qui provient du fait que la moyenne et le mode (valeur la plus fréquente) de la distribution du champ dipolaire statique ne sont pas égaux.

Nous voyons à la Figure 4.9(b) que le fait d'introduire un champ statique non-uniforme dans un ensemble de spins indépendants cause un élargissement de la largeur de résonance. Or, cet élargissement inhomogène ne provient pas de pertes plus élevées dans le système. Il provient uniquement du fait que chaque spin a une fréquence de résonance différente, comme nous l'avons établi initialement avec le système matriciel de l'équation (4.23). Une manière plus réaliste d'exprimer l'équation (4.25) est donc de faire l'intégrale des susceptibilités  $\langle \chi'' \rangle$  et  $\chi''_{\max}$  sur le domaine fréquentiel, en accordant plus d'importance aux spins ayant leur résonance proche de celle de la cavité micro-ondes. Ceci peut être accompli par l'introduction d'une fonction poids de forme lorentzienne,  $\mathcal{L}(\omega_c, g_{\max})$ , celle-ci étant centrée à  $\omega_c$  et ayant une demi-largeur à mi-hauteur  $g_{\max}$  pour représenter le fait que les spins ayant leur résonance à l'extérieur de la zone de couplage, définie par  $\omega_c \pm g_{\max}$ , ont une contribution négligeable au couplage total. Le nouveau facteur  $\eta$  est alors donné par

$$\eta = \frac{\int_0^\infty \frac{(\bar{\kappa}_{m\infty} + \Delta\omega)\omega_M}{(\omega - \omega_c)^2 + (\bar{\kappa}_{m\infty} + \Delta\omega)^2} \mathcal{L}(\omega_c, g_{\max}) d\omega}{\int_0^\infty \frac{\bar{\kappa}_{m\infty}\omega_M}{(\omega - \omega_c)^2 + \bar{\kappa}_{m\infty}^2} \mathcal{L}(\omega_c, g_{\max}) d\omega}, \quad (4.30)$$

où  $\Delta\omega$  représente l'élargissement de la résonance due à la non-uniformité du champ dipolaire déduit des courbes de susceptibilité, par exemple celles présentées à la Figure 4.9(b). Dans le cadre des spins indépendants, nous avons calculé l'efficacité de couplage donnée à l'équation (4.30) et avons obtenu le comportement illustré à la Figure 4.10. Ce comportement décrit bien le fait que lorsque les sphères se rapprochent, la non-uniformité du champ magnétique statique amène l'ensemble des spins indépendants à résonner à différentes fréquences selon leur champ local, ce qui diminue fortement l'efficacité de couplage avec la cavité. Dans le cas fictif où les sphères sont à une distance  $d_\infty$ , c'est-à-dire découplées, l'efficacité de couplage

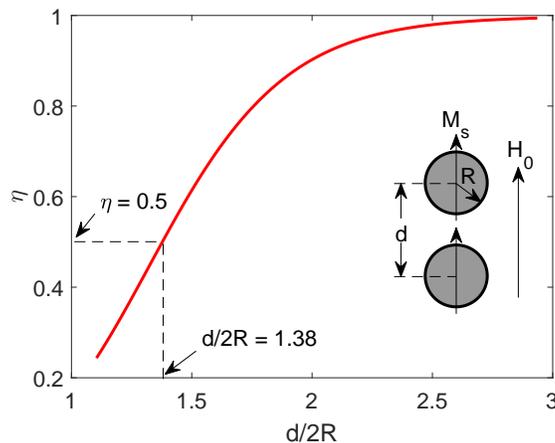


Figure 4.10 Diminution de l'efficacité de couplage  $\eta$  dans le cadre du modèle des spins indépendants. Encart : Rappel de la configuration utilisée pour effectuer les calculs numériques.

serait égale à l'unité, conformément à l'intuition physique. La diminution de l'efficacité de couplage que nous observons à la Figure 4.10 est toutefois beaucoup plus importante que celle observée expérimentalement. Par exemple, l'efficacité de couplage est diminuée de moitié pour une distance  $d = 1.73$  mm ( $d/2R = 1.38$ ) alors qu'expérimentalement, cela se produit plutôt pour une distance  $d$  d'environ  $d = 1.41$  mm ( $d/2R = 1.13$ ).

Cela peut s'expliquer par le fait qu'en considérant des spins indépendants, nous avons négligé les interactions dipolaires entre les spins. Or, ces interactions ne peuvent pas être négligées pour expliquer le comportement réel du système. Dans la prochaine section, nous verrons comment incorporer ces interactions inter-spins dans notre calcul en nous plaçant dans un contexte intermédiaire entre l'approximation du macrospin et l'approximation des spins indépendants, ce qui mène à un élargissement de la résonance  $\Delta\omega$  plus réaliste.

### 4.3 Rétrécissement dipolaire de l'élargissement inhomogène

Nous avons vu que dans un système constitué de spins indépendants, la non-uniformité du champ magnétique statique provoque un élargissement de la largeur de résonance, car chaque spin résonne selon le champ local qu'il perçoit. Or, dans un matériau ferromagnétique, les interactions dipolaires entre chaque spin contribuent à ce que l'ensemble de spins tente d'adopter un comportement global de précession, ce qui mène à l'effet connu sous le nom de rétrécissement dipolaire dans la littérature [124].

La Figure 3.1 du Chapitre 3 indique que lorsque la fréquence de résonance du mode uniforme de précession se trouve entre les fréquences  $\omega_1$  et  $\omega_2$  du *spin wave manifold*, il existe une

multitude d'ondes de spin qui sont dégénérées avec le mode uniforme. L'introduction d'un champ magnétique statique non-uniforme favorise l'excitation de ces ondes de spin, ce qui mène à un couplage entre le mode uniforme et les ondes de spin. En utilisant à nouveau un système matriciel pour représenter la situation à laquelle nous faisons face, nous avons

$$\begin{bmatrix} \omega - \omega_c^* & g & 0 & \dots & 0 \\ g & \omega - \omega_0^* & g_{sw1} & \dots & g_{swn} \\ 0 & g_{sw1} & \omega - \omega_0^* & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & g_{swn} & 0 & \dots & \omega - \omega_0^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_0 \\ b_0 \\ b_{sw1} \\ \vdots \\ b_{swn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i\sqrt{2\kappa_{\text{ext}}}f_{\text{in}} \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (4.31)$$

où  $g_{swn}$  représente le taux de couplage entre le mode uniforme et l'onde de spin (*spin wave*) d'indice  $n$ . Nous considérons que seul le mode uniforme est couplé avec la cavité et que les ondes de spin ne sont pas couplées entre elles. Cela mène donc au coefficient de réflexion

$$S_{11} = -1 + \frac{2\kappa_{\text{ext}}}{i(\omega_c - \omega) + (\kappa_c + \kappa_{\text{ext}}) + \frac{g^2}{i(\omega_0 - \omega) + \kappa_m + \sum_{j=1}^n \frac{g_{swj}^2}{i(\omega_0 - \omega) + \kappa_{mj}}}}. \quad (4.32)$$

La prise en compte du couplage entre le mode uniforme et les ondes de spin dégénérées avec ce dernier ouvre un canal de relaxation de type magnon-magnon qui vient modifier légèrement la position de la résonance, mais surtout la largeur de résonance du mode uniforme lorsque nos sphères sont soumises à un champ statique non-uniforme. Comme nous le verrons dans les sections suivantes, cela permet par la suite de calculer rigoureusement l'élargissement de la largeur de résonance dû à cette non-uniformité. Ces résultats nous permettront de calculer le couplage théorique entre une cavité et notre ensemble de deux sphères ferromagnétiques en fonction de l'interaction dipolaire entre les sphères. Nous concluons cette section en comparant ce modèle aux résultats expérimentaux et en prédisant de nouveaux phénomènes qui devraient pouvoir être observables expérimentalement selon la théorie développée dans ce chapitre.

#### 4.3.1 Mode uniforme en présence d'un champ statique non-uniforme

Lorsque la non-uniformité du champ magnétique statique est du même ordre de grandeur que les dimensions du matériau ferromagnétique considéré, comme c'est le cas ici, nous pouvons négliger les effets de l'interaction d'échange dans nos calculs. Nous nous intéresserons donc

uniquement au couplage entre le mode uniforme et les modes magnétostatiques dégénérés avec ce dernier. Nous commençons notre analyse avec l'équation de Landau-Lifshitz

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = -\mu_0 |\gamma| \mathbf{M} \times (H_z \hat{\mathbf{z}} + \mathbf{H}_d + \mathbf{h}) \quad (4.33)$$

où, pour rappel, le champ  $H_z$  comprend les contributions de  $H_0$  et de  $H_{\text{dip}}$ ,  $\mathbf{H}_d$  est le champ de désaimantation et  $\mathbf{h}$  est le champ magnétique alternatif provenant de la cavité uniquement. L'approche que nous employons se base sur les calculs de Clogston [125] et traite la non-uniformité du champ statique en exprimant  $H_z$  à l'aide d'une série de Fourier dont le terme dominant est uniforme ( $k = 0$ ) :

$$H_z = \sum_{\mathbf{k}} H_{\mathbf{k}} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}}. \quad (4.34)$$

Rappelons ici que dans le cas d'une sphère unique, les modes magnétostatiques peuvent être calculés rigoureusement en tenant compte des conditions frontières en utilisant les harmoniques sphériques et que cette approche mène aux modes de Walker [111]. L'approche que nous développons se base plutôt sur un développement en séries de Fourier afin qu'elle demeure générale pour une variété de géométries, entre autres celle de deux sphères pour laquelle il y a une brisure de la symétrie rotationnelle.

Dans cette approche, l'aimantation est également exprimée en termes d'une série de Fourier, où nous mettons tout de suite en évidence le premier terme de la série correspondant au mode uniforme de résonance :

$$\begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} m_{0x} \\ m_{0y} \\ M_s \end{bmatrix} + \sum_{\mathbf{k}' \neq 0} e^{i\mathbf{k}'\cdot\mathbf{r}} \begin{bmatrix} m_{k'x} \\ m_{k'y} \\ m_{k'z} \end{bmatrix}. \quad (4.35)$$

Enfin, concernant le champ de désaimantation  $\mathbf{H}_d$ , nous considérons pour l'instant le cas d'un ellipsoïde de révolution autour de l'axe  $\hat{\mathbf{z}}$  dont les facteurs de désaimantation sont définis par  $N_x = N_y = N_t$  et  $N_z$ . Nous avons donc, pour désigner la quantité  $\mu_0 |\gamma| (H_z \hat{\mathbf{z}} + \mathbf{H}_d)$ ,

$$\begin{bmatrix} \tilde{\omega}_x \\ \tilde{\omega}_y \\ \tilde{\omega}_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mu_0 |\gamma| N_t m_{0x} \\ -\mu_0 |\gamma| N_t m_{0y} \\ \omega_1 \end{bmatrix} + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r}} \left\{ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \omega_{\mathbf{k}} \end{bmatrix} - \mu_0 |\gamma| \bar{\bar{N}}_{\mathbf{k}\mathbf{k}} \begin{bmatrix} m_{kx} \\ m_{ky} \\ m_{kz} \end{bmatrix} \right\}, \quad (4.36)$$

où  $\omega_{\mathbf{k}} = \mu_0 |\gamma| H_{\mathbf{k}}$ . Le terme  $\omega_1 = \mu_0 |\gamma| (\langle H_z \rangle - N_z M_s)$  a été obtenu en explicitant le premier terme de la série de Fourier de l'équation (4.34), représentant la moyenne de  $H_z$ . Nous avons également employé la notation  $\bar{\bar{N}}_{\mathbf{k}\mathbf{k}}$  pour désigner le tenseur associé à l'interaction dipolaire,

s'exprimant par

$$\bar{N}_{\mathbf{k}\mathbf{k}} = \frac{\mathbf{k}\mathbf{k}}{|\mathbf{k}|^2} = \begin{bmatrix} \alpha^2/2 & \alpha^2/2 & \alpha\beta/\sqrt{2} \\ \alpha^2/2 & \alpha^2/2 & \alpha\beta/\sqrt{2} \\ \alpha\beta/\sqrt{2} & \alpha\beta/\sqrt{2} & \beta^2 \end{bmatrix}, \quad (4.37)$$

où nous utilisons le fait que l'axe  $\hat{\mathbf{z}}$  est un axe de symétrie et où nous supposons que  $\mathbf{k} = (k_t/\sqrt{2} \ k_t/\sqrt{2} \ k_z)^t$ , ce qui mène à la notation simplifiée  $\alpha = k_t/|\mathbf{k}| = \sin \theta_{\mathbf{k}}$  et  $\beta = k_z/|\mathbf{k}| = \cos \theta_{\mathbf{k}}$ . L'équation de Landau-Lifshitz qu'il nous faut alors résoudre s'écrit

$$-i\omega \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} \times \left\{ \begin{bmatrix} \tilde{\omega}_x \\ \tilde{\omega}_y \\ \tilde{\omega}_z \end{bmatrix} + \mu_0|\gamma| \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ 0 \end{bmatrix} \right\}, \quad (4.38)$$

où nous avons supposé une dépendance temporelle de la forme  $e^{-i\omega t}$ . Cela implique que nous nous limitons aux ondes de spin dégénérées avec le mode uniforme. Après plusieurs manipulations algébriques et approximations décrites à l'Annexe D, l'équation (4.38) mène à

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} i\omega & -\Omega_0 \\ \Omega_0 & i\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{0x} \\ m_{0y} \end{bmatrix} + \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}' \neq 0} e^{i(\mathbf{k}' - \mathbf{k}) \cdot \mathbf{r}} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{-\mathbf{k}} \\ \omega_{-\mathbf{k}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{k'x} \\ m_{k'y} \end{bmatrix} + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{\mathbf{k}} \\ \omega_{\mathbf{k}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{0x} \\ m_{0y} \end{bmatrix} \\ & + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \begin{bmatrix} i\omega - \Omega_{\mathbf{k}} \sinh \lambda_{\mathbf{k}} & -\Omega_{\mathbf{k}} \cosh \lambda_{\mathbf{k}} \\ \Omega_{\mathbf{k}} \cosh \lambda_{\mathbf{k}} & i\omega + \Omega_{\mathbf{k}} \sinh \lambda_{\mathbf{k}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{kx} \\ m_{ky} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_M \\ \omega_M & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \end{bmatrix}, \quad (4.39) \end{aligned}$$

où  $\Omega_0 = \omega_1 + N_t \omega_M$ ,  $\Omega_{\mathbf{k}} \sinh \lambda_{\mathbf{k}} = (\omega_M/2) \sin^2 \theta_{\mathbf{k}}$  et  $\Omega_{\mathbf{k}} \cosh \lambda_{\mathbf{k}} = \omega_1 + (\omega_M/2) \sin^2 \theta_{\mathbf{k}}$ . Ces deux dernières quantités découlent des transformations de Holstein et Primakoff [126] et sont utilisées ici afin de maintenir la notation compacte. Elles permettent également de déduire la relation de dispersion pour les ondes magnétostatiques, donnée par

$$\Omega_{\mathbf{k}} = \sqrt{\omega_1 (\omega_1 + \omega_M \sin^2 \theta_{\mathbf{k}})}. \quad (4.40)$$

Nous voyons bien que cette relation de dispersion, en comparaison avec celle donnée à l'équation (3.11) du Chapitre 3, concerne uniquement les ondes magnétostatiques provenant de l'interaction dipolaire. Cela vient mettre l'accent sur le fait que le développement que nous effectuons ici concerne uniquement le couplage du mode uniforme avec les modes magnétostatiques, c'est-à-dire ceux compris entre  $k_{\min}$  et  $k_{\max}$  et entre  $\omega_1$  et  $\omega_2$  selon la Figure 3.1. Même si le couplage avec les ondes de spin est négligeable pour de faibles valeurs de  $|\mathbf{k}|$ , il est important de garder en tête que celui-ci est possible, comme nous le verrons lorsque nous traiterons de la largeur de résonance des réseaux de nanofils ferromagnétiques au Chapitre 5.

Si nous revenons maintenant à notre dérivation principale, l'équation (4.39) a été obtenue par de nombreuses étapes de calcul intermédiaire et celles-ci se retrouvent à l'Annexe D. Pour ce calcul, nous avons d'abord utilisé l'approximation linéaire, déjà explicitée à plusieurs reprises aux Chapitres 2 et 3. Dans le même ordre d'idées, en plus de négliger les termes en  $m_{kz}$ , seuls les termes d'ordre 0 et 1 ont été conservés à l'exception du terme d'ordre 2 apparaissant dans la première sommation de l'équation (4.39). Ce terme doit être conservé car il représente le couplage entre les ondes magnétostatiques et le mode uniforme. C'est par ce processus de couplage entre le mode uniforme et les modes magnétostatiques que l'élargissement de la largeur de résonance du mode uniforme a lieu, un processus connu sous le nom de diffusion deux-magnons [95, 127].

L'équation (4.39) représente en fait plusieurs équations indépendantes pour chaque composante de Fourier et lorsque  $\mathbf{k} = \mathbf{k}'$ , nous avons

$$\begin{bmatrix} i\omega & -\Omega_0 \\ \Omega_0 & i\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{0x} \\ m_{0y} \end{bmatrix} + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{\mathbf{k}}^* \\ \omega_{\mathbf{k}}^* & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{kx} \\ m_{ky} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_M \\ \omega_M & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \end{bmatrix}, \quad (4.41)$$

ce qui montre bien le couplage entre  $m_0$  et  $m_{\mathbf{k}}$ . Pour une composante  $\mathbf{k}$  quelconque, toujours selon l'équation (4.39), nous avons plutôt

$$\begin{bmatrix} m_{kx} \\ m_{ky} \end{bmatrix} = \frac{-\omega_{\mathbf{k}}}{\Omega_{\mathbf{k}}^2 - \omega^2} \begin{bmatrix} \Omega_{\mathbf{k}} \cosh \lambda_{\mathbf{k}} & -i\omega - \Omega_{\mathbf{k}} \sinh \lambda_{\mathbf{k}} \\ i\omega - \Omega_{\mathbf{k}} \sinh \lambda_{\mathbf{k}} & \Omega_{\mathbf{k}} \cosh \lambda_{\mathbf{k}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{0x} \\ m_{0y} \end{bmatrix}. \quad (4.42)$$

Nous pouvons donc insérer l'équation (4.42) dans l'équation (4.41) afin d'obtenir la susceptibilité scalaire associée au mode uniforme de résonance  $m_{0x} - im_{0y}$  :

$$\chi = \omega_M \frac{\Omega_0 + \omega - \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \omega_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}}^* \left[ \frac{1 - \cosh \lambda_{\mathbf{k}}}{\omega - \Omega_{\mathbf{k}}} + \frac{1 + \cosh \lambda_{\mathbf{k}}}{\omega + \Omega_{\mathbf{k}}} \right]}{\Omega_0^2 - \omega^2 + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \omega_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}}^* \left[ \frac{\omega + \Omega_0 \cosh \lambda_{\mathbf{k}}}{\omega - \Omega_{\mathbf{k}}} + \frac{\omega - \Omega_0 \cosh \lambda_{\mathbf{k}}}{\omega + \Omega_{\mathbf{k}}} \right]}. \quad (4.43)$$

Rappelons que les détails du calcul, dont ceux menant à cette expression de la susceptibilité, se retrouvent à l'Annexe D. Les pertes liées au paramètre d'amortissement phénoménologique de Gilbert  $\alpha$  peuvent être ajoutées à l'équation (4.43) à partir des substitutions usuelles. Dans la prochaine section, nous verrons comment nous pouvons extraire des informations utiles de cette susceptibilité, entre autres l'élargissement de la largeur de résonance, afin de construire un modèle réaliste du fort couplage en présence d'interactions dipolaires.

### 4.3.2 Expression explicite de l'élargissement inhomogène

L'équation (4.43) obtenue précédemment pour la susceptibilité d'une sphère placée dans un champ magnétique non-uniforme comprend de manière implicite l'élargissement de la largeur de résonance dû à la non-uniformité du champ. Afin de rendre explicite cet élargissement, nous devons évaluer les deux sommations se retrouvant dans l'équation (4.43). Pour y parvenir, nous négligeons d'abord le deuxième terme de chaque sommation puisque nous nous intéressons au comportement de la susceptibilité pour  $\Omega_{\mathbf{k}} = \Omega_0$  (modes  $\mathbf{k}$  dégénérés avec  $\Omega_0$ ) où le premier terme des sommations domine. Ensuite, puisque les sommations contiennent également les informations concernant le déplacement du pic de résonance dû à la non-uniformité du champ, nous séparons explicitement les sommations en une partie réelle et une partie imaginaire par l'introduction des taux de pertes associés au mode uniforme,  $\kappa_m$ , ainsi qu'aux modes magnétostatiques,  $\kappa_{\mathbf{k}}$ .

À titre d'exemple, considérons la sommation se trouvant au dénominateur de l'équation (4.43). Pour  $\omega = \Omega_{\mathbf{k}}$ , la relation de dispersion des ondes magnétostatiques mène à

$$\omega_M \sin^2 \theta_{\mathbf{k}} = \frac{\omega^2 - \omega_1^2}{\omega_1}. \quad (4.44)$$

En incluant les taux de pertes, cela permet d'écrire la sommation comme

$$\sum_{\mathbf{k} \neq 0} |\omega_{\mathbf{k}}|^2 \left( \frac{2\omega\omega_1 + \omega_1^2 + \omega^2}{2\omega_1} \right) \left[ \frac{(\omega - \Omega_{\mathbf{k}}) + i(\kappa_m - \kappa_{\mathbf{k}})}{(\omega - \Omega_{\mathbf{k}})^2 + (\kappa_m - \kappa_{\mathbf{k}})^2} \right] = \sum_1 + i \sum_2. \quad (4.45)$$

Le passage d'une sommation sur les  $\mathbf{k}$  en une intégrale permet l'évaluation de ces sommations. Ce passage s'effectue tout d'abord par la détermination de la densité d'états en fréquence. Pour cela, nous devons calculer le nombre de modes ayant une fréquence plus petite que  $\omega = \Omega_{\mathbf{k}}$ . En constatant que les vecteurs d'onde ayant une fréquence comprise entre  $\omega_1$  et  $\Omega_{\mathbf{k}}$  forment un secteur sphérique, c'est-à-dire un cône d'angle au sommet  $2\theta_{\mathbf{k}}$  (l'axe du cône est selon  $\hat{\mathbf{z}}$ ) avec une calotte sphérique, nous avons que le nombre de modes dans ce volume est donné par

$$N = \frac{V}{(2\pi)^3} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^{\theta_{\mathbf{k}}} \sin \theta \, d\theta \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} k^2 \, dk = \frac{V}{12\pi^2} (1 - \cos \theta_{\mathbf{k}}) (k_{\max}^3 - k_{\min}^3), \quad (4.46)$$

où les bornes pour  $k$  ont pour l'instant été choisies arbitrairement. L'équation (4.46) peut être exprimée en termes de la fréquence  $\omega$  en utilisant une expression alternative de la relation de dispersion donnée par

$$\cos \theta_{\mathbf{k}} = \left( \frac{\omega_2^2 - \omega^2}{\omega_1 \omega_M} \right)^{1/2}. \quad (4.47)$$

La densité d'états  $g(\omega)$  est ensuite obtenue par la dérivée du nombre de modes  $N$  par rapport à  $\omega$ , menant à

$$g(\omega) = C \frac{\omega}{\omega_1 \omega_M} \left( \frac{\omega_1 \omega_M}{\omega_2^2 - \omega^2} \right)^{1/2}, \quad (4.48)$$

où  $C = (k_{\max}^3 - k_{\min}^3)V/12\pi^2$ . La deuxième sommation de l'équation (4.45) peut maintenant être transformée en une intégrale sur  $\omega$ , menant à

$$\sum_2 = C \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\omega_{\mathbf{k}}|^2 \omega}{\omega_1 \omega_M} \left( \frac{2\omega\omega_1 + \omega_1^2 + \omega^2}{2\omega_1} \right) \left[ \frac{\kappa_m - \kappa_{\mathbf{k}}}{(\omega - \Omega_{\mathbf{k}})^2 + (\kappa_m - \kappa_{\mathbf{k}})^2} \right] \left( \frac{\omega_1 \omega_M}{\omega_2^2 - \omega^2} \right)^{1/2} d\omega. \quad (4.49)$$

Il est possible d'obtenir une expression analytique pour cette intégrale en faisant l'approximation que les taux de pertes  $\kappa_m$  et  $\kappa_{\mathbf{k}}$  sont petits, ce qui permet d'approximer la distribution lorentzienne se trouvant entre crochets dans l'équation (4.49) par une distribution de Dirac  $\delta(\omega - \Omega_0)$  centrée en  $\omega = \Omega_{\mathbf{k}} = \Omega_0$ . Un facteur  $\pi$  doit être ajouté afin de tenir compte de la normalisation de la distribution lorentzienne. La sommation s'exprime alors sous la forme compacte

$$\sum_2 = \pi C |\omega_{\mathbf{k}}|^2 \frac{\Omega_0}{\omega_1 \omega_M} \left( \frac{\omega_1 \omega_M}{\omega_2^2 - \Omega_0^2} \right)^{1/2} \left( \Omega_0 + \frac{\omega_1^2 + \Omega_0^2}{2\omega_1} \right). \quad (4.50)$$

L'un des aspects intéressants de cette approche rigoureuse est que la variance du champ dipolaire statique apparaît naturellement à partir du terme  $C|\omega_{\mathbf{k}}|^2$ . D'une part, nous avons que, dans l'espace réel, la variance de  $\omega_z = \mu_0 |\gamma| H_z$  est strictement égale à la variance de  $\omega_{\text{dip.}} = \mu_0 |\gamma| H_{\text{dip.}}$  :

$$\text{Var}(\omega_z) = \langle (\omega_0 + \omega_{\text{dip.}})^2 \rangle - \langle (\omega_0 + \omega_{\text{dip.}}) \rangle^2 = \langle \omega_{\text{dip.}}^2 \rangle - \langle \omega_{\text{dip.}} \rangle^2 = \text{Var}(\omega_{\text{dip.}}). \quad (4.51)$$

D'autre part, dans l'espace réciproque, nous avons d'abord que

$$\langle \omega_z \rangle^2 = |\omega_{\mathbf{k}=0}|^2. \quad (4.52)$$

Puis, selon le théorème de Parseval, nous avons également que

$$\langle \omega_z^2 \rangle = \sum_{\mathbf{k}} |\omega_{\mathbf{k}}|^2, \quad (4.53)$$

ce qui mène à

$$\text{Var}(\omega_z) = \sum_{\mathbf{k}} |\omega_{\mathbf{k}}|^2 - |\omega_{\mathbf{k}=0}|^2 = \sum_{\mathbf{k} \neq 0} |\omega_{\mathbf{k}}|^2. \quad (4.54)$$

En remplaçant la sommation par une intégrale sur  $\mathbf{k}$ , nous obtenons directement que

$$\text{Var}(\omega_{\text{dip.}}) = \frac{V|\omega_{\mathbf{k}}|^2}{4\pi^2} \int_0^\pi \sin \theta \, d\theta \int_{k_{\min}}^{k_{\max}} k^2 \, dk = 2C|\omega_{\mathbf{k}}|^2. \quad (4.55)$$

En évaluant maintenant la sommation se retrouvant au numérateur de l'équation (4.43) par la même procédure que précédemment, dont les détails sont fournis à l'Annexe D, nous parvenons à une expression explicite de la susceptibilité scalaire du mode uniforme :

$$\chi = \omega_M \frac{\Omega_0 + \omega - i \frac{\pi \text{Var}(\omega_{\text{dip.}}) \Omega_0}{4 \omega_1 \omega_M} \left( \frac{\omega_1 \omega_M}{\omega_2^2 - \Omega_0^2} \right)^{1/2} \left( 1 - \frac{\omega_1^2 + \Omega_0^2}{2\Omega_0 \omega_1} \right)}{\Omega_0^2 - \omega^2 + i \frac{\pi \text{Var}(\omega_{\text{dip.}}) \Omega_0^2}{2 \omega_1 \omega_M} \left( \frac{\omega_1 \omega_M}{\omega_2^2 - \Omega_0^2} \right)^{1/2} \left( 1 + \frac{\omega_1^2 + \Omega_0^2}{2\Omega_0 \omega_1} \right)}. \quad (4.56)$$

Il est à noter que cette équation inclut uniquement la partie imaginaire de la sommation présentée à l'équation (4.45). Concernant la partie réelle, le calcul de celle-ci, effectué en détail à l'Annexe E, mène à un déplacement du pic de résonance qui est lui aussi lié à la variance du champ dipolaire statique. Toutefois, dans notre situation, ce déplacement est négligeable devant le déplacement du pic associé à la moyenne du champ dipolaire et qui est déjà pris en compte dans  $\Omega_0$ .

La partie imaginaire de la susceptibilité présentée à l'équation (4.56), qui exclut pour l'instant les pertes introduites par le paramètre d'amortissement phénoménologique de Gilbert  $\alpha$ , peut s'écrire sous la forme compacte

$$\chi'' = - \frac{\Delta\omega\omega_M}{(\omega - \omega_c)^2 + \Delta\omega^2} \quad (4.57)$$

où

$$\Delta\omega = \frac{\pi \text{Var}(\omega_{\text{dip.}})}{2 \omega_M} \left[ 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\omega_M}{3\omega_c - \omega_M} \right) \right]^2 \left[ \frac{2}{3} - \left( \frac{\omega_c}{3\omega_c - \omega_M} \right) \right]^{-1/2} \quad (4.58)$$

représente l'élargissement de la largeur de résonance ayant comme origine la non-uniformité du champ magnétique. Nous avons utilisé le fait que, pour une sphère à la résonance de la cavité,  $\Omega_0 = \mu_0|\gamma|\langle H_z \rangle = \omega_c$ . Cet élargissement est directement lié à la variance du champ magnétique dipolaire dont le calcul analytique, présenté à l'Annexe F, mène à

$$\text{Var}(\omega_{\text{dip.}}) = \frac{b^3}{4} \left[ \frac{b}{3(4-b^2)^3} \left( 5 + \frac{b^2}{2} \left( 1 + \frac{b^2}{8} \right) \right) - \frac{b}{4} \left( \frac{3}{32} + \frac{b^2}{9} \right) + \frac{\tanh^{-1}(b/2)}{24} - \frac{3(4-b^2)}{512} \ln \left( \frac{2+b}{2-b} \right) \right] \omega_M^2, \quad (4.59)$$

où nous avons utilisé la variable  $b = 2R/d$  ( $0 \leq b \leq 1$ ) afin de simplifier la notation.

En intégrant ces nouveaux résultats dans l'expression de l'efficacité de couplage  $\eta$  présentée à l'équation (4.30), nous pouvons calculer le couplage théorique entre les deux sphères et la cavité dans le contexte d'un champ dipolaire non-uniforme et comparer ces prédictions avec les résultats expérimentaux obtenus. Cette comparaison se retrouve à la Figure 4.11(a), où nous pouvons observer une excellente correspondance entre la prédiction théorique et les résultats expérimentaux. Nous avons également inclus à la Figure 4.11(a) la prédiction faite à partir du modèle des spins indépendants afin d'exacerber l'importance de considérer les interactions dipolaires inter-spins qui viennent en quelque sorte diminuer l'effet négatif du champ dipolaire non-uniforme sur le couplage.

Pour les distances les plus faibles ( $d/2R < 1.18$ ), le modèle se basant sur le rétrécissement dipolaire prédit systématiquement une constante de couplage plus élevée que celle obtenue expérimentalement. Cela pourrait être dû aux approximations utilisées pour développer le modèle, par exemple celle de tronquer le développement multipolaire au moment dipolaire, offrant ainsi des pistes d'exploration afin d'améliorer ce dernier.

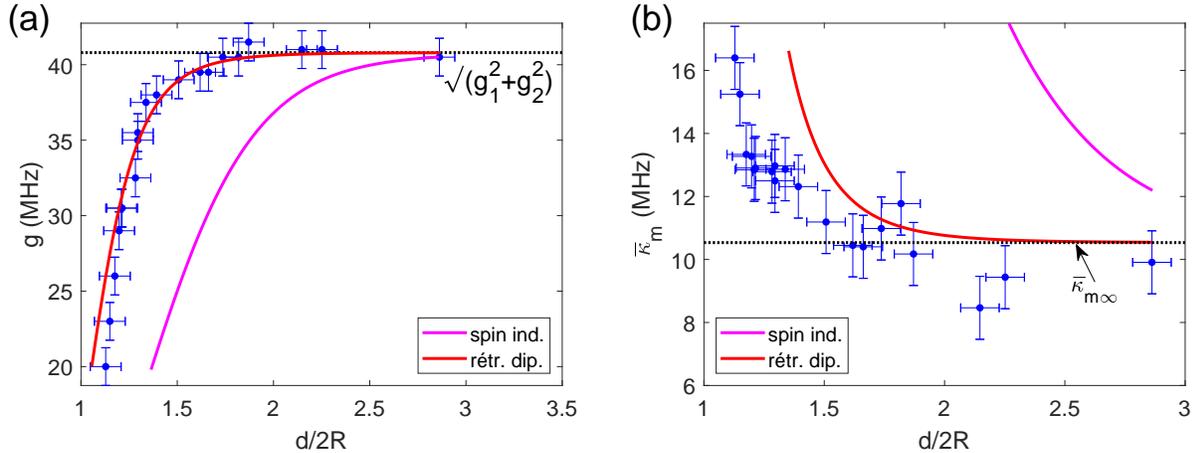


Figure 4.11 Comparaison entre les résultats expérimentaux et les modèles de spins indépendants (courbe mauve) et de rétrécissement dipolaire (courbe rouge) pour (a) la constante de couplage  $g$  totale du système et (b) les pertes moyennes  $\bar{\kappa}_m$  du système magnétique.

La Figure 4.11(b) présente les résultats expérimentaux et théoriques obtenus pour les pertes moyennes  $\bar{\kappa}_m$  du système magnétique. Le modèle du rétrécissement dipolaire permet de reproduire relativement bien la tendance générale des points expérimentaux, alors que le modèle des spins indépendants prédit un élargissement beaucoup plus important que celui observé.

À partir des observations faites aux Figures 4.11(a) et (b), nous pouvons conclure que le mo-

dèle rigoureux du rétrécissement dipolaire, qui se positionne entre le modèle du macropsin et le modèle des spins indépendants, est un modèle satisfaisant pour expliquer le fort couplage photon-magnon en présence d'une forte interaction dipolaire entre deux objets ferromagnétiques. Le but de la prochaine section sera d'explorer quelques implications de ce modèle ainsi que de fournir des pistes pour le tester expérimentalement afin d'en assurer la validité dans plusieurs régimes.

### 4.3.3 Exploration du nouveau modèle

Le modèle de rétrécissement dipolaire que nous avons développé à la section précédente permet de reproduire avec une bonne précision les résultats expérimentaux obtenus lorsque deux sphères sont placées dans une cavité selon la configuration illustrée à la Figure 4.1, soit avec l'axe des sphères parallèle à la direction du champ magnétique externe. Une façon de tester le modèle afin de vérifier sa validité dans plusieurs configurations serait d'effectuer des mesures angulaires, c'est-à-dire de modifier l'angle entre l'axe des sphères et la direction de  $H_0$ , tout en maintenant la distance entre les sphères fixe.

Pour prédire le comportement des mesures angulaires, l'augmentation de la largeur de résonance présentée à l'équation (4.58) peut être utilisée directement, la seule différence étant la valeur de la variance du champ dipolaire. Pour calculer cette variance, nous utilisons une expression plus générale du champ magnétique dipolaire selon  $\hat{\mathbf{z}}$  qui tient maintenant compte de l'angle  $\xi$  que fait l'axe des sphères avec la direction de  $H_0$  :

$$\frac{H_{\text{dip.}}}{M_s} = \frac{R^3(r^2(3 \cos^2 \theta - 1) + 2dr(2 \cos \theta \cos \xi - \sin \theta \cos \phi \sin \xi) + d^2(3 \cos^2 \xi - 1))}{3(r^2 + 2dr(\cos \theta \cos \xi + \sin \theta \cos \phi \sin \xi) + d^2)^{5/2}}. \quad (4.60)$$

Lorsque  $\xi = 0^\circ$ , l'équation (4.60) devient équivalente à l'équation (4.27) pour deux sphères alignées avec le champ externe. La variance du champ dipolaire pour n'importe quelle valeur d'angle  $\xi$  peut être calculée numériquement, ce qui mène au comportement présenté à la Figure 4.12(a) pour l'efficacité de couplage de notre système de deux sphères discuté jusqu'à maintenant. À la Figure 4.12(a), pour  $\xi = 0^\circ$ , nous retrouvons le comportement  $\eta$  vs.  $d$  que nous avons utilisé pour reproduire les résultats expérimentaux à la Figure 4.11(a). Nous voyons également que pour une distance fixe, l'action de varier l'angle  $\xi$  de  $0$  à  $90^\circ$  entraîne une augmentation de l'efficacité de couplage.

En plus du changement dans l'efficacité de couplage, la variation de l'angle  $\xi$  entraîne également un déplacement du pic de résonance tel qu'illustré à la Figure 4.12(b). Ce déplacement peut être calculé à partir de l'équation de Landau-Lifshitz pour deux dipôles couplés, expli-

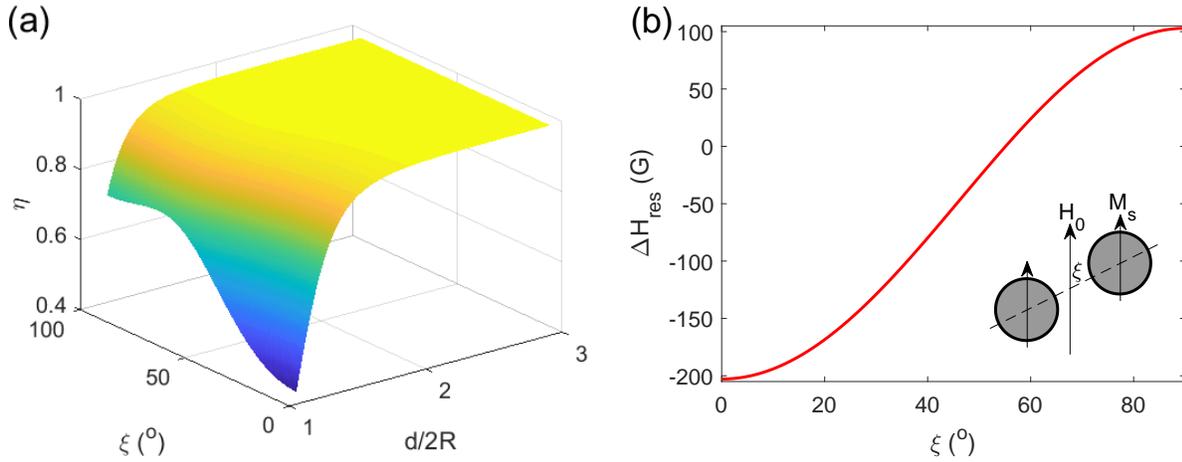


Figure 4.12 Comportement anticipé du système fortement couplé pour des mesures angulaires. (a) Efficacité de couplage  $\eta$  en fonction de la distance  $d$  et de l'angle  $\xi$ . (b) Déplacement du pic de résonance ferromagnétique pour deux sphères placées à  $d = 1.30$  mm (presque collées), en fonction de l'angle  $\xi$ . Encart : Configuration pour les mesures angulaires.

citée à l'équation (4.10), mais avec le tenseur d'interaction dipolaire suivant :

$$\bar{\bar{N}}_{\text{dip.}} = \frac{1}{3} \left( \frac{R}{d} \right)^3 \begin{bmatrix} 3 \sin^2 \xi - 1 & 0 & 3 \cos \xi \sin \xi \\ 0 & -1 & 0 \\ 3 \cos \xi \sin \xi & 0 & 3 \cos^2 \xi - 1 \end{bmatrix}. \quad (4.61)$$

Pour  $\xi = 0^\circ$ , nous retombons bien sur le tenseur d'interaction dipolaire donné à l'équation (4.9). La condition de résonance initiale, présentée à l'équation (4.14), est alors transformée pour devenir

$$\omega_{\text{res}}^2 = \left[ \omega_0 + \left( \frac{R}{d} \right)^3 \omega_M \right]^2 - 3 \left( \frac{R}{d} \right)^3 \omega_M \sin^2 \xi \left[ \omega_0 + \frac{1}{3} \left( \frac{R}{d} \right)^3 \omega_M \right]. \quad (4.62)$$

Nous avons effectué quelques mesures angulaires à l'aide des deux sphères de YIG et d'une cavité cylindrique dont le mode principal de résonance, soit le mode  $\text{TE}_{011}$ , se situe à 9.5 GHz. Cette cavité a été fabriquée avec du laiton et les parois métalliques internes ont été recouvertes d'une couche d'argent d'une épaisseur de  $5 \mu\text{m}$  puis d'une couche d'or de  $0.5 \mu\text{m}$  afin d'obtenir un facteur de qualité dans la plage 10000 à 20000 [128].

Les résultats obtenus avec la cavité cylindrique vont dans le même sens que les prédictions du modèle théorique. La Figure 4.13 présente les spectres expérimentaux obtenus pour une sphère de YIG seule puis pour deux sphères de YIG placées à des angles  $\xi$  d'environ  $0^\circ$ ,  $35^\circ$

et  $90^\circ$ . Ces spectres indiquent clairement que le fait de varier l'angle  $\xi$  modifie le couplage entre les sphères et la cavité.

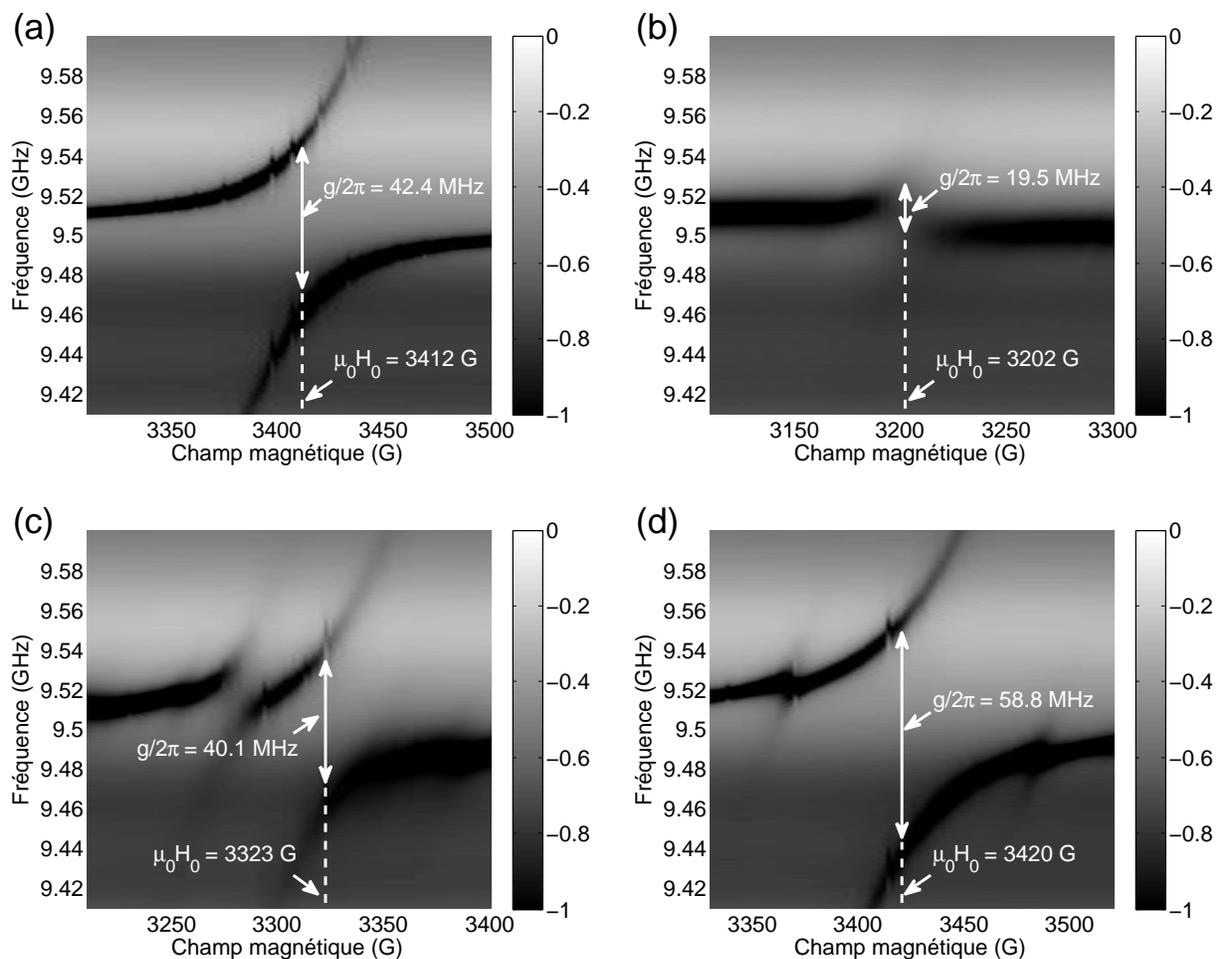


Figure 4.13 Spectres expérimentaux de fort couplage avec une cavité cylindrique résonant à 9.5 GHz pour (a) une seule sphère ( $YIG_1$ ), puis pour deux sphères placées à un angle  $\xi$  d'environ (b)  $0^\circ$ , (c)  $35^\circ$  et (d)  $90^\circ$ .

D'abord, nous remarquons que le couplage minimal est obtenu pour un angle  $\xi$  d'environ  $0^\circ$ , ce qui concorde bien avec le modèle. Ensuite, en augmentant graduellement l'angle, le couplage augmente jusqu'à atteindre, à  $90^\circ$ , une valeur qui est environ  $\sqrt{2}$  fois plus élevée que la valeur du couplage d'une sphère individuelle. Ces résultats sont encourageants et montrent la pertinence d'effectuer davantage de mesures angulaires afin de vérifier le modèle. De plus, ces mesures pourraient être un outil intéressant pour investiguer l'excitation des modes magnétostatiques en fonction de la distribution spatiale du champ magnétique dipolaire, par exemple le mode apparaissant à la Figure 4.13(c).

Nous n'avons pas été en mesure de pousser plus loin notre analyse des mesures angulaires à cause de certaines difficultés non prévues que nous expliciterons afin de permettre à de futurs expérimentateurs de tenir compte de ces facteurs. D'une part, les mesures angulaires ont été prises manuellement, c'est-à-dire que l'angle était varié approximativement par l'expérimentateur. Pour déterminer plus exactement la valeur de l'angle pour chaque mesure, il était prévu de comparer le déplacement du pic de résonance obtenu expérimentalement avec celui tiré de l'équation (4.62). Cependant, comme nous pouvons le constater sur la Figure 4.13, le champ associé à la résonance pour deux sphères placées à environ  $90^\circ$  avec le champ magnétique externe est presque le même que le champ de résonance pour une sphère individuelle dans la cavité (seulement 8 G de différence). Lorsque les deux sphères sont placées à un angle d'environ  $0^\circ$ , ce déplacement est plutôt d'environ  $-210$  G, indiquant donc qu'il y a un certain problème avec ces valeurs. Puisqu'il n'est alors pas possible de déterminer les angles pour chaque mesure, le mieux qu'il est possible de faire pour l'instant est une analyse semi-quantitative basée sur les résultats présentés à la Figure 4.13, qui sont tout de même très encourageants.

Un aspect qui pourrait permettre d'expliquer le comportement inattendu du champ de résonance est celui de la perturbation du mode de cavité par l'introduction des sphères dans celle-ci. La cavité cylindrique utilisée, ayant un facteur de qualité assez élevé, est plus fortement perturbée par l'introduction de sphères ayant une certaine permittivité que la cavité rectangulaire à faible facteur de qualité que nous avons utilisée précédemment. Cette perturbation entraîne en elle-même un déplacement du pic de résonance de la cavité, qui entraîne à son tour un changement dans la valeur du champ magnétique associée à la résonance simultanée des sphères et de la cavité. Nous recommandons donc, pour de futures mesures angulaires, de bien caractériser à l'avance le mode de cavité seule, avec une sphère et avec deux sphères, d'une part, puis d'automatiser le déplacement angulaire afin de pouvoir se baser, lors de l'analyse, sur des points expérimentaux espacés par un intervalle angulaire régulier, d'autre part.

Finalement, un autre test qu'il serait intéressant d'effectuer afin de vérifier le modèle est de regarder l'impact qu'a le couplage maximal  $g_{\max}$ , apparaissant à l'équation (4.30) dans la distribution de Lorentz agissant comme fonction poids, sur l'efficacité de couplage  $\eta$ . L'équation (4.30) suggère qu'un plus grand couplage  $g_{\max}$  initial tend à diminuer l'effet de l'élargissement de la largeur de résonance sur l'efficacité de couplage ou, en d'autres termes, à augmenter  $\eta$ . Cela pourrait être testé en analysant les valeurs de couplage pour deux sphères toujours placées dans la même configuration mais dans plusieurs cavités différentes. Généralement, les cavités ayant des fréquences de résonance élevées possèdent également un petit volume, ce qui a comme effet d'augmenter considérablement le couplage  $g_{\max}$  avec les sphères, en accord

avec l'expression du couplage donnée à l'équation (2.82). L'extraction expérimentale de l'efficacité de couplage  $\eta$  pour ces différentes cavités devrait alors montrer une augmentation de  $\eta$  pour des cavités plus petites et résonant à plus haute fréquence, selon la prédiction faite à partir de l'équation (4.30).

#### 4.4 Sommaire

Nous avons commencé ce chapitre en effectuant l'extension directe du formalisme de fort couplage pour plusieurs objets ferromagnétiques placés dans la cavité en négligeant les effets de l'interaction dipolaire entre eux. Cette extension prédit une augmentation d'un facteur  $\sqrt{N}$  de la constante de couplage si  $N$  objets sont placés dans la cavité. Ce modèle restreint du paramètre  $S_{11}$  de la cavité est tout de même utile dans notre situation de deux sphères couplées puisqu'il permet l'extraction du couplage  $g$  et des pertes magnétiques moyennes  $\bar{\kappa}_m$  à partir des résultats expérimentaux.

Puis, nous avons inclus l'interaction dipolaire dans notre modèle en utilisant l'approximation des macrospins pour représenter nos sphères. La résolution de l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert pour deux macrospins couplés indique que la constante de couplage  $g$  ne devrait pas être affectée par la présence de l'interaction dipolaire puisque le seul changement imputable à cette interaction est le déplacement du pic de résonance.

L'analyse des résultats expérimentaux pour deux sphères placées à plusieurs valeurs de distance  $d$  entre elles (centre à centre), lorsque les sphères sont alignées avec la direction du champ magnétique externe, montre effectivement qu'il y a un déplacement du pic de résonance. Cependant, ce déplacement est également accompagné par une diminution de la constante de couplage  $g$  et par une augmentation des pertes moyennes  $\bar{\kappa}_m$ , deux aspects qui ne sont pas prédits par le modèle des macrospins.

Afin de mieux comprendre l'origine des observations expérimentales, nous avons par la suite exploré l'impact de l'élargissement inhomogène provenant de la non-uniformité du champ magnétique dipolaire. Le champ magnétique dipolaire est formé d'une partie statique et d'une partie dynamique. Nous avons étudié l'impact de chacune de ces contributions de manière indépendante, en commençant par la contribution dynamique à l'aide de simulations par éléments finis. Ces simulations nous ont permis de constater que la non-uniformité du champ magnétique dipolaire dynamique ne permet pas de reproduire les résultats expérimentaux.

Concernant le champ dipolaire statique, une analyse préliminaire considérant que les sphères sont formées par un ensemble de spins indépendants permet de constater que la non-uniformité de ce champ a un impact important sur la constante de couplage et sur les pertes moyennes

$\bar{\kappa}_m$ , dont l'augmentation est due à l'élargissement inhomogène de la largeur de résonance reflétant le fait que chaque spin résonne selon le champ magnétique local qu'il perçoit.

Une approche plus rigoureuse, comprenant les interactions dipolaires inter-spins donnant lieu au phénomène de rétrécissement dipolaire, a ensuite été établie. Cette approche résout l'équation de Landau-Lifshitz en traitant le champ magnétique statique non-uniforme comme une série de Fourier, ce qui mène au couplage du mode uniforme de résonance avec les modes magnétostatiques dégénérés avec ce dernier. Le traitement mathématique complet de cette situation a été présenté, ce qui nous a permis d'établir la susceptibilité moyenne du mode uniforme qui comprend alors un élargissement inhomogène directement relié à la variance du champ dipolaire. Ces résultats nous ont permis de reproduire avec une bonne précision les résultats expérimentaux, renforçant ainsi notre interprétation que l'élargissement inhomogène, dû à l'interaction dipolaire entre les sphères, affecte directement le couplage avec la cavité à travers le paramètre  $\eta$  représentant l'efficacité de couplage.

Nous avons terminé le chapitre en suggérant des pistes qui pourraient permettre de vérifier le modèle établi du fort couplage en présence d'interactions dipolaires. L'une de ces pistes est d'effectuer des mesures angulaires afin de pouvoir modifier la variance du champ dipolaire. Des mesures angulaires expérimentales préliminaires ont été effectuées et les résultats, bien que semi-quantitatifs, montrent une tendance qui concorde avec celle prédite par le modèle. La dernière piste suggérée pour tester ce modèle est de faire des mesures pour une configuration identique des sphères dans plusieurs cavités différentes afin d'observer l'impact du couplage initial  $g_{\max}$  sur l'efficacité de couplage  $\eta$ .

Enfin, notons que le modèle pourrait être poussé plus loin en tenant compte à la fois de la non-uniformité du champ dipolaire statique et dynamique, plutôt que de considérer ces deux contributions séparément, comme nous l'avons fait. Dans notre modèle de rétrécissement dipolaire, il faudrait alors résoudre l'équation de Landau-Lifshitz en effectuant également un développement en séries de Fourier pour le champ dynamique  $\mathbf{h}$ , plutôt que de le considérer uniforme. Cette non-uniformité du champ dynamique favoriserait le couplage de la cavité avec les modes magnétostatiques, ce qui viendrait modifier l'expression de la susceptibilité moyenne du mode uniforme. Il serait également intéressant de considérer simultanément les champs dipolaires statiques et dynamiques dans les simulations par éléments finis, ce qui pourrait être accompli en utilisant ensemble les modules AC/DC, pour les champs dipolaires statiques, et RF, pour les champs dipolaires dynamiques. Bien que cela élève le degré de complexité des simulations, la maîtrise de celles-ci permettrait de tester le modèle pour plusieurs configurations différentes, que ce soit au niveau de la forme des échantillons, de la position des échantillons dans la cavité, ou encore des cavités micro-ondes utilisées.

## CHAPITRE 5 FORT COUPLAGE PHOTON-MAGNON AVEC DES RÉSEAUX DE NANOFILS FERROMAGNÉTIQUES

Jusqu'à présent, nous nous sommes intéressés au phénomène de fort couplage photon-magnon à partir de sphères de YIG placées dans une cavité micro-ondes sans mentionner les réseaux de nanofils ferromagnétiques. Nous nous intéresserons maintenant à ceux-ci en commençant, à la Section 5.1, par justifier la pertinence technologique de ces réseaux de nanofils et en décrivant ce qui les rend uniques par rapport aux matériaux naturels tels que le YIG. Cela nous mènera à décrire explicitement les paramètres géométriques des réseaux de nanofils et la manière dont ceux-ci sont fabriqués au laboratoire. La connaissance de ces paramètres géométriques est essentielle afin de décrire le comportement électromagnétique des réseaux au travers de leur perméabilité effective et permittivité effective.

Nous exposons par la suite, à la Section 5.2, les observations expérimentales qui ont initialement motivé les travaux contenus dans cette thèse, c'est-à-dire l'observation, pour les réseaux de nanofils, d'un comportement inhabituel en fréquence de la largeur de résonance et l'observation de phénomènes de couplage inexplicés dans les spectres de résonance. Ces observations nous ont menés à étudier l'effet de la taille des échantillons et de la présence de parois métalliques sur les phénomènes de couplage. De plus, afin d'obtenir une meilleure compréhension des mécanismes de pertes dans les réseaux de nanofils, nous comparons les mesures de résonance ferromagnétique ayant été effectuées dans les bandes Ka (26.5 à 40 GHz), V (50 à 75 GHz) et W (75 à 110 GHz).

Enfin, à la lumière des résultats expérimentaux obtenus, nous explorons en détail à la Section 5.3 comment obtenir un fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils à partir de simulations par éléments finis. Nous analysons ensuite les résultats expérimentaux obtenus en utilisant la théorie du fort couplage photon-magnon développée au Chapitre 2 que nous adaptons pour tenir compte du contexte expérimental lié aux réseaux de nanofils. Ces analyses suggèrent fortement qu'il est possible d'obtenir expérimentalement un fort couplage photon-magnon à partir de réseaux de nanofils ferromagnétiques. Nous terminons le chapitre par une brève discussion des mécanismes d'élargissement pouvant contribuer aux largeurs de résonance élevées observées expérimentalement.

## 5.1 Modélisation des réseaux de nanofils ferromagnétiques

Les réseaux de nanofils ferromagnétiques sont des matériaux intéressants pour plusieurs domaines technologiques. Nous donnons un aperçu de ces domaines à la Section 5.1.1. L'intérêt pour ces matériaux provient en partie du fait que leurs paramètres constitutifs peuvent être modifiés relativement facilement lors du processus de fabrication, que nous décrivons à la Section 5.1.2. Ce processus permet le contrôle de la fonction de réponse électromagnétique des réseaux de nanofils au travers de leur perméabilité et permittivité, décrites aux Section 5.1.3 et 5.1.4, respectivement.

### 5.1.1 Mise en contexte : pertinence des réseaux de nanofils

Les réseaux de nanofils ferromagnétiques peuvent être vus comme des métamatériaux ou comme des cristaux magnoniques, selon le point de vue avec lequel nous les abordons. Les réseaux que nous étudions tirent avantage de la réponse simultanément gyrotrope et dispersive des inclusions ferromagnétiques pour permettre leur utilisation dans plusieurs dispositifs micro-ondes tels que des circulateurs, des isolateurs et des déphaseurs [129–132]. Cependant, l'un des défis actuels pour l'utilisation des réseaux de nanofils dans ces dispositifs micro-ondes est le fait que ces matériaux possèdent des pertes importantes. À titre d'exemple, ces pertes sont significativement plus élevées que celles du YIG, qui est une ferrite souvent employée dans ces dispositifs. Il demeure que les réseaux de nanofils possèdent certains avantages sur le YIG, par exemple si une utilisation à plus haute fréquence d'opération est requise. Dans ce cas précis, le YIG requiert l'application d'un champ magnétique élevé alors que les réseaux de nanofils peuvent tirer profit du fait qu'ils peuvent être autopolarisés. Les dispositifs haute fréquence actuels emploient souvent des ferrites hexagonales ayant une forte anisotropie pour combler les lacunes des ferrites comme le YIG. Les pertes de ces ferrites hexagonales sont environ du même ordre de grandeur que celles des réseaux de nanofils, mais demeurent inférieures [133]. Il y a donc un besoin d'obtenir une meilleure compréhension des mécanismes de pertes dans les réseaux de nanofils, ce qui favorisera à terme leur adoption dans les dispositifs micro-ondes mentionnés plus tôt.

L'intérêt pour l'utilisation des réseaux de nanofils ferromagnétiques dans divers dispositifs technologiques se situe à plusieurs niveaux. Tout d'abord, il convient de mentionner que le processus de fabrication des réseaux de nanofils, que nous abordons rapidement à la Section 5.1.2, repose sur des procédés électrochimiques pouvant facilement s'adapter à la fabrication de circuits intégrés microélectroniques. De plus, ce processus de fabrication permet de varier les paramètres géométriques des réseaux, ce qui offre la possibilité de contrôler

l'anisotropie magnétique et d'affecter la perméabilité et la permittivité, et donc les relations de dispersion. La capacité de modifier les relations de dispersion d'un matériau permettrait de développer de nouveaux dispositifs magnoniques tels que des guides d'onde de spin dynamiques ainsi que des interrupteurs d'ondes de spin permettant de créer des portes logiques pour un nouveau type de traitement de l'information [134–136]. En plus de ces applications en magnonique, les propriétés métalliques des nanofils donnent lieu à des phénomènes plasmoniques pouvant être utilisés pour doter les réseaux de nanofils de propriétés magnéto-optiques améliorées [137, 138].

Jusqu'à présent, nous avons implicitement considéré des réseaux formés de nanofils uniformes, c'est-à-dire constitués d'un seul matériau, mais les réseaux peuvent également être constitués de nanofils multicouches, c'est-à-dire d'une alternance d'un matériau métallique ferromagnétique et d'un matériau métallique non magnétique. Cela fournit un autre levier pour le contrôle de l'anisotropie des nanofils, vient ajouter une interaction d'échange entre les couches et suscite des phénomènes de magnéto-transport tels que la magnétorésistance géante et le transfert de spin [139]. Enfin, il a été démontré expérimentalement que les réseaux de nanofils sous la saturation présentent un phénomène de double résonance ferromagnétique qui peut être programmable par l'intermédiaire d'un champ magnétique [140–142], ce qui est un aspect unique aux réseaux de nanofils ferromagnétiques n'ayant pas d'équivalent dans les ferrites hexagonales. Cette double résonance pourrait entre autres être utilisée pour des dispositifs multibandes tels que la proposition d'un isolateur double bande [139].

Les réseaux de nanofils ferromagnétiques présentent donc un intérêt scientifique significatif pouvant avoir des retombées dans plusieurs domaines technologiques. Dans ce chapitre, nous montrons qu'il est également possible d'obtenir un fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils, ce qui vient élargir encore davantage les possibilités d'utilisation de ces matériaux.

### 5.1.2 Fabrication et paramètres géométriques des réseaux

Les réseaux de nanofils ferromagnétiques sont fabriqués à partir d'un processus ayant deux étapes principales : l'anodisation d'une couche d'aluminium et l'électrodéposition des fils. Nous faisons ici un portrait très général du procédé de fabrication. Ce procédé est détaillé en profondeur dans l'excellent ouvrage de la référence [133], sur lequel repose la description qui suit.

La première étape vise la fabrication d'une membrane d'alumine nanoporeuse dont les pores seront par la suite emplis d'un matériau ferromagnétique. Pour le processus d'anodisation de l'aluminium, une première anodisation d'une feuille d'aluminium assez pure (pureté généra-

lement supérieure à 99.9%) et polie soigneusement est effectuée dans une solution acide afin de débiter la croissance des pores qui seront initialement orientés plus ou moins aléatoirement. Après un certain temps, les pores auront convergé vers une configuration hexagonale, ce qui permet d'enlever la première couche d'alumine pour ensuite effectuer une deuxième anodisation avec dès le départ la bonne configuration hexagonale pour les pores. Cette anodisation continue pour plusieurs heures afin d'obtenir l'épaisseur de membrane désirée. Une fois celle-ci atteinte, la membrane d'alumine est détachée de la couche d'aluminium à l'aide d'une anodisation rapide dans un autre acide. La Figure 5.1 montre une image que nous avons prise par microscopie électronique à balayage à partir d'une membrane d'alumine vide fabriquée par Mehran Yazdizadeh, un collègue au Laboratoire de magnétisme. Nous voyons sur cette

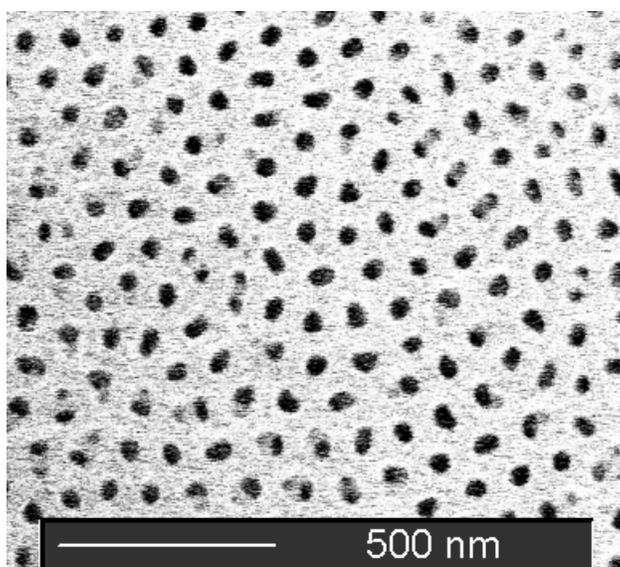


Figure 5.1 Membrane d'alumine nanoporeuse vue au microscope électronique à balayage. Nous pouvons distinguer la configuration hexagonale des pores (cercles noirs).

figure que les pores sont effectivement arrangés selon une configuration hexagonale sauf aux joints de grains où l'arrangement est perturbé. Cet arrangement pourrait entre autres être caractérisé plus rigoureusement par l'application d'une transformée de Fourier spatiale. Les pores ont un diamètre d'environ 42 nm et la distance interpores est d'environ 111 nm, ce qui représente l'arrangement des échantillons CoFeB DM et CoFeB DJ utilisés.

Une fois que ces membranes d'alumine sont fabriquées, la dernière étape de fabrication des réseaux de nanofils est d'effectuer l'électrodéposition des fils dans les pores de la membrane. Cela s'effectue d'abord en déposant une couche de titane d'environ 5 nm d'épaisseur (couche d'adhésion) puis une couche d'or d'environ 1  $\mu\text{m}$  d'épaisseur (couche conductrice) sur l'un des côtés de la membrane. Cette couche métallique sert alors de cathode pour l'électrodéposition

des ions métalliques tels que le  $\text{Co}^{2+}$  et le  $\text{Fe}^{2+}$  qui constitueront les nanofils ferromagnétiques. Ces nanofils sont composés de 94% de cobalt, 5% de fer et 1% de bore. La fonction du bore est de rendre amorphe l'alliage métallique magnétique résultant. Le processus d'électrodéposition permet de contrôler la longueur des fils dans la membrane. Le schéma de la Figure 5.2 permet de visualiser un réseau de nanofils ferromagnétiques typique une fois sa fabrication terminée. Les paramètres géométriques ainsi que l'aimantation à saturation des échantillons que nous

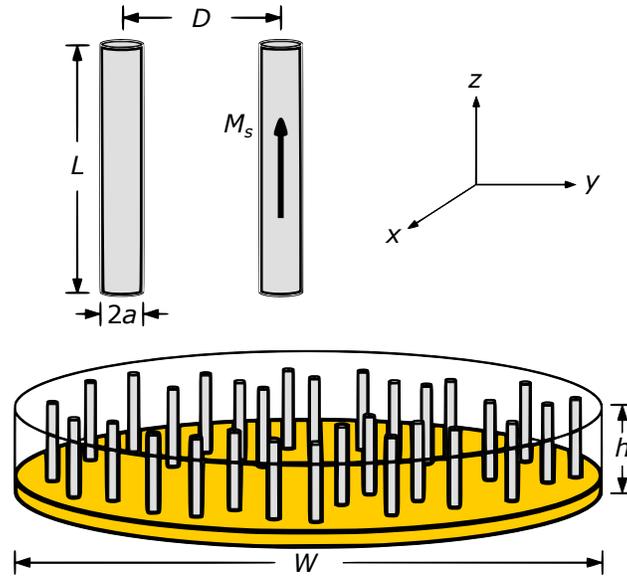


Figure 5.2 Représentation d'un réseau de nanofils ferromagnétiques. Les nanofils (cylindres gris) de longueur  $L$  et de diamètre  $2a$  sont placés dans une membrane d'alumine poreuse (disque transparent) d'épaisseur  $h$ , de largeur  $W$  et de distance interpores  $D$ . L'aimantation  $M_s$  des nanofils est selon l'axe des fils (axe  $\hat{z}$ ). Une couche métallique d'or (disque jaune) est présente sous la membrane. Figure adaptée à partir de la référence [143].

avons principalement étudiés, c'est-à-dire le CoFeB DM et le CoFeB DJ, sont présentés au Tableau 5.1. Le nom des échantillons suit la nomenclature que Louis-Philippe Carignan a utilisée dans sa thèse [133]. C'est également lui qui a fabriqué les échantillons en question. Au Tableau 5.1, nous retrouvons la fraction  $f$  qu'occupent les nanofils dans la membrane d'alumine. Celle-ci est donnée par

$$f = \frac{2\pi}{\sqrt{3}} \left( \frac{a}{D} \right)^2 \quad (5.1)$$

pour un réseau hexagonal parfait.

La principale différence entre les deux échantillons étudiés, outre la longueur des fils, est la méthode de fabrication utilisée pour les membranes d'alumine. Le montage expérimental utilisé pour fabriquer la membrane de l'échantillon CoFeB DM, contrairement à celui utilisé pour la membrane de l'échantillon CoFeB DJ, était muni d'un mécanisme de rétroaction

Tableau 5.1 Caractéristiques des réseaux de nanofils ferromagnétiques étudiés.

Échantillon	2a (nm)	D (nm)	f	L ( $\mu\text{m}$ )	h ( $\mu\text{m}$ )	$M_s$ (kA/m)
CoFeB DM	42	111	0.12	100	150	1350
CoFeB DJ	42	111	0.12	33	220	1350

permettant de maintenir constante la température de la solution acide pour le processus d'anodisation. Ce meilleur contrôle de la température favorise l'arrangement hexagonal des pores et permet de diminuer la rugosité de surface de ces derniers. La rugosité de surface est un mécanisme pouvant contribuer à l'élargissement de la largeur de résonance. Nous verrons à la Section 5.2.1 qu'un meilleur contrôle de la température semble mener à des pertes plus faibles pour le CoFeB DM, comparativement au CoFeB DJ.

Le comportement électromagnétique des réseaux de nanofils ferromagnétiques est dicté par leur perméabilité effective et leur permittivité effective. Ces quantités peuvent être calculées analytiquement en connaissant les caractéristiques géométriques de nos échantillons.

### 5.1.3 Perméabilité effective des réseaux de nanofils

Le comportement électromagnétique des réseaux de nanofils ferromagnétiques peut être décrit à l'aide d'un modèle de milieu effectif. Nous nous intéressons ici aux réseaux de nanofils ayant comme paramètres géométriques un diamètre  $2a = 42$  nm, une distance interpores  $D = 111$  nm et une longueur  $L = 100$   $\mu\text{m}$ . Puisque nous nous intéressons également au comportement de ces réseaux dans la plage de fréquences entre 26.5 GHz et 110 GHz, nous nous retrouvons dans le régime dit quasi statique (QS) puisque les dimensions caractéristiques du réseau sont beaucoup plus petites que la longueur d'onde utilisée [143]. Dans ce régime, l'effet de peau associé au caractère métallique des fils peut être négligé, ce qui facilite le traitement du comportement électromagnétique de ces réseaux de nanofils.

Ce traitement débute par le calcul de la susceptibilité d'un seul fil ferromagnétique. Nous utilisons par la suite le modèle de milieu effectif établi par Vincent Boucher dans sa thèse de doctorat [143] afin de calculer la susceptibilité effective du réseau. Nous étudions principalement la configuration TM, c'est-à-dire que l'onde électromagnétique se propage dans le réseau perpendiculairement à la direction de l'aimantation statique moyenne que nous considérons être selon  $\hat{\mathbf{z}}$ . Dans cette configuration, les champs électriques sont donc parallèles à l'axe des fils.

Pour un seul fil soumis à un champ statique  $H_{w0}$  et un champ dynamique  $\mathbf{h}_w$ , où l'indice  $w$  (de l'anglais *wire*) désigne spécifiquement un fil pris individuellement, la résolution de

l'équation de Landau-Lifshitz-Gilbert mène directement au tenseur de susceptibilité

$$\bar{\bar{\chi}}_w = \frac{\omega_M}{(\omega_H^*)^2 - \omega^2} \begin{bmatrix} \omega_H^* & -i\omega \\ i\omega & \omega_H^* \end{bmatrix} \quad (5.2)$$

où  $\omega_H^* = \omega_H - i\alpha\omega$  avec  $\omega_H = \mu_0|\gamma|H_{w0}$ . Cette susceptibilité est la susceptibilité intrinsèque au matériau, peu importe sa forme, décrivant  $\mathbf{m}_w = \bar{\bar{\chi}}_w \mathbf{h}_w$ . La prochaine étape est de calculer la susceptibilité externe d'un fil  $\bar{\bar{\eta}}_w$ , liée au champ local par  $\mathbf{m}_w = \bar{\bar{\eta}}_w \mathbf{h}_{\text{loc}}$ . Le champ local comprend les effets de désaimantation propres à la forme du fil et s'écrit

$$\mathbf{h}_{\text{loc}} = \mathbf{h}_w + \bar{\bar{N}}_w \mathbf{m}_w \quad (5.3)$$

avec le tenseur de désaimantation

$$\bar{\bar{N}}_w = \begin{bmatrix} 1/2 & 0 & 0 \\ 0 & 1/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (5.4)$$

Ce tenseur de désaimantation représente celui d'un cylindre de longueur infinie, ce qui est une approximation justifiée pour les paramètres géométriques de nos réseaux. L'équation (5.3) mène à la relation

$$\bar{\bar{\eta}}_w^{-1} = \bar{\bar{\chi}}_w^{-1} + \bar{\bar{N}}_w, \quad (5.5)$$

ce qui permet de calculer la susceptibilité externe d'un fil :

$$\bar{\bar{\eta}}_w = \frac{\omega_M}{(\omega_H^* + \omega_M/2)^2 - \omega^2} \begin{bmatrix} \omega_H^* + \omega_M/2 & -i\omega \\ i\omega & \omega_H^* + \omega_M/2 \end{bmatrix}. \quad (5.6)$$

Nous avons maintenant les principaux éléments nous permettant de déterminer la réponse macroscopique d'un réseau de nanofils. En utilisant le modèle de milieu effectif de Vincent Boucher, basé sur celui de Maxwell Garnett dans la limite QS pour des inclusions ellipsoïdales anisotropes et orientées parallèlement dans une matrice isotrope [143, 144], la susceptibilité effective de nos réseaux est donnée par

$$\bar{\bar{\chi}}_{\text{eff}} = f \left( \bar{\bar{\eta}}_w^{-1} - f \bar{\bar{N}}_w \right)^{-1}, \quad (5.7)$$

où, pour rappel,  $f$  représente la fraction volumique qu'occupe les fils dans la matrice. En

effectuant le calcul, nous trouvons que

$$\bar{\chi}_{\text{eff}} = \frac{f\omega_M}{(\omega_H^* + \omega_M(1-f)/2)^2 - \omega^2} \begin{bmatrix} \omega_H^* + \omega_M(1-f)/2 & -i\omega \\ i\omega & \omega_H^* + \omega_M(1-f)/2 \end{bmatrix}. \quad (5.8)$$

Cette expression représente la susceptibilité effective interne d'un réseau de nanofils de dimensions infinies, reliant l'aimantation moyenne du réseau au champ dynamique moyen :  $\langle \mathbf{m} \rangle = \bar{\chi}_{\text{eff}} \langle \mathbf{h} \rangle$ . Nous cherchons plutôt une expression pour la susceptibilité effective externe  $\bar{\eta}_{\text{eff}}$  d'un réseau de nanofils de dimensions finies soumis à un champ dynamique externe, de sorte que  $\langle \mathbf{m} \rangle = \bar{\eta}_{\text{eff}} \mathbf{h}_{\text{ext}}$ . Ceci s'effectue en considérant un tenseur de désaimantation effectif  $\bar{N}_{\text{eff}}$  pour le réseau, liant le champ externe au champ interne moyen :  $\mathbf{h}_{\text{ext}} = \langle \mathbf{h} \rangle + \bar{N}_{\text{eff}} \langle \mathbf{m} \rangle$ . Pour déterminer l'expression explicite de  $\bar{N}_{\text{eff}}$ , nous utilisons d'abord les relations définies précédemment pour obtenir la nouvelle relation

$$\left( \frac{\bar{\eta}_{\text{eff}}}{f} \right)^{-1} = \bar{\eta}_w^{-1} + f (\bar{N}_{\text{eff}} - \bar{N}_w). \quad (5.9)$$

Si nous revenons maintenant sur le champ local s'appliquant au niveau des fils du réseau, nous pouvons constater que ce dernier provient de deux contributions : le champ dynamique externe  $\mathbf{h}_{\text{ext}}$  et le champ d'interaction dipolaire  $\mathbf{h}_{\text{int}}$  produit par les autres fils. Ce champ d'interaction dipolaire peut être décrit à l'aide d'un tenseur d'interaction  $\bar{N}_{\text{int}}$ , de sorte que

$$\mathbf{h}_{\text{loc}} = \mathbf{h}_{\text{ext}} - \bar{N}_{\text{int}} \mathbf{m}_w. \quad (5.10)$$

Cette expression mène alors à la relation

$$\left( \frac{\bar{\eta}_{\text{eff}}}{f} \right)^{-1} = \bar{\eta}_w^{-1} + \bar{N}_{\text{int}}, \quad (5.11)$$

ce qui indique, en comparant cette relation avec celle de l'équation (5.9), que

$$\bar{N}_{\text{eff}} = \bar{N}_w + f^{-1} \bar{N}_{\text{int}}. \quad (5.12)$$

Le tenseur de désaimantation effectif comprend donc la contribution du tenseur de désaimantation lié au facteur de forme des fils ainsi que la contribution du tenseur d'interaction dipolaire entre les fils. Ce tenseur peut être calculé analytiquement [145] et le calcul mène à

$$N_{\text{int}}^{\text{OP}} = f \sum_{n=1}^{\infty} \frac{ns}{(n^2 + s^2)^{3/2}} \quad (5.13)$$

pour la composante hors-plan (OP pour *Out of Plane*), c'est-à-dire selon la direction  $\hat{\mathbf{z}}$ . Les composantes dans le plan (IP pour *In Plane*) peuvent être calculées à partir de la relation  $2N_{\text{int}}^{\text{IP}} + N_{\text{int}}^{\text{OP}} = 0$ . L'expression donnée à l'équation (5.13) fait intervenir le paramètre de longueur normalisée  $s = L/2D$ . Il est possible de montrer que pour de longs fils ( $L \gg 2a$ ) dans le régime monopolaire ( $L \gg D$ ), l'équation (5.13) devient [143]

$$N_{\text{int}}^{\text{OP}} = f \left( 1 - \frac{\ell}{(1 + \ell^2)^{1/2}} \right) \quad (5.14)$$

où  $\ell = L/W$  avec  $W$  la largeur du réseau de nanofils de dimensions finies<sup>1</sup>, telle qu'illustrée à la Figure 5.2. L'expression entre parenthèses à l'équation (5.14) correspond au facteur de désaimantation hors plan au centre d'un disque circulaire de diamètre  $W$  et d'épaisseur  $L$ . Ainsi, selon l'équation (5.12), pour des réseaux de nanofils denses de dimensions finies, le tenseur de désaimantation effectif est équivalent au tenseur de désaimantation d'un disque circulaire, de sorte que  $N_{\text{eff}}^{\text{OP}} \approx 1$  et  $N_{\text{eff}}^{\text{IP}} \approx 0$  pour nos échantillons caractérisés par  $L \ll W$ . À partir de ces résultats, nous pouvons déterminer l'expression finale du tenseur de susceptibilité effective externe,

$$\bar{\eta}_{\text{eff}} = \frac{f\omega_M}{(\omega_0^* + \omega_M(1 - 3f)/2)^2 - \omega^2} \begin{bmatrix} \omega_0^* + \omega_M(1 - 3f)/2 & -i\omega \\ i\omega & \omega_0^* + \omega_M(1 - 3f)/2 \end{bmatrix}, \quad (5.15)$$

où  $\omega_0^* = \omega_0 - i\alpha\omega$  fait intervenir le champ magnétique externe  $H_0$ . La perméabilité effective externe s'obtient de manière directe avec la relation  $\bar{\mu}_{\text{eff}}/\mu_0 = \bar{I} + \bar{\eta}_{\text{eff}}$  où  $\bar{I}$  représente la matrice identité. Nous constatons à partir de l'équation (5.15) que le champ magnétique de résonance associé à une fréquence d'excitation  $\omega$  est

$$H_{\text{res}} = \frac{\omega}{\mu_0|\gamma|} - H_{\text{eff}}, \quad (5.16)$$

où nous avons introduit le champ magnétique effectif  $H_{\text{eff}} = M_s(1 - 3f)/2$ .

#### 5.1.4 Permittivité effective des réseaux de nanofils

Dans la configuration TM où les champs électriques sont parallèles à l'axe des fils et en considérant une longueur de fil infinie, la conductivité effective du réseau serait environ proportionnelle à la conductivité des fils avec  $\sigma_{\text{eff}} \approx f\sigma_w$ . Physiquement, cette condition pourrait être atteinte si un réseau de fils de longueur finie était placé entre deux plans métalliques directement en contact avec les fils, assurant ainsi la continuité électrique des

---

1. Puisque nous considérons un échantillon en forme de disque,  $W$  est équivalent au diamètre de ce disque.

fil à leurs deux extrémités. Dans une telle situation, le réseau de nanofils se comporterait comme un métal massif.

Cependant, dans nos réseaux de nanofils, la longueur des fils est plus petite que la hauteur de la membrane, c'est-à-dire que  $L < h$  à la Figure 5.2. Cela fait en sorte que nos réseaux se comportent plutôt comme des isolants magnétiques effectifs. La permittivité effective de ces réseaux peut être calculée par deux procédures d'homogénéisation successives, en suivant une fois de plus les travaux effectués par Vincent Boucher [143]. La première homogénéisation consiste à déterminer la permittivité effective  $\epsilon_{\text{eff1}}$  de la membrane d'alumine contenant des inclusions d'air (pores vides) ainsi que la permittivité effective  $\epsilon_{\text{eff2}}$  de la membrane contenant des inclusions métalliques (pores remplis). Cette première homogénéisation s'effectue une fois de plus à partir du modèle de milieu effectif dans la limite QS pour des inclusions ellipsoïdales anisotropes et orientées parallèlement dans une matrice isotrope. Pour des inclusions métalliques, cette formule est donnée par [143]

$$\frac{\bar{\bar{\epsilon}}_{\text{eff}}}{\epsilon_m} = \bar{\bar{I}} + f \left[ \left( \frac{\bar{\bar{\epsilon}}_w}{\epsilon_m} - \bar{\bar{I}} \right)^{-1} + (1-f)\bar{\bar{N}}_w \right]^{-1}, \quad (5.17)$$

où  $\epsilon_m$  est la permittivité isotrope de la matrice et  $\bar{\bar{\epsilon}}_w$  est le tenseur de permittivité des fils que nous considérons isotrope pour la suite. Dans le cas des inclusions d'air,  $\bar{\bar{\epsilon}}_w$  est simplement remplacé par  $\epsilon_0$ . Le calcul de la permittivité effective selon l'axe des fils pour chacune des régions, sachant que la composante selon  $\hat{\mathbf{z}}$  de  $\bar{\bar{N}}_w$  est nulle, mène à

$$\epsilon_{\text{eff1},z} = (1-f)\epsilon_m + f\epsilon_0; \quad (5.18)$$

$$\epsilon_{\text{eff2},z} = (1-f)\epsilon_m + f\epsilon_w. \quad (5.19)$$

La deuxième étape d'homogénéisation consiste à appliquer une seconde fois le modèle de milieu effectif de l'équation (5.17) mais cette fois-ci, pour deux disques plats ayant leur axe selon  $\hat{\mathbf{z}}$ . Cela implique que la composante selon  $\hat{\mathbf{z}}$  du tenseur de forme est égale à l'unité. Cette procédure d'homogénéisation s'effectue en considérant à la fois une inclusion de permittivité  $\epsilon_{\text{eff1},z}$  dans une matrice de permittivité  $\epsilon_{\text{eff2},z}$  occupant une fraction  $f_1 = \Delta L/h$  et une inclusion de permittivité  $\epsilon_{\text{eff2},z}$  dans une matrice de permittivité  $\epsilon_{\text{eff1},z}$  occupant une fraction  $f_2 = L/h$ . Nous avons introduit ici la quantité  $\Delta L = h - L$ . Le calcul mène alors à

$$\epsilon_{\text{eff},z} = \left( \frac{f_1}{\epsilon_{\text{eff1},z}} + \frac{f_2}{\epsilon_{\text{eff2},z}} \right)^{-1} \quad (5.20)$$

pour la permittivité effective totale du réseau de nanofils selon l'axe des fils (axe  $\hat{\mathbf{z}}$ ). Puisque

les nanofils sont de nature métallique, leur permittivité équivalente est donnée par  $\epsilon_w = \epsilon'_w + i\epsilon''_w$  où  $\epsilon''_w = \sigma_w/\omega$ . Étant donné la conductivité élevée du métal, cela implique que  $\epsilon_{\text{eff}2,z} \gg \epsilon_{\text{eff}1,z}$ , ce qui permet d'écrire

$$\frac{\epsilon_{\text{eff},z}}{\epsilon_0} = \frac{h}{\Delta L} [(\epsilon_m/\epsilon_0)(1-f) + f]. \quad (5.21)$$

Nous voyons donc qu'avec les approximations utilisées, la partie imaginaire de la permittivité, liée à la conductivité électrique des fils, ne se retrouve pas dans l'expression de la permittivité effective. Il serait possible, si cela s'avère désirable dans de futurs travaux, d'utiliser un développement de Taylor afin de conserver la contribution de la conductivité électrique des fils dans l'expression de la permittivité effective.

Il est intéressant de comparer cette expression de la permittivité à celle que nous obtiendrions dans le cas d'un champ électrique transverse à l'axe des fils. Dans une telle situation, la composante transverse de  $\bar{N}_w$  est égale à 1/2 et le modèle de milieu effectif, pour la première étape d'homogénéisation, donne

$$\epsilon_{\text{eff}1,(x,y)} = \epsilon_m \left( \frac{\epsilon_m(1-f) + \epsilon_0(1+f)}{\epsilon_m(1+f) + \epsilon_0(1-f)} \right); \quad (5.22)$$

$$\epsilon_{\text{eff}2,(x,y)} = \epsilon_m \left( \frac{\epsilon_m(1-f) + \epsilon_w(1+f)}{\epsilon_m(1+f) + \epsilon_w(1-f)} \right). \quad (5.23)$$

Puisque  $\epsilon_w \gg \epsilon_m$ , la permittivité effective de la région comprenant des inclusions métalliques peut être simplifiée en

$$\epsilon_{\text{eff}2,(x,y)} = \epsilon_m \left( \frac{1+f}{1-f} \right). \quad (5.24)$$

Enfin, pour la deuxième étape d'homogénéisation, nous procédons comme nous l'avons fait précédemment mais cette fois-ci, nous utilisons la composante transverse du tenseur de forme associé à un disque plat. Cette composante étant nulle, nous obtenons

$$\epsilon_{\text{eff},(x,y)} = f_1 \epsilon_{\text{eff}1,(x,y)} + f_2 \epsilon_{\text{eff}2,(x,y)} \quad (5.25)$$

pour la permittivité effective totale du réseau de nanofils pour une direction transverse à l'axe des fils. Cette permittivité s'écrit explicitement

$$\frac{\epsilon_{\text{eff},(x,y)}}{\epsilon_0} = \frac{\epsilon_m/\epsilon_0}{h} \left[ \Delta L \left( \frac{(\epsilon_m/\epsilon_0)(1-f) + (1+f)}{(\epsilon_m/\epsilon_0)(1+f) + (1-f)} \right) + L \left( \frac{1+f}{1-f} \right) \right]. \quad (5.26)$$

Pour des nanofils d'une longueur  $L = 100 \mu\text{m}$  dans une matrice caractérisée par une permit-

tivité  $\epsilon_m = 9.8\epsilon_0$ , une hauteur  $h = 150 \mu\text{m}$  et une porosité  $f = 0.12$ , nous avons que

$$\epsilon_{\text{eff},(x,y)}/\epsilon_0 \approx 11.00; \quad (5.27)$$

$$\epsilon_{\text{eff},z}/\epsilon_0 \approx 26.23. \quad (5.28)$$

Nous voyons donc que l'effet des fils métalliques pour un champ électrique selon l'axe des fils est très important et permet d'obtenir des permittivités qui sont nettement supérieures à la permittivité de la membrane. Pour la configuration transverse, comme nous pouvions nous y attendre, l'effet des fils métalliques est beaucoup moins important sur la permittivité effective.

## 5.2 Mesures expérimentales

Cette section présente les principaux résultats expérimentaux que nous avons obtenus sur nos réseaux de nanofils ferromagnétiques. Nous y présentons d'abord les observations préliminaires mentionnées au Chapitre 1 et qui sont à l'origine de cette thèse, c'est-à-dire le comportement inhabituel de la largeur de résonance et les phénomènes de couplage inexpliqués. En lien avec ce dernier élément, nous explorons en particulier l'effet de la taille des échantillons sur les phénomènes de couplage, ce qui nous amène ensuite à étudier l'effet de la présence de parois métalliques placées de part et d'autre de la couche mince contenant le réseau de nanofils.

### 5.2.1 Observations initiales

La largeur de résonance associée à un système magnétique est un paramètre important pour décrire la performance de ce dernier pour son utilisation dans des dispositifs technologiques puisqu'elle est directement reliée aux pertes du système. Il est généralement souhaitable de minimiser celles-ci afin d'opérer de façon optimale les dispositifs, par exemple en minimisant la puissance utilisée. De plus, dans le cadre du fort couplage photon-magnon, les pertes sont également importantes puisqu'elles dictent les conditions d'entrée dans un régime cohérent. Pour rappel, la cohérence d'un système peut être définie quantitativement par la coopérativité  $C$  du système, où  $C = g^2/\kappa_c\kappa_m$  avec  $\kappa_m$  le taux de pertes du système magnétique.

Normalement, la largeur de résonance  $\Delta H$  observée expérimentalement peut être décrite à partir de deux contributions : les pertes intrinsèques et l'élargissement inhomogène [146]. Les pertes intrinsèques, comme le nom l'indique, sont propres à un matériau donné et peuvent être décrites à l'aide du paramètre d'amortissement phénoménologique de Gilbert  $\alpha$ . Nous retrouvons ce paramètre dans l'équation du mouvement présentée à l'équation (3.7). En

accord avec les calculs effectués à la Section 3.1, la demi-largeur à mi-hauteur est donnée par  $\alpha\omega$ , indiquant bien que ces pertes augmentent linéairement avec la fréquence et qu'elles sont nulles lorsque  $\omega = 0$ .

L'élargissement inhomogène peut avoir différentes origines. Au Chapitre 4, l'élargissement de la largeur de résonance dû à la non-uniformité du champ magnétique statique est un exemple de contribution inhomogène à la largeur de résonance. D'autres exemples pourraient comprendre la rugosité de surface, la présence de défauts dans un réseau cristallin ou encore la présence de cavités (volumes vides) aux joints de grains dans un matériau polycristallin, menant à un processus de diffusion deux magnons [95, 147]. La demi-largeur à mi-hauteur est donc définie de manière générale par

$$\mu_0\Delta H = \mu_0\Delta H_0 + \frac{\alpha\omega}{|\gamma|}, \quad (5.29)$$

où  $\Delta H_0$  comprend les mécanismes d'élargissement inhomogène. Nous voyons bien à l'équation (5.29) que  $\Delta H_0$  représente l'ordonnée à l'origine, c'est-à-dire la largeur de résonance lorsque la fréquence d'excitation est nulle. Notons ici que contrairement au Chapitre 4, nous spécifions maintenant les pertes en termes de champ magnétique plutôt qu'en termes de fréquence afin de mieux refléter l'analyse des mesures expérimentales qui, comme nous l'avons mentionné au Chapitre 3, sont effectuées en balayant le champ magnétique pour une fréquence d'excitation fixe.

Avec ce contexte maintenant établi, les mesures préliminaires effectuées sur les réseaux de nanofils dans la bande Ka (26.5 à 40 GHz) mènent à des résultats ambivalents. La Figure 5.3 présente les résultats obtenus pour les échantillons CoFeB DM et CoFeB DJ. Ces deux échantillons sont ceux ayant été les plus étudiés et leurs caractéristiques se retrouvent au Tableau 5.1 de la Section 5.1.2.

D'une part, l'aspect négatif de ces résultats est l'observation d'une largeur de résonance très élevée. Celle-ci est beaucoup plus importante que la largeur de résonance associée uniquement à la contribution intrinsèque du matériau constituant les nanofils. En effet, le CoFeB possède un paramètre  $\alpha \approx 0.004$  [148], ce qui mène à une largeur de résonance intrinsèque de l'ordre de 50 G dans la bande Ka. Les résultats obtenus suggèrent donc que les réseaux de nanofils possèdent un élargissement inhomogène élevé. Selon les observations faites et puisque les résultats ne semblent pas présenter de dépendance en fréquence, nous aurions  $\mu_0\Delta H_0 \approx 664$  G pour le CoFeB DM et  $\mu_0\Delta H_0 \approx 911$  G pour le CoFeB DJ.

Cela nous mène pourtant à un aspect plus positif par rapport aux résultats obtenus. Nous observons une largeur de résonance plutôt constante pour le CoFeB DM et une largeur de

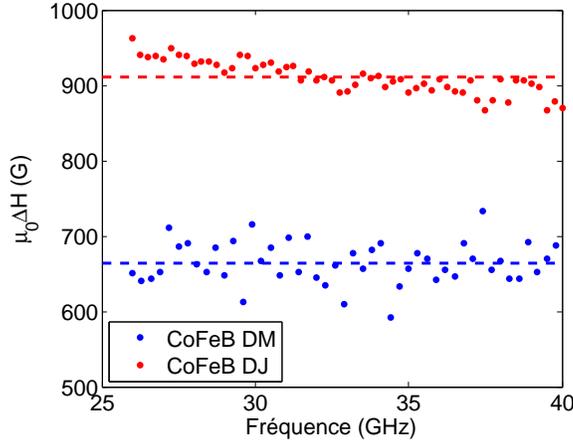


Figure 5.3 Demi-largeur à mi-hauteur dans la bande Ka pour les échantillons CoFeB DM et CoFeB DJ. Les lignes pointillées représentent les moyennes des largeurs extraites, soit 664 G pour le CoFeB DM (bleu) et 911 G pour le CoFeB DJ (rouge).

résonance qui décroît avec la fréquence pour le CoFeB DJ. Cet aspect pourrait *a priori* s'avérer bénéfique si les tendances observées demeurent vraies à des fréquences plus élevées. Par exemple, si un certain mécanisme de blocage de la largeur de résonance existe dans les réseaux de nanofils, l'utilisation de ces derniers pourrait devenir avantageuse à des fréquences où les pertes intrinsèques des matériaux conventionnels deviennent similaires aux pertes des réseaux de nanofils. Puisque cet aspect demeure spéculatif, il est nécessaire d'aller vérifier le comportement de la largeur de résonance à plus haute fréquence dans les réseaux de nanofils, ce qui est accompli à la Section 5.2.4.

Antérieurement aux travaux contenus dans cette thèse, les expériences de résonance ferromagnétique effectuées sur les réseaux de nanofils menaient à des spectres de résonance difficiles à interpréter, par exemple ceux présentés à la Figure 5.4. Nous remarquons que pour certaines fréquences, le signal de résonance est déformé et la largeur de résonance semble être augmentée. La Figure 5.4(a) montre que le signal obtenu à 52.1 GHz pour le CoFeB DM semble proportionnel à  $\partial\chi'/\partial H_0$ , en le comparant à la Figure 3.6 du Chapitre 3. Or, nous nous attendons plutôt à un signal proportionnel à  $\partial\chi''/\partial H_0$ , ce qui est obtenu à 57.8 GHz, comme le montre la Figure 5.4(b). Les Figures 5.4(c) et (d) montrent deux spectres obtenus pour le CoFeB DJ et une fois de plus, nous voyons que le signal typique de résonance obtenu à 52 GHz devient complètement déformé et élargi à 65 GHz.

La première contribution de cette thèse, ayant lancé la suite des travaux contenus dans celle-ci, a été de montrer que ces spectres de résonance inhabituels proviennent en fait de phénomènes de couplage entre le mode uniforme et un autre mode de résonance. En mesurant

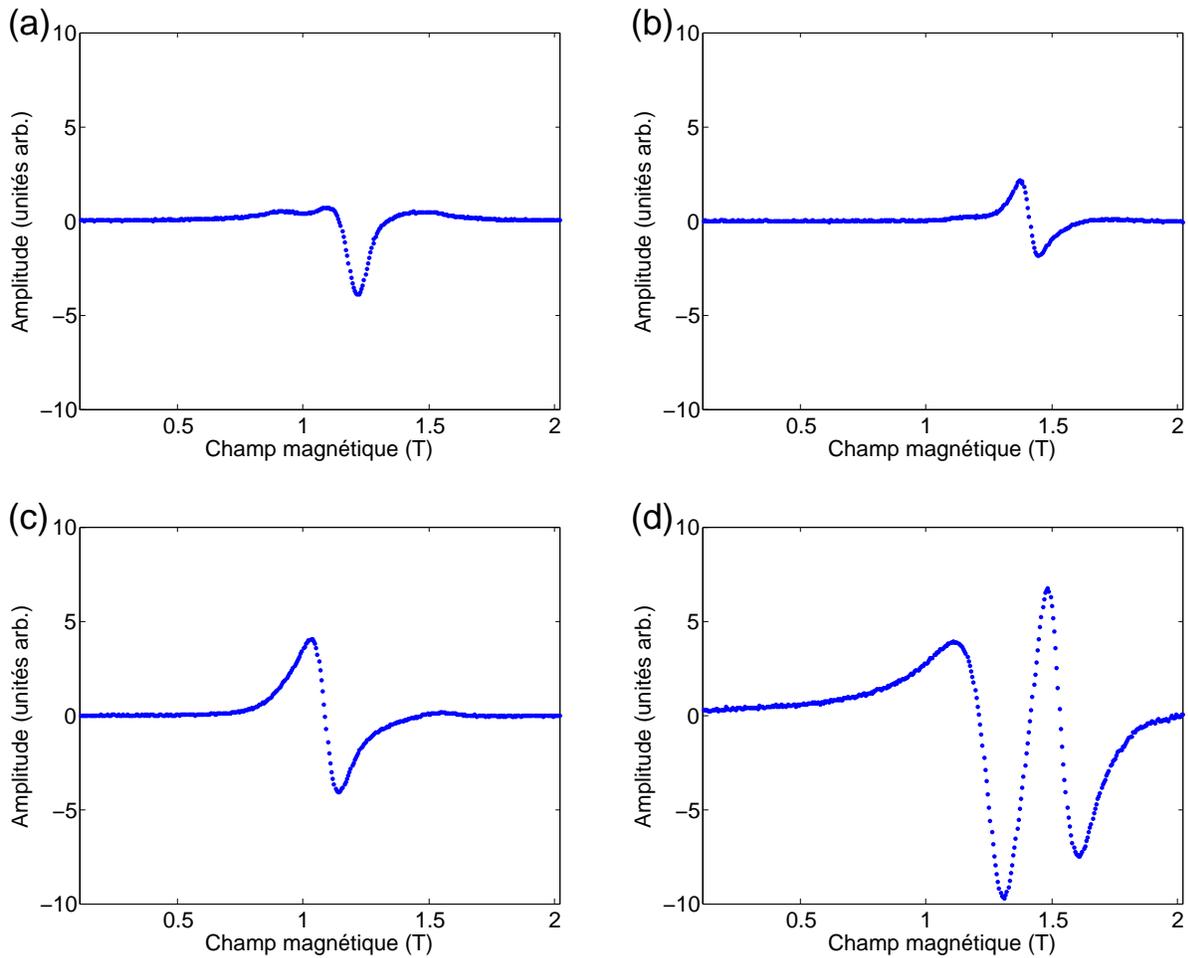


Figure 5.4 (a) & (b) Spectres de résonance pour l'échantillon CoFeB DM à (a) 52.1 GHz et (b) 57.8 GHz. (c) & (d) Spectres de résonance pour l'échantillon CoFeB DJ à (c) 52.1 GHz et (d) 65 GHz.

la résonance ferromagnétique pour plusieurs fréquences rapprochées et en reportant tous les spectres obtenus sur un même graphique montrant l'amplitude de résonance en fonction de la fréquence et du champ magnétique, ces phénomènes de couplage deviennent apparents, comme nous pouvons le constater sur les Figures 5.5(a) et (b) pour le CoFeB DM et le CoFeB DJ, respectivement. Le pas en fréquence dans les Figures 5.5(a) et (b) est de 300 MHz et aucune interpolation entre les fréquences n'a été effectuée afin de tracer les spectres. Comme nous l'avons décrit à la Section 3.1.4 du Chapitre 3 à propos du montage expérimental #2, les mesures prises pour les réseaux de nanofils représentent la dérivée de la susceptibilité par rapport au champ magnétique. Cela explique pourquoi la résonance est visualisée par une bande blanche (amplitude positive) collée à une bande noire (amplitude négative), représentant les deux pics de  $\partial\chi''/\partial H_0$  de la Figure 3.6. Nous pouvons observer sur les spectres la présence de

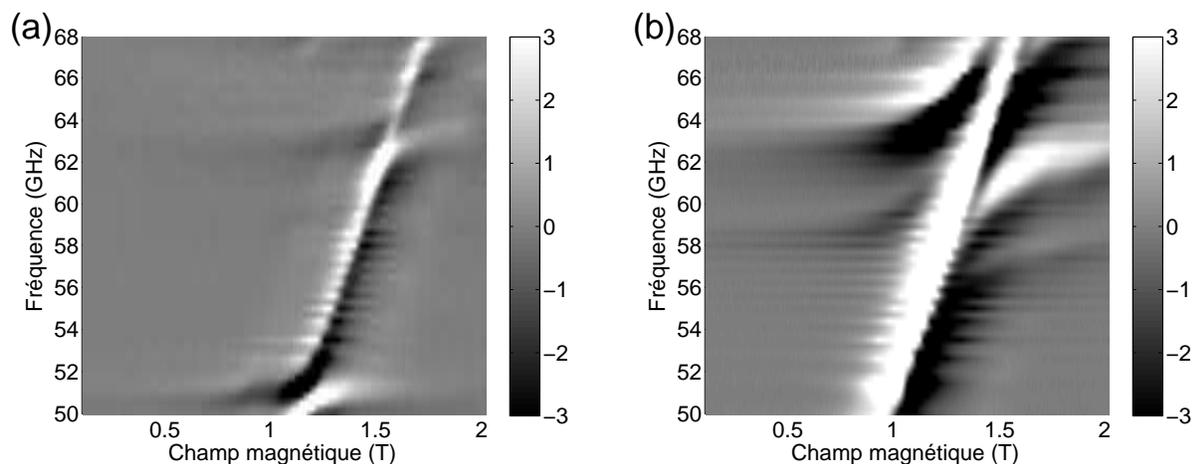


Figure 5.5 Spectres complets de résonance ferromagnétique dans la bande V montrant des phénomènes de couplage inexplicés pour les échantillons de (a) CoFeB DM et (b) CoFeB DJ.

stries provenant directement du fait que pour certaines fréquences, les courbes de résonance correspondantes affichent un voltage détecté par l'amplificateur à détection synchrone plus élevé. La présence des stries est donc d'une part liée au pas en fréquence que nous avons utilisé pour les mesures. La variation d'amplitude détectée est, quant à elle, probablement liée au couplage entre le mode uniforme de résonance et les nombreux modes stationnaires supportés par le guide d'onde court-circuité. Il serait intéressant dans de futurs travaux d'investiguer plus en profondeur cet effet de couplage entre le mode uniforme et plusieurs petits modes électromagnétiques de faible amplitude.

Par rapport aux spectres présentés à la Figure 5.4, nous voyons à la Figure 5.5 qu'autour de 52 GHz pour le CoFeB DM et autour de 65 GHz pour le CoFeB DJ, le comportement observé dévie du comportement attendu et cela semble être dû à un couplage entre le mode uniforme de résonance et un autre mode de résonance. Cet autre mode de résonance semble indépendant du champ magnétique appliqué et il pourrait s'agir d'un mode photonique. Ces observations nous ont donc poussés à investiguer davantage la possibilité d'un fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils.

Ces observations offrent par ailleurs un début d'explication possible pour l'observation faite à la Figure 5.3 d'une largeur de résonance qui diminue avec la fréquence. En effet, dans le voisinage d'un couplage, la largeur de résonance augmente d'abord, atteint une valeur maximale puis diminue avec la fréquence. Si nous avions disposé de mesures à des fréquences inférieures à 26.5 GHz, nous aurions peut-être alors constaté que la diminution de la largeur de résonance à la Figure 5.3 pour le CoFeB DJ provient d'un couplage entre le mode uniforme

et un autre mode de résonance.

Afin de mieux comprendre ces phénomènes de couplage inattendus, nous avons investigué plusieurs aspects expérimentaux dont l'un d'eux concerne la taille de l'échantillon.

### 5.2.2 Effet de la taille de l'échantillon sur les phénomènes de couplage

Les expériences concernant l'effet de la taille des échantillons ont été effectuées avec le CoFeB DM puisque cet échantillon présente des pertes plus faibles que l'échantillon CoFeB DJ et son comportement en fréquence est plus proche de celui attendu théoriquement, ce qui fait de cet échantillon le meilleur candidat pour nos investigations.

Pour les mesures prises dans la bande V telles que celles présentées à la Figure 5.5, puisque nous étions en possession d'échantillons dont les dimensions sont plus grandes que celles du guide d'onde utilisé, soit 1.9 mm par 3.8 mm, il était coutume d'utiliser directement le côté métallique des échantillons comme court-circuit pour le guide d'onde en collant l'échantillon sur l'extrémité du guide d'onde tel qu'illustré à la Figure 5.6(a). Sur cette figure, nous voyons

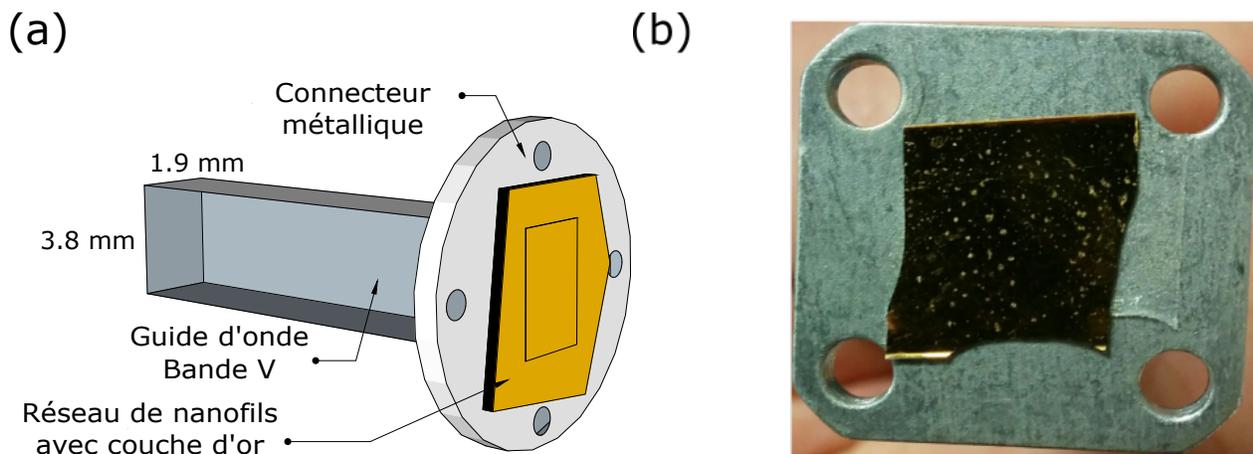


Figure 5.6 (a) Représentation du montage expérimental pour les mesures dans la bande V. (b) Exemple réel avec une membrane d'alumine (sans nanofils mais avec la couche d'or) placée au bout d'un guide d'onde de la bande Ka.

un réseau de nanofils de forme irrégulière collé sur le bout du guide d'onde qui consiste en une pièce circulaire permettant le raccord de deux morceaux de guide d'onde. L'échantillon est collé de sorte que le côté des nanofils fasse directement face à l'onde incidente alors que le côté de la couche d'or fait plutôt face à l'environnement externe. Évidemment, pour un tel montage, il faut que les dimensions de l'échantillon soient plus grandes que celles du guide d'onde. Ces dimensions sont représentées schématiquement par le rectangle que nous pouvons

voir sur la couche d'or à la Figure 5.6(a). La Figure 5.6(b) montre un exemple réel d'une telle situation pour la bande Ka. Comme nous ne possédons pas de réseaux de nanofils d'assez grandes dimensions pour couvrir l'ouverture du guide d'onde dans la bande Ka, nous avons plutôt utilisé à la Figure 5.6(b) une membrane d'alumine, dont les dimensions approximatives sont 9.11 mm par 9.84 mm, ne contenant pas de nanofils mais disposant de la couche d'or servant de court-circuit au guide d'onde. Cette membrane sans nanofils demeure pertinente et est analysée à la fin de la présente section, en particulier à la Figure 5.9.

En utilisant le montage présenté à la Figure 5.6(a) dans la bande V pour un échantillon d'une taille approximative de 4 mm par 4 mm, nous avons obtenu les spectres expérimentaux de résonance ferromagnétique présentés à la Figure 5.7(a). Ces spectres de résonance montrent que plusieurs phénomènes de couplage surviennent dans le réseau de nanofils. Ces résultats sont répétables lorsque l'échantillon est laissé en place, mais quelques variations peuvent survenir lorsque l'échantillon est enlevé et est remplacé environ dans la même configuration. Cela semble d'abord indiquer que l'emplacement de l'échantillon modifie légèrement la réponse de ce dernier. L'effet de l'emplacement est, selon nous, principalement dû à la forme irrégulière de l'échantillon, indiquant donc un effet de la forme de l'échantillon sur les phénomènes de couplage.

Les effets les plus marqués sur les phénomènes de couplage ont cependant été observés lorsque la taille de l'échantillon est modifiée. Nous avons répété la même expérience que précédemment, avec le même échantillon, mais en brisant ce dernier en deux de sorte que ses nouvelles dimensions, d'environ 2 mm par 4 mm, étaient juste assez grandes pour couvrir l'extrémité du guide d'onde. Les spectres de résonance obtenus pour ce même échantillon de taille deux fois plus petite sont présentés à la Figure 5.7(b) et montrent clairement que les phénomènes de couplage sont différents et moins nombreux pour cette taille d'échantillon.

Les résultats de la Figure 5.7 semblent donc indiquer que la taille de l'échantillon a une influence directe et importante sur les phénomènes de couplage observés dans les réseaux de nanofils. Cette influence s'observe également à partir des résultats obtenus pour ces deux échantillons par rapport au champ de résonance et à la largeur de résonance. Ces résultats sont présentés à la Figure 5.8. La Figure 5.8(b) est particulièrement intéressante du fait qu'elle illustre très bien que les phénomènes de couplage mènent systématiquement à un élargissement apparent de la largeur de résonance. Nous voyons également que les variations de la largeur de résonance sont plus fréquentes pour l'échantillon de plus grande taille. Pour l'échantillon de plus petite taille, le seul couplage observé semble se produire à une fréquence différente de tous les couplages présents pour l'échantillon de plus grande taille, indiquant donc que la taille de l'échantillon a une influence sur la fréquence du mode qui couple avec

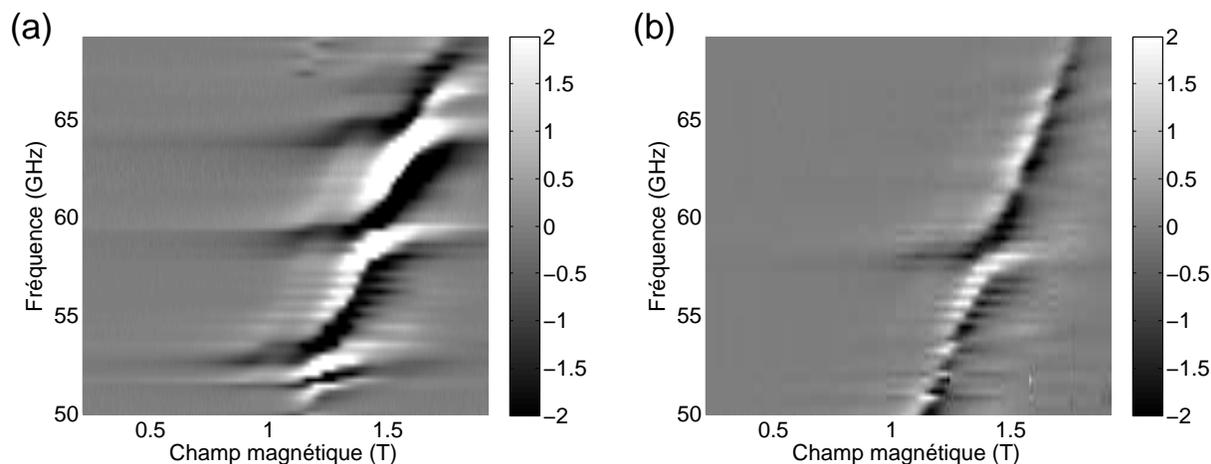


Figure 5.7 Spectres expérimentaux de résonance ferromagnétique dans la bande V pour un échantillon CoFeB DM d'une taille approximative de (a) 4 mm par 4 mm et (b) 2 mm par 4 mm.

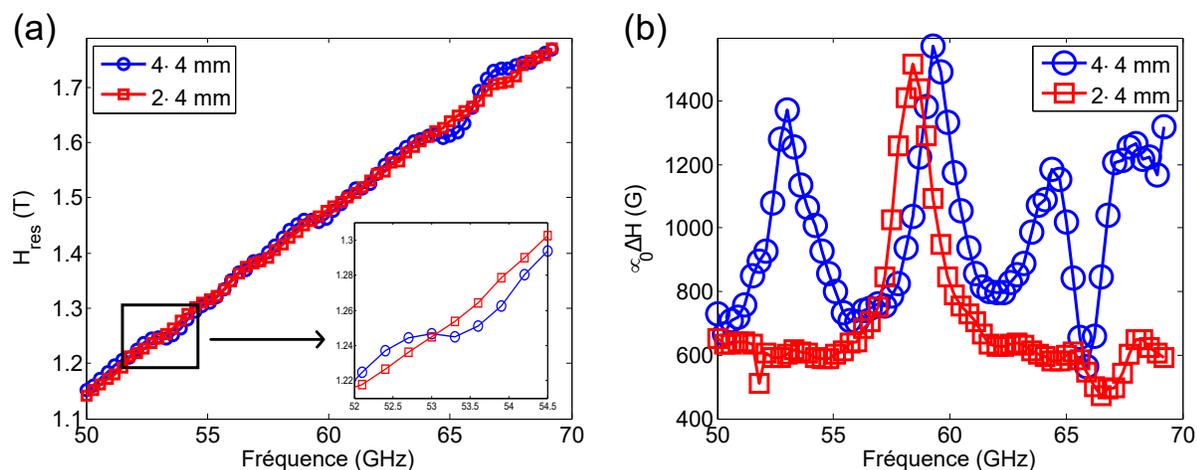


Figure 5.8 Comparaison entre l'échantillon de CoFeB DM de deux tailles différentes pour (a) le champ de résonance et (b) la largeur de résonance. L'encart en (a) montre la variation du champ de résonance à l'approche d'un couplage.

le mode uniforme de résonance.

La Figure 5.8(a) est également intéressante puisqu'elle permet de constater que les phénomènes de couplage s'observent également au travers du champ de résonance de nos échantillons. Cet effet est assez subtil et peut être apprécié plus facilement à partir de l'encart présenté à la Figure 5.8(a), pour des fréquences comprises entre 52 GHz et 54.5 GHz. Dans cette plage de fréquences, selon la Figure 5.8(b), l'échantillon de plus grande taille (cercles bleus) présente un couplage alors que l'échantillon de plus petite taille (carrés rouges) n'en

présente pas. Cela résulte en une petite différence au niveau du champ de résonance, où nous voyons que lorsqu'un couplage est présent, cela a pour effet d'augmenter légèrement la valeur du champ de résonance avant le couplage puis de diminuer la valeur du champ de résonance après le couplage.

À partir de ces observations de la dépendance des spectres sur la taille et, dans une certaine mesure, sur la forme des échantillons, il semble probable que le mode de résonance donnant lieu aux phénomènes de couplage observés est une résonance diélectrique présente dans l'échantillon. Ces modes de résonance diélectrique devraient être observables à l'aide d'un analyseur de réseau et nous avons testé cette hypothèse avec la membrane d'alumine nanoporeuse non magnétique présentée à la Figure 5.6(b) dans la bande Ka puisque l'analyseur de réseau à notre disposition, limité à 40 GHz, ne permet pas d'effectuer des mesures dans la bande V. Les mesures du coefficient de réflexion  $S_{11}$  d'un guide d'onde de la bande Ka terminé par un court-circuit métallique conventionnel et par une membrane d'alumine sans fils magnétiques recouverte d'une couche d'or sont présentées à la Figure 5.9.

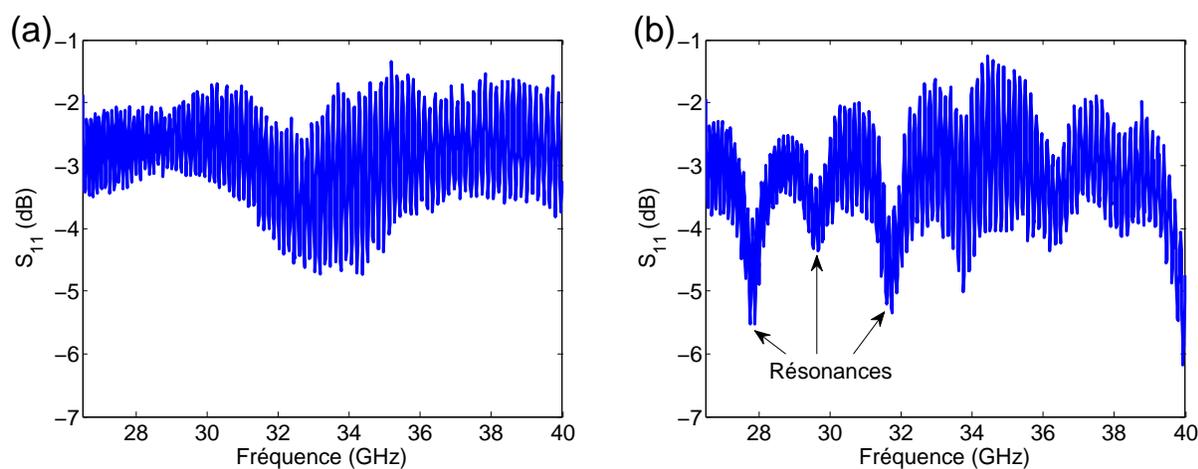


Figure 5.9 Coefficient de réflexion  $S_{11}$  d'un guide d'onde terminé par (a) un court-circuit métallique conventionnel et (b) une membrane d'alumine recouverte d'une couche d'or.

Lorsque le guide d'onde est terminé par un court-circuit métallique conventionnel, comme à la Figure 5.9(a), nous observons uniquement les oscillations d'amplitude dues à la présence d'ondes stationnaires dans le guide d'onde court-circuité agissant à titre de mauvaise cavité micro-ondes. Lorsque le guide d'onde est terminé par la membrane d'alumine, comme à la Figure 5.9(b), nous observons alors l'apparition de pics de résonance. Cela semble donc indiquer que la particularité de notre montage expérimental, qui utilise l'échantillon comme court-circuit, est ce qui provoque l'apparition des phénomènes de couplage. Ce montage, en

plaçant les réseaux de nanofils entre deux plans métalliques, semble favoriser l'excitation d'une résonance dans l'échantillon ou, en d'autres termes, une résonance diélectrique. Malgré la présence des plans métalliques, nous utilisons le terme de résonance diélectrique pour bien mettre en évidence le fait que la permittivité élevée des réseaux de nanofils ferromagnétiques joue un rôle crucial dans les phénomènes de couplage.

### 5.2.3 Effet des plans métalliques sur les phénomènes de couplage

À partir des résultats présentés à la section précédente, il est suspecté que les phénomènes de couplage observés jusqu'à maintenant tirent leur origine d'une résonance diélectrique se produisant dans l'échantillon qui est placé entre deux plans métalliques, tel que l'illustre la Figure 5.6(a). Ces deux plans métalliques sont d'une part la couche d'or déposée sur l'une des faces de l'échantillon et d'autre part la pièce métallique circulaire servant de connecteur entre deux morceaux de guide d'onde et explicitée à la Figure 5.6(a). Sur cette figure, seule la région contenue dans le rectangle tracé sur la couche d'or n'est pas un plan métallique car c'est par cette entrée que l'onde électromagnétique du guide d'onde atteint le réseau de nanofils.

Afin de vérifier l'effet de ces plans métalliques sur les phénomènes de couplage, nous avons effectué un test qui consiste à prendre deux mesures identiques sur le même échantillon mais pour deux façons différentes de placer cet échantillon. Pour ces mesures, contrairement à toutes celles qui précèdent, l'échantillon est cette fois-ci placé à l'intérieur du guide d'onde et collé sur un court-circuit métallique conventionnel.

Concernant la première mesure, nous avons collé le côté de l'échantillon constitué de la couche d'or sur le court-circuit, comme le montre l'encart à la Figure 5.10(a) où le noir sur l'échantillon représente le côté des nanofils. Dans cette configuration, selon nos analyses précédentes, puisque seuls les nanofils font face à l'onde électromagnétique incidente, nous nous attendons à ce qu'aucun phénomène de couplage ne survienne. C'est effectivement ce qui est observé expérimentalement, comme nous pouvons le constater à la Figure 5.10(a).

Pour la deuxième mesure sur le même échantillon, nous avons collé le côté des nanofils sur le court-circuit de manière à ce que le côté constitué de la couche d'or fasse face à l'onde incidente, comme le montre l'encart à la Figure 5.10(b) où le jaune sur l'échantillon représente le côté de la couche d'or. Le réseau de nanofils se retrouve alors entre deux parois métalliques, soit celle de la couche d'or et celle du court-circuit. Dans cette configuration, les mesures expérimentales montrent qu'un phénomène de couplage est maintenant présent, comme nous pouvons le voir sur la Figure 5.10(b). La comparaison des Figures 5.10(a) et (b) est intéressante parce qu'en plus de montrer l'apparition d'un couplage lorsque le réseau

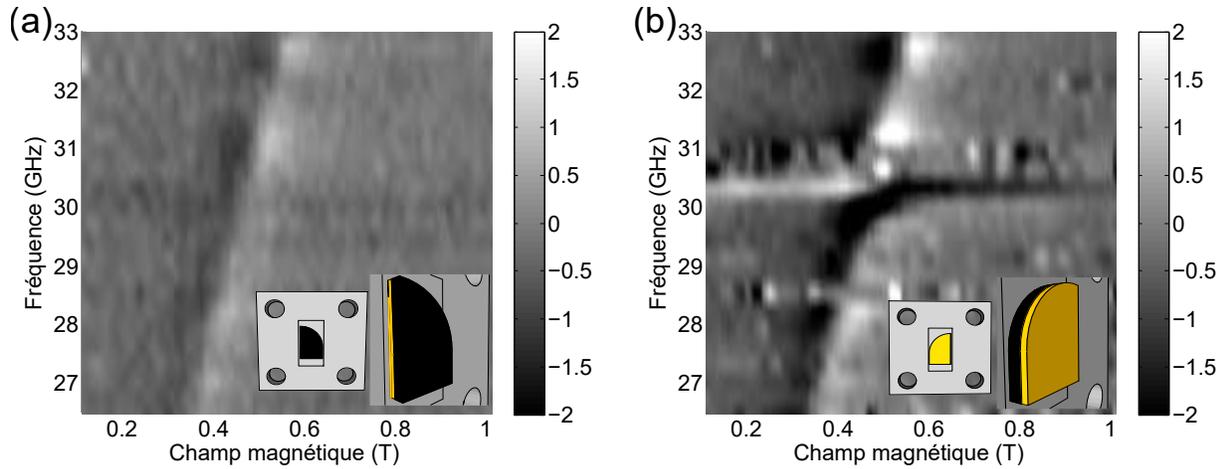


Figure 5.10 Spectres expérimentaux de résonance ferromagnétique dans la bande Ka pour un échantillon CoFeB DM placé à l'intérieur du guide d'onde avec (a) les nanofils (noir sur l'encart) face à l'onde incidente et (b) la couche d'or (jaune sur l'encart) face à l'onde incidente. Les encarts montrent une vue de face et une vue de côté pour chaque configuration.

est entre deux plans métalliques, elle montre aussi pour cette configuration, étant donné que le contraste est identique pour les deux figures, qu'une amplification du signal de résonance a lieu. Cependant, le fait de placer la couche d'or face à l'onde incidente semble injecter également beaucoup de bruit dans le système, surtout autour de la zone de couplage.

Tout comme nous l'avons fait à la Section 5.2.2, nous pouvons comparer directement les champs de résonance et les largeurs de résonance pour les deux configurations utilisées. Ces résultats sont présentés à la Figure 5.11. Nous remarquons que les tendances que nous avons déjà observées se retrouvent une fois de plus dans nos résultats. En premier lieu, nous voyons que le couplage, qui survient à une fréquence d'environ 30.2 GHz, affecte les valeurs du champ de résonance. En effet, la valeur du champ de résonance pour ce que nous appelons le côté or (Figure 5.10(b) et son encart) est d'abord plus grande que celle du côté nanofils juste avant le couplage puis devient plus petite juste après le couplage. En deuxième lieu, dans la même région de fréquences à la Figure 5.11(b), nous voyons, malgré les mesures bruitées du côté nanofils ayant pour cause la très faible amplitude du signal récolté, que le couplage entraîne un élargissement de la largeur de résonance pour la configuration nommée côté or.

Ces observations semblent confirmer l'hypothèse selon laquelle le fait de placer le réseau de nanofils entre deux plans métalliques entraîne une résonance diélectrique dans l'échantillon et cette résonance vient par la suite coupler avec le mode uniforme de résonance. Les mesures présentées à la Figure 5.10 ont été effectuées dans la bande Ka afin de permettre l'utilisation de l'analyseur de réseau pour observer ce mode de résonance diélectrique qui introduit un

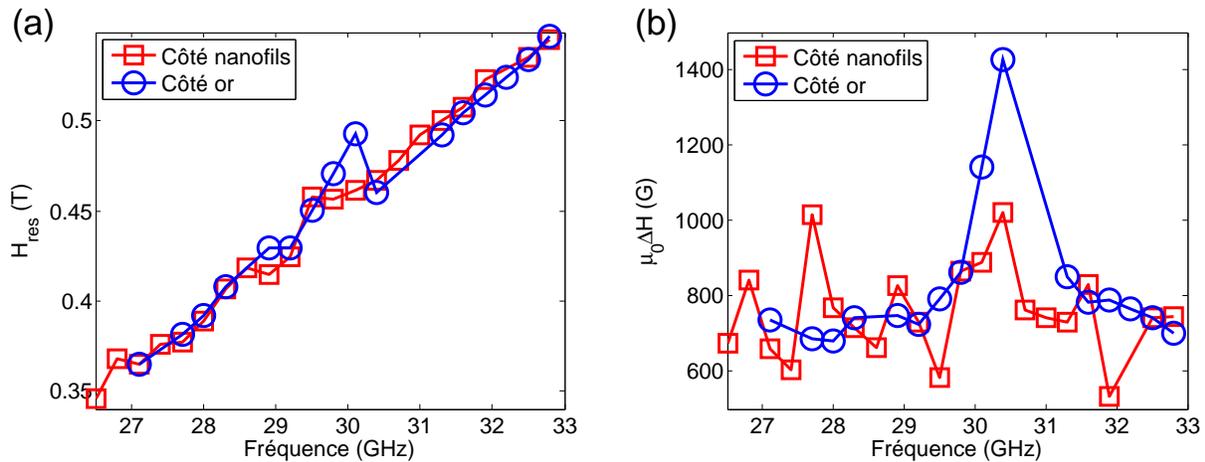


Figure 5.11 Comparaison entre l'échantillon de CoFeB DM placé dans deux configurations différentes pour (a) le champ de résonance et (b) la largeur de résonance.

couplage. En mesurant le coefficient de réflexion  $S_{11}$  pour le guide d'onde d'abord terminé par un court-circuit métallique conventionnel puis terminé par le même court-circuit sur lequel est collé l'échantillon CoFeB DM en configuration « côté nanofils » et en configuration « côté or », nous avons pu mettre en évidence cette résonance. Les résultats se retrouvent à la Figure 5.12.

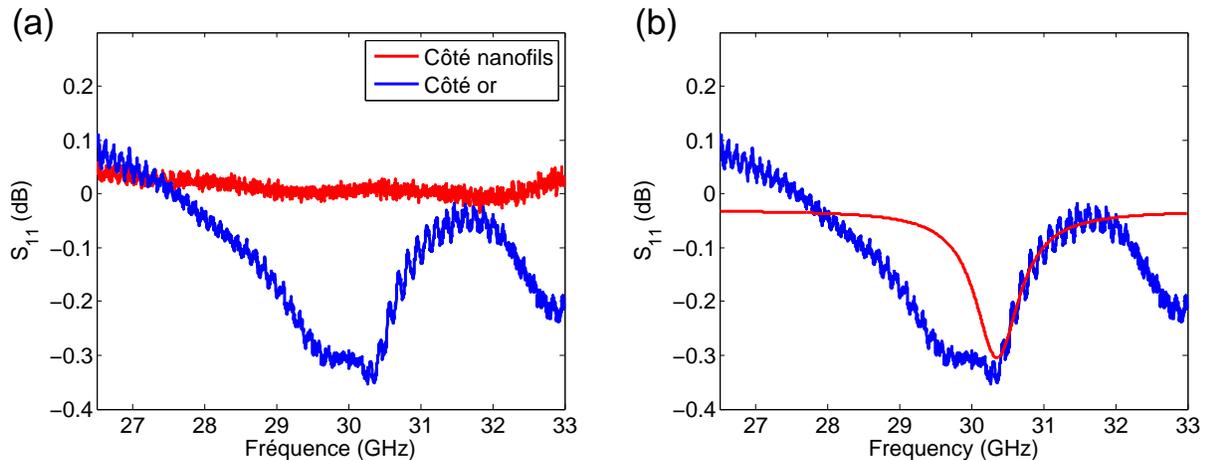


Figure 5.12 (a) Coefficient de réflexion  $S_{11}$  pour les deux configurations étudiées avec l'échantillon CoFeB DM. (b) Ajustement de courbe permettant d'approximer la fréquence de résonance du mode de résonance diélectrique et sa largeur de résonance.

Il est plutôt clair à partir de la Figure 5.12(a) que seule la configuration dite côté or permet

d'exciter ce qui semble être une résonance dans l'échantillon. La fréquence de cette résonance, bien que mal définie, est cohérente avec celle où le couplage a lieu dans les Figures 5.10(b) et 5.11(b). Afin d'avoir une idée approximative de ce mode de résonance, nous avons effectué un ajustement de courbe à partir d'une fonction lorentzienne et avons obtenu une fréquence de résonance de  $\omega_c/2\pi = 30.36$  GHz et une demi-largeur à mi-hauteur de  $\kappa_c/2\pi = 371$  MHz. L'ajustement de courbe obtenu est montré à la Figure 5.12(b). Ces données seront reprises à la Section 5.3.3 lorsque nous analyserons plus en détail les résultats obtenus à la Figure 5.11 et nous verrons à ce moment qu'elles sont cohérentes avec les résultats expérimentaux.

Les études que nous avons effectuées semblent donc indiquer que les phénomènes de couplage observés sont en fait des phénomènes de fort couplage photon-magnon où le photon provient d'une résonance diélectrique dans l'échantillon. Cette conclusion sera analysée à partir de simulations par éléments finis du montage expérimental à la Section 5.3 mais tout d'abord, nous présentons à la prochaine section les résultats expérimentaux obtenus concernant la largeur de résonance des réseaux de nanofils à haute fréquence d'excitation.

#### 5.2.4 Résonance ferromagnétique à haute fréquence d'excitation

Le montage expérimental de résonance ferromagnétique que nous avons utilisé pour obtenir les résultats présentés jusqu'à maintenant possède un électroaimant pouvant produire un champ magnétique statique suffisant pour observer le comportement des réseaux de nanofils jusqu'à la bande V (50 à 75 GHz). Dans cette plage de fréquences, la largeur de résonance conserve toutefois le caractère plutôt inhabituel en fréquence, décrit à la Section 5.2.1. Dans les circonstances, comme les pertes magnétiques de matériaux usuels augmentent habituellement linéairement avec la fréquence, il apparaît opportun d'aller explorer ce qui se passe à plus haute fréquence.

Les électroaimants mentionnés plus tôt sont formés d'un enroulement de bandes de cuivre et sont refroidis à l'eau, ce qui fait en sorte que leur limite d'opération est autour de 2 T. Afin d'observer la résonance ferromagnétique des réseaux de nanofils dans la bande W (75 à 110 GHz), nous avons dû changer de montage expérimental afin d'utiliser l'électroaimant supraconducteur situé au laboratoire du professeur Frédéric Sirois à Polytechnique Montréal. Cet électroaimant supraconducteur permet de produire des champs magnétiques allant jusqu'à 4 T.

Les résultats obtenus avec ce nouveau montage expérimental pour le champ de résonance et pour la largeur de résonance sont présentés à la Figure 5.13. L'Annexe G détaille la procédure que nous avons utilisée pour extraire le champ de résonance et la largeur de résonance. Cette procédure se base sur un mixage, lorsqu'un couplage est présent, de la partie réelle et de la

partie imaginaire de la dérivée par rapport au champ magnétique de la susceptibilité donnée à l'équation (3.64).

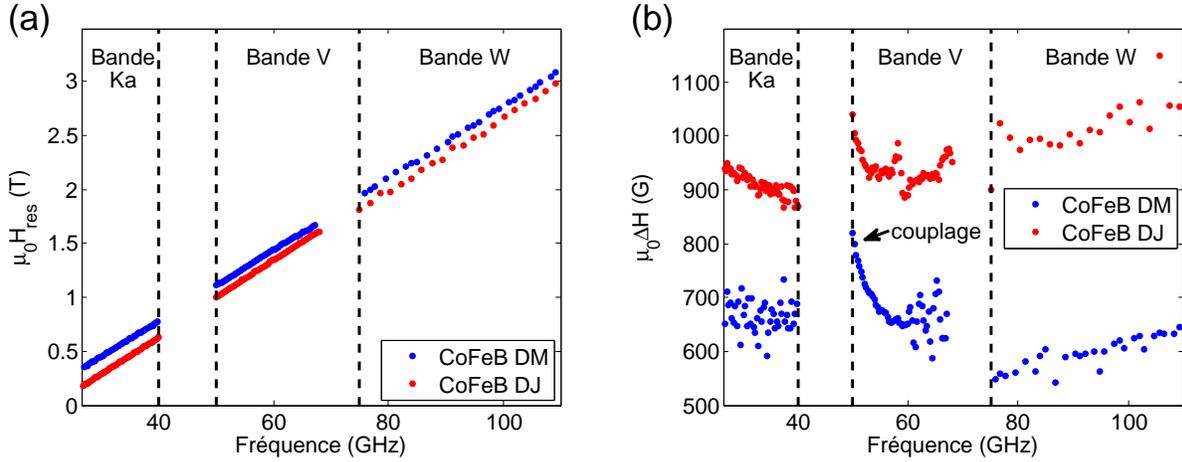


Figure 5.13 Champ magnétique de résonance (a) et largeur de résonance (b) des échantillons CoFeB DM et CoFeB DJ en fonction de la fréquence d'excitation pour les bandes Ka (26.5 à 40 GHz), V (50 à 75 GHz) et W (75 à 110 GHz).

Nous remarquons tout d'abord à la Figure 5.13(a) que le champ de résonance se comporte sensiblement de la même façon pour les échantillons de CoFeB DM et CoFeB DJ et que ce champ est linéaire en fonction de la fréquence d'excitation, tel qu'attendu. Nous pouvons extraire à partir de ce comportement, en nous basant sur l'équation 5.16, le champ  $H_{\text{eff}}$  défini à la Section 5.1.3 ainsi que la fréquence de résonance naturelle  $f_0$ , c'est-à-dire pour un champ magnétique externe nul. Ces résultats sont rapportés au Tableau 5.2. Pour des nanofils de CoFeB placés dans une matrice de porosité  $f = 0.12$ , la valeur théorique du champ effectif est  $\mu_0 H_{\text{eff}} = 0.5429$  T (5429 G), ce qui correspond très bien à la valeur expérimentale de 5642 G pour le CoFeB DM. À la Figure 5.13(a), nous pouvons également nous intéresser à la pente des courbes, qui est légèrement différente pour le CoFeB DJ et le CoFeB DM. Cette petite différence pourrait s'expliquer par une approche plus lente à la saturation dans le cas du CoFeB DJ, présentant une rugosité de surface plus élevée que le CoFeB DM. Cela serait donc en lien avec les mécanismes d'élargissement de la largeur de résonance des réseaux de nanofils et serait un aspect intéressant à considérer dans de futurs travaux.

La largeur de résonance à haute fréquence, présentée à la Figure 5.13(b), montre finalement que nous retrouvons une certaine dépendance linéaire avec la fréquence, tel qu'attendu. Ces résultats nous ont permis d'extraire le paramètre  $\alpha$  pour les deux échantillons étudiés et la valeur de  $\Delta H_0$  qui se retrouvent au Tableau 5.2. Pour l'échantillon de CoFeB DM, nous

avons  $\alpha = 7.1 \times 10^{-3}$ , ce qui est cohérent avec la valeur retrouvée dans la littérature de  $4 \times 10^{-3}$  [148]. Nous constatons une fois de plus que les pertes inhomogènes du CoFeB DM sont significativement plus petites que celles du CoFeB DJ. Nous avons indiqué au Tableau 5.2 qu'un contrôle de la température (T) avait été utilisé lors du processus d'anodisation pour le CoFeB DM mais pas pour le CoFeB DJ, ce qui semble se répercuter directement sur les valeurs de  $\Delta H_0$ .

Tableau 5.2 Résultats pour la condition et la largeur de résonance des réseaux étudiés.

Échantillon	$\mu_0 H_{\text{eff}}$ (G)	$f_0$ (GHz)	$\alpha$ ( $\times 10^{-3}$ )	$\mu_0 \Delta H_0$ (G)	Contrôle T
CoFeB DM	5642	16.9	7.1	361	Oui
CoFeB DJ	7293	21.5	9.5	703	Non

Ces résultats sont intéressants car ils permettent de faire des projections de la largeur de résonance des réseaux à haute fréquence, ce que nous ne pouvions pas faire lorsque nous disposions uniquement des résultats des bandes Ka et V. Nous avons effectué des analyses similaires sur d'autres échantillons de réseaux de nanofils ferromagnétiques et avons obtenu des résultats semblables. Ces résultats sont rapportés à l'Annexe H. Bien qu'importants, ces résultats ne permettent toutefois pas encore d'expliquer l'origine des valeurs très grandes de largeurs de résonance dans les bandes Ka et V et leur comportement inhabituel, relativement constant, avec la fréquence. Une analyse complète des mécanismes d'élargissement de la largeur de résonance dépasse la portée de cette thèse, mais nous présenterons tout de même à la Section 5.3.4 plusieurs pistes intéressantes à poursuivre dans l'optique de clarifier ces mécanismes.

### 5.3 Discussion des résultats

Cette dernière section a un objectif double. D'abord, nous confirmons par des simulations par éléments finis qu'il est possible d'exciter un mode de résonance diélectrique dans nos réseaux de nanofils et que ce mode de résonance peut ensuite être fortement couplé au mode uniforme de résonance du réseau de nanofils. Ensuite, nous appliquons le modèle de fort couplage photon-magnon développé au Chapitre 2 aux résultats obtenus à la Section 5.2.3, ce qui permet d'estimer la constante de couplage  $g$  que nous avons atteinte au laboratoire. Ces deux études, mises ensemble, montrent qu'il est effectivement possible d'obtenir un fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils ferromagnétiques, malgré le fait que ces derniers possèdent des pertes relativement élevées.

### 5.3.1 Simulations par éléments finis de l'excitation d'un mode photonique dans les réseaux.

La première étape est de vérifier la possibilité d'exciter le mode de résonance diélectrique. Les mesures expérimentales présentées à la Section 5.2 semblent indiquer l'excitation d'une résonance diélectrique, mais la forme irrégulière de nos échantillons rend difficile l'identification de ce dernier. Nous avons donc simulé le montage expérimental décrit à la Section 5.2.3 en utilisant le logiciel COMSOL Mutliphysics®. Une représentation du montage utilisé dans les simulations est présentée à la Figure 5.14(a). Pour effectuer les simulations, nous avons placé

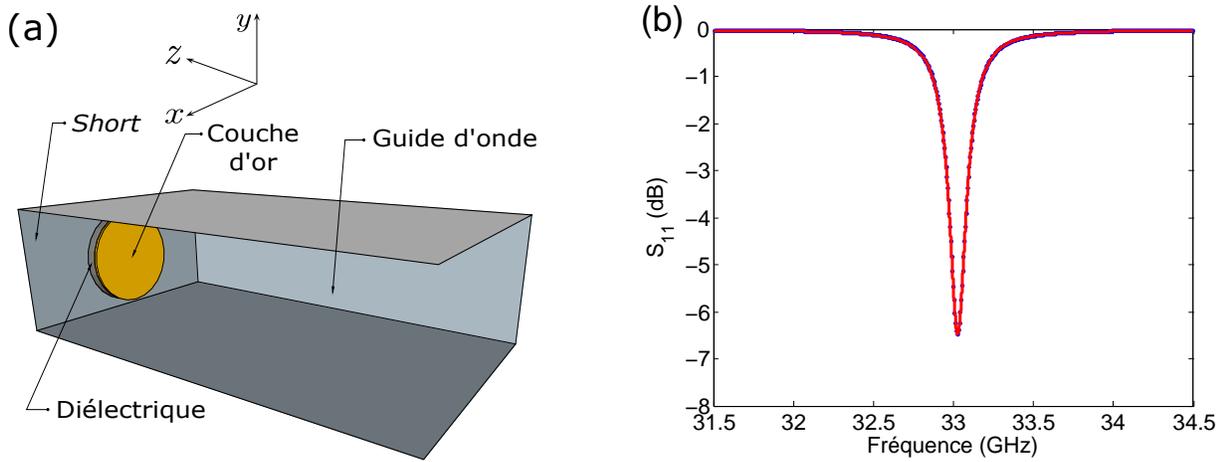


Figure 5.14 (a) Représentation du montage utilisé dans les simulations par éléments finis pour exciter une résonance diélectrique. (b) Coefficient de réflexion  $S_{11}$  obtenu par les simulations, montrant bien l'excitation d'un mode de résonance diélectrique. Courbe rouge : ajustement de courbe.

un disque diélectrique directement sur le court-circuit du guide d'onde et avons recouvert ce disque diélectrique par un disque métallique. Nous avons utilisé une hauteur  $h = 150 \mu\text{m}$  pour le disque diélectrique afin de bien représenter l'échantillon CoFeB DM. Puisque nous nous concentrons pour l'instant uniquement sur la résonance diélectrique, la perméabilité a été définie comme étant celle du vide. Concernant la permittivité du disque, nous avons utilisé l'expression donnée à l'équation (5.21) puisque le champ électrique est selon  $\hat{\mathbf{z}}$  uniquement. Puisque la longueur des nanofils est d'environ  $L = 100 \mu\text{m}$ , nous avons utilisé  $\Delta L = 50 \mu\text{m}$  à l'équation (5.21), en plus d'utiliser la porosité  $f = 0.12$  propre à l'échantillon CoFeB DM. Concernant la permittivité de la membrane d'alumine, nous avons utilisé pour la partie réelle  $\epsilon'_m/\epsilon_0 = 9.8$  et pour la partie imaginaire  $\epsilon''_m = \epsilon'_m \tan \delta$  avec  $\tan \delta = 3 \times 10^{-4}$  [149]. Le rayon du disque est de 1.5 mm, ce qui représente une largeur d'échantillon comparable à celle utilisée expérimentalement à la Section 5.2.3.

Nous avons par la suite choisi une épaisseur de  $100 \mu\text{m}$  pour le disque métallique, ce qui est beaucoup plus élevé que l'épaisseur réelle de la couche d'or. D'une part, ce choix se justifie par le fait que nous nous intéressons aux phénomènes se produisant exclusivement dans la membrane et que nous ne tenons pas compte des effets pouvant survenir par la pénétration de l'onde au travers de la couche d'or. Par ailleurs, ces effets sont peu susceptibles d'être importants expérimentalement étant donné que la profondeur de pénétration de l'onde électromagnétique dans l'or, pour une fréquence de  $33 \text{ GHz}$ , est d'environ [143]

$$\delta_0 = \sqrt{\frac{2}{\omega\sigma\mu_0}} \approx 0.43 \mu\text{m}. \quad (5.30)$$

De plus, notre choix concernant l'épaisseur du disque métallique assouplit les contraintes par rapport à la finesse du maillage utilisé, ce qui permet d'effectuer les simulations dans un temps raisonnable.

Avec ces paramètres de simulation, nous avons obtenu le coefficient de réflexion  $S_{11}$  présenté à la Figure 5.14(b). Nous voyons que notre montage permet effectivement d'exciter une résonance qui est caractérisée, selon l'ajustement de courbe effectué, par une fréquence de résonance d'environ  $\omega_c/2\pi = 33.027 \text{ GHz}$  et une demi-largeur à mi-hauteur d'environ  $\kappa_c/2\pi = 69.9 \text{ MHz}$ . Il est possible de tracer la distribution du champ magnétique et du champ électrique à l'intérieur du diélectrique dans le plan  $xy$ . Ces distributions, représentant la norme des champs, sont présentées à la Figure 5.15. Une inspection visuelle de ces distri-

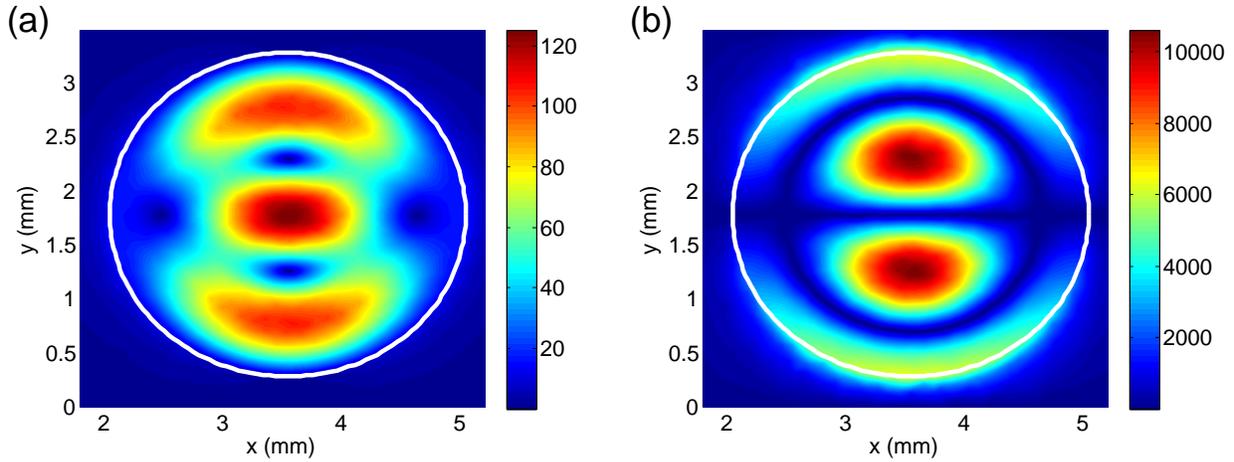


Figure 5.15 Coupe du plan  $xy$  au centre du diélectrique, à  $33.025 \text{ GHz}$ , montrant (a) la norme  $|\mathbf{h}|$  du champ magnétique (A/m) et (b) la norme  $|\mathbf{e}|$  du champ électrique (V/m).

butions permet de déterminer, à partir de la théorie des résonateurs diélectriques résumée à

l'Annexe I, que le mode excité dans nos simulations correspond au mode  $\text{HEM}_{121}$ . L'analyse de ces distributions permet également de vérifier que le champ magnétique est uniquement dans le plan  $xy$  (aucune composante en  $\hat{z}$ ), alors que le champ électrique possède uniquement une composante en  $\hat{z}$ .

Avec la confirmation que notre montage expérimental permet effectivement d'exciter un mode de résonance diélectrique dans notre échantillon, la prochaine étape est de vérifier que ce mode peut se coupler fortement avec le mode uniforme de résonance des réseaux de nanofils.

### 5.3.2 Simulations par éléments finis du fort couplage entre le mode diélectrique et le mode uniforme de résonance.

L'expression de la perméabilité effective des réseaux de nanofils que nous avons dérivée à la Section 5.1.3 nous permet directement d'incorporer le comportement magnétique de nos échantillons dans les simulations. La seule modification qu'il est nécessaire d'effectuer est de multiplier la susceptibilité effective externe des réseaux par le facteur  $L/h$  afin de tenir compte de la longueur finie des fils, qui est plus petite que la hauteur de la membrane d'alumine. L'implémentation de cette perméabilité dans notre modèle en conjonction avec l'expression de la permittivité effective, pour un modèle identique à celui présenté à la Figure 5.14(a) mais sans la couche d'or, permet l'excitation du mode uniforme de résonance des réseaux de nanofils. Les résultats de simulation de ce mode de résonance sont présentés à la Figure 5.16.

Pour obtenir ces résultats, nous avons utilisé un paramètre  $\alpha = 0.004$  pour le CoFeB, sans ajouter d'autres pertes au modèle. L'ajustement de courbe effectué pour le paramètre  $S_{11}$  du

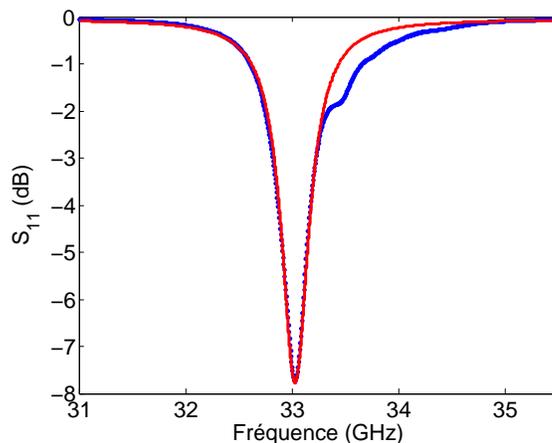


Figure 5.16 Simulation du coefficient de réflexion  $S_{11}$  d'un guide d'onde avec un réseau de nanofils, représenté par un matériau effectif, placé sur le court-circuit. Le champ statique utilisé est de  $\mu_0 H_0 = 0.6338$  T. Courbe rouge : ajustement de courbe.

guide d'onde permet d'extraire une fréquence de résonance  $\omega_{\text{res}}/2\pi = 33.027$  GHz pour un champ statique de  $\mu_0 H_0 = 0.6338$  T. Cela concorde bien avec la valeur théorique de 0.6366 T qu'il faudrait appliquer pour obtenir une résonance ferromagnétique à cette fréquence. De plus, la demi-largeur à mi-hauteur est de  $\kappa_m/2\pi = 154$  MHz, ce qui correspond également très bien avec la valeur attendue à partir du paramètre  $\alpha$  utilisé.

Les résultats présentés aux Figures 5.14 et 5.16 confirment que les simulations démontrent l'excitation indépendante de chaque mode de résonance. Le fort couplage de ces deux modes de résonance est obtenu en réintroduisant la couche métallique sur l'échantillon ayant à la fois la perméabilité effective et la permittivité effective des réseaux de nanofils. Les résultats obtenus à partir des simulations sont illustrés à la Figure 5.17 et montrent effectivement le fort couplage entre le mode de résonance diélectrique et le mode uniforme de résonance. Nous voyons également la présence de plusieurs pics satellites qui dépendent du champ magnétique appliqué, correspondant fort probablement à des modes magnétostatiques qui sont excités par la non-uniformité du champ magnétique associé au mode de résonance diélectrique. De plus, le mode hybride principal montre un doublet provenant probablement d'une levée de dégénérescence du mode de cavité diélectrique par la perméabilité effective du réseau de nanofils.

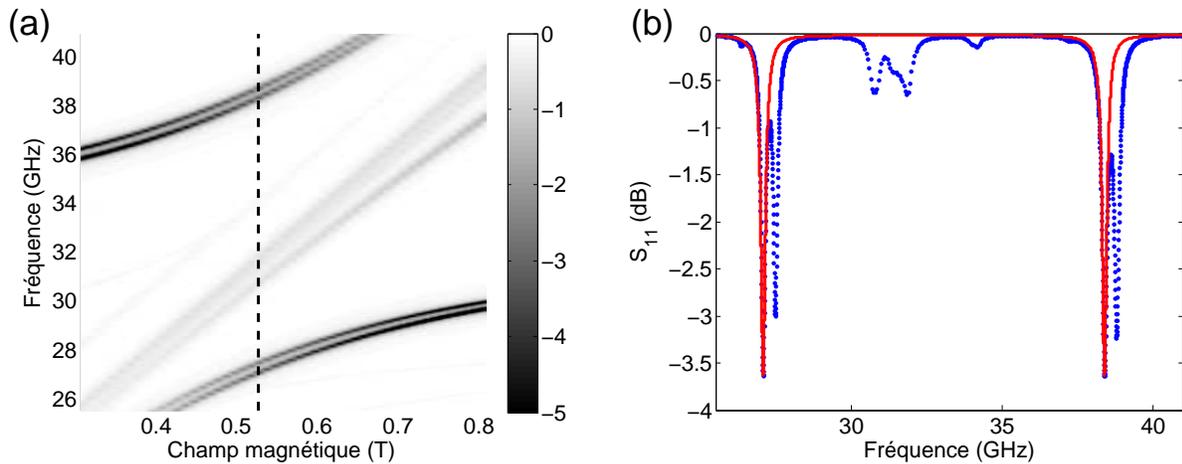


Figure 5.17 (a) Spectre complet du fort couplage entre le mode diélectrique et le mode uniforme. (b) Spectre individuel de résonance correspondant à l'hybridation des modes de résonance, indiquée par la ligne pointillée en (a). La courbe rouge est un ajustement de courbe effectué à partir de l'expression théorique du paramètre  $S_{11}$ .

À la Figure 5.17(b), nous avons utilisé le formalisme théorique développé au Chapitre 2 concernant l'expression du coefficient de réflexion  $S_{11}$  dans le cadre d'un fort couplage photon-magnon afin d'effectuer un ajustement de courbe (courbe rouge) sur les résultats de simula-

tion. Pour cet ajustement de courbe, nous avons fixé les taux de pertes de la cavité (mode diélectrique) et de l'échantillon (mode uniforme) aux valeurs extraites à partir des résultats présentés aux Figures 5.14 et 5.16. Les seuls paramètres que nous avons laissés variables sont la fréquence d'hybridation et la constante de couplage. L'ajustement de courbe nous a permis d'extraire une valeur de  $\omega/2\pi = 32.731$  GHz pour la fréquence d'hybridation, ce qui semble indiquer que l'ajout de la perméabilité effective des réseaux de nanofils vient modifier légèrement le mode naturel de résonance diélectrique.

Concernant la constante de couplage, nous obtenons  $g/2\pi = 5.655$  GHz, ce qui représente un couplage assez important. Comme nous pouvons le constater à la Figure 5.17(a), la séparation des deux branches de résonance s'étend sur presque toute la bande Ka. En utilisant les valeurs extraites pour  $g$ ,  $\kappa_c$  et  $\kappa_m$ , nous obtenons un coopérativité  $C = 2973$ . De plus, le ratio  $g/\omega_c = 17.3\%$  indique que notre système se situe dans le régime d'ultra fort couplage photon-magnon, pour lequel la constante de couplage devient comparable aux fréquences du photon et du magnon [5].

Théoriquement, le couplage maximal atteignable par ce système est donné par l'équation (2.82) avec  $\eta = 1$  et un facteur  $f(L/h)$  devant  $\omega_M$  pour tenir compte du caractère effectif du matériau étudié. De plus, puisque ce matériau effectif est lui-même le support du mode photonique, nous avons que  $V_m/V_c \approx 1$ , ce qui implique que nous aurions  $g_{\max}/2\pi \approx 7.89$  GHz. Nous constatons donc que le système simulé se comporte presque optimalement avec une efficacité de couplage d'environ  $\eta = 0.72$ . L'efficacité de couplage plus petite que l'unité provient du fait que le champ dynamique est non-uniforme dans l'échantillon.

Puisqu'il est maintenant vraisemblable que les observations expérimentales effectuées à la Section 5.2.3 proviennent d'un fort couplage photon-magnon, nous revisitons à la prochaine section les résultats expérimentaux extraits de ces observations en utilisant la théorie du fort couplage photon-magnon afin de tenter d'extraire une valeur pour la constante de couplage expérimentale atteinte par notre système. Cet aspect sera pertinent pour jeter les bases à de futurs travaux visant cette fois-ci non pas à comprendre l'origine de ces phénomènes de couplage mais plutôt à les exploiter en vue de potentielles applications technologiques.

### 5.3.3 Application du modèle de fort couplage aux résultats expérimentaux

La théorie du fort couplage photon-magnon que nous avons développée au Chapitre 2 traite de la réponse, au travers du coefficient de réflexion  $S_{11}$ , d'une cavité micro-ondes qui est fortement perturbée par la résonance d'un échantillon ferromagnétique. La situation expérimentale est quelque peu différente puisque celle-ci traite en premier lieu d'un guide d'onde contenant un échantillon ferromagnétique, dont le mode uniforme est perturbé par la présence

d'une cavité diélectrique.

Le montage expérimental utilisé pour les réseaux de nanofils, contrairement à celui utilisé avec les sphères de YIG, permet donc d'observer uniquement la résonance ferromagnétique de nos échantillons à cause de la modulation du champ magnétique statique que nous appliquons. Étant donné que la résonance du mode photonique est indépendante du champ magnétique, celle-ci ne peut être observée qu'indirectement à partir de son effet sur le mode de résonance uniforme.

Comme nous l'avons vu à la Section 3.1.3 du Chapitre 3, les mesures en guide d'onde court-circuité effectuées avec les réseaux de nanofils ferromagnétiques peuvent être interprétées comme si le guide d'onde court-circuité agissait à titre de cavité micro-ondes avec un faible facteur de qualité  $Q_c$ . Nous pouvons donc interpréter notre situation à partir d'un système triplement résonant. Nous pouvons en effet considérer que le réseau de nanofils ferromagnétique est placé dans une cavité diélectrique qui est elle-même placée dans une cavité guide d'onde. Ce que nous observons avec notre montage expérimental est la perturbation de l'échantillon ferromagnétique sur le mode de cavité guide d'onde. Nous pouvons décrire notre situation par le système matriciel

$$\begin{bmatrix} (\omega - \omega_g) + i\kappa_g & g_c & g_m \\ g_c & (\omega - \omega_c) + i\kappa_c & g \\ g_m & g & (\omega - \omega_0) + i\kappa_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_g \\ a_c \\ b_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i\sqrt{2\kappa_{\text{ext}}}f_{\text{in}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (5.31)$$

où nous avons introduit les couplages  $g_c$ ,  $g_m$  et  $g$  pour représenter respectivement le couplage entre la cavité guide d'onde et la cavité diélectrique, le couplage entre la cavité guide d'onde et l'échantillon ferromagnétique et le couplage entre la cavité diélectrique et l'échantillon ferromagnétique. De plus, nous avons introduit une fréquence de résonance  $\omega_g$  et un taux de pertes  $\kappa_g$  pour la cavité guide d'onde. Les modes propres de la cavité guide d'onde, de la cavité diélectrique et de l'échantillon ferromagnétique sont respectivement  $a_g$ ,  $a_c$  et  $b_0$ . Le seul système soumis à une oscillation forcée, compris dans le terme  $i\sqrt{2\kappa_{\text{ext}}}f_{\text{in}}$ , est la cavité guide d'onde.

Nous observons expérimentalement la susceptibilité liée au mode propre de la cavité guide d'onde, c'est-à-dire

$$\chi = \frac{b_0}{a_g} = \frac{G^2 [(\omega - \omega_c) - i\kappa_c] \frac{g_c}{g} - g_m}{[(\omega - \omega_0) + i\kappa_m] - G^2 [(\omega - \omega_c - i\kappa_c)]}, \quad (5.32)$$

où nous avons défini le paramètre sans dimensions

$$G^2 = \frac{g^2}{(\omega_c - \omega)^2 + \kappa_c^2}. \quad (5.33)$$

Le calcul complet mène à une susceptibilité s'écrivant sous la forme  $\chi = \chi' + i\chi''$ , où les parties réelles et imaginaires peuvent être exprimées à partir d'un mixage de l'une et l'autre. Nous obtenons ainsi

$$\chi' = A \left[ \frac{g_m \Omega_G}{\Omega_G^2 + [\kappa_m + G^2 \kappa_c]^2} \cos \theta - \frac{g_m [\kappa_m + G^2 \kappa_c]}{\Omega_G^2 + [\kappa_m + G^2 \kappa_c]^2} \sin \theta \right] \quad (5.34)$$

et

$$\chi'' = A \left[ \frac{g_m [\kappa_m + G^2 \kappa_c]}{\Omega_G^2 + [\kappa_m + G^2 \kappa_c]^2} \cos \theta + \frac{g_m \Omega_G}{\Omega_G^2 + [\kappa_m + G^2 \kappa_c]^2} \sin \theta \right], \quad (5.35)$$

où

$$A = \sqrt{1 + \frac{g g_c}{g_m^2} \left( \frac{2g_m(\omega_c - \omega) + g g_c}{(\omega_c - \omega)^2 + \kappa_c^2} \right)} \quad (5.36)$$

est un facteur d'amplitude et où

$$\theta = \arctan \left( \frac{g g_c \kappa_c}{(\omega_c - \omega) [g_m(\omega_c - \omega) + g g_c] + g_m \kappa_c^2} \right) \quad (5.37)$$

est l'angle de mixage. La fréquence de résonance du système est donnée par la solution de

$$\Omega_G = 0, \quad (5.38)$$

avec

$$\Omega_G = (\omega_0 - \omega) - G^2(\omega_c - \omega). \quad (5.39)$$

Nous voyons donc à partir de l'expression de la susceptibilité que la fréquence de résonance et les pertes que nous observons expérimentalement sont modifiées par la présence du mode diélectrique dans l'échantillon et que ce mode, au travers des couplages  $g$  et  $g_c$ , mène à un mixage des susceptibilités réelles et imaginaires, ce qui concorde avec nos observations expérimentales. Lorsque les couplages  $g$  ou  $g_c$  sont absents ou lorsque nous sommes loin de la résonance du mode diélectrique ( $G^2 \rightarrow 0$ ), la susceptibilité  $\chi$  se simplifie en

$$\chi = \chi' + i\chi'' = \frac{g_m(\omega_0 - \omega)}{(\omega_0 - \omega)^2 + \kappa_m^2} + i \frac{g_m \kappa_m}{(\omega_0 - \omega)^2 + \kappa_m^2} \quad (5.40)$$

et nous retrouvons la susceptibilité déjà rencontrée à l'équation (3.15).

En présence des couplages  $g$  et  $g_c$ , nous voyons que lorsque nous sommes loin de la fréquence de résonance de la cavité diélectrique  $\omega_c$ , nous avons que  $\theta \rightarrow 0$ , ce qui implique que  $\cos \theta \rightarrow 1$  et  $\sin \theta \rightarrow 0$ . Ainsi, loin de la résonance de la cavité diélectrique, nous nous attendons à observer un signal de forme conventionnelle, ce que nous avons obtenu expérimentalement. Au contraire, à la résonance  $\omega_c$ , nous avons un maximum pour l'angle de mixage, donné par

$$\theta_{\omega=\omega_c} = \arctan \left( \frac{gg_c}{g_m \kappa_c} \right). \quad (5.41)$$

Nous voyons à l'équation (5.41) que pour un couplage  $g_m$  fixe entre le guide d'onde et l'échantillon ferromagnétique, une augmentation des couplages  $g$  ou  $g_c$  et une diminution du taux de pertes  $\kappa_c$  de la cavité diélectrique mènent à un plus grand mixage entre les susceptibilités. Ce mixage des susceptibilités est l'origine de la forme inhabituelle du signal obtenu expérimentalement, par exemple, à la Figure 5.4(d). Enfin, concernant l'amplitude exprimée à l'équation (5.36), nous constatons que celle-ci subit une variation à l'approche du mode de résonance diélectrique, ce qui est également une caractéristique expérimentale que nous avons observée.

Comme nous l'avons mentionné, la présence d'un couplage  $g$  entre la cavité diélectrique et l'échantillon ferromagnétique modifie la fréquence de résonance et les pertes que nous observons expérimentalement. À titre de rappel, les expériences avec les réseaux de nanofils se font pour une fréquence d'excitation  $\omega$  fixe et nous cherchons à déterminer la valeur du champ magnétique  $H_0$ , contenu dans le terme  $\omega_0$ , qui permet d'atteindre la condition de résonance du système. Nous voyons donc, à partir des équations (5.38) et (5.39), que le champ de résonance est

$$\mu_0 H_{\text{res}} = \mu_0 H_{\text{res},0} + \mu_0 \delta H_{\text{res}} \quad (5.42)$$

où  $H_{\text{res},0}$  est le champ de résonance en l'absence du mode photonique et

$$\mu_0 \delta H_{\text{res}} = \frac{g^2}{(\omega_c - \omega)^2 + \kappa_c^2} \frac{(\omega_c - \omega)}{|\gamma|}. \quad (5.43)$$

Contrairement aux deux branches de résonance d'une cavité fortement perturbée par un échantillon, le cas où un échantillon ferromagnétique est fortement perturbé par une cavité ne donne pas lieu à deux champs magnétiques de résonance distincts.

Concernant les pertes du système magnétique observées expérimentalement, celles-ci sont données par

$$\kappa_m + G^2 \kappa_c, \quad (5.44)$$

ce qui implique que le couplage avec un mode photonique vient modifier les pertes magné-

tiques selon la relation

$$\mu_0\Delta H = \mu_0\Delta H_{g=0} + \mu_0\Delta H_{\text{int.}} \quad (5.45)$$

où  $\Delta H_{g=0}$  est la largeur de résonance en l'absence du mode photonique et

$$\mu_0\Delta H_{\text{int.}} = \frac{g^2}{(\omega_c - \omega)^2 + \kappa_c^2} \frac{\kappa_c}{|\gamma|}. \quad (5.46)$$

Nous sommes alors en mesure d'analyser les résultats expérimentaux que nous avons obtenus à la Section 5.2.3. Dans cette section, nous avons déjà déterminé, à l'aide de la Figure 5.12, qu'un mode de résonance diélectrique était présent à une fréquence  $\omega_c/2\pi = 30.36$  GHz. Le taux de pertes que nous avons extrait pour ce mode était  $\kappa_c/2\pi = 371$  MHz. De plus, à partir de nos résultats expérimentaux concernant la largeur de résonance de l'échantillon CoFeB DM, nous avons pu déterminer que  $\kappa_m/2\pi = 1.982$  GHz, ce qui correspond à une largeur de résonance d'environ 708 G. Le seul paramètre restant à être déterminé est celui de la constante de couplage  $g$ . Un ajustement de courbe, présenté à la Figure 5.18, a été effectué à la fois sur les valeurs du champ de résonance et les valeurs de la largeur de résonance, ce qui nous a permis de déterminer une constante de couplage  $g/2\pi = 849$  MHz.

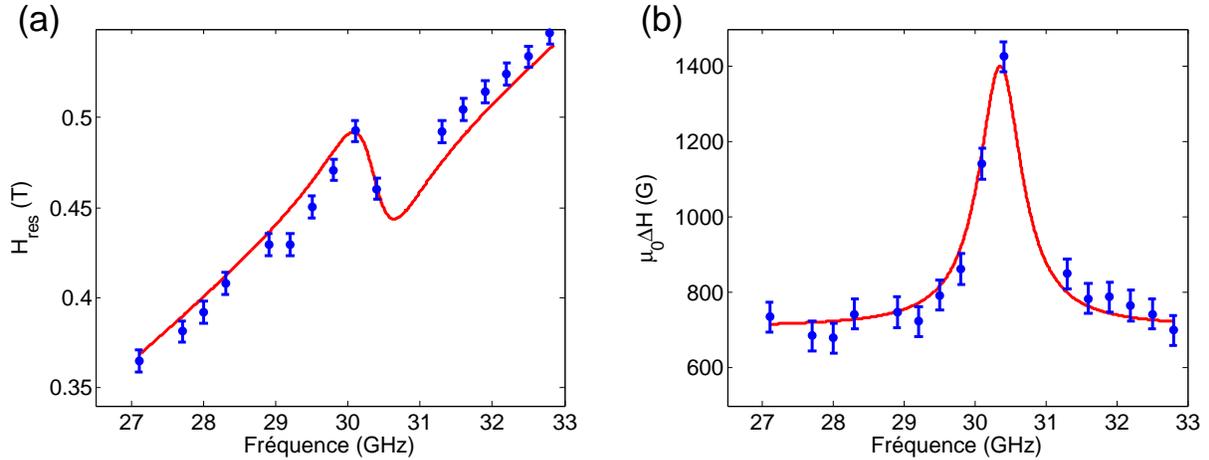


Figure 5.18 Ajustement de courbe se basant sur la théorie du fort couplage modifiée pour les réseaux de nanofils pour (a) le champ de résonance et (b) la largeur de résonance.

Nous voyons à la Figure 5.18 que les équations (5.42) et (5.45) permettent de bien reproduire les résultats expérimentaux. Nous voyons bien les tendances que nous avons déjà observées aux Sections 5.2.2 et 5.2.3, c'est-à-dire que le champ de résonance augmente avant la zone de couplage avant de diminuer, d'une part, et la largeur de résonance augmente à l'approche du couplage, d'autre part.

L'utilisation des équations (5.35), (5.42) et (5.45) avec les valeurs extraites expérimentalement pour  $g$ ,  $\omega_c$ ,  $\kappa_c$ ,  $\kappa_m$  et  $\theta$  permettent de reproduire les spectres expérimentaux de la Figure 5.10. Ces spectres théoriques sont présentés à la Figure 5.19 et permettent d'apprécier l'effet que produit la présence d'un mode photonique lorsque ce dernier est couplé avec la résonance ferromagnétique d'un réseau de nanofils.

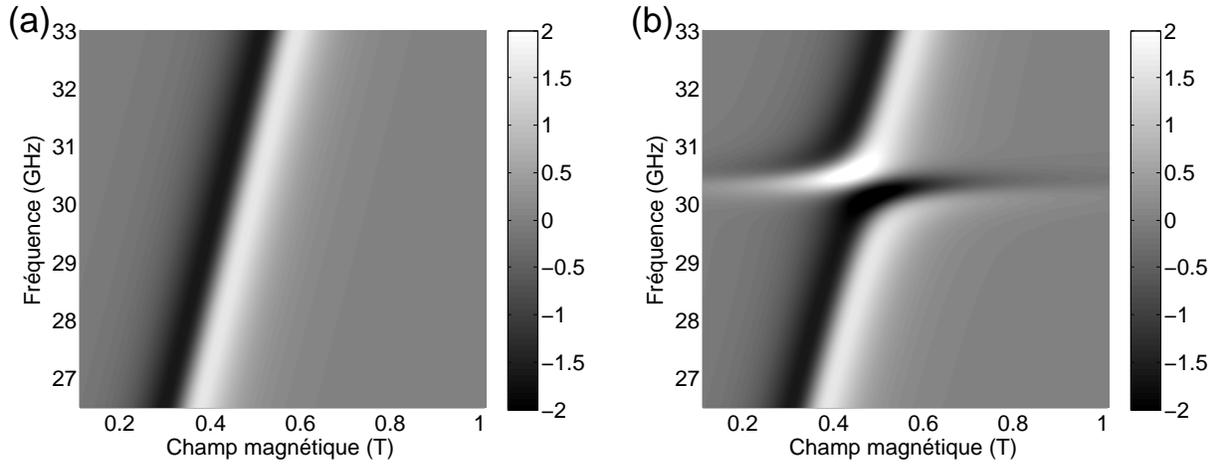


Figure 5.19 Spectres de résonance théoriques reproduits à partir des résultats expérimentaux avec la théorie du fort couplage photon-magnon pour la susceptibilité magnétique, dans les cas (a) sans couplage au mode diélectrique et (b) avec couplage au mode diélectrique.

La constante de couplage obtenue, bien que plus élevée que le taux de pertes  $\kappa_c$  du mode de résonance diélectrique, demeure plus faible que le taux de pertes  $\kappa_m$  élevé du mode uniforme de résonance. Cela implique que le système étudié expérimentalement n'est pas en régime de fort couplage. Cependant, la coopérativité du système est d'environ  $C = 0.98$ , ce qui indique que notre système est tout juste sous le seuil de la cohérence ( $C = 1$ ). Ces résultats sont tout de même très encourageants car ils indiquent la voie à suivre afin d'obtenir un fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils ferromagnétiques.

En gardant en tête que ces résultats ont été obtenus pour un échantillon de forme irrégulière, il semble plutôt évident qu'un meilleur contrôle de la forme de l'échantillon permettra d'obtenir une constante de couplage plus élevée ainsi qu'un taux de pertes  $\kappa_c$  plus faible. En effet, en nous fiant aux simulations effectuées à la Section 5.3.2, il est possible, à l'aide d'un échantillon ayant la forme d'un disque, d'obtenir une efficacité de couplage d'environ  $\eta = 0.72$ , ce qui est beaucoup élevé que l'efficacité de couplage  $\eta = 0.11$  estimée à partir des résultats expérimentaux. Pour un échantillon en forme de disque, nous aurions théoriquement pu entrer dans le régime de fort couplage.

L'autre limitation de notre système expérimental est liée aux pertes élevées des réseaux de nanofils. Cependant, comme nous l'avons vu, ces pertes ont un comportement plus conventionnel à haute fréquence où la constante de couplage tend également à être plus élevée. Ces considérations font en sorte que les réseaux de nanofils sont des candidats intéressants pour l'exploitation du phénomène de fort couplage photon-magnon, surtout à des fréquences élevées.

Nous pensons que la méthodologie employée, qui consiste à utiliser le matériau effectif pour exciter un mode de résonance diélectrique, est la meilleure façon d'obtenir des polaritons magnétiques dans les réseaux de nanofils étant donné leurs pertes élevées. De plus, l'utilisation d'un logiciel permettant d'effectuer des simulations par éléments finis du montage expérimental est un outil qui nous semble essentiel afin d'exploiter les effets que nous avons explorés, car il permet de chercher relativement rapidement des configurations qui sont susceptibles de maximiser les interactions souhaitées.

#### 5.3.4 Mécanismes d'élargissement de la largeur de résonance

Le formalisme théorique que nous avons développé à la section précédente permet, entre autres, d'isoler la fonction de réponse propre à un réseau de nanofils ferromagnétiques dans un système hybride où un couplage entre le réseau et le mode de résonance d'un autre système a lieu. Cela constitue l'un de nos objectifs de recherche visant à maîtriser la réponse polaritonique des réseaux de nanofils afin de pouvoir interpréter correctement les mesures de résonance ferromagnétique effectuées dans un régime où la méthode des faibles perturbations, décrite à la Section 3.1.3 du Chapitre 3, ne s'applique pas. Ce formalisme permet donc d'extraire un comportement plus fidèle de la largeur de résonance des réseaux de nanofils.

Nous avons également mis en évidence, à la Section 5.2.4 traitant des mesures de résonance ferromagnétique à haute fréquence d'excitation, les pertes inhomogènes  $\Delta H_0$  et les paramètres  $\alpha$  de nos réseaux. Nous terminons ainsi ce chapitre par une discussion concernant les mécanismes d'élargissement de la largeur de résonance afin de jeter les bases pour les futures investigations concernant ce sujet de recherche important.

En particulier, en lien avec les travaux effectués au Chapitre 4, nous concentrons notre discussion sur les sources de non-uniformités qui peuvent être présentes dans les réseaux de nanofils. Nous pouvons classer ces sources en deux catégories, soit les non-uniformités intrinsèques et les non-uniformités extrinsèques.

Concernant les non-uniformités intrinsèques, celles-ci sont présentes même quand nous sommes en présence d'un réseau de nanofils parfait. Dans cette catégorie, nous pouvons distinguer

deux sous-catégories, la première étant liée à la non-uniformité du champ de désaimantation due à la forme cylindrique des nanofils et la deuxième étant liée à la discrétisation du réseau. La Figure 5.20 montre la non-uniformité associée à la première sous-catégorie intrinsèque, c'est-à-dire la non-uniformité due au champ de désaimantation d'un nanofil cylindrique. Cette

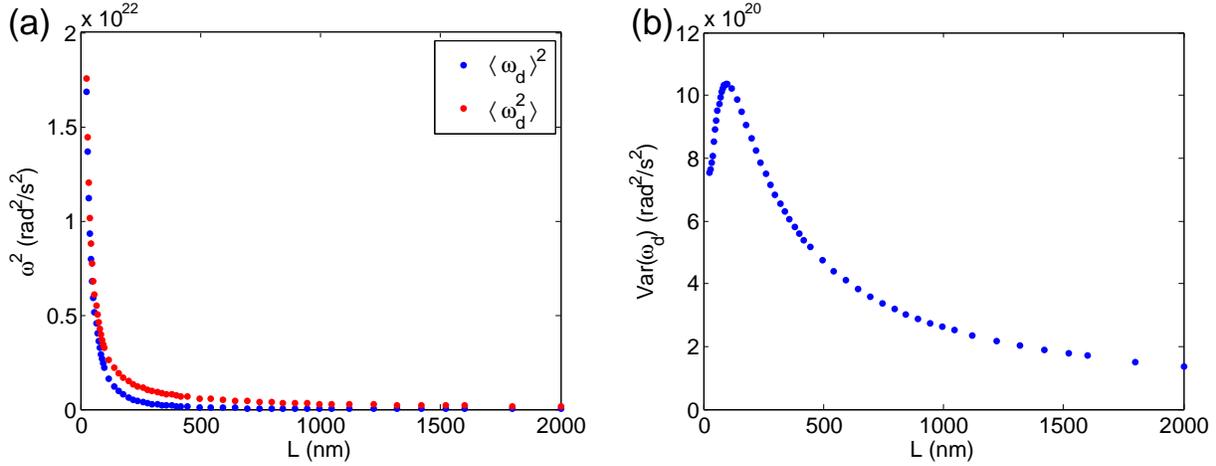


Figure 5.20 (a) Comparaison entre les moyennes quadratiques  $\langle \omega_d \rangle^2$  et  $\langle \omega_d^2 \rangle$  du champ de désaimantation, selon  $\hat{\mathbf{z}}$ , en unités de fréquence angulaire et en fonction de la longueur d'un nanofil cylindrique. (b) Variance du champ de désaimantation en fonction de la longueur du nanofil.

non-uniformité est présentée à la Figure 5.20(b) en termes de la variance de la distribution du champ de désaimantation selon  $\hat{\mathbf{z}}$ , en convertissant le champ en unités de fréquence angulaire. Cette variance a été obtenue par des simulations par éléments finis d'un nanofil cylindrique d'aimantation  $M_s = 1350$  kA/m, de diamètre  $2a = 42$  nm et d'une longueur  $L$  variant de 25 nm à 2000 nm. La Figure 5.20(a) montre les moyennes quadratiques du champ de désaimantation extraites des simulations et ayant servi à calculer la variance.

Nous voyons à la Figure 5.20(b) que le maximum de non-uniformité du champ de désaimantation survient pour une longueur  $L \approx 95$  nm, c'est-à-dire pour  $L/2a \approx 2.26$ . Cette non-uniformité diminue à mesure que la longueur du nanofil augmente. Nous pouvons donc nous attendre à une non-uniformité plutôt faible pour le champ de désaimantation lorsque la longueur des nanofils est de plusieurs dizaines de  $\mu\text{m}$ .

Concernant la deuxième sous-catégorie traitant de la discrétisation du réseau, nous nous penchons d'abord sur la non-uniformité intra-fils due au champ dipolaire statique que produisent entre eux les nanofils. Nous observons alors, à la Figure 5.21, un comportement similaire à celui observé dans le cas du champ de désaimantation. Pour les simulations à plusieurs nano-

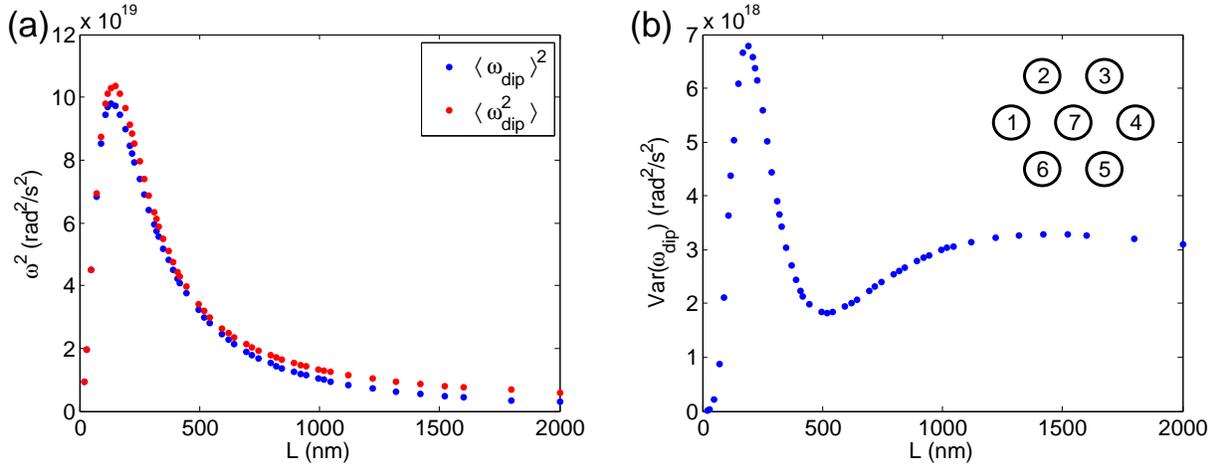


Figure 5.21 (a) Comparaison entre les moyennes quadratiques  $\langle \omega_{\text{dip}} \rangle^2$  et  $\langle \omega_{\text{dip}}^2 \rangle$  du champ dipolaire statique, selon  $\hat{\mathbf{z}}$ , en unités de fréquence angulaire et en fonction de la longueur des nanofils. (b) Variance du champ dipolaire statique en fonction de la longueur des nanofils. Encart : Géométrie utilisée dans les simulations ; les champs sont calculés le long du 7<sup>e</sup> nanofil.

files, nous avons utilisé des paramètres identiques à ceux utilisés pour quantifier le champ de désaimantation d'un seul nanofil. Nous avons également utilisé une distance inter-fils  $D = 111$  nm. Nous avons simulé la première rangée constituée de 6 plus proches voisins dans un réseau hexagonal afin de calculer la distribution du champ dipolaire statique le long du 7<sup>e</sup> nanofil, tel qu'illustré à l'encart de la Figure 5.21(b). Pour ce 7<sup>e</sup> nanofil, nous avons exclu des simulations le champ de désaimantation afin d'observer uniquement la contribution des plus proches voisins à la non-uniformité.

Nous pouvons constater à la Figure 5.21(b) que le maximum de non-uniformité du champ dipolaire statique survient pour une longueur  $L \approx 190$  nm, c'est-à-dire pour  $L/2a \approx 4.52$ , ce qui représente le double de la valeur obtenu dans le cas du champ de désaimantation. Nous constatons une fois de plus que la non-uniformité diminue à mesure que la longueur des nanofils augmente. Enfin, nous voyons que la variance du champ, en unités de fréquence angulaire, est globalement beaucoup plus grande, soit deux ordres de grandeur, dans le cas du champ de désaimantation en comparaison au cas du champ dipolaire statique.

En lien avec les calculs de l'élargissement  $\Delta\omega$  de la largeur de résonance effectués au Chapitre 4 concernant le couplage du mode uniforme de résonance avec les ondes de spin contenues dans le *spin wave manifold* présenté à la Figure 3.1 du Chapitre 3, si nous considérons les non-uniformités uniquement au niveau d'un nanofil caractérisé par des facteurs de désaimantation  $N_{w,z} \approx 0$  et  $N_{w,t} \approx 1/2$ , nous avons que  $\Omega_0$  est plus grand que  $\omega_2$ , ce qui empêche le couplage du mode uniforme au sein d'un nanofil avec les modes magnétostatiques qu'il

supporte. Cette situation est représentée schématiquement à la Figure 5.22(a).

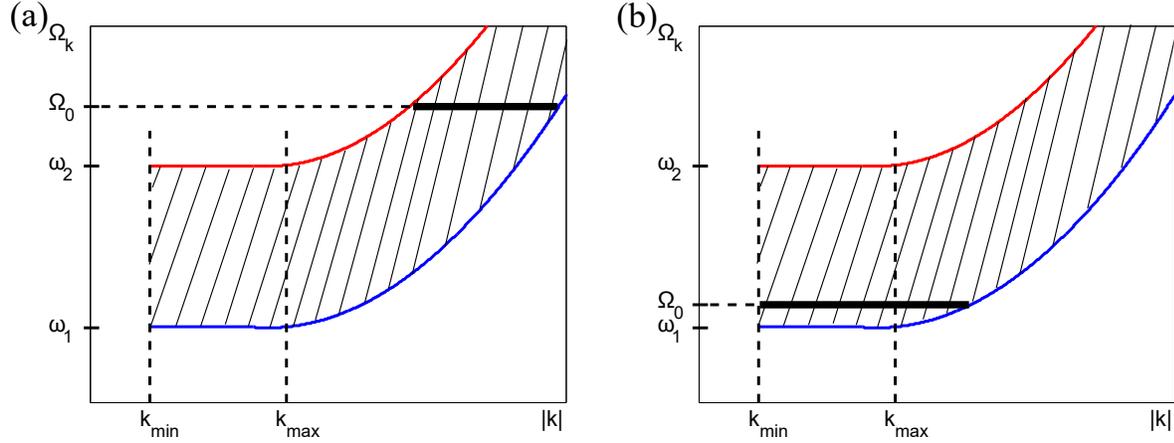


Figure 5.22 *Spin wave manifold* associé à la résonance (a) intra-fil d'un nanofil unique d'un réseau et (b) du réseau de nanofils considéré comme matériau effectif. La ligne noire horizontale épaisse représente les ondes de spin dégénérées avec le mode uniforme de résonance, donné par  $\Omega_0$ .

Dans un tel cas, la théorie que nous avons développée doit être étendue pour permettre le couplage du mode uniforme avec les ondes de spin faisant intervenir l'interaction d'échange. L'élargissement de la résonance dû au couplage avec des ondes de spin est alors proportionnel à [117]

$$\Delta\omega \propto \frac{\text{Var}(\omega)\omega_M^{1/2}}{\omega_e^{3/2}} \quad (5.47)$$

où, pour rappel,  $\omega_e = \mu_0|\gamma|H_e$  avec  $H_e$  le champ d'échange, qui est de l'ordre de  $10^6$  G [126]. Étant donné la valeur assez grande de ce champ d'échange et étant donné que les variances explicitées aux Figures 5.20(b) et 5.21(b) tendent vers 0 pour de grandes longueurs de fils, nous ne nous attendons pas à ce que les non-uniformités intra-fils aient un impact important sur l'élargissement de la largeur de résonance.

Cependant, il faut également considérer le point de vue du réseau pris dans son entièreté, où la discrétisation de ce dernier, même dans un cas idéal, mène à des non-uniformités, en particulier celle traitant du fait que les nanofils au bord du réseau ne perçoivent pas le même champ d'interaction dipolaire que les nanofils au centre du réseau. Pour un réseau dense avec  $L \gg 2a$ ,  $L \gg D$  et  $L \ll W$ , nous avons, selon les résultats de la Section 5.1.3, que les facteurs de désaimantation sont plutôt  $N_{\text{eff}}^{\text{OP}} \approx 1$  et  $N_{\text{eff}}^{\text{IP}} \approx 0$ . Du point de vue du *spin wave manifold* du matériau effectif, représenté à la Figure 5.22(b), la résonance  $\Omega_0$  du réseau se situe plutôt quelque part tout juste au-dessus de  $\omega_1$  et le mode uniforme de résonance du réseau de nanofils se retrouve dégénéré avec un certain nombre de modes magnétostatiques

et d'ondes de spin, ce qui peut mener à un élargissement de la largeur de résonance.

En ce qui concerne les non-uniformités extrinsèques, nous pouvons une fois de plus distinguer deux sous-catégories de cette catégorie, à savoir les non-uniformités intra-fils et les non-uniformités inter-fils.

Nous parlons ici de non-uniformités extrinsèques puisque celles-ci peuvent théoriquement être éliminées par un contrôle parfait du processus de fabrication. Concernant les non-uniformités intra-fils, celles-ci comprennent par exemple la rugosité de surface des nanofils. À cet effet, les résultats expérimentaux de la largeur de résonance présentés à la Section 5.2.4 semblent montrer qu'un meilleur contrôle de température lors du processus d'anodisation des membranes d'alumine permet de diminuer les pertes inhomogènes, ce qui peut s'expliquer par le fait que ce meilleur contrôle de la température permet de diminuer la rugosité de surface des nanofils.

Enfin, les non-uniformités inter-fils concernent par exemple un bris de symétrie dans l'arrangement hexagonal des nanofils, une distribution au niveau des paramètres du réseau, par exemple le diamètre des fils, la distance inter-fils et la longueur des fils, une déviation de l'axe de certains nanofils par rapport à l'axe  $\hat{z}$ , une certaine proportion de pores complètement vides et bien d'autres encore. Bien que ces divers types de défauts sont effectivement observés dans nos échantillons, ils sont difficiles à caractériser. Il serait alors intéressant de développer un modèle supposant une certaine distribution au niveau des paramètres que nous avons mentionnés et de calculer l'élargissement de la résonance occasionné par cette distribution en supposant des fils indépendants (sans interaction dipolaire) puis de calculer le rétrécissement dû à l'interaction dipolaire en divisant l'élargissement par l'aimantation effective  $f\omega_M$  du réseau, par analogie avec l'analyse que nous avons effectuée du système de deux sphères couplées.

Pour conclure, mentionnons qu'il pourrait exister des mécanismes d'élargissement qui ne reposent pas sur l'aspect des non-uniformités, par exemple l'élargissement provenant du rayonnement électromagnétique émis par chaque nanofil. Cet aspect est discuté à l'Annexe B, où nous partons des équations de Maxwell pour calculer le rayonnement électromagnétique émis par un dipôle magnétique parfait en précession. Bien que certaines études se soient penchées sur les pertes par radiation [150–153], nous ne sommes pas informés d'études ayant considéré le rôle de la radiation dans un système de nano-oscillateurs couplés, ce qui est le cas de nos réseaux de nanofils. Nous montrons à l'Annexe B, à l'aide d'un exemple simple, que ce couplage donne lieu à une variation de la largeur de résonance, ce qui pourrait être une composante importante des résultats expérimentaux obtenus.

## 5.4 Sommaire

Les réseaux de nanofils ferromagnétiques sont des matériaux effectifs dont le processus de fabrication repose sur l'anodisation d'une couche d'aluminium afin d'en faire une membrane d'alumine nanoporeuse et sur l'électrodéposition d'ions métalliques magnétiques dans les pores de la membrane afin d'en faire des nanofils ferromagnétiques. Ce procédé de fabrication permet de varier les paramètres géométriques que sont le diamètre des fils, la distance inter-fils, la longueur des fils et la hauteur de la membrane. Cela offre ainsi la possibilité de contrôler l'anisotropie magnétique du réseau et permet de modifier la perméabilité effective et la permittivité effective, et donc les relations de dispersion.

Antérieurement aux travaux présentés dans cette thèse, les observations de la résonance ferromagnétique dans la bande Ka, c'est-à-dire entre 26.5 GHz et 40 GHz, montraient des spectres de résonance déformés et un comportement inhabituel et irrégulier de la largeur de résonance, contrastant avec la dépendance linéaire en fréquence anticipée théoriquement. Les mesures initiales que nous avons effectuées, qui étaient plus systématiques afin de représenter en détail l'évolution de la résonance ferromagnétique en fonction de la fréquence et du champ magnétique, ont mis en évidence que les spectres de résonance déformés et les variations de la largeur de résonance proviennent de phénomènes de couplage qui n'étaient pas attendus dans les réseaux de nanofils ferromagnétiques.

Cela nous a menés à étudier divers aspects expérimentaux pouvant influencer ces phénomènes de couplage, en particulier l'effet de la taille des échantillons et l'effet de la présence de plans métalliques. Ces études nous ont d'une part permis de déterminer que la taille de l'échantillon joue un rôle non négligeable dans l'apparition des phénomènes de couplage. Cela semble indiquer qu'une résonance diélectrique a lieu dans nos échantillons. Nous avons testé cette hypothèse avec une membrane d'alumine vide placée au bout d'un guide d'onde dans la bande Ka pour répliquer la façon dont les mesures expérimentales sont effectuées dans la bande V. L'analyse du coefficient de réflexion  $S_{11}$  de cette membrane a révélé plusieurs pics d'absorption, ce qui est cohérent avec l'hypothèse d'une résonance diélectrique.

Ces observations nous ont donc menés à placer un échantillon à l'intérieur d'un guide d'onde de la bande Ka entre deux plans métalliques, ce qui a excité un pic d'absorption visible sur le coefficient de réflexion  $S_{11}$ . Les spectres de résonance ferromagnétiques ont alors montré un phénomène de couplage exactement à la fréquence du pic d'absorption, ce qui suggère fortement que les phénomènes de couplage observés proviennent du couplage entre un mode de résonance diélectrique dans l'échantillon et le mode uniforme de résonance ferromagnétique.

La configuration de l'échantillon utilisée expérimentalement a été simulée par éléments finis

et les simulations montrent qu'il est effectivement possible d'exciter un mode de résonance diélectrique. Le mode excité dans les simulations peut être identifié et il s'agit du mode  $\text{HEM}_{121}$ . Les simulations permettent également de vérifier qu'en incorporant la perméabilité effective des réseaux de nanofils, un fort couplage photon-magnon entre le mode de résonance diélectrique et le mode uniforme est obtenu. Nous obtenons dans les simulations du système expérimental une constante de couplage  $g/2\pi = 5.655$  GHz à  $\omega_c/2\pi = 32.731$  GHz, ce qui nous place dans le régime d'ultra fort couplage.

À la lumière des résultats obtenus dans les simulations, nous avons analysé les résultats expérimentaux obtenus dans la bande Ka à partir de la théorie du fort couplage photon-magnon développée au Chapitre 2. Notre formalisme théorique, appliqué à la spécificité des expériences concernant les réseaux de nanofils ferromagnétiques, nous a permis de constater que nous avons atteint dans notre système expérimental une constante de couplage d'environ  $g/2\pi = 849$  MHz, ce qui est plus grand que le taux de pertes  $\kappa_c/2\pi = 371$  MHz du mode photonique mais plus petit que le taux de pertes  $\kappa_m/2\pi = 1.982$  GHz du mode uniforme. Cependant, étant donné la valeur de la coopérativité  $C = 0.98$ , nous sommes presque dans un régime cohérent, ce qui est très encourageant pour de futurs travaux. Avec un meilleur contrôle de la forme des échantillons utilisés et une fréquence d'excitation plus élevée, par exemple dans les bandes V ou W, il devrait théoriquement être possible d'observer le régime de fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils que nous avons déjà à notre disposition.

Nous avons terminé ce chapitre en discutant les résultats expérimentaux obtenus dans la bande W, c'est-à-dire entre 75 GHz et 110 GHz, ayant permis de retrouver le comportement linéaire en fréquence attendu concernant la largeur de résonance. L'établissement des mécanismes d'élargissement de la largeur de résonance présents dans les réseaux de nanofils ferromagnétiques représente un travail de recherche d'envergure. Nous avons donc tenté de fournir une base sur laquelle construire de futures investigations, de même que d'enligner celles-ci.

## CHAPITRE 6 CONCLUSION

Nous concluons cette thèse en effectuant une synthèse des travaux à la Section 6.1 et en mettant en évidence les contributions originales apportées par cet ouvrage. Au cours des précédents chapitres, nous avons soulevé des pistes intéressantes à suivre pour des travaux futurs. Nous les rassemblons à la Section 6.2 en plus de discuter d'autres perspectives qui pourraient s'avérer pertinentes à la fois pour la communauté scientifique de manière générale et particulièrement pour le Laboratoire de magnétisme, au sein duquel les travaux présentés dans cette thèse ont été effectués.

### 6.1 Synthèse des travaux et contributions originales

Le domaine de l'électromagnonique de cavité, s'intéressant au phénomène de fort couplage photon-magnon, a pris beaucoup d'ampleur au cours des dernières années entre autres parce qu'il sert de support polyvalent pour l'étude de plusieurs systèmes quantiques hybrides. Comme nous l'avons vu au Chapitre 1, le système initial constitué d'un photon micro-ondes et d'un magnon peut être couplé à un phonon, à un qubit supraconducteur ou à un photon optique, donnant ainsi naissance aux nouveaux domaines connus sous les noms de magnomécanique de cavité, de magnonique quantique et d'optomagnonique de cavité, respectivement. Ces nouveaux axes de recherche ont des applications intéressantes pour le traitement de l'information quantique, par exemple dans la conversion cohérente bidirectionnelle d'un photon micro-ondes à un photon optique pour former des réseaux quantiques. Ce phénomène de fort couplage photon-magnon est également intéressant dans le régime classique, que ce soit pour le développement de nouveaux dispositifs non réciproques ou pour la simulation du comportement d'un système décrit par un Hamiltonien non-Hermitien possédant des points exceptionnels.

C'est avec cette polyvalence en tête que nous nous sommes intéressés à ce phénomène dans les réseaux de nanofils ferromagnétiques, qui sont des matériaux offrant des possibilités technologiques très intéressantes et vastes comparativement au YIG couramment utilisé dans les expériences de fort couplage photon-magnon. Par exemple, les relations de dispersion électriques et magnétiques des réseaux de nanofils peuvent être ajustées avec une certaine flexibilité à l'aide de leurs paramètres géométriques et matériaux constitutants, offrant des perspectives intéressantes dans plusieurs domaines, dont la spintronique et la magnonique. De plus, les réseaux peuvent être constitués de nanofils multicouches, permettant de contrôler leur anisotropie effective et donnant lieu à des phénomènes de magnéto-transport. Mention-

nous enfin que les nanofils composant les réseaux possèdent une densité de spins très élevée et que le processus de fabrication des réseaux les rend compatibles avec les technologies électroniques à base de silicium, ce qui en fait des candidats très intéressants pour les technologies basées sur le fort couplage photon-magnon.

Afin d'étudier l'occurrence de polaritons magnétiques dans les réseaux de nanofils, nous sommes partis de la base et avons explicité, au Chapitre 2, les notions théoriques principales expliquant le comportement d'un système formé de deux oscillateurs couplés. Le couplage entre les deux oscillateurs mène à une levée de dégénérescence des modes propres lorsque les deux oscillateurs possèdent la même fréquence de résonance. Cette levée de dégénérescence est communément appelée répulsion de niveau, du fait qu'expérimentalement, nous voyons que les deux branches de résonance semblent se repousser à mesure qu'elles s'approchent l'une de l'autre. L'écart ainsi créé est directement proportionnel à la quantité nommée constante de couplage, caractérisant la force de couplage entre les deux oscillateurs. Nous disons qu'un système est en régime de fort couplage lorsque la constante de couplage de ce système hybride est plus grande que les taux de pertes associés à chaque sous-système individuel.

Nous avons également vu au Chapitre 2 que le fort couplage photon-magnon est équivalent à la notion de polariton magnétique. Cette notion est connue depuis plusieurs années, bien avant que le fort couplage photon-magnon prenne les devants de la scène. Nous avons d'ailleurs établi la théorie du fort couplage photon-magnon à partir de considérations théoriques déjà étudiées dans les années 60. Nous avons ensuite détaillé le formalisme quantique du fort couplage photon-magnon souvent utilisé dans la littérature moderne et avons montré que l'approche classique est équivalente à ce formalisme quantique. Il est important pour nous d'offrir cette perspective historique, car celle-ci est presque entièrement absente de la littérature récente qui, parfois, redécouvre la physique associée aux polaritons magnétiques.

Au Chapitre 3, nous avons décrit les montages expérimentaux ayant été utilisés tout au long de la thèse pour investiguer le phénomène de fort couplage photon-magnon et pour en valider le formalisme théorique. Ces montages expérimentaux ont été conçus en particulier pour exciter la résonance ferromagnétique des échantillons utilisés. Nous avons abordé le concept de résonance ferromagnétique en effectuant la résolution de l'équation de Landau-Lifshitz qui décrit le mouvement de l'aimantation en présence d'un champ magnétique. La résolution de cette équation nous a permis de déterminer la susceptibilité magnétique du système, que nous avons montré être directement liée au coefficient de réflexion tiré des mesures expérimentales. Nous avons finalement montré qu'en plaçant une sphère de YIG dans une cavité micro-ondes ajustable, nous avons été en mesure d'atteindre le régime de fort couplage photon-magnon expérimentalement. Par ailleurs, ces travaux préparatoires à la thèse seront aussi utiles pour

mieux interpréter et analyser les caractérisations de matériaux par spectroscopie de résonance ferromagnétique, effectuées sur une base régulière au Laboratoire de magnétisme.

Avant d'aborder le fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils, nous nous sommes intéressés, au Chapitre 4, à un système fortement couplé constitué de deux sphères de YIG placées dans une cavité micro-ondes. Ce système constitue une situation simplifiée de l'interaction dipolaire ayant lieu entre chaque nanofil formant un réseau. En variant la distance centre à centre entre les deux sphères de YIG, nous avons été en mesure de contrôler le degré d'interaction dipolaire dans le système fortement couplé. Nous avons alors mis en évidence le fait qu'une interaction dipolaire en augmentation entre les sphères entraîne une diminution de la constante de couplage total du système. Cette observation expérimentale est, à notre connaissance, la première à mettre en lumière le rôle de l'interaction dipolaire dans les systèmes photon-magnon fortement couplés et constitue une contribution originale de nos travaux.

Nous avons ensuite entrepris la tâche d'étendre le formalisme du fort couplage photon-magnon à notre système de deux sphères en interaction afin de fournir une explication des phénomènes physiques en jeu dans cette diminution de la constante de couplage. En considérant d'abord l'approximation d'une sphère de YIG constituée de spins indépendants, nous avons montré qu'un champ magnétique statique non-uniforme diminue l'efficacité de couplage entre le mode photonique et le mode magnonique à travers l'élargissement inhomogène de ce dernier, ce qui entraîne par la suite une diminution de la constante de couplage.

Dans une sphère de YIG réelle, il existe cependant une interaction dipolaire entre chacun des spins, ce qui mène à un rétrécissement dipolaire de l'élargissement inhomogène dû à la non-uniformité du champ magnétique. Cet effet a été calculé rigoureusement pour une sphère de YIG à partir de l'équation de Landau-Lifshitz en incluant le couplage du mode uniforme de résonance avec les modes magnétostatiques. L'explication du mécanisme entraînant la diminution de la constante de couplage et l'établissement d'un modèle théorique reproduisant adéquatement les résultats expérimentaux sont une autre contribution originale de notre travail.

Au-delà de l'intérêt que ce phénomène représente pour les réseaux de nanofils, l'étude de l'interaction dipolaire entre deux sphères de YIG est également pertinente pour les autres systèmes utilisés dans la littérature faisant intervenir plusieurs sphères de YIG. Par exemple, l'haloscope ferromagnétique utilisé pour détecter la particule hypothétique nommé axion est constitué de 10 sphères de YIG dans une seule cavité [67]. Ces sphères sont cependant placées suffisamment loin l'une de l'autre pour éviter les interactions intersphères. Notre étude est alors intéressante pour ce système car une bonne compréhension des interactions

intersphères pourrait permettre d'augmenter la densité des sphères dans la cavité en trouvant une configuration optimisant le couplage total malgré les effets indésirables de l'interaction dipolaire.

Finalement, au Chapitre 5, nous avons débuté notre étude des réseaux de nanofils ferromagnétiques. Nous avons entre autres explicité les deux éléments principaux qui nous ont incités à nous intéresser au phénomène de fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils. D'une part, les résultats expérimentaux concernant la largeur de résonance des réseaux de nanofils montraient un comportement constant avec la fréquence jusqu'à 40 GHz, alors que normalement nous nous attendons plutôt à une augmentation linéaire de cette largeur avec la fréquence. Les premières expériences à plus haute fréquence, entre 50 GHz et 75 GHz, ont d'autre part mis en évidence des phénomènes de couplage inattendus et inexplicables dans les réseaux de nanofils. Cela nous a incités à nous pencher sur la possibilité d'obtenir un fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils.

L'une de nos premières étapes a été d'entreprendre l'étude de la largeur de résonance à des fréquences encore plus élevées, soit jusqu'à 110 GHz. Pour obtenir une résonance ferromagnétique à des fréquences aussi élevées, nous avons dû utiliser un électroaimant supraconducteur pouvant produire des champs magnétiques allant jusqu'à 4 T. Cela nous a permis de retrouver le comportement linéaire de la largeur de résonance en fonction de la fréquence et d'extraire le paramètre d'amortissement phénoménologique de Gilbert de nos réseaux. Ce paramètre d'amortissement nous a permis de calculer les pertes inhomogènes des réseaux de nanofils et de confirmer que celles-ci sont très élevées. Ces investigations à haute fréquence et l'extraction du paramètre d'amortissement de nos réseaux constituent une autre contribution originale et sont utiles à la fois pour enligner les futurs travaux concernant les mécanismes de pertes dans les réseaux et pour prédire les conditions d'apparition du fort couplage photon-magnon dans ceux-ci.

L'un des objectifs principaux à la base de cette thèse était de vérifier l'hypothèse selon laquelle les phénomènes de couplage observés dans les réseaux de nanofils proviennent de la présence d'un mode photonique dans le système. Nous avons effectué plusieurs investigations au laboratoire par rapport à cet aspect et celles qui se sont révélées les plus concluantes concernent l'effet de la taille de l'échantillon et la présence de parois métallique de part et d'autre de la membrane diélectrique accueillant le réseau de nanofils. Ces deux investigations, mises ensemble, suggèrent fortement que les phénomènes de couplage proviennent bel et bien d'un couplage avec un mode photonique et que ce mode provient lui-même d'une résonance diélectrique ayant lieu dans le volume de l'échantillon.

Pour valider encore plus fermement cette explication, nous avons effectué des simulations

par éléments finis de notre montage expérimental en représentant le réseau de nanofils par la perméabilité effective et la permittivité effective que nous avons préalablement calculées. Ces simulations nous ont permis de constater qu'il est en effet possible d'exciter un mode de résonance diélectrique dans le volume de l'échantillon et que ce mode est en mesure de coupler fortement avec le mode uniforme de résonance ferromagnétique. Sur la base de ces considérations, nous avons analysé nos résultats expérimentaux à partir de la théorie du fort couplage photon-magnon et avons montré que bien que nous étions juste au seuil du régime de fort couplage, nos calculs montrent que nous pouvons faire beaucoup mieux, ce qui constitue la dernière contribution originale de cette thèse. Les résultats préliminaires obtenus sont très encourageants et indiquent que le simple fait d'utiliser des échantillons dont la forme est contrôlée pourrait s'avérer suffisant pour atteindre le fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils que nous avons déjà à notre disposition, malgré leurs pertes élevées.

## 6.2 Perspectives et travaux futurs

Les travaux présentés dans cette thèse tirent leur origine de l'observation de phénomènes de couplage inexplicables dans les spectres de résonance ferromagnétique des réseaux de nanofils. Cette thèse a donc eu comme vocation l'exploration de la possibilité d'obtenir un fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils ferromagnétiques. Cette possibilité ayant été démontrée, nos travaux ouvrent maintenant la porte à une multitude d'expériences pouvant être effectuées afin de tirer profit de l'existence de ces polaritons magnétiques dans les réseaux de nanofils.

Tout d'abord, il convient de mentionner que le système simplifié de deux sphères de YIG placées dans une cavité, utilisé pour explorer l'effet de l'interaction dipolaire sur le régime de fort couplage, demeure pertinent pour de futurs travaux. Par exemple, ce modèle sert de base pour comprendre le comportement de la constante de couplage dans un système où la densité d'échantillons ferromagnétiques doit être grande. Nous savons que normalement, la théorie prédit une augmentation du couplage total proportionnelle à  $\sqrt{N}$ , où  $N$  est le nombre de spins dans la cavité. En augmentant le nombre d'échantillons ferromagnétiques, la constante de couplage augmente nécessairement, jusqu'à ce que la densité atteigne un seuil critique à partir duquel les effets de l'interaction dipolaire, venant diminuer la constante de couplage totale, deviennent assez importants pour que l'ajout supplémentaire d'échantillons ne permette plus d'augmenter le couplage total. Selon la formulation de l'efficacité de couplage que nous avons établie, le couplage total vient influencer la valeur de cette efficacité de couplage, ce qui rend le calcul de cette densité critique non trivial.

Puisque l'efficacité de couplage semble également dépendre de la configuration des échan-

tillons ferromagnétiques entre eux, cela mène à une double nécessité pour de futurs travaux. D'une part, il faut en premier lieu vérifier notre formulation de l'efficacité de couplage par rapport au paramètre du couplage total afin de s'assurer de sa validité. Cela peut être accompli en positionnant deux sphères dans plusieurs cavités différentes en prenant soin de toujours garder les sphères à la même distance l'une de l'autre et de toujours les placer de la même façon par rapport à la direction du champ magnétique externe. La distance devrait également être choisie pour que le système soit en régime de fort couplage, c'est-à-dire des sphères pas trop proches, mais aussi pour que l'effet de l'interaction dipolaire soit notable, c'est-à-dire des sphères pas trop éloignées. De cette façon, le seul paramètre variable dans ces expériences serait la constante de couplage totale, ce qui permettrait de comparer son impact sur l'efficacité de couplage par rapport à notre prédiction théorique. Celle-ci prédit que plus la constante de couplage totale d'un système est grande, moins l'effet de l'interaction dipolaire devrait être important et donc plus l'efficacité de couplage devrait être grande.

D'autre part, notre formulation de l'efficacité de couplage doit être confrontée à des systèmes ayant une configuration entre les sphères différente de celle que nous avons utilisée pour développer notre formalisme. Nous avons déjà présenté au Chapitre 4 des mesures angulaires préliminaires montrant une tendance de la constante de couplage en accord avec la prédiction théorique lorsque l'angle entre l'axe des deux sphères et la direction du champ magnétique externe est varié. Cependant, pour vérifier notre formalisme théorique, nous avons besoin de mesures plus fiables en angle, ce qui peut être accompli par l'utilisation d'une cavité cylindrique et d'un montage permettant l'automatisation des mesures.

Au Chapitre 4, nous avons montré des résultats de simulation par éléments finis qui indiquent que la diminution du couplage dans un système de deux sphères n'est pas présente lorsque les simulations se basent uniquement sur la résolution de l'équation d'onde. Une autre avenue de recherche pertinente est donc d'inclure dans ces simulations la résolution de l'équation de Maxwell impliquant la divergence du flux magnétique. Nous avons testé des simulations multiphysiques de la sorte dans le logiciel commercial COMSOL Multiphysics®, ce qui nous a permis de constater qu'il était possible d'inclure la non-uniformité du champ magnétique statique dans les simulations du système d'une sphère de YIG placée dans une cavité micro-ondes. La maîtrise de ces simulations serait indéniablement un atout pour prédire le comportement du fort couplage photon-magnon dans toute sorte de systèmes. En particulier, au Chapitre 5, il serait pertinent d'investiguer plus en profondeur les résultats de simulations afin de mieux comprendre l'origine du doublet observé dans les spectres de fort couplage, probablement lié à une levée de dégénérescence du mode diélectrique.

Concernant les réseaux de nanofils ferromagnétiques, il reste évidemment beaucoup de travail

à effectuer pour mettre en évidence les mécanismes de pertes dans ceux-ci. Nos premières investigations ont permis de montrer que les pertes intrinsèques des réseaux semblent en accord avec celles retrouvées dans la littérature à propos d'un matériau massif, ce qui indique que les réseaux souffrent de pertes inhomogènes importantes. En utilisant la théorie développée à partir des résultats de deux sphères de YIG couplées, nous avons mis en évidence qu'une non-uniformité du champ magnétique statique au niveau de chaque nanofil ne peut pas causer un élargissement de la largeur de résonance. Cet élargissement provient donc d'ailleurs et une provenance potentielle est celle de la rugosité de surface, selon les résultats expérimentaux que nous avons obtenus. En effet, en comparant les largeurs de résonance entre deux échantillons formés du même matériau et ayant la même géométrie mais suivant deux procédés d'anodisation différents pour la fabrication de la membrane d'alumine, nous observons une diminution marquée de la largeur de résonance pour l'échantillon ayant bénéficié d'un meilleur contrôle en température lors de sa fabrication. Ce meilleur contrôle de la température permet en principe de diminuer la rugosité de surface des pores se formant dans la membrane.

Malgré cet aspect, les pertes inhomogènes dans les réseaux de nanofils demeurent élevées et une autre piste qui pourrait être explorée est celle d'une non-uniformité non pas au niveau des nanofils individuels, mais plutôt la non-uniformité du réseau, considérant les variations d'un fil à l'autre. Il ne serait pas facile de caractériser cette non-uniformité, mais cela pourrait tout de même être accompli partiellement en analysant différentes caractéristiques des réseaux. Par exemple, en utilisant la technique de microscopie à force magnétique, il serait intéressant d'estimer la proportion de pores vides dans la membrane, c'est-à-dire les pores n'ayant pas été emplis de matériaux magnétiques lors du processus d'électrodéposition. De plus, en sacrifiant une partie de nos échantillons, il serait intéressant d'obtenir une statistique sur le diamètre et la longueur des fils afin d'être en mesure d'obtenir une vue globale de la non-uniformité du réseau. Des images par microscopie électronique à balayage de la surface de nos échantillons, comme celle présentée au Chapitre 5, pourraient ensuite être utilisées pour obtenir l'écart-type sur la valeur de la distance interpores. Un premier modèle simple similaire à celui développé au Chapitre 4 pour le rétrécissement dipolaire de l'élargissement dû à une distribution des caractéristiques du réseau pourrait être établi et comparé aux mesures expérimentales afin d'obtenir une première quantification de l'impact de ces non-uniformités sur la largeur de résonance des réseaux.

Le dernier aspect intéressant à considérer concernant les mécanismes de pertes dans les réseaux de nanofils est celui du rayonnement électromagnétique émis dans un système constitué de dipôles magnétiques en interaction, brièvement discuté au Chapitre 5 et abordé à l'Annexe B. Pour des éléments ferromagnétiques respectant les approximations utilisées dans

notre développement portant sur des dipôles parfaits, le rayonnement électromagnétique émis par chacun d'eux a un impact sur les pertes totales du système et celles-ci dépendent entre autres de la fréquence d'opération et de la distance entre les éléments. Cet effet peut être d'augmenter les pertes dans le système, par exemple lorsque les éléments sont très près les uns des autres, mais il est également possible de trouver des valeurs de distance et de fréquence pour lesquelles le rayonnement électromagnétique favorise l'oscillation des dipôles, menant ainsi à une diminution effective des pertes. Ceci est un aspect important par rapport aux réseaux de nanofils ferromagnétiques d'abord parce qu'il pourrait potentiellement permettre d'expliquer une partie des pertes inhomogènes observées dans nos réseaux et ensuite parce qu'il pourrait permettre de déterminer un jeu de paramètres, soit le rayon des fils, la longueur des fils et la distance interfils, permettant de diminuer les pertes apparentes pour une fréquence d'opération donnée. Il vaudrait donc la peine de pousser plus loin ces considérations théoriques, par exemple en s'intéressant au rayonnement électromagnétique lorsque les contraintes associées au dipôle parfait ne sont pas tout à fait satisfaites.

Certains des aspects discutés précédemment pourraient être investigués par l'utilisation de logiciels de simulations, par exemple le logiciel COMSOL Multiphysics® que nous avons déjà mentionné. Il existe également des logiciels en libre accès spécialement conçus pour effectuer des simulations micromagnétiques, par exemple OOMMF [154] et MuMax<sup>3</sup> [155]. Ces logiciels permettent par exemple d'implémenter toutes sortes de distributions spatiales concernant les champs magnétiques présents dans un système et de calculer l'évolution temporelle de l'aimantation d'une géométrie donnée en présence de ces champs. La réponse fréquentielle de ce système peut ensuite être calculée en effectuant la transformée de Fourier de la réponse temporelle. Nous avons également mentionné dans la thèse le potentiel des réseaux de nanofils d'être utilisés comme cristaux magnoniques pour des applications en spintronique. Les outils OOMMF et MuMax<sup>3</sup> pourraient aussi être utiles pour calculer les relations de dispersion dans nos réseaux et les structures de bandes qui découlent de celles-ci. Ces simulations pourraient servir de validation pour les calculs théoriques initiés dans notre groupe de recherche, qui se basent sur la décomposition de la dynamique de l'aimantation en ondes de Bloch et sur la résolution de l'équation aux valeurs propres qui en résulte [156].

Il serait intéressant pour de futurs travaux d'étudier la présence de *spoof plasmon polaritons* dans les réseaux de nanofils ferromagnétiques, qui se veulent être un équivalent artificiel, dans les fréquences micro-ondes et THz, des polaritons plasmoniques de surface présents dans les métaux aux fréquences optiques [157–162]. La nature de nos échantillons, c'est-à-dire la configuration en un réseau périodique et le caractère métallique des nanofils, fait d'eux des candidats idéaux pour la génération de ces polaritons plasmoniques artificiels, ouvrant la voie à un mécanisme de couplage supplémentaire avec les photons aux fréquences micro-ondes

et THz. Un logiciel de simulation en libre accès qui pourrait être utilisé pour effectuer ces études est MEEP [163], un logiciel offrant une plateforme solide pour étudier le comportement électromagnétique de matériaux composés d'éléments périodiques.

Finalement, nous terminons en mentionnant qu'il existe une multitude de pistes intéressantes à explorer à propos des réseaux de nanofils dans le contexte du fort couplage photon-magnon et que le facteur limitant ici est réellement notre imagination. Par exemple, il serait intéressant d'étudier le fort couplage photon-magnon dans les réseaux de nanofils dans le contexte de la double résonance ferromagnétique que nous avons décrite au Chapitre 5. Cette double résonance implique directement deux sous-réseaux de nanofils qui sont couplés entre eux, ce qui n'est pas sans rappeler notre situation de deux sphères couplées. Il serait pertinent d'explorer la façon dont le fort couplage de ces deux sous-réseaux à un mode photonique commun pourrait influencer le comportement du système global. Il serait par ailleurs intéressant de vérifier la possibilité de contrôler l'état des sous-réseaux à partir du mode photonique. De la même manière, il est possible d'envisager une situation dans laquelle l'état de notre réseau de nanofils, contrôlé par l'application d'un champ magnétique externe, permet de contrôler un couplage indirect entre deux modes de résonance diélectrique existant dans le volume de l'échantillon. Un autre exemple de piste intéressante à suivre consiste à développer un générateur de micro-ondes à partir du fort couplage dans les réseaux de nanofils. Cela pourrait être accompli à partir d'un réseau constitué de nanofils multicouches. Ces nanofils multicouches, par le processus de transfert de spin, constitueraient une pluralité de nano-oscillateurs qui, synchronisés *via* le fort couplage à un mode photonique commun, agiraient à titre de générateur de micro-ondes [164, 165]. Les opportunités sont là, il ne suffit maintenant que de les exploiter.

## RÉFÉRENCES

- [1] Ö. Soykal et M. Flatté, “Strong field interactions between a nanomagnet and a photonic cavity,” *Physical Review Letters*, vol. 104, n°. 7, p. 077202, 2010.
- [2] ———, “Size dependence of strong coupling between nanomagnets and photonic cavities,” *Physical Review B*, vol. 82, n°. 10, p. 104413, 2010.
- [3] H. Huebl *et al.*, “High cooperativity in coupled microwave resonator ferrimagnetic insulator hybrids,” *Physical Review Letters*, vol. 111, n°. 12, p. 127003, 2013.
- [4] Y. Tabuchi *et al.*, “Hybridizing ferromagnetic magnons and microwave photons in the quantum limit,” *Physical Review Letters*, vol. 113, n°. 8, p. 083603, 2014.
- [5] X. Zhang *et al.*, “Strongly coupled magnons and cavity microwave photons,” *Physical Review Letters*, vol. 113, n°. 15, p. 156401, 2014.
- [6] P. Forn-Díaz *et al.*, “Ultrastrong coupling regimes of light-matter interaction,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 91, n°. 2, p. 025005, 2019.
- [7] D. Zhang *et al.*, “Cavity quantum electrodynamics with ferromagnetic magnons in a small yttrium-iron-garnet sphere,” *npj Quantum Information*, vol. 1, n°. 1, p. 1–6, 2015.
- [8] M. Goryachev *et al.*, “High-cooperativity cavity QED with magnons at microwave frequencies,” *Physical Review Applied*, vol. 2, n°. 5, p. 054002, 2014.
- [9] N. Kostylev, M. Goryachev et M. E. Tobar, “Superstrong coupling of a microwave cavity to yttrium iron garnet magnons,” *Applied Physics Letters*, vol. 108, n°. 6, p. 062402, 2016.
- [10] J. Bourhill *et al.*, “Ultrahigh cooperativity interactions between magnons and resonant photons in a YIG sphere,” *Physical Review B*, vol. 93, n°. 14, p. 144420, 2016.
- [11] B. Bhoi *et al.*, “Study of photon–magnon coupling in a YIG-film split-ring resonant system,” *Journal of Applied Physics*, vol. 116, n°. 24, p. 243906, 2014.
- [12] D. Zhang, W. Song et G. Chai, “Spin-wave magnon-polaritons in a split-ring resonator/single-crystalline YIG system,” *Journal of Physics D : Applied Physics*, vol. 50, n°. 20, p. 205003, 2017.
- [13] J. Haigh *et al.*, “Dispersive readout of ferromagnetic resonance for strongly coupled magnons and microwave photons,” *Physical Review B*, vol. 91, n°. 10, p. 104410, 2015.
- [14] Y.-P. Wang *et al.*, “Magnon Kerr effect in a strongly coupled cavity-magnon system,” *Physical Review B*, vol. 94, n°. 22, p. 224410, 2016.

- [15] Y. Cao *et al.*, “Exchange magnon-polaritons in microwave cavities,” *Physical Review B*, vol. 91, n<sup>o</sup>. 9, p. 094423, 2015.
- [16] B. Z. Rameshti, Y. Cao et G. E. Bauer, “Magnetic spheres in microwave cavities,” *Physical Review B*, vol. 91, n<sup>o</sup>. 21, p. 214430, 2015.
- [17] B. Yao *et al.*, “Theory and experiment on cavity magnon-polariton in the one-dimensional configuration,” *Physical Review B*, vol. 92, n<sup>o</sup>. 18, p. 184407, 2015.
- [18] N. Lambert, J. Haigh et A. Ferguson, “Identification of spin wave modes in yttrium iron garnet strongly coupled to a co-axial cavity,” *Journal of Applied Physics*, vol. 117, n<sup>o</sup>. 5, p. 053910, 2015.
- [19] L. Bai *et al.*, “Spin pumping in electrodynamically coupled magnon-photon systems,” *Physical Review Letters*, vol. 114, n<sup>o</sup>. 22, p. 227201, 2015.
- [20] H. Maier-Flaig *et al.*, “Spin pumping in strongly coupled magnon-photon systems,” *Physical Review B*, vol. 94, n<sup>o</sup>. 5, p. 054433, 2016.
- [21] S. Kaur *et al.*, “Voltage control of cavity magnon polariton,” *Applied Physics Letters*, vol. 109, n<sup>o</sup>. 3, p. 032404, 2016.
- [22] L. Bai *et al.*, “Cavity mediated manipulation of distant spin currents using a cavity-magnon-polariton,” *Physical Review Letters*, vol. 118, n<sup>o</sup>. 21, p. 217201, 2017.
- [23] N. Lambert *et al.*, “Cavity-mediated coherent coupling of magnetic moments,” *Physical Review A*, vol. 93, n<sup>o</sup>. 2, p. 021803, 2016.
- [24] H. Yuan et X. Wang, “Magnon-photon coupling in antiferromagnets,” *Applied Physics Letters*, vol. 110, n<sup>o</sup>. 8, p. 082403, 2017.
- [25] H. Maier-Flaig *et al.*, “Tunable magnon-photon coupling in a compensating ferrimagnet—from weak to strong coupling,” *Applied Physics Letters*, vol. 110, n<sup>o</sup>. 13, p. 132401, 2017.
- [26] Ø. Johansen et A. Brataas, “Nonlocal coupling between antiferromagnets and ferromagnets in cavities,” *Physical Review Letters*, vol. 121, n<sup>o</sup>. 8, p. 087204, 2018.
- [27] L. Abdurakhimov *et al.*, “Magnon-photon coupling in the noncollinear magnetic insulator  $\text{Cu}_2\text{OSeO}_3$ ,” *Physical Review B*, vol. 99, n<sup>o</sup>. 14, p. 140401, 2019.
- [28] Y. Li *et al.*, “Strong coupling between magnons and microwave photons in on-chip ferromagnet-superconductor thin-film devices,” *Physical Review Letters*, vol. 123, n<sup>o</sup>. 10, p. 107701, 2019.
- [29] J. T. Hou et L. Liu, “Strong coupling between microwave photons and nanomagnet magnons,” *Physical Review Letters*, vol. 123, n<sup>o</sup>. 10, p. 107702, 2019.

- [30] I. S. Maksymov *et al.*, “Rigorous numerical study of strong microwave photon-magnon coupling in all-dielectric magnetic multilayers,” *Journal of Applied Physics*, vol. 117, n<sup>o</sup>. 19, p. 193909, 2015.
- [31] L. Bai *et al.*, “Control of the magnon–photon coupling,” *IEEE Transactions on Magnetics*, vol. 52, n<sup>o</sup>. 7, p. 1–7, 2016.
- [32] P. Hyde *et al.*, “Indirect coupling between two cavity modes via ferromagnetic resonance,” *Applied Physics Letters*, vol. 109, n<sup>o</sup>. 15, p. 152405, 2016.
- [33] M. Harder *et al.*, “Spin dynamical phase and antiresonance in a strongly coupled magnon-photon system,” *Physical Review B*, vol. 94, n<sup>o</sup>. 5, p. 054403, 2016.
- [34] ———, “Study of the cavity-magnon-polariton transmission line shape,” *Science China Physics, Mechanics & Astronomy*, vol. 59, n<sup>o</sup>. 11, p. 117511, 2016.
- [35] Y.-P. Wang *et al.*, “Nonreciprocity and unidirectional invisibility in cavity magnonics,” *Physical Review Letters*, vol. 123, n<sup>o</sup>. 12, p. 127202, 2019.
- [36] C. Match *et al.*, “Transient response of the cavity magnon-polariton,” *Physical Review B*, vol. 99, n<sup>o</sup>. 13, p. 134445, 2019.
- [37] D. Lachance-Quirion *et al.*, “Hybrid quantum systems based on magnonics,” *Applied Physics Express*, vol. 12, n<sup>o</sup>. 7, p. 070101, 2019.
- [38] C.-M. Hu, “Dawn of cavity spintronics,” *arXiv preprint arXiv :1508.01966*, 2015.
- [39] X. Zhang *et al.*, “Cavity magnomechanics,” *Science Advances*, vol. 2, n<sup>o</sup>. 3, p. e1501286, 2016.
- [40] Y.-P. Gao *et al.*, “Cavity-mediated coupling of phonons and magnons,” *Physical Review A*, vol. 96, n<sup>o</sup>. 2, p. 023826, 2017.
- [41] J. Li, S.-Y. Zhu et G. Agarwal, “Magnon-photon-phonon entanglement in cavity magnomechanics,” *Physical Review Letters*, vol. 121, n<sup>o</sup>. 20, p. 203601, 2018.
- [42] Y. Tabuchi *et al.*, “Coherent coupling between a ferromagnetic magnon and a superconducting qubit,” *Science*, vol. 349, n<sup>o</sup>. 6246, p. 405–408, 2015.
- [43] ———, “Quantum magnonics : The magnon meets the superconducting qubit,” *Comptes Rendus Physique*, vol. 17, n<sup>o</sup>. 7, p. 729–739, 2016.
- [44] S. P. Wolski *et al.*, “Dissipation-based quantum sensing of magnons with a superconducting qubit,” *Physical Review Letters*, vol. 125, n<sup>o</sup>. 11, p. 117701, 2020.
- [45] J. Haigh *et al.*, “Magneto-optical coupling in whispering-gallery-mode resonators,” *Physical Review A*, vol. 92, n<sup>o</sup>. 6, p. 063845, 2015.
- [46] S. V. Kusminskiy, H. X. Tang et F. Marquardt, “Coupled spin-light dynamics in cavity optomagnonics,” *Physical Review A*, vol. 94, n<sup>o</sup>. 3, p. 033821, 2016.

- [47] A. Osada *et al.*, “Cavity optomagnonics with spin-orbit coupled photons,” *Physical Review Letters*, vol. 116, n<sup>o</sup>. 22, p. 223601, 2016.
- [48] S. Klingler *et al.*, “Combined Brillouin light scattering and microwave absorption study of magnon-photon coupling in a split-ring resonator/YIG film system,” *Applied Physics Letters*, vol. 109, n<sup>o</sup>. 7, p. 072402, 2016.
- [49] T. Liu *et al.*, “Optomagnonics in magnetic solids,” *Physical Review B*, vol. 94, n<sup>o</sup>. 6, p. 060405, 2016.
- [50] C. Braggio *et al.*, “Optical manipulation of a magnon-photon hybrid system,” *Physical Review Letters*, vol. 118, n<sup>o</sup>. 10, p. 107205, 2017.
- [51] D. Lachance-Quirion *et al.*, “Resolving quanta of collective spin excitations in a millimeter-sized ferromagnet,” *Science Advances*, vol. 3, n<sup>o</sup>. 7, p. e1603150, 2017.
- [52] —, “Entanglement-based single-shot detection of a single magnon with a superconducting qubit,” *Science*, vol. 367, n<sup>o</sup>. 6476, p. 425–428, 2020.
- [53] D.-W. Luo, X.-F. Qian et T. Yu, “Macroscopic nonlocal entanglement generation of two hybrid massive magnon systems,” *arXiv preprint arXiv :2006.06132*, 2020.
- [54] G. Kurizki *et al.*, “Quantum technologies with hybrid systems,” *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 112, n<sup>o</sup>. 13, p. 3866–3873, 2015.
- [55] O. O. Q. P. Roadmap, “Every photon counts,” *OIDA Report*, vol. 3, 2020.
- [56] R. Barends *et al.*, “Superconducting quantum circuits at the surface code threshold for fault tolerance,” *Nature*, vol. 508, n<sup>o</sup>. 7497, p. 500–503, 2014.
- [57] A. Ménard *et al.*, “A game plan for quantum computing,” *The McKinsey Quarterly*, 2020.
- [58] N. J. Lambert *et al.*, “Coherent conversion between microwave and optical photons—an overview of physical implementations,” *Advanced Quantum Technologies*, vol. 3, n<sup>o</sup>. 1, p. 1900077, 2020.
- [59] R. Hisatomi *et al.*, “Bidirectional conversion between microwave and light via ferromagnetic magnons,” *Physical Review B*, vol. 93, n<sup>o</sup>. 17, p. 174427, 2016.
- [60] X. Zhang *et al.*, “Optomagnonic whispering gallery microresonators,” *Physical Review Letters*, vol. 117, n<sup>o</sup>. 12, p. 123605, 2016.
- [61] J. Graf *et al.*, “Cavity optomagnonics with magnetic textures : Coupling a magnetic vortex to light,” *Physical Review B*, vol. 98, n<sup>o</sup>. 24, p. 241406, 2018.
- [62] K. Schultheiss *et al.*, “Excitation of whispering gallery magnons in a magnetic vortex,” *Physical Review Letters*, vol. 122, n<sup>o</sup>. 9, p. 097202, 2019.

- [63] E. Almpanis, “Dielectric magnetic microparticles as photomagnonic cavities : Enhancing the modulation of near-infrared light by spin waves,” *Physical Review B*, vol. 97, n°. 18, p. 184406, 2018.
- [64] J. Rao *et al.*, “Analogue of dynamic Hall effect in cavity magnon polariton system and coherently controlled logic device,” *Nature Communications*, vol. 10, n°. 1, p. 1–7, 2019.
- [65] X. Zhang *et al.*, “Magnon dark modes and gradient memory,” *Nature Communications*, vol. 6, 2015.
- [66] G. Flower *et al.*, “Broadening frequency range of a ferromagnetic axion haloscope with strongly coupled cavity–magnon polaritons,” *Physics of the Dark Universe*, vol. 25, p. 100306, 2019.
- [67] N. Crescini *et al.*, “Axion search with a quantum-limited ferromagnetic haloscope,” *Physical Review Letters*, vol. 124, n°. 17, p. 171801, 2020.
- [68] M. Harder *et al.*, “Level attraction due to dissipative magnon-photon coupling,” *Physical Review Letters*, vol. 121, n°. 13, p. 137203, 2018.
- [69] B. Bhoi *et al.*, “Abnormal anticrossing effect in photon-magnon coupling,” *Physical Review B*, vol. 99, n°. 13, p. 134426, 2019.
- [70] W. Yu *et al.*, “Prediction of attractive level crossing via a dissipative mode,” *Physical Review Letters*, vol. 123, n°. 22, p. 227201, 2019.
- [71] M. Harder *et al.*, “Topological properties of a coupled spin-photon system induced by damping,” *Physical Review B*, vol. 95, n°. 21, p. 214411, 2017.
- [72] D. Zhang *et al.*, “Observation of the exceptional point in cavity magnon-polaritons,” *Nature Communications*, vol. 8, n°. 1, p. 1–6, 2017.
- [73] B. Wang *et al.*, “Magnon-induced transparency and amplification in  $\mathcal{PT}$ -symmetric cavity-magnon system,” *Optics Express*, vol. 26, n°. 16, p. 20 248–20 257, 2018.
- [74] G.-Q. Zhang et J. You, “Higher-order exceptional point in a cavity magnonics system,” *Physical Review B*, vol. 99, n°. 5, p. 054404, 2019.
- [75] Y. Cao et P. Yan, “Exceptional magnetic sensitivity of  $\mathcal{PT}$ -symmetric cavity magnon polaritons,” *Physical Review B*, vol. 99, p. 214415, Jun 2019. [En ligne]. Disponible : <https://link.aps.org/doi/10.1103/PhysRevB.99.214415>
- [76] A. Cerjan, “A whole surface of exceptional points,” *Physics*, vol. 12, p. 138, 2019.
- [77] X. Zhang *et al.*, “Experimental observation of an exceptional surface in synthetic dimensions with magnon polaritons,” *Physical Review Letters*, vol. 123, n°. 23, p. 237202, 2019.

- [78] H.-K. Lau et A. A. Clerk, “Fundamental limits and non-reciprocal approaches in non-hermitian quantum sensing,” *Nature Communications*, vol. 9, n<sup>o</sup>. 1, p. 1–13, 2018.
- [79] R. Beringer et J. Castle Jr, “Magnetic resonance absorption in nitric oxide,” *Physical Review*, vol. 78, n<sup>o</sup>. 5, p. 581, 1950.
- [80] F. W. Lancaster et W. Gordy, “Paramagnetic resonance absorption of microwaves,” *The Journal of Chemical Physics*, vol. 19, n<sup>o</sup>. 9, p. 1181–1191, 1951.
- [81] H. Kumagai *et al.*, “On line widths of paramagnetic resonance absorption,” *Journal of the Physical Society of Japan*, vol. 9, n<sup>o</sup>. 3, p. 369–375, 1954.
- [82] B. Bleaney et K. Stevens, “Paramagnetic resonance,” *Reports on Progress in Physics*, vol. 16, n<sup>o</sup>. 1, p. 108, 1953.
- [83] R. A. Frosch et H. Foley, “Magnetic hyperfine structure in diatomic molecules,” *Physical Review*, vol. 88, n<sup>o</sup>. 6, p. 1337, 1952.
- [84] D. Kivelson, “Theory of ESR linewidths of free radicals,” *The Journal of Chemical Physics*, vol. 33, n<sup>o</sup>. 4, p. 1094–1106, 1960.
- [85] J. H. Griffiths, “Anomalous high-frequency resistance of ferromagnetic metals,” *Nature*, vol. 158, n<sup>o</sup>. 4019, p. 670–671, 1946.
- [86] C. Kittel, “On the theory of ferromagnetic resonance absorption,” *Physical Review*, vol. 73, n<sup>o</sup>. 2, p. 155, 1948.
- [87] N. Bloembergen, “On the ferromagnetic resonance in nickel and supermalloy,” *Physical Review*, vol. 78, n<sup>o</sup>. 5, p. 572, 1950.
- [88] J. Artman, “Ferromagnetic resonance in metal single crystals,” *Physical Review*, vol. 105, n<sup>o</sup>. 1, p. 74, 1957.
- [89] W. Yager *et al.*, “Ferromagnetic resonance in nickel ferrite,” *Physical Review*, vol. 80, n<sup>o</sup>. 4, p. 744, 1950.
- [90] D. Polder, “VIII. On the theory of ferromagnetic resonance,” *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, vol. 40, n<sup>o</sup>. 300, p. 99–115, 1949.
- [91] J. H. Van Vleck, “Concerning the theory of ferromagnetic resonance absorption,” *Physical Review*, vol. 78, n<sup>o</sup>. 3, p. 266, 1950.
- [92] R. W. Damon, “Relaxation effects in the ferromagnetic resonance,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 25, n<sup>o</sup>. 1, p. 239, 1953.
- [93] J. C. Slater, “Microwave electronics,” *Reviews of Modern Physics*, vol. 18, n<sup>o</sup>. 4, p. 441, 1946.

- [94] C. P. Poole, *Electron spin resonance : a comprehensive treatise on experimental techniques*. Interscience, 1967.
- [95] A. G. Gurevich et G. A. Melkov, *Magnetization oscillations and waves*. CRC press, 1996.
- [96] B. Auld, “Walker modes in large ferrite samples,” *Journal of Applied Physics*, vol. 31, n° 9, p. 1642–1647, 1960.
- [97] ———, “Coupling of electromagnetic and magnetostatic modes in ferrite-loaded cavity resonators,” *Journal of Applied Physics*, vol. 34, n° 6, p. 1629–1633, 1963.
- [98] R. W. Roberts, B. A. Auld et R. R. Schell, “Magnetodynamic mode ferrite amplifier,” dans *Proceedings of the Seventh Conference on Magnetism and Magnetic Materials*. Springer, 1962, p. 1267–1268.
- [99] M. Weiner, “Electromagnetic effects in magnetic insulators,” *Journal of Applied Physics*, vol. 43, n° 3, p. 1246–1255, 1972.
- [100] J. Clarke et M. Dunsmore, “High-power tunable YIG filters,” dans *IEEE Proceedings H (Microwaves, Antennas and Propagation)*, vol. 132, n° 4. IET, 1985, p. 251–254.
- [101] F. Oliveira *et al.*, “Polaritons in ferrimagnets,” *Journal of Physics C : Solid State Physics*, vol. 12, n° 19, p. 4021, 1979.
- [102] W. Kullmann, K. Strobel et R. Geick, “Magnetic polaritons in  $K_2CuF_4$  observed by ferromagnetic resonance in the mm-wave range,” *Journal of Physics C : Solid State Physics*, vol. 17, n° 36, p. 6855, 1984.
- [103] E. Sarmiento et D. Tilley, “Theory of inelastic light scattering by ferromagnetic polaritons,” *Journal of Physics C : Solid State Physics*, vol. 9, n° 15, p. 2943, 1976.
- [104] A. Karsono et D. Tilley, “Retarded electromagnetic modes in a ferromagnetic slab,” *Journal of Physics C : Solid State Physics*, vol. 11, n° 16, p. 3487, 1978.
- [105] C. Manohar et G. Venkataraman, “Magnon-photon coupling in antiferromagnets,” *Physical Review B*, vol. 5, n° 5, p. 1993, 1972.
- [106] N. Raj et D. Tilley, “Polariton and effective-medium theory of magnetic superlattices,” *Physical Review B*, vol. 36, n° 13, p. 7003, 1987.
- [107] M. I. Kaganov, N. Pustyl’nik et T. Shalaeva, “Magnons, magnetic polaritons, magnetostatic waves,” *Physics-Uspekhi*, vol. 40, n° 2, p. 181, 1997.
- [108] M. Frimmer et L. Novotny, “The classical Bloch equations,” *American Journal of Physics*, vol. 82, n° 10, p. 947–954, 2014.
- [109] C. C. Tannoudji, B. Diu et F. Laloë, *Mécanique quantique*. Hermann, 1973.

- [110] P. Hyde *et al.*, “Linking magnon-cavity strong coupling to magnon-polaritons through effective permeability,” *Physical Review B*, vol. 95, n<sup>o</sup>. 9, p. 094416, 2017.
- [111] L. R. Walker, “Magnetostatic modes in ferromagnetic resonance,” *Physical Review*, vol. 105, n<sup>o</sup>. 2, p. 390, 1957.
- [112] P. Fletcher et R. Bell, “Ferrimagnetic resonance modes in spheres,” *Journal of Applied Physics*, vol. 30, n<sup>o</sup>. 5, p. 687–698, 1959.
- [113] M. Harder et C.-M. Hu, “Cavity spintronics : an early review of recent progress in the study of magnon–photon level repulsion,” dans *Solid State Physics*. Elsevier, 2018, vol. 69, p. 47–121.
- [114] M. H. Devoret *et al.*, “Quantum fluctuations in electrical circuits,” *Les Houches, Session LXIII*, vol. 7, n<sup>o</sup>. 8, 1995.
- [115] D. D. Stancil et A. Prabhakar, *Spin waves*. Springer, 2009, vol. 5.
- [116] C. Kittel et P. McEuen, *Introduction to solid state physics*. Wiley New York, 1996, vol. 8.
- [117] S. Geschwind et A. Clogston, “Narrowing effect of dipole forces on inhomogeneously broadened lines,” *Physical Review*, vol. 108, n<sup>o</sup>. 1, p. 49, 1957.
- [118] E. Beringer *et al.*, “Principles of microwave circuits, radiation laboratory series,” 1945.
- [119] A. V. Nazarov *et al.*, “Near theoretical microwave loss in hot isostatic pressed (hipped) polycrystalline yttrium iron garnet,” *Journal of Applied Physics*, vol. 94, n<sup>o</sup>. 11, p. 7227–7234, 2003.
- [120] D. Schuster *et al.*, “High-cooperativity coupling of electron-spin ensembles to superconducting cavities,” *Physical Review Letters*, vol. 105, n<sup>o</sup>. 14, p. 140501, 2010.
- [121] B. F. Edwards *et al.*, “Interactions between uniformly magnetized spheres,” *American Journal of Physics*, vol. 85, n<sup>o</sup>. 2, p. 130–134, 2017.
- [122] D. Pozar, *Microwave Engineering, 4th Edition*. Wiley, 2011.
- [123] *COMSOL Multiphysics® v. 5.4*, COMSOL AB, Stockholm, Sweden. [En ligne]. Disponible : [www.comsol.com](http://www.comsol.com)
- [124] S. M. Rezende et A. Azevedo, “Dipolar narrowing of ferromagnetic resonance lines,” *Physical Review B*, vol. 44, n<sup>o</sup>. 13, p. 7062, 1991.
- [125] A. Clogston, “Inhomogeneous broadening of magnetic resonance lines,” *Journal of Applied Physics*, vol. 29, n<sup>o</sup>. 3, p. 334–336, 1958.
- [126] A. Clogston *et al.*, “Ferromagnetic resonance line width in insulating materials,” *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, vol. 1, n<sup>o</sup>. 3, p. 129–136, 1956.

- [127] R. D. McMichael, D. Twisselmann et A. Kunz, “Localized ferromagnetic resonance in inhomogeneous thin films,” *Physical Review Letters*, vol. 90, n°. 22, p. 227601, 2003.
- [128] C. Lacroix, “Propriétés magnétiques de nanoagrégats ferromagnétiques encastrés dans une épicoche semi-conductrice,” Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, 2010.
- [129] B. K. Kuanr *et al.*, “Nonreciprocal microwave devices based on magnetic nanowires,” *Applied Physics Letters*, vol. 94, n°. 20, p. 202505, 2009.
- [130] J. De La Torre Medina *et al.*, “Differential phase shift in nonreciprocal microstrip lines on magnetic nanowired substrates,” *Applied Physics Letters*, vol. 96, n°. 7, p. 072508, 2010.
- [131] M. Darques *et al.*, “Microwave circulator based on ferromagnetic nanowires in an alumina template,” *Nanotechnology*, vol. 21, n°. 14, p. 145208, 2010.
- [132] L.-P. Carignan *et al.*, “Integrated and self-biased planar magnetic microwave circuits based on ferromagnetic nanowire substrates,” dans *2009 European Microwave Conference (EuMC)*. IEEE, 2009, p. 743–746.
- [133] L.-P. Carignan, “Modélisation, développement et caractérisation de matériaux magnétiques à base de nanofils ferromagnétiques pour les technologies hyperfréquences,” Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, 2012.
- [134] B. Lenk *et al.*, “The building blocks of magnonics,” *Physics Reports*, vol. 507, n°. 4-5, p. 107–136, 2011.
- [135] M. Krawczyk et D. Grundler, “Review and prospects of magnonic crystals and devices with reprogrammable band structure,” *Journal of Physics : Condensed Matter*, vol. 26, n°. 12, p. 123202, 2014.
- [136] J. Topp *et al.*, “Making a reconfigurable artificial crystal by ordering bistable magnetic nanowires,” *Physical Review Letters*, vol. 104, n°. 20, p. 207205, 2010.
- [137] S. Melle *et al.*, “Magneto-optical properties of nickel nanowire arrays,” *Applied Physics Letters*, vol. 83, n°. 22, p. 4547–4549, 2003.
- [138] J. B. González-Díaz *et al.*, “Enhanced magneto-optics and size effects in ferromagnetic nanowire arrays,” *Advanced Materials*, vol. 19, n°. 18, p. 2643–2647, 2007.
- [139] L.-P. Carignan *et al.*, “Ferromagnetic nanowire metamaterials : Theory and applications,” *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 59, n°. 10, p. 2568–2586, 2011.
- [140] —, “Double ferromagnetic resonance in nanowire arrays,” *Applied Physics Letters*, vol. 95, n°. 6, p. 062504, 2009.

- [141] V. Boucher *et al.*, “Effective permeability tensor and double resonance of interacting bistable ferromagnetic nanowires,” *Physical Review B*, vol. 80, n°. 22, p. 224402, 2009.
- [142] —, “Resonance modes in arrays of interacting ferromagnetic nanowires subjected to a transverse static magnetic field,” *Applied Physics Letters*, vol. 98, n°. 11, p. 112502, 2011.
- [143] V. Boucher, “Modélisation des propriétés électromagnétiques de métamatériaux à base de réseaux de fils ferromagnétiques,” Thèse de doctorat, École Polytechnique de Montréal, 2010.
- [144] A. H. Sihvola, *Electromagnetic mixing formulas and applications*. London : Institution of Electrical Engineers, 1999.
- [145] L.-P. Carignan *et al.*, “Magnetic anisotropy in arrays of Ni, CoFeB, and Ni/Cu nanowires,” *Journal of Applied Physics*, vol. 102, n°. 2, p. 023905, 2007.
- [146] S. S. Kalarickal *et al.*, “Ferromagnetic resonance linewidth in metallic thin films : Comparison of measurement methods,” *Journal of Applied Physics*, vol. 99, n°. 9, p. 093909, 2006.
- [147] M. Hurben et C. Patton, “Theory of two magnon scattering microwave relaxation and ferromagnetic resonance linewidth in magnetic thin films,” *Journal of Applied Physics*, vol. 83, n°. 8, p. 4344–4365, 1998.
- [148] X. Liu *et al.*, “Ferromagnetic resonance and damping properties of CoFeB thin films as free layers in MgO-based magnetic tunnel junctions,” *Journal of Applied Physics*, vol. 110, n°. 3, p. 033910, 2011.
- [149] R. Woode *et al.*, “Measurement of dielectric loss tangent of alumina at microwave frequencies and room temperature,” *Electronics Letters*, vol. 30, n°. 25, p. 2120–2122, 1994.
- [150] R. Sanders *et al.*, “Radiation damping in magnetic resonance. II. Continuous-wave antiferromagnetic-resonance experiments,” *Physical Review B*, vol. 10, n°. 1, p. 132, 1974.
- [151] H. Le Gall, B. Desormiere et E. Milot, “Transient processes in spin-wave systems with magnetic dipole radiation—I. Theory,” *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, vol. 30, n°. 4, p. 979–991, 1969.
- [152] B. Desormière, E. Milot et H. Le Gall, “Transient processes in spin-wave systems with magnetic dipole radiation—II. Experimental investigations,” *Journal of Physics and Chemistry of Solids*, vol. 30, n°. 5, p. 1135–1146, 1969.
- [153] M. M. Qaid *et al.*, “Radiation damping in ferromagnetic resonance induced by a conducting spin sink,” *Physical Review B*, vol. 96, n°. 18, p. 184405, 2017.

- [154] M. J. Donahue et M. Donahue, *OOMMF user's guide, version 1.0*. US Department of Commerce, National Institute of Standards and Technology, 1999.
- [155] A. Vansteenkiste *et al.*, "The design and verification of MuMax3," *AIP Advances*, vol. 4, n<sup>o</sup>. 10, p. 107133, 2014.
- [156] M. Krawczyk et H. Puzkarski, "Plane-wave theory of three-dimensional magnonic crystals," *Physical Review B*, vol. 77, n<sup>o</sup>. 5, p. 054437, 2008.
- [157] Z. Gao *et al.*, "Terahertz surface plasmon polaritons in textured metal surfaces formed by square arrays of metallic pillars," *Optics Communications*, vol. 285, n<sup>o</sup>. 8, p. 2076–2080, 2012.
- [158] S. Berry *et al.*, "Surface wave resonances supported on a square array of square metallic pillars," *Applied Physics Letters*, vol. 100, n<sup>o</sup>. 10, p. 101107, 2012.
- [159] S.-H. Kim *et al.*, "Subwavelength localization and toroidal dipole moment of spoof surface plasmon polaritons," *Physical Review B*, vol. 91, n<sup>o</sup>. 3, p. 035116, 2015.
- [160] Y. Zhang et Z. Han, "Spoof surface plasmon based planar antennas for the realization of terahertz hotspots," *Scientific Reports*, vol. 5, p. 18606, 2015.
- [161] B. Fan *et al.*, "Low-frequency nonlocal and hyperbolic modes in corrugated wire metamaterials," *Optics Express*, vol. 26, n<sup>o</sup>. 13, p. 17 541–17 548, 2018.
- [162] Z. Gao *et al.*, "Spoof plasmonics : from metamaterial concept to topological description," *Advanced Materials*, vol. 30, n<sup>o</sup>. 31, p. 1706683, 2018.
- [163] A. F. Oskooi *et al.*, "MEEP : A flexible free-software package for electromagnetic simulations by the FDTD method," *Computer Physics Communications*, vol. 181, n<sup>o</sup>. 3, p. 687–702, 2010.
- [164] S. Kaka *et al.*, "Mutual phase-locking of microwave spin torque nano-oscillators," *Nature*, vol. 437, n<sup>o</sup>. 7057, p. 389–392, 2005.
- [165] C.-M. Hu, "Cavity spintronics gets more with less," *Physics*, vol. 12, p. 97, 2019.
- [166] D. J. Griffiths, *Introduction to electrodynamics, 3rd Edition*. Prentice Hall, 1999.
- [167] D. Kajfez et P. Guillon, *Dielectric resonators*. Noble, 1998.

## ANNEXE A TRANSFORMATIONS DE HOLSTEIN-PRIMAKOFF

Nous dérivons dans cette annexe les transformations d'Holstein-Primakoff utilisées à la SECTION du CHAPITRE dans le formalisme quantique du fort couplage photon-magnon. Notre dérivation, se basant sur celle se trouvant à la référence [115], débute en considérant un site dans un cristal contenant un spin total  $S$ . Le nombre quantique  $z$  de spin est  $s_z$ , de sorte que

$$\hat{S}_z |S, s_z\rangle = \hbar s_z |S, s_z\rangle; \quad (\text{A.1})$$

$$\hat{S}^2 |S, s_z\rangle = \hbar^2 S(S+1) |S, s_z\rangle. \quad (\text{A.2})$$

Nous cherchons d'abord à déterminer les valeurs  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  telles que

$$\hat{S}_+ |S, s_z\rangle = \lambda_1 |S, s_z + 1\rangle; \quad (\text{A.3})$$

$$\hat{S}_- |S, s_z\rangle = \lambda_2 |S, s_z - 1\rangle, \quad (\text{A.4})$$

où  $\hat{S}_+$  et  $\hat{S}_-$  sont les opérateurs échelons. Sachant que

$$\hat{S}_x = (\hat{S}_+ + \hat{S}_-)/2; \quad (\text{A.5})$$

$$\hat{S}_y = (\hat{S}_+ - \hat{S}_-)/2, \quad (\text{A.6})$$

nous avons que

$$\hat{S}^2 = \frac{1}{2} (\hat{S}_+ \hat{S}_- + \hat{S}_- \hat{S}_+) + \hat{S}_z^2. \quad (\text{A.7})$$

Puis, sachant que

$$\hat{S}_+ = \hat{S}_x + i\hat{S}_y; \quad (\text{A.8})$$

$$\hat{S}_- = \hat{S}_x - i\hat{S}_y, \quad (\text{A.9})$$

nous avons, pour le commutateur des opérateurs échelons, que

$$[\hat{S}_+, \hat{S}_-] = \hat{S}_+ \hat{S}_- - \hat{S}_- \hat{S}_+ = -2i (\hat{S}_x \hat{S}_y - \hat{S}_y \hat{S}_x) = -2i [\hat{S}_x, \hat{S}_y]. \quad (\text{A.10})$$

À partir des relations de commutation

$$[\hat{S}_x, \hat{S}_y] = i\hbar \hat{S}_z \quad ; \quad [\hat{S}_y, \hat{S}_z] = i\hbar \hat{S}_x \quad ; \quad [\hat{S}_z, \hat{S}_x] = i\hbar \hat{S}_y, \quad (\text{A.11})$$

nous avons, en utilisant l'équation (A.7), que

$$\hat{S}_- \hat{S}_+ = \hat{S}^2 - \hat{S}_z (\hat{S}_z + \hbar); \quad (\text{A.12})$$

$$\hat{S}_+ \hat{S}_- = \hat{S}^2 - \hat{S}_z (\hat{S}_z - \hbar). \quad (\text{A.13})$$

Ces relations nous permettent maintenant de déterminer les valeurs  $\lambda_1$  et  $\lambda_2$  que nous cherchons. En utilisant le fait que  $\hat{S}_+ = \hat{S}_-^\dagger$  et  $\hat{S}_- = \hat{S}_+^\dagger$ , nous trouvons

$$\hat{S}_+ |S, s_z\rangle = \hbar \sqrt{S(S+1) - s_z(s_z+1)} |S, s_z+1\rangle; \quad (\text{A.14})$$

$$\hat{S}_- |S, s_z\rangle = \hbar \sqrt{S(S+1) - s_z(s_z-1)} |S, s_z-1\rangle. \quad (\text{A.15})$$

L'approche utilisée par Holstein et Primakoff est ensuite d'introduire des opérateurs échelons  $\hat{b}$  et  $\hat{b}^\dagger$ , semblables à ceux d'un oscillateur harmonique, concernant le nombre de spins  $n$  dont l'état est renversé. Les états propres de ces nouveaux opérateurs sont dénotés  $|n\rangle$  et, par analogie avec l'oscillateur harmonique, nous avons

$$[\hat{b}, \hat{b}^\dagger] = 1 \quad ; \quad \hat{b}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle \quad ; \quad \hat{b}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle \quad ; \quad \hat{b}^\dagger \hat{b}|n\rangle = n|n\rangle. \quad (\text{A.16})$$

Le renversement de l'état d'un spin correspond directement à l'existence d'un magnon, qui est une quasi-particule représentant un quantum d'onde de spin. Les opérateurs  $\hat{b}^\dagger$  et  $\hat{b}$  correspondent donc, respectivement, aux opérateurs création et annihilation de magnons. À partir de la définition même de  $n$ , nous avons que

$$s_z = S - n, \quad (\text{A.17})$$

ce qui nous permet d'écrire

$$\hat{S}_+ |n\rangle = \hbar \sqrt{S(S+1) - (S-n)(S-n+1)} |n-1\rangle; \quad (\text{A.18})$$

$$\Rightarrow \hat{S}_+ |n\rangle = \hbar \sqrt{2S} \left(1 - \frac{(n-1)}{2S}\right)^{1/2} \sqrt{n} |n-1\rangle. \quad (\text{A.19})$$

Par comparaison avec les définitions établies pour  $\hat{b}^\dagger$  et  $\hat{b}$  et en effectuant la même analyse pour  $\hat{S}_-$ , nous trouvons que

$$\hat{S}_+ = \hbar \sqrt{2S} \left(1 - \frac{\hat{b}^\dagger \hat{b}}{2S}\right)^{1/2} \hat{b} \quad ; \quad \hat{S}_- = \hbar \sqrt{2S} \hat{b}^\dagger \left(1 - \frac{\hat{b}^\dagger \hat{b}}{2S}\right)^{1/2}. \quad (\text{A.20})$$

Ce sont les transformations d'Holstein-Primakoff utilisées à l'équation (2.97).

## ANNEXE B RAYONNEMENT D'UN DIPÔLE MAGNÉTIQUE EN PRÉCESSION

L'équation (4.6) décrivant le champ magnétique produit par un dipôle magnétique implique de façon implicite que le dipôle en question est statique, c'est-à-dire qu'il ne varie pas dans le temps. Or, si ce dipôle est en précession, comme c'est le cas lors des expériences de résonance ferromagnétique, ce dipôle émettra également un champ électromagnétique de fréquence correspondant à celle de la précession. Le dipôle magnétique agit alors comme une antenne. Cet aspect radiatif donne lieu à des pertes par rayonnement, mais cet aspect peut souvent être négligé dans le traitement de la résonance ferromagnétique lorsque l'échantillon est du même ordre de grandeur que la longueur d'onde [150]. Or, dans le cas des réseaux de nanofils traités au Chapitre 5, le rayonnement électromagnétique de chaque nanofil pourrait potentiellement devenir important. En particulier, comme nous le montrerons dans cette annexe, des pertes supplémentaires dues à ce rayonnement peuvent exister lorsque nous sommes en présence d'un système couplé, tel que c'est le cas avec les réseaux de nanofils.

Le but de cette annexe est donc d'une part de calculer ce rayonnement pour un dipôle magnétique parfait puis de montrer en quoi ce rayonnement peut être important lorsque deux dipôles parfaits sont couplés. Le développement théorique que nous effectuons peut servir de base pour comprendre ce phénomène, mais nous pensons que la situation de deux dipôles parfaits dans le vide ne constitue pas une bonne approximation pour les systèmes physiques à l'étude qui ne peuvent pas être décrits par des dipôles ponctuels et dont l'environnement est constitué d'éléments métalliques (par exemple, le guide d'onde et la présence de nanofils métalliques) venant perturber la radiation [151–153]. Ces situations complexes nécessiteraient alors potentiellement d'effectuer des simulations par éléments finis qui peuvent elles-mêmes être complexes, mais une meilleure compréhension de ces effets de rayonnement, surtout dans les réseaux de nanofils, serait un aspect très important et de grand intérêt scientifique. Les réseaux de nanofils possèdent des pertes élevées et il n'est pas exclu, pour le moment, que la radiation électromagnétique ne joue pas un rôle comme mécanisme de pertes dans ces réseaux.

Nous commençons notre analyse de ce rayonnement électromagnétique avec les équations de Maxwell. Pour une dépendance temporelle de la forme  $e^{-i\omega t}$ , nous avons

$$\nabla \times \mathbf{E} = i\omega \mathbf{B} ; \tag{B.1}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = -i\omega \mu_0 \epsilon_0 \mathbf{E} + \mu_0 \mathbf{J}. \tag{B.2}$$

Nous définissons le potentiel vecteur du champ magnétique  $\mathbf{A}$  de manière usuelle par  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$ . À partir de ce potentiel vecteur, l'équation (B.1) devient

$$\nabla \times (\mathbf{E} - i\omega\mathbf{A}) = 0. \quad (\text{B.3})$$

Cela nous permet de définir le potentiel scalaire du champ électrique  $\varphi$  tel que

$$\mathbf{E} - i\omega\mathbf{A} = -\nabla\varphi. \quad (\text{B.4})$$

Puis, en utilisant la propriété

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{A}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A}) - \nabla^2 \mathbf{A}, \quad (\text{B.5})$$

l'équation (B.2) devient

$$\nabla^2 \mathbf{A} + \omega^2 \mu_0 \epsilon_0 \mathbf{A} = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{A} - i\omega \mu_0 \epsilon_0 \varphi) - \mu_0 \mathbf{J}. \quad (\text{B.6})$$

En utilisant la jauge de Lorentz  $\nabla \cdot \mathbf{A} = i\omega \mu_0 \epsilon_0 \varphi$ , nous trouvons l'équation reliant le vecteur potentiel  $\mathbf{A}$  à la densité de courant  $\mathbf{J}$  :

$$\nabla^2 \mathbf{A} + \frac{\omega^2}{c^2} \mathbf{A} = -\mu_0 \mathbf{J}. \quad (\text{B.7})$$

L'équation (B.7) est l'équation d'onde vectorielle. Nous pouvons utiliser les fonctions de Green afin de montrer que

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}', t) e^{i\omega R/c}}{R} dv' \quad (\text{B.8})$$

avec  $R = |\mathbf{r} - \mathbf{r}'|$ . L'équation (B.8) implique que nous pouvons calculer le vecteur potentiel  $\mathbf{A}$  en un point  $\mathbf{r}$  à partir de la densité de courant  $\mathbf{J}$  d'un élément de volume  $dv'$  situé en  $\mathbf{r}'$ . Il suffit donc uniquement de connaître la densité de courant  $\mathbf{J}$  pour calculer les champs  $\mathbf{H}$  et  $\mathbf{E}$ , ce dernier étant donné par

$$\mathbf{E} = -i\omega\mathbf{A} - i \frac{\nabla(\nabla \cdot \mathbf{A})}{\omega \epsilon_0 \mu_0}. \quad (\text{B.9})$$

Nous procédons par la suite en suivant les étapes principales du développement effectué à la référence [166], en commençant par modéliser notre dipôle magnétique par une boucle

parcourue d'un courant  $I(t) = I_0 e^{-i\omega t}$ . L'équation (B.8) se réduit alors à

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \frac{I_0 e^{-i\omega(t-R/c)}}{R} d\mathbf{l}'. \quad (\text{B.10})$$

Supposons maintenant que nous avons une boucle de courant de rayon  $b$  dans le plan  $xy$  et que nous nous intéressons au vecteur potentiel  $\mathbf{A}$  généré en un point  $\mathbf{r}$  dans le plan  $xz$ . En utilisant un système de coordonnées sphériques, nous avons

$$\mathbf{r} = r \sin \theta \hat{\mathbf{x}} + r \cos \theta \hat{\mathbf{z}}; \quad (\text{B.11})$$

$$\mathbf{r}' = b \cos \phi' \hat{\mathbf{x}} + b \sin \phi' \hat{\mathbf{y}}; \quad (\text{B.12})$$

$$d\mathbf{l}' = b \cos \phi' d\phi' \hat{\mathbf{y}}; \quad (\text{B.13})$$

$$R = (r^2 + b^2 - 2rb \sin \theta \cos \phi')^{1/2}. \quad (\text{B.14})$$

En faisant l'approximation du dipôle parfait ( $b \ll r$ ), nous avons

$$R \approx r \left( 1 - \frac{b}{r} \sin \theta \cos \phi' \right) \Rightarrow \frac{1}{R} \approx \frac{1}{r} \left( 1 + \frac{b}{r} \sin \theta \cos \phi' \right). \quad (\text{B.15})$$

L'expression du potentiel vecteur devient alors

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0 b I_0 e^{-i\omega(t-r/c)}}{4\pi r} \int_0^{2\pi} e^{-ib \frac{\omega}{c} \sin \theta \cos \phi'} \left( 1 + \frac{b}{r} \sin \theta \cos \phi' \right) \cos \phi' d\phi' \hat{\mathbf{y}}. \quad (\text{B.16})$$

En utilisant ensuite l'approximation que le rayon de la boucle est beaucoup plus petit que la longueur d'onde ( $b \ll c/\omega$ ) et en négligeant les termes de deuxième ordre, l'intégrale se simplifie en

$$\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) = \frac{\mu_0 b I(t) e^{i\omega r/c}}{4\pi r} \int_0^{2\pi} \left[ 1 + \frac{b}{r} \sin \theta \cos \phi' - ib \frac{\omega}{c} \sin \theta \cos \phi' \right] \cos \phi' d\phi' \hat{\mathbf{y}}. \quad (\text{B.17})$$

La résolution de cette intégrale nous permet de trouver l'expression finale du potentiel vecteur associé au dipôle magnétique parfait. Ce dipôle magnétique s'écrit  $m(t) = \pi b^2 I(t)$ , ce qui nous permet d'écrire

$$\mathbf{A}(r, \theta, t) = \frac{\mu_0 m(t) e^{i\omega r/c}}{4\pi} \left( \frac{\sin \theta}{r} \right) \left[ \frac{1}{r} - i \frac{\omega}{c} \right] \hat{\phi}. \quad (\text{B.18})$$

En appliquant le rotationnel au potentiel vecteur, nous obtenons l'expression du champ ma-

gnétique produit par le dipôle parfait :

$$\mathbf{H} = \frac{m(t)e^{i\omega r/c}}{4\pi r} \left\{ 2 \frac{\cos \theta}{r} \left[ \frac{1}{r} - i \frac{\omega}{c} \right] \hat{\mathbf{r}} + \sin \theta \left[ \frac{1}{r^2} - \frac{\omega^2}{c^2} - i \frac{\omega}{rc} \right] \hat{\boldsymbol{\theta}} \right\}. \quad (\text{B.19})$$

Nous pouvons transformer cette expression afin d'exprimer le champ magnétique dans un système de coordonnées cartésiennes. En partant des relations

$$x = r \sin \theta \cos \phi; \quad (\text{B.20})$$

$$y = r \sin \theta \sin \phi; \quad (\text{B.21})$$

$$z = r \cos \theta, \quad (\text{B.22})$$

nous avons que

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{r}} \\ \hat{\boldsymbol{\theta}} \\ \hat{\boldsymbol{\phi}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sin \theta \cos \phi & \sin \theta \sin \phi & \cos \theta \\ \cos \theta \cos \phi & \cos \theta \sin \phi & -\sin \theta \\ -\sin \phi & \cos \phi & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{x}} \\ \hat{\mathbf{y}} \\ \hat{\mathbf{z}} \end{bmatrix}. \quad (\text{B.23})$$

Cela mène donc aux champs

$$H_x(\mathbf{r}) = \frac{m(t)e^{i\omega r/c}}{4\pi r^3} xz \left[ \frac{3}{r} \left( \frac{1}{r} - i \frac{\omega}{c} \right) - \frac{\omega^2}{c^2} \right]; \quad (\text{B.24})$$

$$H_y(\mathbf{r}) = \frac{m(t)e^{i\omega r/c}}{4\pi r^3} yz \left[ \frac{3}{r} \left( \frac{1}{r} - i \frac{\omega}{c} \right) - \frac{\omega^2}{c^2} \right]; \quad (\text{B.25})$$

$$H_z(\mathbf{r}) = \frac{m(t)e^{i\omega r/c}}{4\pi r^3} \left[ \frac{(3z^2 - r^2)}{r} \left( \frac{1}{r} - i \frac{\omega}{c} \right) - (z^2 - r^2) \frac{\omega^2}{c^2} \right], \quad (\text{B.26})$$

produits en  $\mathbf{r}$  par un dipôle magnétique parfait en  $\hat{\mathbf{z}}$ . Pour un dipôle statique ( $\omega = 0$ ), nous retrouvons bien

$$H_x(\mathbf{r}) = \frac{3mxz}{4\pi r^5}; \quad (\text{B.27})$$

$$H_y(\mathbf{r}) = \frac{3myz}{4\pi r^5}; \quad (\text{B.28})$$

$$H_z(\mathbf{r}) = \frac{m(3z^2 - r^2)}{4\pi r^5}, \quad (\text{B.29})$$

soit les champs donnés par la formule de l'équation (4.6). En utilisant les permutations cycliques, nous pouvons généraliser l'expression du champ magnétique produit en  $\mathbf{r}$  par un

dipôle  $\mathbf{m}(t) = m_x(t)\hat{\mathbf{x}} + m_y(t)\hat{\mathbf{y}} + m_z(t)\hat{\mathbf{z}}$ . Cela mène à

$$\begin{bmatrix} H_x(\mathbf{r}) \\ H_y(\mathbf{r}) \\ H_z(\mathbf{r}) \end{bmatrix} = \frac{e^{i\omega r/c}}{4\pi r^3} \bar{\Delta} \begin{bmatrix} m_x(t) \\ m_y(t) \\ m_z(t) \end{bmatrix} \quad (\text{B.30})$$

où

$$\bar{\Delta} = \begin{bmatrix} \Delta_1 & xy \left[ \frac{3}{r} \left( \frac{1}{r} - i\frac{\omega}{c} \right) - \frac{\omega^2}{c^2} \right] & xz \left[ \frac{3}{r} \left( \frac{1}{r} - i\frac{\omega}{c} \right) - \frac{\omega^2}{c^2} \right] \\ xy \left[ \frac{3}{r} \left( \frac{1}{r} - i\frac{\omega}{c} \right) - \frac{\omega^2}{c^2} \right] & \Delta_2 & yz \left[ \frac{3}{r} \left( \frac{1}{r} - i\frac{\omega}{c} \right) - \frac{\omega^2}{c^2} \right] \\ xz \left[ \frac{3}{r} \left( \frac{1}{r} - i\frac{\omega}{c} \right) - \frac{\omega^2}{c^2} \right] & yz \left[ \frac{3}{r} \left( \frac{1}{r} - i\frac{\omega}{c} \right) - \frac{\omega^2}{c^2} \right] & \Delta_3 \end{bmatrix}. \quad (\text{B.31})$$

Les éléments diagonaux sont donnés par

$$\Delta_1 = \frac{(2x^2 - y^2 - z^2)}{r} \left( \frac{1}{r} - i\frac{\omega}{c} \right) + (y^2 + z^2) \frac{\omega^2}{c^2}; \quad (\text{B.32})$$

$$\Delta_2 = \frac{(2y^2 - x^2 - z^2)}{r} \left( \frac{1}{r} - i\frac{\omega}{c} \right) + (x^2 + z^2) \frac{\omega^2}{c^2}; \quad (\text{B.33})$$

$$\Delta_3 = \frac{(2z^2 - x^2 - y^2)}{r} \left( \frac{1}{r} - i\frac{\omega}{c} \right) + (x^2 + y^2) \frac{\omega^2}{c^2}, \quad (\text{B.34})$$

respectivement. Pour comprendre l'impact de ce rayonnement électromagnétique sur les pertes d'un système magnétique couplé, prenons un exemple simple, soit celui de deux dipôles parfaits séparés d'une distance  $\mathbf{r} = d \hat{\mathbf{z}}$  et en précession autour de l'axe  $\hat{\mathbf{z}}$ . En supposant que seules les composantes transverses varient temporellement, l'équation (B.30) devient

$$\begin{bmatrix} H_x \\ H_y \\ H_z \end{bmatrix} = \frac{1}{4\pi d} \begin{bmatrix} -e^{i\omega d/c} \left( \frac{1}{d^2} - \frac{\omega^2}{c^2} - i\frac{\omega}{dc} \right) & 0 & 0 \\ 0 & -e^{i\omega d/c} \left( \frac{1}{d^2} - \frac{\omega^2}{c^2} - i\frac{\omega}{dc} \right) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{d^2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_x(t) \\ m_y(t) \\ m_z \end{bmatrix}. \quad (\text{B.35})$$

En utilisant ces champs dans l'équation (4.10) de Landau-Lifshitz pour deux macrospins couplés et en considérant que nos dipôles parfaits proviennent de sphères de volume  $4\pi R^3/3$ , nous avons, selon la solution déjà établie à l'équation (4.13), que la demi-largeur à mi-hauteur de la susceptibilité est maintenant donnée par

$$\kappa_m = \alpha\omega - \frac{R^3\omega_M}{3d^3} \sin(\omega d/c) + \frac{R^3\omega_M\omega^2}{3dc^2} \sin(\omega d/c) + \frac{R^3\omega_M\omega}{3d^2c} \cos(\omega d/c). \quad (\text{B.36})$$

Nous voyons donc apparaître des termes dans la largeur de résonance qui ont comme origine le rayonnement électromagnétique produit par chaque dipôle. Il est à noter que l'équation (B.36) devrait également contenir un terme supplémentaire proportionnel à  $1/c^3$ , provenant

de la résistance de rayonnement mentionnée plus tôt. Les termes que nous avons dérivés font tous intervenir une certaine puissance de la distance  $d$  entre les dipôles, ce qui peut avoir un impact important, comme nous l'avons suggéré, sur la largeur de résonance de nos réseaux de nanofils denses. Cela représente un aspect très intéressant à investiguer pour de futurs travaux.

## ANNEXE C JUSTIFICATION DE LA PROCÉDURE D'EXTRACTION DES PARAMÈTRES DU SYSTÈME À DEUX SPHÈRES

Comme nous l'avons mentionné au Chapitre 4, l'expression que nous avons utilisée pour effectuer les ajustements de courbe sur les résultats expérimentaux du système à deux sphères de YIG est celle du paramètre  $S_{11}$  donnée à l'équation (4.2), en utilisant la simplification explicitée à l'équation (4.3). Cela permet de réduire le nombre de paramètres à ajuster pour une même courbe, augmentant ainsi la précision des résultats extraits. Nous offrons ici une justification quantitative de cette approximation.

D'abord, la caractérisation de chaque sphère individuelle montre un comportement en fréquence presque identique, c'est-à-dire qu'il est raisonnable de poser  $\omega_{01} = \omega_{02}$ .

Ensuite, nous pouvons utiliser  $\bar{g} = (g_1 + g_2)/2$  et  $\delta g = (g_1 - g_2)/2$  à l'équation (4.3) pour des pertes  $\kappa_m$  identiques, menant à

$$\sum_{j=1,2} \frac{g_j^2}{i(\omega_0 - \omega) + \kappa_m} = \frac{g_1^2 + g_2^2}{i(\omega_0 - \omega) + \kappa_m} = \frac{2(\bar{g}^2 + \delta g^2)}{i(\omega_0 - \omega) + \kappa_m}. \quad (\text{C.1})$$

Le fait de négliger  $\delta g^2$  entraîne une erreur relative sur la valeur de la constante de couplage totale  $g_{\text{tot.}} = \sqrt{g_1^2 + g_2^2}$  de

$$\left| 1 - \frac{\sqrt{2}\bar{g}}{g_{\text{tot.}}} \right| \approx 7.4 \times 10^{-5}, \quad (\text{C.2})$$

justifiant ainsi la simplification.

Enfin, pour des paramètres  $g$  et  $\omega_0$  identiques des deux sphères mais des pertes  $\kappa_m$  différentes, la partie gauche de l'équation (4.3), en posant  $\kappa_{m1} = \bar{\kappa}_m - \delta\kappa$  et  $\kappa_{m2} = \bar{\kappa}_m + \delta\kappa$  où  $\bar{\kappa}_m$  est la valeur moyenne des pertes et  $\delta\kappa = (\kappa_{m2} - \kappa_{m1})/2$ , devient

$$\sum_{j=1,2} \frac{g^2}{i(\omega_0 - \omega) + \kappa_{mj}} = \frac{2g^2}{i(\omega_0 - \omega) \left[ 1 + \frac{\delta\kappa^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + \bar{\kappa}_m^2} \right] + \bar{\kappa}_m \left[ 1 - \frac{\delta\kappa^2}{(\omega_0 - \omega)^2 + \bar{\kappa}_m^2} \right]}. \quad (\text{C.3})$$

La contribution à l'équation (C.3) provenant de la différence entre les pertes de chaque système magnétique, liée à  $\delta\kappa$ , est maximale à la résonance et prend comme valeur  $\delta\kappa^2/\bar{\kappa}_m^2 \approx 3.95 \times 10^{-2}$ . Dès que  $\omega$  s'éloigne de  $\omega_0$ , cette contribution tombe rapidement vers 0. Il est donc raisonnable d'utiliser un seul paramètre pour décrire les pertes du système magnétique, soit  $\bar{\kappa}_m$ , et de négliger par le fait même  $\delta\kappa$ .

## ANNEXE D DÉTAILS DU CALCUL DE LA SUSCEPTIBILITÉ EN PRÉSENCE D'UN CHAMP NON-UNIFORME

Nous présentons ici explicitement les étapes de calcul menant aux résultats présentés aux sections 4.3.1 et 4.3.2. À partir de l'équation (4.38), nous avons

$$\begin{bmatrix} i\omega & -\tilde{\omega}_z & \tilde{\omega}_y \\ \tilde{\omega}_z & i\omega & -\tilde{\omega}_x \\ -\tilde{\omega}_y & \tilde{\omega}_x & i\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_M & 0 \\ \omega_M & 0 & 0 \\ -\mu_0|\gamma|M_y & \mu_0|\gamma|M_x & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (\text{D.1})$$

En utilisant l'approximation linéaire usuelle, cette équation se réduit à

$$\left\{ \begin{bmatrix} i\omega & -\omega_1 & -\mu_0|\gamma|N_t m_{0y} \\ \omega_1 & i\omega & \mu_0|\gamma|N_t m_{0x} \end{bmatrix} + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{\mathbf{k}} + A_z & -A_y \\ \omega_{\mathbf{k}} - A_z & 0 & A_x \end{bmatrix} \right\} \times \left\{ \begin{bmatrix} m_{0x} \\ m_{0y} \\ M_s \end{bmatrix} + \sum_{\mathbf{k}' \neq 0} e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}} \begin{bmatrix} m_{k'x} \\ m_{k'y} \\ m_{k'z} \end{bmatrix} \right\} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_M \\ \omega_M & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \end{bmatrix}, \quad (\text{D.2})$$

où

$$\begin{bmatrix} A_x \\ A_y \\ A_z \end{bmatrix} = \mu_0|\gamma|\bar{\bar{N}}_{\mathbf{k}\mathbf{k}} \begin{bmatrix} m_{kx} \\ m_{ky} \\ m_{kz} \end{bmatrix}. \quad (\text{D.3})$$

Comme nous l'avons mentionné dans la section 4.3.1, nous nous intéressons uniquement aux termes d'ordre 0 et 1, à l'exception du terme de couplage d'ordre 2. À partir de cette approximation, nous avons

$$\begin{bmatrix} 0 & -\omega_M \\ \omega_M & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i\omega & -\Omega_0 \\ \Omega_0 & i\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{0x} \\ m_{0x} \end{bmatrix} + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \sum_{\mathbf{k}' \neq 0} e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}} \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{\mathbf{k}} \\ \omega_{\mathbf{k}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{k'x} \\ m_{k'y} \end{bmatrix} + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}} \left\{ \begin{bmatrix} 0 & -\omega_{\mathbf{k}} \\ \omega_{\mathbf{k}} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{0x} \\ m_{0x} \end{bmatrix} + M_s \begin{bmatrix} -A_y \\ A_x \end{bmatrix} \right\} + \sum_{\mathbf{k}' \neq 0} e^{i\mathbf{k}' \cdot \mathbf{r}} \begin{bmatrix} i\omega & -\omega_1 \\ \omega_1 & i\omega \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{k'x} \\ m_{k'y} \end{bmatrix}. \quad (\text{D.4})$$

En négligeant les termes  $m_{kz}$ , nous avons

$$\begin{bmatrix} -A_y \\ A_x \end{bmatrix} = \frac{1}{M_s} C_{\mathbf{k}} \begin{bmatrix} -1 & -1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{kx} \\ m_{ky} \end{bmatrix}, \quad (\text{D.5})$$

où

$$C_{\mathbf{k}} = \frac{\omega_M}{2} \sin^2 \theta_{\mathbf{k}}. \quad (\text{D.6})$$

Cela nous mène alors à l'équation principale 4.39. Pour ensuite obtenir la susceptibilité, nous insérons d'abord l'équation (4.42) dans l'équation (4.41), ce qui mène à

$$\left\{ \begin{bmatrix} i\omega & -\Omega_0 \\ \Omega_0 & i\omega \end{bmatrix} + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \frac{\omega_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}}^*}{\Omega_{\mathbf{k}}^2 - \omega^2} \begin{bmatrix} i\omega - C_{\mathbf{k}} & \omega_1 + C_{\mathbf{k}} \\ -\omega_1 - C_{\mathbf{k}} & i\omega + C_{\mathbf{k}} \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} m_x \\ m_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\omega_M \\ \omega_M & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h_x \\ h_y \end{bmatrix} \quad (\text{D.7})$$

puis, en inversant la matrice de gauche et en développant le dénominateur de sorte que seuls les termes d'ordre 1 sont considérés, nous obtenons le tenseur de susceptibilité :

$$\bar{\bar{\chi}} = \frac{\omega_M \begin{bmatrix} \Omega_0 - \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \frac{\omega_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}}^* (\omega_1 + C_{\mathbf{k}})}{\Omega_{\mathbf{k}}^2 - \omega^2} & -i\omega - \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \frac{\omega_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}}^* (i\omega + C_{\mathbf{k}})}{\Omega_{\mathbf{k}}^2 - \omega^2} \\ i\omega + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \frac{\omega_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}}^* (i\omega - C_{\mathbf{k}})}{\Omega_{\mathbf{k}}^2 - \omega^2} & \Omega_0 - \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \frac{\omega_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}}^* (\omega_1 + C_{\mathbf{k}})}{\Omega_{\mathbf{k}}^2 - \omega^2} \end{bmatrix}}{\Omega_0^2 - \omega^2 - 2 \sum_{\mathbf{k} \neq 0} \omega_{\mathbf{k}} \omega_{\mathbf{k}}^* \frac{\Omega_0 (\omega_1 + C_{\mathbf{k}}) + \omega^2}{\Omega_{\mathbf{k}}^2 - \omega^2}}}. \quad (\text{D.8})$$

La susceptibilité scalaire pour le mode uniforme de résonance  $m_{0x} - im_{0y}$  peut alors être calculée et son expression est donnée à l'équation (4.43). L'évaluation explicite des sommations permet d'obtenir la forme plus explicite présentée à l'équation (4.56). La section 4.3.2 présente l'évaluation de la sommation se trouvant au dénominateur. Concernant celle se trouvant au numérateur, la même procédure est utilisée et la seule différence provient du remplacement

$$\frac{2\omega\omega_1 + \omega_1^2 + \omega^2}{2\omega_1} \rightarrow \frac{2\omega_1\omega - \omega_1^2 - \omega^2}{2\omega_1\omega} \quad (\text{D.9})$$

dans l'équation (4.49). À partir de l'équation (4.56), nous pouvons calculer la partie imaginaire de la susceptibilité scalaire. En multipliant le numérateur ainsi que le dénominateur par le conjugué complexe du dénominateur, nous obtenons

$$\chi'' = -\omega_M \frac{\frac{\pi}{4} (\Omega_0 + \omega)^2 \frac{\text{Var}(\omega_{\text{dip.}}) \Omega_0}{\omega_1 \omega_M} \left( \frac{\omega_1 \omega_M}{\omega_2^2 - \Omega_0^2} \right)^{1/2} \left( 1 + \frac{\omega_1^2 + \Omega_0^2}{2\Omega_0 \omega_1} \right)}{(\Omega_0^2 - \omega^2)^2 + \left[ \frac{\pi \text{Var}(\omega_{\text{dip.}}) \Omega_0^2}{2 \omega_1 \omega_M} \left( \frac{\omega_1 \omega_M}{\omega_2^2 - \Omega_0^2} \right)^{1/2} \left( 1 + \frac{\omega_1^2 + \Omega_0^2}{2\Omega_0 \omega_1} \right) \right]^2}. \quad (\text{D.10})$$

En utilisant de façon interchangeable  $\omega$  pour  $\Omega_0$ , cette expression se simplifie en

$$\chi'' = -\omega_M \frac{\frac{\pi \text{Var}(\omega_{\text{dip.}})}{2} \frac{\omega_1 \omega_M}{\omega_2^2 - \Omega_0^2} \left( \frac{\omega_1 + \Omega_0}{2\omega_1} \right)^2}{(\omega - \Omega_0)^2 + \left[ \frac{\pi \text{Var}(\omega_{\text{dip.}})}{2} \frac{\omega_1 \omega_M}{\omega_2^2 - \Omega_0^2} \left( \frac{\omega_1 + \Omega_0}{2\omega_1} \right)^2 \right]^2}, \quad (\text{D.11})$$

où il est évident que la largeur de résonance est donnée par

$$\Delta\omega = \frac{\pi \text{Var}(\omega_{\text{dip.}})}{2} \frac{\omega_1 \omega_M}{\omega_2^2 - \Omega_0^2} \left( \frac{\omega_1 + \Omega_0}{2\omega_1} \right)^2. \quad (\text{D.12})$$

En utilisant les substitutions appropriées pour  $\Omega_0$ ,  $\omega_1$  et  $\omega_2$ , nous retrouvons l'expression finale de l'élargissement de la largeur de résonance dû à la non-uniformité du champ magnétique. Cette expression est donnée à l'équation (4.58).

## ANNEXE E DÉPLACEMENT DU PIC DE RÉSONANCE DÛ AU CHAMP NON-UNIFORME

Nous savons que la moyenne du champ magnétique dipolaire produit par une sphère sur une autre a pour effet de déplacer le pic de résonance d'un système constitué de deux sphères couplées. Nous avons déjà calculé cette contribution qui est donnée par l'équation (4.14). En plus de cette contribution, la non-uniformité du champ magnétique dipolaire a également pour effet de déplacer le pic de résonance et cette nouvelle contribution, liée à la variance du champ, peut être calculée à partir de la partie réelle de la sommation donnée à l'équation (4.45). Cette sommation s'écrit

$$\sum_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k} \neq 0} |\omega_{\mathbf{k}}|^2 \left( \frac{2\omega\omega_1 + \omega_1^2 + \omega^2}{2\omega_1} \right) \left[ \frac{(\omega - \Omega_{\mathbf{k}})}{(\omega - \Omega_{\mathbf{k}})^2 + (\kappa_m - \kappa_{\mathbf{k}})^2} \right] \quad (\text{E.1})$$

et peut être transformée sous forme intégrale en utilisant la densité d'états :

$$\sum_{\mathbf{k}} = C \int_{-\infty}^{\infty} \frac{|\omega_{\mathbf{k}}|^2 \omega}{\omega_1 \omega_M} \left( \frac{2\omega\omega_1 + \omega_1^2 + \omega^2}{2\omega_1} \right) \left[ \frac{(\omega - \Omega_{\mathbf{k}})}{(\omega - \Omega_{\mathbf{k}})^2 + (\kappa_m - \kappa_{\mathbf{k}})^2} \right] \left( \frac{\omega_1 \omega_M}{\omega_2^2 - \omega^2} \right)^{1/2} d\omega. \quad (\text{E.2})$$

Afin d'évaluer cette intégrale, nous remarquons d'abord que

$$\frac{(\omega - \Omega_{\mathbf{k}})}{(\omega - \Omega_{\mathbf{k}})^2 + (\kappa_m - \kappa_{\mathbf{k}})^2} = \frac{(\omega - \Omega_{\mathbf{k}})^2 + (\kappa_m - \kappa_{\mathbf{k}})^2}{2(\kappa_{\mathbf{k}} - \kappa_m)} \frac{\partial}{\partial \omega} \left( \frac{(\kappa_m - \kappa_{\mathbf{k}})}{(\omega - \Omega_{\mathbf{k}})^2 + (\kappa_m - \kappa_{\mathbf{k}})^2} \right). \quad (\text{E.3})$$

L'expression qui est dérivée par rapport à  $\omega$  peut être remplacée, comme nous l'avons effectué auparavant lors du calcul de la partie imaginaire, par une distribution de Dirac lorsque les taux de pertes sont petits. L'intégrale devient alors

$$-\frac{\pi \text{Var}(\omega_{\text{dip.}})(\omega_1 \omega_M)^{1/2}}{8 \omega_1^2 \omega_M (\kappa_m - \kappa_{\mathbf{k}})} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\omega(\omega + \omega_1)^2}{(\omega_2^2 - \omega^2)^{1/2}} [(\omega - \Omega_{\mathbf{k}})^2 + (\kappa_m - \kappa_{\mathbf{k}})^2] \delta'(\omega - \Omega_0) d\omega. \quad (\text{E.4})$$

En utilisant l'intégration par parties, nous avons la propriété suivante :

$$\int \delta'(\omega) \phi(\omega) d\omega = - \int \delta(\omega) \phi'(\omega) d\omega. \quad (\text{E.5})$$

En calculant la dérivée par rapport à  $\omega$  de l'expression se retrouvant dans l'intégrale puis en évaluant celle-ci à  $\omega = \Omega_0$ , nous obtenons que

$$\sum_{\mathbf{1}} = \frac{\pi}{8} \frac{\text{Var}(\omega_{\text{dip.}})}{\omega_M} \frac{(\Omega_0 + \omega_1)(\kappa_m - \kappa_{\mathbf{k}})}{\omega_1^2} \left( \frac{\omega_1 \omega_M}{\omega_2^2 - \Omega_0^2} \right)^{1/2} \left( 3\Omega_0 + \omega_1 + \frac{\Omega_0^2(\Omega_0 + \omega_1)}{\omega_2^2 - \Omega_0^2} \right). \quad (\text{E.6})$$

En supposant que  $\Omega_0 = \omega_c$  et en considérant uniquement le taux de pertes du mode uniforme de résonance, l'expression précédente indique qu'une contribution supplémentaire de

$$\delta\omega^2 = \frac{\pi}{8} \frac{\text{Var}(\omega_{\text{dip.}})\kappa_m}{\omega_M} \left( \frac{2}{3} - \frac{\omega_c}{3\omega_c - \omega_M} \right)^{-1/2} \times \left[ \frac{(2\omega_c - \frac{1}{3}\omega_M)(9\omega_c(2\omega_c^2 + \omega_c\omega_M - \omega_M^2) + \frac{2}{3}\omega_M^3)}{\omega_M(\omega_c - \frac{1}{3}\omega_M)^2(3\omega_c - 2\omega_M)} \right] \quad (\text{E.7})$$

doit être ajoutée à  $\Omega_0^2$  au dénominateur de l'équation (4.43). L'écart relatif (e.r.) de la fréquence de résonance serait alors de

$$\text{e.r.} = \left( 1 + \frac{\delta\omega^2}{\omega_c^2} \right)^{1/2} - 1, \quad (\text{E.8})$$

dont la valeur maximale (distance  $d = 1.41$  mm), est d'environ  $1.3 \times 10^{-5}$ . À titre comparatif, le déplacement du pic de résonance occasionné par la valeur moyenne du champ dipolaire statique sur la sphère entraîne un écart relatif de

$$\text{e.r.} = \frac{2}{3} \left( \frac{R}{d} \right)^3 \frac{\omega_M}{\omega_c} \approx 3.7 \times 10^{-2} \quad (\text{E.9})$$

pour la même distance. Pour la distance la plus élevée, soit  $d = 3.58$  mm, l'écart relatif dû au champ moyen est d'environ  $2.3 \times 10^{-3}$ , d'où nous concluons que pour toutes les distances utilisées, la contribution supplémentaire au déplacement du pic de résonance venant de la non-uniformité du champ dipolaire est négligeable.

## ANNEXE F    CALCUL DÉTAILLÉ DE L'EXPRESSION ANALYTIQUE DE LA VARIANCE DU CHAMP MAGNÉTIQUE DIPOLAIRE

L'expression de la variance présentée à l'équation (4.59) peut être calculée analytiquement à partir de l'expression du champ magnétique dipolaire donnée à l'équation (4.27). Ce champ dipolaire s'écrit également sous la forme

$$H_{\text{dip.}} = \frac{M_s V_s}{4\pi} \left[ \frac{2}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^{3/2}} - \frac{3r^2 \sin^2 \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^{5/2}} \right]. \quad (\text{F.1})$$

Puisque la variance est définie par  $\text{Var}(H_{\text{dip.}}) = \langle H_{\text{dip.}}^2 \rangle - \langle H_{\text{dip.}} \rangle^2$ , la première étape du calcul est de trouver l'expression pour la moyenne du champ dipolaire. Pour le calcul de la moyenne, l'équation (F.1) implique la résolution de deux intégrales :

$$I_1 = 2\pi \int_0^R \int_0^\pi \frac{2r^2 \sin \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^{3/2}} d\theta dr \quad (\text{F.2})$$

$$I_2 = -2\pi \int_0^R \int_0^\pi \frac{3r^4 \sin^3 \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^{5/2}} d\theta dr. \quad (\text{F.3})$$

Pour résoudre la première intégrale, nous effectuons le changement de variable  $t = (r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^{-1/2}$ , ce qui mène à

$$I_1 = \frac{4\pi}{d} \int_0^R \frac{2r^2}{d^2 - r^2} dr. \quad (\text{F.4})$$

Concernant la résolution de  $I_2$ , nous intégrons d'abord deux fois par parties en posant d'abord

$$u = r^4 \sin^2 \theta \quad ; \quad v' = \frac{\sin \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^{5/2}}, \quad (\text{F.5})$$

puis en posant

$$u = r^3 \cos \theta \quad ; \quad v' = \frac{\sin \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^{3/2}}. \quad (\text{F.6})$$

Ensuite, nous effectuons le changement de variable  $t = (r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^{1/2}$ , ce qui permet d'écrire

$$I_2 = -\frac{4\pi}{d} \int_0^R \frac{2r^2}{d^2 - r^2} dr + \frac{8\pi}{d^3} \int_0^R r^2 dr. \quad (\text{F.7})$$

En ajoutant à ces résultats le facteur  $M_s V_s / 4\pi$  de l'expression initiale et en divisant par le volume  $V_s$  de la sphère, nous trouvons que la valeur moyenne du champ magnétique dipolaire

est

$$\langle H_{\text{dip.}} \rangle = \frac{2}{3} \left( \frac{R}{d} \right)^3 M_s. \quad (\text{F.8})$$

Nous pouvons remarquer ici que la valeur moyenne du champ sur le volume de la sphère correspond exactement à la valeur du champ magnétique dipolaire au centre de la sphère, montrant bien la correspondance entre une sphère uniformément aimantée et un dipôle magnétique ponctuel placé au centre de la sphère.

Pour compléter le calcul de la variance, nous devons maintenant calculer la moyenne de

$$H_{\text{dip.}}^2 = \frac{M_s^2 V_s^2}{16\pi^2} \times \left[ \frac{4}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^3} - \frac{12r^2 \sin^2 \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^4} + \frac{9r^4 \sin^4 \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^5} \right], \quad (\text{F.9})$$

ce qui implique la résolution des trois intégrales suivantes :

$$I_1 = 2\pi \int_0^R \int_0^\pi \frac{4r^2 \sin \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^3} d\theta dr \quad (\text{F.10})$$

$$I_2 = -2\pi \int_0^R \int_0^\pi \frac{12r^4 \sin^3 \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^4} d\theta dr \quad (\text{F.11})$$

$$I_3 = 2\pi \int_0^R \int_0^\pi \frac{9r^6 \sin^5 \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^5} d\theta dr. \quad (\text{F.12})$$

Pour chacune des intégrales, nous allons mentionner les principales étapes de résolution de l'intégration sur  $\theta$ . L'intégration sur  $r$  se fait de façon similaire et les expressions simplifiées que nous donnons peuvent facilement être intégrées par des outils de calcul symbolique. Ainsi, la résolution de la première intégrale se fait de façon assez directe en effectuant uniquement le changement de variable  $t = (r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^{-2}$  menant à

$$I_1 = 2\pi \int_0^R \frac{8r^2(d^2 + r^2)}{(d^2 - r^2)^4} dr = \frac{16\pi R^3}{3(d^2 - R^2)^3}. \quad (\text{F.13})$$

Pour la deuxième intégrale, nous intégrons d'abord par parties en posant

$$u = \sin^2 \theta \quad ; \quad v' = \frac{\sin \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^4}, \quad (\text{F.14})$$

puis nous effectuons le changement de variable  $t = (r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^{-3}$ , ce qui permet d'écrire

$$I_2 = \frac{8\pi}{d} \int_0^R \int_0^\pi \frac{r^3 \sin \theta \cos \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^3} d\theta dr. \quad (\text{F.15})$$

Nous répétons la même procédure, en commençant par l'intégration par parties avec

$$u = \cos \theta \quad ; \quad v' = \frac{\sin \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^3}, \quad (\text{F.16})$$

puis le changement de variable  $t = (r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^{-2}$  pour obtenir

$$I_2 = \frac{2\pi}{d^2} \int_0^R r^2 \left[ -\frac{(d+r)^4 + (d-r)^4}{(d^2 - r^2)^4} + \int_0^\pi \frac{\sin \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^2} d\theta \right] dr. \quad (\text{F.17})$$

Un dernier changement de variable,  $t = (r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^{-1}$ , mène à

$$I_2 = \frac{2\pi}{d^2} \int_0^R r^2 \left[ -\frac{(d+r)^4 + (d-r)^4}{(d^2 - r^2)^4} + \frac{2}{(d^2 - r^2)^2} \right] dr = \\ -\frac{4\pi R^3(d^2 + 3R^2)}{3d^2(d^2 - R^2)^3} + \frac{2\pi R}{d^2(d^2 - r^2)} - \frac{2\pi \tanh^{-1}(R/d)}{d^3}. \quad (\text{F.18})$$

Pour l'intégrale  $I_3$ , l'intégration par parties avec

$$u = 9r^6 \sin^4 \theta \quad ; \quad v' = \frac{\sin \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^5}, \quad (\text{F.19})$$

mène à deux sous-intégrales que nous devons évaluer :

$$I_{3i} = \frac{3\pi}{2d^2} \int_0^R \int_0^\pi \frac{2r^4 \sin \theta \cos^2 \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^3} d\theta dr \quad (\text{F.20})$$

$$I_{3ii} = \frac{3\pi}{2d^2} \int_0^R \int_0^\pi \frac{-r^4 \sin^3 \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^3} d\theta dr. \quad (\text{F.21})$$

La résolution de  $I_{3i}$  s'effectue en intégrant d'abord deux fois par parties, en commençant par poser

$$u = 2 \cos^2 \theta \quad ; \quad v' = \frac{\sin \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^3}, \quad (\text{F.22})$$

puis en posant

$$u = \frac{\cos \theta}{dr} \quad ; \quad v' = \frac{\sin \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^2}, \quad (\text{F.23})$$

pour ensuite utiliser le changement de variable  $t = r^2 + 2dr \cos \theta + d^2$ , ce qui mène à

$$I_{3i} = \frac{3\pi}{4d^3} \times \\ \int_0^R \left[ r^3 \left( \frac{(d+r)^4 - (d-r)^4}{(d^2 - r^2)^4} \right) - \frac{r^2}{d} \left( \frac{(d+r)^2 + (d-r)^2}{(d^2 - r^2)^2} \right) + \frac{r}{d^2} \ln \left( \frac{d+r}{d-r} \right) \right] dr. \quad (\text{F.24})$$

Concernant l'intégrale  $I_{3ii}$ , nous commençons une fois de plus en intégrant par parties avec

$$u = -\sin^2 \theta \quad ; \quad v' = \frac{\sin \theta}{(r^2 + 2dr \cos \theta + d^2)^3}, \quad (\text{F.25})$$

ce qui mène à une forme d'intégrale que nous avons déjà résolue dans le calcul de  $I_{3i}$ . Nous avons donc

$$I_{3ii} = \frac{3\pi}{8d^3} \int_0^R \left[ -\frac{r^2}{d} \left( \frac{(d+r)^2 + (d-r)^2}{(d^2 - r^2)^2} \right) + \frac{r}{d^2} \ln \left( \frac{d+r}{d-r} \right) \right] dr. \quad (\text{F.26})$$

En combinant  $I_{3i}$  et  $I_{3ii}$  et en effectuant l'intégration, nous obtenons

$$I_3 = \frac{3\pi R(d^4 + 3R^4) - 8\pi d^2 R^3}{2d^2(d^2 - R^2)^3} + 3\pi \frac{\tanh^{-1}(R/d)}{d^3} - \frac{9\pi}{4} \frac{R}{d^2(d^2 - R^2)} - \frac{9\pi}{8} \frac{R}{d^4} + \frac{9\pi}{16} \frac{d^2 - R^2}{d^5} \ln \left( \frac{d-R}{d+R} \right). \quad (\text{F.27})$$

Nous pouvons finalement combiner les résultats obtenus pour  $I_1$ ,  $I_2$  et  $I_3$  en tenant compte du facteur initial  $M_s^2 V_s^2 / 16\pi^2$  et de la division par  $V_s$  provenant de la définition de la moyenne. En tenant également compte du résultat obtenu pour  $\langle H_{\text{dip.}} \rangle$ , nous retrouvons l'expression de la variance du champ magnétique dipolaire donnée à l'équation (4.59).

## ANNEXE G PROCÉDURE D'AJUSTEMENT DE COURBE SUR LES MESURES FMR IMPLIQUANT DES RÉSEAUX DE NANOFILS.

Nous avons vu au Chapitre 3 que le signal de résonance ferromagnétique devrait prendre l'allure d'une fonction lorentzienne. À ce titre, lors des expériences impliquant des sphères de YIG seulement, nous avons utilisé l'expression donnée à l'équation (3.65) pour obtenir le champ de résonance et la largeur de résonance. Rappelons qu'à l'équation (3.65), nous avons utilisé la variable

$$x = \frac{(\omega_0 - \omega)}{\kappa_m} \quad (\text{G.1})$$

étant donné que les mesures se faisaient en balayant la fréquence pour un champ magnétique fixe. Concernant les mesures impliquant des réseaux de nanofils ferromagnétiques, nous balayons le champ magnétique et observons la dérivée du signal obtenu pour une fréquence fixe. La dérivée de la susceptibilité, calculée à l'équation (3.64), est donnée par une partie réelle

$$\frac{\partial \chi'}{\partial x} = \frac{1 - x^2}{(1 + x^2)^2} \quad (\text{G.2})$$

et un partie imaginaire

$$\frac{\partial \chi''}{\partial x} = \frac{-2x}{(1 + x^2)^2}, \quad (\text{G.3})$$

où cette fois-ci nous avons

$$x = \frac{H_0 - H_{\text{res}}}{\Delta H} \quad (\text{G.4})$$

avec  $H_{\text{res}}$  le champ magnétique de résonance et  $\Delta H$  la demi-largeur à mi-hauteur. En temps normal, nous nous attendons à ce que le signal de résonance des réseaux de nanofils soit donné par l'équation (G.3) à un facteur d'amplitude et une constante près. Ceci est le cas, par exemple, aux Figures 5.4(b) et (c). Or, lorsqu'un phénomène de couplage est présent, le signal mesuré est déformé, comme le montrent les Figures 5.4(a) et (d).

Dans ces cas, comme nous l'avons vu à la Section 5.3.3 du Chapitre 5, il faut généraliser notre expression pour l'ajustement de courbe en incluant une contribution de la partie dispersive de la susceptibilité. Pour ce faire, nous introduisons un angle  $\phi$  de sorte que l'amplitude du signal (A.S.) mesuré soit donnée par

$$\text{A.S.} = A \left[ \frac{-2x}{(1 + x^2)^2} \cos \phi + \frac{1 - x^2}{(1 + x^2)^2} \sin \phi \right] + B \quad (\text{G.5})$$

où  $A$  est un paramètre d'amplitude et  $B$  un paramètre d'*offset*. La Figure G.1 présente des ajustements de courbe effectués à partir de l'équation (G.5) sur des mesures expérimentales impliquant des réseaux de nanofils. Nous voyons à la Figure G.1(b), représentant la configuration côté or décrite à la Section 5.2.3, que la présence d'un couplage a pour effet d'augmenter le paramètre  $\phi$ .

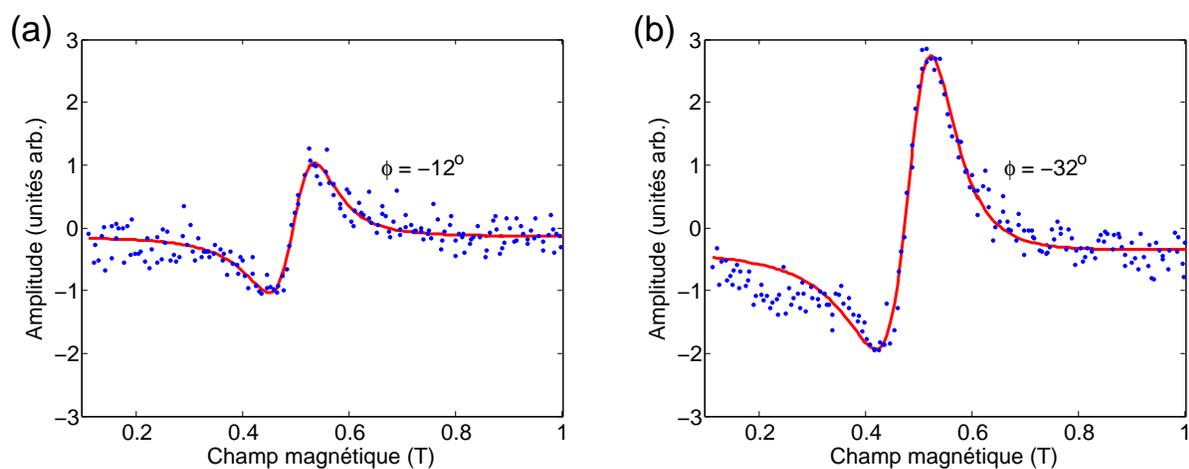


Figure G.1 Exemple d'ajustement de courbe effectué à partir de l'équation (G.5) permettant d'extraire le champ de résonance et la largeur de résonance. Les données expérimentales sont celles présentées à la Figure 5.10, pour une fréquence de 31.3 GHz. (a) Côté nanofils. (b) Côté or.

**ANNEXE H    RÉSULTATS EXPÉRIMENTAUX OBTENUS SUR  
PLUSIEURS ÉCHANTILLONS DE RÉSEAUX DE NANOFILS  
FERROMAGNÉTIQUES DANS LA BANDE W.**

Au Chapitre 5, nous nous sommes concentrés sur les résultats expérimentaux obtenus pour les échantillons nommés CoFeB DM et CoFeB DJ. Cependant, d'autres échantillons sont disponibles au Laboratoire de magnétisme et ceux-ci ont également été caractérisés dans la bande W afin d'en extraire le champ  $H_{\text{eff}}$ , la fréquence de résonance naturelle  $f_0$ , le paramètre d'amortissement phénoménologique de Gilbert  $\alpha$  et la largeur de résonance  $\Delta H_0$  à fréquence nulle. Tout d'abord, le Tableau H.1 présente les paramètres géométriques ainsi que l'aimantation à saturation des réseaux de nanofils étudiés. Concernant l'aimantation à saturation, celle-ci correspond à la valeur obtenue pour une couche mince. La référence [133] contient

Tableau H.1 Caractéristiques de tous les réseaux de nanofils disponibles.

Échantillon	2a (nm)	D (nm)	f	L ( $\mu\text{m}$ )	$M_s$ (kA/m)
CoFeB 6	170	330	0.18	6	1350
CoFeB 14	170	330	0.18	14	1350
CoFeB 25	170	330	0.18	25	1350
CoFeB DJ	42	111	0.12	33	1350
CoFeB DM	42	111	0.12	100	1350
CoFeB EC	20	60	0.09	12	1350
Ni 6	170	330	0.18	6.2	460
Ni 19	170	330	0.18	19	460
Ni 37	170	330	0.18	37	460
Ni DC	42	111	0.12	15	460
Ni ED	20	60	0.08	15	460

des informations plus détaillées sur chacun de ces échantillons. Les résultats que nous avons obtenus à partir des expériences de résonance ferromagnétique dans la bande W se retrouvent au Tableau H.2.

Tableau H.2 Condition et largeur de résonance de tous les réseaux de nanofils disponibles.

Échantillon	$\mu_0 H_{\text{eff}}$ (G)	$f_0$ (GHz)	$\alpha$ ( $\times 10^{-3}$ )	$\mu_0 \Delta H_0$ (G)
CoFeB 6	4592	13.9	4.3	362
CoFeB 14	5647	17.0	3.0	637
CoFeB 25	4312	13.0	9.7	417
CoFeB DJ	7293	21.5	9.5	703
CoFeB DM	5642	16.9	7.1	361
CoFeB EC	7935	23.9	4.1	1361
Ni 6	3505	10.3	53.0	414
Ni 19	1764	5.5	22.1	899
Ni 37	1518	4.7	14.2	1309
Ni DC	2901	8.7	53.4	154
Ni ED	7741	24.2	28.4	593

## ANNEXE I IDENTIFICATION DU MODE DE RÉSONANCE DIÉLECTRIQUE

Afin de permettre d'identifier le mode de résonance diélectrique qui se retrouve excité dans nos simulations par éléments finis présentées à la Section 5.3.1, nous établissons ici un résumé de la théorie des résonateurs diélectriques décrite dans l'ouvrage de référence [167].

Tout d'abord, la théorie que nous résumons concerne d'abord un diélectrique de forme cylindrique de rayon  $a$ , de longueur infinie et dont l'axe est selon  $\hat{\mathbf{z}}$ . Ce diélectrique a une permittivité plus grande que celle du vide et est placé dans un environnement de permittivité  $\epsilon_0$ . En partant des équations de Maxwell en coordonnées cylindriques  $(\rho, \phi, z)$ , nous avons

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right) h_\rho = i\omega\epsilon \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi} e_z + \frac{\partial^2}{\partial z \partial \rho} h_z; \quad (\text{I.1})$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right) e_\phi = \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \phi} e_z + i\omega\mu \frac{\partial}{\partial \rho} h_z; \quad (\text{I.2})$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right) e_\rho = \frac{\partial^2}{\partial z \partial \rho} e_z - i\omega\mu \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \phi} h_z; \quad (\text{I.3})$$

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} + k^2\right) h_\phi = -i\omega\epsilon \frac{\partial}{\partial \rho} e_z + \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2}{\partial z \partial \phi} h_z. \quad (\text{I.4})$$

Tous les champs transverses peuvent être calculés à partir des champs en  $\hat{\mathbf{z}}$  qui eux-mêmes satisfont

$$\left(\nabla^2 + k^2\right) e_z = 0; \quad (\text{I.5})$$

$$\left(\nabla^2 + k^2\right) h_z = 0. \quad (\text{I.6})$$

Pour résoudre les équations impliquant les quantités  $e_z$  et  $h_z$ , la méthode utilisée est celle de la séparation des variables avec

$$\begin{bmatrix} e_z(\rho, \phi, z) \\ h_z(\rho, \phi, z) \end{bmatrix} = P(\rho)\Phi(\phi)Z(z). \quad (\text{I.7})$$

Nous avons alors l'équation principale

$$\frac{1}{\rho P} \frac{d}{d\rho} \left( \rho \frac{dP}{d\rho} \right) + \frac{1}{\rho^2 \Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} + \frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} + k^2 = 0. \quad (\text{I.8})$$

En utilisant

$$\frac{1}{Z} \frac{d^2 Z}{dz^2} = -\beta^2; \quad (\text{I.9})$$

$$\frac{1}{\Phi} \frac{d^2 \Phi}{d\phi^2} = -m^2, \quad (\text{I.10})$$

pour les équations harmoniques, l'équation (I.8) devient

$$\rho \frac{d}{d\rho} \left( \rho \frac{dP}{d\rho} \right) + \left( (k_\rho \rho)^2 - m^2 \right) P = 0, \quad (\text{I.11})$$

ce qui représente l'équation de Bessel d'ordre  $m$ . À l'équation (I.11), nous avons utilisé  $k_\rho^2 = k^2 - \beta^2$ . L'équation de Bessel permet d'obtenir les quantités qui nous intéressent, soit les champs  $h_\rho$ ,  $h_\phi$  et  $e_z$ . En spécifiant par l'indice 1 les champs à l'intérieur du cylindre diélectrique et par l'indice 2 les champs à l'extérieur, nous avons

$$h_{\rho 1} = \frac{1}{k_{\rho 1}^2} \left( -i\omega\epsilon m \frac{A}{\rho} J_m(k_{\rho 1}\rho) - i\beta k_{\rho 1} B J'_m(k_{\rho 1}\rho) \right) \sin(m\phi) e^{-i\beta z}; \quad (\text{I.12})$$

$$h_{\phi 1} = \frac{1}{k_{\rho 1}^2} \left( -i\omega\epsilon k_{\rho 1} A J'_m(k_{\rho 1}\rho) - i\beta m \frac{B}{\rho} J_m(k_{\rho 1}\rho) \right) \cos(m\phi) e^{-i\beta z}; \quad (\text{I.13})$$

$$h_{\rho 2} = \frac{1}{k_{\rho 2}^2} \left( i\omega\epsilon_0 m \frac{C}{\rho} K_m(k_{\rho 2}\rho) + i\beta k_{\rho 2} D K'_m(k_{\rho 2}\rho) \right) \sin(m\phi) e^{-i\beta z}; \quad (\text{I.14})$$

$$h_{\phi 2} = \frac{1}{k_{\rho 2}^2} \left( i\omega\epsilon_0 k_{\rho 2} C K'_m(k_{\rho 2}\rho) + i\beta m \frac{D}{\rho} K_m(k_{\rho 2}\rho) \right) \cos(m\phi) e^{-i\beta z}, \quad (\text{I.15})$$

et

$$e_{z1} = A J_m(k_{\rho 1}\rho) \cos(m\phi) e^{-i\beta z}; \quad (\text{I.16})$$

$$e_{z2} = C K_m(k_{\rho 2}\rho) \cos(m\phi) e^{-i\beta z}. \quad (\text{I.17})$$

Ces champs font intervenir  $J_m$  qui est la fonction de Bessel de première espèce d'ordre  $m$  et  $K_m$  qui est la fonction de Bessel modifiée de deuxième espèce d'ordre  $m$ . Les fonctions  $J'_m$  et  $K'_m$  représentent les dérivées par rapport à leur argument de  $J_m$  et  $K_m$ , respectivement. Finalement,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  sont des amplitudes que nous expliciterons plus loin.

Afin d'être en mesure de calculer la distribution spatiale de ces champs pour chaque mode de résonance diélectrique, il faut déterminer la valeur de plusieurs quantités qui demeurent pour l'instant inconnues. Pour y parvenir, nous devons dans un premier temps satisfaire la

continuité des champs tangentiels au travers de la surface, ce qui mène à l'équation

$$F_1(x)F_2(x) - F_3(x)^2 = 0 \quad (\text{I.18})$$

où

$$F_1(x) = \frac{J'_m(x)}{x} + \frac{K'_m(y)J_m(x)}{(\epsilon/\epsilon_0)yK_m(y)}; \quad (\text{I.19})$$

$$F_2(x) = \frac{J'_m(x)}{x} + \frac{K'_m(y)J_m(x)}{yK_m(y)}; \quad (\text{I.20})$$

$$F_3(x) = m\frac{\beta}{k}J_m(x) \left( \frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} \right); \quad (\text{I.21})$$

$$x = k_{\rho_1}a; \quad (\text{I.22})$$

$$y = k_{\rho_2}a = \sqrt{(k_0a)^2(\epsilon/\epsilon_0 - 1) - x^2}, \quad (\text{I.23})$$

avec  $k_0 = k/\sqrt{\epsilon/\epsilon_0}$ . La résolution numérique de l'équation (I.18) pour un indice  $m$  donne plusieurs solutions qui indiquent alors l'indice  $n$  du mode diélectrique  $\text{HEM}_{mn}$ . De plus, les amplitudes  $A$ ,  $B$ ,  $C$  et  $D$  mentionnées précédemment sont maintenant liées entre elles par les relations

$$B = -\frac{A}{\sqrt{\mu_0/\epsilon}} \frac{F_3(x)}{F_2(x)}; \quad (\text{I.24})$$

$$C = A \frac{J_m(x)}{K_m(y)}; \quad (\text{I.25})$$

$$D = B \frac{J_m(x)}{K_m(y)}. \quad (\text{I.26})$$

Ainsi, une seule amplitude, en l'occurrence  $A$ , peut être choisie arbitrairement et les autres amplitudes découlent alors de ce choix.

Le modèle que nous avons simulé à la Section 5.3.1 peut être approximé par un diélectrique d'une longueur  $h$  placé entre deux plans métalliques infinis. Ceci représente une mauvaise approximation de notre échantillon placé dans un guide d'onde métallique avec une surface recouverte d'une couche métallique, mais la simplicité de cette approximation permet au moins de tirer quelques conclusions intéressantes dont l'identification du mode de résonance que nous excitons dans notre modèle.

Dans cette approximation simpliste, le fait d'avoir deux plans métalliques infinis impose la condition  $\beta h = p\pi$  où  $p \in \mathbb{N}$ . Avec les relations définies précédemment, cela implique donc

que

$$x^2 = (k_0 a)^2 (\epsilon/\epsilon_0) - \left(\frac{a}{h} p \pi\right)^2. \quad (\text{I.27})$$

La résolution numérique pour déterminer les valeurs de  $x$  qui respectent à la fois l'équation (I.18) et l'équation (I.27) nous permet de déterminer le mode de résonance diélectrique  $\text{HEM}_{mnp}$ . Dans notre cas, comme nous l'avons mentionné à la Section 5.3.1, le mode de résonance diélectrique que nous excitons est le mode  $\text{HEM}_{121}$ . Pour un rayon  $a = 1.5$  mm, une hauteur  $h = 150$   $\mu\text{m}$  et une permittivité  $\epsilon/\epsilon_0 = 26.23$ , nous trouvons que

$$\beta a = 31.4157; \quad (\text{I.28})$$

$$k_{\rho 1} a = 5.0319; \quad (\text{I.29})$$

$$k_{\rho 2} a = 30.7954. \quad (\text{I.30})$$

Pour une fréquence  $\omega/2\pi = 33.025$  GHz, les expressions que nous avons écrites plus tôt pour les champs magnétiques et électriques mènent aux distributions spatiales présentées à la Figure I.1 dans le plan  $xy$ . Nous voyons à partir de ces distributions, en les comparant

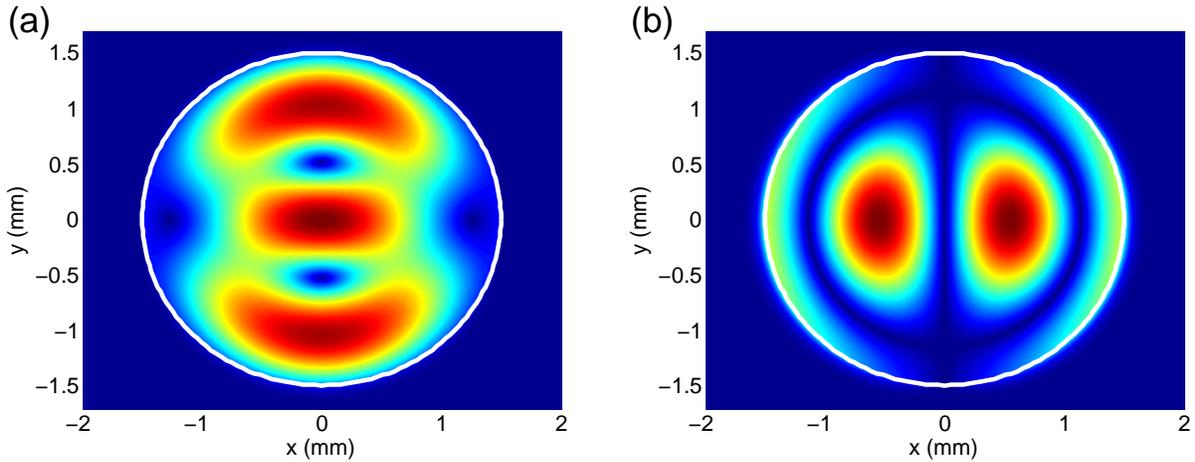


Figure I.1 Distribution spatiale théorique du mode de résonance diélectrique  $\text{HEM}_{121}$ , à 33.025 GHz, pour (a) la norme  $|\mathbf{h}_t|$  du champ magnétique transverse et (b) la norme  $|\mathbf{e}_z|$  du champ électrique axial.

à celles de la Figure 5.15, que le mode  $\text{HEM}_{121}$  est bien celui qui est excité dans le modèle simulé.