



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**ESTUDIO DE LAS FUNCIONES DE REFLECTANCIA Y
TRANSMITANCIA EN LA GENERACIÓN DE PLASMONES
SUPERFICIALES (SPR) BAJO LA CONFIGURACIÓN DE
KRETSCHMANN, UTILIZANDO EL MÉTODO DE MATRIZ DE
TRANSFERENCIA (MMT)**

MAICOL CÁRDENAS HERNÁNDEZ

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Departamento de Física
Ciudad, Colombia

2012

**ESTUDIO DE LAS FUNCIONES DE REFLECTANCIA Y
TRANSMITANCIA EN LA GENERACIÓN DE PLASMONES
SUPERFICIALES (SPR) BAJO LA CONFIGURACIÓN DE
KRETSCHMANN, UTILIZANDO EL MÉTODO DE MATRIZ DE
TRANSFERENCIA (MMT)**

MAICOL CÁRDENAS HERNÁNDEZ

Trabajo de grado presentado como requisito para optar al título de:
Magíster en Ciencias Física

Director:
Ph.D. John Morales Aponte

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias, Departamento de Física
Bogotá, Colombia
2012

Dedicatoria

A mi Madre a Hugo a Bladimir y a Mariana, por ser el pilar fundamental en todo lo que soy, en toda mi educación, tanto académica, como de la vida, por su incondicional apoyo perfectamente mantenido a través del tiempo.

A Lina Natalia por su amor y comprensión.

Y a mis familiares, amigos y profesores por su lealtad y apoyo.

Agradecimientos

Quiero agradecerle a mi asesor al profesor John Morales Aponte, Ph. D., Profesor del Departamento de Física de la Universidad Nacional de Colombia, por la orientación brindada en el desarrollo de este trabajo de maestría.

A mis amigos del grupo de estudios del MMT, Lic. Raul Castiblanco y Lic. Jhon Vargas por su apoyo y colaboración. También al filósofo Bladimir Cárdenas por sus sugerencias en la redacción del presente escrito.

A las personas del laboratorio de materia condensada de la Universidad de los Andes, al profesor Edgar Patiño , Ph. D del departamento de Física de la universidad de los Andes y especialmente mi amigo MSc Cesar Herreño por facilitar el uso de equipos para tomar los datos experimentales de este trabajo.

Agradezco a aquellas grandes personas que hacen posible el conocimiento en las aulas de la Universidad Nacional de Colombia, a los excelentes profesores del programa de maestría en Ciencias Físicas. A mis compañeros de la generación, por todos los buenos y malos momentos que viví con ellos. A todos los que alguna vez han compartido sus conocimientos para enriquecernos a todos.

Resumen

El objetivo de este trabajo fue deducir analíticamente las funciones de reflectancia y transmitancia cuando existe generación de plasmones superficiales en sistemas ópticos estratificados. El sistema estudiado es conocido en la literatura como la configuración de Kretschmann[6], esta deducción analítica se realizó de por dos caminos diferentes, inicialmente de forma funcional [7] muy común en la literatura y posteriormente con ayuda de un formalismo matemático más sólido conocido como Método de Matriz de Transferencia MMT[21], este formalismo se utiliza en la solución de problemas en materia condensada en la presencia de sistemas periódicos o no periódicos como pozos o barreras de potencial, para encontrar la solución de la función de onda. Se aplica el MMT a un sistema óptico no periódico para deducir las funciones de reflectancia y transmitancia y luego compararlas con las obtenidas funcionalmente, como ganancia de este trabajo se realizó el montaje experimental objetivo que no estaba propuesto en el proyecto de trabajo de grado inicialmente, los datos experimentales fueron utilizados para validar el modelo teórico desarrollado de forma funcional y matricial, por último se concluyen los parámetros necesarios para la excitación de plasmones superficiales y el comportamiento de las funciones de reflectancia y transmitancia.

Palabras clave: Plasma, plasmones superficiales, Matriz de Transferencia, Reflectancia, Transmitancia, plasmónica, Kretschmann.

Abstract

The aim of this work was to derive analytically the reflectance and transmittance functions when there is surface plasmon generation in optical laminates. The system studied is known in the literature as the Kretschmann configuration [6], this deduction is performed analytically in two different ways, initially functionally [7] very common in the literature and then using a stronger mathematical formalism known as transfer matrix method TMM [21], this formalism is used in solving problems in condensed matter systems in the presence of newspapers or newspapers as potential wells or barriers, to find the solution of the wave function. MMT is applied to an optical system nonperiodic functions to deduce the reflectance and transmittance and then compare them with those obtained functionally, as gain this work, the experimental objective was not proposed in the draft grade work initially, experimental data were used to validate the theoretical model developed in a functional matrix finally conclude the parameters necessary for the excitation of surface plasmons and the behavior of functions of reflectance and transmittance.

Keywords: Plasma, surface plasmon, Transfer Matrix Method, Prisma, Reflectancia, Transmitancia, Fresnel, Kretschmann

Contenido

Agradecimientos	vii
Resumen	ix
1. Introducción	1
1.1. Objetivos	2
1.2. Objetivos Específicos	2
2. Deducción las funciones de Reflectancia y Transmitancia	3
2.1. Función dieléctrica y relación de dispersión	3
2.2. Función Dieléctrica en un Gas de Electrones Libres	3
2.3. Plasmones de superficie en interfaces metal-dieléctrico	6
2.4. Plasmones	7
2.5. Ondas Transversales Eléctricas (TE) y Transversales Magnéticas (TM)	7
2.6. Oscilación Longitudinal de Plasma	11
2.7. Generación de plasmones de superficie (SP)	12
2.8. Configuración de Kretschmann	13
2.9. Condiciones de Frontera	16
2.10. Reflectancia y Transmitancia en la configuración de Kretschmann	19
3. Estudio detallado del Método de Matriz de Transferencia (MMT)	23
3.1. Formulación Matriz 2x2 para dos interfaces	23
3.2. Formulación Matriz 2x2 para N interfaces	27
3.3. Propiedades de la Matriz de Transferencia	30
4. Deducción las funciones de Reflectancia y Transmitancia utilizando MMT	31
5. Método Experimental	41
5.1. Procedimiento Experimental	41
5.1.1. Limpieza del sustrato	41
5.1.2. Deposición de la lámina de plata	42
5.1.3. Adquisición de datos	44

6. Datos experimentales	47
6.1. Comparación datos experimentales y modelo teórico	47
7. Conclusiones y recomendaciones	60
7.1. Conclusiones	60
7.2. Recomendaciones	61
A. Anexos	62
A.1. Deducción de la matriz Dinámica	62
A.2. Algebra Matricial	63
A.2.1. La Matriz Cofactores	63
A.2.2. La matriz Adjunta	64
A.2.3. La Matriz Inversa	65
A.3. Código Cálculo w_p y n_v	65
A.4. Código Cálculo τ y γ	66
A.5. Tabla de Datos Experimentales	67
Bibliografía	72

Lista de Figuras

2-1.	Gas con electrones libres que interactúa con un campo eléctrico externo. . .	4
2-2.	Sistema por el cual se propagan las ondas electromagnéticas con polarización TE y TM.	8
2-3.	Configuración de Kretschmann. Donde θ_1 es el ángulo de incidencia del láser, θ_2 es el ángulo que forma el rayo al pasar al metal, θ_3 es el ángulo que forma el rayo al pasar al aire respecto a la normal, ε_p es la constante dieléctrica del prisma, $\varepsilon(w)_m$ es la función dieléctrica del metal, ε_a es la constante dieléctrica del aire y d es el espesor de la película delgada.	13
2-4.	Configuración geométrica de Kretschmann. Donde pi representa las componentes del campo incidente en el prisma, pr son las componentes reflejadas en el prisma, mt son las componentes transmitidas al metal, mr son las componentes reflejadas en el interior de metal y dt son las componentes transmitidas al dieléctrico (aire).	14
2-5.	Estas son las diferentes regiones por las cuales debe desplazarse la onda electromagnética (Láser) en la configuración de Kretschmann, en la figura (a) Muestra la primera región donde el láser pasa del prisma al metal. (b) Muestra el láser que incide en la segunda interfase proveniente de la porción de energía que fue transmitida al metal desde la primera interfase. (c) Es el porcentaje de la luz láser transmitida al aire desde el metal.	16
2-6.	Función de reflectancia en función del ángulo de incidencia para la configuración de Kretschmann en un sistema Prisma-Plata-Aire. Donde $n_p = 1,52$, $\varepsilon_m = -18 + 0,4i$, $n_d = 1$, $d = 560 * 10^{-10}m$, y $\lambda = 6328 * 10^{-10}m$	20
2-7.	Función de reflectancia contra el ángulo de incidencia para varios espesores de la película delgada, manteniendo constante la longitud de onda λ	21
2-8.	Función de reflectancia contra longitud de onda, para distintos espesores, manteniendo θ_p constante.	22
2-9.	Se muestran las funciones de Transmitancia amplificada 50 veces(discontinua) y Reflectancia (continua). Se observa que las dos funciones tiene el mínimo en el ángulo donde se genera el plasmon de superficie.	22
3-1.	Película de espesor d en un medio dieléctrico.	23
3-2.	Sistema dieléctrico estratificado multicapa.	27

4-1.	Sistema óptico que se desea estudiar.	31
4-2.	Esquema del sistema óptico para desarrollar el método de la matriz de transferencia.	32
4-3.	En las dos gráficas se muestra el comportamiento de las funciones de reflectancia(Azul y Punteada) y la transmitancia(Roja y continua). Los parámetros utilizados para realizar esta gráfica fueron, $n_p = 1,52$, $\epsilon_m = -18,3 + 0,4i$, $n_a = 1,00$ y $\lambda = 6328 * 10^{-7}m$	38
4-4.	Se muestran las funciones de transmitancia amplificada 50 veces(líneas) y reflectancia (continua), se observa que las dos funciones tiene el mínimo en el ángulo donde se genera el plasmón de superficie.	39
4-5.	Se muestran la función de transmitancia definida por $T = 1 - R$, el cual no es un modelo apropiado para este trabajo; ya que, en el sistema existe absorción de energía en el medio conductor.	40
5-1.	Configuración de Kretschmann. Donde θ_1 es el ángulo de incidencia del láser, θ_2 es el ángulo que forma el rayo al pasar al metal, θ_3 es el ángulo que forma el rayo al pasar al aire respecto a la normal, ϵ_p es la constante dieléctrica del prisma, $\epsilon(w)_m$ es la función dieléctrica del metal, ϵ_a es la constante dieléctrica del aire y d es el espesor de la película delgada.	42
5-2.	Se muestran las tres partes principales de la cámara de evaporación. En la partes superior está el porta sustratos, allí se ubica el porta objetos donde se depositará la lámina delgada. En el medio está el cristal de cuarzo encargado de medir el espesor de la película. En la parte inferior se muestra el bote, lugar donde se coloca el material a evaporar, se utilizo plata con una pureza de 99,99%.	43
5-3.	Láminas de diferentes espesores terminadas de derecha a izquierda 40nm, 45nm y 46nm.	44
5-4.	Montaje para medir le reflectancia en la configuración de Kretschmann.	45
5-5.	Montaje experimental, imágenes de varios ángulos del montaje utilizado para medir la reflectancia en la configuración de Kretschmann.	46
6-1.	Gráficas de calibración del montaje experimental para identifica el ruido del equipo y utilizarlo como base para eliminar el ruido de la medida <i>background</i>	48
6-2.	Gráficas de calibración del montaje experimental en el que se ven medidas preliminares de los SPP. El eje del ángulo no está ajustado, por lo tanto, éste no es donde se genera el mínimo. El parámetro del ángulo se ajustara más adelante.	52

- 6-3.** Comparación de los datos experimentales con el modelo teórico. Los puntos naranja representan una lámina de 56,1nm. Los puntos azules representan una lámina con un espesor de 47,0nm. La línea discontinua representa la función de reflectancia calculada a partir del modelo teórico para una lámina delgada de 47,0nm. 53
- 6-4.** Función de reflectancia contra el ángulo de incidencia para varios espesores de la película delgada, manteniendo constante la longitud de onda del laser, a partir del modelo teórico desarrollado por el MMT. 53
- 6-5.** Datos experimentales para diferentes espesores. Los puntos rojos representan una lámina de 45,0nm de espesor. Los puntos azules representan una lámina con un espesor de 46,0nm, los puntos verdes representan una lámina de 40,0nm de espesor. 54
- 6-6.** Los datos experimentales. Puntos rojos representan una lámina de 45,0nm de espesor. La línea continua verde representa el modelo teórico sin ninguna modificación. 54
- 6-7.** Se muestran varias gráficas de reflectancia donde se varía el valor complejo de la función dieléctrica desde 0 hasta 2, para estudiar sus implicaciones en el comportamiento del fenómeno. 55
- 6-8.** Modificando el valor de la función dieléctrica en su componente compleja, tomando los datos de la Fig. **6-6** el mínimo teórico se ajusta al experimental, la corrección fue $\epsilon_c = 0,4$ a $\epsilon_c = 0,13$ 56
- 6-9.** Se muestran varias gráficas de Reflectancia donde se varía el valor real de la función dieléctrica desde -6 hasta -26, para estudiar sus implicaciones en el comportamiento del fenómeno. 57
- 6-10.** Modificando el valor de la función dieléctrica en su componente real, obtenemos la gráfica de color amarillo. Lo cual, nos muestra que no es un buen ajuste. Tomando los datos de la Fig. **6-8** el mínimo teórico se ajusta al experimental, y el tamaño de la campana también. Pero el ángulo donde se genera el plasmón superficial se desplazo, la corrección fue $\epsilon_r = -18$ a $\epsilon_r = -12$. . . 58
- 6-11.** Modificando el valor de las componentes real e imaginaria de la función dieléctrica, obtenemos la gráfica de color negro, lo cual nos muestra que un ajuste entre los datos experimentales y el modelo teóricos. Tomando los datos de la Fig. **6-10** el mínimo teórico se ajusta al experimental, y el tamaño de la campana también, la corrección en la función dieléctrica fue de $\epsilon_r = -18$ inicialmente hasta $\epsilon_r = -25,8$ y la parte compleja desde $\epsilon_c = 0,4$ hasta $\epsilon_c = 0,043$. 58

-
- 6-12.** Modificando el espesor, $d = 41\text{nm}$ y modificando el valor de las componentes real de $\epsilon_r = -18$ inicialmente hasta $\epsilon_r = -25$ y la parte compleja desde $\epsilon_c = 0,4$ hasta $\epsilon_c = 0,3$ obtenemos la gráfica de color azul, lo cual nos muestra que un ajuste entre los datos experimentales y el modelo teóricos. Tomando los datos de la Fig. **6-6** el mínimo teórico se ajusta al experimental, y el tamaño de la campana también, además el ángulo crítico es cercano al experimental. 59
- A-1.** Reflexión y refracción con ondas TE. 62

1. Introducción

Los plasmones de superficie son modos de oscilación del plasma electrónico que se originan en la superficie de materiales conductores. A pesar que el fenómeno fue descubierto hace más de cien años, sólo hasta hace unos diez años se empezó a comprender sus potenciales aplicaciones. Hoy día se construyen biosensores moleculares que funcionan en la base del acoplamiento fuerte entre la radiación visible con los plasmones superficiales (polaritón-plasmón de superficie) [10] al tiempo que se trabaja en aplicaciones relacionadas con la producción de materiales con propiedades ópticas extraordinarias (metamateriales) [17], mecanismos y dispositivos de control de los plasmones superficiales que serían el inicio de una nueva tecnología denominada plasmónica [4].

En este trabajo se busca identificar las características ópticas de la configuración de Kretschmann para producir plasmones de superficie, utilizando para este estudio el MMT[16]. Así, en el capítulo primero, se exponen los objetivos de este trabajo. En el capítulo segundo, se hace una descripción de los modelos teóricos implementados para abordar el problema de la interacción radiación materia, es así, que se presenta el modelo de Drude, una discusión sobre el cálculo de la función dieléctrica, la relación de dispersión para ilustrar su potencial en la descripción del fenómeno motivo del presente trabajo. Al finalizar este mismo capítulo, se deducen las funciones de reflectancia y transmitancia por el método convencional.

Luego de abordar el problema del comportamiento de las ondas electromagnéticas en la materia (dieléctricos y metales). En el capítulo tercero, se desarrolla el estudio detallado del MMT. En el cuarto capítulo, se calculan las funciones de reflectancia y transmitancia de las oscilaciones del plasma electrónico utilizando el método de matriz de transferencia.

En el capítulo quinto, se tiene la descripción del montaje experimental que fue necesario implementar para medir la excitación de plasmones superficiales en la configuración de Kretschmann. Los resultados obtenidos en este trabajo están sintetizados en el capítulo sexto, donde se muestran los patrones de reflectancia y transmitancia obtenidos en el capítulo segundo (*Método convencional*) y capítulo cuarto (*Método de Matriz de Transferencia*). Los cuales se comparan con los patrones de reflectancia obtenidos experimentalmente en la excitación de plasmones de superficie bajo la configuración de Kretschmann, método indiscutible para validar el modelo teórico desarrollado en el trabajo. Por último, en el capítulo séptimo, se muestran las conclusiones y perspectivas en la línea de la generación y control de los plasmones superficiales en sistemas estratificados, tomando este documento como referencia.

1.1. Objetivos

Obtener los patrones de reflectancia y transmitancia en la configuración de Kretschmann utilizando el método de matriz de transferencia.

1.2. Objetivos Específicos

- Modelar la configuración de Kretschmann como un sistema multicapa.
- Estudiar del método de matriz de transferencia.
- Utilizar el método de matriz de transferencia para deducir las funciones de reflectancia y transmitancia en la configuración de estudio.
- Realizar la deducción de las funciones de reflectancia y transmitancia por el modelo convencional para comparar los resultados obtenidos utilizando el método de matriz de transferencia.

Una ganancia en el desarrollo de este trabajo fue realizar el montaje experimental de la configuración de Kretschmann, objetivo que no fue planteado en el documento inicial.

2. Deducción las funciones de Reflectancia y Transmitancia

2.1. Función dieléctrica y relación de dispersión

Dos propiedades importantes en el estudio de las ecuaciones de Maxwell en la materia son: La función dieléctrica de los metales, ya que ésta puede brindar información del comportamiento de las ondas electromagnéticas en la materia, y así contribuir al entendimiento de la propagación de las ondas electromagnéticas en los materiales, en su evolución en el espacio y en el tiempo. La relación de dispersión, que es el vínculo entre el número de onda κ , que indica el número de veces que vibra una onda en una unidad de distancia y la frecuencia ω , que indica el número de veces que vibra una onda en la unidad de tiempo, suministrando así información del comportamiento de la onda electromagnética.

2.2. Función Dieléctrica en un Gas de Electrones Libres

Analizar las propiedades ópticas de los metales, siguiendo el modelo de Drude, es muy beneficioso, puesto que este modelo describe la respuesta de un metal cuando está en presencia de la radiación electromagnética, basado en un modelo de electrones libres. Debemos conocer la función dieléctrica del material para aventurarnos a analizar sus propiedades ópticas.

Sobre un gran rango del espectro electromagnético, las propiedades ópticas de los metales pueden ser explicadas por el modelo de plasma, tomando en cuenta que el plasma es una colección de partículas cargadas que presentan una dinámica colectiva donde los electrones libres se comportan como un gas de electrones libres con un número de densidad n por unidad de volumen que están presentes sobre un fondo de núcleos positivos que crean carga neta cero desde un punto de vista macroscópico. Los electrones oscilan aleatoriamente en estado natural, pero cuando se aplica un campo eléctrico los electrones, en respuesta, son estimulados por el campo externo y conducidos en el interior del material creando una polarización interna dependiente de la dirección del campo que se está aplicando, generando una reorganización de las cargas presentes. Este movimiento, de electrones, presenta fenómenos como: El amortiguamiento por colisiones que tiene una frecuencia característica de $\gamma = 1/\tau$. Donde τ es conocido como el tiempo de relajación de los electrones de un gas, este tiempo está en el rango de 10^{-14} s en un cuarto a temperatura ambiente, y γ corresponde al orden

de 100THz [11].

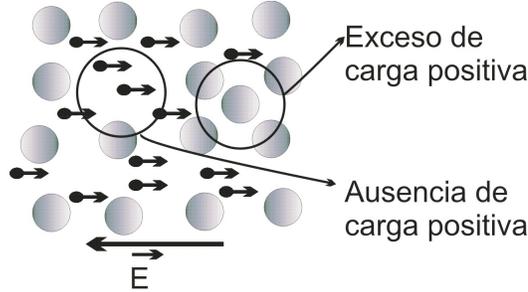


Figura 2-1.: Gas con electrones libres que interactúa con un campo eléctrico externo.

La ecuación del movimiento de un electrón libre que se encuentra en presencia de un campo externo y considerando las colisiones con las impurezas e imperfecciones de la red como se muestra en la Fig. 2-1 se modela como:

$$m \frac{d^2 \mathbf{x}}{dt^2} + m\gamma \frac{d\mathbf{x}}{dt} = -e\mathbf{E} \quad (2-1)$$

Asumiendo que, sobre el electrón actúa un campo eléctrico \mathbf{E} y que su posición \mathbf{x} , dependen del tiempo de la forma $\exp(-i\omega t)$, la solución a la ecuación diferencial 2-1 es conocida como:

$$-m\omega^2 x = \frac{m}{\tau} i\omega x - eE \quad (2-2)$$

Donde se obtiene la función que describe el movimiento del electrón en la interacción con el campo electromagnético.

$$x(t) = \frac{e}{m(\omega^2 + i\gamma\omega)} E(t) \quad (2-3)$$

En este análisis se ha despreciado la fuerza debida al campo magnético \mathbf{B} , asociado al campo electromagnético de la onda que incide, ya que es muy pequeño comparado con la fuerza eléctrica.

Al momento de aplicar la ecuación del movimiento 2-1 a todos los electrones del gas se presentaría un problema al asumir que en cada posición actúa la misma fuerza sobre cada electrón, hecho que no es cierto si \mathbf{E} varía en el espacio. Pero si la longitud de onda λ del campo eléctrico es mucho mayor que el recorrido libre medio del electrón, $\lambda \gg l$, conociendo que $(l = v_f \cdot t)$, Donde v_f se conoce como la velocidad de Fermi, \mathbf{E} no variará apreciativamente en distancias comparables a l y la hipótesis será aceptable.

La polarización \mathbf{P} de un gas de electrones libres es tomada como el momento dipolar por unidad de volumen, entonces la polarización es: $\mathbf{P} = -nex(t)$, Donde n representa la concentración del gas de electrones, así explícitamente se obtiene al reemplazar 2-3 en \mathbf{P} se llega a la polarización como:

$$\mathbf{P} = -\frac{ne^2}{m(w^2 + i\gamma w)}\mathbf{E} \quad (2-4)$$

El vector de desplazamiento eléctrico se puede escribir en términos de la polarización como $\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P}$ [5], se puede sustituir 2-4 en \mathbf{D} mencionada anteriormente y utilizar la ecuación del campo auxiliar eléctrico así.

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0\mathbf{E} - \frac{ne^2}{m(w^2 + i\gamma w)}\mathbf{E} = \varepsilon_0\varepsilon\mathbf{E} = \varepsilon_0\left(1 - \frac{ne^2}{m\varepsilon_0(w^2 + i\gamma w)}\right)\mathbf{E} \quad (2-5)$$

Donde el termino $\frac{ne^2}{\varepsilon_0 m}$ se denominada frecuencia del plasma w_p^2 ¹. Al tomar w_p^2 y reemplazarlo en 2-5, se obtiene la función dieléctrica del gas de electrones que viene dada por la siguiente ecuación.

$$\varepsilon(w) = 1 - \frac{w_p^2}{w^2 + i\gamma w} \quad (2-6)$$

La función dieléctrica que se muestra es una función compleja que porta información física sobre la onda electromagnética, describe como se modifica espacial y temporalmente la onda electromagnética. Al ser una función compleja puede separarse su parte real y su parte imaginaria, llevándola a la forma $a + ib$, esto se logra multiplicando la función dieléctrica con su complejo conjugado. Su forma en número complejo sería de la forma $\varepsilon(w) = \varepsilon_1(w) + i\varepsilon_2(w)$, donde $\varepsilon_1(w)$ es la parte real de la función dieléctrica y $\varepsilon_2(w)$ sera su parte imaginaria y se define $\tau = 1/\gamma$.

$$\left(1 - \frac{w_p^2}{w^2 + i\gamma w}\right) \left(1 - \frac{w_p^2}{w^2 - i\gamma w}\right) \quad (2-7)$$

Al realizar estas operaciones algebraicas y reduciendo términos se llegó a las siguientes ex-

¹Antes de seguir se debe aclarar que el plasma es un medio con igual concentración de cargas positivas y negativas en el que por lo menos un tipo de carga es móvil. En los metales la carga negativa (electrones de conducción) es la carga móvil y es equilibrada por una concentración igual de carga positiva situada en los núcleos (protones)

presiones.

$$\varepsilon_1(w) = 1 - \frac{w_p^2 \tau^2}{\tau^2 w^2 + 1} \quad (2-8)$$

$$\varepsilon_2(w) = \frac{w_p^2 \tau}{w (\tau^2 w^2 + 1)} \quad (2-9)$$

Al realizar el límite cuando $\tau \rightarrow \infty$, que sería un buen conductor, el tiempo de relajación es muy grande, entonces la función dieléctrica tiene un comportamiento en gran medida real y su parte imaginaria es igual a cero.

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \varepsilon_1(w) = 1 - \frac{w_p^2}{w^2} \quad (2-10)$$

$$\lim_{\tau \rightarrow \infty} \varepsilon_2(w) = 0 \quad (2-11)$$

Ahora, al tomar en consideración la función dieléctrica en donde existe bajo amortiguamiento para el plasma de electrones libres, entonces τ es finito. En esta región el gas de electrones absorbe la energía de la onda electromagnética.

Una relación conocida entre el índice de refracción \tilde{n} y la función dieléctrica ε [5] es, $\tilde{n} = n + i\kappa = \sqrt{\varepsilon(w)}$ que será de utilidad más adelante.

2.3. Plasmones de superficie en interfaces metal-dieléctrico

Los plasmones de superficie son la cuantización de las oscilaciones del plasma. Este concepto es similar a la cuantización de la luz (fotón) o a la cuantización de las oscilaciones de las redes cristalinas (fonón). El plasmón de superficie se genera en la interfase metal-dieléctrico debido a ondas evanescentes que son confinadas en la dirección perpendicular de la interfase. Estas ondas electromagnéticas superficiales se acoplan a oscilaciones debidas a electrones que conforman el plasma.

Tomando la ecuación de onda como punto de partida, se ilustrará una descripción fundamental de las ondas electromagnéticas con polarización TM y TE. Posteriormente se exponen los campos electromagnéticos generados en una interfase para obtener la correspondiente función de dispersión [1].

2.4. Plasmones

Para comprender este fenómeno se debe conocer las características del plasma. Un plasma es un conjunto de partículas que presentan una dinámica colectiva. Por ejemplo, un gas de electrones que interactúa con un campo eléctrico presenta un comportamiento colectivo, puesto que todos los electrones se desplazarán en la misma dirección.

Siempre que se perturba el equilibrio electrostático en un conductor, la carga eléctrica se redistribuye buscando restablecer el equilibrio, debido a la inercia de los portadores de carga (electrones libres en el caso del metal), el equilibrio no se establece instantáneamente, sino que, ocurre luego de sucesivas oscilaciones de la distribución de carga alrededor de la configuración que da lugar al equilibrio electrostático. Estas oscilaciones colectivas de los portadores de carga del sistema son denominadas oscilaciones de plasma, las cuales tienen lugar sólo durante un periodo de tiempo muy breve (10^{-15} s [10]) gracias a las pérdidas de energía propias de las vibraciones térmicas de la red, así como de las colisiones entre las cargas libres y los núcleos². Los modos de oscilación del plasma reciben entonces el nombre de plasmones.

Con esta definición de oscilación del plasma, se puede definir un plasmón de superficie como la cuantización de la oscilación del plasma presente en la superficie de un conductor. El gas de electrones se encuentra en una lamina delgada metálica que se depositará en una de las caras de un prisma. Esta configuración se conoce como la configuración de Kretschmann que será abordada más adelante.

2.5. Ondas Transversales Eléctricas (TE) y Transversales Magnéticas (TM)

Para estudiar la propagación de ondas electromagnéticas con polarización transversal eléctrica (TE) y transversal magnética (TM), al propagarse en una interfase metal-dieléctrico, las ecuaciones de onda deben ser satisfechas por los campos que se propaguen en el sistema. Para esto supondremos que la onda electromagnética se propaga en una sola dirección y , además, la onda se propagará en la interfase de los dos medios, así que se puede definir que la función dieléctrica solo varía al cambiar de medio, es decir, $\varepsilon = \varepsilon(z)$ ver Fig. 2-2.

La onda se propagará en el espacio que existe entre los dos medios, este campo electromagnético se construye como una onda que está polarizada en z y se propaga en x , bajo estas condiciones la solución que se propone para el campo es de la forma: $\mathbf{E}(x, y, z) = \mathbf{E}(z) \exp(iKx)$. Donde el término K es llamada constante de propagación de la onda y co-

²Esta fenomenología no es del resorte de la electrostática la cual aborda el problema a partir del momento en el que cesan las oscilaciones de plasma.

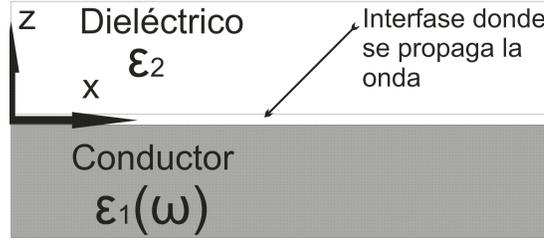


Figura 2-2.: Sistema por el cual se propagan las ondas electromagnéticas con polarización TE y TM.

responde al vector de onda que se dirige en la dirección de propagación. Introduciendo esta solución en la ecuación de Helmholtz se obtiene.

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} + k_0^2 \epsilon \mathbf{E} = 0 \quad (2-12)$$

como el campo eléctrico no tiene componente en la dirección y se puede definir que

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial y^2} = 0$$

Entonces evaluando las derivadas de la ecuación 2-12 se reduce a

$$-K^2 \mathbf{E}(z) \exp(iKx) + \frac{\partial^2 \mathbf{E}(z) \exp(iKx)}{\partial z^2} + k_0^2 \epsilon \mathbf{E}(z) \exp(iKx) = 0$$

Organizando los términos y factorizando se llega a

$$\frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial z^2} + (k_0^2 \epsilon - K^2) \mathbf{E} = 0 \quad (2-13)$$

Con un proceso similar se puede modelar esta ecuación de onda para el campo magnético obteniendo

$$\frac{\partial^2 \mathbf{H}}{\partial z^2} + (k_0^2 \mu - K^2) \mathbf{H} = 0 \quad (2-14)$$

Las ecuaciones 2-13 y 2-14 son el punto de partida general para realizar un análisis de los modos electromagnéticos guiados. Una discusión extensa de las propiedades y aplicaciones de las guías de onda puede ser encontrada en [14].

Para determinar la relación de dispersión de la onda electromagnética, se debe conocer las componentes del campo \mathbf{E} y \mathbf{H} . Esto se logra calculando los campos a partir de la

ley de Faraday y Ampère. Se debe comenzar por definir el campo eléctrico en el espacio tridimensional al igual que el magnético, por esta razón los campos eléctrico y magnéticos tiene componentes en todas las direcciones del espacio así, $\mathbf{E}(E_x, E_y, E_z)$ y $\mathbf{H}(H_x, H_y, H_z)$, definiendo esta dependencia espacial se sustituyen los campos en la ecuación de Faraday y la ecuación de Ampere obteniendo las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}\nabla \times \mathbf{E}(E_x, E_y, E_z) &= -\mu_0\mu \frac{\partial \mathbf{H}(H_x, H_y, H_z)}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H}(H_x, H_y, H_z) &= \varepsilon_0\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}(E_x, E_y, E_z)}{\partial t}\end{aligned}$$

Estas ecuaciones son de la forma

$$\begin{aligned}\begin{bmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x & E_y & E_z \end{bmatrix} &= -\mu_0\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} i - \mu_0\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} j - \mu_0\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} k \\ \begin{bmatrix} i & j & k \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ H_x & H_y & H_z \end{bmatrix} &= \varepsilon_0\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} i + \varepsilon_0\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} j + \varepsilon_0\varepsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} k\end{aligned}$$

Al realizar el rotacional de estas expresiones e igualando cada una de las componentes, de los campos con sus respectivas componentes en la misma dirección, se genera un sistema de seis ecuaciones diferenciales. La existencia de una dependencia temporal armónica permite sustituir $\frac{\partial}{\partial t} = -iw$. Además, μ se toma como la unidad ya que no se tienen materiales con magnetización en el sistema, que es precisamente el que se toma para materiales ópticos. Realizando las operaciones y reemplazos mencionados se obtiene como resultado el siguiente sistema de ecuaciones.

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = iw\mu_0 H_x \quad (2-15)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial x} = iw\mu_0 H_y \quad (2-16)$$

$$\frac{\partial E_y}{\partial x} - \frac{\partial E_x}{\partial y} = iw\mu_0 H_z \quad (2-17)$$

$$\frac{\partial H_z}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = -iw\varepsilon_0\varepsilon E_x \quad (2-18)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial x} = -iw\varepsilon_0\varepsilon E_y \quad (2-19)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = -iw\varepsilon_0\varepsilon E_z \quad (2-20)$$

En la Fig. 2-2, muestra la onda propagándose en la dirección x y se puede definir que

$\frac{\partial}{\partial x} = iK$. Como la onda no tiene variación de campo eléctrico \mathbf{E} en el eje y , y ninguna derivada del campo magnético \mathbf{H} esta respecto a y entonces $\frac{\partial}{\partial y} = 0$. Con esto, el sistema se simplifica a:

$$\frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\omega\mu_0 H_x \quad (2-21)$$

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - iK E_z = i\omega\mu_0 H_y \quad (2-22)$$

$$iK E_y = i\omega\mu_0 H_z \quad (2-23)$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = i\omega\varepsilon_0 \varepsilon E_x \quad (2-24)$$

$$\frac{\partial H_x}{\partial z} - iK H_z = -i\omega\varepsilon_0 \varepsilon E_y \quad (2-25)$$

$$iK H_y = -i\omega\varepsilon_0 \varepsilon E_z \quad (2-26)$$

Al analizar estas ecuaciones se observan dos conjuntos de ellas, cada uno con tres ecuaciones linealmente dependientes. El primer conjunto de ecuaciones representa una onda electromagnética con polarización transversal magnética (TM), donde únicamente las componentes E_x, E_z y H_y están relacionadas entre sí. El segundo conjunto de ecuaciones representa una onda electromagnética con polarización transversal eléctrica (TE), donde únicamente las componentes H_x, H_z y E_y están acopladas. El motivo de que se creen dos conjuntos de ecuaciones, es que no existen relaciones entre E_x, E_z y H_y con ninguna de las componentes H_x, H_z y E_y por lo tanto se realiza la separación en dos grupos de ecuaciones. Para los modos TM, se toma las ecuaciones

$$\frac{\partial E_x}{\partial z} - iK E_z = i\omega\mu_0 H_y$$

$$\frac{\partial H_y}{\partial z} = i\omega\varepsilon_0 \varepsilon E_x$$

$$iK H_y = -i\omega\varepsilon_0 \varepsilon E_z$$

Creando un sistema de tres ecuaciones que gobiernan el movimiento de la onda electromagnética con polarización TM. Resolviendo el sistemas para E_x, E_z se obtiene.

$$E_x = -i \frac{1}{\omega\varepsilon_0 \varepsilon} \frac{\partial H_y}{\partial z} \quad (2-27)$$

$$E_z = -\frac{K}{\omega\varepsilon_0 \varepsilon} H_y \quad (2-28)$$

Se realiza el mismo proceso para la polarización TE

$$\begin{aligned}\frac{\partial E_y}{\partial z} &= -i\omega\mu_0 H_x \\ iK E_y &= i\omega\mu_0 H_z \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - iK H_z &= -i\omega\varepsilon_0 \varepsilon E_y\end{aligned}$$

y resolviendo para H_x y H_z se obtiene

$$H_x = i \frac{1}{\omega\mu_0} \frac{\partial E_y}{\partial z} \quad (2-29)$$

$$H_z = \frac{K}{\omega\mu_0} E_y \quad (2-30)$$

El campo electromagnético además de cumplir las ecuaciones 2-27 a 2-30, también debe satisfacer las ecuaciones de onda:

$$\begin{aligned}\frac{\partial^2 E_y}{\partial z^2} + (k_0^2 \varepsilon - K^2) E_y &= 0 \\ \frac{\partial^2 H_y}{\partial z^2} + (k_0^2 \mu - K^2) H_y &= 0\end{aligned}$$

Ahora, que se tienen las condiciones mínimas que deben ser cumplidas por una onda electromagnética para ser guiada en una interfase metal-dieléctrico, se podrá estudiar las oscilaciones de carga en los metales, debida al campo electromagnético lo cual nos acercará a la excitación de los plasmones de superficie.

2.6. Oscilación Longitudinal de Plasma

Los ceros de la función dieléctrica determinan las frecuencias de los modos longitudinales de oscilación del plasma, es decir, cuando se cumple la siguiente condición[11].

$$\varepsilon(\omega_L) = 0 \quad (2-31)$$

Este término determina la frecuencia de las oscilaciones longitudinales ω_L , y es cuando $K = 0$. Así pues, el cero de la función dieléctrica es

$$\varepsilon(\omega_L) = 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega_L^2} = 0 \quad (2-32)$$

Sí se cumple que $\omega_L = \omega_p$ existe un modo de oscilación longitudinal en el gas de electrones, entonces, la frecuencia de plasma enunciada por la función de dispersión puede tomar valores

diferentes de w y tener ondas electromagnéticas transversales. Pero cuando se cumple que $w_L = w_p$, se generan las oscilaciones longitudinales del plasma.

2.7. Generación de plasmones de superficie (SP)

Una oscilación de plasma en un metal, es una excitación longitudinal colectiva del gas de electrones de conducción. Un plasmón, es un cuanto de una oscilación del plasma; éste se puede excitar dirigiendo electrones o una onda electromagnética hacia una película metálica delgada. La onda electromagnética transmitida o reflejada mostrará una pérdida de energía igual a múltiplos enteros de la energía del plasmón [11].

En la configuración de Kretschmann donde el sistema está conformado por un prisma recto en el cual se deposita una película delgada en su hipotenusa, luego incide una onda electromagnética generada por un láser de He-Ne.

La onda electromagnética incide por una de las caras del prisma opuesta a la cara donde está depositada la película delgada. Cuando interactúa la luz (Láser) con el sistema se presentan los fenómenos que se explican anteriormente. En el momento en que el ángulo de incidencia del láser en el sistema es el adecuado, el vector de onda incidente se acopla con el vector de onda de las oscilaciones del plasma. Así, la onda y la oscilación del plasma entran en resonancia. En ese momento se generan los plasmones de superficie en el sistema.

El acoplamiento de la onda electromagnética con el plasma se hace en la interfase opuesta de la película delgada, es decir, en la interfase metal-aire. Ya que para generar plasmones de superficie son necesarias las ondas evanescentes y éstas se originan cuando existe reflexión total. Este fenómeno sólo sucede cuando la onda electromagnética pasa de un medio de mayor índice de refracción a uno de menor índice[13].

Las ondas evanescentes dejan que un porcentaje de la energía sea reflejada por este motivo, se calcula la cantidad de luz (Láser) que es reflejada por el sistema en función del ángulo de incidencia, utilizando las ecuaciones de Fresnel. Se identifican cuáles ángulos de incidencia presentan la mayor reflexión de la energía para conocer el ángulo donde el plasmón de superficie es excitado en la configuración Kretschmann. Se aplican las condiciones de frontera al sistema para llegar a las expresiones de reflectancia del sistema. Dado que la frecuencia del plasma depende del material (función dieléctrica) estudiado, el comportamiento en cada metal es diferente. Así por ejemplo, con películas de oro, las condiciones de ángulo de incidencia y espesor de la película son distintos al caso de la plata o el cobre.

Por otra parte, la función dieléctrica también depende de la frecuencia del láser que incide, lo cual implica que para distintas longitudes de onda existen distintos valores para la generación

de los plasmones.

2.8. Configuración de Kretschmann

Calcular la reflectancia en la configuración de Kretschmann ver Fig. 2-3, es inicialmente una necesidad para estudiar las características de la excitación de los plasmones de superficie.

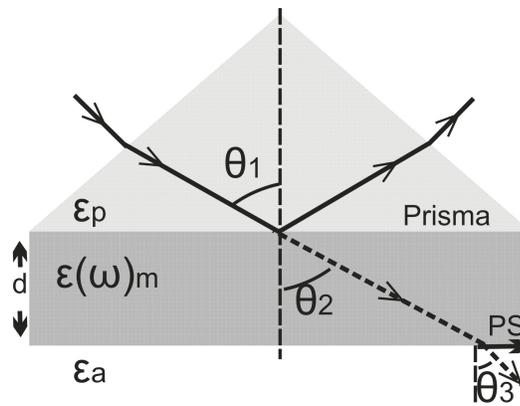


Figura 2-3.: Configuración de Kretschmann. Donde θ_1 es el ángulo de incidencia del láser, θ_2 es el ángulo que forma el rayo al pasar al metal, θ_3 es el ángulo que forma el rayo al pasar al aire respecto a la normal, ϵ_p es la constante dieléctrica del prisma, $\epsilon(w)_m$ es la función dieléctrica del metal, ϵ_a es la constante dieléctrica del aire y d es el espesor de la película delgada.

En la Fig. 2-3, una onda incide oblicuamente sobre un prisma con índice de refracción n_p . En el interior del prisma la onda electromagnética incide en la cara opuesta del prisma, en la cual, se ha depositado una película delgada metálica con función dieléctrica ϵ_m . Como se comentó en la sección anterior, una porción de la onda es reflejada de nuevo en el prisma y la otra es transmitida en el interior de la película delgada, que tiene en su otra frontera un material dieléctrico (en este caso aire). Con índice de refracción n_a . Un esquema simplificado de la configuración de Kretschmann se puede ver en la Fig. 2-4.

Para determinar los porcentajes de onda reflejada y transmitida en cada interfase, se deben aplicar las condiciones de frontera. Gracias a las leyes de Snell, se puede relacionar los ángulos θ_2 y θ_3 con el ángulo de incidencia θ_1 , el cual es controlable

$$n_p \sin \theta_1 = \sqrt{\epsilon_m} \sin \theta_2 \quad (2-33)$$

$$\sin \theta_2 = \frac{n_p \sin \theta_1}{\sqrt{\epsilon_m}} \quad (2-34)$$

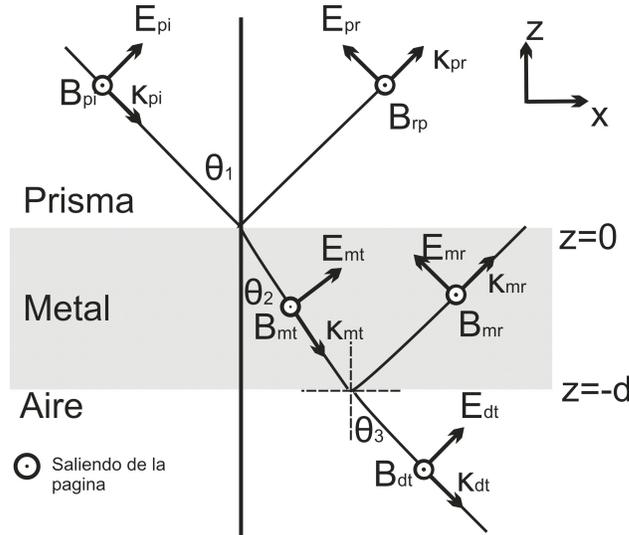


Figura 2-4.: Configuración geométrica de Kretschmann. Donde pi representa las componentes del campo incidente en el prisma, pr son las componentes reflejadas en el prisma, mt son las componentes transmitidas al metal, mr son las componentes reflejadas en el interior de metal y dt son las componentes transmitidas al dieléctrico (aire).

En la interfase metal-dieléctrico(aire), las mismas consideraciones conducen a:

$$\sqrt{\varepsilon_m} \sin \theta_2 = n_d \sin \theta_3 \quad (2-35)$$

$$\sin \theta_3 = \frac{n_p \sin \theta_1}{n_d} \quad (2-36)$$

El esquema que se muestra en la Fig. 2-4 ayuda a definir los vectores de onda en los tres medios. Para lograr escribir las funciones de onda de la luz (Láser) que incide sobre el sistema la componente que es reflejada, la transmitida al metal y la transmitida al tercer medio, las ondas electromagnéticas pueden ser escritas en forma general, como:

$$\mathbf{E}_n = E_n^i \exp(i[K_n \mathbf{r}]) \exp(i[-wt]) \quad (2-37)$$

Donde el subíndice n identifica el medio donde se está propagando la onda, K es el vector de onda correspondiente, w la frecuencia y t el tiempo. Con esta descripción se puede escribir la onda electromagnética que se propaga a través del prisma, metal y aire. El elemento $\exp(i[-wt])$ no se escribe ya que para todos los términos es el mismo y para fines prácticos no se escribirán. Al escribir las funciones en los tres medios se obtiene las siguientes funciones:

$$\mathbf{E}_{pi} = E_{pi} \exp(i(k_{pi} \cdot \mathbf{r})) \quad (2-38)$$

$$\mathbf{E}_{pr} = E_{pr} \exp(i(k_{pr} \cdot \mathbf{r})) \quad (2-39)$$

$$\mathbf{E}_{mt} = E_{mt} \exp(i(k_{mt} \cdot \mathbf{r})) \quad (2-40)$$

$$\mathbf{E}_{mr} = E_{mr} \exp(i(k_{mr} \cdot \mathbf{r})) \quad (2-41)$$

$$\mathbf{E}_{dt} = E_{dt} \exp(i(k_{dt} \cdot \mathbf{r})) \quad (2-42)$$

Donde \mathbf{E}_{pi} es la de onda incidente en el prisma, \mathbf{E}_{pr} es la onda reflejada en el prisma, \mathbf{E}_{mt} es la onda transmitida en el metal, \mathbf{E}_{mr} es la onda reflejada en la interfase metal-aire, \mathbf{E}_{dt} es la onda transmitida al dieléctrico (aire). Los vectores con los mismos subíndices son los correspondientes vectores de onda en cada medio. n_p , n_d son los índices de refracción del prisma y del dieléctrico, respectivamente. ε_m es la función dieléctrica del metal. Teniendo en cuenta las relaciones:

$$\cos \theta_2 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_2} = \sqrt{1 - \frac{n_p^2}{\varepsilon_m} \sin^2 \theta_1} \quad (2-43)$$

$$\cos \theta_3 = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_3} = \sqrt{1 - \frac{n_p^2}{n_d^2} \sin^2 \theta_1} \quad (2-44)$$

$$\kappa = -i \frac{w}{c} \sqrt{\varepsilon_m - n_p^2 \sin^2 \theta_1} \quad (2-45)$$

y sustituyendo en 2-38, hasta 2-42, se llega a qué:

$$\mathbf{E}_{pi} = E_{pi} \exp \left[\frac{in_p w}{c} \cdot (x \sin \theta_1 - z \cos \theta_1) \right] \quad (2-46)$$

$$\mathbf{E}_{pr} = E_{pr} \exp \left[\frac{in_p w}{c} \cdot (x \sin \theta_1 + z \cos \theta_1) \right] \quad (2-47)$$

$$\mathbf{E}_{mt} = E_{mt} \exp \left[\frac{in_p w}{c} x \sin \theta_1 \right] \exp(\kappa z) \quad (2-48)$$

$$\mathbf{E}_{mr} = E_{mr} \exp \left[\frac{in_p w}{c} x \sin \theta_1 \right] \exp(-\kappa z) \quad (2-49)$$

$$\mathbf{E}_{dt} = E_{dt} \exp \left[\frac{in_d w}{c} x \sin \theta_1 \right] \exp(g_1) \quad (2-50)$$

$$g_1 = \left[-\frac{n_d w}{c} z \sqrt{n_p^2 \sin^2 \theta_1 - n_d^2} \right] \quad (2-51)$$

Al tener las ondas electromagnéticas identificadas en los tres medios, se descompone el campo electromagnético en sus componentes perpendiculares y paralelas a la interfase. Para luego, con ellos, aplicar las condiciones de frontera necesarias para solucionar el sistema óptico.

En términos de sus componentes cartesianas las expresiones 2-38 a 2-42 de la Fig. 2-5 son:

$$\mathbf{E}_{pi} = E_{pi} \cos \theta_1 \hat{x} + E_{pi} \sin \theta_1 \hat{z} \quad (2-52)$$

$$\mathbf{E}_{pr} = -E_{pr} \cos \theta_1 \hat{x} + E_{pr} \sin \theta_1 \hat{z} \quad (2-53)$$

$$\mathbf{E}_{mt} = E_{mt} \cos \theta_2 \hat{x} + E_{pi} \sin \theta_1 \hat{z} \quad (2-54)$$

$$\mathbf{E}_{mr} = -E_{pr} \cos \theta_1 \hat{x} + E_{mr} \sin \theta_1 \hat{z} \quad (2-55)$$

$$\mathbf{E}_{dt} = E_{dt} \cos \theta_3 \hat{x} + E_{dt} \sin \theta_3 \hat{z} \quad (2-56)$$

Ahora, aplicamos las condiciones de frontera en el sistema para llegar a una solución que

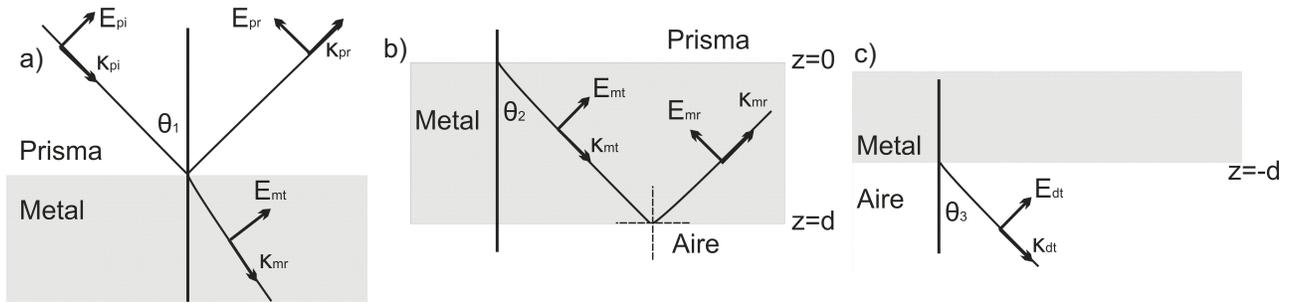


Figura 2-5.: Estas son las diferentes regiones por las cuales debe desplazarse la onda electromagnética (Láser) en la configuración de Kretschmann, en la figura (a) Muestra la primera región donde el láser pasa del prisma al metal. (b) Muestra el láser que incide en la segunda interfase proveniente de la porción de energía que fue transmitida al metal desde la primera interfase. (c) Es el porcentaje de la luz láser transmitida al aire desde el metal.

brinde información sobre el fenómeno de la excitación de plasmones de superficie.

2.9. Condiciones de Frontera

Las condiciones de frontera son utilizadas para calcular los patrones de reflectancia en las interfaces prisma-metal y metal-dieléctrico[19], estas son:

$$\varepsilon_1 E_1^\perp - \varepsilon_2 E_2^\perp = \sigma_f \quad (2-57)$$

$$B_1^\perp = B_2^\perp \quad (2-58)$$

$$E_1^\parallel - E_2^\parallel = 0 \quad (2-59)$$

$$\frac{1}{\mu_1} B_1^\parallel - \frac{1}{\mu_2} B_2^\parallel = K_f \times \tilde{n} \quad (2-60)$$

Donde σ_f es la carga libre, K_f es la corriente libre en la superficie, \tilde{n} es el vector normal a la

superficie. Los subíndices identifican los medios materiales. En general, el campo magnético es $B = \frac{E}{v}$, siendo v la velocidad de propagación de la onda en el medio, suponiendo que la carga y corriente libres no están presentes (el metal macroscópicamente estará neutro eléctricamente), las condiciones de frontera pueden ser escritas así:

$$\varepsilon_1 E_1^\perp - \varepsilon_2 E_2^\perp = 0 \quad (2-61)$$

$$B_1^\perp - B_2^\perp = 0 \quad (2-62)$$

$$E_1^\parallel - E_2^\parallel = 0 \quad (2-63)$$

$$\frac{1}{\mu_1} B_1^\parallel - \frac{1}{\mu_2} B_2^\parallel = 0 \quad (2-64)$$

La segunda condición de frontera es trivial al igual que la cuarta por lo cual debemos trabajar con la primera y tercera, que nos conducirán a las siguientes condiciones de frontera. En $z=0$ tendremos:

$$(\mathbf{E}_{pi} - \mathbf{E}_{pr}) \cos \theta_1 = (\mathbf{E}_{mt} - \mathbf{E}_{mr}) \cos \theta_2 \quad (2-65)$$

$$n_p(\mathbf{E}_{pi} + \mathbf{E}_{pr}) = \sqrt{\varepsilon_m}(\mathbf{E}_{mt} + \mathbf{E}_{mr}) \quad (2-66)$$

En $z=-d$ se cumple que:

$$(\mathbf{E}_{mt} - \mathbf{E}_{mr}) \cos \theta_2 = \mathbf{E}_{dt} \cos \theta_3 \quad (2-67)$$

$$\sqrt{\varepsilon_m}(\mathbf{E}_{tm} + \mathbf{E}_{mr}) = \mathbf{E}_{dt} \quad (2-68)$$

Ahora que están definidas las condiciones de frontera para la onda electromagnética en los tres medios, puede calcularse las amplitudes de los campos electromagnéticos en el sistema óptico. Tomando las ecuaciones 2-46 a 2-50 y sustituyéndolas en el sistema de ecuaciones 2-65 y 2-66 y realizando lo mismo en las ecuaciones 2-67 y 2-68, se obtiene un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas a conocer, E_{pr} , E_{mt} , E_{mr} , E_{dt} , que se podrán dejar en términos de E_{pi} que es un término conocido en el sistema.

El sistema se puede resolver por sustitución, con ayuda de un paquete matemático como Mathematica[20]. Por lo extenso de las soluciones se realizan algunas sustituciones para que el lector pueda visualizar lo extensa de la solución y lo conveniente que es escribir estas soluciones posteriormente en términos de los coeficientes de Fresnel, definiendo los términos a_1 y a_2 como:

$$a_1 = -n_p \cos \theta_2^2 + \exp(2kd)n_p \cos \theta_2^2 + \sqrt{\varepsilon_m} \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sqrt{\varepsilon_m} \exp(2kd) \cos \theta_1 \cos \theta_2 + n_p \sqrt{\varepsilon_m} \cos \theta_2 \cos \theta_3 \\ + n_p \sqrt{\varepsilon_m} \exp(2kd) \cos \theta_2 \cos \theta_3 - \varepsilon_m \cos \theta_1 \cos \theta_3 + \varepsilon_m \exp(2kd) \cos \theta_1 \cos \theta_3 \quad (2-69)$$

$$a_2 = n_p \cos \theta_2^2 - \exp(2kd) n_p \cos \theta_2^2 + \sqrt{\varepsilon_m} \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \sqrt{\varepsilon_m} \exp(2kd) \cos \theta_1 \cos \theta_2 - n_p \sqrt{\varepsilon_m} \cos \theta_2 \cos \theta_3 - n_p \sqrt{\varepsilon_m} \exp(2kd) \cos \theta_2 \cos \theta_3 - \varepsilon_m \cos \theta_1 \cos \theta_3 + \varepsilon_m \exp(2kd) \cos \theta_1 \cos \theta_3 \quad (2-70)$$

Las soluciones del sistema de cuatro ecuaciones serán las siguientes

$$E_{mt} = E_{pi} \frac{2n_p \cos \theta_1 (\cos \theta_2 + \sqrt{\varepsilon_m} \cos \theta_3) \exp(2kd)}{a_1} \quad (2-71)$$

Donde E_{pi} es el campo electromagnético que incide en el sistema, E_{mt} es el campo electromagnético que se transmite al metal.

$$E_{mr} = E_{pi} \frac{2n_p \cos \theta_1 (\cos \theta_2 + \sqrt{\varepsilon_m} \cos \theta_3)}{a_1} \quad (2-72)$$

E_{mr} se define como el campo electromagnético que se refleja en la interfase metal-aire.

$$E_{pr} = E_{pi} \frac{a_2}{a_1} \quad (2-73)$$

E_{pr} es el campo electromagnético reflejado en la interfase prisma-metal. Por último, E_{dt} es el campo electromagnético que se trasmite al aire:

$$E_{dt} = E_{pi} \frac{4n_p \sqrt{\varepsilon_m} \cos \theta_1 \cos \theta_2 \exp(kd + \frac{wd}{c} \sqrt{n_p^2 \sin^2 \theta_1^2 - 1})}{a_1} \quad (2-74)$$

En los textos de óptica física se definen los coeficientes de Fresnel t_{ij} y r_{ij} [3]. Acá se utilizaran para reescribir las ecuaciones anteriormente enunciadas más compactas, en particular los coeficientes a trabajar son:

$$t_{12} = \frac{2n_p \cos \theta_1}{\sqrt{\varepsilon_m \cos \theta_1 + n_p \cos \theta_2}} \quad (2-75)$$

$$r_{12} = \frac{\sqrt{\varepsilon_m \cos \theta_1 - n_p \cos \theta_2}}{\sqrt{\varepsilon_m \cos \theta_1 + n_p \cos \theta_2}} \quad (2-76)$$

$$r_{23} = \frac{\cos \theta_2 - \sqrt{\varepsilon_m \cos \theta_3}}{\cos \theta_2 + \sqrt{\varepsilon_m \cos \theta_3}} \quad (2-77)$$

Donde t y r son coeficientes de Fresnel de la transmitancia y reflectancia respectivamente. Los subíndices 1, 2 y 3 identifican al prisma, metal y airé respectivamente. Multiplicando y dividiendo las ecuaciones 2-71 a 2-74 por

$$\frac{1}{(\sqrt{\varepsilon_m} \cos \theta_1 + n_p \cos \theta_2)(\sqrt{\varepsilon_m} \cos \theta_3 + \cos \theta_2) \exp(2kd)} \quad (2-78)$$

e incorporando los coeficientes de Fresnel ecuaciones 2-75 a 2-77. Las ecuaciones 2-71 a 2-74 se pueden escribir como:

$$E_{mt} = E_{pi} \frac{t_{12}}{1 + r_{23}r_{12} \exp(-2kd)} \quad (2-79)$$

$$E_{mr} = E_{pi} \frac{t_{12}r_{23} \exp(-2kd)}{1 + r_{23}r_{12} \exp(-2kd)} \quad (2-80)$$

$$E_{pr} = E_{pi} \frac{r_{12} + r_{23} \exp(-2kd)}{1 + r_{23}r_{12} \exp(-2kd)} \quad (2-81)$$

$$E_{dt} = E_{pi} \frac{2t_{12}\sqrt{\varepsilon_m} \cos \theta_2 \exp(-kd) \exp(g_2)}{1 + r_{12}r_{23} \exp(-2kd)} \quad (2-82)$$

$$g_2 = \frac{wd\sqrt{n^2 \sin^2 \theta_1 - 1}}{c} \quad (2-83)$$

Donde k se definió en 2-45. Estas ecuaciones son las amplitudes de los campos electromagnéticos en la configuración de Kretschmann. Pero al revisar los coeficientes de reflectancia y transmitancia, están en función de los ángulos θ_2 y θ_3 , que son ángulos que no pueden ser medidos directamente. Por lo tanto, estos términos se dejan en función del ángulo de incidencia con las relaciones 2-43 y 2-44.

De estos resultados, se puede visualizar un mínimo de reflectancia (E_{pr} mínimo) para el caso en el que $\theta_1 > \theta_c$. Dado que, esto ocurre en la region de reflexión total, la atenuación inesperada de E_{pr} está asociada a la generación de plasmones superficiales. Conociendo las amplitudes del campo eléctrico en el sistema se podrá calcula la reflectancia y la transmitancia.

2.10. Reflectancia y Transmitancia en la configuración de Kretschmann

Después de encontrar las magnitudes de los campos electromagnéticos en función del ángulo de incidencia de la sección anterior, se estudiará ahora la reflectancia en el sistema para calcular el ángulo de incidencia, en el cual la reflectancia tiene un mínimo y con ello compararlo con trabajos experimentales, para visualizar el comportamiento de estas funciones se utilizó Mathematica 7 [20], para ser graficada. Así:

$$R = \left| \frac{E_{pr}}{E_{pi}} \right|^2 = \left| \frac{r_{12} + r_{23} \exp(-2kd)}{1 + r_{12}r_{23} \exp(-2kd)} \right|^2 \quad (2-84)$$

Al graficar $R(\theta_1)$ en una sistema de dieléctrico-metal-dieléctrico (prisma-plata-aire) con fun-

ción dieléctrica $\varepsilon_m = -18 + 0,4i^3$ con una película delgada de espesor $d = 560 * 10^{-10}m$, índices de refracción $n_p = 1,52$ y $n_d = 1$ para el prisma y el aire respectivamente. Un láser con longitud de onda incidente en el sistema de $\lambda = 6328 * 10^{-10}m$ (Rojo), se obtiene la función que se muestra en la Fig. 2-6. Estos datos fueron tomados de [6] y [9], al sustituir estos datos en la función de reflectancia 2-84 se obtiene la Fig. 2-6.

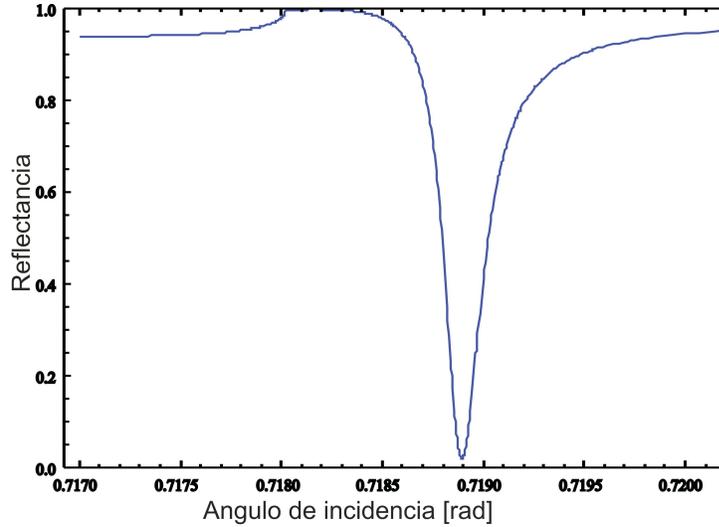


Figura 2-6.: Función de reflectancia en función del ángulo de incidencia para la configuración de Kretschmann en un sistema Prisma-Plata-Aire. Donde $n_p = 1,52$, $\varepsilon_m = -18 + 0,4i$, $n_d = 1$, $d = 560 * 10^{-10}m$, y $\lambda = 6328 * 10^{-10}m$.

En la Fig. 2-6, se observa el comportamiento de la reflectancia en función del ángulo de incidencia. Tal como se había previsto, se presenta una disminución de la reflectancia para un ángulo específico en donde se encuentra el mínimo de la función. Este ángulo es el ángulo del plasmón θ_p , es en ese ángulo y bajo las condiciones particulares que se definieron son generados los plasmones de superficie en la interfase metal-dieléctrico.

Ahora que se tiene la función de la reflectancia, variar otros parámetros como el espesor de la película delgada ayudaría a predecir las características de la producción de los plasmones en distintas condiciones.

En la Fig. 2-7, se muestra diferentes curvas en las cuales se varia el espesor de la película delgada, en este caso, de oro. Con un índice de refracción del primas $n_p = 1,51$. La función dieléctrica del metal $\varepsilon_m = -25 + i1,44$, el índice del dieléctrico (agua) $n_d = 1,329$ y la longitud de onda del láser que incide en el sistema es de $\lambda = 800nm$. Los valores para el espesor de la película serán cuatro diferentes: 40 nm, 50 nm, 60 nm, 70 nm. Se observa, a primera vista, que existe una estabilidad en el ángulo en el cual se genera los plasmones. Pero se aprecia

³Ver Anexo A.3 y A.4

la existencia de una configuración más eficiente que las demás para generar los plasmones superficiales. Es decir, un espesor donde la reflectancia presenta un mínimo más pronunciado que las otras configuraciones, en este caso, es un espesor de 50nm.

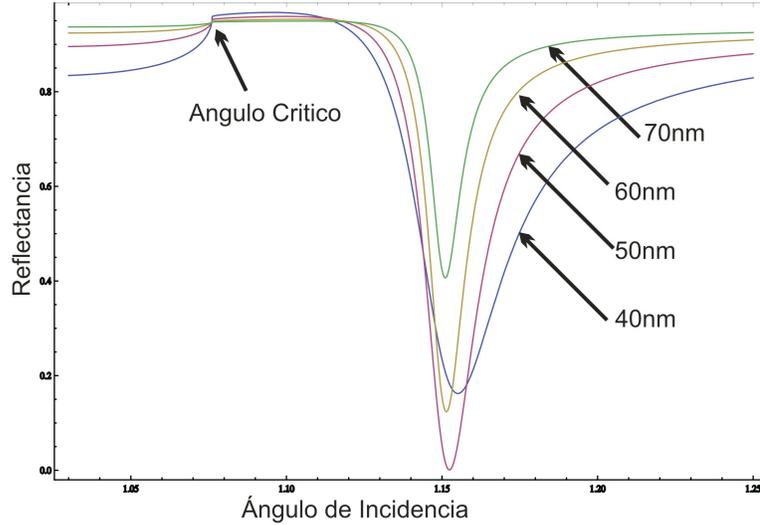


Figura 2-7.: Función de reflectancia contra el ángulo de incidencia para varios espesores de la película delgada, manteniendo constante la longitud de onda λ .

En la Fig. 2-8 se muestra la reflectancia como función de la longitud de onda, lo cual puede hacerse en la práctica cambiando de láser (rojo, verde) o un monocromador para distintos espesores de la película delgada manteniendo θ_p constante.

Para estudiar la transmitancia tomaremos la ecuación 2-82 y se debe calcular el término:

$$T = \frac{n_d^2 v_d}{n_p^2 v_p} \left| \frac{E_{dt}}{E_{pi}} \right|^2 \frac{\cos \theta_3}{\cos \theta_1} \quad (2-85)$$

Este término se puede observar en la Fig. 2-9 (es la línea roja), como la transmitancia es muchas veces menor que la reflectancia en este sistema óptico para ser perceptible en la figura fue necesario amplificarla 50 veces. Claramente se ve que el ángulo crítico es identificable en ambas funciones y éstas tienen sus mínimos en el ángulo del plasmón. Esto nos muestra que, en ese ángulo la energía queda en su mayoría en el plasmón y nada se transmite ni refleja, La función graficada de transmitancia fue:

$$T = \frac{n_d \cos \theta_3}{n_p \cos \theta_1} \left| \frac{2\sqrt{\varepsilon_m} t_{12} \cos \theta_2 \exp(-\kappa d) \exp(g_2)}{1 + r_{12} r_{23} \exp(-2\kappa d)} \right|^2 \quad (2-86)$$

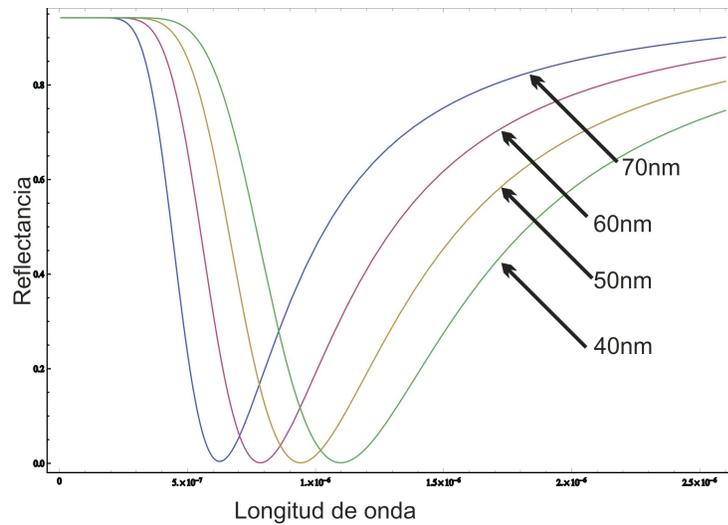


Figura 2-8.: Función de reflectancia contra longitud de onda, para distintos espesores, manteniendo θ_p constante.

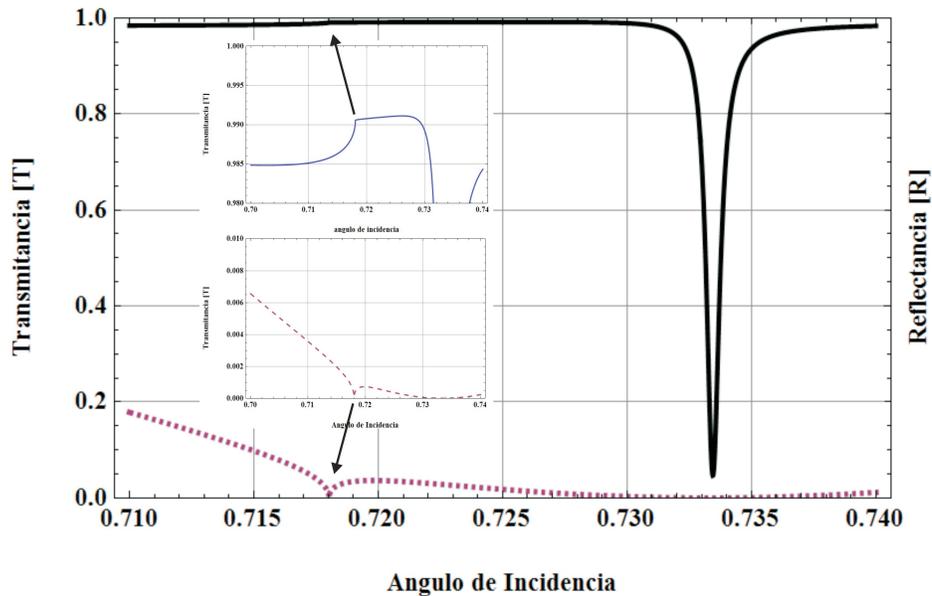


Figura 2-9.: Se muestran las funciones de Transmitancia amplificada 50 veces (discontinua) y Reflectancia (continua). Se observa que las dos funciones tienen el mínimo en el ángulo donde se genera el plasmon de superficie.

3. Estudio detallado del Método de Matriz de Transferencia (MMT)

El método de la matriz de transferencia puede ser utilizado para el análisis de ondas que se propagan, como: partículas cuánticas, así como, los electrones en pozos cuánticos[2]. Pero también, puede ser utilizada para describir fenómenos con ondas electromagnéticas y ondas mecánicas. El método puede ser utilizado para campos eléctricos y magnéticos en medios anisotropicos compuesto por varias capas, no obstante, cuando el número de capas es muy grande, el análisis de este problema se vuelve muy complicado por la cantidad de ecuaciones que deben resolverse. En este capítulo daremos una introducción al método de la matriz de transferencia[21].

3.1. Formulación Matriz 2x2 para dos interfaces

Revisar el problema de la reflexión y la transmisión de ondas electromagnéticas en sistemas estratificados es el problema que nos interesa. Estudiaremos el sistema que se muestra en la Fig. 3-1.

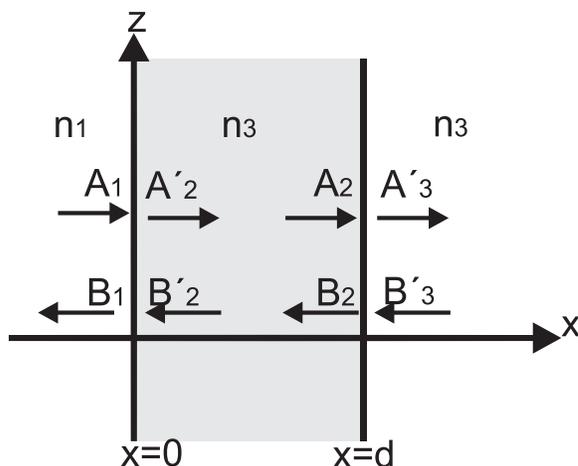


Figura 3-1.: Película de espesor d en un medio dieléctrico.

$$n(x) = \begin{cases} n_1, x < 0 \\ n_2, 0 < x < d \\ n_3, d < x \end{cases} \quad (3-1)$$

Donde n_1, n_2 y n_3 son los índices de refracción de los tres medios, d es espesor de la lámina, ya que todo el medio es homogéneo en la dirección z , entonces se debe cumplir que $\frac{\partial n}{\partial z} = 0$, el campo eléctrico que cumple con esta condición y las ecuaciones de Maxwell tratadas en el capítulo anterior, tiene la forma:

$$\mathbf{E} = E(x) \exp(i(\omega t - \beta z)) \quad (3-2)$$

Donde β es la componente z del vector de onda y ω es la frecuencia angular, se asume que la onda electromagnética se propaga en el plano xz , y asumimos que el campo electromagnético puede tener polarización s , es decir, el campo eléctrico es paralelo al eje y o polarización p , donde el campo magnético es paralelo al eje y .

El campo eléctrico $\mathbf{E}(\mathbf{x})$ consiste de una onda viajera que se mueve hacia la derecha y otra hacia la izquierda este campo se puede escribir como:

$$\mathbf{E}(\mathbf{x}) = R \exp(-ik_x x) + L \exp(ik_x x) \equiv A(x) + B(x) \quad (3-3)$$

Donde $\pm k_x$ es la componente del vector de onda en la dirección x , R y L son constantes que dependen del medio en que se propague la onda. Ahora, $A(x)$ representa la amplitud de la onda que viaja hacia la derecha, $B(x)$ identifica la onda que viaja hacia la izquierda, para ilustrar el MMT se definen los siguiente parámetros

$$A_1 = A(0^-) \quad (3-4)$$

$$B_1 = B(0^-) \quad (3-5)$$

$$A'_2 = A(0^+) \quad (3-6)$$

$$B'_2 = B(0^+) \quad (3-7)$$

$$A_2 = A(d^-) \quad (3-8)$$

$$B_2 = B(d^-) \quad (3-9)$$

$$A'_3 = A(d^+) \quad (3-10)$$

$$B'_3 = B(d^+) \quad (3-11)$$

Donde 0^- representa el lado izquierdo de la interfaz en $x = 0$ y 0^+ representa el lado derecho de la misma interfaz. Similarmente d^- y d^+ definen la interfaz en $x = d$ en el lado izquierdo y

derecho respectivamente. Note que, $\mathbf{E}(\mathbf{x})$ para la polarización transversal eléctrica (s) es una función continua en x . Sin embargo, como un resultado de la descomposición de la ecuación 3-3, $A(x)$ y $B(x)$ ya no son continuos en las interfaces si se escriben las amplitudes de $\mathbf{E}(\mathbf{x})$ como un vector columna, las ondas que se muestran en la Fig. **3-1** estarían relacionadas como:

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = D_1^{-1} D_2 \begin{pmatrix} A'_2 \\ B'_2 \end{pmatrix} \equiv D_{12} \begin{pmatrix} A'_2 \\ D'_2 \end{pmatrix} \quad (3-12)$$

$$\begin{pmatrix} A'_2 \\ B'_2 \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(i\phi_2) & 0 \\ 0 & \exp(-i\phi_2) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} \quad (3-13)$$

$$\begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} = D_2^{-1} D_3 \begin{pmatrix} A'_3 \\ B'_3 \end{pmatrix} \equiv D_{23} \begin{pmatrix} A'_3 \\ D'_3 \end{pmatrix} \quad (3-14)$$

Donde D_1 , D_2 y D_3 son las matrices dinámicas¹ que están dadas por:

$$D_\alpha = \begin{cases} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ n_\alpha \cos \theta_\alpha & -n_\alpha \cos \theta_\alpha \end{pmatrix}, & \text{Para polarización TE;} \\ \begin{pmatrix} \cos \theta_\alpha & \cos \theta_\alpha \\ n_\alpha & -n_\alpha \end{pmatrix}, & \text{Para polarización TM.} \end{cases} \quad (3-15)$$

Donde $\alpha = 1, 2, 3$ y θ_α es el ángulo que forma el laser con cada capa y está relacionado con β y $k_{\alpha x}$ por:

$$\beta = n_\alpha \frac{w}{c} \sin \theta_\alpha \quad (3-16)$$

$$k_{\alpha x} = n_\alpha \frac{w}{c} \cos \theta_\alpha \quad (3-17)$$

P_2 es llamada matriz de propagación que representa la propagación a través de la separación de cada capa y ϕ_2 esta dado por:

$$\phi_2 = k_{2x} d \quad (3-18)$$

Las matrices D_{12} y D_{23} puede considerarse como matrices de transferencia que unen las

¹La deducción de esta matriz dinámica se puede ver A.1

amplitudes de las ondas en los dos lados de las interfaces y se dan por la expresión:

$$D_{12} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1 + \frac{k_{2x}}{k_{1x}}) & \frac{1}{2}(1 - \frac{k_{2x}}{k_{1x}}) \\ \frac{1}{2}(1 - \frac{k_{2x}}{k_{1x}}) & \frac{1}{2}(1 + \frac{k_{2x}}{k_{1x}}) \end{pmatrix}, \text{Para polarización TE.} \quad (3-19)$$

y

$$D_{12} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(1 + \frac{n_2^2 k_{2x}}{n_1^2 k_{1x}}) & \frac{1}{2}(1 - \frac{n_2^2 k_{2x}}{n_1^2 k_{1x}}) \\ \frac{1}{2}(1 - \frac{n_2^2 k_{2x}}{n_1^2 k_{1x}}) & \frac{1}{2}(1 + \frac{n_2^2 k_{2x}}{n_1^2 k_{1x}}) \end{pmatrix}, \text{Para polarización TM.} \quad (3-20)$$

La expresión para D_{23} es similar a D_{12} , excepto que los subíndices 2 y 3 de las ecuaciones 3-19 y 3-20 pueden escribirse formalmente como:

$$D_{12} = \frac{1}{t_{12}} \begin{pmatrix} 1 & r_{12} \\ r_{12} & 1 \end{pmatrix} \quad (3-21)$$

Donde t_{12} y r_{12} son los coeficientes de Fresnel de transmisión y reflexión respectivamente. y están dados por:

$$r_{12} = \begin{cases} \frac{k_{1x} - k_{2x}}{k_{1x} + k_{2x}}, & \text{Para ondas TE.} \\ \frac{n_1^2 k_{2x} - n_2^2 k_{1x}}{n_1^2 k_{2x} + n_2^2 k_{1x}}, & \text{Para ondas TM.} \end{cases} \quad (3-22)$$

y

$$t_{12} = \begin{cases} \frac{2k_{1x}}{k_{1x} + k_{2x}}, & \text{Para ondas TE.} \\ \frac{2n_1^2 k_{2x}}{n_1^2 k_{2x} + n_2^2 k_{1x}}, & \text{Para ondas TM.} \end{cases} \quad (3-23)$$

respectivamente, tal como se mostró en el capítulo anterior.

Para relacionar lo que entra al sistema con lo que sale se tiene que asociar las ecuaciones 3-12 hasta 3-14, para dejar las amplitudes A_1 , B_1 en términos de A'_3 , B'_3 , lo que sería:

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = D_1^{-1} D_2 \begin{pmatrix} A'_2 \\ B'_2 \end{pmatrix} \quad (3-24)$$

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = D_1^{-1} D_2 P_2 \begin{pmatrix} A_2 \\ B_2 \end{pmatrix} \quad (3-25)$$

$$\begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} = D_1^{-1} D_2 P_2 D_2^{-1} D_3 \begin{pmatrix} A'_3 \\ B'_3 \end{pmatrix} \quad (3-26)$$

$$(3-27)$$

Notese que los vectores columna representan las amplitudes de la onda plana en cada capa

y están relacionadas con el producto de varias matrices 2×2 . Cada lado de la interfaz es representado por una matriz dinámica D_α y el medio por el cual se debe transmitir la ondas entre interfaz e interfaz se representa por una matriz de propagación P_α .

Al multiplicar estas matrices se obtiene una nueva matriz 2×2 que es conocida como la matriz de transferencia entre el medio n_1 hasta el medio n_3 . Este método se puede extender a casos de sistemas estratificados de N capas[21].

3.2. Formulación Matriz 2x2 para N interfaces

Como se muestra en la Fig. 3-2 consideraremos una estructura de multicapa, la estructura está descrita por:

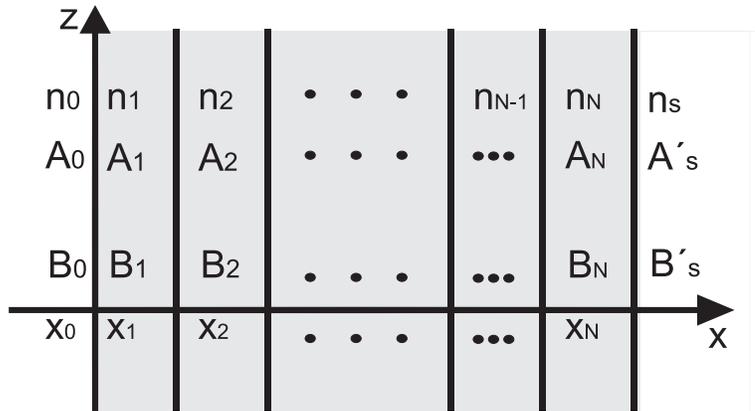


Figura 3-2.: Sistema dieléctrico estratificado multicapa.

$$n(x) = \begin{cases} n_0, & x < x_0, \\ n_1, & x_0 < x < x_1, \\ n_2, & x_1 < x < x_2, \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ \bullet & \bullet \\ n_N, & x_{N-1} < x < x_N, \\ n_s, & x_N < x. \end{cases} \quad (3-28)$$

Donde n_l es el índice de refracción de la l -ésima capa, x_l es la posición de la interface entre la l -ésima capa y la $(l + 1)$ -ésima capa, n_s es el índice de refracción del sustrato en el cual está depositado todo el sistema, y n_0 es el índice del medio de incidencia de la onda

electromagnética al sistema.

El espesor de las capas está relacionada con las posiciones x_l de la forma:

$$d_1 = x_1 - x_0, \quad (3-29)$$

$$d_2 = x_2 - x_1, \quad (3-30)$$

$$\bullet = \bullet \quad (3-31)$$

$$\bullet = \bullet \quad (3-32)$$

$$\bullet = \bullet \quad (3-33)$$

$$d_N = x_N - x_{N-1}, \quad (3-34)$$

Como se mostró, en el capítulo anterior, la solución del campo eléctrico en el sistema puede ser escrito de la forma:

$$E = E(x) \exp(i(\omega t - \beta z)) \quad (3-35)$$

Donde la distribución del campo eléctrico $\mathbf{E}(\mathbf{x})$ será:

$$E(x) = \begin{cases} A_0 \exp(-ik_{0x}(x - x_0)) + B_0 \exp(ik_{0x}(x - x_0)), & x < x_0, \\ A_l \exp(-ik_{lx}(x - x_l)) + B_l \exp(ik_{lx}(x - x_l)), & x_{l-1} < x < x_l, \\ A'_s \exp(-ik_{sx}(x - x_N)) + B'_s \exp(ik_{sx}(x - x_N)), & x_N < x. \end{cases} \quad (3-36)$$

Donde k_{lx} es la componente x del vector de onda

$$k_{lx} = \left[\left(n_l \frac{\omega}{c} \right)^2 - \beta^2 \right]^{1/2}, \quad l = 0, 1, 2, 3, \dots, N \quad (3-37)$$

y la relación entre el ángulo del haz con el vector de onda será:

$$k_{lx} = n_l \frac{\omega}{c} \cos \theta_l \quad (3-38)$$

Retomando las ecuaciones 3-36 y 3-3, A_l y B_l representan las amplitudes de la onda en la interfase $x = x_l$. Así, utilizando en mismo argumento que en la sección anterior, podemos llegar a los siguientes sistemas matriciales:

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = D_0^{-1} D_1 \begin{pmatrix} A_1 \\ B_1 \end{pmatrix} \quad (3-39)$$

$$\begin{pmatrix} A_l \\ B_l \end{pmatrix} = P_l D_l^{-1} D_{l+1} \begin{pmatrix} A_{l+1} \\ B_{l+1} \end{pmatrix}, \quad l = 1, 2, 3, \dots, N \quad (3-40)$$

Donde $N + 1$ representa el medio (s), $A_{N+1} = A'_s$, $B_{N+1} = B'_s$ y las matrices dinámicas; recordemos que se pueden escribir como.

$$D_l = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ n_l \cos \theta_l & -n_l \cos \theta_l \end{pmatrix} \quad \text{Para s es decir Polarización TE.} \quad (3-41)$$

y

$$D_l = \begin{pmatrix} \cos \theta_l & \cos \theta_l \\ n_l & -n_l \end{pmatrix} \quad \text{Para s es decir Polarización TM.} \quad (3-42)$$

respectivamente, y

$$P_l = \begin{pmatrix} \exp(i\phi_l) & 0 \\ 0 & \exp(-i\phi_l) \end{pmatrix} \quad (3-43)$$

con

$$\phi_l = k_{lx} d_l \quad (3-44)$$

la relación entre las amplitudes A_0, B_0 y A'_s, B'_s pueden ser escritas como

$$\begin{pmatrix} A_0 \\ B_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A'_s \\ B'_s \end{pmatrix} \quad (3-45)$$

Donde la matriz M es

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} = D_0^{-1} \left[\prod_{l=1}^N D_l P_l D_l^{-1} \right] D_s \quad (3-46)$$

Aquí N representa el número de capas, A_0 y B_0 son las amplitudes de la onda plana en el medio 0 en $x = x_0$, A'_s y B'_s son las amplitudes de la onda plana en el medio s $x = x_N$, la matriz M, definida por la ecuación 3-46, es la matriz de transferencia del sistema completamente.

Basados en los conceptos mostrados en este capítulo nos dispondremos a aplicar este método de la matriz de transferencia en la configuración de Kretschmann en el próximo capítulo.

3.3. Propiedades de la Matriz de Transferencia

Como se definió, en el apartado anterior en la ecuación 3-46, la matriz de transferencia tiene propiedades que serán mencionadas a continuación. Si tenemos:

$$M = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \quad (3-47)$$

entonces, se debe cumplir que:

$$M_{21} = M_{12}^* \quad (3-48)$$

$$M_{22} = M_{11}^* \quad (3-49)$$

Es decir, que los elementos de sus diagonales principal y secundaria tienen que ser los complejos conjugados entre sus elementos. Esto asegura que el determinante de la matriz sea un número real, que es una propiedad de las matrices que llevan información física.

$$DetM = \frac{n_s \cos \theta_s}{n_0 \cos \theta_0} \quad (3-50)$$

Observando la Fig. **3-2** y la ecuación 3-50, se puede concluir que, el determinante de la matriz de transferencia depende únicamente del medio en el cual incide la onda electromagnética, el termino con subíndice (0) y del último medio o sustrato que esté al final del sistema estratificado identificado con el subíndice (s), el determinante de esta matriz será igual a la unidad sí y solo sí el medio inicial (0) y el medio final (s), son del mismo material, allí el determinante será 1.

El determinante de la matriz de propagación siempre tendrá valor 1 sin importar el medio, ya que esta matriz está definida para propagarse de la frontera izquierda a la frontera derecha del mismo medio.

$$DetP_l = \begin{pmatrix} \exp(i\phi_l) & 0 \\ 0 & \exp(-i\phi_l) \end{pmatrix} = \exp(i\phi_l) * \exp(-i\phi_l) = 1 \quad (3-51)$$

4. Deducción las funciones de Reflectancia y Transmitancia utilizando MMT

En este capítulo nos disponemos a deducir las funciones de reflectancia y transmitancia, ya obtenidas en el capítulo 2. La diferencia es que, en ese capítulo, la deducción fue funcional. Acá con ayuda del MMT llegaremos a las relaciones deseadas. Inicialmente, tenemos que ver, el sistema óptico a estudiar, que se muestra en la Fig. 4-1:

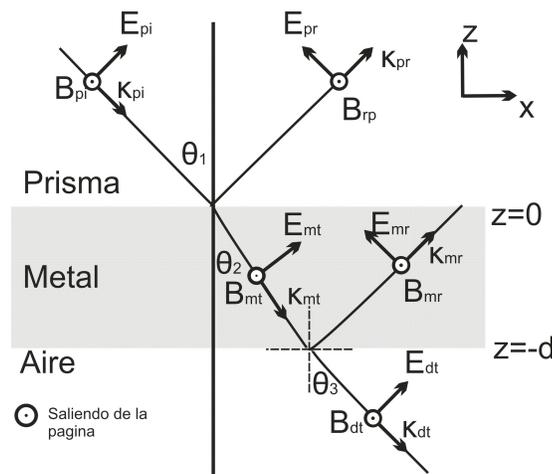


Figura 4-1.: Sistema óptico que se desea estudiar.

$$n(z) \begin{cases} n_p, & z < 0; \\ n_m = \sqrt{\varepsilon_m}, & 0 < z < -d; \\ n_a, & d < z. \end{cases} \quad (4-1)$$

En el sistema se puede comprobar que el índice de refracción es homogéneo en la dirección x, es decir, $\frac{\partial n}{\partial x} = 0$, lo cual asegura que el índice de refracción es una función de la posición en la dirección z, y $n_a \approx 1$. Para poder realizar el desarrollo por el MMT, utilizaremos el esquema que se muestra en la Fig. 4-2. En este esquema se utiliza la notación mostrada en el capítulo 2, la cual será, los términos que tengan subíndice i, r, t representaran incidente, reflejado

y transmitido respectivamente y los subíndices p, m , d corresponden a prisma, metal , dieléctrico (aire), respectivamente, es decir, si el término tiene el subíndice ip; (incidente en el prisma), rp; (reflejado en el prisma), rm;(reflejado en el metal), tm;(transmitido en el metal), td;(transmitido al dieléctrico), id;(incidente en el dieléctrico). Podemos ver que, aparece un término que no estaba presente en el capítulo 2, y es el término E_{id} , que es la onda que viene desde el infinito en el eje de las z. Este término físicamente no existe, pero debe ser colocado para generar una simetría en la geometría óptica para lograr crear las matrices deseadas.

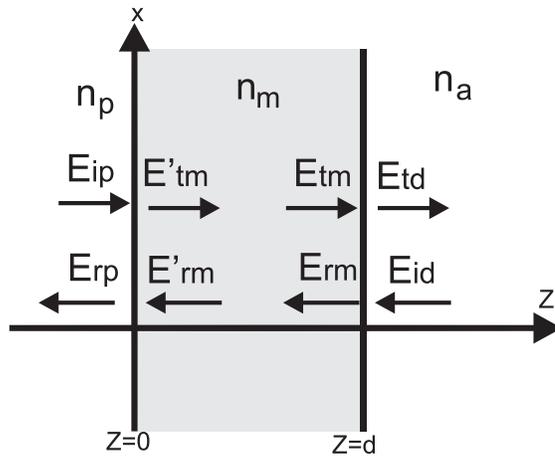


Figura 4-2.: Esquema del sistema óptico para desarrollar el método de la matriz de transferencia.

Las condiciones de frontera, se deducen de las ecuaciones de Maxwell. Básicamente, éstas son las componentes tangenciales del campo eléctrico y magnético, que deben ser continuas en las fronteras, las deducciones de éstas se mostraron en el capítulo 2. Para $z = 0$ se tiene:

$$(E_{ip} - E_{rp}) \cos \theta_1 = (E'_{tm} - E'_{rm}) \cos \theta_2 \quad (4-2)$$

$$n_p(E_{ip} + E_{rp}) = \sqrt{\epsilon_m}(E'_{tm} + E'_{rm}) \quad (4-3)$$

Las condiciones en la segunda frontera en $z = -d$ son:

$$(E_{tm} - E_{rm}) \cos \theta_2 = (E_{td} - E_{id}) \cos \theta_3 \quad (4-4)$$

$$\sqrt{\epsilon_m}(E_{tm} + E_{rm}) = n_d(E_{td} + E_{id}) \quad (4-5)$$

A partir de los sistemas de ecuaciones 4-2 hasta 4-5 se construyen las matrices dinámicas. La deducción de éstas se muestran en el AnexoA.1, para $z = 0$ tendremos:

$$\begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\cos \theta_1 \\ n_p & n_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\cos \theta_2 \\ \sqrt{\epsilon_m} & \sqrt{\epsilon_m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E'_{tm} \\ E'_{rm} \end{pmatrix} \quad (4-6)$$

Para la región $z = 0$ hasta $z = d$, se define la matriz de propagación P_l

$$P_2 = \begin{pmatrix} \exp^{i * K[z] * d} & 0 \\ 0 & \exp(-i * K[z] * d) \end{pmatrix} \quad (4-7)$$

Podemos verificar que el determinante de la matriz de propagación P_l es 1; donde el término $K[z]$ se definió en el capítulo 2. En ese capítulo, se llamó κ y el número complejo i , que lo acompañaba, ahora está explícito en la potencia de la función exponencial que aparecen en las componentes de la diagonal de la matriz:

$$K[z] = -\sqrt{\frac{2\pi^2}{\lambda} (\epsilon_m - k[z]^2)} \quad (4-8)$$

$$k[z] = \frac{2\pi}{\lambda} n_p \sin \theta_1 \quad (4-9)$$

Con ayuda de esta matriz se puede definir el paso de la onda electromagnética por la película delgada de la siguiente forma:

$$\begin{pmatrix} E'_{tm} \\ E'_{rm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \exp(i * K[z] * d) & 0 \\ 0 & \exp(-i * K[z] * d) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} = P_2 \begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} \quad (4-10)$$

Ya definida la primera interfaz y la propagación de la onda por la película delgada, procedemos a definir el sistema en la interface $z = d$:

$$\begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\cos \theta_2 \\ \sqrt{\epsilon_m} & \sqrt{\epsilon_m} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & -\cos \theta_3 \\ n_a & n_a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{td} \\ E_{id} \end{pmatrix} \quad (4-11)$$

Las tres etapas anteriores podemos escribirlas un poco más abreviadas de la siguiente forma:

$$D_1 \begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = D_2 \begin{pmatrix} E'_{tm} \\ E'_{rm} \end{pmatrix} \quad (4-12)$$

$$\begin{pmatrix} E'_{tm} \\ E'_{rm} \end{pmatrix} = P_2 \begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} \quad (4-13)$$

$$D_3 \begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} = D_4 \begin{pmatrix} E_{td} \\ E_{id} \end{pmatrix} \quad (4-14)$$

Donde las matrices D_1 , D_2 , D_3 y D_4 , son respectivamente.

$$D_1 = \begin{pmatrix} \cos \theta_1 & -\cos \theta_1 \\ n_p & n_p \end{pmatrix} \quad (4-15)$$

$$D_2 = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\cos \theta_2 \\ \sqrt{\epsilon_m} & \sqrt{\epsilon_m} \end{pmatrix} \quad (4-16)$$

$$D_3 = \begin{pmatrix} \cos \theta_2 & -\cos \theta_2 \\ \sqrt{\epsilon_m} & \sqrt{\epsilon_m} \end{pmatrix} \quad (4-17)$$

$$D_4 = \begin{pmatrix} \cos \theta_3 & -\cos \theta_3 \\ n_a & n_a \end{pmatrix} \quad (4-18)$$

Ahora con el sistema de matrices que se tiene desde 4-12 hasta 4-14, debemos dejar el sistema matricial como función de los campos electromagnéticos que entran al sistema respecto a los que salen.

$$D_1 \begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = D_2 \begin{pmatrix} E'_{tm} \\ E'_{rm} \end{pmatrix} \quad (4-19)$$

$$\begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = D_1^{-1} D_2 \begin{pmatrix} E'_{tm} \\ E'_{rm} \end{pmatrix} \quad (4-20)$$

$$\begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = D_{12} \begin{pmatrix} E'_{tm} \\ E'_{rm} \end{pmatrix} \quad (4-21)$$

$$(4-22)$$

Donde D_1^{-1} es matriz inversa de D_1 y D_{12} es la matriz que se origina al realizar el producto matricial entre D_1^{-1} con D_2 , estas matrices tienen la siguiente estructura:

$$D_1^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2 \cos \theta_1} & \frac{1}{2n_p} \\ -\frac{1}{2 \cos \theta_1} & \frac{1}{2n_p} \end{pmatrix} \quad (4-23)$$

$$D_{12} = D_1^{-1} D_2 = \begin{pmatrix} \frac{\cos \theta_2}{2 \cos \theta_1} + \frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} & \frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} - \frac{\cos \theta_2}{2 \cos \theta_1} \\ \frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} - \frac{\cos \theta_2}{2 \cos \theta_1} & \frac{\cos \theta_2}{2 \cos \theta_1} + \frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} \end{pmatrix} \quad (4-24)$$

Tomando la ecuación 4-21 y aplicando la ecuación 4-13 tendremos:

$$\begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = D_{12} \begin{pmatrix} E'_{tm} \\ E'_{rm} \end{pmatrix} \quad (4-25)$$

$$\begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = D_{12} P_2 \begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} \quad (4-26)$$

Bien, ahora tomando la ecuación matricial 4-14 tendremos que:

$$D_3 \begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} = D_4 \begin{pmatrix} E_{td} \\ E_{id} \end{pmatrix} \quad (4-27)$$

$$\begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} = D_3^{-1} D_4 \begin{pmatrix} E_{td} \\ E_{id} \end{pmatrix} \quad (4-28)$$

$$\begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} = D_{34} \begin{pmatrix} E_{td} \\ E_{id} \end{pmatrix} \quad (4-29)$$

Donde D_3^{-1} es matriz inversa de D_3 y D_{34} es la matriz que se origina al realizar el producto matricial entre D_3^{-1} con D_4 , estas matrices tienen la siguiente estructura:

$$D_3^{-1} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2 \cos \theta_2} & \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_m}} \\ -\frac{1}{2 \cos \theta_2} & \frac{1}{2\sqrt{\epsilon_m}} \end{pmatrix} \quad (4-30)$$

$$D_{34} = \begin{pmatrix} \frac{\cos \theta_3}{2 \cos \theta_2} + \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} & \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} - \frac{\cos \theta_3}{2 \cos \theta_2} \\ \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} - \frac{\cos \theta_3}{2 \cos \theta_2} & \frac{\cos \theta_3}{2 \cos \theta_2} + \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} \end{pmatrix} \quad (4-31)$$

Utilizando las ecuaciones 4-26 y 4-29 se puede llegar a:

$$\begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = D_{12} P_2 \begin{pmatrix} E_{tm} \\ E_{rm} \end{pmatrix} \quad (4-32)$$

$$\begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = D_{12} P_2 D_{34} \begin{pmatrix} E_{td} \\ E_{id} \end{pmatrix} \quad (4-33)$$

El producto matricial $D_{12} P_2 D_{34}$ es llamado: **matriz de transferencia**.

$$M = D_{12} P_2 D_{34} = \begin{pmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{pmatrix} \quad (4-34)$$

Los términos de la matriz de transferencia que se obtienen multiplicando las matrices dinámicas y la de propagación $D_{12} P_2 D_{34}$, son los siguientes:

$$M_{11} = \exp(idK[z]) \left(\frac{\cos \theta_2}{2 \cos \theta_1} + \frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} \right) \left(\frac{\cos \theta_3}{2 \cos \theta_2} + \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} \right) \\ + \exp(-idK[z]) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} - \frac{\cos \theta_2}{2 \cos \theta_1} \right) \left(\frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} - \frac{\cos \theta_3}{2 \cos \theta_2} \right) \quad (4-35)$$

$$M_{12} = \exp(-idK[z]) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} - \frac{\cos \theta_2}{2 \cos \theta_1} \right) \left(\frac{\cos \theta_3}{2 \cos \theta_2} + \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} \right) \\ + \exp(idK[z]) \left(\frac{\cos \theta_2}{2 \cos \theta_1} + \frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} \right) \left(\frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} - \frac{\cos \theta_3}{2 \cos \theta_2} \right) \quad (4-36)$$

$$M_{21} = \exp(idK[z]) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} - \frac{\cos \theta_2}{2 \cos \theta_1} \right) \left(\frac{\cos \theta_3}{2 \cos \theta_2} + \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} \right) \\ + \exp(-idK[z]) \left(\frac{\cos \theta_2}{2 \cos \theta_1} + \frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} \right) \left(\frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} - \frac{\cos \theta_3}{2 \cos \theta_2} \right) \quad (4-37)$$

$$M_{22} = \exp(-idK[z]) \left(\frac{\cos \theta_2}{2 \cos \theta_1} + \frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} \right) \left(\frac{\cos \theta_3}{2 \cos \theta_2} + \frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} \right) \\ + \exp(idK[z]) \left(\frac{\sqrt{\epsilon_m}}{2n_p} - \frac{\cos \theta_2}{2 \cos \theta_1} \right) \left(\frac{n_a}{2\sqrt{\epsilon_m}} - \frac{\cos \theta_3}{2 \cos \theta_2} \right) \quad (4-38)$$

dado que, tenemos los elementos de la matriz de transferencia, que están dados por las expresión 4-35 hasta 4-38, es posible calcular el determinante del sistema que debería ser 1, si el medio inicial y final son el mismo, tal como se mostró en el capítulo anterior.

$$Det[M] = \frac{\cos \theta_3 n_a}{\cos \theta_1 n_p} \quad (4-39)$$

En la ecuación 4-39 si $n_p = n_a$, este valor debe convertirse en 1. Lo cual dará la certeza que la matriz es correcta. A partir de las leyes de Snell, podemos dejar el término $\cos \theta_3$ en función de θ_1 :

$$Det[M] = \frac{\cos \theta_3 n_a}{\cos \theta_1 n_p} \quad (4-40)$$

$$Det[M] = \frac{\cos \theta_3 n_a}{\cos \theta_1 n_a} \quad (4-41)$$

$$Det[M] = \frac{\cos \theta_3}{\cos \theta_1} \quad (4-42)$$

$$Det[M] = \frac{\sqrt{1 - \left(\frac{n_p}{n_a}\right)^2 \sin^2 \theta_1}}{\cos \theta_1} \quad (4-43)$$

$$Det[M] = \frac{\sqrt{1 - \sin^2 \theta_1}}{\cos \theta_1} \quad (4-44)$$

$$Det[M] = \frac{\cos \theta_1}{\cos \theta_1} \quad (4-45)$$

$$Det[M] = 1 \quad (4-46)$$

Bien, ahora el sistema de la ecuación 4-33, en estudio, se puede dejar escrito como:

$$\begin{pmatrix} E_{ip} \\ E_{rp} \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} E_{td} \\ E_{id} \end{pmatrix} \quad (4-47)$$

Ahora lo que deseamos es obtener las relaciones de reflectancia y transmitancia del sistema óptico, debemos calcular los coeficientes de Fresnel, r y t respectivamente, los podemos extraer del arreglo matricial que tenemos en 4-47, recordando que:

$$r = \frac{E_{rp}}{E_{ip}} \quad (4-48)$$

$$t = \frac{E_{td}}{E_{ip}} \quad (4-49)$$

el sistema 4-47 se puede escribir como:

$$E_{ip} = M_{11}E_{td} + M_{12}E_{id} \quad (4-50)$$

$$E_{rp} = M_{21}E_{td} + M_{22}E_{id} \quad (4-51)$$

Tenemos que recordar que, no existe ninguna onda electromagnética que se propague desde el dieléctrico (aire) a nuestro sistema; lo cual significa que, el término E_{id} no existe, es decir,

$E_{id} = 0$. Por lo tanto, las ecuaciones 4-50 y 4-51 quedan:

$$E_{ip} = M_{11}E_{td} \quad (4-52)$$

$$E_{rp} = M_{21}E_{td} \quad (4-53)$$

De las ecuaciones 4-52 y 4-53 es directo el cálculo de los términos r y t :

$$r = \frac{E_{rp}}{E_{ip}} = \frac{M_{21}}{M_{11}} \quad (4-54)$$

$$t = \frac{E_{td}}{E_{ip}} = \frac{1}{M_{11}} \quad (4-55)$$

Las relaciones que existe entre los coeficientes de Fresnel y las funciones de reflectancia y transmitancia, que se mostraron en el capítulo 2, las cuales son:

$$R = |r|^2 = \left| \frac{M_{21}}{M_{11}} \right|^2 \quad (4-56)$$

$$T = \frac{n_a^2 v_3}{n_p^2 v_1} |t|^2 = \frac{n_a \cos \theta_3}{n_p \cos \theta_1} \left| \frac{1}{M_{11}} \right|^2 \quad (4-57)$$

El comportamiento de las funciones de reflectancia y transmitancia se muestran en las Fig. 4-3 y Fig. 4-4. Se puede ver que, el resultado en este apartado comparado con el obtenido por el modelo funcional en el capítulo 2, es el mismo. Por tal motivo, el método de la matriz de transferencia puede ser aplicado como una alternativa para la solución de sistemas ópticos estratificados.

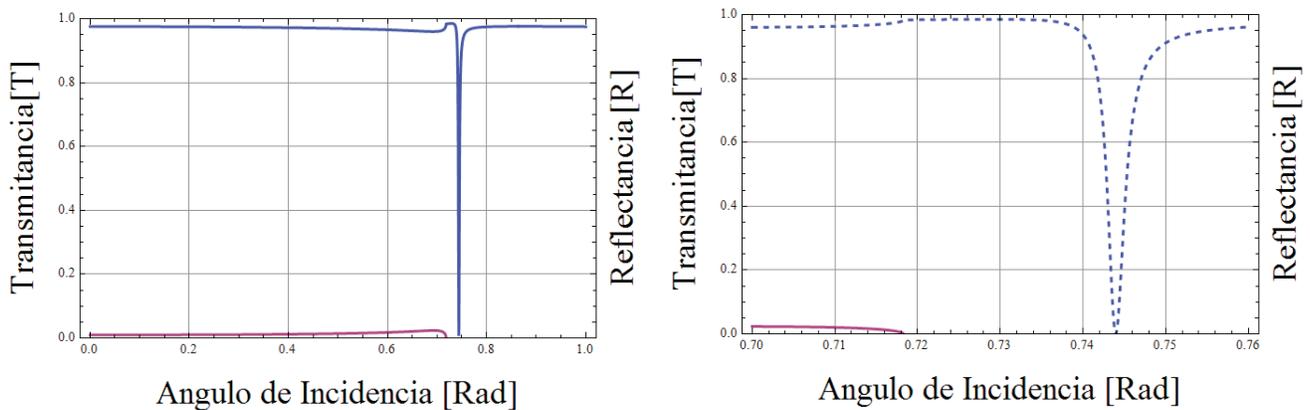


Figura 4-3.: En las dos gráficas se muestra el comportamiento de las funciones de reflectancia (Azul y Punteada) y la transmitancia (Roja y continua). Los parámetros utilizados para realizar esta gráfica fueron, $n_p = 1,52$, $\epsilon_m = -18,3 + 0,4i$, $n_a = 1,00$ y $\lambda = 6328 * 10^{-7}m$.

Cuando realizamos un acercamiento a la gráfica para ver el comportamiento de la transmitancia, vemos un comportamiento igual al que se mostró en la Fig. 2-9 del capítulo 2.

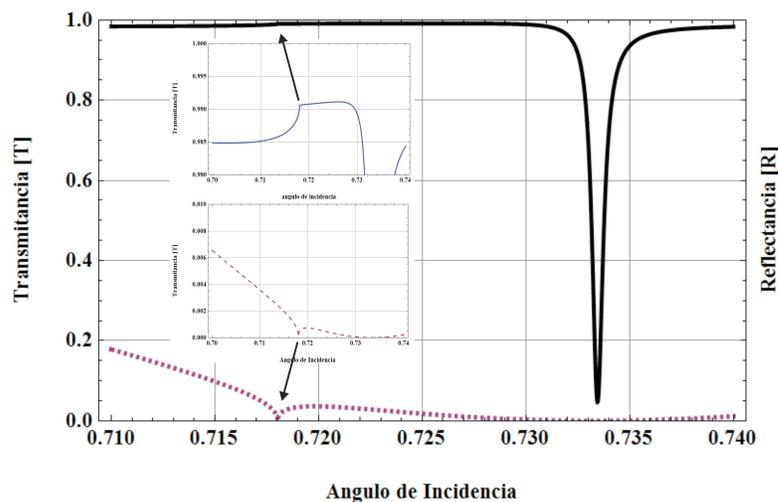


Figura 4-4.: Se muestran las funciones de transmitancia amplificada 50 veces (líneas) y reflectancia (continua), se observa que las dos funciones tienen el mínimo en el ángulo donde se genera el plasmón de superficie.

En la Fig. 4-5 vemos el comportamiento de la función de transmitancia calculada de la forma $T = 1 - R$, donde ésta no da razón del fenómeno de estudio. Por tal motivo, se debe tener cuidado al ver esta gráfica, ya que, esta definición es aplicable siempre y cuando el material no absorba energía. El cual, no es el caso de la excitación de plasmones superficiales, ya que estos toman la energía de la onda electromagnética para generar una resonancia con los modos normales del plasma electrónico presentes en el conductor y generan oscilaciones colectivas del plasma, es decir, se excitan plasmones superficiales.

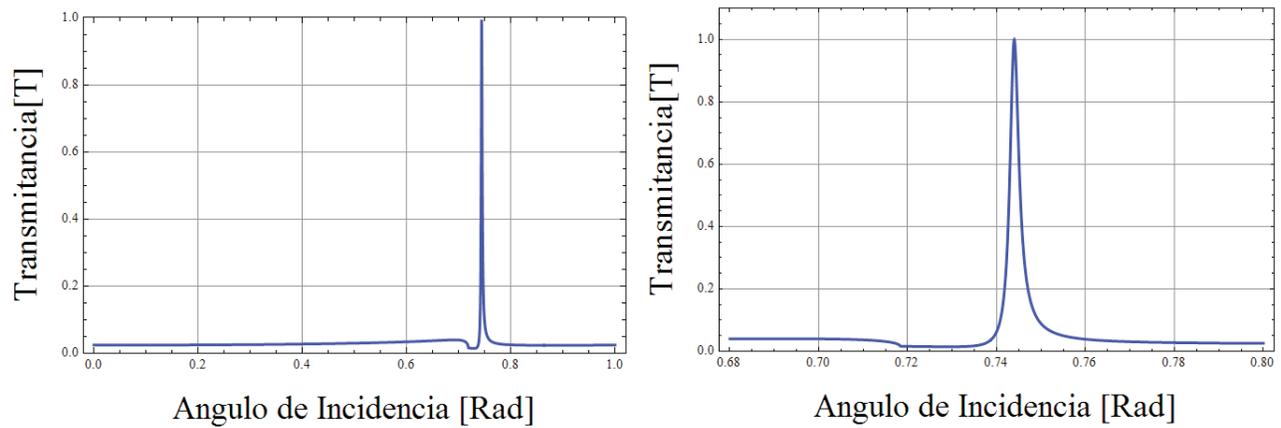


Figura 4-5.: Se muestran la función de transmitancia definida por $T = 1 - R$, el cual no es un modelo apropiado para este trabajo; ya que, en el sistema existe absorción de energía en el medio conductor.

5. Método Experimental

El montaje experimental, que se desarrollo en este trabajo, fue la configuración de Kretschmann Fig. 5-1. La cual consiste en un sistema multicapa conformado por una material conductor en medio de dos materiales dieléctricos.

La construcción de este sistema óptico se basa en depositar una lámina delgada de plata A_g de alrededor unos $500 * 10^{-10}$ m por el método de evaporación utilizando como sustrato un porta objetos, con ayuda de aceite de inmersión utilizado típicamente en microscopios, se realiza la unión del sustrato a un prisma cilíndrico, al estar expuesta la cara opuesta de la lámina delgada, al aire, esté será tomado como el segundo dieléctrico. Así, tendremos un sistema multicapa dieléctrico-conductor-dieléctrico.

Para tomar los datos experimentales se realiza un montaje óptico conformado por un laser de Helio-Neón, el cual será la fuente del campo electromagnético soportado por una base fija. Este laser incide sobre el sistema de Kretschmann, el cual está acoplado a un soporte rotatorio conectado a un motor de paso fino, que a su vez, está sincronizado con un segundo soporte rotatorio que soporta un diodo fotosensible OPT101, el cual toma la intensidad del campo magnético que le llega de la configuración de Kretschmann.

Con esta medida se generan gráficas de reflectancia en función del ángulo de incidencia. Así, posteriormente comparar los datos experimentales con el modelo teórico.

5.1. Procedimiento Experimental

El procedimiento experimental está dividido en tres secciones. Inicialmente se describe el proceso de limpieza del sustrato; la limpieza se realiza para que en el sustrato no tenga partículas de polvo ni otras impurezas en la cara donde se deposita la plata y en la unión del prisma con el porta objetos. Luego, se especifica el método para depositar la lámina de plata en el sustrato. Por último, se dan detalles experimentales sobre el sistema de adquisición de datos y su funcionamiento.

5.1.1. Limpieza del sustrato

Inicialmente se debe lavar el sustrato con abundante agua y jabón. Posteriormente se debe enjuagar con agua desionizada o desmineralizada (aquella a la cual se le han quitado los cationes), utilizando ultrasonido por dos minutos, este proceso se repite tres veces. Luego el

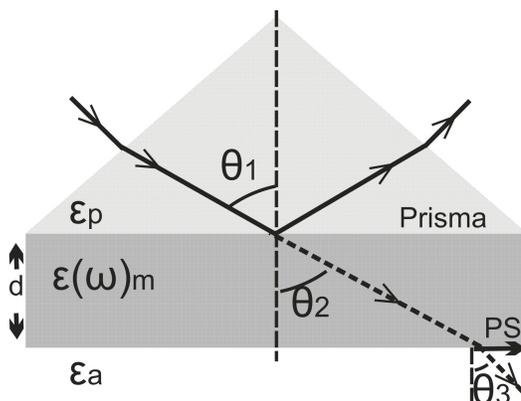


Figura 5-1.: Configuración de Kretschmann. Donde θ_1 es el ángulo de incidencia del láser, θ_2 es el ángulo que forma el rayo al pasar al metal, θ_3 es el ángulo que forma el rayo al pasar al aire respecto a la normal, ϵ_p es la constante dieléctrica del prisma, $\epsilon(w)_m$ es la función dieléctrica del metal, ϵ_a es la constante dieléctrica del aire y d es el espesor de la película delgada.

sustrato se sumerge en sulfocromica por una noche.

Se vuelve a enjuagar con agua desionizada o desmineralizada, utilizando ultrasonido por dos minutos, este proceso se repite tres veces más. A continuación, se lava con alcohol y ultrasonido por dos minutos, este proceso se repite tres veces. Por ultimo, se limpia con acetona y se secar con ayuda de un secador con aire frío.

5.1.2. Deposición de la lámina de plata

Utilizando la cámara de evaporación Edwards Coating System E610, ver Fig. 5-2, se realiza la evaporación de la película (plata con una pureza de 99,99%) ubicando el material en el bote (nombre convencional al recipiente donde se ubica el material a depositar), el cual está justo por debajo del sustrato y el cristal de cuarzo. La función del cristal de cuarzo es controlar el espesor de la película delgada, su funcionamiento implementa un circuito conectado al cristal de cuarzo para medir su frecuencia de oscilación, la cual depende de la masa. En el proceso de evaporación la masa, del sustrato y también del cristal de cuarzo, aumentan.

Por lo tanto, la frecuencia de oscilación cambia y este cambio se relaciona con el espesor de la película delgada; la cual, en varios equipos es difícil controlar. La altura del cristal de cuarzo está calibrada para no quedar al mismo nivel que la muestra, sino por debajo de ésta. Ver Fig. 5-2.

Montado estos tres elementos: el sustrato, el cristal de cuarzo y el material a evaporar en la cámara, se procede a cerrar el sistema para iniciar un prevacío. Este proceso lleva la presión atmosférica que es del orden de 10^2 Torr ($1\text{Torr}=101325/760$ Pa) hasta el orden de 10^{-2} Torr. Siguiendo el proceso de la bomba mecánica se lleva la presión de 10^{-2} Torr hasta el orden

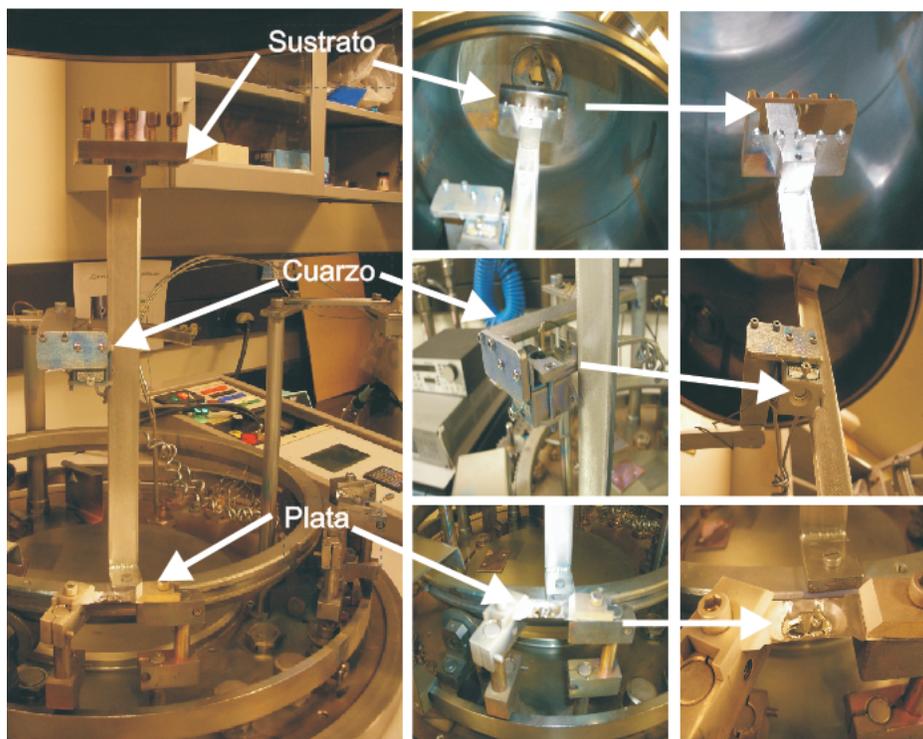


Figura 5-2.: Se muestran las tres partes principales de la cámara de evaporación. En la partes superior está el porta sustratos, allí se ubica el porta objetos donde se depositará la lámina delgada. En el medio está el cristal de cuarzo encargado de medir el espesor de la película. En la parte inferior se muestra el bote, lugar donde se coloca el material a evaporar, se utilizo plata con una pureza de 99,99 %.

de 10^{-3} Torr. Cuando se alcance está última presión el sistema inicia el cargado de la bomba difusora que es refrigerada por agua. Al abrir la difusora la presión en la cámara debe llegar a un valor del orden de 10^{-4} Torr. En la deposición se tenía una presión base de $1,8 * 10^{-4}$ Torr, y por último se enciende el monitor de espesor.

Luego que se tiene el vacío necesario para iniciar la evaporación, se aplica corriente aumentándola gradualmente desde 0A hasta máximo 200A. Esta corriente atraviesa el bote, y así, evapora el material que se desea depositar. El ritmo de crecimiento es función de la corriente y de la temperatura del material. Por ejemplo, para una corriente de 160A el ritmo de crecimiento es de $0,3 \frac{nm}{s}$, mientras que para una corriente de 193.4A, el ritmo es de $0,7 \frac{nm}{s}$. Para el espesor que se busca se utilizo una presión de $8,510^{-4}$ Torr, una corriente de 199.9A y se llegó a un ritmo de crecimiento de $0,8 \frac{nm}{s}$ obteniendo un espesor de $561 * 110^{-10}$ m. Ver Fig. 5-3.

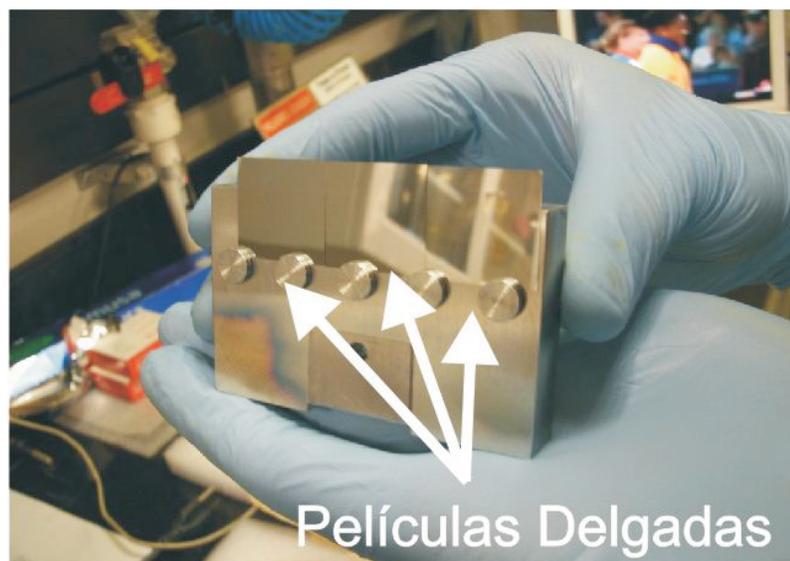


Figura 5-3.: Láminas de diferentes espesores terminadas de derecha a izquierda 40nm, 45nm y 46nm.

5.1.3. Adquisición de datos

Los datos que se están buscando experimentalmente es la medida de reflectancia en la configuración de Kretschmann. Por tal motivo, se utiliza un laser He-Ne que inicie oblicuamente a un sistema óptico que pueda girar respecto a su eje para que el ángulo de incidencia pueda ser variable. Este sistema está compuesto por tres medios, al ser el primero un dieléctrico (Vidrio) el laser puede viajar por él y llegar al segundo medio. el cual es una lámina metálica (Plata).

El material conductor genera dos fenómenos con la onda electromagnética, transmitancia y reflectancia. Esta onda reflejada por el sistema es la que se captura con el sensor, el cual muestra un dato de corriente. Este se puede asociar a la intensidad reflejada por el sistema, un esquema del sistema se muestra en la Fig. 5-4.

Después de tener la lámina delgada depositada en el sustrato con el espesor adecuado, lo siguiente es la adquisición de datos que se consiguen de la siguiente manera: en la Fig. 5-5, se muestran las piezas que son necesarias para medir el ángulo, donde se generan los plasmones de superficie. Los dos motores que están encargados de rotar el sensor y la muestra deben estar siempre sincronizados, ésto se hace desde la plataforma de LabVIEW que controla los pasos de cada motor. Así, el motor uno encargado de la muestra realiza un paso y obliga al motor dos, encargado del sensor, a realizar el doble de pasos. Esto se debe a que el ángulo de incidencia es igual al ángulo reflejado, lo que da como resultado un ángulo de salida respecto al de entrada dos veces más grande.

El láser siempre está fijo, el sensor es un dispositivo sensible a la intensidad radiada sobre él. Está señal es tomada por un circuito para detectar diferencias de potencial. Luego se conecta

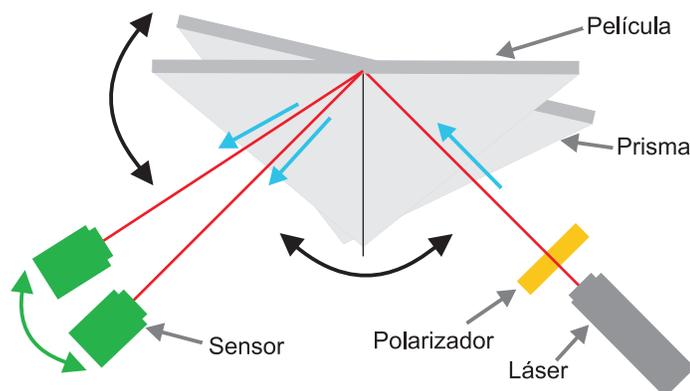


Figura 5-4.: Montaje para medir la reflectancia en la configuración de Kretschmann.

a un osciloscopio que muestra, en tiempo real, el valor del voltaje que pasa por el circuito. La señal de los motores en pasos de giro que luego se transforman a grados y la señal del osciloscopio que es normalizada tomando el valor de voltaje inicial como referencia, todos los datos de voltaje se dividen entre este valor inicial logrando así una normalización. Estos datos son organizados en tablas de datos para luego ser graficados e interpretados.

En la Fig. 5-5, se pueden ver imágenes del montaje experimental. La base dorada ajusta el prisma cilíndrico, con ayuda de dos gotas de aceite de inmersión se adhiere el porta objetos donde está depositada la película delgada. La caja plateada tiene internamente el foto diodo y en la caja gris que esta sobre el computador está la tarjeta de adquisición de datos del foto diodo. La caja negra controla el proceso de los motores y toda la información se recolecta en el ordenador a través de la plataforma LabVIEW.

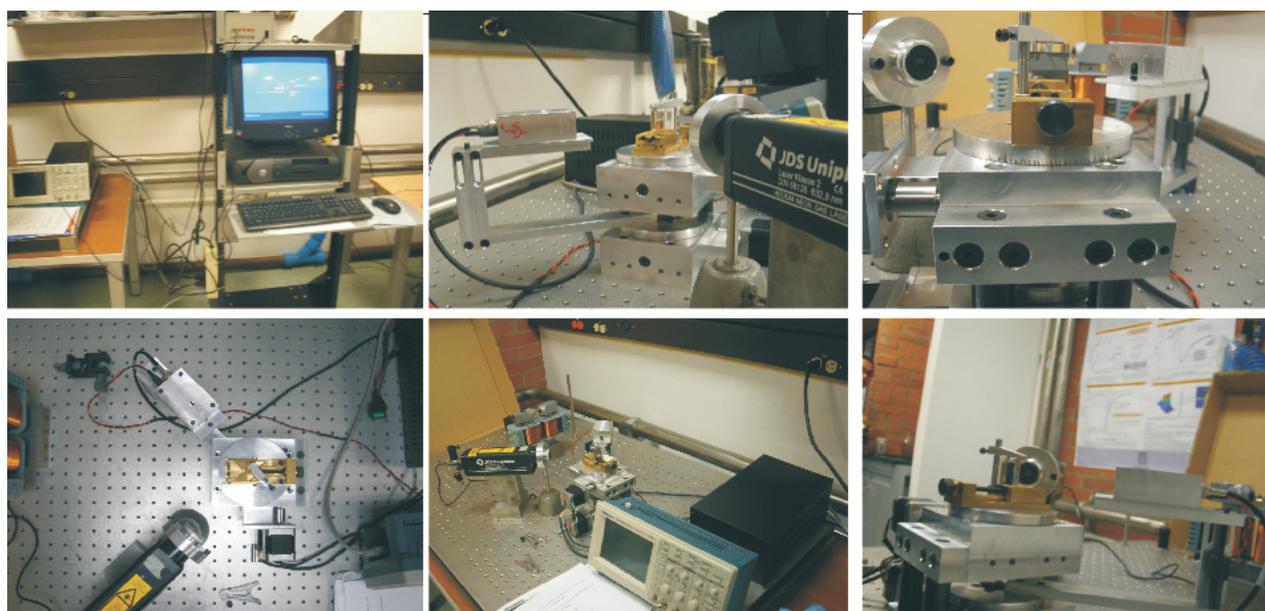


Figura 5-5.: Montaje experimental, imágenes de varios ángulos del montaje utilizado para medir la reflectancia en la configuración de Kretschmann.

6. Datos experimentales

Para tomar los datos realizamos una calibración del equipo de medida. Para esto, en lugar de colocar el prisma utilizamos un espejo. Y realizamos medidas barriendo todos los ángulos posibles, al tener un espejo en el sistema la reflectancia debe tender a ser total, es decir, a la unidad. Por tal motivo, se mide la reflectancia en el sistema y tendremos su patrón el se muestra en la Fig. 6-1.

Luego de realizar este proceso de calibración, procedemos a montar la película delgada que está depositada en el porta objetos, que se adhiere al prisma con ayuda de unas gotas de aceite de inmersión. Posteriormente tomamos datos para iniciar el proceso de ajustes necesarios para llegar a la medida deseada. En este paso en particular, se ajusta el polarizador del sistema para que la polarización sea TM. Al momento de realizar esta calibración, en el equipo, se observan algunos datos preliminares que se muestran en la Fig. 6-2.

6.1. Comparación datos experimentales y modelo teórico

Al ajustar los detalles experimentales del montaje, como lo fueron el ángulo del filtro polarizador, este asegura que en el sistema incida un onda electromagnética con polarización TM. La cual es la única polarización que genera plasmones superficiales; como, se demostró en el capítulo 2. El registro del ángulo inicial donde se comienza a realizar el barrido del ángulo de incidencia y, por ultimo, aislar el sistema de otras fuentes de radiación (fotones) que puedan incidir sobre el detector y modifiquen la medida.

Luego de realizar este protocolo se inicia con la toma de datos experimentales (patrón de reflectancia) con los cuales se contrastara el modelo teórico, obtenido a partir del MMT, dándole así un soporte al modelo propuesto. En este trabajo que consta en implementar el MMT para estudiar la generación de plasmones superficiales en las configuraciones estratificadas.

Como se muestra, en la Fig. 6-3, se observan puntos discontinuos (datos experimentales) y una la línea discontinua (modelo teórico). Los puntos naranja, representan una película delgada de plata de 56,1nm. Los puntos azules, representan una lámina delgada con un espesor de 47,0nm. La línea discontinua, representa la función de reflectancia calculada a partir del modelo teórico para una lámina delgada de 47,0nm.

Como se puede observar, el ajuste de los datos experimentales al modelo teórico, no es

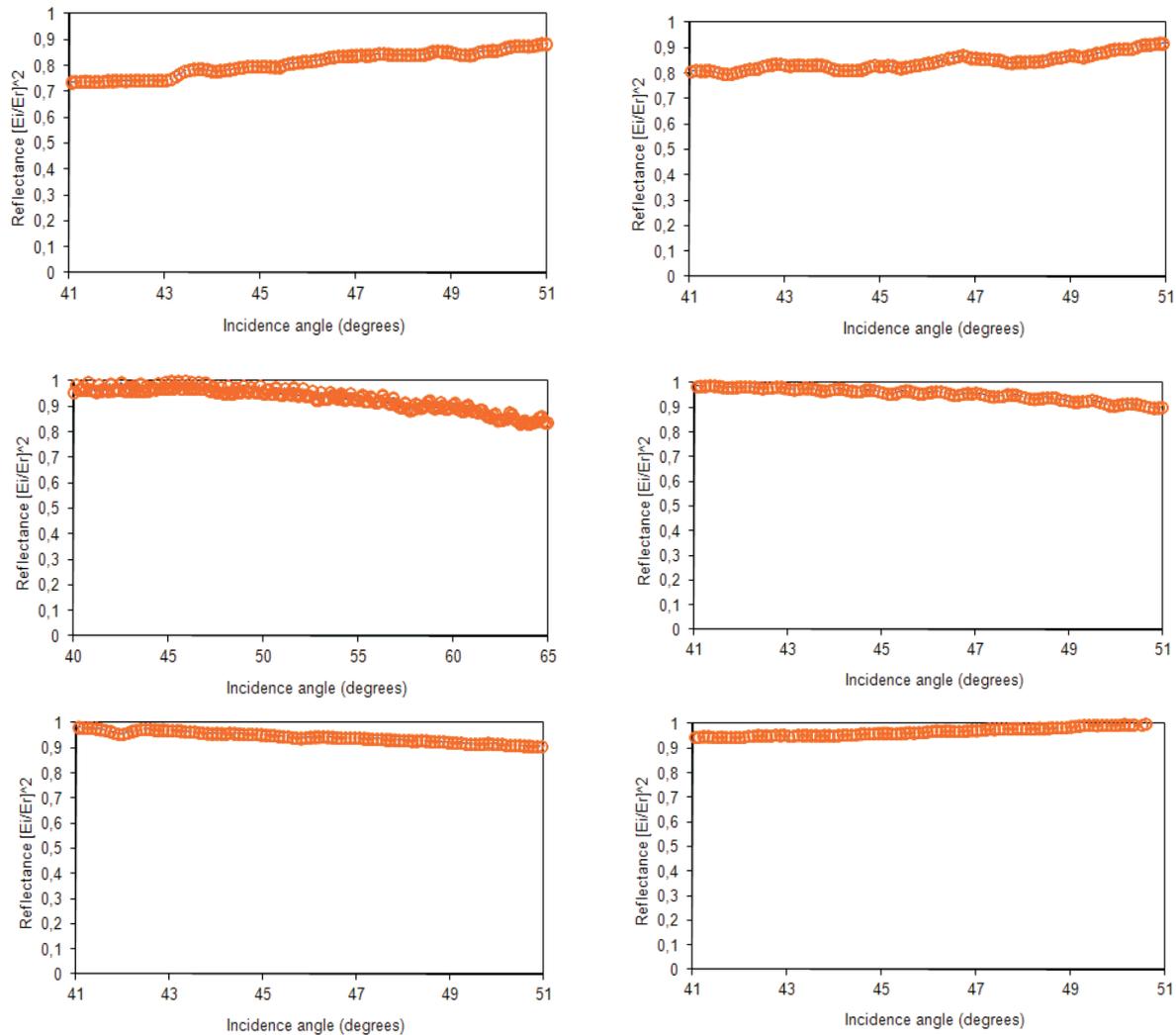


Figura 6-1.: Gráficas de calibración del montaje experimental para identifica el ruido del equipo y utilizarlo como base para eliminar el ruido de la medida *background*.

el mejor. El mínimo de la función de reflectancia para los datos experimentales esta muy por encima del modelo teórico. Pero en la región del ángulo crítico, el modelo muestra el comportamiento experimental muy bien. Ahora bien, la diferencia entre el modelo obtenido teóricamente no es insignificante respecto a los datos experimentales. Se debe estudiar el motivo de está discrepancia, el cual puede estar inmerso en errores experimentales.

Como se mostró en el capítulo 2, algunos parámetros experimentales de la configuración de Kretschmann modifican la función de reflectancia teórica. Por tal motivo, observemos un momento la dependencia de la función de reflectancia en términos del espesor de la lámina delgada ver Fig. 6-4. Este parámetro experimental, el espesor de la lámina delgada, aumenta o disminuye el máximo de reflectancia sin modificar el ángulo en el cual sucede el fenómeno;

que es lo que está sucediendo con el patrón experimental, mostrado en Fig. **6-3**.

En la preparación del montaje experimental el dispositivo que controlaba el espesor de la lámina delgada era el cristal de cuarzo de la campana de evaporación Fig. **5-2**. Experimentalmente para probar si es o no verdadera la hipótesis inicial, donde se le está dando razón al espesor de la lámina delgada por el comportamiento de la función de reflectancia y el desplazamiento del mínimo. Recordemos que el espesor nos lo indicaba el sensor del cristal de cuarzo y si este está desajustado, podría mostrar un espesor diferente. Así que, tomamos la película delgada de plata y se llevo al microscopio de fuerza atómica¹, para medir el espesor de la película de plata, al tener los resultados del AFM, se vió que la discrepancia entre el valor del cristal de cuarzo y el medido por el AFM era mínima. Por tal motivo, se trató de recrear la gráfica que se muestra en la Fig. **6-4**, se tomaron varios espesores y se midieron obteniendo la gráfica que se muestra en la Fig. **6-5**.

El comportamiento mostrado por los datos experimentales se ajustan a lo predicho por el modelo teórico, que el mínimo de la función de reflectancia es mayor o menor dependiendo del espesor. Al tener certeza del espesor de la lámina delgada, dado por la medida del AFM, procedemos a evaporar una película de 45nm, la cual muestra la mejor caída en los datos experimentales². Introducimos los datos experimentales en el modelo teórico y obtenemos la gráfica que se observa en la Fig. **6-6**. Los datos experimentales en gran medida se están comportando como la teoría lo predice, sobre todo, en la región del ángulo crítico. Pero el mínimo de la función de reflectancia no son los mismo.

La resolución del montaje experimental en cuanto a la toma del ángulo óptico de incidencia es alta, es decir, los datos en el mínimo no están ocultos por la resolución del montaje. Bien como en primera instancia el espesor no es culpable de la discrepancia entre la teoría y el experimento se deben estudiar otros parámetros experimentalmente, que no podemos controlar en su totalidad, como lo son: la longitud de onda del laser λ , ya que debe ser una onda plana, y el laser de Helio-Neón, tiene un valor nominal próximo a su longitud de onda indicada en el equipo. Por tal motivo, el laser genera un error al momento de realizar la medida experimental que influye en el modelo teórico. Pero, como se mostró en el capítulo 2, este parámetro lo que modifica es el ancho de la campana de la reflectancia, no el mínimo. Así que, otro parámetro que está libre y fuera de ser manipulado por el montaje que tenemos es la pureza de la plata, el material conductor plata (A_g) como es un metal fue estudiado desde el punto de vista teórico con el modelo de Drude-Lorentz[8]. La función dieléctrica del metal consta de dos partes: una real y una imaginaria. La imaginaria está relacionada con la

¹AFM, de sus siglas en inglés Atomic Force Microscope, es un instrumento mecano-óptico capaz de detectar fuerzas del orden de los piconewtons. Al rastrear una muestra, es capaz de registrar continuamente su topografía mediante una sonda o punta afilada de forma piramidal o cónica.

²los datos experimentales de muestran en la tabla del apéndice A.5

absorbancia del material. Mientras que, la parte real, está asociada con el índice de refracción del material, se debe estudiar las implicaciones de estos parámetros en el experimento.

Como se muestra en la Fig. **6-7**. La parte imaginaria, de la función dieléctrica, es un término que aumenta o disminuye el mínimo de la función de reflectancia, algo que sucedió en los datos experimentales.

Modificando este parámetro en la función dieléctrica desde $\epsilon_c = 0,4$ a $\epsilon_c = 0,13$, se puede ajustar el mínimo de la función de reflectancia teórica a los datos experimentales, como se muestra en la Fig. **6-8**.

Como el mínimo de la función dieléctrica teórica se ajustó a los datos experimentales, se puede pensar que, la plata con la cual se trabajó no tenía una pureza adecuada para la generación de plasmones de superficie. Como el término imaginario ajustó el mínimo; ahora estudiemos el termino real de la función dieléctrica. Así, lograremos ver las implicaciones que tiene éste en la reflectancia.

Para esto se realizaron gráficas de la reflectancia en las que se varía la parte real de la función dieléctrica, desde -6 hasta -26, se muestran estas variaciones en la Fig. **6-9**, como se ve en la gráfica, el parámetro real de la función dieléctrica aumenta o disminuye el mínimo de la función reflectancia. Pero también, desplaza el valor del ángulo en el cual se genera el plasmon superficial. Ajustando la gráfica, en primera instancia, sin modificar la parte imaginaria el mejor ajuste se muestra en la Fig. **6-10**.

Ahora, la línea amarilla que se ve en la Fig. **6-10** no está sobre los datos experimentales, pero su mínimo si lo está en altura. El ancho de la campana también corresponde al ancho experimental. Por lo tanto, procedemos a manipular este par de parámetros para lograr ajustar el modelo teórico al modelo experimental y dar razón de sus diferencias. Al modificar simultáneamente la parte real e imaginaria del la función dieléctrica para obtener un ajuste mejor, se obtiene el patrón que se muestra en la Fig. **6-11**.

Como podemos observar, la línea negra empata con los datos experimentales en la región de la concavidad de la función. Las modificaciones que se debieron realizar fueron en la parte real de $\epsilon_r = -18$ hasta $\epsilon_r = -25,8$ y en la parte imaginaria de $\epsilon_c 0,4$ hasta $\epsilon_c = 0,043$. Lo cual, nos da razón que el experimento no se utilizo plata con una alta pureza, este material tendría impurezas las cuales modifican la función dieléctrica. Pero al observar la misma gráfica, el ángulo crítico no se presenta donde debería presentarse y la modificación en la parte real e imaginaria de la función dieléctrica es tan grande que quizás ya no estaríamos hablando de plata sino de otro material conductor. Porque los valores iniciales de éstos están muy alejados de los valores finales. Por tal motivo, esta modificación al modelo teórico no es la apropiada.

El único parámetro que modifica el mínimo de la reflectancia y nunca corre el ángulo crítico es una variación del espesor. Pero como se mostró, por las medidas del AFM, el espesor es muy cercano al valor que mostró el cristal de cuarzo. Una hipótesis es que el AFM mide, en el borde de la muestra, su espesor, no en el centro de la muestra donde han sido tomadas las medidas, y un fenómeno que puede presentar el método de evaporación que se utilizó para depositar la lámina delgada es que puede quedar en forma de rapa y en el lugar donde mide el AFM puede tener el valor esperado pero en el lugar donde se mide sea otro espesor, no muy alejado al medido, pero si puede influir en la medida.

Así, podría pensarse que, la muestra en el centro es un poco más gruesa o más delgada que en los bordes. Si a esto le sumamos unas pequeñas impurezas de la plata, podemos introducir estas variaciones en el patrón de la función dieléctrica teórico y puede obtener un mejor ajuste.

Al realizar las modificaciones al modelo teórico de los datos experimentales, se obtiene el patrón que se muestra en la Fig. **6-12**. La cual, tiene un comportamiento que coincide con los datos experimentales adecuadamente. Las modificaciones realizadas a estos tres parámetros fueron:

En el espesor de $d = 45\text{nm}$ a $d = 41\text{nm}$, en la función dieléctrica en la componente real de $\epsilon_r = -18$ inicialmente hasta $\epsilon_r = -23$ y la parte compleja desde $\epsilon_c = 0,4$ hasta $\epsilon_c = 0,3$, son cercanas al valor de la plata con alta pureza inicialmente calculadas y esto muestra un acercamiento mejor al fenómeno.

Con estas correcciones en el modelo teórico se puede asegurar que el método de matriz de transferencia se puede implementar en la solución de la generación de plasmones superficiales como un sistema estratificado. Dando una herramienta mucho más fácil y directa para calcular las funciones de reflectancia y transmitancia. El trabajo del profesor M. Ordal [12] presenta valores para la función dieléctrica de la plata en el rango de la longitud de onda que se trabajó experimentalmente, estos datos muestran que los datos modificados de la función dieléctrica en su parte real e imaginaria están en un valor aceptable para la plata, esto asegura un buen ajuste del modelo teórico al espectro experimental.

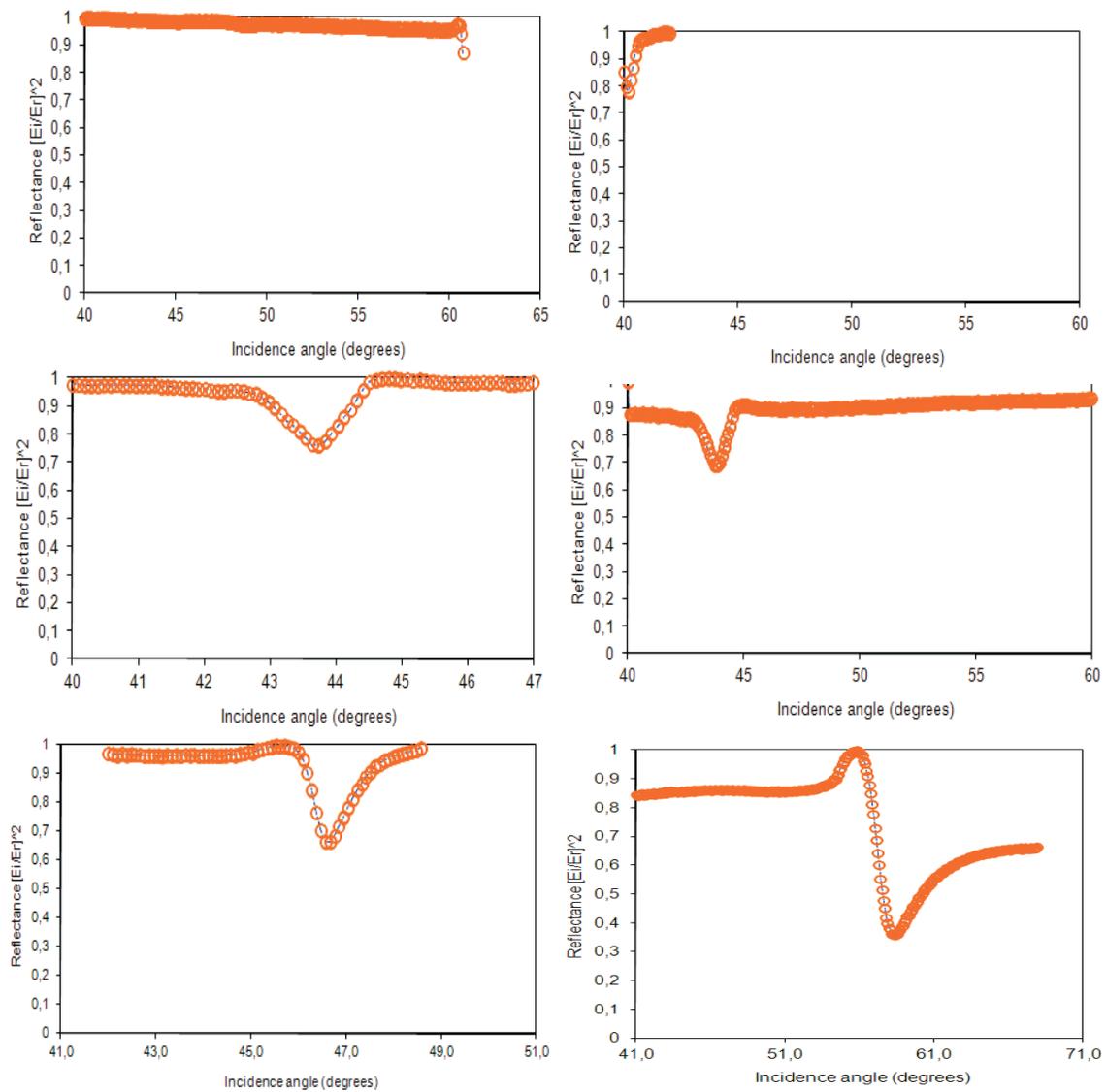


Figura 6-2.: Gráficas de calibración del montaje experimental en el que se ven medidas preliminares de los SPP. El eje del ángulo no está ajustado, por lo tanto, éste no es donde se genera el mínimo. El parámetro del ángulo se ajustara más adelante.

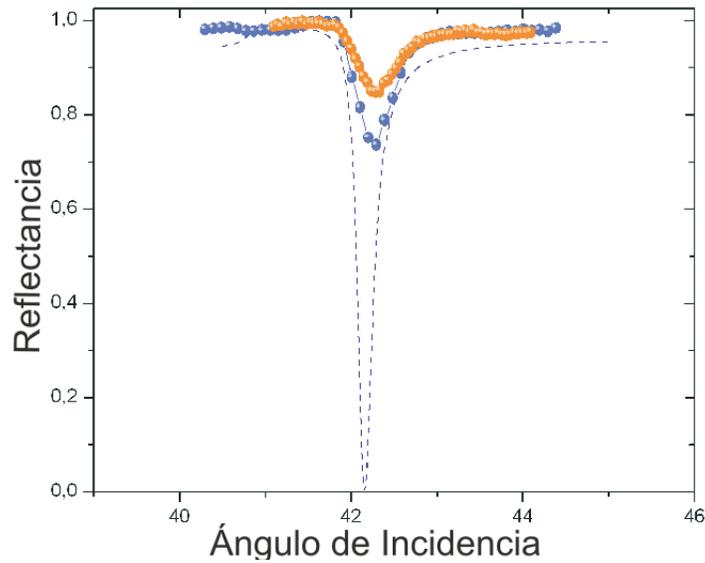


Figura 6-3.: Comparación de los datos experimentales con el modelo teórico. Los puntos naranja representan una lámina de 56,1nm. Los puntos azules representan una lámina con un espesor de 47,0nm. La línea discontinua representa la función de reflectancia calculada a partir del modelo teórico para una lámina delgada de 47,0nm.

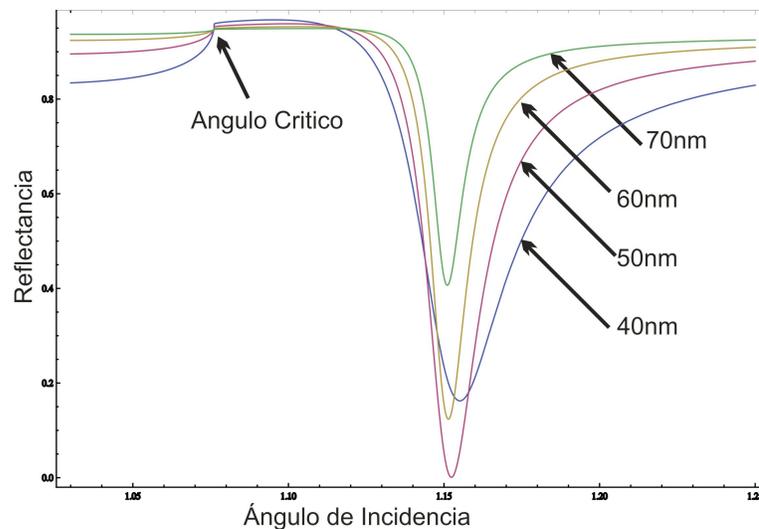


Figura 6-4.: Función de reflectancia contra el ángulo de incidencia para varios espesores de la película delgada, manteniendo constante la longitud de onda del laser, a partir del modelo teórico desarrollado por el MMT.

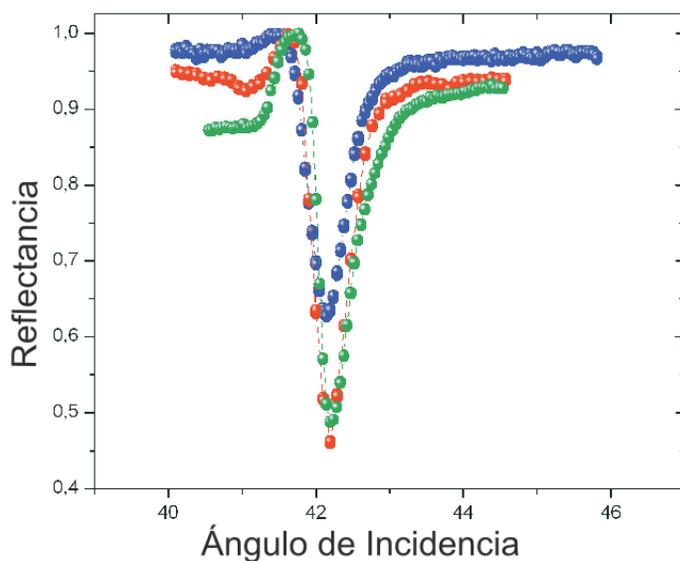


Figura 6-5.: Datos experimentales para diferentes espesores. Los puntos rojos representan una lámina de 45,0nm de espesor. Los puntos azules representan una lámina con un espesor de 46,0nm, los puntos verdes representan una lámina de 40,0nm de espesor.

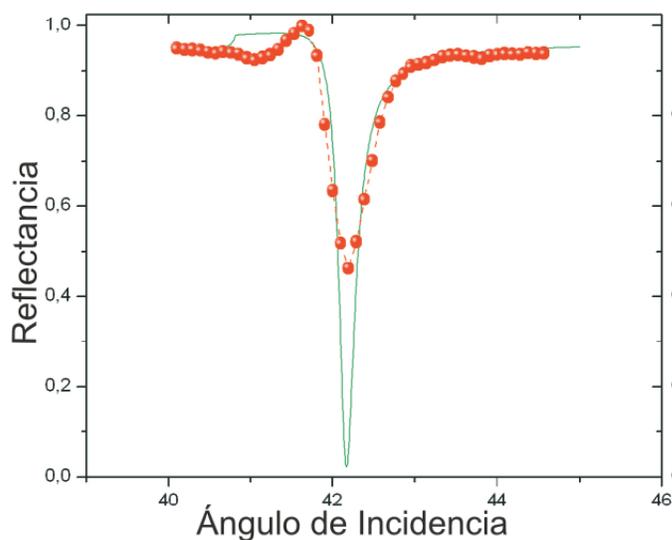


Figura 6-6.: Los datos experimentales. Puntos rojos representan una lámina de 45,0nm de espesor. La línea continua verde representa el modelo teórico sin ninguna modificación.

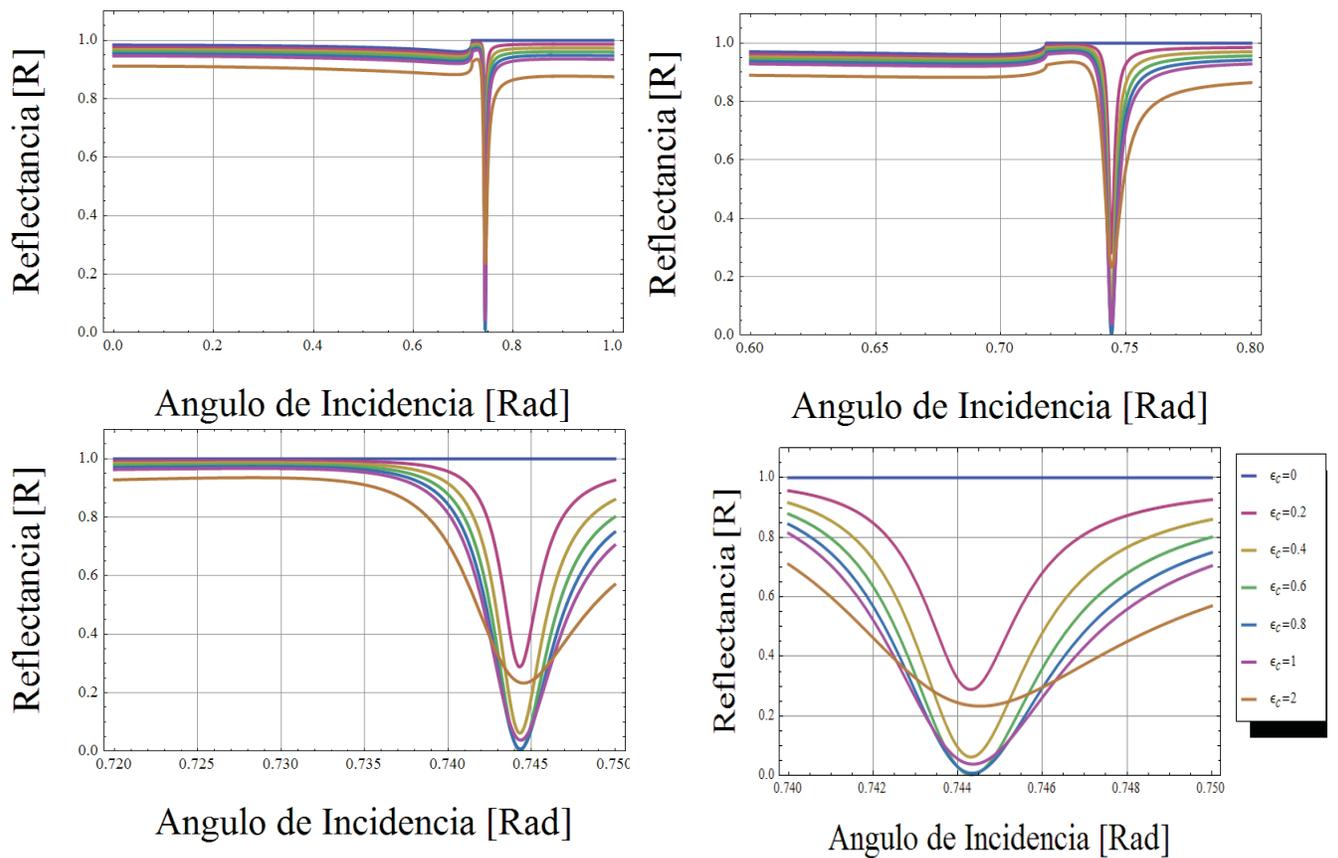


Figura 6-7.: Se muestran varias gráficas de reflectancia donde se varía el valor complejo de la función dieléctrica desde 0 hasta 2, para estudiar sus implicaciones en el comportamiento del fenómeno.

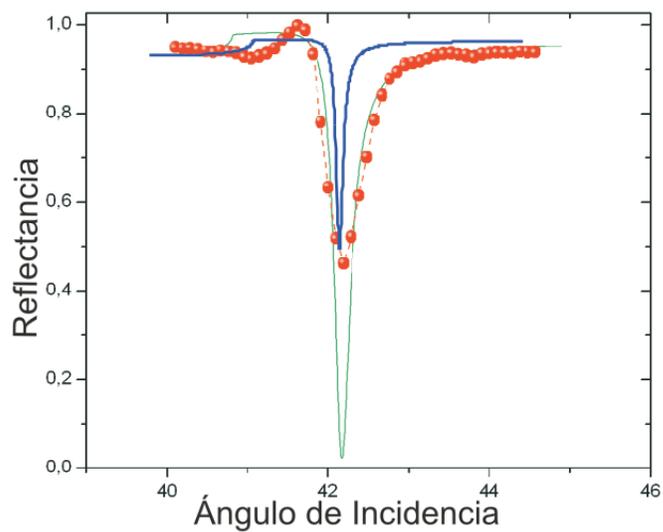


Figura 6-8.: Modificando el valor de la función dieléctrica en su componente compleja, tomando los datos de la Fig. 6-6 el mínimo teórico se ajusta al experimental, la corrección fue $\epsilon_c = 0,4$ a $\epsilon_c = 0,13$.

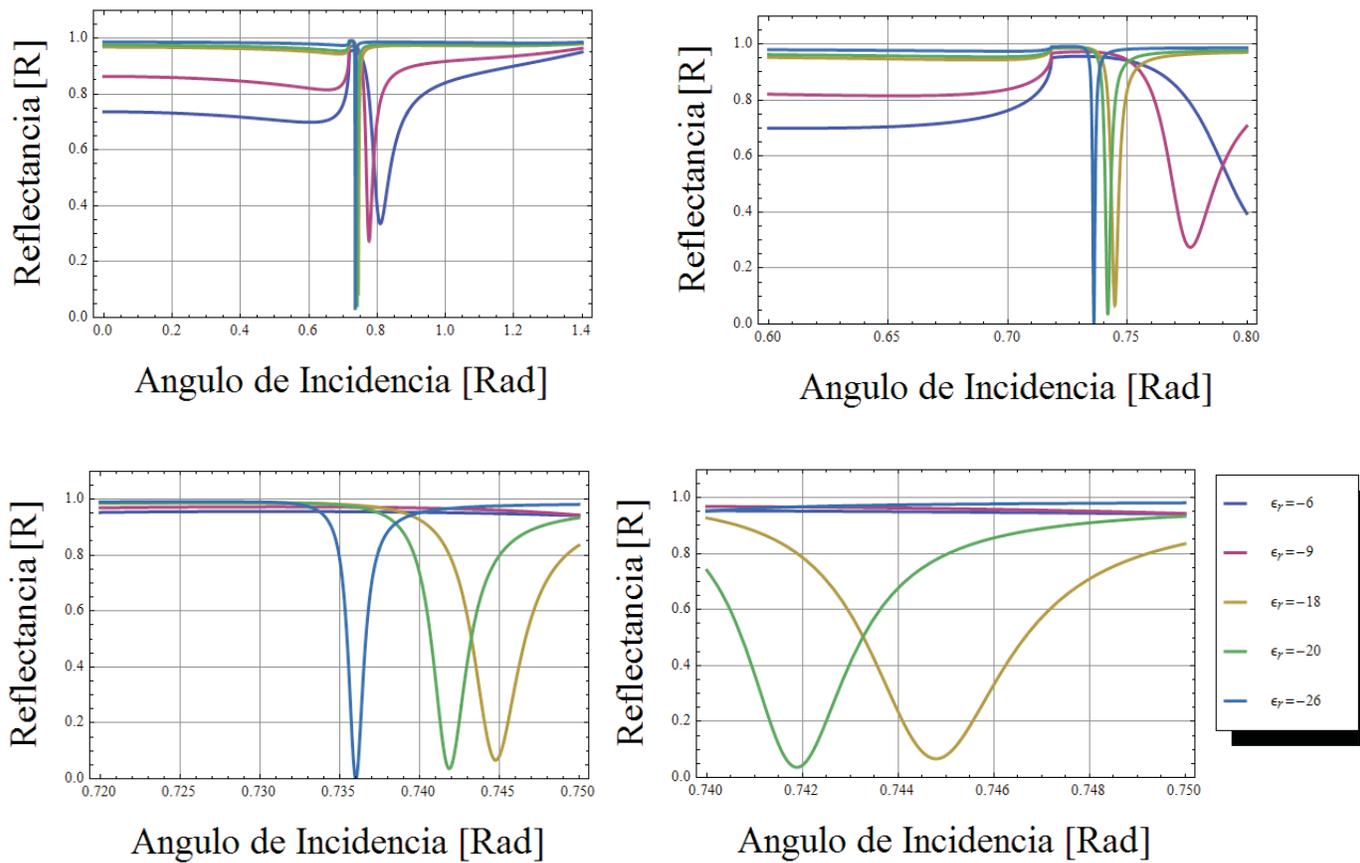


Figura 6-9.: Se muestran varias gráficas de Reflectancia donde se varía el valor real de la función dieléctrica desde -6 hasta -26, para estudiar sus implicaciones en el comportamiento del fenómeno.

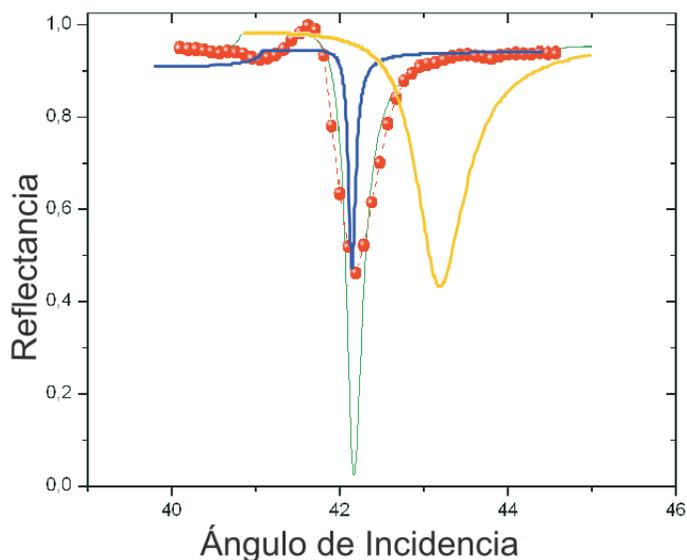


Figura 6-10.: Modificando el valor de la función dieléctrica en su componente real, obtenemos la gráfica de color amarillo. Lo cual, nos muestra que no es un buen ajuste. Tomando los datos de la Fig. 6-8 el mínimo teórico se ajusta al experimental, y el tamaño de la campana también. Pero el ángulo donde se genera el plasmón superficial se desplazó, la corrección fue $\epsilon_r = -18$ a $\epsilon_r = -12$.

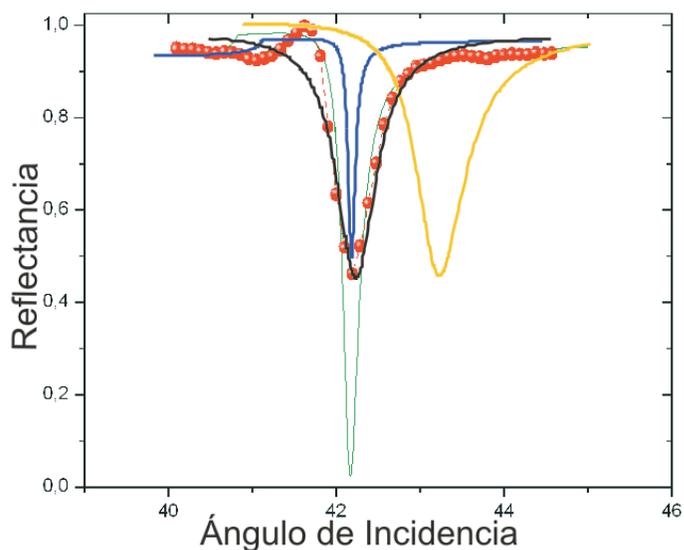


Figura 6-11.: Modificando el valor de las componentes real e imaginaria de la función dieléctrica, obtenemos la gráfica de color negro, lo cual nos muestra que un ajuste entre los datos experimentales y el modelo teóricos. Tomando los datos de la Fig. 6-10 el mínimo teórico se ajusta al experimental, y el tamaño de la campana también, la corrección en la función dieléctrica fue de $\epsilon_r = -18$ inicialmente hasta $\epsilon_r = -25,8$ y la parte compleja desde $\epsilon_c = 0,4$ hasta $\epsilon_c = 0,043$.

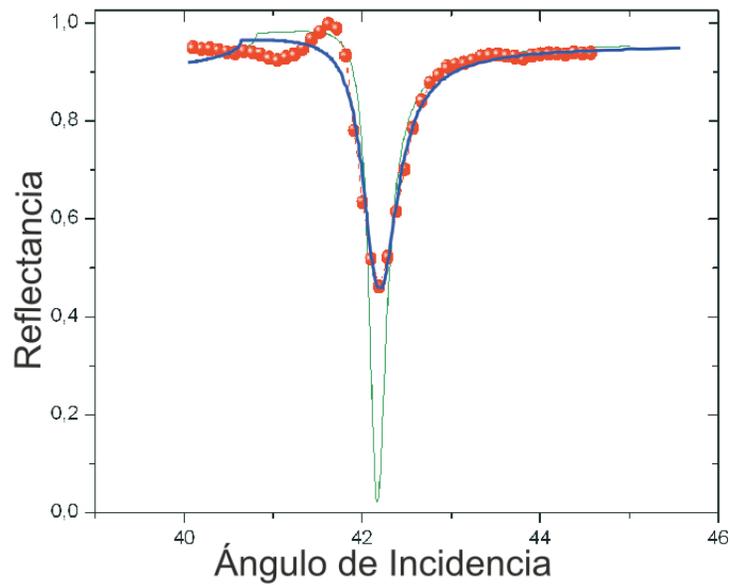


Figura 6-12.: Modificando el espesor, $d = 41\text{nm}$ y modificando el valor de las componentes real de $\epsilon_r = -18$ inicialmente hasta $\epsilon_r = -25$ y la parte compleja desde $\epsilon_c = 0,4$ hasta $\epsilon_c = 0,3$ obtenemos la gráfica de color azul, lo cual nos muestra que un ajuste entre los datos experimentales y el modelo teóricos. Tomando los datos de la Fig. 6-6 el mínimo teórico se ajusta al experimental, y el tamaño de la campana también, además el ángulo crítico es cercano al experimental.

7. Conclusiones y recomendaciones

7.1. Conclusiones

A partir del modelo convencional para la deducción de las funciones de reflectancia y transmitancia se llegó a funciones que dependen directamente de los coeficientes de Fresnel, en los tres medio del sistema: prisma (n_p), metal (ϵ_m) y aire(n_a). Al implementar el MMT, para la configuración de Kretschmann como modelo estratificado, se obtuvieron las funciones de reflectancia y transmitancia en términos de los elementos de la matriz de transferencia.

Así, estas funciones no estén explícitamente en términos de los coeficientes de Fresnel, el comportamiento de estas funciones se ajusta al modelo convencional. La función de reflectancia que se obtiene por el método de la matriz de transferencia se ajustan al comportamiento experimental, medido en la configuración de kretschmann dando validez al MMT, como método alternativo para el estudio de la excitación de plasmones superficiales en sistemas estratificados.

Una ventaja, de implementar este método en el cálculo de las funciones de reflectancia y transmitancia en los sistemas periódicos, es la eficiencia de trabajar en física con matrices. Las matrices pueden portar gran información y son más sencillas de manipular que las funciones extensas utilizadas en otros métodos. Además, entre mayor sea el número de medios que constituyan el sistema estratificado más complejo y largo, es el cálculo por el método convencional. Problema que no presenta el método de la matriz de transferencia, ya que para dos o más medios siempre se utilizará una matrices de 2×2 y el manejo de estas matrices es mucho más sencillo.

En el proceso de deducir analíticamente los patrones de reflectancia y transmitancia que permiten identificar la generación de plasmones de superficie en la configuración de Kretschmann mediante la técnica de reflexión total atenuada (ATR), se encontró que el fenómeno depende de cuatro parámetros específicos que son:

El **espesor de la película**, al aumentar o disminuir puede llegar a maximizar o minimizar el valor del mínimo en la función de reflectancia en el ángulo que se genera el plasmón de superficie θ_p . Cuando se modificada la **función dieléctrica** del material, es decir, cambiar el material de la película delgada el ángulo θ_p , sufre desplazamiento. El **ángulo de incidencia** del láser sobre el sistema, debe ser mayor al ángulo crítico de reflexión total. Por último, la

variable de relevancia para la generación de plasmones de superficie es la **longitud de onda** del láser, que incide en el sistema.

Si en la configuración óptica se tiene el ángulo de incidencia, el espesor de la película constantes y se modifica la longitud de onda; se tiene un desplazamiento del mínimo de la función de la reflectancia cuando es dependiente del ángulo de incidencia. Al modelar y ajustar los parámetros anteriores, se puede diseñar un montaje experimental que genere la mayor eficiencia para la excitación de plasmones superficiales.

Por último, se concluye que, la función de transmitancia T tiene su mínimo en θ_p , donde la energía que se trasmite o se refleja es mínima; de tal forma se asegura que la energía queda confinada en la generación de las oscilaciones colectivas del gas de electrones libres del metal (plasma). Es decir, la energía que no es reflejada ni transmitida se invierte en la generación del plasmón de superficie.

7.2. Recomendaciones

Como un posible trabajo posterior a éste, se propone implementar el modelo de la matriz para la configuración de kretschmann con un medio más en el sistema.

El sistema óptico a estudiar es prisma-conductor-material (ferro) -conductor-dieléctrico, donde la separación existente entre el prisma y el medio dieléctrico no puede sobrepasar los 600nm en total. Utilizando un laser de He-Ne, es decir, que la lámina delgada debe ser evaporada inicialmente alrededor de 200nm con una lámina de 60nm de un material ferroeléctrico o ferromagnético y nuevamente evaporar otra lámina delgada de 200nm.

Así, estudiar las implicaciones que tendrían estos materiales en la generación de plasmones superficiales tomando como punto de partida el MMT para realizar el modelo teórico del sistema. El cual, permite modelar sistemas ópticos estratificados, estas recomendaciones se muestran, ya que, de estos estudios se espera comprender el comportamiento de plasmones superficiales en presencia de un campo magnético.

A. Anexos

A.1. Deducción de la matriz Dinámica

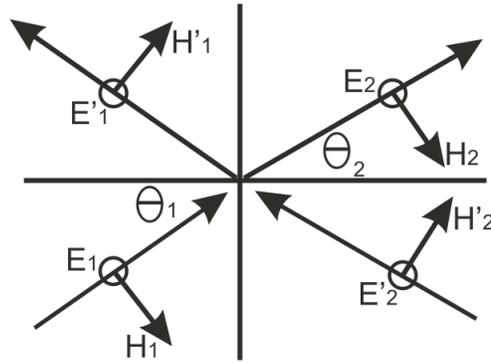


Figura A-1.: Reflexión y refracción con ondas TE.

Para la deducción de la matriz dinámica iniciaremos tomando el sistema óptico que se ve en la figA-1. Allí tenemos un sistema conocido como *TE* o *s*, es decir, que tiene polarización transversal eléctrica, que indica la dirección del campo eléctrico \mathbf{E} transversal al plano de incidencia. Todos los vectores de campo eléctrico están perpendicular al plano de incidencia (saliendo de la hoja), el vector de campo magnético está contenido en el plano de incidencia (en la superficie de la hoja), debido a las condiciones de continuidad introducidas en sección 2.9 las componentes de los campos E_y y H_z en la interface $x = 0$ tenemos que:

$$E_{1s} + E'_{1s} = E_{2s} + E'_{2s} \quad (\text{A-1})$$

$$\sqrt{\frac{\epsilon_1}{\mu_1}}(E_{1s} - E'_{1s}) \cos \theta_1 = \sqrt{\frac{\epsilon_2}{\mu_2}}(E_{2s} - E'_{2s}) \cos \theta_2 \quad (\text{A-2})$$

Donde θ_1 y θ_2 , son los ángulos generados por los vectores de onda k_1 y k_2 respectivamente, sobre la normal a la interface. Estas dos ecuaciones pueden ser escritas como una matriz:

$$D_s(1) \begin{pmatrix} E_{1s} \\ E'_{1s} \end{pmatrix} = D_s(2) \begin{pmatrix} E_{2s} \\ E'_{2s} \end{pmatrix} \quad (\text{A-3})$$

Donde,

$$D_s(i) = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \sqrt{\frac{\varepsilon_i}{\mu_i}} \cos \theta_i & -\sqrt{\frac{\varepsilon_i}{\mu_i}} \cos \theta_i \end{pmatrix} \text{ el subíndice } i \text{ representa cada medio } i=1,2. \quad (\text{A-4})$$

La matriz $D_i(s)$ es llamada la matriz dinámica, en este caso, para las ondas **TE** 0 s. Así el sistema A-1, se escribe básicamente como:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_1 & -\sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\mu_1}} \cos \theta_1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{1s} \\ E'_{1s} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ \sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} \cos \theta_2 & -\sqrt{\frac{\varepsilon_2}{\mu_2}} \cos \theta_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} E_{2s} \\ E'_{2s} \end{pmatrix} \quad (\text{A-5})$$

Si la onda incide desde el medio 1 los coeficientes de reflexión y transmisión en la interface estarán dados por:

$$r_s = \left. \left(\frac{E'_{1s}}{E_{1s}} \right) \right|_{E'_{2s}=0} \quad (\text{A-6})$$

$$t_s = \left. \left(\frac{E_{2s}}{E_{1s}} \right) \right|_{E'_{2s}=0} \quad (\text{A-7})$$

Los subíndices $E'_{2s} = 0$ esto es debido a que la onda solo incide desde el medio uno, es decir ninguna onda llega al sistema desde el medio dos, E_{2s} existe en el medio dos por que la onda incidente es regresada al medio uno. Para las definiciones en las ecuaciones A-6 y A-1 se obtiene que:

$$r_s = \frac{n_1 \cos \theta_1 - n_2 \cos \theta_2}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} \quad (\text{A-8})$$

$$t_s = \frac{2n_1 \cos \theta_1}{n_1 \cos \theta_1 + n_2 \cos \theta_2} \quad (\text{A-9})$$

Donde se asumió que $\mu_1 = \mu_2 = 1$, el cual generalmente toma ese valor para materiales en las frecuencias ópticas, el índice de refracción de los medios 1 y 2 son n_1 y n_2 respectivamente. Las expresiones r_s y t_s , son conocidas como coeficientes de Fresnel, ya mostradas en este trabajo en el capítulo 2.

A.2. Algebra Matricial

A.2.1. La Matriz Cofactores

La matriz de Menor

Sea A una matriz $n \times n$ y sea M_{ij} la matriz de $(n-1) \times (n-1)$ que se obtiene de A eliminando el renglón i y la columna j . M_{ij} se llama menor ij de A .

La matriz de Cofactor

Sea A una matriz $n \times n$. El **cofactor** ij de A , denotado por A_{ij} , está dado por:

$$A_{ij} = (-1)^{i+j} |M_{ij}| \quad (\text{A-10})$$

Esto es el cofactor ij de A se obtiene tomando el determinante del menor ij y multiplicándolo por $(-1)^{i+j}$. Observemos que:

$$(-1)^{i+j} \begin{cases} 1, & \text{si } i+j \text{ es par;} \\ -1, & \text{si } i+j \text{ es impar;} \end{cases} \quad (\text{A-11})$$

Si A es invertible, entonces $\det A \neq 0$ y:

$$\det A^{-1} = \frac{1}{\det A} \quad (\text{A-12})$$

Suponga que A es invertible, $\det A \neq 0$.

$$1 = \det I = \det AA^{-1} = \det A \det A^{-1} \quad (\text{A-13})$$

lo que implica que:

$$\det A^{-1} = \frac{1}{\det A} \quad (\text{A-14})$$

Antes de utilizar determinantes para calcular las matrices inversas, es necesario definir la *adjunta* de una matriz $A = (a_{ij})$. Sea $B = (A_{ij})$ la matriz de cofactores de A . Entonces:

$$B = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} & \cdots & A_{1n} \\ A_{21} & A_{22} & \cdots & A_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ A_{n1} & A_{n2} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix} \quad (\text{A-15})$$

A.2.2. La matriz Adjunta

Sea A una matriz de $n \times n$ y sea B , dada por A-15, la matriz de sus cofactores. Entonces, la **adjunta** de A , escrita $adj A$, es la transpuesta de la matriz B de $n \times n$, es decir,

$$adjA = B^t = \begin{pmatrix} A_{11} & A_{21} & \cdots & A_{n1} \\ A_{12} & A_{22} & \cdots & A_{n2} \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdots & \cdot \\ A_{1n} & A_{2n} & \cdots & A_{nn} \end{pmatrix} \quad (\text{A-16})$$

A.2.3. La Matriz Inversa

Sea A una matriz de $n \times n$. Entonces A es invertible sí y solo sí $detA \neq 0$. Si $detA \neq 0$, entonces [18]

$$A^{-1} = \frac{1}{detA} adjA \quad (\text{A-17})$$

A.3. Código Cálculo w_p y n_v

Para calcular el término ε_m , a partir del modelo de Drude se deben conocer w_p y γ los cuales se calcularon con las líneas de código escritas en C++ que se muestran en este anexo y el siguiente anexo [15]. Recuerde que $w_p = \sqrt{\frac{n_v e^2}{\epsilon_0 m}}$, donde e es la carga del electrón, ϵ_0 es la constante de permitividad del vacío, m la masa del electrón, y n es la densidad electrónica volumétrica del material que se define como $n_v = \frac{N_a d}{A}$. Donde N_a es el número de Avogadro, d es el número másico, y A es la densidad del material, todos estos datos se pueden obtener a partir de una tabla periódica.

```
#include<iostream.h>
#include<stdlib.h>
#include <math.h>
#define Na 6.022e23
#define el 1.602e-19
#define epsilon 8.8542e-12
#define m 9.11e-31

int main() {
    double n, d, A, wp;
    ofstream  csalida;

    csalida.open("wp.dat");
```

```

cout<<"INGRESE LA DENSIDAD DEL ELEMENTO \n";
cin>>d;
cout<<"INGRESE EL NUMERO MASICO DEL ELEMENTO \n";
cin>>A;

n=((Na*d)/A);
n=n*10e5;
cout<<n <<" \n";
wp=sqrt((n*(el*el))/(epsilon*m));
cout<<wp;
csalida<<n<<"\t"<<wp<<"\n";

csalida.close();

cout<<"\n";
system("PAUSE");
return 0;
}

```

A.4. Código Cálculo τ y γ

El código que se escribió en *c++* calcula τ y γ términos necesarios para definir la función dieléctrica de la lamina delgada basados en parámetros que se encuentran en una tabla periódica de cualquier material conductor. El termino τ , a partir de las leyes de la electrodinámica se define como[19]: $\tau = \frac{\sigma m}{n_v e^2}$, donde σ es la conductividad del elemento, m la masa electrónica, n_v es la densidad electrónica volumétrica que se obtuvo en el código del apartado anterior, y e la carga del electrón y $\gamma = \frac{1}{\tau}$.

```

#include <fstream.h>
#include<iostream.h>
#include<stdlib.h>
#include <math.h>
#define el 1.602e-19
#define m 9.11e-31
int main() {
    double x, y, N, sigma;
    ofstream csalida;
    csalida.open("tao.dat");
    cout<<"INGRESE LA CONDUCTIVIDAD DEL MATERIAL \n";

```

```
cin>>sigma;
cout<<"INGRESE LA DENSIDAD VOLUMETRICA DE ELECTRONES N \n";
cin>>N;
y=(sigma*m)/(N*(el*el));
    cout<<"EL VALOR DE TAO ES:\n";
cout<<y <<" \n";
x=1/y;
    cout<<"EL VALOR DE GAMMA ES:\n";
cout<<x;
csalida<<y<<"\t"<<x<<"\n";
csalida.close();
cout<<"\n";
system("PAUSE");
return 0;
}
```

A.5. Tabla de Datos Experimentales

En este anexo se muestra una serie de datos que está conformada por 4 tablas de datos. Al revisar los datos en la tercera tabla, en negrita, se muestra el dato que tiene el menor valor para nosotros en este montaje que corresponde a un ángulo de $42,194^\circ$ con una reflectancia de 0,45942. Este dato es el que se ajusto teóricamente. La resolución del equipo es $\frac{0,9^\circ}{77pasos} =$

	Ángulo[°]	Reflectancia	Ángulo[°]	Reflectancia	Ángulo[°]	Reflectancia
	40	0,949207	40.385	0,946486	40.765	0,93923
	40	0,951021	40.385	0,947393	40.765	0,93923
	40	0,951021	40.385	0,944672	40.765	0,941044
	40	0,951021	40.385	0,947393	40.765	0,938323
	40	0,951021	40.385	0,943765	40.765	0,941951
	40	0,951021	40	0,941044	40.765	0,938323
	40	0,951021	40	0,940137	40.765	0,941951
	40	0,951021	40	0,941044	40.765	0,938323
	40	0,951928	40	0,940137	40.765	0,941951
	40	0,947393	40	0,940137	40.765	0,93923
	40.195	0,9483	40	0,940137	41	0,936509
	40.195	0,944672	40	0,938323	41	0,936509
	40.195	0,9483	40	0,941951	41	0,936509
	40.195	0,946486	40	0,938323	41	0,936509
	40.195	0,946486	40	0,941951	41	0,937416
	40.195	0,947393	40.575	0,936509	41	0,938323
	40.195	0,947393	40.575	0,941044	41	0,933788
0,011°.	40.195	0,947393	40.575	0,93923	41	0,938323
	40.195	0,947393	40.575	0,93923	41	0,934695
	40.195	0,947393	40.575	0,93923	41	0,938323
	40	0,946486	40.575	0,93923	40.956	0,925625
	40	0,944672	40.575	0,93923	40.956	0,931067
	40	0,9483	40.575	0,93923	40.956	0,926532
	40	0,943765	40.575	0,938323	40.956	0,93016
	40	0,9483	40.575	0,937416	40.956	0,926532
	40	0,944672	41	0,942858	40.956	0,93016
	40	0,949207	41	0,943765	40.956	0,928346
	40	0,944672	41	0,940137	40.956	0,928346
	40	0,9483	41	0,943765	40.956	0,928346
	40	0,946486	41	0,940137	40.956	0,926532
	40.385	0,946486	41	0,943765	41	0,922904
	40.385	0,946486	41	0,942858	41	0,925625
	40.385	0,946486	41	0,942858	41	0,921997
	40.385	0,945579	41	0,942858	41	0,926532
	40.385	0,946486	41	0,942858	41	0,924718

Ángulo[°]	Reflectancia	Ángulo[°]	Reflectancia	Ángulo[°]	Reflectancia
41	0,923811	41.431	0,966441	41.717	0,987302
41	0,924718	41.431	0,967347	41.717	0,99093
41	0,923811	41.431	0,966441	41.717	0,987302
41	0,925625	41.431	0,966441	41.813	0,933788
41	0,922904	41.431	0,968254	41.813	0,933788
41.146	0,931067	41.431	0,964626	41.813	0,933788
41.146	0,926532	41.431	0,968254	41.813	0,935602
41.146	0,931974	41.431	0,964626	41.813	0,935602
41.146	0,927439	41.431	0,968254	41.813	0,931974
41.146	0,931067	41.527	0,98186	41.813	0,935602
41.146	0,926532	41.527	0,980953	41.813	0,931974
41.146	0,93016	41.527	0,980045	41.813	0,934695
41.146	0,929253	41.527	0,98186	41.813	0,931974
41.146	0,928346	41.527	0,980953	41.908	0,780503
41.146	0,929253	41.527	0,982767	41.908	0,78141
41.241	0,936509	41.527	0,979138	41.908	0,780503
41.241	0,938323	41.527	0,982767	41.908	0,780503
41.241	0,933788	41.527	0,979138	41.908	0,78141
41.241	0,937416	41.527	0,983674	41.908	0,780503
41.241	0,932881	41.622	0,996372	41.908	0,779596
41.241	0,936509	41.622	1	41.908	0,782317
41.241	0,933788	41.622	0,997279	41.908	0,778689
41.241	0,934695	41.622	0,998186	41.908	0,782317
41.241	0,934695	41.622	0,997279	42.004	0,635381
41.241	0,932881	41.622	0,998186	42.004	0,63266
41.337	0,947393	41.622	0,998186	42.004	0,633567
41.337	0,947393	41.622	0,998186	42.004	0,63266
41.337	0,946486	41.622	1	42.004	0,63266
41.337	0,946486	41.622	0,997279	42.004	0,63266
41.337	0,946486	41.717	0,986395	42.004	0,63266
41.337	0,947393	41.717	0,988209	42.004	0,635381
41.337	0,944672	41.717	0,988209	42.004	0,630846
41.337	0,9483	41.717	0,988209	42.004	0,635381
41.337	0,944672	41.717	0,989116	42.099	0,519283
41.337	0,9483	41.717	0,989116	42.099	0,519283
41.431	0,967347	41.717	0,99093	42.099	0,518376

Ángulo[°]	Reflectancia	Ángulo[°]	Reflectancia	Ángulo[°]	Reflectancia
42.099	0,519283	42.479	0,698872	42.764	0,877553
42.099	0,518376	42.479	0,700685	42.764	0,879367
42.099	0,517469	42.479	0,700685	43	0,895694
42.099	0,519283	42.479	0,700685	43	0,892065
42.099	0,517469	42.479	0,700685	43	0,894786
42.099	0,52019	42.479	0,700685	43	0,892065
42.099	0,516562	42.479	0,699779	43	0,895694
42.194	0,463048	42.479	0,700685	43	0,892065
42.194	0,45942	42.479	0,701593	43	0,893879
42.194	0,45942	42.574	0,785945	43	0,892972
42.194	0,463955	42.574	0,786852	43	0,893879
42.194	0,460327	42.574	0,785945	43	0,893879
42.194	0,463048	42.574	0,786852	42.955	0,909298
42.194	0,462141	42.574	0,785945	42.955	0,910206
42.194	0,462141	42.574	0,784131	42.955	0,911113
42.194	0,462141	42.574	0,786852	42.955	0,911113
42.289	0,524725	42.574	0,783224	42.955	0,910206
42.289	0,519283	42.574	0,787759	42.955	0,908391
42.289	0,523818	42.574	0,784131	42.955	0,911113
42.289	0,519283	43	0,843994	42.955	0,908391
42.289	0,522911	43	0,838552	42.955	0,913833
42.289	0,52019	43	0,84218	42.955	0,907485
42.289	0,521097	43	0,838552	43	0,915648
42.289	0,521097	43	0,843086	43	0,914741
42.289	0,522004	43	0,840366	43	0,914741
42.289	0,522004	43	0,841273	43	0,914741
42.384	0,613612	43	0,841273	43	0,914741
42.384	0,614519	43	0,840366	43	0,916555
42.384	0,613612	43	0,841273	43	0,91202
42.384	0,614519	42.764	0,877553	43	0,916555
42.384	0,614519	42.764	0,875739	43	0,912927
42.384	0,613612	42.764	0,879367	43	0,916555
42.384	0,616334	42.764	0,877553	43.145	0,917462
42.384	0,612705	42.764	0,877553	43.145	0,920183
42.384	0,615426	42.764	0,877553	43.145	0,915648
42.384	0,612705	42.764	0,877553	43.145	0,918369
42.479	0,703407	42.764	0,876646	43.145	0,918369

Ángulo[°]	Reflectancia	Ángulo[°]	Reflectancia	Ángulo[°]	Reflectancia
43.145	0,918369	43.526	0,932881	43.811	0,925625
43.145	0,918369	43.526	0,937416	43.811	0,926532
43.145	0,918369	43.526	0,932881	43.811	0,926532
43.145	0,918369	43.526	0,935602	43.906	0,931974
43.145	0,917462	43.526	0,934695	43.906	0,931974
43	0,925625	43.526	0,935602	43.906	0,932881
43	0,922904	43.526	0,936509	43.906	0,931974
43	0,925625	43.526	0,935602	43.906	0,931067
43	0,921997	43.526	0,935602	43.906	0,933788
43	0,923811	43.621	0,933788	43.906	0,931067
43	0,922904	43.621	0,931067	43.906	0,933788
43	0,923811	43.621	0,934695	43.906	0,931067
43	0,923811	43.621	0,931067	43.906	0,935602
43	0,923811	43.621	0,932881	44.001	0,935602
43	0,923811	43.621	0,932881	44.001	0,935602
43.336	0,931974	43.621	0,932881	44.001	0,935602
43.336	0,931067	43.621	0,932881	44.001	0,933788
43.336	0,931974	43.621	0,932881	44.001	0,937416
43.336	0,933788	43.621	0,932881	44.001	0,933788
43.336	0,929253	43.716	0,93016	44.001	0,938323
43.336	0,933788	43.716	0,927439	44.001	0,934695
43.336	0,928346	43.716	0,929253	44.001	0,938323
43.336	0,932881	43.716	0,929253	44.001	0,934695
43.336	0,928346	43.716	0,929253	44.096	0,936509
43.336	0,932881	43.716	0,929253	44.096	0,938323
43	0,934695	43.716	0,929253	44.096	0,935602
43	0,933788	43.716	0,931067	44.096	0,93923
43	0,934695	43.716	0,928346	44.096	0,935602
43	0,932881	43.716	0,932881	44.096	0,940137
43	0,936509	43.811	0,929253	44.096	0,935602
43	0,931974	43.811	0,925625	44.096	0,93923
43	0,935602	43.811	0,929253	44.096	0,937416
43	0,931974	43.811	0,924718	44.096	0,936509
43	0,935602	43.811	0,929253	44.191	0,935602
43	0,933788	43.811	0,927439	44.191	0,938323
43.526	0,937416	43.811	0,927439	44.191	0,935602

Bibliografía

- [1] ALENXANDER, MAIER S.: *Plasmonics Fundamentals and Applications*. Centre for Photonics and Photonic Materials Department of Physics, University of Bath. P223, 2007
- [2] COHEN TANNOUDJI, C. B. D. ; LALCE, F.: *Quantum Mechanics 1*. John Wiley & Sons, New York. P887. 2007
- [3] EUGENE HECHT, Alfred Z.: *Óptica*. Prentice Hall. P790. 2006
- [4] GARCÍA V. F., Moreno Luis M.: *Plasmones Superficiales*. Edición 385. Investigación y Ciencia. P66-P76. Octubre 2008
- [5] GRIFFITHS, David J.: *Introduction to Electrodynamics*. Universidad de Michigan. Wiley and Sons. P576. 1962
- [6] H. J. SIMON, J. G. W.: *Surface plasmon in silver films- a novel undergraduate experiment*. American Journal of Physics. Vol43, 1976
- [7] HOMOLA, Jirí: *Chemical Sensors and Biosensors Methods and Applications*. Springer Series, Institute of Radio Engineering and Electronics. P460, 2006.
- [8] JACKSON, John D.: *Classical Electrodynamics*. Universidad of Illinois. Prentice Hall. P656. 1999
- [9] JOHNSON, P. B. ; CHRISTY, Jirí H.: *Optical constants of the noble metals*. Phys. Rev. B .University of Bath. P4370–P4379.1972
- [10] KIK, Pieter G. ; BROGERSMA, Mark L.: *SURFACE PLASMON NANOPHOTONICS. CREOL*, College of Optics and Photonics, Geballe Laboratory for Advanced Materials, Springer Series in OPTICAL SCIENCES. P266. 2007
- [11] KITTEL, Charles: *Introducción a la Física del Estado Sólido*. Universidad Complutense de Madrid, Reverté. P759, 1997
- [12] M. A. ORDAL. L. L. LONG, R. J. B.: *Optical properties of the metals Al, Co, Cu, Au, Fe, Pb, Ni, Pd, Pt, Ag, Ti and W in the infrared and far infrared* . Optical Society of American. Vol. 22, P1099-1119, 1983

-
- [13] MOCHÁN, W. L.: *Plasmons*. Centro de Ciencias Físicas, Universidad Nacional Autónoma de México. P825. 1999
- [14] N, Sadiku M.: *Elementos de Electromagnetismo*. Segunda Edición. Mexico: Compañía Editorial Continental, S.A. P825. 1999
- [15] PETER AITKEN, Bradley J.: *Aprendiendo C ++*. Universidad de Guanauato, Mexico, Pearson Educacion. P480. 2001
- [16] PETER MARKOS, Costas M. S.: *Wave Propagation, From Electrons to Photonic Crystals and Left-Handed Materials*. Princenton University Press. P362. 2009
- [17] RASHID ZIA, Any C. ; BROGERSMA, Mark L.: *Plasmonics: the next chip-scale technology*. Stanford University. MaterialToday. Vol 9, P20-P27. JULY-AUGUST, 2006
- [18] S, Stanley I. G.: *Álgebra Lineal*. University College London. P762. 2007
- [19] WALTER, Greiner: *Classical electrodynamics*. Institut fur Theoretische Physik, Springer. P541. 1991
- [20] WOLFRAM, Stephen: *Wolfram Research. Mathematica*. Multiplataforma: Versión 7. Licencia Universidad Nacional de Colomiba. 2011
- [21] YEH, Pochi: *Optical Waves in Layered Media*. University of California Santa Barbara. P436. 2008