

# **DETECCIÓN SECUENCIAL DE VIBRACIONES DISCRIMINABLES POR RANGOS ESPECTRALES EN PLACAS DELGADAS**

**GERMÁN CASTELLANOS D.\***

PC: Detección secuencial, discriminación de frecuencias. vibraciones, objetos duros.

## **RESUMEN**

Se presenta un método de detección de vibraciones que posean cualidades espectrales claramente diferenciables, a priori conocidas a la salida de una placa resonante delgada. Se desarrolla la síntesis del detector secuencial en tiempo continuo, basados en el criterio de Neyman-Pearson. El algoritmo está orientado a tareas en las cuales se exige tomar la decisión sobre la presencia de un posible modo de vibración a la entrada del detector, que sea diferenciable sobre rangos de frecuencia espectralmente separables. El detector secuencial simplificado para un solo rango de frecuencia diferenciable y una sola clase de OD a distinguir fue realizado y probado experimentalmente, demostrando un desempeño aceptable y reducidos costos de implementación.

## **ABSTRACT**

A method is presented for detecting of vibration signals having priori well-known frequency qualities of discrimination. Signals are taken at the output of the thin resonant membrane. The sequential detector synthesis is carried out for continuous time, based on the Neyman-Pearson approach. The algorithm allows to make the decision on the presence of only one vibration mode at the detector input among a full set of different modes, each of them being spectrally separable. Although, a general expression for a finite number of classes is obtained, this paper develops a simplified sequential detector for a single class to be distinguished over a background noise. Experimental testing was accomplished for a case of detection of fruits with two different densities, and it showed a good trade-off between performance and cost implementation.

---

\* Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales, Grupo Control y Procesamiento Digital de Señales

## 1. Detección de señales con cualidades claramente distinguibles

Existen casos, en la detección de vibraciones, en los cuales se hace necesario la separación de diferentes eventos, por ejemplo, la detección de cuerpos con diferentes valores de densidad, masa, dureza, etc. Una tarea típica puede consistir en la selección de objetos duros (OD) dentro de un conjunto de cuerpos comunes (CC). Una forma de detección consiste en el empleo de membranas resonantes delgadas, sobre las cuales los objetos a diferenciar colisionan. En el punto de colisión se generan fuerzas tipo impulso [1], que son ejercidas en un periodo de tiempo corto y producen ondas de tensión que viajan a lo largo de la región vecina al punto de contacto. La solución completa del problema de la vibración libre de cualquier sistema podría requerir la determinación de todas las frecuencias naturales  $\omega_n$  y de las formas de los modos asociados con cada una. En la práctica, es necesario conocer solo unas pocas frecuencias naturales, usualmente las más bajas. En forma general, los valores de  $\omega_n$  en una placa delgada, dependen de su coeficiente de forma, dimensiones, densidad del material, que caracterizan las propiedades elásticas del material (relación de Poisson, módulo de Young), las condiciones de los bordes (simplemente soportados, empotrados o libres), espesor de la placa. En [1], para formas básicas de placas delgadas se muestra la relación de diferencia entre las frecuencias naturales, dependiendo de la condición de los bordes y de los modos de vibración que son excitados. Los objetos que impactan pueden ser caracterizados por el respectivo conjunto de modos que excitan en la placa. En la práctica, durante el registro electrónico, es usual que los modos de vibración contiguos de los OD formen regiones espectrales  $\Delta f_{OD}$  claramente distinguibles de la región espectral típica de los CC  $\Delta f_{CC} \neq \Delta f_{OD}$ .

## 2. Método de detección de OD

Para la síntesis del circuito de detección se partió de la suposición de que a la entrada del sistema se tiene una mezcla de las  $m$  clases distinguibles de OD más la perturbación  $\eta(t)$ :

$$s(t) = F \left[ \sum_{i=1}^m \lambda_i x_i(t, l_1^{(i)}, l_2^{(i)}, \dots, l_k^{(i)}, \eta(t)) \right], \quad (1)$$

donde  $F[x, \eta]$  es la función que refleja el tipo de interacción entre la señal a la salida de la placa delgada  $x(t)$  y la perturbación  $\eta(t)$ ; siendo  $\lambda_i = \{0, 1\}$  el parámetro que indica cual de todas las clases  $x_i(t, l_1^{(i)}, l_2^{(i)}, \dots, l_k^{(i)})$  de señales de OD está presente en la entrada del receptor en un momento dado de tiempo, por cierto cuando  $\lambda_j = 0$ , la clase de señal  $x_j(t, l_1^{(j)}, l_2^{(j)}, \dots, l_k^{(j)})$  está ausente, por el contrario la misma señal está presente

cuando  $\lambda_j=1$ . En cualquier caso se impone la restricción de presencia de una sola clase de OD en un momento de tiempo dado. El receptor que realiza la diferenciación de las  $m$  clases de OD, debe determinar cual coeficiente  $\lambda_j$  es igual a 1, esto es, cual tipo de OD impacta la membrana. El conjunto de parámetros  $\{I_n^{(j)}, n=1, \dots, k\}$  caracteriza la  $j$  clase de OD, que para el caso particular puede corresponder a los valores representativos de frecuencias naturales excitadas sobre la placa por cada OD dado.

La tarea de detección, sin pérdida de generalidad, se puede simplificar, si se supone una sola clase de OD ( $m=1$ ), además de la reducción de la cantidad de los parámetros característicos:  $I_n^{(j)} = I_n^{(i)} = I_n, \forall i, j = 1, \dots, m, n = 1, 2$ . Debido a lo anterior, en la tarea de detección propuesta la señal a la salida de la placa delgada se resume a:

$$s(t) = F[\lambda x(t, I_1, I_2), \eta(t)], \quad i=1, 2, \quad (2)$$

Acordes al principio de distinción por rangos espectrales, el parámetro  $I_j^{(i)}$  se propone sea un valor estimado de potencia media sobre el respectivo rango de frecuencia  $\Delta f_j$

$$I_j^{(i)} = \sigma_{(ij)}^2 = \int_{\Delta f_j} S_x(f) df, \quad (3)$$

Como tal, la tarea de detección debe restringirse a la presencia de OD, pues se supone que todo tiempo los CC están presentes y no tiene sentido su detección. Así, en la anterior ecuación  $\lambda=1=\lambda(1)$  significa que hay OD, mientras  $\lambda=0=\lambda(0)$  muestra su ausencia. El aceptar una de la dos hipótesis ( $\lambda(1)$  ó  $\lambda(0)$ ) puede basarse en los resultados del análisis de la función de verosimilitud, que en el caso del proceso analógico de la señal  $x(t)$  se define como [2]:

$$A(s(t)) = F[s(t) | \lambda(1)] / F[s(t) | \lambda(0)], \quad (4)$$

Donde el funcional,  $F[s(t) | \lambda(i)] = \lim_{n \rightarrow \infty, \Delta \rightarrow 0} P_n(s_1, s_2, \dots, s_n | \lambda(i))$  corresponde a la densidad de probabilidad condicional de aparición de la realización  $s_1, s_2, \dots, s_n$  respectivamente, para los casos cuando el OD está presente  $\lambda(1)$  o, bien está ausente  $\lambda(0)$ .

Dada la última restricción sobre la detección únicamente orientado a los OD, entonces la presencia de CC junto con el ruido interno del sistema conforman la

perturbación  $\eta(t)$  del sistema, cuyo modelo de aleatoriedad se puede asumir gaussiano aditivo, por tanto el modelo de señal a la entrada del receptor será:

$$s(t) = \lambda x(t, l_1, l_2) + \eta(t), \quad (5)$$

Debido a que el tiempo de observación no se puede fijar y a que la detección de los OD puede ocurrir en cualquier momento del continuo del tiempo, además, no se tienen los valores de las probabilidades a priori ni los costos por error en la toma de decisiones sobre la alternativa presente, es preferible el empleo del criterio de Neyman-Pearson aplicado al método de detección secuencial, según el cual, para tomar la decisión  $\lambda = \lambda(1)$ , se debe cumplir la desigualdad [3]:

$$F[\lambda(1)] / F[\lambda(0)] > \gamma \quad (6)$$

Donde  $F[\lambda(i)] = F_{\eta}[s(t) - \lambda_i x(t, l_1, l_2)]$ , siendo  $\gamma$  el umbral de decisión. De esta manera, el detector de OD a sintetizar se debe componer básicamente de los módulos de estimación de los parámetros característicos  $l_1(\sigma_1^2)$  y  $l_2(\sigma_2^2)$ , seguidos respectivamente por los comparadores de umbral  $\gamma_1$  y  $\gamma_2$  como se muestra en la figura 1.

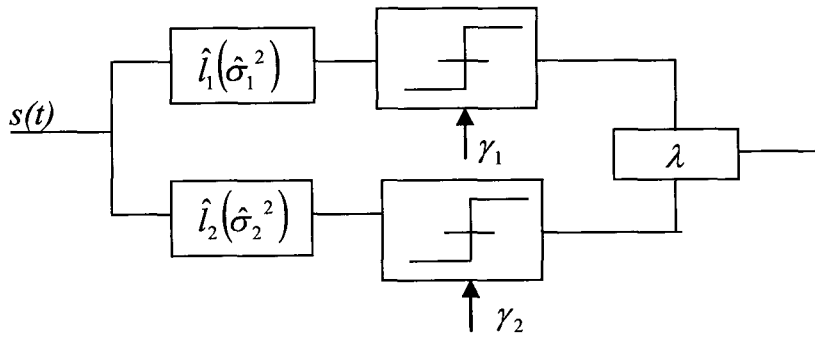


Figura 1. Detector secuencial con dos parámetros característicos de OD.

Cada parámetro  $l_i (i=1,2)$  corresponde a la estimación respectiva de  $\sigma_i^2$  en  $\Delta f_i$ . A efectos de simplificar el detector se puede estimar directamente la varianza, que para cualquier modo de vibración puede ser representado como un proceso estacionario

$\xi(t) = A \cos(\omega t + \phi)$ , con parámetros aleatorios  $A, \omega$  y  $\phi$ . En este caso la varianza del proceso es igual a [4]:

$$\sigma_{\xi}^2 = \frac{1}{2} M[A^2] \int_{-\infty}^{\infty} p(\omega) d\omega, \quad (7)$$

Donde  $M[v]$  es el promedio de la magnitud  $v$ . En (7) se asume que  $p(\omega)$  es la función densidad de probabilidad del tipo uniforme comprendida entre  $[-\pi, \pi]$ . En la estimación de  $\sigma_i^2$ , el ancho de banda se puede restringir hasta el valor de la frecuencia de pico significativa correspondiente al modo principal de vibración en  $\Delta f_i$ . Así la estimación  $\sigma_i^2$  se reduce a [4]:

$$\sigma_i^2 = \frac{1}{2} M[A^2], \quad (8)$$

Esto es, la estimación de  $\sigma_i^2$  puede ser de manera práctica realizada por un dispositivo de cálculo de RMS, corrigiendo adecuadamente el umbral  $\gamma_i$  por el valor  $\gamma_i'$ .

Un caso particular de análisis se tiene si solo existe un rango distinguible de frecuencia  $\Delta f$  entre los OD y los CC. El detector tendría un solo circuito de estimación de la potencia espectral. El diagrama del detector simplificado se muestra en la figura 2, en el cual se tiene el sensor de vibraciones con sensibilidad  $\psi$  seguido del filtro con ancho de banda  $\Delta f_{OD}$ .

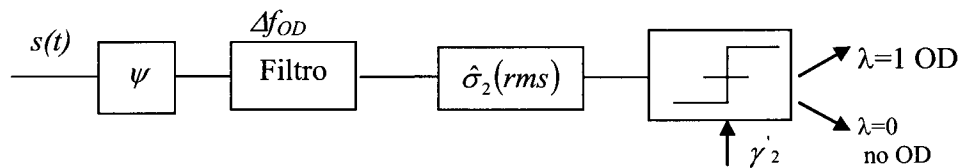


Figura 2. Diagrama de bloques del Detector secuencial simplificado de OD.

#### **4. Conclusiones**

El detector secuencial simplificado para un rango de frecuencia discriminable y una sola clase de OD a distinguir fue realizado y probado experimentalmente, demostrando un desempeño aceptable (por encima del 80%) [5]. El detector secuencial presentado es preferible a cualquier versión de proceso digital por presentar menor complejidad en su implementación y mantenimiento. El detector puede ser generalizado a  $m$  diferentes clases de OD con  $k$  rangos de frecuencia distinguibles.

#### **BIBLIOGRAFÍA**

- [1] CYRIL, H. Shock and Vibration Handbook, Ed. 4, McGraw-Hill, 1996.
- [2] TIJONOV V. I., Radioestadística. (Rus) M., Sov, Radio, 1966
- [3] KOLOSOV A. A. Detección de Radio Señales. (Rus)M., Radio i Svjaz. 1989
- [4] TIJONOV V. I. et al. Estadística Radiotécnica. (Rus) M. Sov. Radio. 1980.
- [5] CASTELLANOS G. Detección de objetos duros a partir de vibraciones producidas en placas delgadas. VI Simposio Nacional de Tratamiento de Señales, Imágenes y Visión Artificial. Bogotá. 2000.