

Tesis doctoral

**FORMALISMO PARA LA SÍNTESIS DE SENSORES VIRTUALES
BASADOS EN UN MODELO MAESTRO DE BASE FENOMENOLÓGICA**

Por:

Héctor Antonio Botero Castro

IE, M.Sc.

Director:

Hernán Darío Álvarez Zapata

IQ, M.Sc, Ph.D.



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

SEDE MEDELLÍN

Facultad de Minas

Doctorado en Ingeniería - Sistemas Energéticos

2010

Agradecimientos

A Dios, mi Padre y centro de mi existencia, por darme la fortaleza necesaria en las luchas de cada día.

Al Doctor Hernán Darío Álvarez Zapata, por su apoyo, excelente orientación y acompañamiento permanente como director de este trabajo.

Al Ingeniero Químico, M.Sc. Juan Camilo Calderón, por todo el apoyo que me brindó para el modelamiento y simulación del gasificador de carbón en lecho fluidizado.

A mis compañeros del Grupo de Investigación en Procesos Dinámicos - Kalman, especialmente a la Doctora Lina Gómez, y del Grupo de Automática de la Universidad Nacional - GAUNAL, especialmente al Doctor Jairo Espinosa, por todo su apoyo.

A los Doctores Fernando di Sciascio, Ricardo Carelli y Carlos Soria, por todo el apoyo que me brindaron para realizar mi pasantía en el Instituto de Automática de la Universidad Nacional de San Juan, Argentina. A la Doctora Silvina Biagiola y a su esposo Doctor Jorge Solsona, de la Universidad Nacional del Sur, Argentina, por las orientaciones académicas que me brindaron.

A mis compañeros profesores de la Escuela de Mecatrónica y de la Facultad de Minas, por su afecto y amistad.

A todas las personas que de alguna manera me apoyaron y animaron para la realización de este trabajo.

Dedicatoria

A mi esposa *María Isabel* y mis hijos *Julián, Miguel Ángel* y *Verónica*

A mis padres *Héctor* y *Amanda* por su dedicación y entrega

Resumen

La medición y estimación de variables en los procesos son tareas necesarias para lograr implementar los lazos de control, realizar el diagnóstico de fallas, y permitir el monitoreo y visualización de variables críticas que indican la calidad de los productos. Esta labor es, en muchos casos, ardua, costosa y difícil de realizar debido a la no disponibilidad de dispositivos confiables, los retardos de tiempo, los errores en el sistema de medición y los altos costos de los dispositivos. Sin embargo, y aunque el tema ha sido muy estudiado, la estimación de estado y parámetros de sistemas no lineales es una línea de investigación que aun se encuentra abierta, especialmente en procesos que tienen cambios paramétricos debido a condiciones inherentes a su operación normal. En esta tesis se propone una estructura de estimación de estado y parámetros para procesos químicos, la cual se basa en la información *a priori* que se tiene del proceso y en la combinación de estimadores clásicos cuyo diseño es de fácil comprensión. La estructura propuesta permite realizar los diseños del observador de estado y los estimadores de parámetros de forma independiente, lo cual simplifica el cálculo de las ganancias que ellos requieren. El método de diseño se basa principalmente en el análisis del modelo del sistema, más que en la solución de una gran estructura matemática de estimación de estado y parámetros, lo cual permite diseñar con un mejor criterio el tipo de estimador de estado requerido y definir los parámetros críticos que se deben estimar. El análisis de la estructura propuesta se realiza con un modelo no lineal de un reactor de tanque agitado en continuo (CSTR) que tiene tres variables de estado; sin embargo, los resultados obtenidos pueden ser fácilmente extendidos a otro tipo de procesos con estructuras de modelos similares. De hecho, en este trabajo también se aplica la metodología en un modelo de gasificador de carbón en lecho fluidizado presurizado con 10 variables de estado. Los resultados obtenidos con la estructura propuesta son satisfactorios y mejores que los arrojados por estimadores de estado clásicos.

Índice general

1. Introducción	15
1.1. Antecedentes y justificación	15
1.2. Pregunta de investigación	19
1.3. Hipótesis	19
1.4. Objetivos	20
1.5. Aporte y publicaciones	21
1.6. Organización del trabajo	22
2. Estimadores de estado en procesos	25
2.1. Definiciones básicas	25
2.2. Algunas aplicaciones de estimadores de estado	28
2.3. Estimadores de estado convencionales	32
2.3.1. El filtro de Kalman y sus mejoras	32
2.3.2. El observador Luenberger extendido	37
2.3.3. El observador por modos deslizantes	39
2.4. Herramientas para el diseño de estimadores de estado	41
2.4.1. Análisis de la observabilidad del modelo	41
2.4.2. Análisis de la convergencia del estimador	45
2.5. Resumen	47
3. Estimadores de estado que utilizan información <i>a priori</i> del proceso	49
3.1. El modelo fenomenológico del proceso como parte central del estimador de estado	49
3.2. Técnicas que aprovechan información adicional desde el modelo fenomenológico	50
3.2.1. El observador métrico	51
3.2.2. El Observador Asintótico (OA)	53
3.2.3. El Estimador Basado en Observador (EBO)	54

3.3.	Recomendaciones generales para seleccionar y mejorar un estimador desde la información del proceso y del modelo	55
3.3.1.	Mejoras asociadas con la estructura del modelo y la naturaleza del proceso	56
3.3.2.	Mejoras asociadas con las características del modelo	57
3.3.3.	Mejoras asociadas con las mediciones adicionales	58
3.3.4.	Mejoras asociadas con la combinación de estimadores	59
3.4.	Resumen	60
4.	Estimadores de estado con Modelo Maestro del Proceso	61
4.1.	El Modelo Maestro del Proceso (MM)	61
4.2.	Estructura propuesta para la estimación de estado y parámetros	63
4.3.	Aplicación de la estructura propuesta en un Reactor Continuo en Tanque Agitado (CSTR)	66
4.3.1.	Modelo maestro del CSTR	66
4.3.2.	Diseño de estimadores clásicos para el CSTR	70
4.3.3.	Diseño de la estructura propuesta para el CSTR	74
4.3.4.	Resultados de simulación para el CSTR	82
4.4.	Extensión de los resultados	90
4.5.	Resumen	91
5.	Estimador de estado con MM de Proceso para un Gasificador de Carbón en Lecho Fluidizado	93
5.1.	El concepto de fluidización y sus aplicaciones	93
5.2.	Modelo Maestro (MM) del Gasificador de Carbón en Lecho Fluidizado (GCLF)	95
5.2.1.	Descripción del gasificador	95
5.2.2.	Ecuaciones del gasificador	98
5.2.3.	Ecuaciones constitutivas necesarias para el estimador del Número de Fluidización N_f	103
5.3.	Diseño del estimador del N_f con la estructura propuesta	106
5.3.1.	Diseño del observador asintótico para el gasificador	108
5.3.2.	Diseño del EBO para el gasificador	114
5.4.	Simulaciones y resultados numéricos	117
5.4.1.	Simulaciones en lazo abierto	117
5.4.2.	Simulaciones en lazo cerrado	122
5.5.	Resumen	128

6. Conclusiones	129
A. Parámetros del GCLF	133

Índice de figuras

1.1. Bosquejo del texto	23
2.1. Diferencias entre filtro, predictor y suavizador	27
2.2. Mapa sobre mejoras al filtro de Kalman	34
2.3. Esquema de un observador básico	38
3.1. Mapa sobre mejoras de estimadores	56
4.1. Mapa conceptual sobre características del Modelo Maestro (MM)	63
4.2. Estructura del estimador propuesto	64
4.3. Diagrama de un CSTR típico con recirculación en la chaqueta	67
4.4. Concentraciones real y estimada con estimadores clásicos para el CSTR	73
4.5. Temperaturas real y estimada con estimadores clásicos para el CSTR	73
4.6. Estimador propuesto aplicado al CSTR	75
4.7. Concentraciones real y estimada con el estimador propuesto aplicado al CSTR	83
4.8. Temperaturas real y estimada con el estimador propuesto aplicado al CSTR	83
4.9. k_0 real y estimada con el estimador propuesto	84
4.10. UA real y estimada con el estimador propuesto	84
4.11. Concentraciones real y estimada con el estimador propuesto ante perturbaciones simultáneas	86
4.12. Temperaturas real y estimada con el estimador propuesto ante perturbaciones simultáneas	87
4.13. k_0 real y estimada con el estimador propuesto ante perturbaciones simultáneas	87
4.14. UA real y estimada con el estimador propuesto ante perturbaciones simultáneas	88
4.15. Concentraciones real y estimada con observador asintótico y estructura con observador Luenberger	89
5.1. Esquema del gasificador de carbón en lecho fluidizado	96

5.2.	$k_{0_{18}}$ como función del N_f	105
5.3.	E_{18} como función del N_f	106
5.4.	Estimador de estado y parámetros propuesto para el GCLF	107
5.5.	N_f real y estimado con el estimador propuesto, en lazo abierto	118
5.6.	C_{H_2} en fracción molar real y estimada con el estimador propuesto, en lazo abierto	119
5.7.	C_{char} real y estimada con el estimador propuesto, en lazo abierto	119
5.8.	C_{CO} real y estimada con el estimador propuesto, en lazo abierto	120
5.9.	C_{H_2} real y estimada con el estimador propuesto, en lazo abierto	120
5.10.	r_{RXN18} real y estimada con el estimador propuesto, en lazo abierto	121
5.11.	r_{RXN19} real y estimada con el estimador propuesto, en lazo abierto	121
5.12.	r_{RXN21} real y estimada con el estimador propuesto, en lazo abierto	122
5.13.	N_f real y estimado con el estimador propuesto, en lazo cerrado	123
5.14.	N_f real y estimado con el estimador propuesto, en lazo cerrado, detalle de la Figura anterior con $1999 \leq t \leq 2001$ (s)	124
5.15.	C_{H_2} real y estimado con el estimador propuesto, en lazo cerrado	124
5.16.	C_{char} real y estimado con el estimador propuesto, en lazo cerrado	125
5.17.	C_{CO} real y estimado con el estimador propuesto, en lazo cerrado	125
5.18.	C_{H_2} real y estimado con el estimador propuesto, en lazo cerrado	126
5.19.	r_{RXN18} real y estimado con el estimador propuesto, en lazo cerrado	126
5.20.	r_{RXN19} real y estimado con el estimador propuesto, en lazo cerrado	127
5.21.	r_{RXN21} real y estimado con el estimador propuesto, en lazo cerrado	127

Índice de tablas

2.1. Estimadores de estado en aplicaciones reales	30
2.2. Estimadores de estado en aplicaciones reales (continuación)	31
4.1. Parámetros nominales del CSTR	69
4.2. Condiciones de observabilidad para el CSTR	70
4.3. Cambios en las condiciones de simulación para el CSTR	72
4.4. IAE del error de estimación con estimadores clásicos	74
4.5. IAE del error de estimación con la estructura propuesta	85
4.6. IAE del error de estimación con la estructura propuesta y perturbaciones simultáneas	88
4.7. IAE del error de estimación con observador asintótico y estructura con observador Luenberger	89
4.8. Prueba de la estructura propuesta en otros modelos	90
5.1. Datos de un estado estacionario para la validación del modelo del GCLF . . .	102
5.2. Cambios en las condiciones de simulación para el GCLF en lazo abierto . . .	118
5.3. Parámetros de los controladores para el GCLF	123
5.4. Cambios en las condiciones de simulación para el GCLF en lazo cerrado . . .	123

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se realiza la introducción al tema de la tesis. Inicialmente se hace una revisión de la literatura sobre estimadores de estado; a continuación se plantean la pregunta de investigación, la hipótesis y los objetivos que guiaron el desarrollo del trabajo; luego se muestra el aporte y las publicaciones logradas, y al final se bosqueja la organización del documento.

1.1. Antecedentes y justificación

La medición de variables en los procesos es una tarea necesaria para lograr implementar los lazos de control, realizar el diagnóstico de fallas, y permitir el monitoreo y visualización de variables críticas que indican la calidad de los productos. Esta labor es, en muchos casos, ardua, costosa y difícil de realizar debido a la no disponibilidad de dispositivos confiables, los retardos de tiempo, los errores en el sistema de medición y los altos costos de los dispositivos, por ejemplo en biorreactores (De Assis and Maciel, 2000) y en sistemas de control de nivel con interfases entre líquidos. Adicionalmente, la medición de algunas variables se complica debido al medio en el cual debe convivir el elemento primario de medición, que puede llegar a ser corrosivo o con temperaturas extremas (altas o bajas), lo cual imposibilita una medición directa, por ejemplo en reactores químicos (Oliveira et al., 2006). En otros casos, los sensores no han sido diseñados para los intervalos que se requieren o su disponibilidad en el mercado es muy baja (Wallas, 1988).

Con el fin de realizar mediciones indirectas de variables difíciles se han utilizado los estimadores de estado, agrupados como observadores de estado, filtros y sensores virtuales basados en modelo (SVBM) (Goldberg, 2000). Estos estimadores utilizan la medición de algunas variables del proceso, conjuntamente con un modelo del mismo, para estimar el

estado completo o algunas variables de interés. Algunos de estos estimadores se conocen como Filtro de Kalman Extendido (FKE) (Kalman, 1960; Julier et al., 2000; Grewal and Andrews, 2001; Simon and Chia, 2002; Shango and Bitmead, 2007), Observadores Luenberger (OL) (Luenberger, 1964, 1971; Soroush, 1997, 1998), Observadores Asintóticos (OA) (Dochain, 2003; Dochain et al., 1992), Observadores Adaptables (Oad) (Dochain, 2003; Jana, 2007), Observadores de Alta Ganancia (OAG) (Biagiola and Figueroa, 2004), Observadores por Modos Deslizantes (OMD) (Wang et al., 1997) entre otros. Estos estimadores se han aplicado tanto en procesos continuos como en procesos por lotes, con mayor dificultad en estos últimos porque son procesos que no tienen un punto de operación fijo.

Adicionalmente, los Observadores con Entradas Desconocidas (OED) permiten resolver el problema de estimar el vector de estado en sistemas lineales o no lineales perturbados por entradas que no se pueden medir (Radke and Gao, 2006). Este tipo de situación se presenta por ejemplo en motores eléctricos, debido a la dificultad para medir el torque de carga; o en reactores químicos, donde se tiene dificultad para medir cambios en las concentraciones de las especies presentes en las corrientes de entrada.

Otra tendencia para estimar el estado consiste en los Observadores con Horizonte Deslizante (OHD) (Rao et al., 2001; Alessandri et al., 2008). El principio de funcionamiento de estos observadores es el mismo de los Controladores Predictivos Basados en Modelo (CPBM), por lo tanto pueden ser vistos como el problema dual de los mismos. Estos observadores tienen ventajas sobre los observadores clásicos ya que pueden manejar explícitamente las restricciones sobre el estado y las perturbaciones. Sin embargo, tienen la desventaja de que se requiere resolver un problema de optimización en cada período de muestreo, igual que en el CPBM.

Como puede observarse el tema de estimación de estado ha sido muy estudiado, sin embargo, la estimación de estado y parámetros de sistemas no lineales es una línea de investigación que aún se encuentra abierta, especialmente en procesos que tienen cambios paramétricos debido a condiciones inherentes a su operación normal (Soroush, 1998). Los cambios paramétricos en un proceso químico pueden provenir de factores como el envejecimiento de materiales, la obstrucción de tuberías, el cambio en las propiedades físicas de los componentes y las sustancias, y la incertidumbre en los mecanismos de reacción, entre otras causas. Estos cambios hacen que el modelo que utiliza un estimador de estado quede desactualizado y que el estimador no responda bien cuando se opera con condiciones variantes en el tiempo. En este sentido, varios autores han trabajado para lidiar y resolver este problema.

Los primeros trabajos sobre estimadores adaptables para sistemas no lineales se refieren a sistemas que pueden ser linealizados con un cambio de coordenadas (Bastin and Gevers, 1988)

o mediante inyección de salida no lineal (Marino and Tomei, 1992), lo cual facilita el diseño de las ganancias del observador y las pruebas de convergencia que se deben realizar. En otros casos se utilizan transformaciones del modelo en formas canónicas, como la forma canónica de observador, las cuales simplifican el diseño del observador pero restringen los casos de aplicación; por ejemplo en (Iyer and Farrell, 1996) se logra obtener una forma canónica del modelo para estimar estados y parámetros en un reactor químico, pero no quedan muy claros los criterios para realizar la transformación del modelo. Otros métodos utilizados para el diseño de observadores adaptables no requieren que el modelo del proceso sea linealizable, sino que suponen la existencia de una función de Lyapunov que satisface ciertas condiciones de estabilidad (Cho and Rajamani, 1997; Besançon, 2000, 2007). En todos estos casos se supone que el modelo del proceso es linealmente parametrizado. Recientemente se propuso un observador adaptable de estados y parámetros para sistemas no linealmente parametrizados, aplicado a una clase de sistemas MIMO, no lineales, uniformemente observables (Farza et al., 2009). En este último trabajo se aplicó el observador en la estimación de estados y cinéticas químicas de un bio-reactor.

En Colombia se han realizado algunos trabajos recientes sobre el tema. Un análisis de la observabilidad de motores de inducción con alto desempeño dinámico se presentó en (Franco and Ramírez, 2008). En este estudio se analizó la pérdida de observabilidad de motores de inducción cuando trabajan en regímenes de velocidad cero o cercanos a cero. El objetivo de este análisis es determinar la posibilidad de controlar el motor con un sensor virtual de velocidad sin medición directa de la misma.

Otros trabajos se han enfocado en la estimación de calidad en polímeros mediante sensores virtuales (Hernández and Aguirre, 2005). Allí los autores plantean una metodología para el desarrollo de sensores virtuales basados en modelos fenomenológicos para la estimación de propiedades de calidad de productos químicos. Concretamente se presenta un ejemplo de aplicación del desarrollo de un sensor virtual basado en ecuaciones fenomenológicas para estimación de distribución de pesos moleculares durante la poliesterificación de un diácido carboxílico con un diol (A-A/B-B) en un reactor discontinuo en tanque agitado.

Una implementación de observador Luenberger y observador de alta ganancia se presentó en (Posada, 2010). En este trabajo, la autora estima las variables de estado de un sistema de nivel modelado mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales no lineales, y realiza la implementación de los observadores en una plataforma experimental con base en el programa *LabVIEW*[®].

En este contexto, internacional y nacional, se ha detectado que varios de los observadores

propuestos tienen restricciones, lo cual abre campo para investigar en el tema. Por ejemplo, en el diseño de algunos observadores se suponen ciertas condiciones y restricciones que el modelo debe cumplir, las cuales no siempre son fáciles de mantener, ni generales para todos los procesos químicos. Adicionalmente, varias de las transformaciones necesarias para diseñar el observador no pueden ser extendidas a otras aplicaciones, ya que son obtenidas para casos específicos mediante soluciones *ad hoc*. De otro lado, algunos de los métodos que se han propuesto incrementan notablemente el número de ecuaciones diferenciales que se deberían resolver en línea, para el caso de una aplicación práctica, lo cual aumenta la carga computacional. Otros aportes tienen una complejidad matemática muy alta, que no permite su apropiación y aplicación en el medio industrial, ya que requieren un conocimiento profundo de herramientas que no necesariamente están al alcance del ingeniero estándar. Finalmente, se nota una falta de aprovechamiento de información adicional que el modelo del proceso puede contener, ya que en general sólo se considera la estructura clásica de ecuaciones en el espacio de estado, y se olvida otro tipo de información que puede servir para la selección, el diseño y la aplicación de un mejor estimador.

Con base en la revisión anterior, y para lograr la estimación del estado y los parámetros en un proceso no lineal, sometido a cambios paramétricos, en esta tesis se propone una estructura de estimación de estado y parámetros para un proceso químico, la cual se basa en la información *a priori* que se tiene del proceso y en la combinación de estimadores clásicos cuyo diseño es de fácil comprensión. La estructura propuesta permite realizar los diseños del observador de estado y los estimadores de parámetros de forma independiente, lo cual simplifica el cálculo de las ganancias que ellos requieren. El método de diseño se basa principalmente en el análisis del modelo del sistema, más que en la solución de una gran estructura matemática de estimación de estado y parámetros, lo cual permite diseñar con un mejor criterio el tipo de estimador de estado requerido y definir los parámetros críticos que se deben estimar. El análisis de la estructura propuesta se realiza con un modelo no lineal de un reactor continuo en tanque agitado (CSTR, sigla del inglés Continuous Stirred Tank Reactor) que tiene tres variables de estado; sin embargo, los resultados obtenidos pueden ser fácilmente extendidos a otro tipo de procesos con estructuras de modelos similares. De hecho, en este trabajo se realiza la aplicación de la metodología con un modelo de gasificador de carbón en lecho fluidizado presurizado con 10 variables de estado. Los resultados obtenidos con la estructura propuesta son satisfactorios y mejores que los arrojados por estimadores de estado clásicos.

A continuación se define la triada problema-hipótesis-objetivos que sirvió como guía para el trabajo.

1.2. Pregunta de investigación

Con base en los antecedentes expuestos en la sección anterior, la pregunta de investigación que originó esta tesis fue la siguiente:

Pregunta de investigación: Para un sistema no lineal, como un gasificador de carbón en lecho fluidizado, con variables de difícil medición, como la calidad de la fluidización: ¿Cómo obtener un estimador de la calidad de la fluidización que se base en un Modelo Maestro del proceso y que arroje resultados más exactos y con un mejor comportamiento dinámico que los estimadores convencionales que utilizan la forma estándar del modelo $\dot{x} = f(x, u)$?

Una definición del concepto Modelo Maestro se dará en la sección 4.1.

1.3. Hipótesis

Luego de plantear el problema, y formularlo como una pregunta de investigación, se procedió a realizar un listado de posibles soluciones; de éste ejercicio surgió la siguiente hipótesis de trabajo:

Hipótesis: Un estimador de estado guiado por un Modelo Maestro (MM) del proceso permite estimar en cualquier punto de operación de un proceso, restringido a un subespacio, una de las componentes del vector de estado o una variable no medible, de manera que la información estimada es más exacta y con un mejor comportamiento dinámico que la arrojada por un observador de estado que sólo considere la dinámica $\dot{x} = f(x, u)$ del proceso.

Para la elaboración de la hipótesis se consideraron algunas recomendaciones que permitieran lograr su validez (Mauch and Birch, 1983):

- ¿Hay buenas razones, experiencias prácticas, teorías o investigación previas que soporten la hipótesis?. Si es así, se puede decir que la hipótesis tiene validez. Este punto se puede demostrar mediante las referencias consultadas (al menos 10 actualizadas) que trabajan el tema y en las cuales se dejan preguntas abiertas para futuras investigaciones.
- ¿Es posible recolectar y analizar datos de tal forma que se pueda demostrar que la hipótesis es correcta o falsa?. Si es así, se puede decir que la hipótesis es verificable. Este trabajo se realizó con base en modelos matemáticos de los procesos, de manera que fue posible hacer análisis matemáticos y simulaciones para obtener resultados cuantificables que permitieron verificar la hipótesis.

- ¿Está la hipótesis enfocada al problema de estudio?. Si es así, la comprobación de la hipótesis responderá algunas preguntas de investigación. La hipótesis estuvo siempre enfocada en la solución de algunas preguntas de investigación que se detectaron en la revisión de la literatura, por ello es posible afirmar que fue pertinente con el problema inicialmente planteado.

La hipótesis obtenida guió la formulación de los objetivos de la investigación, los cuales se muestran a continuación.

1.4. Objetivos

Objetivo general:

Proponer un formalismo para la estimación de una variable de estado no medida, en procesos no lineales, basado en un Modelo Maestro del proceso, modelo de base fenomenológica, no lineal, determinístico, tal que el comportamiento estático y dinámico del estimador sea más exacto que los observadores no lineales convencionales, cuando cambia el punto de operación del proceso.

Objetivos específicos:

- Describir algunas de las técnicas convencionales y modernas más importantes de estimación de estado para procesos no lineales.
- Identificar las principales ventajas y desventajas que tienen cada una de las técnicas de estimación de estado para procesos no lineales.
- Explorar y enumerar algunos casos de aplicación de las técnicas de estimación de estado para procesos no lineales que se han reportado en la literatura.
- Definir los principios que generan un modelo de base fenomenológica y las características que hacen esta descripción única.
- Determinar algunas propiedades estructurales que tienen los modelos de base fenomenológica y cómo pueden ser utilizadas en el diseño de un estimador de estado.
- Distinguir algunas de las herramientas matemáticas que se necesitan para proponer un nuevo formalismo de estimación de estado.

- Obtener desde la literatura la estructura y los parámetros para un modelo de gasificador de carbón en lecho fluidizado para probar el formalismo propuesto.
- Explicar cómo se pueden aprovechar algunas propiedades de los modelos de base fenomenológica para mejorar el comportamiento de los estimadores de estado.
- Desarrollar un formalismo matemático para la estimación de estado con base en la información extraída de un modelo maestro de base fenomenológica.
- Probar matemáticamente algunas características del formalismo propuesto como robustez y convergencia.
- Verificar a nivel de simulación el comportamiento del formalismo propuesto de estimación de estado con un modelo de gasificador de carbón en lecho fluidizado y compararlo con al menos un método convencional de estimación de estado no lineal.
- Comunicar los resultados en un artículo de circulación internacional.

1.5. Aporte y publicaciones

El aporte principal del trabajo es un formalismo que permite estimar estados y parámetros de sistemas dinámicos no lineales con base en el análisis del modelo fenomenológico del mismo y en la combinación de estimadores que poseen convergencia garantizada. El formalismo propuesto es tal que permite diseñar los estimadores de estado y parámetros de forma independiente, lo cual simplifica el proceso de cálculo de las ganancias de los estimadores.

Las publicaciones sometidas y obtenidas durante el trabajo son:

- Botero, H.; Álvarez, H. Estado del Arte y Propuesta Preliminar de un Formalismo para el Ajuste de Controladores en Sistemas Multivariables con Dinámicas Acopladas. VII Congreso de la Asociación Colombiana de Automática -ACA. Mar 21-24 de 2007. (Cali - Colombia).
- Botero, H.; Herrera, J.; Contreras, E. Estimadores de Estado para Procesos que Utilizan Información A Priori. XIII Congreso Latinoamericano de Control Automático. Venezuela. 2008.
- Botero, H.; Álvarez, H. Una revisión de los Métodos más Frecuentes para la Estimación del Estado en Procesos Químicos. Revista Dyna. Año 76, Nro 158, pp 135-146. Medellín 2009.

- Botero, H.; Gómez, L.; Giraldo, M. Diseño de Observadores de Estado con Entradas Desconocidas: Análisis de la Existencia y la Observabilidad desde la Fenomenología del Modelo. XIV Congreso Latinoamericano de Control Automático. Chile. 2010.
- Botero, H.; Álvarez, H. Non Linear State and Parameters Estimation in Chemical Processes: Analysis and Improvement of Three Estimation Structures Applied to A CSTR. *Submitted to: International Journal of Chemical Reactor Engineering*. 2010.

Debido a la cercanía temática se participó con otros proyectos cuyas publicaciones fueron:

- García, J.; Begovich, O.; Botero H.; Álvarez H. A Review on Model Based Multi Leak Diagnosis Schemes in Pipelines. XIII Congreso Latinoamericano de Control Automático. Venezuela. 2008.
- Sánchez, J.; Patiño, J.; Vera, C.; Botero, H. Generalidades sobre el Control Realimentado con Retardo para Sistemas Dinámicos de Dimensión Finita. VIII Congreso de la Asociación Colombiana de Automática -ACA. Abril 2-3 2009. (Cartagena - Colombia).
- Sánchez, J.; Quintana, W; Gallego, J.; Botero, H. Sincronización de Sistemas Caóticos Rossler y Chen Utilizando Control Activo. VIII Congreso de la Asociación Colombiana de Automática -ACA. Abril 2-3 de 2009. (Cartagena - Colombia).

Adicionalmente, se orientaron cuatro trabajos dirigidos de grado, tres programas especiales de trabajo académico y se dirigen actualmente tres tesis de maestría, todo relacionado con la temática de esta investigación. Asimismo, se diseñó la asignatura *Estimación de Estado* la cual está programada como optativa del programa curricular de Ingeniería de Control.

1.6. Organización del trabajo

La organización de este trabajo se muestra en la Figura 1.1.

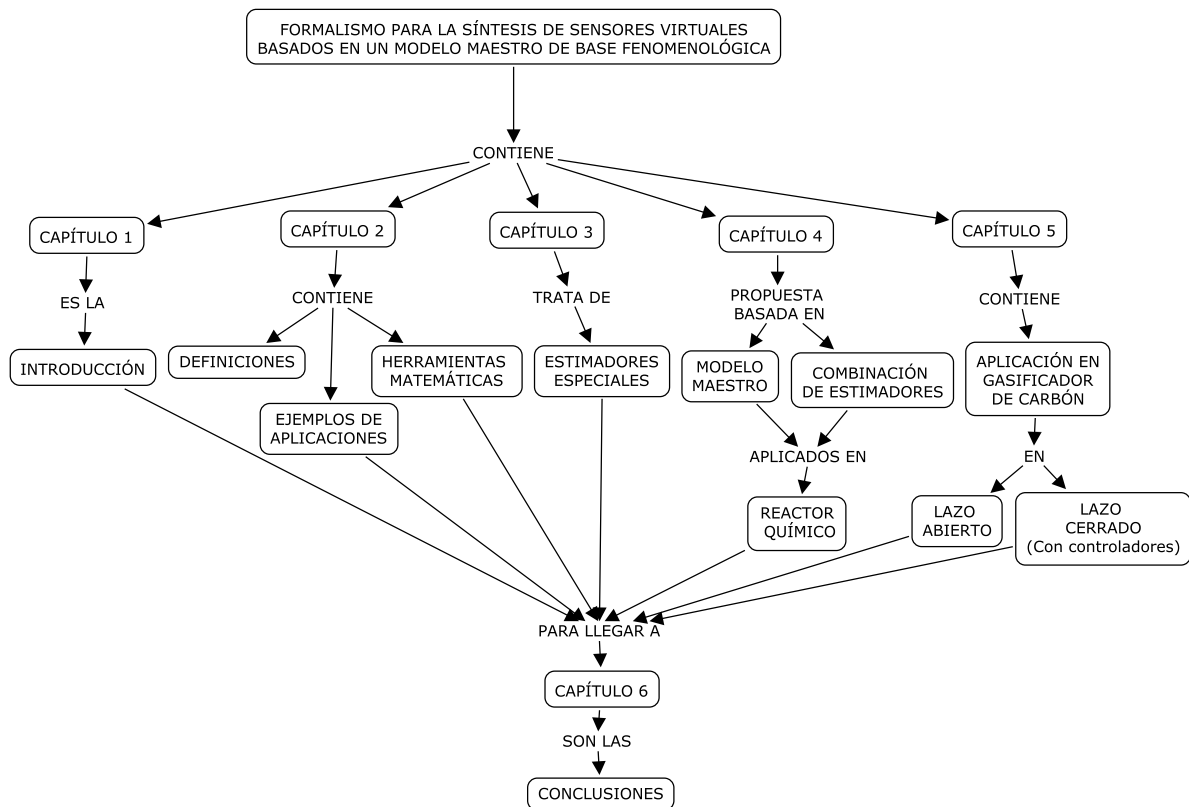


Figura 1.1: Bosquejo del texto

En el Capítulo 2 se hace una revisión de los conceptos más importantes que se deben considerar para estudiar los estimadores de estado. Inicialmente se retoman algunas definiciones y se mencionan algunas aplicaciones prácticas de los observadores. Asimismo, se realiza una descripción detallada de los observadores de estado en los cuales se centra este estudio. Al final, se explican algunas de las herramientas matemáticas para diseñar observadores y se hace un resumen de algunos problemas abiertos en estimación de estado. En el Capítulo 3 se describen estimadores de estado que utilizan información adicional a la que contiene el modelo en espacio de estados de un proceso. Inicialmente se retoma el concepto de modelo de proceso y se destaca su importancia para el diseño de buenos observadores. Asimismo, se recalca sobre la ecuación de continuidad como concepto clave para los balances de materia, energía y cantidad de movimiento. A continuación se hace una recopilación de los principales observadores de estado que utilizan información adicional de un proceso, y se describen algunas ideas de información adicional que puede ser útil para diseñar observadores. En el Capítulo 4 se propone un formalismo para la estimación de estado y parámetros con base en el concepto de Modelo Maestro (MM) del proceso. Inicialmente se hace una definición extendida del MM y se describen sus características principales. A continuación se explica la aplicación del MM para diseñar estimadores de

estado y parámetros en el caso de un CSTR. Luego se realiza el análisis de convergencia de la estructura propuesta y se analizan las posibles extensiones a otros modelos de proceso. En el Capítulo 5 se aplican varios de los conceptos analizados y propuestos en este trabajo para lograr la estimación del número de fluidización en un modelo de gasificador de carbón en lecho fluidizado presurizado. Inicialmente se explica la operación del gasificador y se muestra una forma para obtener un modelo del mismo. A continuación, se diseña un observador de estado para las variables de difícil medición y se muestra la relación que tienen dichas variables con el número de fluidización como variable de interés. Además, se realizan los análisis de convergencia del estimador propuesto y se muestran y analizan los resultados de simulaciones realizadas tanto en lazo abierto, es decir sin controles, como en lazo cerrado, es decir con controladores para las variables principales. Finalmente, en el Capítulo 6 se recogen las conclusiones y las posibilidades de trabajo futuro, que son muchas.

Capítulo 2

Estimadores de estado en procesos

En este capítulo se hace una revisión de los conceptos más importantes que se deben considerar para estudiar los estimadores de estado. Inicialmente se retoman algunas definiciones y se mencionan algunas aplicaciones prácticas de los observadores. Asimismo, se realiza una descripción detallada de tres observadores de estado, los cuales serán muy utilizados en este trabajo: el filtro de Kalman extendido, el observador Luenberger extendido y el observador por modos deslizantes. Al final, se explican algunas de las herramientas matemáticas para diseñar observadores y se hace un resumen de algunos problemas abiertos en estimación de estado.

2.1. Definiciones básicas

El lenguaje es una de las barreras que debe enfrentar un investigador que necesite estudiar los estimadores de estado. En la literatura, tanto en el idioma inglés como en el español, existe una verdadera anarquía etimológica, la cual se convierte en un obstáculo cuando se debe leer, hablar, escribir o pensar sobre el tema. En este sentido se proponen algunas definiciones con el fin de incorporarle consistencia a este documento y aclarar el título del mismo. La definiciones propuestas se apoyan en varias referencias bibliográficas que gozan de mucha aceptación.

Estimador de estado: Un estimador de estado es un sistema determinístico o estocástico, estático o dinámico, el cual se diseña con base en un modelo matemático y algunas mediciones disponibles, y que puede entregar información, frecuentemente confiable, sobre variables de estado y parámetros de un proceso (Soroush, 1997, 1998).

Observador de estado: Un observador de estado es un estimador de estado que se basa en un modelo determinístico, el cual es generalmente dinámico (Kalman, 1960; Luenberger, 1971). El problema de diseño de un observador de estado puede ser comprendido así (Besançon, 2007):

dado un sistema dinámico descrito por

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x, u) \\ y &= h(x) \end{aligned} \tag{2.1}$$

con $x \in \mathfrak{R}^n$ como el vector de estado, $y \in \mathfrak{R}^m$ como el vector de salidas, y $u \in \mathfrak{R}^p$ como el vector de entradas, encuentre un estimativo $\hat{x} \in \mathfrak{R}^n$ para x desde el conocimiento de y y u . El observador de estados se puede formular como un sistema auxiliar:

$$\begin{aligned} \dot{X} &= F(X, u, y) \\ \hat{x} &= H(X, u, y) \end{aligned} \tag{2.2}$$

tal que

i) Si $\hat{x}(0) = x(0) \Rightarrow \hat{x}(t) = x(t) \forall t \geq 0$

ii) $\|\hat{x}(t) - x(t)\| \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$

En general, la estructura básica para un observador viene dada por:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= f(\hat{x}, u) + K(\hat{x})(y - \hat{y}) \\ \hat{y} &= h(\hat{x}) \end{aligned} \tag{2.3}$$

con $\hat{x} \in \mathfrak{R}^n$ el vector de estado estimado, $\hat{y} \in \mathfrak{R}^m$ el vector de salidas estimadas, y $K(\hat{x})$ la matriz de ganancias del observador ($n \times m$) si el observador es de orden completo. La estructura de la ecuación (2.3) contiene la dinámica original del modelo del proceso y un término de

corrección que permite imponer una dinámica deseada al error de estimación $e(t) = x - \hat{x}$. El diseño de muchos observadores se reduce a encontrar la matriz de ganancias $K(\hat{x})$ tal que se satisfagan condiciones impuestas.

Filtro de Kalman: Un filtro de Kalman es un estimador de estado que se basa en un modelo estocástico, y que conserva la estructura propuesta por Kalman, en la cual el modelo es generalmente dinámico, y que en su versión discreta utiliza datos hasta el tiempo en que el estado del sistema dinámico es estimado (Kalman, 1960; Grewal and Andrews, 2001).

Predictor de estado: Un predictor de estado es un estimador que, en su versión discreta, utiliza observaciones -datos- estrictamente anteriores al tiempo en el cual el estado del sistema dinámico es estimado (Kalman, 1960; Grewal and Andrews, 2001). El predictor de estado se utiliza para obtener un estimativo de valores futuros del estado con base en valores presentes del mismo.

Suavizador (Smoother): Un suavizador de estado es un estimador que, en su versión discreta, utiliza observaciones más allá del tiempo en el cual el estado del sistema dinámico es estimado (Kalman, 1960; Grewal and Andrews, 2001). El objetivo del suavizador es eliminar datos no deseados de una señal sin perder información importante.

La diferencia entre los últimos tres conceptos se observa en la Figura 2.1, donde T_e es el tiempo de estimación.

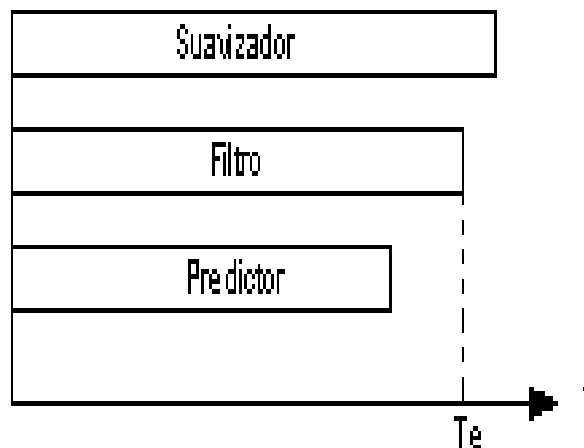


Figura 2.1: Diferencias entre filtro, predictor y suavizador

Sensor virtual basado en modelo (SVBM) (Soft sensor): Un SVBM es la asociación de un

sensor -parte física- con algoritmos de estimación -programa de computador- el cual permite mediciones en línea de algunas variables de un proceso, para proporcionar estimaciones en línea de variables no medibles, parámetros del modelo o para superar retardos en la medición (De Assis and Maciel, 2000). Específicamente, la palabra virtual viene del latín *virtualis* de la cual se obtiene *virtus* que significa fuerza, potencia; y según la filosofía escolástica lo virtual es aquello que existe en potencia pero no en acto (Lévy, 1999). Por lo tanto, lo virtual se define como una mutación de identidad o desplazamiento del centro de gravedad ontológico (principio de una cosa y de sus propiedades fundamentales) del objeto considerado. En este sentido, lo virtual del sensor virtual se refiere a la capacidad que éste tiene de realizar mediciones indirectas de variables difíciles, de una manera no usual, y con la potencialidad de un sensor convencional.

Con base en las definiciones anteriores se puede inferir que:

- El concepto *estimador de estado* es más general que el de observador o filtro de Kalman y abarca ambos conceptos.
- El concepto *observador de estado* se utiliza para referirse a estimadores de estado que trabajan con modelos determinísticos.
- El concepto *filtro de Kalman* se refiere a estimadores de estado que trabajan con modelo estocásticos, y que de alguna manera conservan la estructura del filtro de Kalman original.
- El concepto de sensor virtual se aplica a estimadores de estado que se diseñan para un proceso real, ya que requieren la existencia de por lo menos un sensor como elemento físico, es decir, este concepto se refiere más a un objeto real que a un objeto teórico.

2.2. Algunas aplicaciones de estimadores de estado

Las aplicaciones que se han dado a los estimadores de estado en procesos químicos son muy variadas; sin embargo, es posible agruparlas de la siguiente forma:

Sensores virtuales basados en modelos: En este caso el estimador de estado se utiliza para obtener información de variables no medibles o de difícil medición.

Diagnóstico de fallas basado en observadores: En estas aplicaciones el estimador de estado se utiliza para generar las variables de estado con base en un modelo dinámico del proceso, las cuales son luego comparadas con mediciones reales. El residual, o error obtenido, de esta comparación se utiliza para indicar posibles fallas en el proceso mediante técnicas de detección de fallas.

Generación del estado del sistema: En este caso se utiliza toda la información del estimador de estado (si es de orden completo) o parte de ella (si es de orden reducido) para lograr la síntesis de leyes de control no lineales, las cuales requieren medición del estado del proceso. La literatura en este sentido es muy extensa y abarca casi todas las técnicas modernas del control no lineal.

Estimación de estado y parámetros de un proceso: En estas aplicaciones se utiliza el estimador de estado para obtener información del estado del proceso y a la vez identificar algunos parámetros del modelo que lo representa.

Reconciliación de datos: En estas aplicaciones se ajustan los datos medidos con la ayuda de las variables estimadas, de tal manera que el conjunto de datos medidos y estimados cumplan con alguna ecuación universalmente conocida, por ejemplo los balances de materia o energía. Con esta técnica se detectan mediciones incorrectas y se localizan inexactitudes en los instrumentos.

En las Tablas 2.1 y 2.2 se muestra el resumen de algunas aplicaciones reportadas y sus características principales. Al lector interesado en detalles adicionales se le recomienda consultar las referencias correspondientes que se muestran en la primera columna de las tablas.

Autor/año	Método	Utilización	Modelo/planta	Base del método	Características especiales	Desventajas
(Cecil and Kozłowska, 2010)	Estimador basado en observador para estimar concentraciones en una planta química.	Sensado de concentraciones de NH_4 y NO en un aireador.	Ecuaciones de balance de componentes en el tanque de aireación.	Predicción de concentraciones de NH_4 y NO con base en el modelo del proceso, mediciones de amoniaco, oxígeno y potencial redox, y un estimador basado en observador.	Se logra mejor tiempo de respuesta que el de un medidor comercial de amoniaco, el cual tiene tiempo muerto inherentes de hasta 5 minutos. Además se reduce el mantenimiento del sensor comercial.	Los retardos en el sensor de amoniaco y los cambios paramétricos en el proceso tienen un efecto de acumulación de error en la estimación. Algunos parámetros que el observador necesita deben actualizarse cada cierto tiempo con datos de pruebas experimentales.
(Ahmed et al., 2009)	Sensor virtual basado en un modelo empírico del proceso. Actualización del modelo con mínimos cuadrados recursivos parciales.	Sensado del índice de fusión en polimerización de polietileno de alta densidad.	Modelo empírico de regresión tipo caja negra.	Determinación del índice de fusión a partir de la medición de 14 variables que incluyen tasas de alimentación, presión, temperatura, concentraciones de H_2 y C_2H_3 . Se aplica un algoritmo de estimación basado en un modelo caja negra de mínimos cuadrados parciales. Con base en los datos disponible y el modelo se realiza la predicción, y con nuevos datos se actualiza permanentemente la media y la varianza del modelo.	Se tiene un algoritmo de actualización del modelo que permite decidir mediante un umbral cuándo actualizar la media y la varianza del modelo o el sesgo del mismo.	Como método de estimación para un planta real los resultados son muy buenos, sin embargo es un método de estimación que no se basa en un modelo semifísico y por lo tanto el sensor virtual propuesto es una solución <i>ad hoc</i> de un problema particular.
(Oliveira et al., 2006)	Medición inversa con base en un modelo, es decir se mide la salida del modelo y se determina la entrada.	Sensado de temperatura en un reactor de lecho fluidizado.	Reactor de lecho fluidizado que trabaja a 800 grados centígrados y tiene un ambiente corrosivo para el elemento primario de medición.	Obtención de la temperatura al interior del reactor desde la medición de temperatura en el exterior y un modelo inverso obtenido desde un balance de energía.	La solución del modelo inverso implica el cálculo o medición de la derivada temporal de la temperatura. Para ello se utiliza un polinomio de bajo orden que trabaja como regresor, mediante el cual se estima esta derivada. El método es simple e implementable en un microcontrolador comercial.	La aplicación en un caso muy particular de un modelo con una entrada y una salida. Reportan errores debido al ruido introducido en los amplificadores de las termocoplas.
(Bagui et al., 2004)	Filtro Kalman adaptable.	Estimación de la temperatura en un intercambiador de calor en contra corriente.	Intercambiador de calor en un laboratorio.	Modelo de dinámica local de la temperatura en combinación con filtro Kalman no lineal. Para ello se divide el proceso en n subsistemas y se obtiene la representación en el espacio de estado para cada subsistema. Al final se obtiene un espacio de dimensión $3n$ para el vector de estado. El observador de Kalman se utiliza para corregir los errores de modelado debido a las hipótesis simplificadoras.	Se obtienen errores del orden del 1 por ciento.	La cantidad de ecuaciones es muy alta lo cual implica alta carga computacional.
(Biagioli and Figueroa, 2004)	Observador no lineal de alta ganancia.	Observador de estados.	CSTR	Observador típico similar al Kalman, sin embargo se realiza una transformación de coordenadas con el fin de hacer más fácil el diseño del observador. El observador sólo utiliza la medida de la salida, el modelo completo del proceso y un procedimiento no lineal evita la pérdida de información de la dinámica como también la debida a simplificaciones como reducción de orden o linealización.	Se realiza un análisis cuantitativo para evaluar la robustez y la convergencia del error y para analizar la incertidumbre de la medida y la incertidumbre del modelo.	La estructura del modelo debe tener una forma que pueda ser transformada.

Tabla 2.1: Estimadores de estado en aplicaciones reales

2.2 Algunas aplicaciones de estimadores de estado

Autor/año	Método	Utilización	Modelo/planta	Base del método	Características especiales	Desventajas
(Bhagwat et al., 2003)	Múltiples modelos lineales y observador lineal.	Diagnóstico de fallas durante las transiciones de un proceso.	Planta de control de pH a escala de laboratorio.	Partición del rango de operación. Obtención de múltiples modelos lineales basado en un modelo global de primeros principios y linealización Jacobina. Obtención del modelo lineal en cada región. Diseño de filtros Kalman lineales y observadores para cada modelo en cada punto de operación.	La selección de cada modelo para un punto específico se realiza mediante la solución a un problema de minimización de un índice que considera la norma de los vectores de cambio de las salidas y los esfuerzos de control.	Si el número de regiones es grande se incrementa la exactitud pero aumenta la complejidad, especialmente al resolver el problema de minimización para la selección del modelo en cada instante de muestreo.
(Park and Han, 2000)	Sensor por software no lineal basado en suavizado.	Estimación de la temperatura en una columna de destilación industrial.	Columna de destilación industrial de 60 platos.	Método de ponderación local: Regresión que se basa en la suposición de que los valores vecinos de las variables del predictor son los mejores indicadores de la variable respuesta, en el rango de valores del predictor.	Se desarrolla un modelo local móvil en un conjunto cercano de vecinos.	El modelamiento se obtiene a partir de datos y estadística y un modelo inferencial (empírico) mediante análisis de las componentes principales.
(Norgaard et al., 2000)	Observador de estados de sistemas no lineales basado en aproximaciones polinómicas.	Estimador de estado general.	Modelo de un cuerpo cayendo verticalmente.	El método de aproximaciones polinómicas de las transformaciones no lineales obtenidas con una extensión particular de la fórmula de interpolación de Stirling's (Fórmula de interpolación multidimensional).	El método de interpolación, en contraste con la fórmula de Taylor, no necesita la obtención de derivadas.	Sólo sirve para algunas funciones que se puedan aproximar mediante polinomios.
(De Assis and Maciel, 2000)	Sensor por software para la estimación de variables en bioreactores.	Estimación de variables como masa de células, sustrato y concentración de producto en procesos bioquímicos.	No se aplica a ninguno específico, sólo se revisan los métodos.	Se explican brevemente los métodos de: estimación a través de balances elementales, observador adaptable, filtro Kalman extendido, redes neuronales artificiales.	El artículo hace una breve descripción de los métodos y al final concluye que un campo promisorio es la combinación de modelo fenomenológicos con modelos caja negra.	Es un estado del arte, muy general y poco profundo.
(Sorosh, 1997)	Estado del arte en estimación de parámetros para control de procesos.	Se habla de varios índices de calidad como: densidad, composición, punto flash, numero de octanaje, entre otras.	No se tiene un modelo específico ya que es una revisión del tema	Se habla de varios métodos: observador Luenberger, filtro de Kalman, optimización en línea, linealización exacta, estimación multimuestreo, estimación adaptable.	El artículo deja abiertas varias preguntas: ¿Cómo evaluar el comportamiento del estimado?, ¿Cuál es la definición del comportamiento? ¿Cómo seleccionar el modelo de perturbación tal que el estimador sea robusto con respecto al modelo de la planta? ¿Cuál es la escala apropiada para el problema de estimación? ¿La estimación se debe realizar para la planta completa o para parte de ella?	No tiene una aplicación específica, pero recoge mucha información sobre el tema hasta esa fecha.
(Wilson and Zorzeto, 1997)	Estimación de estado utilizando modelos fenomenológicos y redes neuronales.	Estimación de estado.	Sistema de tres tanques en cascada.	Se utiliza un modelo de base fenomenológica conjuntamente con redes neuronales (RN) para las relaciones no lineales y más complicadas. Además se aplica un filtro de Kalman extendido con el modelo híbrido.	Utiliza un máximo del conocimiento <i>a priori</i> del sistema.	Ahorra tiempo en la obtención de dinámicas no lineales o poco entendidas. Todas la que involucra el filtro Kalman y la RN.

Tabla 2.2: Estimadores de estado en aplicaciones reales (continuación)

2.3. Estimadores de estado convencionales

En la literatura se encuentra una gran variedad de estimadores de estado, pero es posible agruparlos en estimadores estocásticos y estimadores determinísticos. Como se acaba de explicar arriba, en el caso estocástico se habla generalmente de filtros y en el caso determinístico se habla de observadores de estado. En esta sección se hará énfasis en tres estimadores de estado, cuyo comportamiento se mejorará, los cuales son paradigmas en el tema: el filtro de Kalman extendido, el observador Luenberger extendido y el observador por modos deslizantes. El objetivo central es proporcionar las características más importantes de éstos estimadores y recordar el procedimiento para el diseño de los mismos, sin alargar la explicación hacia una descripción matemática completa. Por lo tanto, los detalles de las ecuaciones deberán ser consultados en las referencias citadas.

2.3.1. El filtro de Kalman y sus mejoras

El Filtro de Kalman es un estimador de estado que permite calcular el estado de un sistema dinámico lineal, perturbado por señales ruidosas, mediante mediciones que se relacionan linealmente con el estado, pero que están contaminadas con este tipo de señales. Este estimador es óptimo desde el punto de vista estadístico ya que el estado estimado se obtiene de la solución de un problema cuadrático lineal (Grewal and Andrews, 2001). Las ecuaciones que rigen la dinámica del modelo de la planta para un filtro Kalman lineal discreto son:

$$x_k = \Phi_{k-1}x_{k-1} + w_{k-1} \quad (2.4)$$

$$z_k = H_k x_k + v_k \quad (2.5)$$

donde $x_k \in \mathfrak{R}^n$ es el estado discreto; Φ_k es la matriz de transición; $w_{k-1} \in \mathfrak{R}^n$ es la incertidumbre de la planta; $z_k \in \mathfrak{R}^l$ representa las mediciones de la planta; H_k es la matriz de salida y $v_k \in \mathfrak{R}^l$ es el ruido en la medición, con las propiedades $E[w_k] = 0, E[v_k] = 0, E[w_k w_i^T] = \Delta_{k-1} Q_k, E[v_k v_i^T] = \Delta_{k-1} R_k, E[w_k v_k] = 0$; donde $E[\]$ es el operador esperanza matemática; Δ_{k-1} es la función delta de Kroenecker y las matrices $Q_k \in \mathfrak{R}^n, R_k \in \mathfrak{R}^l$ son las matrices de covarianza del ruido en la planta y del ruido en la medición.

El objetivo del filtro de Kalman es estimar el vector de estado representado por el estimativo \hat{x}_k que minimice el error medio cuadrático:

$$E[x_k - \hat{x}_k]^T M [x_k - \hat{x}_k] \quad (2.6)$$

donde M es una matriz de ponderación. La solución a este problema se encuentra claramente descrita en varios textos clásicos y viene dada por un conjunto de ecuaciones recursivas de la forma (Grewal and Andrews, 2001):

$$\begin{aligned} \hat{x}_k(-) &= \Phi_{k-1} \hat{x}_{k-1}(+) \\ P_k(-) &= \Phi_{k-1} P_{k-1}(+) \Phi_{k-1}^T + Q_{k-1} \\ K_k &= P_k(-) H_k^T [H_k P_k(-) H_k^T + R_k]^{-1} \\ P_k(+) &= [I - K_k H_k] P_k(-) \\ \hat{x}_k(+) &= \hat{x}_k(-) + K_k [z_k - H_k \hat{x}_k(-)] \end{aligned} \quad (2.7)$$

donde $(-)$ significa que el valor se toma *a priori*, es decir, se tienen en cuenta todas las mediciones tomadas, excepto la del tiempo k ; $(+)$ significa que el valor se toma *a posteriori*, es decir, se tienen en cuenta todas las mediciones tomadas hasta el tiempo k ; K_k es la matriz de ganancias del filtro Kalman, y P_k es la matriz de covarianzas de la incertidumbre de los estados.

Debido al éxito que este tipo de filtro ha tenido, se ha producido una evolución del mismo hacia versiones mejoradas las cuales involucran modelos no lineales, restricciones y propiedades estadísticas del ruido. Un resumen de estas mejoras se aprecia en la Figura 2.2.

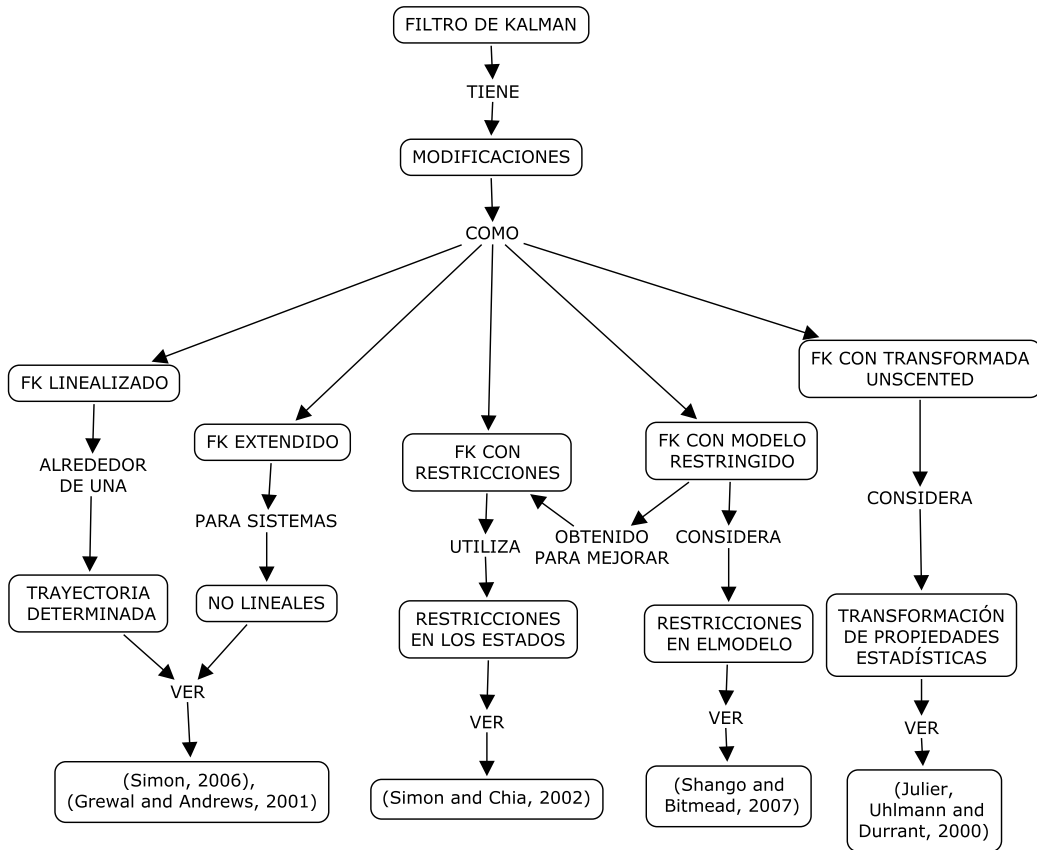


Figura 2.2: Mapa sobre mejoras al filtro de Kalman

En los casos descritos en la Figura 2.2 se supone que el modelo del proceso está representado por las ecuaciones:

$$x_k = f(x_{k-1}, k - 1) + w_{k-1} \quad (2.8)$$

$$z_k = h(x_k) + v_k \quad (2.9)$$

El filtro de Kalman linealizado utiliza un modelo linealizado del proceso alrededor de una trayectoria nominal. Esta trayectoria es una solución particular del sistema estocástico no lineal (2.8) y (2.9) cuando las variables aleatorias del modelo tienen sus valores esperados. Sin embargo, el filtro de Kalman linealizado tiene problemas porque a medida que el tiempo transcurre se produce una desviación entre la trayectoria real y la trayectoria nominal. Esta desviación hace que la aproximación lineal, la cual desprecia los términos de alto orden de la linealización, ya no sea válida y se produzcan errores en el cálculo. Por lo tanto, para

mejorar la estimación se realiza la linealización alrededor de la trayectoria estimada y no de la trayectoria nominal; este cambio origina el *filtro de Kalman extendido*. La palabra extendido se refiere a que este filtro es una extensión de la versión lineal original (Grewal and Andrews, 2001).

De otro lado, el *filtro de Kalman con restricciones* utiliza, además del modelo descrito por las ecuaciones (2.8) y (2.9), información heurística y valiosa del proceso. Esta información, que no puede ser directamente involucrada en el modelo (por ejemplo límites de variaciones en señales, valores máximos o mínimos de señales), se puede utilizar para lograr una mejor estimación del estado (Simon and Chia, 2002). Por ejemplo, si se tienen restricciones en el estado, el estado estimado con un *filtro de Kalman restringido* puede ser obtenido en cada instante de tiempo mediante la proyección de la solución de un filtro de Kalman no restringido sobre la superficie de restricciones del propio estado. El problema matemático que se debe resolver consiste en encontrar un mínimo, sujeto a restricciones, y puede solucionarse mediante multiplicadores de Lagrange (Simon, 2008). Las restricciones en el estado pueden ser lineales o no lineales; en el caso lineal estas restricciones son de la forma:

$$Dx_k = d_k \tag{2.10}$$

donde D es una matriz ($s \times n$) conocida, d_k es un vector ($s \times 1$) conocido y s es el número de restricciones.

De forma similar existe el *filtro de Kalman con modelo restringido*, el cual aprovecha las restricciones en las variables de estado para mejorar la estimación realizada. Sin embargo, en este caso no se restringe el estimativo sobre una superficie sino que se formula un modelo estocástico restringido con las mismas restricciones del estado. La ventaja de este filtro es que se puede encontrar el valor estimado del estado sin necesidad de utilizar la optimización. Además, se ha demostrado que el comportamiento de la magnitud del error y la covarianza del mismo son menores cuando se comparan con las del filtro de Kalman con restricciones (Shango and Bitmead, 2007).

El filtro de Kalman no lineal con 'unscented transformation' fué propuesto para considerar el efecto negativo de la linealización en las propiedades estadísticas del ruido y la incertidumbre del modelo no lineal (Hasta el momento, la traducción del término *unscented transformation*

al idioma castellano no ha sido posible, por eso se deja en inglés). Se sabe que el *filtro de Kalman extendido* es sólo confiable cuando se tienen no linealidades suaves en la escala de tiempo en la que se actualizan los datos. Sin embargo, para no linealidades fuertes, este filtro entrega resultados incorrectos porque se violan las suposiciones de pequeños cambios alrededor de la trayectoria nominal, lo cual propaga errores en el cálculo de la media y la covarianza del estado. Por lo tanto, el *filtro de Kalman con unscented transformation* mejora la estimación porque considera un manejo más preciso de las propiedades estadísticas de la componente estocástica del modelo (Julier et al., 2000). Este filtro se basa en dos principios fundamentales:

- Es más fácil hacer una transformación no lineal de un sólo punto que de una función de distribución de probabilidad (fdp) completa.
- No es difícil encontrar un conjunto de puntos individuales en el espacio de estado cuya fdp se aproxime a la verdadera fdp del vector de estado.

En general, no existe un sólo *filtro de Kalman extendido* sino cientos de variedades de filtros de Kalman, los cuales son diseñados utilizando una larga lista de trucos que incluyen sistemas de coordenadas, factorizaciones de la matriz de covarianza, aproximaciones de la linealización, ruido de proceso y combinaciones de todos los anteriores (Daum, 2005). Algunos de estos trucos mejoran la respuesta del filtro, otros la empeoran. Además, no existe una teoría cuantitativa que permita saber cuándo un método trabajará bien o mal. Por lo tanto, en este trabajo se decidió utilizar el filtro de Kalman extendido en su versión continua, ya que éste tiene una amplia aceptación para estimar el estado en procesos químicos (Dochain, 2003). La estructura del filtro de Kalman extendido en tiempo continuo es igual a la de la ecuación (2.3), y el objetivo del diseño es encontrar la matriz de ganancias $K(\hat{x})$ tal que se minimice un índice de error de la forma:

$$\int_0^{\infty} e(t)^T e(t) dt \quad (2.11)$$

sujeto a la restricciones de la dinámica del modelo (2.1). La solución de este problema viene dada por (Dochain, 2003; Grewal and Andrews, 2001):

$$K(\hat{x}) = P(\hat{x})C(\hat{x})^T \quad (2.12)$$

$$\frac{dP(\hat{x})}{dt} = -P(\hat{x})C(\hat{x})^T C(\hat{x})P(\hat{x}) + P(\hat{x})A(\hat{x})^T + A(\hat{x})P(\hat{x}) \quad (2.13)$$

donde $A(\hat{x})$ y $C(\hat{x})$ son los jacobianos del sistema (2.1) evaluados en el estado estimado y $P(\hat{x})$ es una matriz simétrica, variante en el tiempo, de dimensión (nxn) , que se obtiene en cada período de muestreo mediante la solución de la ecuación diferencial matricial de Riccati (2.13).

Una ventaja del FKE es su capacidad para manejar señales ruidosas, ya que no sólo trabaja como estimador de estados sino que también actúa como filtro de señales. Sin embargo, el comportamiento del Filtro de Kalman Extendido depende fuertemente de los valores iniciales asignados a la matriz $P(\hat{x})$ (Fitzgerald, 1971; Ljung, 1979). Adicionalmente, la implementación en línea del Filtro de Kalman exige resolver la ecuación diferencial matricial de Riccati en cada periodo de muestreo, lo cual puede ocasionar una excesiva carga computacional. El procedimiento de cálculo del FKE puede resumirse así:

- Obtenga una versión linealizada del modelo del sistema que permita encontrar las matrices $A(\hat{x})$ y $C(\hat{x})$.
- Resuelva en línea la ecuación diferencial matricial de Riccati (2.13) para encontrar $P(\hat{x})$.
- Calcule la matriz de ganancias del estimador $K(\hat{x})$ mediante la ecuación (2.12).
- Verifique mediante simulación que el comportamiento del estimador cumple con las especificaciones.

2.3.2. El observador Luenberger extendido

Según lo planteado por Luenberger, un observador de estados es un sistema que produce la estimación del vector de estado para otro sistema (Luenberger, 1964, 1971). En sus ideas iniciales Luenberger planteó el problema de observar el sistema libre de entradas, utilizando la información disponible de este sistema cuando maneja otro sistema como se muestra en la Figura 2.3.

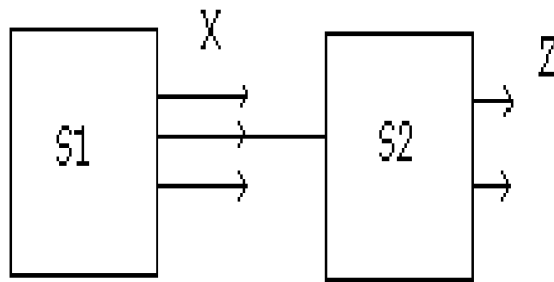


Figura 2.3: Esquema de un observador básico

En la Figura 2.3, el segundo sistema sirve como un observador para el primer sistema, porque el estado del segundo sistema tiende a seguir una transformación del estado del primer sistema. Por lo tanto el sistema 2 es una transformación lineal constante del vector de estado del sistema 1 (casi cualquier sistema lineal, excitado por las salidas de un sistema no forzado, seguirá el estado de éste último). Con base en esta definición elemental, pero que es importante retomar aquí, se han desarrollado observadores no lineales más complejos para procesos, los cuales apuntan a mejorar el desempeño respecto a la estabilidad, la robustez, la exactitud, la sensibilidad respecto a condiciones iniciales y el ruido, entre otras. Una revisión sobre este aspecto se puede encontrar en (Botero and Alvarez, 2009).

El objetivo de éste diseño es seleccionar la matriz de ganancias del observador $K(\hat{x})$ tal que la dinámica del error sea asintóticamente estable y cumpla con criterios de ubicación de polos. La estructura del observador Luenberger extendido es igual a la de la ecuación (2.3). La matriz de ganancias del observador $K(\hat{x})$ se obtiene igualando la ecuación característica del sistema linealizado con un polinomio Hurwitz cuyas raíces correspondan a los valores propios deseados para la dinámica del error del observador. Con este procedimiento la convergencia asintótica queda garantizada, siempre y cuando se cumplan las siguientes condiciones (Dochain, 2003):

- Normas acotadas, es decir:

$$\|A(\hat{x}) - K(\hat{x})C(\hat{x})\| \leq C_1, \forall \hat{x}$$

$$\left\| \frac{d}{dt}(A(\hat{x}) - K(\hat{x})C(\hat{x})) \right\| \leq C_2, \forall \hat{x}$$
- Los valores propios de $A(\hat{x}) - K(\hat{x})C(\hat{x})$ deben tener partes reales negativas.

El cálculo del observador puede realizarse así:

- Obtenga una versión linealizada del modelo del sistema que permita encontrar las matrices $A(\hat{x})$ y $C(\hat{x})$.
- Proponga una ubicación deseada para los polos del observador. Esta ubicación de polos se obtiene a partir de especificaciones de respuesta en el tiempo (tiempo de establecimiento, sobrenivel porcentual) requeridos para la dinámica del error del observador. Los polos deseados pueden estar contenidos en un polinomio característico deseado $P_d(s)$.
- Resuelva la ecuación de diseño del observador $\det(sI - (A(\hat{x}) - K(\hat{x})C(\hat{x}))) = P_d(s)$ y encuentre la matriz de ganancias $K(\hat{x})$.
- Verifique mediante simulación que el comportamiento del observador cumple con las especificaciones.

2.3.3. El observador por modos deslizantes

El objetivo de diseño de un observador por modos deslizante es forzar las variables de estado estimadas a permanecer sobre superficies deslizantes especificadas, tal que los estados estimados puedan ser utilizados de una manera más eficiente en el control de procesos (Wang et al., 1997). Para ello se supone que el jacobiano de $h(x)$ (ver ecuación 2.1) existe y que es de rango completo para todo x en el dominio de interés, tal que la ecuación de la planta pueda ser transformada en el sistema:

$$\begin{aligned} \dot{z} &= f^*(z, u) \\ y &= Cz \end{aligned} \tag{2.14}$$

tal que el estado z es una partición de la forma:

$$z = \begin{bmatrix} z_a \\ z_b \end{bmatrix}$$

con $z_a = y$ el vector de variables medidas y z_b la parte no medida. La estructura del observador por modos deslizante es de la forma:

$$\dot{\hat{z}} = f^*(\hat{z}, u) + K(t)\sigma \quad (2.15)$$

donde $K(t)$ es la matriz de ganancias variantes en el tiempo, y el vector σ está definido como:

$$\sigma = \begin{bmatrix} \text{sign}(y_1 - z_1) \\ \text{sign}(y_2 - z_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \text{sign}(y_p - z_p) \end{bmatrix}$$

Una de las características del observador deslizando es la robustez ante incertidumbre paramétrica acotada en el modelo del proceso, la cual puede ser probada matemáticamente (Wang et al., 1997). Sin embargo, cambios paramétricos grandes en el proceso pueden afectar adversamente la exactitud en la estimación de estado y generar errores muy altos, ya que no se garantiza convergencia asintótica sino una cota de error. Los pasos para el cálculo del observador deslizando para un sistema SISO son los siguientes:

- Organice las ecuaciones del modelo tal que $y = x_1$ sea la variable medida.
- Declare el error de estimación en la variable medida como una superficie deslizando $\tilde{x}_1 = x_1 - \hat{x}_1$
- Proponga una condición deslizando para el error de estimación, por ejemplo de la siguiente forma:
 $\frac{d}{dt}s = -\eta \text{sign}(s)$, con η una constante positiva tal que $\frac{d}{dt}s$ tenga signo opuesto a s para lograr la condición deslizando y la convergencia.
- Obtenga la matriz de ganancias del observador $K(t)$ siguiendo el procedimiento descrito en (Wang et al., 1997), mediante el cual se asigna una dinámica deseada a las $(n - 1)$ variables de estado no medidas, y la matriz de ganancias $K(t)$ se selecciona como un compromiso entre la dinámica requerida para el error y la exactitud necesaria.
- Verifique mediante simulación que el comportamiento del observador cumple con las especificaciones.

Existe así mismo en la literatura una cantidad muy grande de observadores, sin embargo, para este trabajo se consideró enfocar el estudio hacia estos tres ya que han sido aplicados en procesos químicos con buenos resultados.

2.4. Herramientas para el diseño de estimadores de estado

El problema de diseño de un estimador de estado requiere la aplicación de herramientas matemáticas que permitan verificar la posibilidad o no de diseñar el estimador y la capacidad que éste tiene para generar estados estimados de manera confiable. La posibilidad de diseñar un observador con dinámica ajustable se verifica mediante pruebas de observabilidad del modelo; y el grado de exactitud que el estimador puede alcanzar se mide mediante pruebas de convergencia. A continuación se muestran algunas de las herramientas matemáticas que se utilizan para realizar estas pruebas.

2.4.1. Análisis de la observabilidad del modelo

El propósito del análisis de la observabilidad de un modelo es conocer las condiciones que permitan reconstruir el estado $x(t)$ desde el conocimiento de las entradas $u(t)$ y las salidas $y(t)$ en un intervalo de tiempo definido. Inicialmente esta tarea se puede lograr si $y(t)$ contiene toda la información del estado $x(t)$ en el intervalo de tiempo definido (Besançon, 2007).

Asimismo, para diseñar un observador con dinámica ajustable es necesario obtener información del estado $x(t)$, desde las salidas que se miden $y(t)$, desde un tiempo inicial t_0 , y más concretamente, es necesario ser capaz de reconstruir el correspondiente valor del estado inicial $x(0)$. Esto significa que la observabilidad está caracterizada por la capacidad de distinguir entre varios estados iniciales desde las salidas que se miden. En otras palabras, para lograr la observabilidad no se pueden admitir estados indistinguibles. Estos conceptos requieren una formulación para *indistinguibilidad*, que aunque es una palabra no registrada en la Real Academia de la Lengua se conservará en esta tesis por su uso en teoría de control.

Indistinguibilidad (Besançon, 2007): El par de estados iniciales (x_0, x'_0) pertenecientes a $\mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^n$ es indistinguible para un sistema $\dot{x} = f(x, u)$ si:

$\forall u \in U, \forall t \geq 0, h(x_u(t, x_0)) = h(x_u(t, x'_0))$. Además un estado x es indistinguible desde x_0 si el par (x_0, x'_0) es indistinguible.

Lo anterior quiere decir que las dos trayectorias de salida $h(x_u(t, x_0))$ y $h(x_u(t, x'_0))$ son iguales, aunque el estado inicial del cual partió el sistema es diferente, por lo tanto es imposible reconstruir el estado inicial siguiendo una de éstas trayectorias ya que cada una correspondería a un estado inicial distinto. Con base en la definición de indistinguibilidad se han formulado definiciones de observabilidad así:

Observabilidad (respuesta a x_0)(Besançon, 2007): El sistema $\dot{x} = f(x, u)$ es observable (respuesta a x_0) si no admite ningún par de estados iniciales indistinguibles.

La definición anterior es muy general y por lo tanto se debe acotar reduciendo el tamaño del espacio de estado a un subespacio particular, lo cual produce gradaciones de observabilidad como *observabilidad débil* y *observabilidad débil local*, las cuales implican que es posible distinguir entre un estado y sus vecinos sin alejarse mucho de un subespacio determinado. Estas nociones de observabilidad son de mayor interés en la ingeniería, ya que pueden ser evaluadas mediante una condición de rango. Tal condición se fundamenta en el concepto de espacio de observación, el cual consiste en el espacio de todos los estados observables (Besançon, 2007). A continuación se explicará una condición de rango para medir la observabilidad.

Condición de rango para la observabilidad de sistemas no lineales

La ingeniería de control ha logrado extender el concepto de observabilidad de sistemas lineales a sistemas no lineales, pero con la restricción de probar observabilidad local alrededor de un punto de operación. Algunos autores analizan la observabilidad mediante álgebra de Lie, basados en el concepto *Espacio de observación S_O* . En este caso se supone que el modelo del proceso es de la forma afín con la entrada (Nijmeijer and Van der Schaft, 1990)

$$\dot{x} = f(x) + \sum_{i=1}^m u_i g_i(x); \quad y = h(x) \quad (2.16)$$

Algunas definiciones que se utilizan en este sentido son:

Observabilidad local: El estado x es localmente observable alrededor de $x^* \in X$ si es posible determinar el estado total x del proceso para puntos alrededor de x^* , dadas las entradas u y salidas y del sistema en un intervalo de tiempo finito y dado un modelo del sistema en el

espacio de estado.

Derivada de Lie: Es la derivada de una función suave (continuamente diferenciable) $\lambda(x)$ a lo largo de un campo vectorial suave f . Esa derivada direccional del campo escalar $\lambda(x)$, con $x \in \mathfrak{R}^n$, a lo largo de la dirección de un campo vectorial n -dimensional $f(x)$, se define como: $L_f \lambda(x) = \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x} f(x)$.

Derivada de Lie recursiva: $L_f^n \lambda$. Es la derivada de Lie calculada recursivamente, la cual se puede representar abreviadamente como $L_f^n \lambda$, que significa: $L_f^0 \lambda = \lambda$; $L_f^1 \lambda = \frac{\partial \lambda(x)}{\partial x} f(x)$; $L_f^2 \lambda = L_f^1(L_f^1 \lambda) = L_f^1\left(\frac{\partial \lambda(x)}{\partial x} f(x)\right) = \frac{\partial\left[\frac{\partial \lambda(x)}{\partial x} f(x)\right]}{\partial x} f(x), \dots$, etc.

Espacio de observación S_O de un sistema dinámico: Es el espacio vectorial que generan todas las derivadas de Lie, hasta $(n - 1)$, de la función de salida $\mathbf{h}(x)$ de un sistema expresado en forma afín en el espacio de estado, tal como el de la ecuación (2.16) respecto al campo vectorial $f(x)$. De manera abreviada se escribe: $S_O = \text{gen}\{L_f^0 \lambda; L_f^1 \lambda; L_f^2 \lambda; \dots; L_f^{(n-1)} \lambda\}$.

Distribución de observabilidad Δ_{S_O} de un sistema dinámico: Es la distribución del espacio de observación, que resulta ser la colección de los gradientes de cada componente del espacio de observación S_O respecto a las variables de estado x , que se expresa como: $\Delta_{S_O} = \text{gen}\left\{\frac{\partial \phi}{\partial x} \mid \phi \in S_O\right\}$. En esta expresión, *gen* es la operación de generación (span en inglés) de un espacio desde unas componentes dadas.

Con base en estas definiciones es posible definir una prueba de observabilidad local para sistemas no lineales así:

Criterio de observabilidad local: Un sistema no lineal afín con la entrada, como el de la ecuación (2.16), es localmente observable si la dimensión de su distribución de observabilidad Δ_{S_O} alrededor de x^* es igual a la dimensión del sistema: $\dim(\Delta_{S_O}) = n = \text{Dimensión del sistema} = \text{Número de variables de estado del sistema} = \text{Dimensión del espacio de estado}$.

Sin embargo, la condición de rango que se acaba de explicar no es suficiente para un posible diseño de un observador con dinámica ajustable, porque la observabilidad de un sistema no lineal depende de las entradas, lo cual genera posibilidad de que existan entradas para las cuales la observabilidad se pierda (Besançon, 2007). Esta situación ha ampliado la definición del concepto *entrada* hacia conceptos como *entrada universal* (entrada que

garantiza la observabilidad) y *entrada singular* (entrada para la cual la observabilidad ya no se tiene)(Besançon, 2007). Por lo tanto, se prefiere trabajar con pruebas de observabilidad que permitan evaluar el efecto de las entradas.

En este sentido, algunos autores han propuesto una prueba de observabilidad para sistemas no lineales, la cual considera las entradas, y utiliza una matriz análoga a la matriz de observabilidad para sistemas lineales (Henson and Seborg, 1997). Ésta matriz se obtiene considerando los campos vectoriales que generan la distribución de observabilidad Δ_{S_O} y ubicándolos como las filas de la que ellos denominan matriz de observabilidad local débil alrededor de x^* . Si se realiza el procedimiento sugerido por estos autores y la nomenclatura seguida hasta ahora, se obtiene: $W_O(x^*) = [adj_f^0 g(x^*), adj_f^1 g(x^*), \dots, adj_f^{n-1} g(x^*)]$. Con esto, la $\dim[\Delta_{S_O}(x^*)]$ no es más que el rango de $W_O(x^*)$.

Una particularidad de esta prueba es que puede utilizarse con valores para las entradas de x^* , o sin especificar las entradas de x^* . En este trabajo se utilizará la segunda forma, de modo que se deduzcan expresiones matemáticas en función de x que permitan calcular los puntos en el espacio X en los que el sistema no es localmente observable.

Detectabilidad para sistemas no lineales

Además de las ideas de observabilidad, es necesario considerar la noción de *detectabilidad*, la cual relaciona el subespacio estable del sistema con el subespacio observable. Una noción de detectabilidad es la siguiente:

Detectabilidad (Kwakernaak and Sivan, 1972): Un sistema, en el cual el vector de salida no es completamente reconstruible, es decir siempre se tiene incertidumbre del estado real del sistema ya que siempre se puede adicionar un vector arbitrario en el subespacio no reconstruible, es detectable, si cualquier estado en el subespacio no reconstruible tiende a cero cuando la entrada tiende a cero. En otras palabras, el sistema es detectable si el subespacio del estado no reconstruible está contenido en el subespacio estable del sistema, tal que el error de estimación nunca crecerá indefinidamente.

Relación entre observabilidad y detectabilidad

Desde el punto de vista teórico, la detectabilidad de un sistema es una condición necesaria y suficiente para la estimación de las variables de estado del proceso; mientras que la

observabilidad de un sistema es una condición suficiente para la estimación de estas mismas variables (Soroush, 1998). La observabilidad es una condición necesaria y suficiente para la existencia de un observador con dinámica completamente ajustable e indica que las salidas medidas contienen información útil de todas las variables de estado.

Para sistemas lineales, las nociones de observabilidad y detectabilidad están muy bien definidas y entendidas, y existen pruebas simples y criterios prácticos para determinarlas. Para determinar la observabilidad se puede aplicar una prueba de rango de matriz que considera la matriz de la planta y la matriz de las salidas (Kwakernaak and Sivan, 1972). La detectabilidad se puede probar verificando si los polos no reconstruibles son estables, es decir si las dinámicas originadas por los polos no reconstruibles desaparecen con el tiempo. En estos sistemas la observabilidad y la detectabilidad no dependen de la región de operación del sistema, ni de las entradas, por lo tanto son propiedades globales. Sin embargo, en los sistemas no lineales estas nociones son muy complejas y dependen de la región de operación del sistema, por lo tanto son propiedades locales y difíciles de evaluar, como se mostró arriba. En esta tesis sólo se probará la observabilidad no lineal cuando sea necesario.

2.4.2. Análisis de la convergencia del estimador

El propósito del análisis de la convergencia de un estimador es conocer las condiciones que permitan llevar el error de estimación $e(t)$ a cero, o a una cota especificada, cuando el tiempo tiende a infinito o a un valor especificado. Garantizar las condiciones para la convergencia del estimador es importante porque de ello depende que los estados estimados sean cantidades confiables para el control, la medición, el monitoreo y/o la detección de fallas. Lo que se tiene en juego aquí es la seguridad, ya que un mal comportamiento del estimador puede poner en una situación de riesgo el comportamiento del sistema con el cual interactúa.

Los métodos que se han utilizado para en análisis de la convergencia de estimadores no lineales se basan, principalmente, en la teoría de estabilidad de Lyapunov. Para ello se supone que la dinámica del error puede representarse mediante un sistema de ecuaciones diferenciales no lineales, con un equilibrio en el origen. Con base en esta información es posible plantear una función candidata de Lyapunov definida positiva, y demostrar que su derivada es definida negativa o encontrar las condiciones de diseño del estimador que permitan lograrlo (Biagiola and Figueroa, 2004).

En algunos casos no es fácil realizar el diseño del estimador y garantizar su convergencia debido a la complejidad del modelo. Por lo tanto, se utilizan transformaciones del estado que

permitan obtener formas canónicas para verificar fácilmente la región de convergencia. Uno de los aportes más importantes en este aspecto es el concepto de inyección de salida no lineal (Krener and Isidori, 1983). En el citado trabajo se muestra que ciertos modelos de procesos pueden convertirse a la forma

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + \varphi(y) \\ y &= Cx \end{aligned} \tag{2.17}$$

tal que es posible proponer un observador de la forma

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= A\hat{x} + \varphi(y) + K(y - C\hat{x}) \\ \hat{y} &= C\hat{x}. \end{aligned} \tag{2.18}$$

Con base en las estructura (2.17) y (2.18) la dinámica del error de estimación viene determinada por

$$\dot{e} = (A - KC)e \tag{2.19}$$

la cual será asintóticamente estable si se selecciona la matriz K tal que $(A - KC)$ sea Hurwitz.

Una de las contribuciones más completas y satisfactorias para el diseño de estimadores no lineales puede ser encontrada en (Gauthier et al., 1992). En este trabajo, los autores demostraron que, mediante un conjunto de coordenadas adecuadas, es posible obtener que el error del estimador sea globalmente, asintóticamente estable y obtener las ganancias del estimador mediante la solución de una ecuación tipo Lyapunov. Sin embargo, encontrar tal transformación no siempre es una tarea sencilla, ya que es necesario que el cambio de coordenadas origine un sistema uniformemente observable y que la no linealidad sea globalmente Lipschitz (Besançon, 2007). Estas dos condiciones no siempre son fáciles de obtener y sólo se han logrado algunas soluciones *ad hoc*, por ejemplo (Posada, 2010).

2.5. Resumen

Hasta aquí se ha mostrado una revisión de los principales estimadores de estado y sus aplicaciones. Además, se analizaron los procedimientos de diseño para tres estimadores clásicos. Finalmente se mencionaron algunas herramientas que se deben considerar para diseñar estimadores de estado. Un análisis de las referencias descritas en este capítulo, y especialmente de las que se mostraron en la Tabla 2, indica que aún persisten problemas no resueltos en el diseño de estimadores de estado. Entre los problemas detectados se encuentran los siguientes:

- Desviación permanente en las variables estimadas, es decir error de estado estacionario.
- Inestabilidad y divergencia del estimador.
- Necesidad de estructuras de modelos poco frecuentes en el caso industrial.
- Dependencia muy fuerte del comportamiento del estimador a las condiciones iniciales -estado inicial- y a la matriz de covarianzas inicial de los estados.
- Necesidad de solucionar ecuaciones complicadas, lo cual involucra alta carga computacional.
- Alta sensibilidad del estimador al ruido en la medición, especialmente si el estimador es de alta ganancia.
- Mal comportamiento del estimador cuando cambia el punto de operación del proceso, debido a que el diseño del estimador se fundamenta en aproximaciones lineales del modelo.
- Mal comportamiento del estimador ante envejecimiento de la planta o cambios en la condición de operación. Lo anterior produce cambios paramétricos en la planta y conlleva a tener un estimador con incertidumbre paramétrica.
- Dificultad para modelar en forma estricta la incertidumbre de la planta y el ruido presente en el sistema de medición.
- Dificultad para seleccionar el tipo de estimador que más conviene en una aplicación determinada.

Todos estos problemas no resueltos abren camino a futuras investigaciones en el tema. En el siguiente capítulo se explican algunos estimadores que tratan de mejorar algunos de éstos

comportamientos con base en información adicional (*a priori*) extraída del conocimiento del proceso y del modelo del mismo.

Capítulo 3

Estimadores de estado que utilizan información *a priori* del proceso

En este capítulo se describen algunos estimadores de estado que utilizan información adicional a la que contiene el modelo en espacio de estados de un proceso. Inicialmente se retoma el concepto de modelo de proceso y se destaca su importancia para el diseño de buenos estimadores. Así mismo, se recalca sobre la ecuación de continuidad como concepto clave para los balances de materia, energía y cantidad de movimiento. A continuación se hace una recopilación de los principales estimadores de estado que utilizan información adicional de un proceso, y se describen algunas ideas de otra información que puede ser útil para diseñar observadores. Finalmente, se resume el contenido del capítulo.

3.1. El modelo fenomenológico del proceso como parte central del estimador de estado

Un modelo de un proceso se puede definir como un conjunto de elementos de representación de información que permiten replicar una o más características del proceso. En el caso de los modelos matemáticos puede decirse que contienen términos y estructura. Los términos pueden ser divididos en constantes (valores universalmente aceptados), parámetros (símbolos funcionales o estructurales que le pertenecen al modelo) y variables (símbolos que le pertenecen al proceso real) (Alvarez et al., 2009). La estructura del modelo define la relación entre los términos del mismo. Ella hace referencia a la posición de los parámetros y las variables en las ecuaciones del modelo y a los coeficientes que ponderan el efecto de términos en el modelo global. Por lo tanto, la estructura contiene información vital sobre la sensibilidad

del modelo y sobre la interacción entre las variables del mismo.

Para obtener un modelo fenomenológico se recurre, generalmente, a los balances de materia, energía y cantidad de movimiento, ya que son propiedades con las cuales el hombre ha logrado realizar inventarios fácilmente comprensibles. Estos balances permiten relacionar las variables más significativas del proceso y tienen como fundamento fenomenológico la universalidad del principio de conservación, el cual le proporciona una estructura muy sólida al modelo final (Fradkov et al., 1999). Dicha estructura se complementa por medio de ecuaciones constitutivas que hacen referencia a condiciones cinéticas o de transporte en el proceso.

El conocimiento de dichos modelos y la comprensión de su estructura han generado algunos estimadores de estado que aprovechan la información adicional. A continuación se amplían estas ideas.

3.2. Técnicas que aprovechan información adicional desde el modelo fenomenológico

Actualmente se tienen dos escuelas de pensamiento en el diseño de estimadores de estado: una basada en la teoría de control moderna, que trabaja con modelos matemáticos detallados de las plantas y busca soluciones óptimas, algunos de estos estimadores se mencionaron en el Capítulo 1 de este trabajo (FKE, OL, OA, Oad, OAG, OMD); la otra trabaja con un conocimiento limitado del modelo de la planta y busca robustecer los estimadores para lidiar con la incertidumbre, de forma que se logren aplicaciones prácticas, entre estos estimadores está el Observador de Estado Extendido (OEE) (Radke and Gao, 2006). En esta sección se analizan algunos resultados obtenidos con base en la filosofía de la primera escuela, haciendo énfasis en estimadores que utilizan información adicional (*a priori*) del proceso, la cual normalmente no se tiene en las ecuaciones diferenciales que modelan el mismo.

La incorporación de información *a priori* en la solución de problemas de ingeniería de control ha permitido lograr mejores resultados en varias aplicaciones. Una muestra de ello son los resultados que se han tenido en identificación no lineal (Johansen, 1996; Aguirre et al., 2000; Correa et al., 2002) y en estimación de estado (Huang and Tseng, 1988; Simon and Chia, 2002; Shango and Bitmead, 2007; Simon, 2008).

Esta información adicional puede tenerse en forma de conocimiento sobre el comportamiento dinámico y la estabilidad, regularización, datos o modelos de estado estable, datos en series de tiempo, cotas de variables, cotas de parámetros o modelos *a priori*. Muchas de estas relaciones se encuentran tabuladas o se adquieren desde la experticia en el manejo del proceso. Otras

se dan como condiciones naturales de operación para garantizar el balance de masa o energía en estado estable.

La información anterior puede ser utilizada como restricciones o penalizaciones en problemas de optimización así como en la obtención de cotas para restringir modelos de estimación de parámetros o para mejorar el comportamiento de estado estable (Johansen, 1996, 1997; Correa et al., 2002). Esta información ha introducido grandes cambios en la solución de problemas de estimación de estado, ya que permite establecer enlaces entre el modelo (estructura y parámetros) y el conocimiento disponible. Sin embargo, esta incorporación de información no es trivial y por lo tanto sólo se han trabajado algunos casos particulares (Correa et al., 2002). Algunos de los principales estimadores que trabajan en este sentido se muestran a continuación.

3.2.1. El observador métrico

En este tipo de observador se utiliza un cambio de coordenadas, para aprovechar algunas propiedades de los sistemas dinámicos, vistos desde la mecánica del medio continuo. El principio consiste en cambiar la métrica de las ecuaciones diferenciales con base en la información disponible, es decir la información que se puede medir. Para ello se supone que el sistema viene representado mediante el sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x, t) \\ y &= h(x)\end{aligned}\tag{3.1}$$

y que este sistema puede mostrarse como:

$$\dot{x} + \delta\dot{x} = f(x) + \frac{\partial f(x, t)\delta x}{\partial x}\tag{3.2}$$

donde δx y $\delta\dot{x}$ son desplazamientos virtuales infinitesimales en un tiempo fijo. El comportamiento local del sistema estará determinado por la tasa del tensor de deformación $F = \frac{\partial f(x, t)\delta x}{\partial x}$ de tal forma que para el conjunto de ecuaciones diferenciales (3.1), una región del espacio de estado será estrictamente contractiva (expansiva) si f es uniformemente definido negativo (positivo) en esa región. Con base en lo anterior, es posible demostrar que si las condiciones iniciales del sistema (3.1) comienzan en una bola que está contenida en una región

estrictamente contractiva alrededor del punto de equilibrio, la trayectoria del estado tendrá un comportamiento exponencialmente convergente al equilibrio (Lohmiller and Slotine, 1996b). Con base en los principios citados, es posible obtener un observador de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= g(\hat{x}, y, t) \\ \hat{y} &= h(\hat{x})\end{aligned}\tag{3.3}$$

que mediante la transformación de coordenadas:

$$\bar{X} = \bar{X}(\hat{x}, \hat{y})\tag{3.4}$$

tal que la transformación $\hat{x} \rightarrow \bar{X}$ es invertible, se puede obtener una dinámica del observador en las nuevas variables de la forma:

$$\dot{\bar{X}} = \frac{\partial \bar{X}}{\partial \hat{x}} g(\hat{x}, y, t) + \frac{\partial \bar{X}}{\partial \hat{y}} \frac{\partial h}{\partial \bar{X}} g(\hat{x}, y, t)\tag{3.5}$$

que al mapear el resultado hacia \hat{x} genera la dinámica del observador en las coordenadas originales:

$$\dot{\hat{x}} = g(\hat{x}, y, t) + \frac{\partial \hat{x}}{\partial y} (\dot{y} - \dot{\hat{y}})\tag{3.6}$$

Es decir, se agrega un término de corrección el cual es proporcional a la diferencia de las derivadas de las salidas. Sin embargo, para implementar el observador no es necesario medir las derivadas de las salidas, ya que el cálculo del estimativo se realiza con la ecuación (3.5) cuyo resultado se mapea hacia el espacio de observación de \hat{x} . La ventaja de este observador es que se diseña con convergencia asegurada. La principal desventaja es que sólo sirve en sistemas de la forma:

$$\begin{aligned}\dot{X}_I &= f(X_I, X_{II}, t) \\ \dot{X}_{II} &= X_I\end{aligned}\tag{3.7}$$

donde X_{II} representa las posiciones medidas y X_I representa los estados internos no medibles como velocidades. Esta es entonces la información *a priori* que se tiene del sistema. Sin embargo, este tipo de dinámicas no son comunes en los modelos de procesos, por ello las aplicaciones reportadas están en el campo de los sistemas electromecánicos y en la robótica (Lohmiller and Slotine, 1996a).

3.2.2. El Observador Asintótico (OA)

El observador asintótico toma ventaja de la estructura del modelo dinámico de un proceso bioquímico. Para ello, se representa el modelo de tal forma que quede independiente de la cinética, la cual normalmente tiene una alta carga de incertidumbre. La propiedad estructural de balance de masa y energía que aquí se utiliza se relaciona con la noción de invariantes de reacción; esta es la información *a priori* que se utiliza. Por ejemplo, el modelo general para un sistema de reactor bioquímico en tanque agitado viene dado por:

$$\dot{x} = yr(x) + F - Q - \frac{q}{V}x + U(T) \quad (3.8)$$

donde x es el estado que representa las concentraciones de componentes y las temperaturas, y es una matriz de coeficientes estequiométricos, $r(x)$ es el vector de tasas de reacción, F es el vector de flujos de alimento, Q es el vector de flujo de gases de salida, $U(T)$ es el vector que representa el intercambio calórico, T es la temperatura, y V es el volumen. Se supone que este proceso tiene M reacciones independientes y M componentes medidos, por lo tanto se divide el estado así:

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= y_1r(x) + F_1 - Q_1 - \frac{q}{V}x_1 + U_1(T) \\ \dot{x}_2 &= y_2r(x) + F_2 - Q_2 - \frac{q}{V}x_2 + U_2(T) \end{aligned} \quad (3.9)$$

donde x_1 y x_2 representan la parte medible y la no medible del estado respectivamente. Para eliminar el vector de tasas de reacción $r(x)$, se define una transformación de estados para la parte no medible de la forma:

$$z = x_2 - y_2 y_1^{-1} x_1 \quad (3.10)$$

Realizando operaciones sencillas se obtiene que:

$$\dot{z} = F_2 - Q_2 - \frac{q}{V} z + U_2(T) - y_2 y_1^{-1} (F_1 - Q_1 + U_1(T)) \quad (3.11)$$

que es independiente de las tasas de reacción. El observador para el estado no medible queda:

$$\dot{\hat{z}} = F_2 - Q_2 - \frac{q}{V} \hat{z} + U_2(T) - y_2 y_1^{-1} (F_1 - Q_1 + U_1(T)) \quad (3.12)$$

y el estimativo \hat{x}_2 se puede encontrar de la ecuación (3.10). La ventaja de este observador es que es asintótico en el sentido que sigue la dinámica del modelo ya sea lineal o no lineal. La desventaja es que la dinámica del observador no se puede modificar a voluntad, ya que este trabaja en lazo abierto y por lo tanto su respuesta depende de los flujos de alimentación (Dochain, 2003).

3.2.3. El Estimador Basado en Observador (EBO)

Otro de los estimadores que aprovechan la estructura del modelo es el Estimador Basado en Observador (EBO). Este estimador considera un modelo de bioproceso de la forma (Oliveira et al., 2002):

$$\dot{\xi} = K\varphi(\xi) - D\xi + F - Q \quad (3.13)$$

donde ξ es el vector de estado con n componentes, $\varphi(\xi)$ es el vector de $(m \times 1)$ tasas de reacción, K es la matriz $(n \times m)$ de coeficientes de producción, D es la tasa de dilución, F es el vector $(n \times 1)$ de flujos de alimento y Q es el vector $(n \times 1)$ de tasas de gases de salida. Para este modelo se supone que:

$$\varphi(\xi) = \Phi(\xi)\rho_i(\xi) \quad i = 1, \dots, m \quad (3.14)$$

3.3 Recomendaciones generales para seleccionar y mejorar un estimador desde la información del proceso y del modelo

donde $\Phi(\xi) = \text{diagonal}[h_1(\xi), h_2(\xi), \dots, h_m(\xi)]$ son funciones conocidas; y $\rho(\xi) = [\rho_1(\xi), \rho_2(\xi), \dots, \rho_m(\xi)]^T$ son funciones desconocidas.

La estrategia de diseño del EBO consiste en concentrar en $\Phi(\xi)$ todo el conocimiento *a priori* de la cinética y considerar en $\rho(\xi)$ toda la incertidumbre de la cinética, la cual debe ser estimada. En general, la meta de un EBO consiste en estimar $\rho(\xi)$ desde el conocimiento de todas las variables de estado del proceso y de los coeficientes estequiométricos o de producción. El EBO puede ser formulado así:

$$\dot{\hat{\xi}} = K\Phi(\xi)\hat{\rho} - D\xi + F - Q + \Omega(\xi - \hat{\xi}) \quad (3.15)$$

$$\dot{\hat{\rho}} = [K\Phi(\xi)]^T \Gamma(\xi - \hat{\xi}) \quad (3.16)$$

donde $\hat{\xi}$ es un estimativo de ξ , $\hat{\rho}$ es un estimativo de ρ , y las matrices constantes (n^*n) Ω y Γ son parámetros de diseño disponibles para seleccionar las características dinámicas del error de estimación. En este tipo de observador se aprovecha la estructura del modelo para estimar parámetros poco conocidos, pero requiere la medición completa de las variables de estado.

3.3. Recomendaciones generales para seleccionar y mejorar un estimador desde la información del proceso y del modelo

En esta sección se plantean algunas recomendaciones generales que permiten seleccionar un estimador, y se definen ideas y herramientas para mejorarlo. Los resultados de esta sección se obtuvieron del análisis de algunos casos particulares, pero sus aplicaciones pueden ser extendidas a otros casos.

El mapa conceptual de la Figura 3.1 muestra un resumen de las mejoras que se le pueden hacer a un estimador de estado. A continuación se amplían estas ideas.

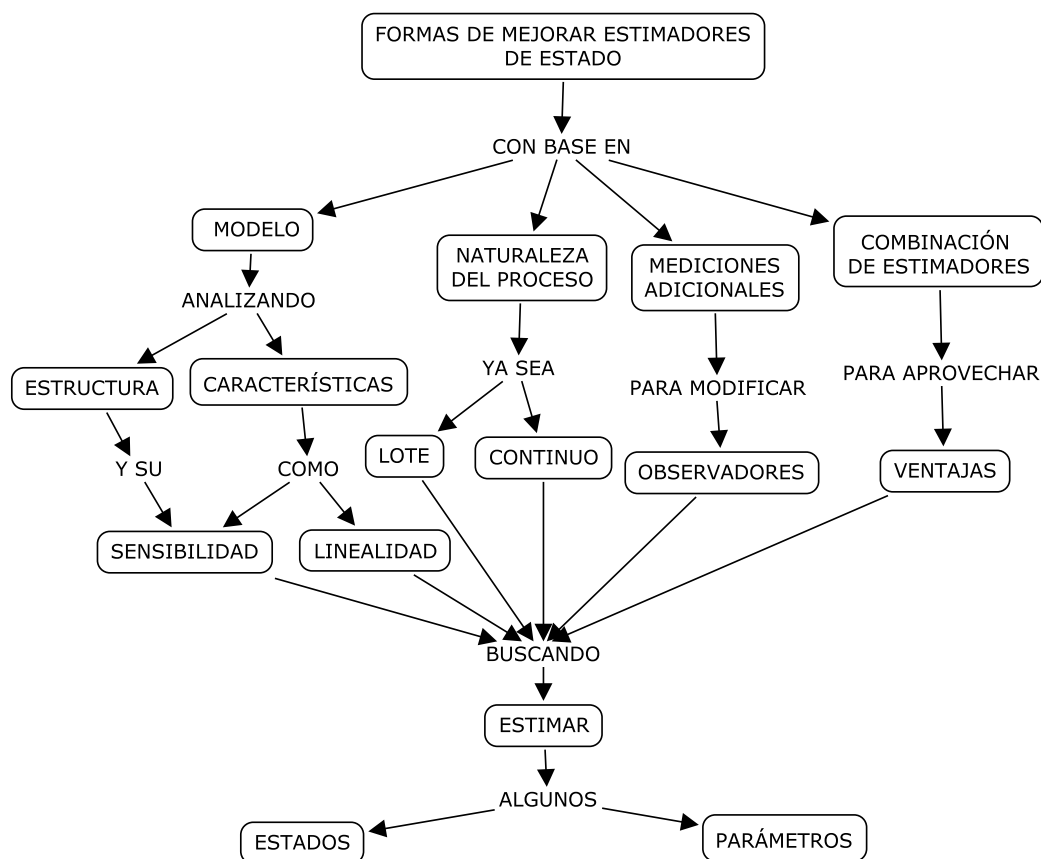


Figura 3.1: Mapa sobre mejoras de estimadores

3.3.1. Mejoras asociadas con la estructura del modelo y la naturaleza del proceso

Con base en los resultados del Capítulo 2 y los que hasta este punto se tienen, es posible decir que la selección de un estimador para una aplicación particular depende de la naturaleza del proceso y de su modelo. Por ejemplo, en el caso de bio-procesos, un observador asintótico aprovecha la estructura del modelo para lograr la estimación del estado sin considerar las cinéticas de reacción, las cuales son muy inciertas. De otro lado, si el proceso tiene parámetros cambiantes se prefiere un observador deslizante, un observador adaptable o un observador de estado y parámetros. Sin embargo, estos tres últimos introducen complicaciones adicionales en el algoritmo que se debe implementar. Otra tendencia muy utilizada es el observador de alta ganancia, el cual tiene muy buenas características de robustez ante incertidumbre paramétrica, pero requiere que el modelo del proceso se pueda llevar a una forma canónica, lo cual no siempre es fácil o posible.

Respecto al modelo del proceso, es necesario obtener una representación no lineal. Sin embargo, en las versiones extendidas del filtro de Kalman y el observador Luenberger el

3.3 Recomendaciones generales para seleccionar y mejorar un estimador desde la información del proceso y del modelo

modelo del proceso debe ser linealizado en cada periodo de muestreo para encontrar el vector de ganancias del observador. Si las no linealidades son muy fuertes (por ejemplo no linealidades duras como fricción o histéresis) es posible que los estimadores extendidos no entreguen buenos resultados.

De otro lado, el conocimiento de las relaciones causales (relaciones causa - efecto) entre las variables físicas del modelo permiten saber si existe o no la posibilidad de diseñar ciertos observadores. Concretamente, en el caso de Observadores con Entradas Desconocidas (OED), el análisis de las relaciones de causalidad del modelo permite verificar la existencia y la posibilidad de diseñar un OED con dinámica ajustable. El elemento clave es que la estructura del observador no viole las relaciones causales que se tienen naturalmente en el sistema físico (Botero et al., 2010).

3.3.2. Mejoras asociadas con las características del modelo

Otra información que puede aportar para el diseño de un estimador es:

Análisis de sensibilidad paramétrica del modelo: Un análisis de sensibilidad paramétrica puede servir como guía para determinar los parámetros críticos del modelo y definir cuáles no tienen mucho efecto en la respuesta. Dicho análisis puede efectuarse mediante simulaciones del modelo, análisis de las funciones de sensibilidad del modelo linealizado, graficación del lugar geométrico, o cualquier análisis de sensibilidad paramétrica que se tenga disponible. Con este análisis se deberá determinar cuáles parámetros tienen que estimarse en línea, junto con los estados del proceso. Si un modelo es muy sensible a ciertos parámetros y estos cambian en el proceso real, el estimador trabajará con un error permanente y sin capacidad de corregirlo.

Análisis de parámetros que no afectan directamente la respuesta de estado estacionario: En muchos modelos dinámicos existen parámetros que multiplican directamente las derivadas de las variables de estado, algunos ejemplos de ello son la inercia mecánica en motores eléctricos, la inductancia en algunos circuitos eléctricos y el volumen de la masa reactiva en muchos modelos de reactores. Estos parámetros corresponden a elementos inerciales en el sistema y por lo tanto afectan la respuesta transitoria del mismo, pero no afectan el valor de la respuesta en estado estacionario. Por lo tanto, si en un estimador es posible tolerar discrepancias en el estado transitorio, pero no en el estado estacionario, la incertidumbre en este tipo de parámetros no tendrá un efecto negativo muy significativo en el desempeño del estimador en

estado estacionario y podrá tolerarse que el parámetro cambie desde un valor nominal.

Análisis de parámetros que afectan directamente la respuesta de estado estacionario: Este caso es contrario al anterior; aquí se deben considerar cuáles parámetros del modelo afectan de manera más significativa la respuesta de estado estacionario. Para ello, es necesario obtener las ecuaciones de estado estacionario del modelo (es decir, con todas las derivadas iguales a cero) y realizar un análisis de sensibilidad al modelo de estado estacionario resultante. Con lo anterior es posible obtener los parámetros más influyentes en el estado estacionario y definir cuáles deben ser estimados.

Cálculo de la métrica de la no linealidad del modelo: Cuando se piensa en un estimador de tipo extendido, es decir que trabaja con un modelo linealizado, es posible verificar la métrica de la no linealidad mediante algunas mediciones que se basan en las matrices de covarianza de controlabilidad y observabilidad. La matriz de covarianza de controlabilidad se calcula con datos del estado, obtenidos para diferentes entradas aplicadas al sistema; mientras que la matriz de covarianza de observabilidad se calcula con un conjunto de valores de las salidas en estado estacionario, las cuales se obtienen cuando el sistema comienza en diferentes condiciones iniciales del estado (Hahn et al., 2003). La relación entre las matrices de covarianza calculadas para el sistema lineal y el no lineal da una idea de que tan fuerte es la no linealidad del sistema y de la capacidad del modelo lineal para representar el modelo no lineal. Con esta información es posible tener una idea *a priori* de la posibilidad de éxito que tendrá un estimador extendido para estimar los estados necesarios.

3.3.3. Mejoras asociadas con las mediciones adicionales

Cuando se dispone de mediciones adicionales a las salidas del proceso es posible mejorar el desempeño de un estimador de estado. Las mediciones adicionales se pueden utilizar para aumentar el número de términos de corrección en la estructura del observador así:

$$\begin{aligned}\dot{\hat{x}} &= f(\hat{x}, u) + K(\hat{x})(y - \hat{y}) + K^*(\hat{x})(y - \hat{y}^*) \\ \hat{y} &= h(\hat{x})\end{aligned}\tag{3.17}$$

donde K^* y y^* son la matriz de ganancias adicional y el vector de salidas adicional del observador. Estas mediciones adicionales permiten un mejor comportamiento ante cambios

3.3 Recomendaciones generales para seleccionar y mejorar un estimador desde la información del proceso y del modelo

paramétricos. Un ejemplo simple con el cual se probó esta estrategia fue un circuito RLC. En este ejemplo se tiene un circuito RLC serie como planta (es un caso extremadamente simple) donde se supone que el voltaje en el condensador se puede medir y la corriente en el circuito no, por lo tanto se pretende diseñar un observador de estado para estimar la corriente. Un observador tipo Luenberger puede realizar el trabajo de estimación, sin embargo cualquier variación paramétrica en el circuito genera una desviación permanente en el estado estimado. La modificación introducida al observador consistió en adicionar un término de corrección proporcional al error en la potencia del circuito (multiplicación del voltaje de entrada instantáneo por la corriente instantánea). Dicho error se calcula como la diferencia entre la potencia del circuito y la potencia que entrega el observador. El efecto de éste término permitió mejorar la estimación de la corriente aún en la presencia de cambios paramétricos. Sin embargo, se debe notar que se requiere la medición de una variable extra, la potencia. De todas formas este ejemplo permite vislumbrar que la mejora es posible, de hecho actualmente trabajamos con esta idea para estimar la corriente en un convertidor DC-DC.

3.3.4. Mejoras asociadas con la combinación de estimadores

Otras posibilidad para mejorar estimadores de estado consiste en realizar combinaciones de los mismos, tal que se aprovechen las ventajas de cada uno. En la literatura se tienen reportadas muchas combinaciones de estimadores, pero casi todas utilizan herramientas de inteligencia artificial y por lo tanto heredan todas las ventajas y desventajas que tienen este tipo de soluciones (Wilson and Zorzeto, 1997; De Assis and Maciel, 2000; Yan et al., 2004). La principal ventaja de las técnicas basadas en inteligencia artificial radica en que no es necesario conocer exactamente el modelo del proceso, ni sus relaciones constitutivas exactas. Por lo tanto, se ahorra mucho del tiempo que se invierte en obtener un modelo fenomenológico y medir sus parámetros. Las principales desventajas radican en que las técnicas basadas en inteligencia artificial sirven en la aplicación particular para la cual se diseñan y por lo tanto su extrapolación a otras aplicaciones es limitada. Sin embargo, es posible encontrar una gran cantidad de aplicaciones exitosas en procesos industriales, por ejemplo la estimación del contenido de humedad y grasa del aceite de oliva o la estimación de propiedades en combustibles (Jiménez et al., 2008; Dam and Saraf, 2006; Fortuna et al., 2005).

Un análisis de los puntos anteriores llevaron a enfocar la solución de la pregunta de investigación de ésta tesis hacia los estimadores de estado clásicos, es decir que no utilizan herramientas de inteligencia artificial. La combinación de estos estimadores hereda las propiedades que cada uno tiene y permite realizar diseños muy fáciles. Estas ideas se

ampliarán en el capítulo siguiente.

3.4. Resumen

Hasta aquí se ha hecho una revisión de los estimadores de estado más importantes que aprovechan información adicional a la que se conoce en el modelo de un proceso. Esta información permite mejorar la estimación de estado y parámetros, lo cual ha tenido mucho éxito en el área de los bioprocesos. Sin embargo, y como se aclaró en las limitaciones de cada estimador, los estimadores reportados no consideran una situación general que pueda ser aplicada en cualquier proceso. En este sentido, se aportaron algunas ideas y criterios que permiten seleccionar y mejorar estimadores de estado.

El próximo capítulo amplía la idea de obtener un modelo más completo del proceso, mediante el cual se logre diseñar un mejor estimador de estado, de manera que se tengan en cuenta los cambios paramétricos. La idea de este estimador se basa en la definición de Modelo Maestro, la cual se ampliará en la sección siguiente. La utilización del Modelo Maestro para diseñar un estimador será también analizada.

Capítulo 4

Estimadores de estado con Modelo Maestro del Proceso

En este capítulo se propone un formalismo para la estimación de estado y parámetros con base en el concepto de modelo maestro del proceso. Inicialmente se hace una definición extendida del Modelo Maestro (MM), la cual se maneja dentro de los grupos de investigación Kalman (Grupo de Investigación en Procesos Dinámicos) y Gaunal (Grupo de Automática de la Universidad Nacional), y se describen sus características principales. A continuación se explica la aplicación del MM para diseñar estimadores de estado y parámetros en el caso de un CSTR. Luego se realiza el análisis de convergencia de la estructura propuesta y se analizan las posibles extensiones a otros modelos de proceso.

4.1. El Modelo Maestro del Proceso (MM)

En el capítulo anterior se dejó la idea de que una mejoría en el desempeño de un estimador puede lograrse mediante la utilización de una estructura particular de estimador enriquecida con un buen conocimiento del modelo, con mediciones adicionales y con combinación de observadores. Con el fin de utilizar un modelo que permita lograr estas mejoras, en este documento se propone la siguiente definición de Modelo Maestro:

Un *Modelo Maestro* es un conjunto de ecuaciones (incluyendo los datos necesarios para resolver estas ecuaciones), información de estado estable, información *a priori* obtenida desde tablas y gráficos del proceso y relaciones de estado estable entre variables, el cual permite predecir el comportamiento de un proceso en cualquier punto de operación, restringido a un subespacio. Algunas de las características deseables del MM son:

- Se obtiene aplicando los primeros principios de la ingeniería, a saber: el principio de conservación de la masa, el momento, la energía y los balances poblacionales.
- Se construye obedeciendo a leyes conocidas o universalmente aceptadas, por lo tanto, se puede obtener sin incertidumbre estructural y resulta general para la operación que se realiza en el proceso, es decir, es válido en cualquier punto del espacio de estado.
- Es Maestro en el sentido que conforma un repositorio universal de información, sin embargo existen dinámicas secundarias que poco interesan en la operación del proceso, pero que medidas podrían aportar en el ajuste de un estimador.
- Permite obtener vistas del comportamiento del proceso en cualquier situación y para la intencionalidad que se requiera.
- Contiene la esencia de la dinámica del proceso, y mantiene un compromiso entre el realismo, la precisión y la generalidad que se requieren.
- Es de base fenomenológica, dinámico, en tiempo continuo, determinístico y con parámetros concentrados.
- Incorpora información del proceso contenida en fuentes como tablas, nomogramas y curvas, que muestran las relaciones entre variables, muchas de las cuales se deben cumplir estrictamente en los equilibrios del proceso. Tal información se integra matemáticamente por medio de correlaciones o submodelos de caja negra.
- Es observable en el subespacio en el cual se realiza la estimación de estado; las ecuaciones que lo conforman son continuas y diferenciables en ese mismo subespacio; adicionalmente tiene una solución única para unas condiciones iniciales dadas.

Un resumen de estas características se ilustra en la Figura 4.1.

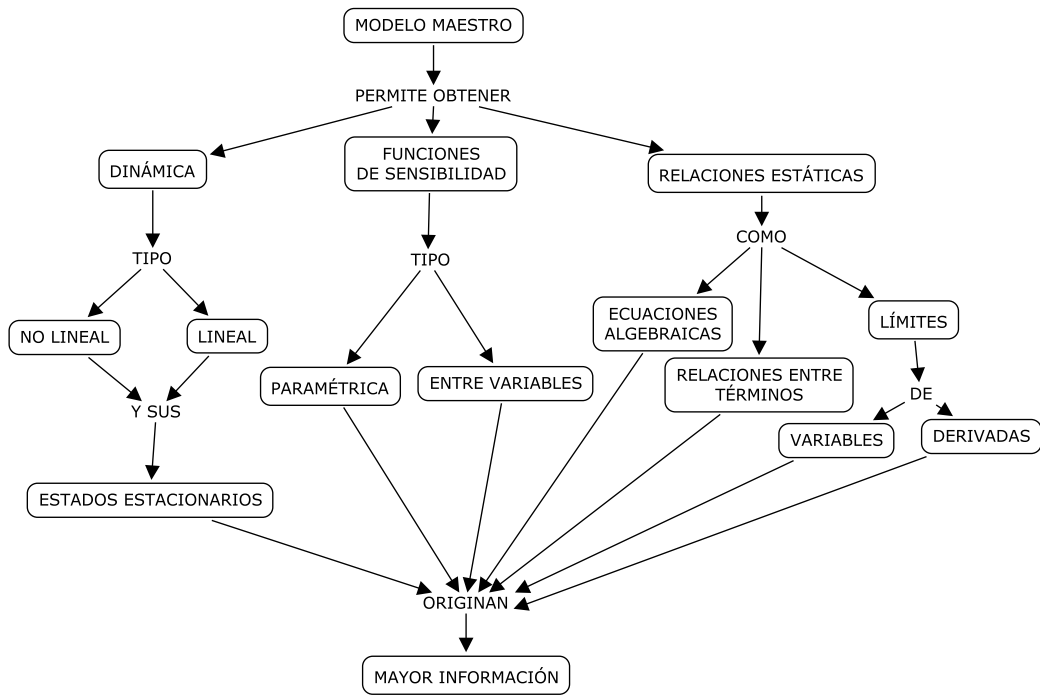


Figura 4.1: Mapa conceptual sobre características del Modelo Maestro (MM)

El MM se utiliza entonces en la selección del observador más conveniente para una aplicación determinada. Con base en ese mismo modelo y en la información del proceso se determinan los parámetros que deben ser estimados en línea. Adicionalmente, se pueden realizar las pruebas de métrica de linealidad para verificar la validez o no de un observador extendido. Con esta información se pasa a diseñar la estructura de observador que se propone en la siguiente sección.

4.2. Estructura propuesta para la estimación de estado y parámetros

La estructura de la Figura 4.2 contiene un observador clásico (OC: Luenberger, Kalman, Deslizante u otro que se haya definido), un Estimador Basado en Observador (EBO), y un Observador Asintótico (OA).

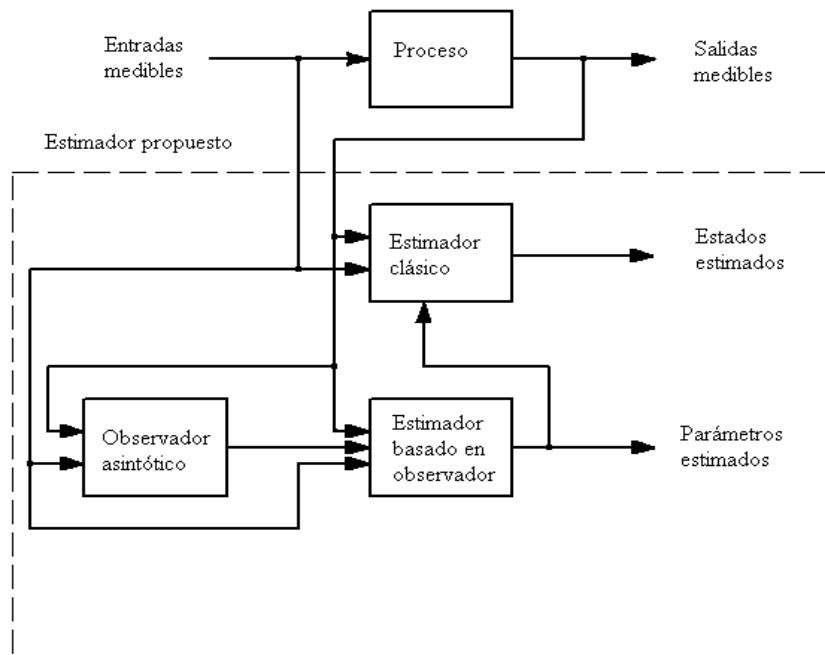


Figura 4.2: Estructura del estimador propuesto

Algunos de los estimadores clásicos ya fueron descritos en el Capítulo 2. El EBO fue originalmente desarrollado para estimar la cinética de bioprocesos, y en términos generales su diseño se encuentra plenamente descrito en la literatura. Sin embargo, el EBO requiere la medición perfecta de algunas variables de estado (Bastin and Dochain, 1990; Perrier et al., 2000; Oliveira et al., 2002). Como se ha venido explicando en este trabajo, la medición completa de los estados no es siempre posible porque algunas variables no se pueden medir con sensores. Por lo tanto, la combinación de OC y EBO origina una dificultad: un observador clásico requiere un estimador auxiliar (por ejemplo EBO) para actualizar los parámetros de su modelo, mientras que un EBO requiere un OC que estime las variables de estado necesarias para su funcionamiento. Como OC y EBO comparten información y están altamente acoplados, el diseño independiente de EBO y OC es muy difícil y asimismo es difícil calcular expresiones para obtener las ganancias de ambos estimadores. Por lo tanto, en esta tesis se propone utilizar un observador asintótico (OA) que entregue las variables de estado requeridas por EBO tal que los diseños de OC y EBO se realicen por separado. En general, el OA fue específicamente diseñado para estimar concentraciones de bioprocesos independiente de las cinéticas de reacción (Bastin and Dochain, 1990). Sin embargo, el OA tienen varias desventajas que deben ser consideradas (Dochain, 2003):

- El OA no tiene dinámica ajustable porque es un observador en lazo abierto
- La tasa de convergencia del OA depende de los volúmenes y los flujos del proceso, los

4.2 Estructura propuesta para la estimación de estado y parámetros

cuales no pueden ser manipulados de forma arbitraria porque son características del proceso

- El OA no entrega información de todas las variables de estado de un proceso, es decir es un observador de orden reducido.
- El OA no estima parámetros.

Por lo tanto, para aprovechar la versatilidad de los OC como observadores universales, la capacidad del EBO para estimar parámetros y la propiedad del OA para estimar estados, independiente de cambios en parámetros, la estructura propuesta se diseña así: el OC se diseña como se describió en el Capítulo 2; el EBO se diseña para estimar parámetros y actualizar el modelo de observador clásico, y el OA se diseña para suministrar las variables de estado que requiera el EBO y garantizar la convergencia. El funcionamiento de la estructura propuesta es el siguiente:

- El OA estima las variables de estado no medibles de tal forma que su estructura es independiente de variaciones en algunos parámetros del proceso. La convergencia del OA está garantizada, pero la velocidad de respuesta no puede ser modificada. El diseño del OA es independiente del diseño del OC y del EBO. Las variables estimadas por el OA son ingresadas al EBO.
- El EBO recibe las variables obtenidas por el OA y estima los parámetros del proceso que no se pueden medir. La convergencia del EBO está garantizada como se explicará más adelante. El diseño del EBO es independiente del diseño del OA y del OC. Los parámetros estimados por el EBO son ingresados en el OC.
- El OC estima las variables de estado no medibles del proceso, con una tasa de convergencia que puede ser ajustada de acuerdo el tipo de observador y a las especificaciones del problemas como se mostró en el Capítulo 2. La convergencia del OC está garantizada bajo las condiciones específicas de cada diseño. El OC puede ser diseñado independiente del OA y del EBO. Los parámetros del modelo utilizado por el OC son continuamente actualizados por el EBO.
- Todo lo anterior se basa en un análisis del modelo maestro del proceso.

4.3. Aplicación de la estructura propuesta en un Reactor Continuo en Tanque Agitado (CSTR)

En esta sección se aplican varias de las herramientas desarrolladas hasta este punto para el caso de un reactor de tanque agitado en continuo (CSTR).

4.3.1. Modelo maestro del CSTR

En este estudio se utiliza un reactor químico operando en modo continuo para ilustrar la eficacia de la estructura de estimación de estado y parámetros propuesta. El proceso que fue modelado es típico en la industria química y tiene una complejidad que ha sido evidenciada en varias publicaciones. Por lo tanto, el modelo utilizado es un ejemplo de modelo (benchmark) reconocido y frecuentemente utilizado para pruebas de control y estimación y representa muchos procesos industriales (Alvarez et al., 2001; Dochain, 2003; Daaou et al., 2008). En el CSTR se realiza una reacción química dentro del tanque y se transfiere energía desde la masa reactiva en el interior del tanque hacia el fluido de enfriamiento que circula por la chaqueta, la cual se encuentra por fuera de la masa reactiva. En el interior del tanque ocurre una reacción exotérmica $A \rightarrow B$. Además del comportamiento dinámico de la concentración C_A del reactivo, el CSTR tiene tres dinámicas adicionales, las cuales incluyen el volumen de la masa reactiva, el nivel L , la temperatura de la masa reactiva T , y la temperatura del fluido refrigerante de la chaqueta T_j . Sin embargo, se aplican un conjunto de suposiciones para reducir el número de dinámicas del modelo. Un diagrama del reactor se muestra en la Figura 4.3.

4.3 Aplicación de la estructura propuesta en un Reactor Continuo en Tanque Agitado (CSTR)

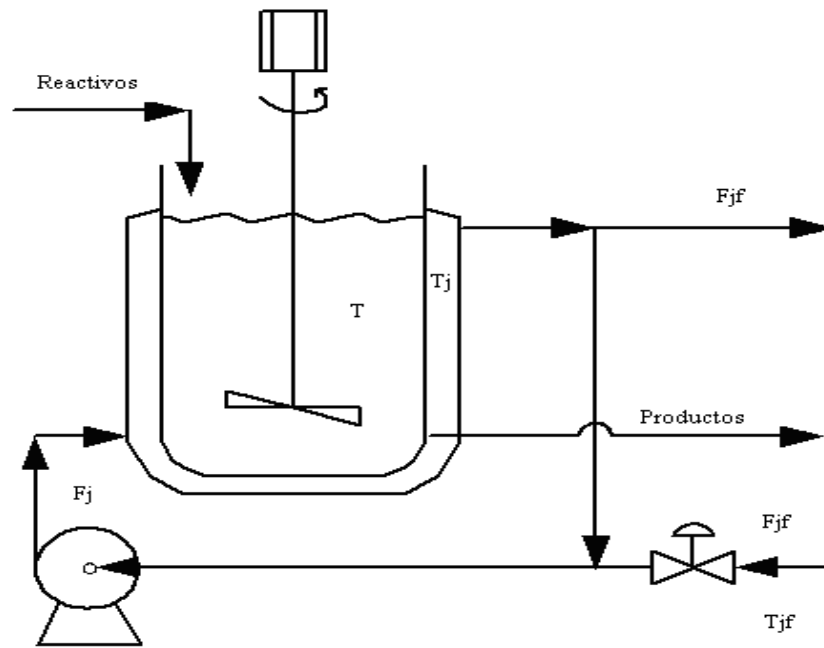


Figura 4.3: Diagrama de un CSTR típico con recirculación en la chaqueta

Ecuaciones del modelo

En este caso se supone que el nivel se encuentra controlado, es decir el volumen es constante, por lo tanto se supone que se tiene un modelo con tres variables de estado que incluyen C_A , T , y T_j . Este modelo representa situaciones comunes en muchos procesos y bioprocesos (Bequette, 1998). El modelo que se trabajará considera las siguientes suposiciones:

- La concentración de reactivos dentro del reactor es uniforme.
- Las temperaturas del reactor y la chaqueta son uniformes.
- El reactor trabaja con un volumen constante (el nivel del reactor se encuentra perfectamente controlado).
- El calor retenido por las paredes metálicas es despreciable.
- Las capacidades caloríficas de los fluidos son constantes en el intervalo de temperaturas que se manejan.
- Las densidades de los fluidos permanecen constantes.

Las ecuaciones del modelo obtenidas desde balances de materia y energía de la masa reactiva y del fluido que viaja a través de la chaqueta son:

$$\dot{C}_A = \frac{F}{V}(C_{in} - C_A) - k_0 C_A e^{-\frac{E}{RT}} \quad (4.1)$$

$$\dot{T} = \frac{F}{V}(T_{in} - T) - \frac{\Delta H}{\rho C_p} k_0 C_A e^{-\frac{E}{RT}} + \frac{UA}{\rho C_p V}(T_j - T) \quad (4.2)$$

$$\dot{T}_j = \frac{F_{jf}}{V_j}(T_{jf} - T_j) - \frac{UA}{\rho_j C_{pj} V_j}(T_j - T) \quad (4.3)$$

donde F es el flujo de entrada al reactor, V es el volumen de la masa reactiva, C_{in} es la concentración del reactivo a la entrada del reactor, C_A es la concentración del reactivo al interior del reactor, k_0 es la constante de Arrhenius de la reacción, E es la energía de activación, R es la constante universal de los gases, T es la temperatura al interior del reactor, T_{in} es la temperatura de entrada del reactivo, ΔH es el calor de la reacción, ρ es la densidad de la mezcla en el reactor, C_p es la capacidad calorífica del alimento, U es el coeficiente global de transferencia de calor, A es el área de transferencia de calor, T_j es la temperatura al interior de la chaqueta, F_{jf} es el flujo en la chaqueta, V_j es el volumen de la chaqueta, T_{jf} es la temperatura de entrada a la chaqueta, ρ_j es la densidad del fluido en la chaqueta, y C_{pj} es la capacidad calorífica del fluido en la chaqueta.

Parámetros del modelo

Los parámetros nominales del CSTR se muestran en la Tabla 4.1 tomados de (Bequette, 2002).

4.3 Aplicación de la estructura propuesta en un Reactor Continuo en Tanque Agitado (CSTR)

Parámetro	Valor	Unidad
F	0.1605	m^3min^{-1}
V	2.4069	m^3
C_{in}	2114.5	$gmolm^{-3}$
k_0	$2.8267 \cdot 10^{11}$	min^{-1}
E	75361.14	$Jgmol^{-1}$
R	8.3174	$Jgmol^{-1}K^{-1}$
T_{in}	295.22	K
ΔH	$-9.0712 \cdot 10^4$	$Jgmol^{-1}$
ρ	1000	kgm^{-3}
C_p	3571.3	Jkg^{-1}
U	$2.5552 \cdot 10^4$	$J(sm^2K)^{-1}$
A	8.1755	m^2
F_{jf}	0.3376	m^3min^{-1}
V_j	0.24069	m^3
T_{jf}	279	K
ρ_j	1000	kgm^{-3}
C_{pj}	3728.87	Jkg^{-1}

Tabla 4.1: Parámetros nominales del CSTR

Información adicional sobre el modelo

Adicionalmente, se tiene la siguiente información sobre los cambios paramétricos que ocurren en un CSTR:

- Cambios en la constante de Arrhenius k_0 debidos a la tasa de agitación en el reactor.
- Cambios en la energía de activación debidos a la tasa de agitación en el reactor, la concentración de reactivos y la difusión molecular en la mezcla que reacciona.
- Cambios en el producto UA ocasionados por variaciones en la referencia del nivel, la tasa de agitación dentro del reactor, el grado de ensuciamiento de la superficie de intercambio calórico y la tasa de flujo del fluido refrigerante por la chaqueta.
- Cambios en la temperatura de entrada, causados por perturbaciones en la temperatura del reactivo.

- Finalmente, se sabe que los cambios paramétricos de k_0 y U son lentos y pueden ser ocasionados por pérdida de capacidad y envejecimiento progresivo del catalizador (Coulson et al., 1999).

En resumen, el modelo maestro del CSTR se obtiene por el conjunto de ecuaciones (4.1) a (4.3), los parámetros nominales de la Tabla 4.1, y la información sobre los cambios paramétricos que ocurren en el CSTR, la cual ayuda a decidir cuáles parámetros se deben estimar.

4.3.2. Diseño de estimadores clásicos para el CSTR

En un CSTR real la concentración del reactivo C_A no se mide directamente debido a los altos costos del sensor. Por lo tanto, un sensor virtual capaz de realizar la estimación en línea de C_A es algo muy recomendado. Este tipo de sensor puede tener como base un observador que permita calcular C_A desde el conocimiento de variables de fácil medición en el procesos, por ejemplo la temperatura T en el reactor. Para estimar variables de estado desde variables medidas, la observabilidad del modelo debe ser verificada. En el caso inicial que se trabajará, se supone que el proceso está definido por las ecuaciones (4.1) y (4.2). El análisis de observabilidad no lineal, realizado como se explicó en el Capítulo 2, produce los resultados que se muestran en la Tabla 4.2.

Variable medida	Distribución de observabilidad	Condición para rango completo
C_A	$span \left\{ \begin{array}{cc} 1 & 0 \\ -\frac{F}{V} - k_0 e^{-\frac{E}{RT}} & -\frac{Ek_0 C_A e^{-\frac{E}{RT}}}{RT^2} \end{array} \right\}$	$T > 0$ y $T \neq \infty$
T	$span \left\{ \begin{array}{ccc} 0 & & 1 \\ -\frac{k_0 \Delta H e^{-\frac{E}{RT}}}{\rho C_p} & -\frac{F}{V} - \frac{Ek_0 \Delta H C_A e^{-\frac{E}{RT}}}{\rho C_p RT^2} & -\frac{UA}{\rho C_p V} \end{array} \right\}$	$C_A > 0$ y $T \neq \infty$

Tabla 4.2: Condiciones de observabilidad para el CSTR

Como se muestra en la Tabla 4.2, las condiciones requeridas para la distribución de observabilidad con rango completo se cumplen en un subespacio común de operación del CSTR. El CSTR está normalmente operando en este subespacio porque la temperatura es siempre una variable positiva (cuando se mide en grados Kelvin) y la concentración es siempre mayor que cero y finita. Por lo tanto se pueden diseñar observadores de estado con dinámicas

4.3 Aplicación de la estructura propuesta en un Reactor Continuo en Tanque Agitado (CSTR)

arbitrarias para ambos casos en una amplia región del espacio de estado. Con base en lo anterior, se diseñaron tres estimadores de estado para este modelo, cuando se considera la temperatura T medida y la concentración C_A no medida: un observador Luenberger extendido, un filtro de Kalman extendido y un observador deslizante. La metodología para el diseño es la misma que se explicó en el Capítulo 2. Las expresiones para las ganancias de los tres estimadores fueron:

Observador Luenberger extendido:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= \frac{1}{\hat{a}_1 \hat{a}_2} \left[\lambda_1 \lambda_2 - \left(\hat{a}_1 + \frac{F}{V} \right) \left(\frac{F}{V} + \frac{UA}{\rho C_p V} + K_2 \right) + \frac{F}{V} \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3 \right] \\
 K_2 &= -\lambda_1 - \lambda_2 - \hat{a}_1 + \hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3 - 2 \frac{F}{V} - \frac{UA}{\rho C_p V} \\
 \hat{a}_1 &= k_0 e^{-\frac{E}{RT}} \\
 \hat{a}_2 &= -\frac{\Delta H}{\rho C_p} \\
 \hat{a}_3 &= \frac{E \hat{C}_A}{R \hat{T}^2}
 \end{aligned} \tag{4.4}$$

donde \hat{C}_A y \hat{T} son las variables estimadas, y $\lambda_1 = -0.075$, $\lambda_2 = -0.075$ son los valores propios para la dinámica del error, para lograr un tiempo de establecimiento de 53 min.

Filtro de Kalman extendido

$$\begin{aligned}
 K_1 &= r_3 \\
 K_2 &= r_2 \\
 \dot{r}_1 &= -r_3^2 - 2 \left(\hat{a}_1 + \frac{F}{V} \right) r_1 - 2 \hat{a}_1 \hat{a}_3 r_3 \\
 \dot{r}_2 &= -r_2^2 - 2 \left(\hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3 - \frac{F}{V} - \frac{UA}{\rho C_p V} \right) r_2 + 2 \hat{a}_1 \hat{a}_2 r_3 \\
 \dot{r}_3 &= -r_2 r_3 + \left(\hat{a}_1 \hat{a}_2 \hat{a}_3 - \frac{F}{V} - \frac{UA}{\rho C_p V} \right) r_3 - \left(\hat{a}_1 + \frac{F}{V} \right) r_3 - \hat{a}_1 \hat{a}_3 r_2 + \hat{a}_1 \hat{a}_2 r_1
 \end{aligned} \tag{4.5}$$

Observador deslizante:

$$\begin{aligned}
 K_1 &= K_{sel} \\
 K_2 &= K_1 \left(\alpha_2 - \left(\hat{a}_1 + \frac{F}{V} \right) \right) (\hat{a}_1 \hat{a}_2)^{-1}
 \end{aligned}
 \tag{4.6}$$

con $K_{sel} = 3$ y $\alpha_2 = 0.075$ los valores de constantes para ajustar la dinámica del estimador, tal que sea similar a la del observador Luenberger.

Para verificar el comportamiento de los estimadores, se introdujeron secuencialmente todos los cambios que se muestran en la Tabla 4.3. El estado estacionario inicial fue $x(0) = [1105.2(\text{gmol.m}^{-3}), 310.7(\text{K})]^T$.

Variable	Tiempo de cambio (min)	Valor del cambio
$\hat{x}(0)$	0	$[0.9C_A(0), 0.99T(0)]^T$
F	200	50 % escalón descendente
k_0	400	20 % exponencial creciente en 5 min
E	600	Pulso del 1 % caída exponencial en 5 min
UA	800	50 % exponencial creciente en 5 min
T_{in}	1200	Pulso del 10 % caída exponencial en 0.5 min

Tabla 4.3: Cambios en las condiciones de simulación para el CSTR

Los resultados de simulación se ilustran en las Figuras 4.4 y 4.5.

4.3 Aplicación de la estructura propuesta en un Reactor Continuo en Tanque Agitado (CSTR)

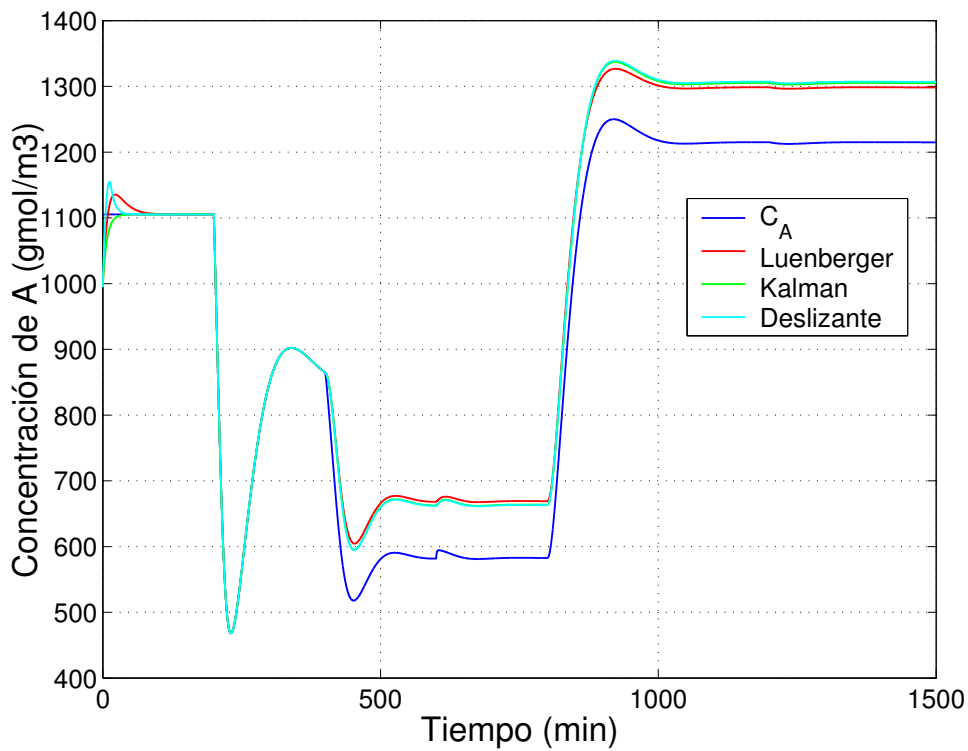


Figura 4.4: Concentraciones real y estimada con estimadores clásicos para el CSTR

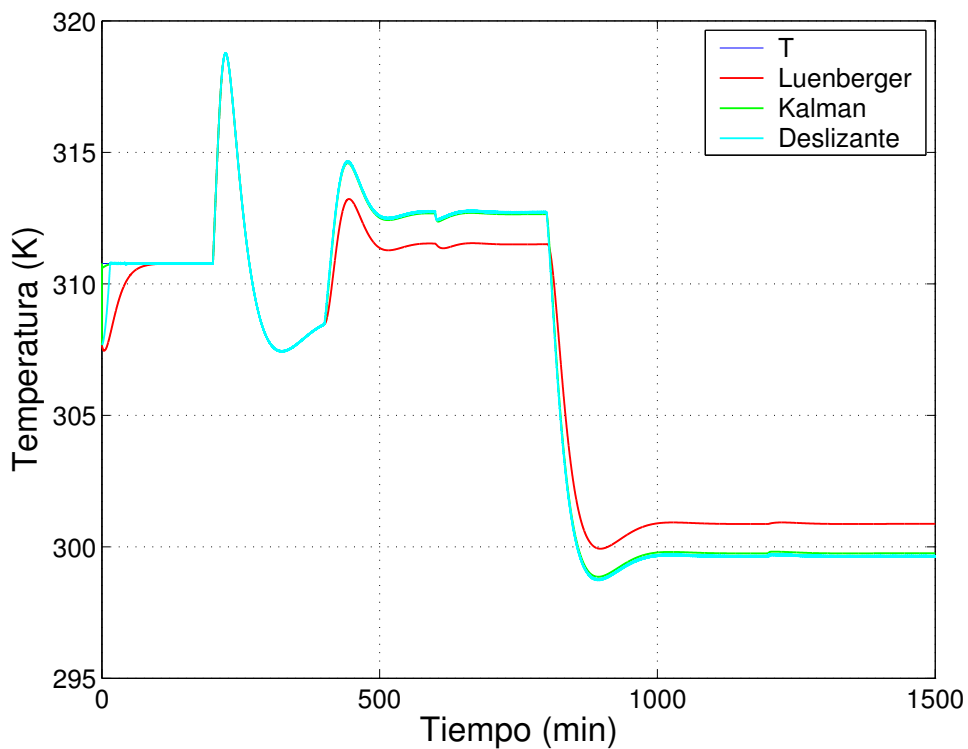


Figura 4.5: Temperaturas real y estimada con estimadores clásicos para el CSTR

Adicionalmente, se calculó un índice para cuantificar el error de estimación. En este trabajo

se utiliza la Integral del valor Absoluto del Error (IAE) con un horizonte de tiempo de 1500 min como métrica de comparación de los estimadores. Se seleccionó este índice porque no considera el tiempo de aparición de la perturbación, sino que realiza una suma acumulativa del error. En la Tabla 4.4 se muestran los resultados para las simulaciones que se implementaron.

Estructura	IAE de $(C_A - \hat{C}_A)$
Luenberger	93272
Kalman	94247
Deslizante	95507

Tabla 4.4: IAE del error de estimación con estimadores clásicos

Como puede observarse de las Figuras 4.4 y 4.5, en el intervalo de tiempo $0 < t < 400$ (min) los estimadores convergen cuando se tienen cambios en la variable de entrada medida (flujo de alimento) y en las condiciones iniciales. Sin embargo, el comportamiento de los estimadores se deteriora cuando se introducen cambios en variables no medidas, k_0 para $t > 400$ (min), porque el modelo de los estimadores contiene los valores nominales de los parámetros. La utilización de un estimador de estado que funcione de esta forma podría afectar negativamente el control del proceso, la calidad del producto final y la seguridad de la planta.

4.3.3. Diseño de la estructura propuesta para el CSTR

En la sección anterior se evidenció que el comportamiento de los estimadores se deteriora con valores inexactos de los parámetros del proceso. Para mejorar las respuestas de esos mismos tres estimadores, se aplicó la estructura propuesta en la Sección 4.2 para el CSTR. El estimador propuesto se ilustra en la Figura 4.6.

4.3 Aplicación de la estructura propuesta en un Reactor Continuo en Tanque Agitado (CSTR)

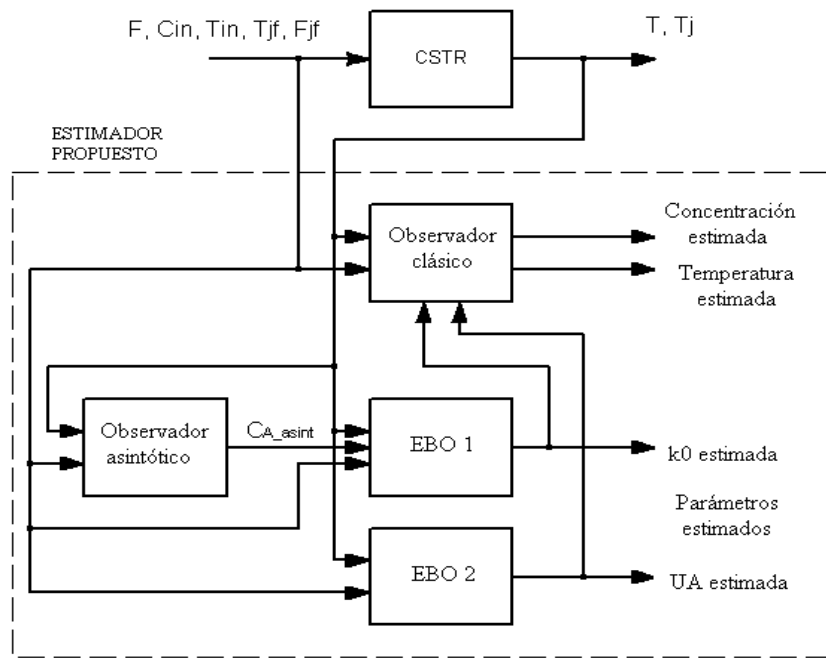


Figura 4.6: Estimador propuesto aplicado al CSTR

El diseño de cada componente de la estructura se realiza así:

Diseño del Observador Asintótico (OA)

Para eliminar la dependencia del OA de los parámetros k_0 y E en las ecuaciones (4.1) y (4.2) se puede utilizar la siguiente transformación (Dochain et al., 1992):

$$z = C_A - \frac{\rho C_p}{\Delta H} T \quad (4.7)$$

luego de aplicar esta transformación, la dinámica del sistema queda en una sola ecuación de la forma:

$$\dot{z} = \frac{F}{V} (C_{in} - z - \frac{\rho C_p}{\Delta H} T_{in}) - \frac{F}{V} z - \frac{UA}{\Delta H V} (T_j - T) \quad (4.8)$$

La ecuación (4.8) es el resultado de una transformación en invariantes de reacción. Con base en las ecuaciones (4.7) y (4.8), es posible proponer un observador asintótico para estimar la concentración C_A :

$$\dot{\hat{z}} = \frac{F}{V}(C_{in} - \hat{z} - \frac{\rho C_p}{\Delta H} T_{in}) - \frac{F}{V} \hat{z} - \frac{UA}{\Delta H V}(T_j - T) \quad (4.9)$$

Sin embargo, la ecuación (4.9) depende de UA el cual varía mucho como se explicó más arriba. Por lo tanto, para obtener un OA independiente de k_0 , E y UA , aquí se propone considerar también la dinámica de la chaqueta (4.3). El observador propuesto se obtiene realizando las siguientes transformaciones:

$$z_1 = T + \frac{\rho_j C_{pj} V_j T_j}{\rho C_p V} \quad (4.10)$$

$$z_2 = C_A - \frac{\rho C_p}{\Delta H} z_1 \quad (4.11)$$

Por lo tanto las ecuaciones (4.1),(4.2) y (4.3) pueden ser combinadas en una sola ecuación diferencial así:

$$\dot{z}_2 = \frac{F}{V}(C_{in} - z_2 - \frac{\rho C_p}{\Delta H} z_1) - \frac{\rho C_p F}{\Delta H V}(T_{in} - T) - \frac{\rho_j C_{pj} F_{jf}}{\Delta H V}(T_{jf} - T_j) \quad (4.12)$$

y con base en la ecuación (4.12) el observador asintótico para el CSTR será:

$$\dot{\hat{z}}_2 = \frac{F}{V}(C_{in} - \hat{z}_2 - \frac{\rho C_p}{\Delta H} z_1) - \frac{\rho C_p F}{\Delta H V}(T_{in} - T) - \frac{\rho_j C_{pj} F_{jf}}{\Delta H V}(T_{jf} - T_j) \quad (4.13)$$

donde $\hat{z}_2 = \hat{C}_{A_{asint}} - \frac{\rho C_p}{\Delta H} z_1$ y $\hat{C}_{A_{asint}}$ es la concentración estimada que entrega el OA.

Las suposiciones que contiene el OA de la ecuación (4.13) son:

- El valor del parámetro termodinámico ΔH es conocido, y puede ser determinado exactamente por métodos de correlación y contribución de grupos (Reid et al., 1990).
- Las temperaturas del reactor y la chaqueta son medidas en línea

4.3 Aplicación de la estructura propuesta en un Reactor Continuo en Tanque Agitado (CSTR)

- La concentración de $q - 1$ reactivos es conocida. Alternativamente, si sólo hay un reactivo, la temperatura dentro del reactor es medida.
- F, V, C_p, C_{pj} y los coeficientes estequiométricos, densidades y calores de reacción son conocidos.
- Las cinéticas de reacción son desconocidas.
- El producto entre el coeficiente global de transferencia de calor y el área de intercambio de calor UA es desconocido.

Para verificar la convergencia de este estimador se debe analizar la dinámica del error de estimación:

$$\dot{e}_{z_2} = \dot{z}_2 - \dot{\hat{z}}_2 = -\frac{F}{V}e_{z_2} \quad (4.14)$$

La dinámica (4.14) es asintóticamente estable si la señal $\frac{F}{V}$ es de excitación persistente. Para garantizar la calidad de esa señal, deben existir constantes positivas δ y β tal que $\int_t^{t+\beta} \frac{F}{V} dt \geq \delta$. Esta condición se logra si $\frac{F}{V}$ no es cero por un largo periodo de tiempo, lo cual se mantiene claramente en un reactor que trabaja en continuo. Finalmente, la concentración del reactivo estimada puede ser obtenida mediante la expresión:

$$\hat{C}_{A_{asint}} = \hat{z}_2 + \frac{\rho C_p}{\Delta H} z_1 \quad (4.15)$$

La dinámica del OA es tal que $|C_a - \hat{C}_{A_{asint}}| \rightarrow 0$ cuando $t \rightarrow \infty$. En la práctica, el error de estimación es cero cuando $t > 5\frac{V}{F}$, donde $\frac{V}{F}$ es análogo a la constante de tiempo de un sistema de primer orden.

Diseño del Estimador Basado en Observador (EBO)

El diseño de los EBO se puede realizar separadamente para cada parámetro estimado como se explicó en el Capítulo 3, o puede realizarse en forma matricial. En este caso, y con el fin de realizar un seguimiento al análisis de la convergencia, se hará para cada parámetro. Por ejemplo, para la estimación de $\hat{k}_0 = \hat{k}_{0_{EBO}}$ se obtiene el siguiente grupo de ecuaciones:

$$\dot{\hat{T}}_{EBO} = \frac{F}{V}(T_{in} - T) - \frac{\Delta H}{\rho C_p} \hat{k}_{0EBO} C_A e^{-\frac{E}{RT}} + \frac{UA}{\rho C_p V}(T_j - T) + \omega_1(T - \hat{T}_{EBO}) \quad (4.16)$$

$$\dot{\hat{k}}_{0EBO} = -\gamma_1(T - \hat{T}_{EBO}) \quad (4.17)$$

donde \hat{T}_{EBO} es la temperatura estimada por EBO, \hat{k}_{0EBO} es la constante de Arrhenius estimada, ω_1 y γ_1 son las ganancias del EBO. La estructura de este EBO requiere la medición de C_A en línea la cual no se encuentra disponible. Por lo tanto, en vez de utilizar C_A en la ecuación (4.16) se propone utilizar $\hat{C}_{A_{asint}}$, lo cual es totalmente válido si se supone que ha transcurrido un tiempo mayor a $5\frac{V}{F}$. Bajo esas condiciones $C_A \cong \hat{C}_{A_{asint}}$ y así la dinámica del error de estimación para este EBO está determinada por:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_{T_{EBO}} \\ \dot{e}_{k_{0EBO}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_1 & -\frac{\Delta H \hat{C}_{A_{asint}}}{\rho C_p} e^{-\frac{E}{RT}} \\ -\gamma_1 & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} e_{T_{EBO}} \\ e_{k_{0EBO}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{k}_0 \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

donde $e_{T_{EBO}} = T - \hat{T}_{EBO}$ y $e_{k_{0EBO}} = k_0 - \hat{k}_{0EBO}$. La ecuación (4.18) puede escribirse de forma compacta como:

$$\dot{E}_{EBO} = A_{EBO}E_{EBO} + B_{EBO} \quad (4.19)$$

El análisis de convergencia del sistema (4.19) se puede realizar con base en la teoría de estabilidad de sistemas BIBO. Según esta teoría un sistema lineal, variante en el tiempo, con una perturbación externa, es globalmente estable si el sistema no perturbado es uniformemente, asintóticamente estable y el vector de perturbación está acotado (Narendra and Annaswamy, 1989). Por lo tanto la dinámica del EBO será globalmente estable si la derivada \dot{k}_0 (la cual se considera como una perturbación externa persistente) está acotada y la matriz A_{EBO} tiene valores propios con parte real negativa. Desde el conocimiento del modelo se sabe que las variaciones k_0 y U son lentas, por lo tanto el análisis de convergencia del EBO se centra la ecuación característica de la matriz A_{EBO} definida como:

$$S^2 + \omega_1 S + \bar{\gamma}_1 = 0 \quad (4.20)$$

donde:

$$\bar{\gamma}_1 = -\gamma_1 \frac{\Delta H \hat{C}_{A_{asint}}}{\rho C_p} e^{-\frac{E}{RT}} \quad (4.21)$$

Para que el sistema (4.19) sea estable, es necesario que los valores propios de la ecuación característica (4.20) tengan parte real negativa, lo cual se puede lograr igualando ésta ecuación con un polinomio Hurwitz deseado, por ejemplo un polinomio ITAE, y despejando los valores de las ganancias ω_1 y γ_1 . El procedimiento anterior requiere un compromiso entre la velocidad de respuesta necesaria y la tolerancia al ruido; entre mayor velocidad de respuesta se requiera mayor es el efecto del ruido en el EBO.

Si se supone que han transcurrido cinco constantes de tiempo, es decir $t > 5\frac{V}{F}$, es posible analizar la convergencia del error de manera cualitativa así: la dinámica del error del observador asintótico es decreciente en el tiempo como se demostró más arriba, por lo tanto el valor de $\hat{C}_{A_{asint}}$ estará siempre acotado. Los valores de las ganancias ω_1 y γ_1 permanecen constantes. El valor de la ganancia $\bar{\gamma}_1$, calculado mediante la ecuación (4.21), depende explícitamente de $\hat{C}_{A_{asint}}$, por lo tanto es una ganancia dinámica que está también acotada. En consecuencia, la matriz A_{EBO} también estará acotada, ya que todos sus términos están acotados, y sus valores propios serán los ajustados en el diseño. Además, la dinámica del error de estimación de k_0 será convergente a cero. Este análisis se verificará mediante las simulaciones que se presentarán a continuación.

Un análisis similar se puede realizar para verificar la convergencia de la estimación del parámetro UA , obtenido mediante un segundo EBO que utiliza la temperatura de la chaqueta del reactor como variable medida. En este caso se utiliza una variable de estado directamente medida en el proceso y por lo tanto este EBO no requiere información del observador asintótico.

Convergencia de los OC:

La convergencia y la robustez de los estimadores clásicos tales como el filtro de Kalman (Fitzgerald, 1971; Ljung, 1979), el observador deslizante (Slotine et al., 1986; Wang et al., 1997; Xiong and Saif, 2000; Aguilar and Maya, 2005) y el observador Luenberger (Walcott et al., 1987; Ciccarella et al., 1993; Biagiola and Figueroa, 2004) han sido ampliamente discutidas en las referencias. En este estudio se conservan las principales suposiciones que se

tienen cuando se diseñan estos estimadores, las cuales incluyen versiones extendidas, es decir versiones linealizadas, cambios acotados en los parámetros y transformaciones a la forma canónica de observador. Por lo tanto los resultados de esas revisiones también se aplican aquí.

En general, la dinámica de los observadores deslizante y Luenberger tiene un buen comportamiento en la presencia de incertidumbre paramétrica, aunque con errores de estimación; de otro lado el filtro de Kalman extendido puede presentar problemas de convergencia debido a que su dinámica depende de las condiciones iniciales que se le asignen a la matriz $P(t)$.

Hasta aquí se ha dado una prueba de la convergencia de la estructura desde el punto de vista de la convergencia de cada elemento que la conforma y de la interacción entre los mismos. Para completar, se puede analizar la convergencia de la estructura desde el análisis de estabilidad de sistemas en cascada, la cual se encuentra descrita en la literatura. De éstas referencias se retoma aquí el siguiente teorema:

Teorema 1: (Sundarapandian, 2002, 2004)

Considere un sistema no lineal, continuo, en cascada, de la forma:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \dot{x}_p \end{bmatrix} = f(x) = \begin{bmatrix} f_1(x_1) \\ f_2(x_1, x_2) \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ f_p(x_1, x_2, \dots, x_p) \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

donde $x = (x_1, x_2, \dots, x_p)^T$ es el estado del sistema en cascada (4.22), $x_i \in \mathfrak{R}^{n_i}$ para $i = 1, 2, \dots, p$ y $n_1 + n_2 + \dots + n_p = n$. Suponga que $f(0) = 0$, y que para $i = 1, 2, \dots, p$, $x_i = 0$ es un equilibrio globalmente, asintóticamente estable del subsistema $\dot{x}_i = f_i(0, 0, \dots, x_i)$. Suponga además que todas las trayectorias de $x(t)$ del sistema (4.22) están acotadas para $t \geq 0$. Entonces $x = 0$ es un equilibrio globalmente, asintóticamente estable del sistema en cascada (4.22).

El teorema también es válido en el caso local, por lo tanto si se toma el equilibrio local como el estado alrededor del cual trabajan los estimadores, la convergencia local queda garantizada. Si se hace una analogía con la estructura propuesta, los subsistemas en cascada serán los tres estimadores (Asintótico, EBO y Clásico), y los estados serán los errores de estimación

4.3 Aplicación de la estructura propuesta en un Reactor Continuo en Tanque Agitado (CSTR)

de cada uno. Lo tres estimadores tienen convergencia asintótica local garantizada como se demostró arriba, y trabajan alrededor de un equilibrio común. Por lo tanto las implicaciones del Teorema 1 se pueden aplicar también a la estructura de estimación propuesta.

Finalmente, las ecuaciones de la estructura propuesta aplicada al CSTR se muestran a continuación:

Estimadores clásicos:

$$\dot{\hat{C}}_A = \frac{F}{V}(C_{in} - \hat{C}_A) - \hat{k}_{0EBO} \hat{C}_A e^{-\frac{E}{RT}} + K_1(T - \hat{T}) \quad (4.23)$$

$$\dot{\hat{T}} = \frac{F}{V}(T_{in} - \hat{T}) - \frac{\Delta H}{\rho C_p} \hat{k}_{0EBO} \hat{C}_A e^{-\frac{E}{RT}} + \frac{\hat{U}A_{EBO}}{\rho C_p V}(T_j - \hat{T}) + K_2(T - \hat{T}) \quad (4.24)$$

EBO para k_0 :

$$\dot{\hat{T}}_{EBO1} = \frac{F}{V}(T_{in} - T) - \frac{\Delta H}{\rho C_p} \hat{k}_{0EBO} \hat{C}_{A_{asint}} e^{-\frac{E}{RT}} + \frac{\hat{U}A_{EBO}}{\rho C_p V}(T_j - T) + \omega_{11}(T - \hat{T}_{EBO1}) \quad (4.25)$$

$$\dot{\hat{k}}_{0EBO} = -\gamma_{11}(T - \hat{T}_{EBO1}) \quad (4.26)$$

EBO para UA :

$$\dot{\hat{T}}_{EBO2} = \frac{F_{jf}}{V_j}(T_{jf} - \hat{T}_{EBO2}) - \frac{\hat{U}A}{\rho_j C_{pj} V_j}(T_j - T) + \omega_{12}(T_j - \hat{T}_{EBO2}) \quad (4.27)$$

$$\dot{\hat{U}A}_{EBO} = \gamma_{12}(T_j - \hat{T}_{EBO2}) \quad (4.28)$$

Observador asintótico:

$$z_1 = T + \frac{\rho_j C_{pj} V_j T_j}{\rho C_p V} \quad (4.29)$$

$$\hat{z}_2 = \hat{C}_{A_{asint}} - \frac{\rho C_p}{\Delta H} z_1 \quad (4.30)$$

$$\dot{\hat{z}}_2 = \frac{F}{V}(C_{in} - \hat{z}_2 - \frac{\rho C_p}{\Delta H} z_1) - \frac{\rho C_p F}{\Delta H V}(T_{in} - T) - \frac{\rho_j C_{pj} F_{jf}}{\Delta H V}(T_{jf} - T_j) \quad (4.31)$$

donde \hat{C}_A y \hat{T} son las variables estimadas por los observadores clásicos; K_1 , K_2 , ω_{1i} , γ_{1i} con $(i = 1, 2)$ son las ganancias de los observadores clásicos y EBO respectivamente, las cuales pueden ser ajustadas independientemente (en este caso $\omega_{1i} = 14$ y $\gamma_{1i} = 100$ para $(i = 1, 2)$, con el fin de lograr un tiempo de establecimiento de 0.57 min y una relación de amortiguamiento de 0.7); \hat{T}_{EBOi} con $(i = 1, 2)$ son las temperaturas estimadas por los EBO; \hat{k}_{0EBO} y $\hat{U}A_{EBO}$ son los parámetros estimados por los EBO, y $\hat{C}_{A_{asint}}$ es la concentración estimada por el OA.

4.3.4. Resultados de simulación para el CSTR

Las Figuras 4.7 a 4.10 muestran la evolución de la concentración, la temperatura, los parámetros \hat{k}_{0EBO} , $\hat{U}A_{EBO}$ y sus valores estimados cuando se utiliza la estructura propuesta en la Figura 4.6 para el modelo del CSTR (4.1), (4.2) y (4.3). Los observadores clásicos diseñados corresponden a los tres observadores que se explicaron en el Capítulo 2. Los parámetros del CSTR son los mismos que se mostraron en la Tabla 4.1, y los cambios introducidos son los que se describieron en la Tabla 4.3, es decir, las condiciones de simulación son iguales a las que se mostraron para los estimadores clásicos, pero aquí se utiliza la estructura de estimación de estado y parámetros propuesta. El estado estacionario inicial fue $x(0) = [1105.2(gmol.m^{-3}), 310.7(K)]^T$, es decir el mismo que se utilizó con los estimadores clásicos.

4.3 Aplicación de la estructura propuesta en un Reactor Continuo en Tanque Agitado (CSTR)

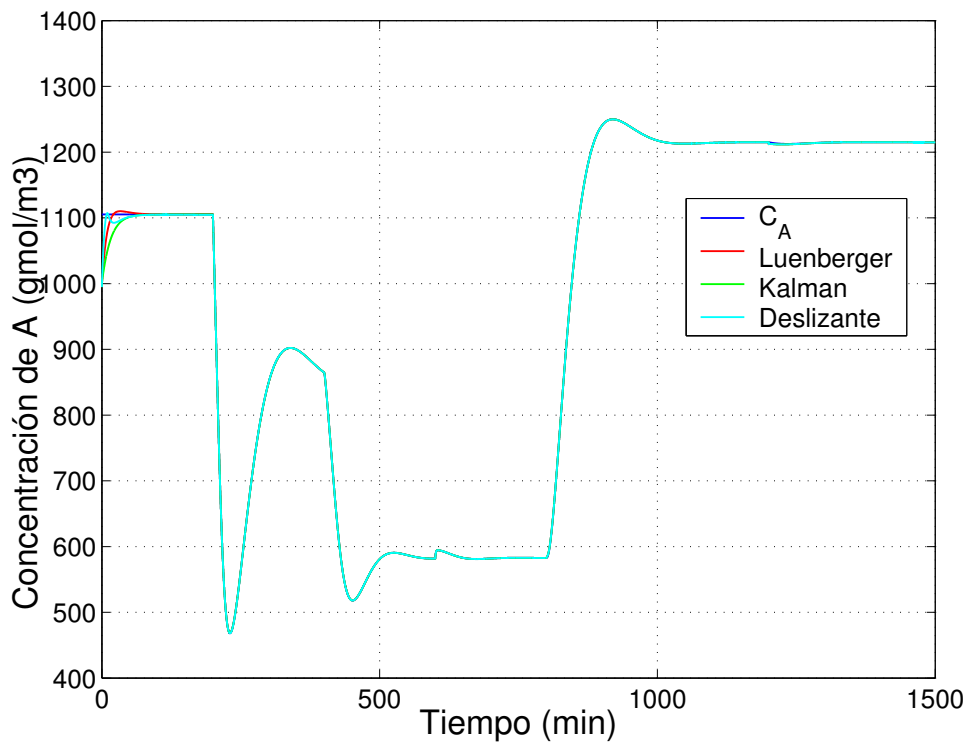


Figura 4.7: Concentraciones real y estimada con el estimador propuesto aplicado al CSTR

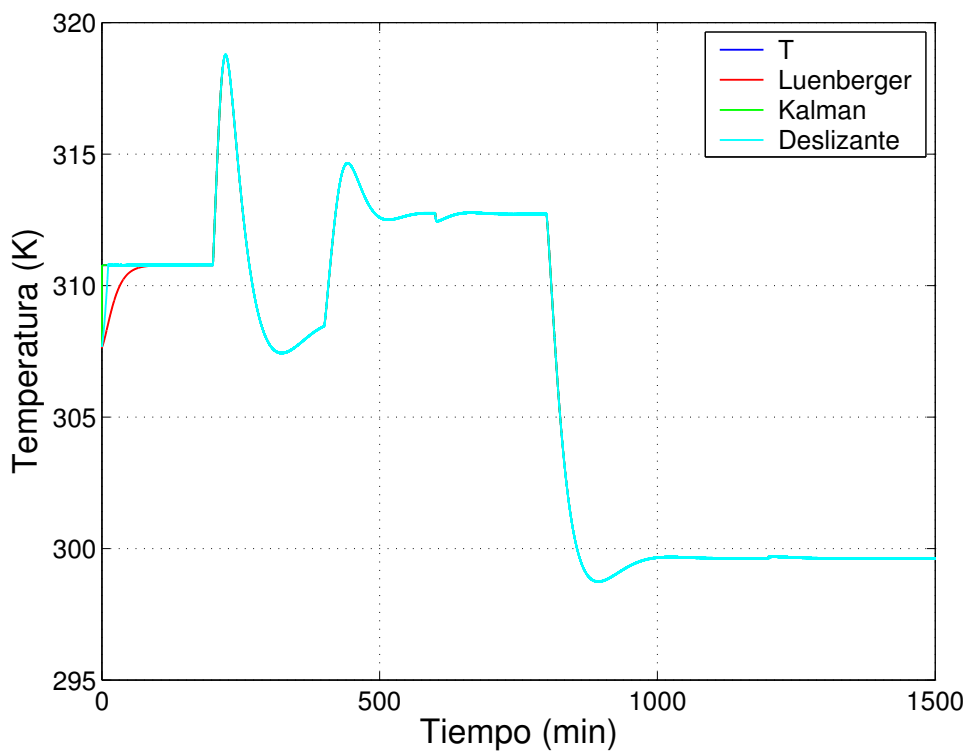


Figura 4.8: Temperaturas real y estimada con el estimador propuesto aplicado al CSTR

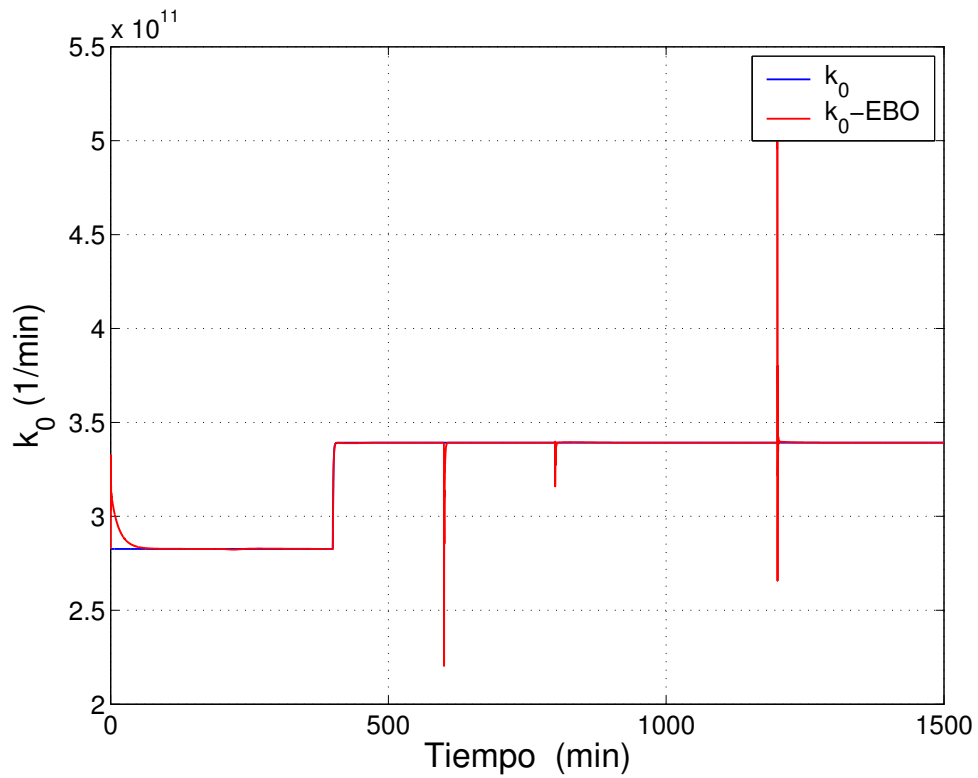


Figura 4.9: k_0 real y estimada con el estimador propuesto

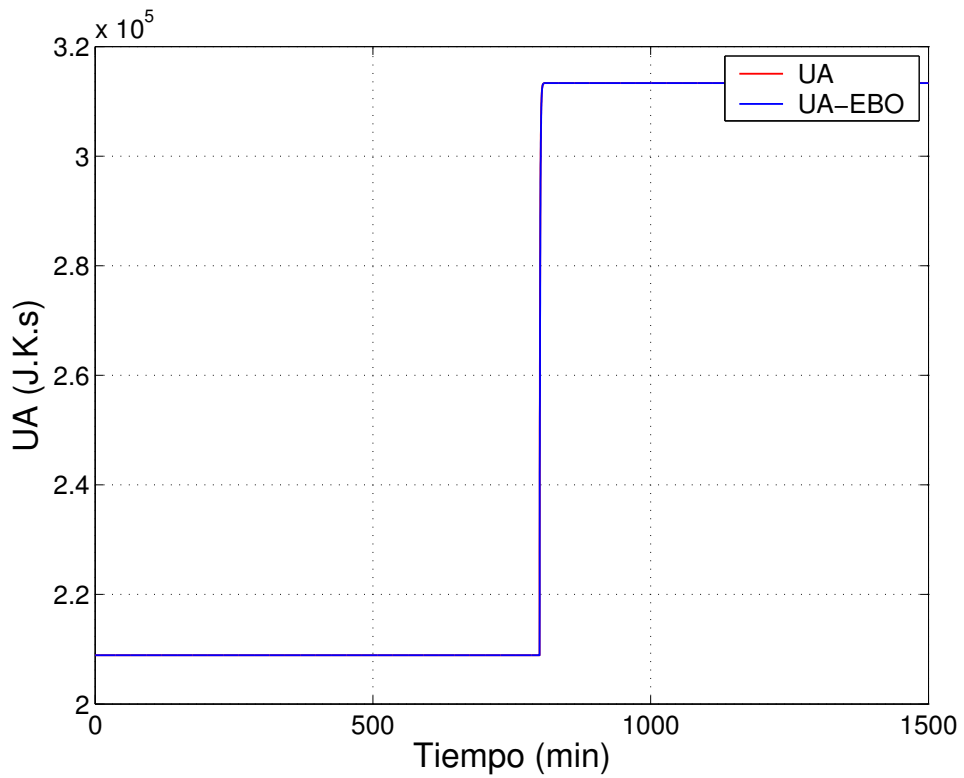


Figura 4.10: UA real y estimada con el estimador propuesto

4.3 Aplicación de la estructura propuesta en un Reactor Continuo en Tanque Agitado (CSTR)

Los resultados son completamente satisfactorios ya que la respuestas de los tres estimadores ante los cambios introducidos son convergentes, tanto para los estados como para los parámetros estimados. Debido a la precisión que se aprecia en los resultados es necesario introducir una medición cuantitativa que permita valorar la calidad de cada estimador. En este trabajo se utilizó el IAE con un horizonte de tiempo de 1500 min para considerar los errores positivos y negativos en la concentración estimada sin importar el tiempo de aparición de los mismos. En la Tabla 4.5 se muestran los resultados para las simulaciones que se implementaron.

Estructura	IAE de $(C_A - \hat{C}_A)$
Luenberger-EBO-OA	1052
Kalman-EBO-OA	1785
Deslizante-EBO-OA	959

Tabla 4.5: IAE del error de estimación con la estructura propuesta

De la Tabla 4.5 se puede concluir que el observador deslizante tiene el mejor desempeño, lo cual se puede verificar en la Figura 4.7 donde se aprecia que el transitorio debido a la condición inicial es menor para este observador. El efecto de las demás perturbaciones es similar en los tres estimadores. No se hacen comparaciones con la temperatura estimada ya que esta variable se puede medir directamente, sólo se muestran los resultados de las simulaciones.

Respecto al comportamiento de la estimación de los parámetros, puede observarse en la Figura 4.9 que se logra la estimación de k_0 aunque se presentan algunos picos en los tiempos en que se inyectan las perturbaciones. Las magnitudes de los picos se pueden reducir, pero esto implica desmejorar el desempeño del estimador respecto al tiempo de establecimiento. Por lo tanto, en este trabajo se decidió conservar el diseño original ya que con esa estimación de k_0 se observó una muy buena respuesta para actualizar los observadores clásicos sin afectar mucho la concentración estimada. Respecto a la estimación del parámetro UA , puede observarse en la Figura 4.10 que se logra un buen resultado y que las perturbaciones introducidas no afectan la estimación del mismo. Esto último se debe a que la ecuación para estimar UA no depende de la concentración C_A .

Adicionalmente, y con el fin de verificar el comportamiento de la estructura propuesta ante perturbaciones simultáneas, se realizó una simulación en la cual se introducen todas

las perturbaciones de la Tabla 4.3 en $t = 20$ minutos, es decir cuando los estimadores se encuentran en un transitorio debido al cambio en la condición inicial. El estado estacionario inicial fue el mismo de la prueba anterior. Los resultados de simulación se ilustran en las Figuras 4.11 a 4.14 y se cuantifican en la Tabla 4.6.

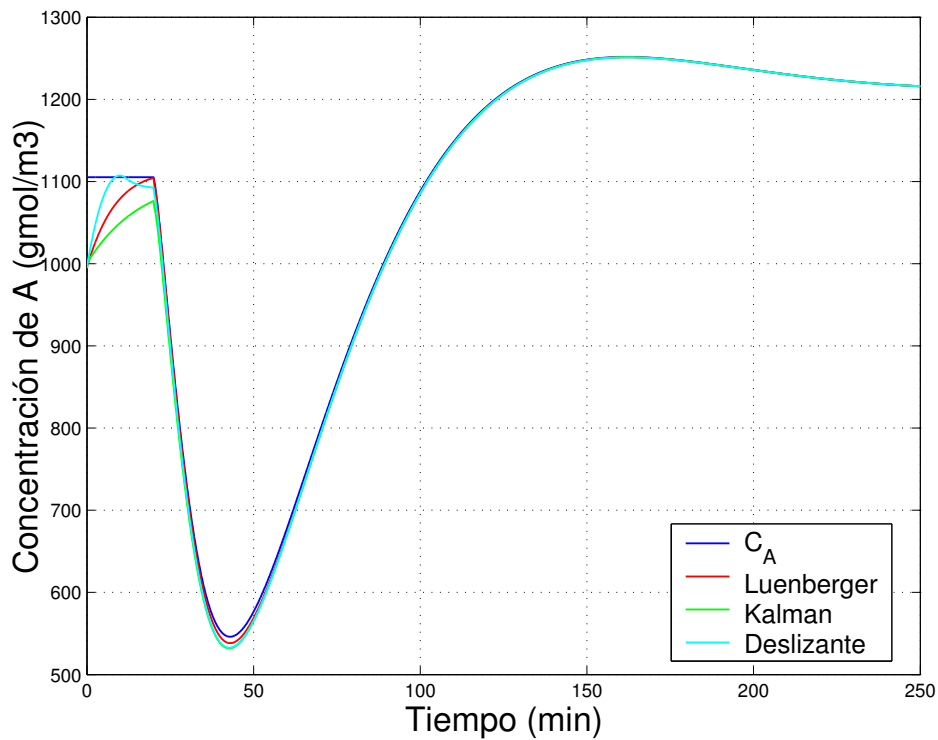


Figura 4.11: Concentraciones real y estimada con el estimador propuesto ante perturbaciones simultáneas

4.3 Aplicación de la estructura propuesta en un Reactor Continuo en Tanque Agitado (CSTR)

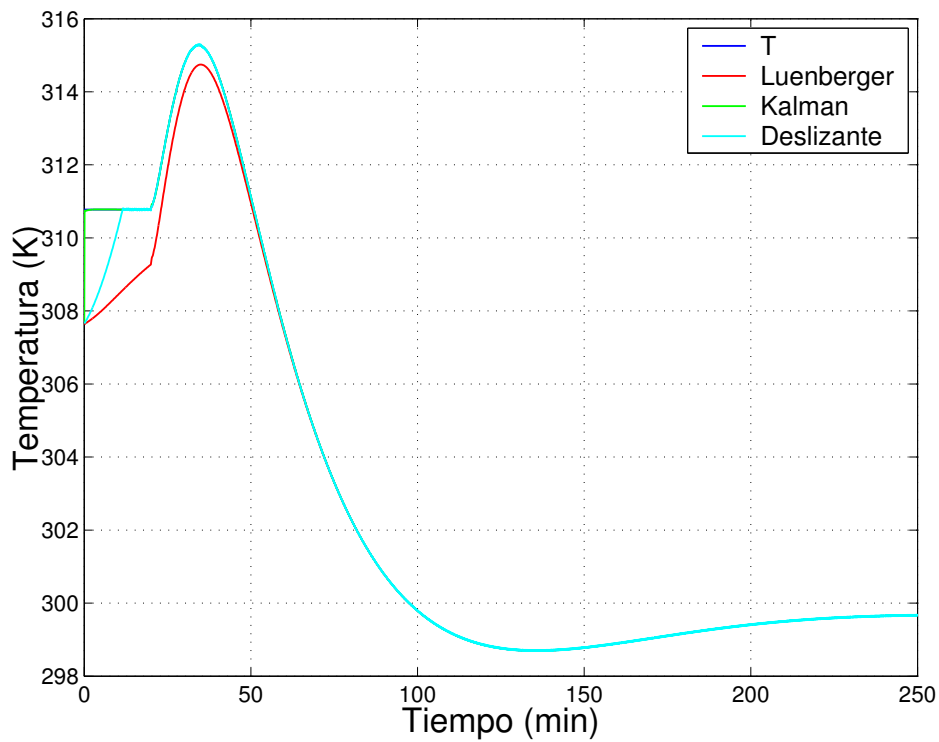


Figura 4.12: Temperaturas real y estimada con el estimador propuesto ante perturbaciones simultáneas

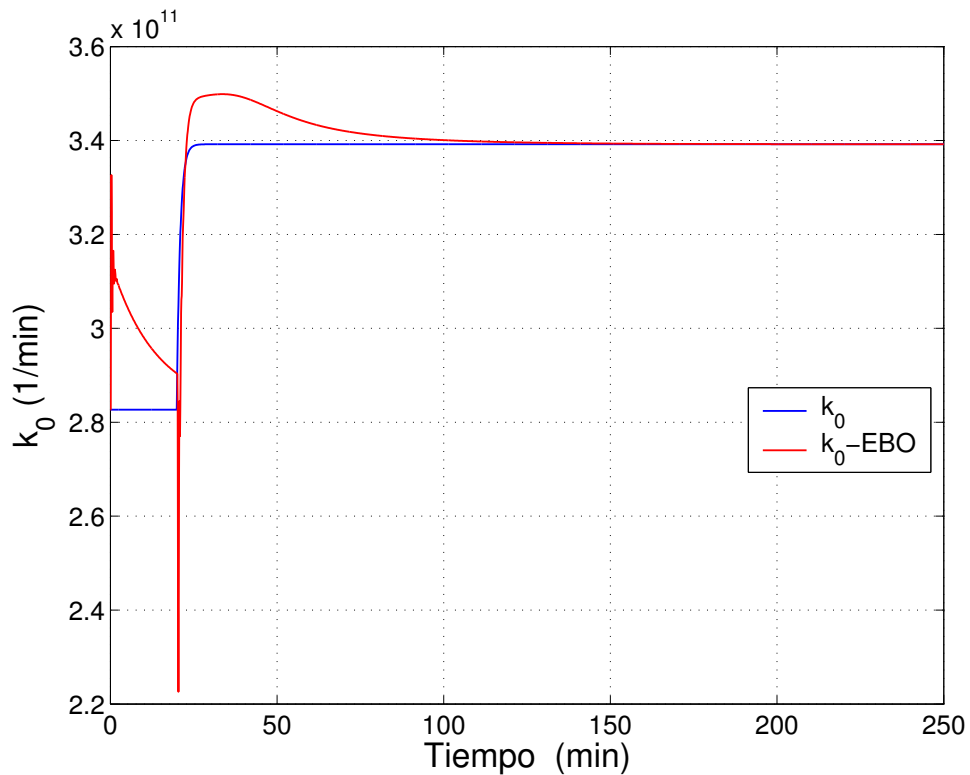
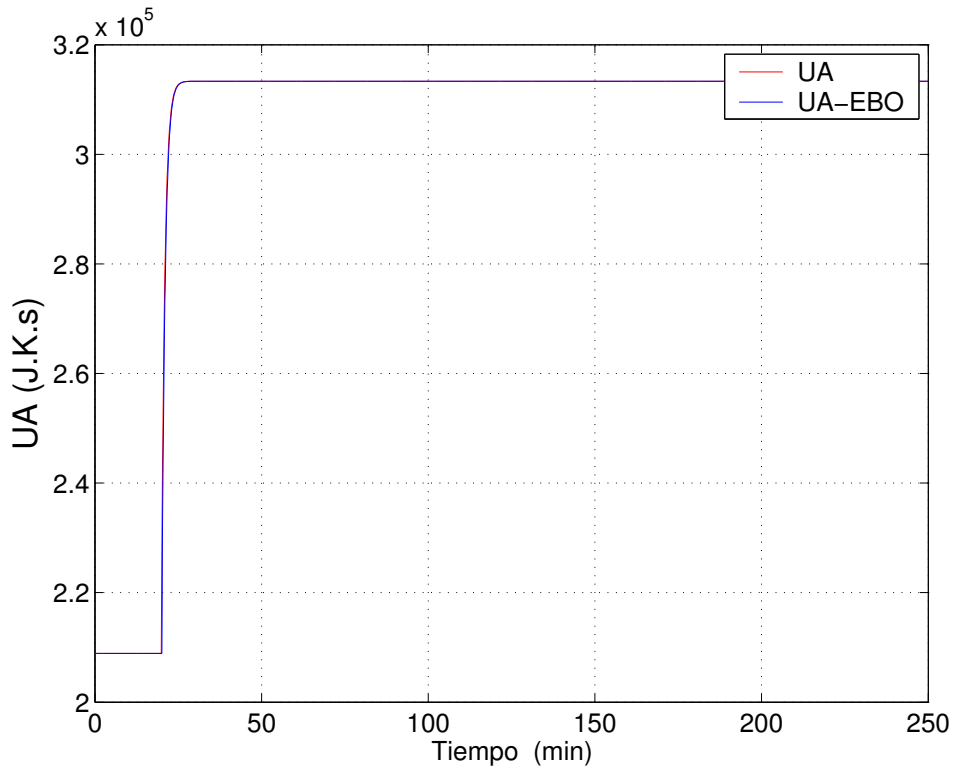


Figura 4.13: k_0 real y estimada con el estimador propuesto ante perturbaciones simultáneas


 Figura 4.14: UA real y estimada con el estimador propuesto ante perturbaciones simultáneas

Estructura	IAE de $(C_A - \hat{C}_A)$
Luenberger-EBO-OA	1219
Kalman-EBO-OA	2109
Deslizante-EBO-OA	1227

Tabla 4.6: IAE del error de estimación con la estructura propuesta y perturbaciones simultáneas

En este caso, consecuente con lo que se había dicho previamente, se introdujeron cambios paramétricos cuando no habían transcurrido cinco constantes de tiempo ($t < 5\frac{V}{F}$) y aun así el comportamiento de los estimadores es convergente, tanto para estimar los estados como los parámetros. La curva de respuesta de $\hat{k}_{0_{EBO}}$ tiene un transitorio mayor que la de $\hat{U}A_{EBO}$ debido a que su estimación depende de la concentración estimada $\hat{C}_{A_{asint}}$, mientras que en la estimación de $\hat{U}A_{EBO}$ sólo se utilizan T y T_j como variables medidas. De todas formas los resultados confirman el buen desempeño y la robustez de la estructura de estimación propuesta, aun en la presencia de perturbaciones simultáneas.

Finalmente, si se comparan los resultados de la Tabla 4.4 con los de la Tabla 4.5, para cada estimador, puede verificarse el mejor desempeño que se logra con la estructura propuesta. El

4.3 Aplicación de la estructura propuesta en un Reactor Continuo en Tanque Agitado (CSTR)

costo de mejorar las respuestas es considerar una dinámica más en las ecuaciones del modelo y medir dos variables adicionales, que en este caso fueron la temperatura en la chaqueta T_j y el flujo de entrada a la chaqueta F_{jf} . Sin embargo, estas dos variables se tienen normalmente disponibles para su medición en línea y por lo tanto esta condición no constituye un problema desde el punto de vista práctico. Además, para evitar estas mediciones podría pensarse en que sólo el observador asintótico puede estimar la concentración y responder bien a las perturbaciones y a las variaciones paramétricas. Para probar este caso en la Figura 4.15 y en la Tabla 4.7 se muestran las comparaciones de la concentración estimada por el observador asintótico sólo y por la estructura propuesta con el observador Luenberger diseñado para tener dos valores propios en -1. Las entradas perturbadoras y el punto de operación son los mismos de la Tabla 4.3.

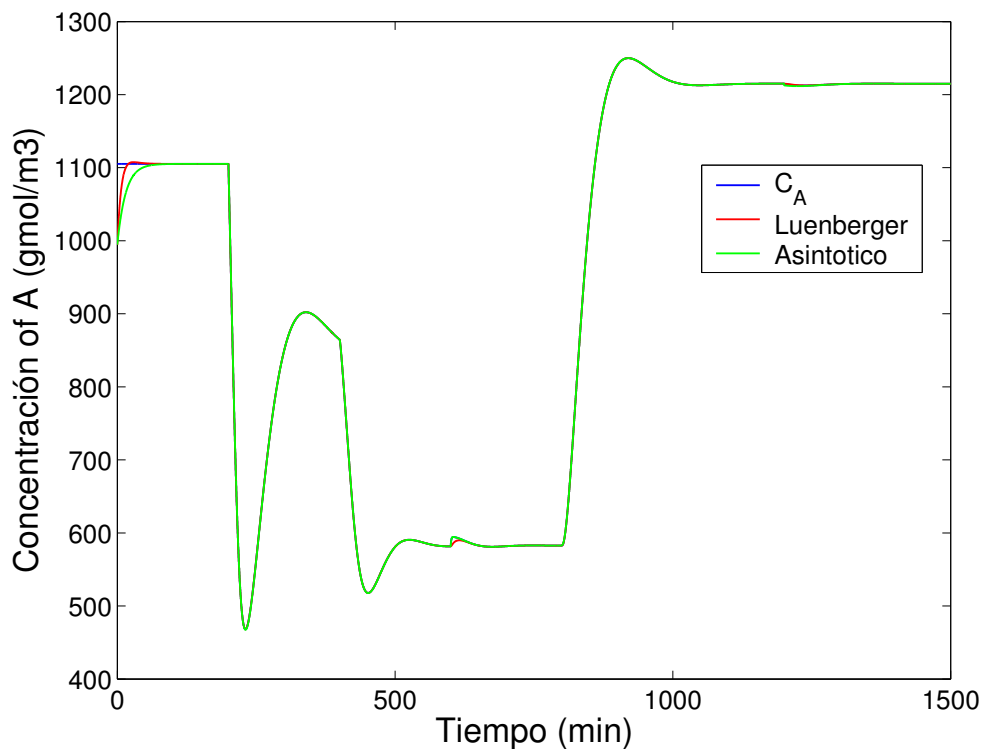


Figura 4.15: Concentraciones real y estimada con observador asintótico y estructura con observador Luenberger

Estructura	IAE de $(C_A - \hat{C}_A)$
Asintótico	1846
Luenberger-EBO-OA	817

Tabla 4.7: IAE del error de estimación con observador asintótico y estructura con observador Luenberger

De estos últimos resultados puede observarse que el desempeño de la estructura con el observador Luenberger es superior porque se puede modificar el tiempo del transitorio inicial, mientras que el observador asintótico trabaja en lazo abierto y por lo tanto no se pueden poner condiciones a este transitorio. Además, la estructura propuesta permite estimar parámetros y el estado completo, mientras el observador asintótico sólo permite la estimación de una variable de estado. Por lo tanto, la estructura propuesta tiene mayor flexibilidad ya que permite la estimación simultánea de estado y parámetros y hereda las propiedades del observador clásico que se quiera adicionar.

4.4. Extensión de los resultados

Aunque el modelo del CSTR utilizado en este capítulo tiene una estructura que cubre muchas aplicaciones, se quiso probar la estructura de estimación propuesta en otros casos. La Tabla 4.8 resume algunos de los modelos que se probaron y las particularidades de cada estimador.

Caso/Referencia	Modelo	Forma de la estimación
Motor DC/(Leonhard, 1985)	Modelo del motor DC de excitación independiente con tres variables de estado: corrientes de armadura y campo, y velocidad.	Un observador con entradas desconocidas permite estimar la velocidad, con medición de la corriente de armadura y sin importar variaciones en el voltaje de alimentación. (Botero et al., 2010). Un EBO permite estimar la constante de tiempo del campo mediante la medición de la corriente de campo. Así el estimador queda inmune a variaciones en el voltaje de alimentación, la resistencia y la inductancia del campo.
CSTR dos reacciones/(Daaou et al., 2008)	Modelo de CSTR con reacciones en serie $A \xrightarrow{k_1} B \xrightarrow{k_2} C$. El modelo tiene cinco variables de estado: C_A , C_B , C_C , T y T_j , es decir tres concentraciones y las temperatura del reactor y la chaqueta.	Mediante tres transformaciones similares a (4.7) se puede estimar C_A independiente de las cinéticas de reacción y del coeficiente global de transferencia de calor. Este coeficiente se puede estimar con un EBO que utiliza la medición de T_j . Para lograr todo esto es necesario medir T , T_j y C_C .
Sistema mecánico/(Ljung and Glad, 1994)	Modelo de dos masas acopladas mediante resorte y parachoques. El modelo tiene cuatro variables de estado: las dos posiciones y las dos velocidades de las masas.	Mediante una transformación como (4.7) es posible estimar la velocidad de la primera masa independiente de los parámetros del acople midiendo la velocidad de la segunda masa y la posición de la primera.

Tabla 4.8: Prueba de la estructura propuesta en otros modelos

Por lo tanto, la aplicación de la estructura tiene una amplia variedad de sistemas en los cuales se puede seguir explorando.

4.5. Resumen

Se ha propuesto una estructura de estimación de estado y parámetros para reactores químicos, la cual fue probada con un modelo CSTR no lineal. La estructura propuesta permite mejorar el comportamiento estacionario y dinámico de observadores clásicos como Luenberger, Kalman y Deslizante y se basa en la combinación de éstos observadores con Estimadores Basados en Observador y Observadores Asintóticos. El diseño de los componentes de la estructura de estimación es sencillo y puede realizarse de manera independiente para estimar el estado y algunos parámetros, tal que las dinámicas de los errores de estimación pueden ser fácilmente ajustadas. La estructura propuesta tiene convergencia garantizada la cual es el resultado de la convergencia de los observadores individuales y especialmente de la convergencia inherente del observador asintótico. Los resultados mostrados en este documento pueden ser fácilmente extendidos a otros procesos. En el próximo capítulo se aplicará buena parte de estos resultados para estimar el número de fluidización en un modelo de gasificador de carbón en lecho fluidizado presurizado.

Capítulo 5

Estimador de estado con MM de Proceso para un Gasificador de Carbón en Lecho Fluidizado

En este capítulo se aplican varios de los conceptos abordados y propuestos en este trabajo para la estimación del número de fluidización en un modelo de gasificador de carbón en lecho fluidizado presurizado. Inicialmente se explica la operación del gasificador y se muestra la forma para obtener un modelo del mismo. A continuación, se diseña un observador de estado y un estimador de parámetros para las variables de difícil medición y se muestra la relación que tienen dichas variables con el número de fluidización como variable de interés. Además, se realizan los análisis de convergencia del estimador propuesto. Al final se muestran y analizan los resultados de simulaciones realizadas tanto en lazo abierto como en lazo cerrado.

5.1. El concepto de fluidización y sus aplicaciones

La fluidización es la operación mediante la cual se llevan partículas sólidas a un estado de movimiento, como el de un fluido, por medio de un gas o un líquido. Esta operación se realiza en un recipiente cilíndrico, que contiene partículas finas en reposo por medio de un plato perforado, ubicado en el fondo del cilindro a manera de retenedor. Por el plato perforado se hace pasar un fluido desde la parte inferior del cilindro hacia la parte superior del mismo, tal que éste fluido atraviese el lecho de partículas finas. Cuando el flujo del fluido es bajo, éste pasa a través de los huecos entre las partículas estacionarias y se tiene un *lecho fijo*. Si el flujo del fluido aumenta, las partículas comienzan a moverse, vibran en regiones restringidas, y se produce un *lecho expandido*. Si el flujo del fluido y su velocidad siguen

aumentando, se alcanza un punto en el cual todas las partículas quedan suspendidas por la acción del líquido o gas que asciende. En este punto se produce un equilibrio entre la fuerza de fricción que hay entre las partículas y el fluido y la fuerza que ejerce el peso de cada partícula. Por lo tanto, en este estado, se dice que hay *fluidización incipiente* o que se tiene *mínima fluidización*. Si, desde el estado anterior, se produce un incremento en el flujo del fluido o gas se produce una *expansión del lecho* y se origina un *lecho fluidizado particulado* (Kunii and Levenspiel, 1991). Si el flujo del fluido aumenta excesivamente se produce un *arrastré neumático* o *transporte neumático* de las partículas fuera del cilindro, provocando una situación indeseable, perdiéndose la fluidización.

La fluidización se utiliza en la industria porque tiene las siguientes ventajas:

- Permite manipular de manera fácil y suave operaciones continuas controladas.
- La mezcla rápida entre sólidos proporciona condiciones isotérmicas en el reactor.
- La circulación de sólidos entre dos lechos fluidizados hace posible quitar (o adicionar) grandes cantidades de calor producido (o necesario) en grandes reactores.
- Está disponible para operaciones a gran escala.
- Las tasas de transferencia de masa y calor entre el gas y las partículas es más alta que en otras formas de contacto.
- La tasa de calor transferido entre un lecho fluidizado y un objeto inmerso es muy alta, por lo tanto los intercambiadores de calor dentro de lechos fluidizados requieren muy pequeñas superficies de intercambio.

En este contexto, un grupo de investigación conformado por investigadores de la Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín, la Universidad de Antioquia, la Universidad Pontificia Bolivariana y la empresa ISAGEN, ha venido trabajando en el proyecto *Gasificación de carbón en lecho fluidizado presurizado*, cuyo objetivo central es caracterizar, modelar, diseñar, construir y operar un gasificador presurizado de carbón a escala piloto. En este marco de investigación surgió la necesidad de obtener un modelo del gasificador y plantear estimadores de estado para las variables de difícil medición en el mismo. El aporte que se desarrolla en este capítulo hace parte de la propuesta de estimación del número de fluidización para el gasificador. A continuación se amplían estas ideas.

5.2. Modelo Maestro (MM) del Gasificador de Carbón en Lecho Fluidizado (GCLF)

El modelo para el GCLF ha sido obtenido en un trabajo previo (Calderón, 2009). En el trabajo citado se aplicó de manera sistemática y ordenada una metodología para obtener el modelo; los detalles de la metodología y los pasos intermedios para llegar al mismo pueden ser consultados (Alvarez et al., 2009). En este trabajo se retomó y aprovechó dicho modelo, y se realizaron algunas modificaciones y mejoras para lograr estimar el *número de fluidización* con base en las herramientas propuestas en el Capítulo 4.

5.2.1. Descripción del gasificador

Un gasificador de carbón en lecho fluidizado (GCLF) es una instalación en la que pueden iniciarse, mantenerse y controlarse reacciones de gasificación en lecho fluidizado de carbón particulado por medio de la acción de una mezcla gas - vapor. El gasificador de carbón se diseña para trabajar con reacciones químicas heterogéneas (sólido - gas), en las cuales se requiere un estrecho contacto entre fases, con el fin de bajar la resistencia a la transferencia de masa y lograr una velocidad de reacción global más alta. Las ventajas prácticas de la gasificación de carbón son:

- Transformación del carbón en un gas menos contaminante, el cual puede ser aprovechado como combustible o fuente para productos químicos.
- Generación de energía eléctrica con menor carga contaminante de CO_2 y CO .
- Aprovechamiento de las fuentes de carbón disponibles.

Un diagrama que representa el GCLF se muestra en la Figura 5.1.

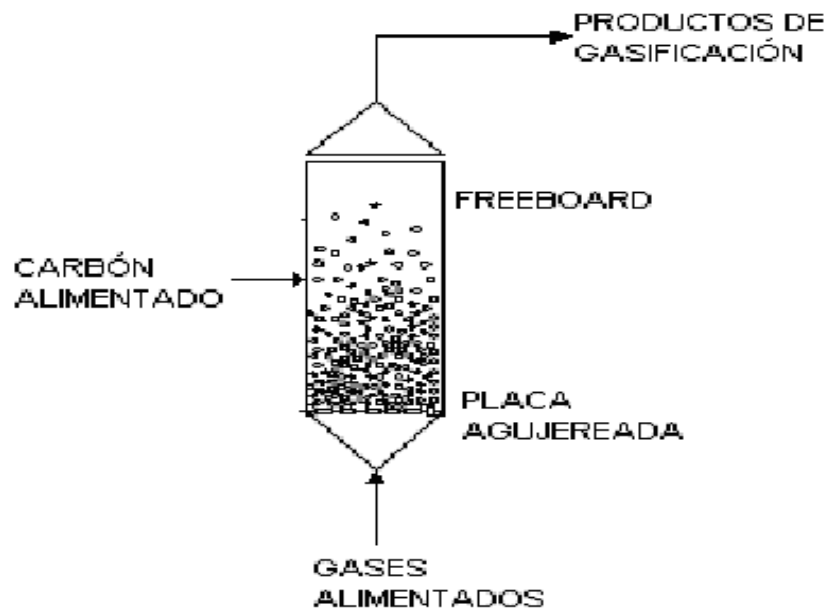


Figura 5.1: Esquema del gasificador de carbón en lecho fluidizado

En su forma básica, un gasificador de carbón se construye como un tubo cilíndrico con tres ductos: uno lateral para la entrada de carbón, uno inferior para la entrada del gas fluidizante y otro superior para la salida del gas aprovechable.

El funcionamiento de un gasificador en continuo es el siguiente: el tubo se carga y alimenta permanentemente con carbón particulado mediante el ducto lateral. Por el ducto inferior del cilindro se alimenta una corriente de gases (mezcla de aire/vapor de agua), la cual pasa a través de una placa con agujeros que permite distribuir uniformemente la mezcla a través de toda el área transversal del cilindro. Cuando se logra cierta velocidad de alimentación de la mezcla aire/vapor, la fuerza de arrastre ejercida por éste gas se hace igual al peso de los sólidos contenidos en el cilindro, causando que éstos se mantengan suspendidos en el gas, conformando lo que se conoce como *lecho fluidizado*. Posteriormente, con el aumento del flujo del gas de entrada, comienza una formación constante de burbujas de gas que pasan a través del lecho, en este punto la combinación de gases y sólidos se comporta como un líquido en ebullición. Esta última combinación de gases y sólidos se conoce como *lecho fluidizado burbujeante* y es efectivo en reacciones sólido - gas, ya que un gas fresco está constantemente pasando por los poros existentes entre las partículas del sólido, lo cual mantiene el gradiente de concentraciones entre fases, posibilita la transferencia de masa y facilita las reacciones químicas. Mediante las reacciones químicas se reduce el tamaño de los sólidos de carbón y se producen gases aprovechables y cenizas.

5.2 Modelo Maestro (MM) del Gasificador de Carbón en Lecho Fluidizado (GCLF)

Los gases aprovechables pasan de la zona de gasificación al *freeboard*. El *freeboard* es una sección del cilindro la cual se encuentra por encima del lecho fluidizado y que sirve para impedir que el material sólido del lecho sea fácilmente arrastrado hacia afuera por la corriente gaseosa que sale. Los gases aprovechables salen por la parte superior del gasificador para su posterior utilización en un ciclo combinado de generación de energía eléctrica. Con este proceso se logra producir energía eléctrica a partir de un carbón de bajo rango.

Los sólidos que quedan reducidos a cenizas se aglomeran y caen en canales ubicados en el fondo del reactor, para luego ser evacuados, con el fin de que no haya acumulación de estos en el interior y afecten la conversión. Los canales de extracción de cenizas se ubican inmediatamente después de la placa con agujeros. En algunos casos se tienen sólidos que reducen significativamente su tamaño y por lo tanto no caen en el fondo del reactor, sino que son arrastrados por los gases y salen por la parte superior del gasificador. En estos casos, se utilizan ciclones a la salida del gasificador para prevenir que estos sólidos volátiles salgan mezclados con los gases aprovechables.

Ahora bien, una de las variables que se debe medir y controlar en el gasificador es el número de fluidización (N_f). El N_f es una cantidad adimensional, que relaciona la velocidad a la cual se está alimentando el gas o el líquido de fluidización (V_g), con la velocidad mínima que necesitaría el material sólido particulado para alcanzar un estado de fluidización mínima en el medio (V_{mf}), es decir $N_f = V_g/V_{mf}$. Este número es el que garantiza que el lecho en el gasificador se encuentra *fluidizado*, siempre y cuando sea mayor que uno (1,0). Aunque el N_f es visto como parámetro indispensable en esta operación, no hay un reporte significativo de su estudio desde un modelo con fines de control para el reactor. Tal interés surge porque el N_f se ve afectado directamente por la Velocidad Mínima de Fluidización (V_{mf}) y ésta por el flujo del fluidizante (fluido que se manipula). El parámetro V_{mf} ha sido estudiado con la idea de encontrar un valor que permita un acercamiento al control del lecho. Sin embargo no se reporta como respuesta un valor, sino un intervalo de valores para la V_{mf} , lo que indica la necesidad de medir o estimar el N_f para garantizar una fluidización controlada.

En la fluidización con un gas, aparecen varios efectos dinámicos medibles con instrumentos tradicionales: temperatura, presión, velocidad del gas, densidades de gas y sólido. Sin embargo, el N_f , asociado con la V_{mf} , resulta ser un efecto dinámico (y por tanto un estado), que no tiene medición directa. Varios trabajos reportados en la literatura proponen el control de una variable tal que se logren las condiciones necesarias al interior del lecho (Geldart, 1973; Kunii and Levenspiel, 1991; Ocampo et al., 2003), pero ninguno aborda el control del N_f , justamente por la dificultad en su medición (no existe sensor). Para medir N_f se deben medir V_g y V_{mf} ; la primera velocidad es de medición directa, pero la segunda es una variable no

medible que debe estimarse a partir de las propiedades del gas, del sólido y de la fluidización misma.

Aunque se tienen reportados algunos intentos para determinar la V_{mf} a través de SVBM (Rodríguez et al., 2002; Sutton and Chen, 2008), las soluciones obtenidas son muy particulares, lo que deja un campo abierto para la investigación en estimadores de estado que brinden un valor del N_f que pueda utilizarse para efectos de control. A continuación se describe el Modelo Maestro del GCLF el cual permite diseñar estimadores para el N_f .

5.2.2. Ecuaciones del gasificador

Para obtener el modelo, se considera que la zona de gasificación trabaja en estado de lecho fluidizado burbujeante. En esta condición de operación el gasificador se modela como un reactor de tanque agitado en continuo (CSTR). Esta decisión se fundamentó en los resultados presentados en la literatura, los cuales indican que los lechos fluidizados pueden ser considerados como un intermedio entre flujo pistón y CSTR (Kunii and Levenspiel, 1991). Las principales reacciones químicas que llevan a cabo en la zona de fluidización son (Yan et al., 1999):



Las tres reacciones representan respectivamente la gasificación del carbón con vapor de agua, la gasificación del carbón con dióxido de carbono, y el equilibrio entre los reactivos y los productos principales del proceso, que es de tipo reversible.

Los mecanismos de reacción (cinéticas de reacción) que se supusieron para las ecuaciones (5.1) a (5.3) son respectivamente:

$$r_{RXN18} = k_{18}C_{char}P_{H_2O} \quad (5.4)$$

$$r_{RXN19} = k_{19}C_{char}P_{CO_2} \quad (5.5)$$

$$r_{RXN20} = k_{20} P_{H_2O} P_{CO} \quad (5.6)$$

$$r_{RXN20'} = k_{20'} P_{H_2} P_{CO_2} \quad (5.7)$$

donde k_i representa la constante cinética de cada reacción la cual se supone tipo Arrhenius de la forma:

$$k_i = k_0 e^{-\left(\frac{E}{RT}\right)} \quad (5.8)$$

donde k_0 es el factor de colisión en s^{-1} , E es la energía de activación en $kJ.mol^{-1}$, R es la contante universal de los gases en $kJ.(mol.K)^{-1}$, y T es la temperatura del lecho en K . Adicionalmente, C_{char} es la concentración de carbón que se fluidiza (al cual se le llama 'char') en $mol.m^{-3}$, y P_i representa la presión parcial de cada componente i . Con base en el conocimiento de las reacciones químicas, es posible hacer un balance de material para cada componente, en el cual se supone que todas las especies que participan son gases. La anterior suposición permite tener el flujo volumétrico de entrada igual al flujo volumétrico de salida, corregidos únicamente por los cambios en la temperatura y en la presión. Las ecuaciones de balance para cada componente son:

$$\dot{C}_{char} = \frac{1}{V_{lecho}} (F_{char-1}^M - F_{total-salida}^V C_{char} - r_{RXN18} - r_{RXN19}) \quad (5.9)$$

$$\dot{C}_{H_2O} = \frac{1}{V_{lecho}} (F_{H_2O-1}^M - F_{total-salida}^V C_{H_2O} - r_{RXN18} - r_{RXN20} + r_{RXN20'}) \quad (5.10)$$

$$\dot{C}_{CO_2} = \frac{1}{V_{lecho}} (F_{CO_2-1}^M - F_{total-salida}^V C_{CO_2} - r_{RXN19} + r_{RXN20} - r_{RXN20'}) \quad (5.11)$$

$$\dot{C}_{CO} = \frac{1}{V_{lecho}} (F_{CO-1}^M - F_{total-salida}^V C_{CO} + r_{RXN18} + 2r_{RXN19} - r_{RXN20} + r_{RXN20'}) \quad (5.12)$$

$$\dot{C}_{H_2} = \frac{1}{V_{lecho}} (F_{H_2-1}^M - F_{total-salida}^V C_{H_2} + r_{RXN18} + r_{RXN20} - r_{RXN20'}) \quad (5.13)$$

adicionalmente se considera el balance del nitrógeno como un gas inerte y el de las cenizas:

$$\dot{C}_{N_2} = \frac{1}{V_{lecho}} (F_{N_2-1}^M - F_{total-salida}^V C_{N_2}) \quad (5.14)$$

$$\dot{C}_{cenizas} = \frac{1}{V_{lecho}} (F_{cenizas-1}^M - F_{total-salida}^V C_{cenizas}) \quad (5.15)$$

En las ecuaciones (5.9) a (5.15) F_{i-1}^M es el flujo molar de entrada al lecho de cada uno de los componentes i en $mol.s^{-1}$, los cuales pueden ser calculados a partir de los flujos de entrada de carbón, aire y vapor de agua que ingresan al gasificador (Calderón, 2009); C_i es la concentración del componente i al interior del lecho fluidizado en $mol.m^{-3}$; $F_{total-salida}^V$ es el flujo volumétrico total de salida del lecho en $mol.s^{-1}$; V_{lecho} es el volumen del lecho en m^3 , y las demás variables ya se encuentran definidas arriba.

Adicional al balance de masa para cada componente, se realiza un balance de energía para obtener la dinámica de la temperatura, una derivación de la ecuación de los gases ideales para obtener la dinámica de la presión, y un balance de masa total para obtener la dinámica de la altura del lecho. Los resultados se muestran en las ecuaciones (5.16) a (5.18) respectivamente:

$$\begin{aligned} \dot{T} = & [-F_{total-salida}^V \left(\sum_{componentes} C_{pi} C_i \right) (T - T_{carbon-in}) - \sum_{i=18}^{20} (r_{RXNi} \Delta H_i) + \\ & \dot{Q}_{salida-1} - UA(T_{pared} - T_{ambiente})] \frac{1}{C_{V_{lecho}} m_{lecho}} \end{aligned} \quad (5.16)$$

$$\dot{P}_{reactor} = \frac{RT}{V_{lecho}} [F_{total-in-gases}^M - F_{total-out-gases}^M + \sum_{i=18}^{19} (r_{RXNi})] + \frac{P_{reactor}}{T} \dot{T} \quad (5.17)$$

$$\begin{aligned} \dot{h} = & \frac{1 - \epsilon}{A_{transversal} \rho_{solidos}} [(F_{char-1} - F_{char} - r_{RXN18} - r_{RXN19}) \frac{M_{char}}{1000} + \\ & (F_{cenizas-1} - F_{cenizas}) \frac{M_{cenizas}}{1000}] \end{aligned} \quad (5.18)$$

donde T es la temperatura del lecho fluidizado en K , C_{pi} es la capacidad calorífica de cada componente en $kJ.(mol.K)^{-1}$, $T_{carbon-in}$ es la temperatura de entrada del carbón en K , ΔH_i

5.2 Modelo Maestro (MM) del Gasificador de Carbón en Lecho Fluidizado (GCLF)

son los calores de reacción en $kJ.mol^{-1}$, $\dot{Q}_{salida-1}$ es la tasa de calor que entra al lecho fluidizado en $kJ.kg^{-1}$, U es el coeficiente global de convección de calor en $kW.(m^2.K)^{-1}$, A es el área de transferencia de calor en m^2 , T_{pared} es la temperatura de la pared externa del reactor en K , $T_{ambiente}$ es la temperatura ambiente en K , $C_{V_{lecho}}$ es la capacidad calorífica del lecho en $kJ.(kg.K)^{-1}$, m_{lecho} es la masa del lecho en kg , $P_{reactor}$ es la presión del reactor en atm , $F_{total-in-gases}^M$ es el número total de moles que ingresan al lecho en $mol.s^{-1}$, $F_{total-out-gases}^M$ es el número total de moles que salen de lecho en $mol.s^{-1}$, ϵ es la porosidad del lecho, $A_{transversal}$ es el área de la sección transversal del reactor en m^2 , $\rho_{solidos}$ es la densidad de los sólidos en $kg.m^{-3}$, F_{char-1} es el flujo de char que ingresa al lecho en $mol.s^{-1}$, F_{char} es el flujo de char que sale del lecho en $mol.s^{-1}$, M_{char} es el peso molecular del char en $g.mol^{-1}$, $F_{cenizas-1}$ es el flujo de cenizas que ingresa al lecho en $mol.s^{-1}$, $F_{cenizas}$ es el flujo de cenizas que sale del lecho en $mol.s^{-1}$, $M_{cenizas}$ es el peso molecular de las cenizas en $g.mol^{-1}$ y r_{RXNi} representa la cinética de reacción i . Los parámetros del gasificador utilizados en este trabajo se muestran en el Apéndice A.

Las principales suposiciones que tiene el modelo son:

- El gasificador tiene tres zonas principales: zona 1, de combustión y desvolatilización, ubicada en el fondo del reactor; zona 2, de lecho fluidizado, ubicada en el medio del reactor; zona 3, de *freeboard*, ubicada en la parte superior del reactor.
- Las reacciones de combustión de la zona 1 son instantáneas y el volumen de esta zona es despreciable. No hay acumulación de material en la zona 1, por lo tanto las ecuaciones que describen el proceso en esta zona son algebraicas.
- Todas las corrientes que abandonan la zona 1 se encuentran a la temperatura de alimentación del carbón.
- La zona 2 se modela como un CSTR.
- Todas las especies de la zona 2 se suponen perfectamente mezcladas y en estado gaseoso.
- Los cambios volumétricos totales en la zona 2 debido a cambios en el número de moles gaseosas son despreciables.
- El flujo volumétrico de salida y entrada es igual en la zona 2, sólo es necesaria la corrección por presión y temperatura.
- La porosidad del lecho de la zona 2 es constante.
- La capacidad calorífica a volumen constante en la zona 2 es constante

- Los gases en el lecho se comportan como gases ideales.
- Los gases alcanzan un punto de equilibrio térmico antes de abandonar el lecho fluidizado.
- En la zona 3 no se producen reacciones porque se encuentra libre de material carbonaceo.

Sin embargo, con todas estas suposiciones se realizó una validación del modelo, aunque la misma no es tema de esta tesis, con base en datos extraídos de la literatura y los resultados fueron satisfactorios para un punto de operación estacionario. Los resultados se muestran en la Tabla 5.1. Hasta el momento no se tienen datos para realizar un ajuste y validación dinámica del modelo.

Parámetro	Referencia	Simulador
$T(K)$	1223	1207
$P(kPa)$	790	784
$F_{aire}(Nm^3h^{-1})$	7.65	7.65
$F_{vapor}(kg.h^{-1})$	3.76	7.2
$F_{carbon}(kg.h^{-1})$	4	4
$H_2O/carbon$	1.8	1.8
$O_2/carbon$	0.5	0.5
%MolarCO	11.8	15
%MolarH ₂	21.11	12
%MolarCO ₂	16	19

Tabla 5.1: Datos de un estado estacionario para la validación del modelo del GCLF

El ajuste en los valores utilizados para la validación no es exacto porque el modelo tiene mucha incertidumbre en la estructura de las cinéticas y en las constantes de las mismas. Estos parámetros fueron ajustados hasta obtener soluciones satisfactorias y por lo tanto sus valores exactos no son conocidos, ni se han encontrado valores en la literatura para comparar y utilizar. Sin embargo, las respuestas en el tiempo de cada una de las variables del modelo tienden razonablemente a valores esperados y por lo tanto el modelo representa de alguna manera el fenómeno de gasificación de carbón en lecho fluidizado.

5.2.3. Ecuaciones constitutivas necesarias para el estimador del Número de Fluidización N_f

Con las ecuaciones (5.1) a (5.18) no se tienen suficiente información para calcular el número de fluidización, ya que ésta variable no aparece en ninguna de ellas. Por lo tanto, fue necesario encontrar un esquema que permitiera calcular la velocidad de mínima fluidización y el número de fluidización desde las ecuaciones de balance. Para ello se utilizó una correlación muy aceptada para fluidización en alta presión (Chiester et al., 1984):

$$R_{e_{mf}} = (28,7^2 + 0,0494A_r)^{0,5} - 28,7 \quad (5.19)$$

donde $R_{e_{mf}}$ es el número Reynolds de mínima fluidización y A_r es el número de Arquímedes, ambos números están definidos respectivamente como:

$$R_{e_{mf}} = \frac{\rho_g d_p V_{mf}}{\mu_g} \quad (5.20)$$

$$A_r = \frac{d_p^3 g \rho_g (\rho_p - \rho_g)}{\mu_g^2} \quad (5.21)$$

donde ρ_g es la densidad del gas en $g.cm^{-3}$, ρ_p es la densidad de la partícula de carbón en $g.cm^{-3}$, d_p es el diámetro de la partícula de carbón en cm , g es la aceleración de la gravedad en $cm.s^{-2}$, y μ_g es la viscosidad del gas en $g.(cm.s)^{-1}$. La densidad del gas ρ_g se calculó suponiendo que se tienen una mezcla de gases ideales, de tal forma que la densidad de la mezcla viene dada por:

$$\rho_g = \frac{PM_m}{ZRT} \quad (5.22)$$

donde M_m es el peso molecular promedio, y Z es el factor de compresibilidad, que en el caso de un gasificador operado a alta temperatura vale 1 (Lopera, 2008). El peso molecular promedio se calcula como:

$$M_m = \sum_i x_i M_i \quad (5.23)$$

donde x_i y M_i son la fracción molar y el peso molecular de cada gas respectivamente. Asimismo existe una expresión para calcular la viscosidad de la mezcla de gases, μ_g , la cual viene dada por (Bird et al., 2001):

$$\mu_g = \sum_{\alpha=i}^N \frac{x_\alpha \mu_\alpha}{\sum_\beta x_\beta \phi_{\alpha\beta}} \quad (5.24)$$

donde x_α es la fracción molar de cada especie, μ_α es la viscosidad de cada especie pura, y $\phi_{\alpha\beta}$ se calcula como:

$$\phi_{\alpha\beta} = \frac{1}{\sqrt{8}} \left(1 + \frac{M_\alpha}{M_\beta}\right)^{1/2} \left[1 + \left(\frac{\mu_\alpha}{\mu_\beta}\right)^{1/2} \left(\frac{\mu_\beta}{\mu_\alpha}\right)^{1/4}\right]^2 \quad (5.25)$$

donde M_α y M_β son los pesos moleculares que se van tomando por parejas de sustancias. Adicionalmente, se debe considerar una corrección de la viscosidad por efecto de la temperatura para cada componente; esta corrección se realiza de la siguiente forma (Reid et al., 1990):

$$\mu_{T1} = \mu_{T0} \left(\frac{T}{273,16}\right)^{0,5} \quad (5.26)$$

con μ_{T0} la viscosidad calculada para una temperatura conocida (273.16 K) y μ_{T1} la viscosidad a la temperatura que se requiere.

Con base en este conjunto de ecuaciones es posible calcular la V_{mf} reemplazando las ecuaciones (5.20) y (5.21) en la ecuación (5.19) y considerando que las densidades y viscosidades se calculan con base en las ecuaciones (5.22) a (5.26) donde las variables dinámicas se obtienen desde (5.9) a (5.18).

Adicionalmente se decidió considerar la variación de algunos parámetros cinéticos como consecuencia de la variación en la fluidodinámica del gasificador. Para ello se supuso una

5.2 Modelo Maestro (MM) del Gasificador de Carbón en Lecho Fluidizado (GCLF)

variación sigmoïdal en los parámetros de la cinética r_{RXN18} de forma que k_{018} y E_{18} para esta cinética varían con el número de fluidización. Concretamente, se sabe que al aumentar el número de fluidización el factor de colisión k_0 aumenta, ya que aumenta la probabilidad de colisión entre partículas, mientras que la energía de activación E disminuye, porque al tener mayor agitación en las partículas se necesita menor cantidad de energía para que ellas se muevan. En este sentido, las dos constantes se suponen variables de la forma:

$$k_{018} = k_{0_{base}} + \left[\frac{2}{1 + e^{N_{f_{base}} - N_f}} - 1 \right] 0,2k_{0_{base}} \quad (5.27)$$

$$E_{18} = E_{base} + \left[\frac{2}{1 + e^{-(N_{f_{base}} - N_f)}} - 1 \right] 0,2E_{base} \quad (5.28)$$

donde los valores de base corresponden a $k_{0_{base}} = 3$, $E_{base} = 130$ para un valor de $N_{f_{base}} = 6$. La representación gráfica de esta variación se muestra en las Figuras 5.2 y 5.3

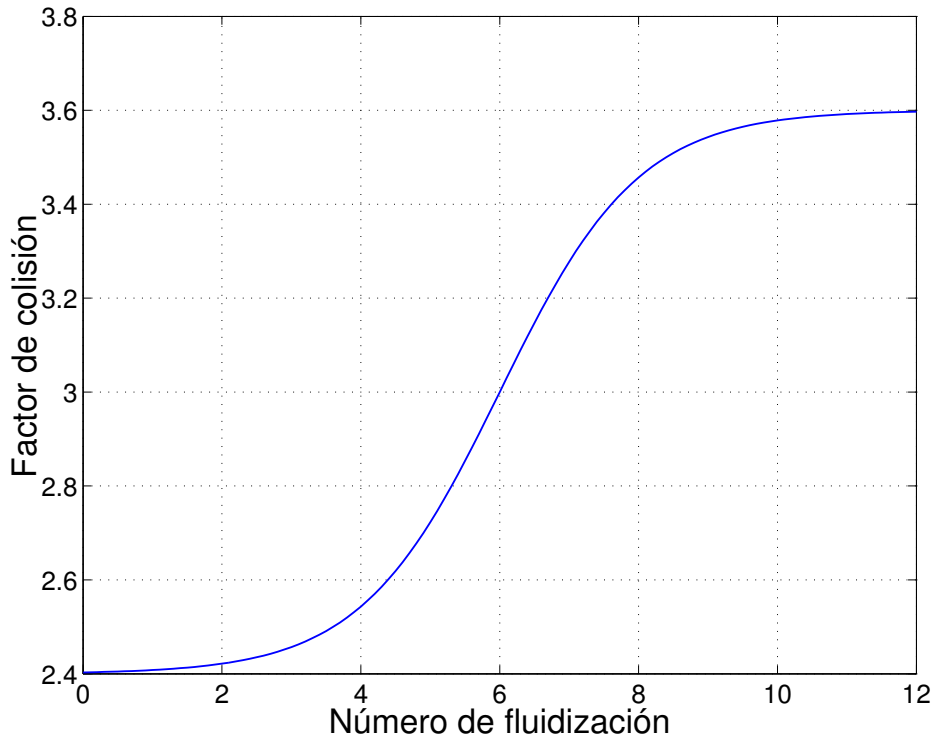


Figura 5.2: k_{018} como función del N_f

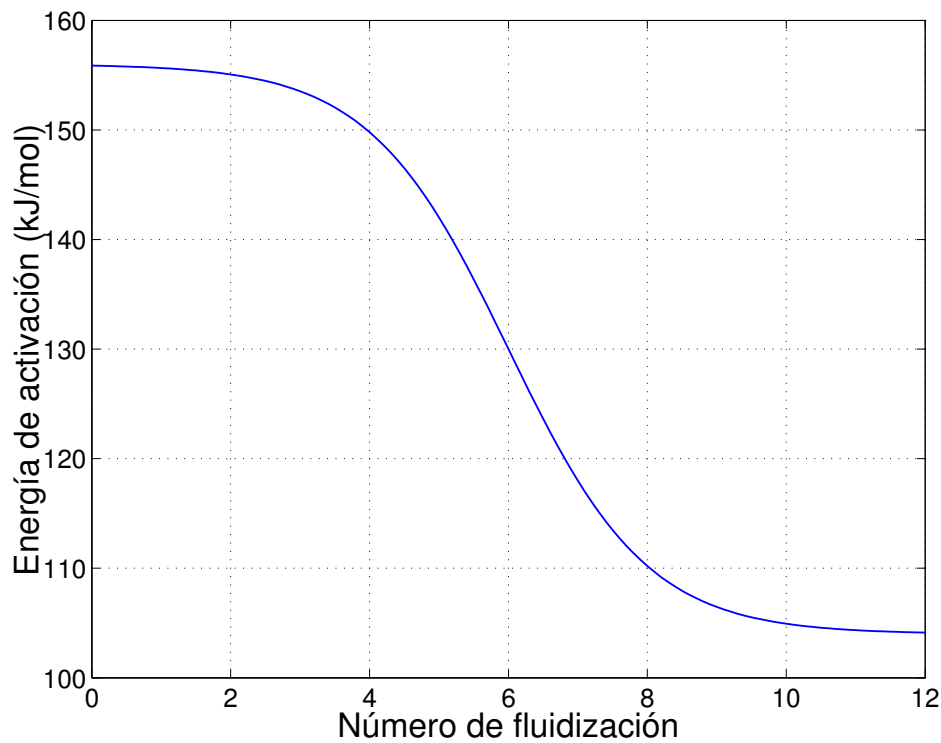


Figura 5.3: E_{18} como función del N_f

La dependencia de estas cinéticas del número de fluidización hace más difícil la estimación de estado, ya que las mismas se suponen constantes en el modelo que utiliza el estimador. Sin embargo, como se explicará a continuación, es posible diseñar un esquema de estimadores de estado que no sólo sea inmune a esta incertidumbre en las cinéticas, sino que también pueda estimarlas.

5.3. Diseño del estimador del N_f con la estructura propuesta

Como de indicó en la Sección 5.2.1 el número de fluidización es una variable importante que se debe controlar para asegurar la gasificación del carbón y la correcta operación del gasificador. En este sentido, y con base en el modelo planteado en la sección anterior se propone el esquema de estimación de estado y parámetros que se muestra en la Figura 5.4.

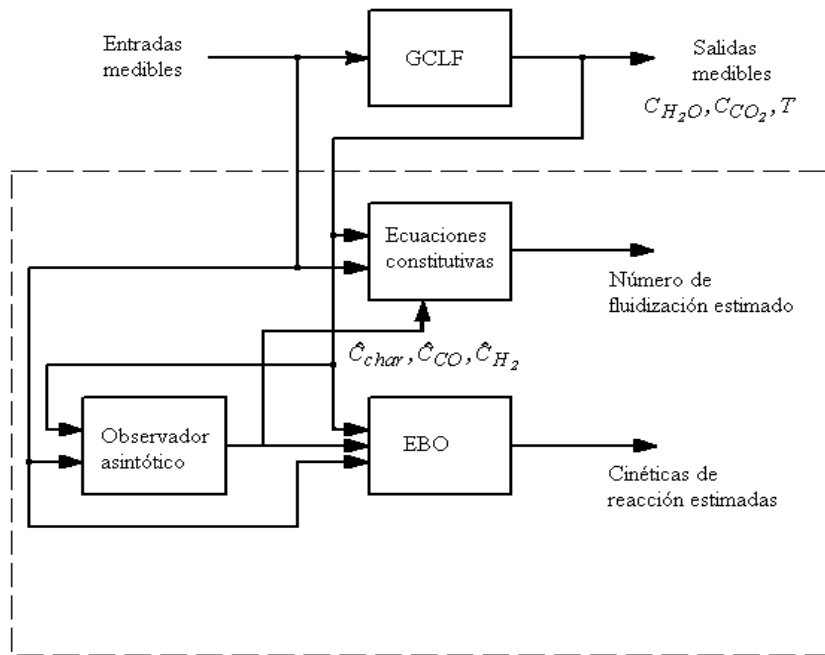


Figura 5.4: Estimador de estado y parámetros propuesto para el GCLF

En la parte superior aparece la representación del gasificador, la cual es implementada por la integración numérica y solución de las ecuaciones (5.9) a (5.18) lo que configura un sistema dinámico de 10 ecuaciones diferenciales no lineales. Las entradas al sistema F_{i-1}^M correspondientes a los flujos molares de entrada al lecho de cada uno de los componentes i , en $mol.s^{-1}$, pueden ser calculadas a partir de los flujos de entrada de carbón, aire y vapor de agua que ingresan al gasificador por medio de relaciones algebraicas (Calderón, 2009). Las ecuaciones de cinéticas de reacción (5.4) a (5.8) y las ecuaciones constitutivas (5.19) a (5.28) completan el modelo del gasificador, el cual se tratará aquí como el sistema real.

Las entradas al proceso se suponen medibles, lo cual es consistente con lo que se realiza en la práctica para este tipo de equipos. Por lo tanto la variación en el tiempo de todos los flujos F_{i-1}^M es conocida. Adicionalmente se supone, con base en la práctica ingenieril, que es posible medir C_{H_2O} , C_{CO_2} , la temperatura T y la presión $P_{reactor}$.

Con base en estas mediciones se propone el observador asintótico que aparece en la parte inferior izquierda de la Figura 5.4, cuyo objetivo es estimar las concentraciones C_{CO} , C_{char} y C_{H_2} . Este observador entrega los estados no medibles a la estructura algebraica que se encuentra en la parte central (ecuaciones constitutivas), mediante la cual se calcula el número de fluidización con base en las ecuaciones constitutivas (5.19) a (5.26). Adicionalmente, las variables que entrega el observador asintótico ingresan al EBO que se encuentra en la parte inferior derecha, para estimar las cinéticas de reacción. A continuación se explica el diseño de esta estructura de estimación de estado y parámetros.

5.3.1. Diseño del observador asintótico para el gasificador

El modelo matricial del proceso para el diseño del observador asintótico viene dado por:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{C}_{char} \\ \dot{C}_{H_2O} \\ \dot{C}_{CO_2} \\ \dot{C}_{CO} \\ \dot{C}_{H_2} \\ \dot{T} \end{bmatrix} &= \left(\frac{1}{V_{lecho}} \right) \begin{bmatrix} F_{char-1}^M \\ F_{H_2O-1}^M \\ F_{CO_2-1}^M \\ F_{CO-1}^M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) \begin{bmatrix} C_{char} \\ C_{H_2O} \\ C_{CO_2} \\ C_{CO} \\ C_{H_2} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_T \end{bmatrix} + \\
 &\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 1 & -1 \\ 1 & 2 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & -1 \\ -\frac{\Delta H_{18} V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} & -\frac{\Delta H_{19} V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} & -\frac{\Delta H_{20} V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} & -\frac{\Delta H_{20}' V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{r_{RXN18}}{V_{lecho}} \\ \frac{r_{RXN19}}{V_{lecho}} \\ \frac{r_{RXN20}}{V_{lecho}} \\ \frac{r_{RXN20}'}{V_{lecho}} \end{bmatrix} \quad (5.29)
 \end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned}
 K_T &= [\dot{Q}_{salida-1} - F_{total-salida}^V \left(\sum_{componentes} C_{pi} C_i \right) (T - T_{carbon-in}) \\
 &\quad - UA(T_{pared} - T_{ambiente})] \frac{1}{C_{V_{lecho}} m_{lecho}} \quad (5.30)
 \end{aligned}$$

En el sistema dinámico (5.29) se tiene una reacción reversible, la cual es conveniente considerar como una sola reacción para evitar la formación de una matriz singular en el diseño del observador asintótico. Por lo tanto se define una nueva reacción equivalente:

$$r_{RXN21} = -r_{RXN20} + r_{RXN20'} \quad (5.31)$$

Considerando la ecuación (5.31) el sistema queda:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{C}_{char} \\ \dot{C}_{H_2O} \\ \dot{C}_{CO_2} \\ \dot{C}_{CO} \\ \dot{C}_{H_2} \\ \dot{T} \end{bmatrix} &= \left(\frac{1}{V_{lecho}} \right) \begin{bmatrix} F_{char-1}^M \\ F_{H_2O-1}^M \\ F_{CO_2-1}^M \\ F_{CO-1}^M \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) \begin{bmatrix} C_{char} \\ C_{H_2O} \\ C_{CO_2} \\ C_{CO} \\ C_{H_2} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ K_T \end{bmatrix} + \\
 &\begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ -\frac{\Delta H_{18} V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} & -\frac{\Delta H_{19} V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} & \frac{\Delta H_{20} V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{r_{RXN18}}{V_{lecho}} \\ \frac{r_{RXN19}}{V_{lecho}} \\ \frac{r_{RXN21}}{V_{lecho}} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.32}$$

En este punto es necesario realizar una partición del estado del modelo, para separar la parte medible de la parte no medible. Por lo tanto se definen:

$$\tilde{x}_a = \begin{bmatrix} C_{H_2O} \\ C_{CO_2} \\ T \end{bmatrix} \tag{5.33}$$

$$\tilde{x}_b = \begin{bmatrix} C_{char} \\ C_{CO} \\ C_{H_2} \end{bmatrix} \tag{5.34}$$

Para la parte medible se obtiene el sistema particionado así:

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} \dot{C}_{H_2O} \\ \dot{C}_{CO_2} \\ \dot{T} \end{bmatrix} &= \left(\frac{1}{V_{lecho}} \right) \begin{bmatrix} F_{H_2O-1}^M \\ F_{CO_2-1}^M \\ V_{lecho} K_T \end{bmatrix} - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) \begin{bmatrix} C_{H_2O} \\ C_{CO_2} \\ 0 \end{bmatrix} + \\
 &\begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -\frac{\Delta H_{18} V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} & -\frac{\Delta H_{19} V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} & \frac{\Delta H_{20} V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{r_{RXN18}}{V_{lecho}} \\ \frac{r_{RXN19}}{V_{lecho}} \\ \frac{r_{RXN21}}{V_{lecho}} \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{5.35}$$

Ahora, en la ecuación (5.35) no aparece la variable de estado temperatura T en el segundo miembro del lado derecho. Por lo tanto para completar la forma matricial requerida, se suma y se resta a la primera fila del sistema (5.36) el término $\left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}}\right)T$, con lo cual el sistema queda:

$$\begin{bmatrix} \dot{C}_{H_2O} \\ \dot{C}_{CO_2} \\ \dot{T} \end{bmatrix} = \left(\frac{1}{V_{lecho}}\right) \begin{bmatrix} F_{H_2O-1}^M & & \\ & F_{CO_2-1}^M & \\ V_{lecho}K_T + F_{total-salida}^V & & T \end{bmatrix} - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}}\right) \begin{bmatrix} C_{H_2O} \\ C_{CO_2} \\ T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -\frac{\Delta H_{18}V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} & -\frac{\Delta H_{19}V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} & \frac{\Delta H_{20}V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{r_{RXN18}}{V_{lecho}} \\ \frac{r_{RXN19}}{V_{lecho}} \\ \frac{r_{RXN21}}{V_{lecho}} \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

Para la dinámica de la parte no medible se tendrá:

$$\begin{bmatrix} \dot{C}_{char} \\ \dot{C}_{CO} \\ \dot{C}_{H_2} \end{bmatrix} = \left(\frac{1}{V_{lecho}}\right) \begin{bmatrix} F_{char-1}^M \\ F_{CO-1}^M \\ 0 \end{bmatrix} - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}}\right) \begin{bmatrix} C_{char} \\ C_{CO} \\ C_{H_2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{r_{RXN18}}{V_{lecho}} \\ \frac{r_{RXN19}}{V_{lecho}} \\ \frac{r_{RXN21}}{V_{lecho}} \end{bmatrix} \quad (5.37)$$

Si se definen las siguientes matrices y vectores:

$$\tilde{K}_a = \left(\frac{1}{V_{lecho}}\right) \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -\frac{\Delta H_{18}V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} & -\frac{\Delta H_{19}V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} & \frac{\Delta H_{20}V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} \end{bmatrix} \quad (5.38)$$

$$\tilde{K}_b = \left(\frac{1}{V_{lecho}}\right) \begin{bmatrix} -1 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix} \quad (5.39)$$

$$U_a = \left(\frac{1}{V_{lecho}} \right) \begin{bmatrix} F_{H_2O-1}^M \\ F_{CO_2-1}^M \\ V_{lecho}K_T + F_{total-salida}^V T \end{bmatrix} \quad (5.40)$$

$$U_b = \left(\frac{1}{V_{lecho}} \right) \begin{bmatrix} F_{char-1}^M \\ F_{CO-1}^M \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.41)$$

$$\phi = \begin{bmatrix} r_{RXN18} \\ r_{RXN19} \\ r_{RXN21} \end{bmatrix} \quad (5.42)$$

se tendrá el sistema en forma compacta:

$$\dot{\tilde{x}}_a = U_a - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) \tilde{x}_a + \tilde{K}_a \phi \quad (5.43)$$

$$\dot{\tilde{x}}_b = U_b - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) \tilde{x}_b + \tilde{K}_b \phi \quad (5.44)$$

El objetivo del observador asintótico es estimar \tilde{x}_b con el conocimiento de \tilde{x}_a , que corresponde a la parte medible del vector de estado. U_a y U_b corresponden a las entradas medibles del sistema, aunque en U_a , ecuación (5.40), aparecen dos términos relacionados con variables de estado: uno, el segundo término de la ecuación (5.30), asociado con la sumatoria de las concentraciones multiplicadas por las capacidades caloríficas, todo multiplicado por una diferencia de temperaturas y por el flujo total de salida, el cual no cambia mucho y por lo tanto se supone constante; el otro, relacionado con la temperatura T , la cual es medible.

Por lo tanto U_a se considera medible. Para lograr el observador asintótico, se realiza un transformación así:

$$Z = \tilde{x}_b + A_0 \tilde{x}_a \quad (5.45)$$

con:

$$A_0 = -\tilde{K}_b \tilde{K}_a^{-1} \quad (5.46)$$

por lo tanto la dinámica de Z queda:

$$\dot{Z} = \dot{\tilde{x}}_b + A_0 \dot{\tilde{x}}_a \quad (5.47)$$

que con base en las ecuaciones (5.43) y (5.44) se obtiene:

$$\dot{Z} = U_b - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) \tilde{x}_b + \tilde{K}_b \phi + A_0 \left(U_a - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) \tilde{x}_a + \tilde{K}_a \phi \right) \quad (5.48)$$

que al remplazar A_0 de la ecuación (5.46) se obtiene:

$$\dot{Z} = U_b - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) \tilde{x}_b + \tilde{K}_b \phi - \tilde{K}_b \tilde{K}_a^{-1} \left(U_a - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) \tilde{x}_a + \tilde{K}_a \phi \right) \quad (5.49)$$

y multiplicando se obtiene:

$$\dot{Z} = U_b - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) \tilde{x}_b + \tilde{K}_b \phi - \tilde{K}_b \tilde{K}_a^{-1} U_a + \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) \tilde{K}_b \tilde{K}_a^{-1} \tilde{x}_a - \tilde{K}_b \tilde{K}_a^{-1} \tilde{K}_a \phi \quad (5.50)$$

es decir:

$$\dot{Z} = U_b - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) \tilde{x}_b + \tilde{K}_b \phi - \tilde{K}_b \tilde{K}_a^{-1} U_a + \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) \tilde{K}_b \tilde{K}_a^{-1} \tilde{x}_a - \tilde{K}_b \phi \quad (5.51)$$

Ahora, observando que el término $\tilde{K}_b \phi$ se anula, y agrupando términos se obtiene:

$$\dot{Z} = - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) [\tilde{x}_b - \tilde{K}_b \tilde{K}_a^{-1} \tilde{x}_a] - \tilde{K}_b \tilde{K}_a^{-1} U_a + U_b \quad (5.52)$$

y recordando de nuevo que $A_0 = -\tilde{K}_b \tilde{K}_a^{-1}$ se obtiene:

$$\dot{Z} = - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) [\tilde{x}_b + A_0 \tilde{x}_a] + A_0 U_a + U_b \quad (5.53)$$

retomando de nuevo la definición de la transformación (5.45), se obtiene:

$$\dot{Z} = - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) Z + A_0 U_a + U_b \quad (5.54)$$

La ecuación (5.54) contiene parte de la dinámica del gasificador, pero sin dependencia de las cinéticas de reacción. Por lo tanto, es posible proponer un observador asintótico de la forma:

$$\dot{\hat{Z}} = - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) \hat{Z} + A_0 U_a + U_b \quad (5.55)$$

donde:

$$\hat{Z} = \hat{\tilde{x}}_b + A_0 \tilde{x}_a \quad (5.56)$$

tal que la dinámica del error de estimación viene dada por:

$$\dot{Z} - \dot{\hat{Z}} = \dot{e}_Z = - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) e_Z \quad (5.57)$$

la cual es asintóticamente estable si la entrada es de excitación persistente. El observador asintótico definido en (5.55) permite estimar la parte del estado no medible $\hat{\tilde{x}}_b$ en forma asintótica con información de la parte medible \tilde{x}_a e independiente de las cinéticas de reacción ϕ .

5.3.2. Diseño del EBO para el gasificador

Con el fin de estimar las cinéticas de reacción se diseñó también un EBO. El objetivo de estimar estas cinéticas es contar con información que permita la trazabilidad de la operación del reactor, puesto que el seguimiento de las cinéticas permite saber si la operación es correcta. Para el diseño de un EBO de orden reducido se considera de nuevo la parte medible del estado definida en la ecuación (5.36) la cual se retoma aquí:

$$\begin{bmatrix} \dot{C}_{H_2O} \\ \dot{C}_{CO_2} \\ \dot{T} \end{bmatrix} = \left(\frac{1}{V_{lecho}} \right) \begin{bmatrix} F_{H_2O-1}^M \\ F_{CO_2-1}^M \\ V_{lecho}K_T + F_{total-salida}^V T \end{bmatrix} - \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) \begin{bmatrix} C_{H_2O} \\ C_{CO_2} \\ T \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -\frac{\Delta H_{18}V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} & -\frac{\Delta H_{19}V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} & \frac{\Delta H_{20}V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{r_{RXN18}}{V_{lecho}} \\ \frac{r_{RXN19}}{V_{lecho}} \\ \frac{r_{RXN21}}{V_{lecho}} \end{bmatrix} \quad (5.58)$$

Con el fin de conservar la nomenclatura definida en la Sección 3.2.3 se definen las matrices y vectores para un EBO reducido del GCLF, recordando la dinámica (3.13) así:

$$\dot{\xi}_a = K_a \varphi(\xi) - D\xi_a + F_a - Q_a \quad (5.59)$$

por lo tanto, en este caso de EBO reducido:

$$\xi_a = \begin{bmatrix} \dot{C}_{H_2O} \\ \dot{C}_{CO_2} \\ \dot{T} \end{bmatrix} \quad (5.60)$$

$$K_a = \left(\frac{1}{V_{lecho}} \right) \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & -1 \\ -\frac{\Delta H_{18} V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} & -\frac{\Delta H_{19} V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} & \frac{\Delta H_{20} V_{lecho}}{C_V m_{lecho}} \end{bmatrix} \quad (5.61)$$

$$\varphi(\xi) = \begin{bmatrix} r_{RXN18} \\ r_{RXN19} \\ r_{RXN21} \end{bmatrix} \quad (5.62)$$

$$D = \left(\frac{F_{total-salida}^V}{V_{lecho}} \right) \quad (5.63)$$

$$F_a - Q_a = \left(\frac{1}{V_{lecho}} \right) \begin{bmatrix} F_{H_2O-1}^M \\ F_{CO_2-1}^M \\ V_{lecho} K_T + F_{total-salida}^V T \end{bmatrix} \quad (5.64)$$

Ahora, recordando la ecuación (3.14)

$$\varphi(\xi) = \Phi(\xi) \rho_i(\xi) \quad i = 1, \dots, m \quad (5.65)$$

Podemos observar que $\Phi(\xi)$ es la matriz identidad de dimensión 3:

$$\Phi(\xi) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (5.66)$$

En el diseño del EBO de orden reducido se debe definir una transformación para lograr desacoplar la estimación de cada cinética, de forma que sea posible realizar un cálculo fácil de la matriz de ganancias del estimador (Oliveira et al., 2002). La forma de la transformación es:

$$\psi_a = K_a^{-1}\xi_a \quad (5.67)$$

Con base en esa transformación, el sistema (5.59) puede mostrarse como:

$$\dot{\psi}_a = \Phi(\xi)\rho(\xi) - D\psi_a + K_a^{-1}(F_a - Q_a) \quad (5.68)$$

y con base en ésta última dinámica es posible proponer un EBO vectorial para el GCLF de la forma:

$$\dot{\hat{\psi}}_a = \Phi(\xi)\hat{\rho}(\xi) - D\psi_a + K_a^{-1}(F_a - Q_a) + \Omega(\psi_a - \hat{\psi}_a) \quad (5.69)$$

$$\hat{\rho}(\xi) = X(\psi_a - \hat{\psi}_a) \quad (5.70)$$

donde las matrices Ω y X de dimensión 3 son respectivamente:

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_1 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_2 & 0 \\ 0 & 0 & \omega_3 \end{bmatrix} \quad (5.71)$$

$$X = \begin{bmatrix} \gamma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \gamma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \gamma_3 \end{bmatrix} \quad (5.72)$$

Los valores de ω_i y γ_i ($i = 1..,3$) fueron 1 y 1.4 respectivamente, con esto se logra una dinámica del error de estimación con un tiempo de establecimiento de 5.71 s y una relación de amortiguamiento de 0.7. Debido a que las matrices $\Phi(\xi)$, Ω y X son diagonales, el análisis de convergencia del EBO se puede realizar de forma similar al del CSTR (sección 4.3.3) obteniéndose la dinámica del error de estimación de cada una de las tres cinéticas así:

$$\begin{bmatrix} \dot{e}_{\psi_{EBO(i)}} \\ \dot{e}_{\rho_{EBO(i)}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\omega_i & 1 \\ -\gamma_i & 0 \end{bmatrix} * \begin{bmatrix} e_{\psi_{EBO(i)}} \\ e_{\rho_{EBO(i)}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \dot{\rho}_i \end{bmatrix} \quad (5.73)$$

Por lo tanto el diseño de este EBO, es decir el cálculo de las constantes ω_i y γ_i , sigue el mismo procedimiento que se realizó en el CSTR. La convergencia también queda garantizada en este caso si las derivadas de las cinéticas de reacción están acotadas. En este caso se supone que no se adicionan activantes tipo catalizadores a alta velocidad, o reactivos con alta concentración.

5.4. Simulaciones y resultados numéricos

El modelo del gasificador y los estimadores diseñados fueron programados en *Matlab – Simulink*[®]. Para la integración numérica de las ecuaciones se utilizó el método *ODE15s(stiff/NDF)* de *Simulink*.

5.4.1. Simulaciones en lazo abierto

Para probar el comportamiento del observador asintótico y el EBO en lazo abierto se realizó una simulación en la cual se introdujeron los cambios que se muestran en la Tabla 5.2. El estado estacionario inicial que se logró obtener con los datos de la Tabla 5.1 fue:

$$\begin{bmatrix} C_{char}(0) \\ C_{H_2O}(0) \\ C_{CO_2}(0) \\ C_{CO}(0) \\ C_{H_2}(0) \\ C_{N_2}(0) \\ C_{cenizas}(0) \\ T(0) \\ P_{reactor}(0) \\ h(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 148.5 \\ 3695.6 \\ 868.8 \\ 712.4 \\ 547.1 \\ 2442.5 \\ 43.31 \\ 1204.6 \\ 8 \\ 0.7 \end{bmatrix} \quad (5.74)$$

donde las unidades son las mismas de las ecuaciones (5.9) a (5.18). Para lograr esta simulación fue necesario incorporar un control PID para la presión, de lo contrario se produce un

lavado del reactor (Calderón, 2009). Detalles adicionales sobre las condiciones iniciales de la simulación y los parámetros se muestran en el Apéndice A. Los resultados de las simulaciones se ilustran en las Figuras 5.5 a 5.12.

Variable	Tiempo de cambio	Valor del cambio
$\hat{x}_b(0)$	0	$\hat{x}_b(0) = 0.8\tilde{x}_b(0)$
$T_{agua-in}$	3000	Escalón ascendente de 50 K (200 K a 250 K)
$T_{aire-in}$	4000	Escalón ascendente de 50 K (200 K a 250 K)

Tabla 5.2: Cambios en las condiciones de simulación para el GCLF en lazo abierto

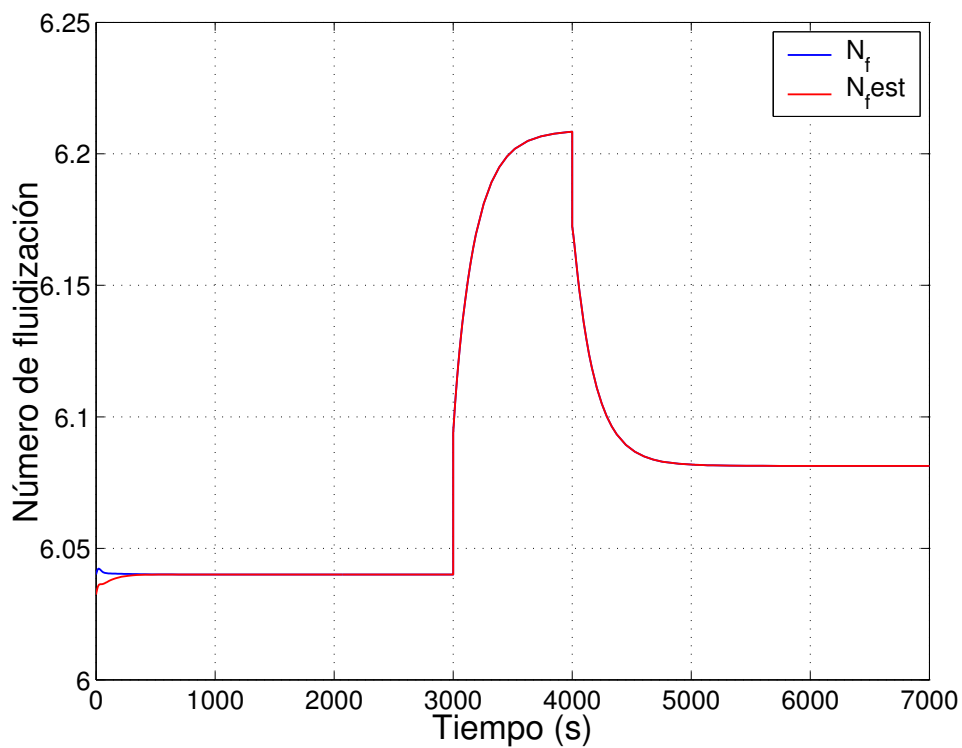
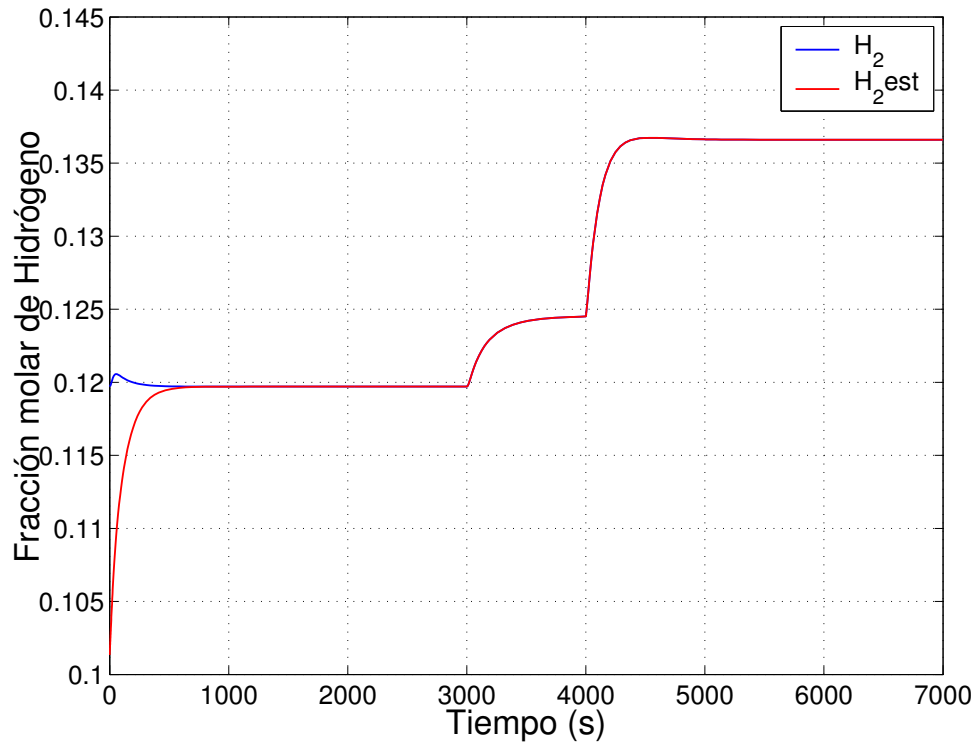
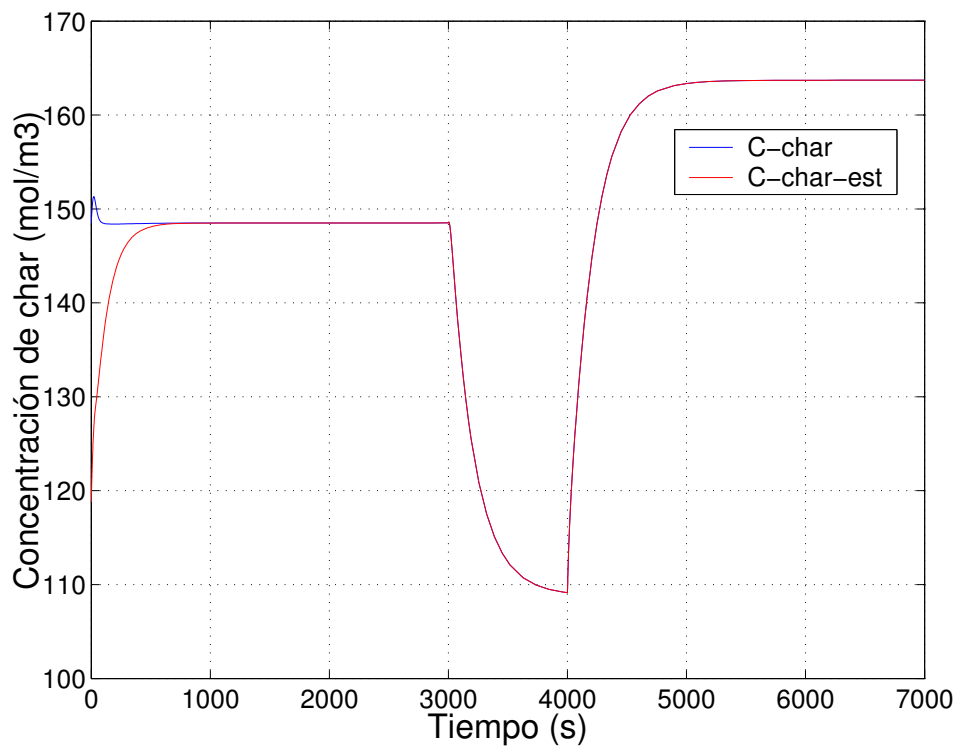


Figura 5.5: N_f real y estimado con el estimador propuesto, en lazo abierto

Figura 5.6: C_{H_2} en fracción molar real y estimada con el estimador propuesto, en lazo abiertoFigura 5.7: C_{char} real y estimada con el estimador propuesto, en lazo abierto

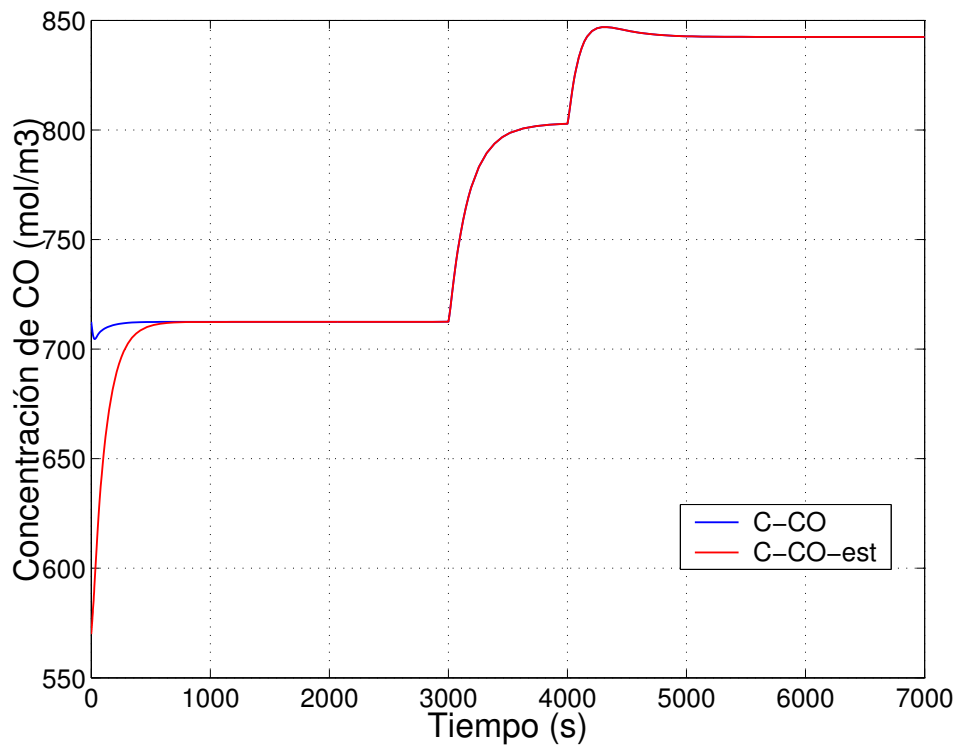


Figura 5.8: C_{CO} real y estimada con el estimador propuesto, en lazo abierto

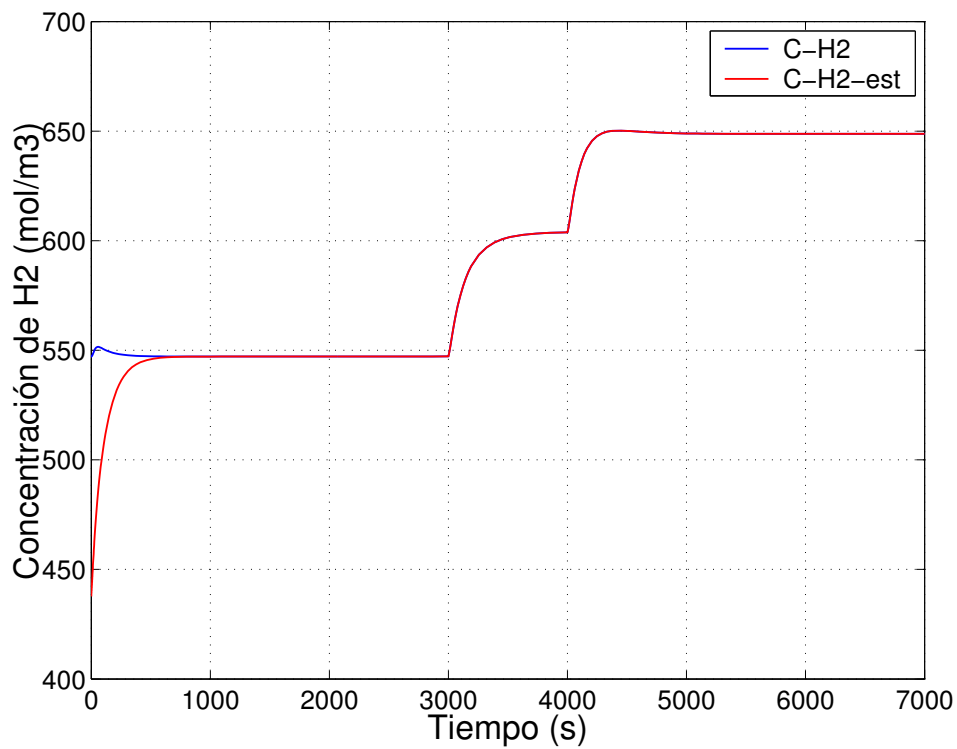
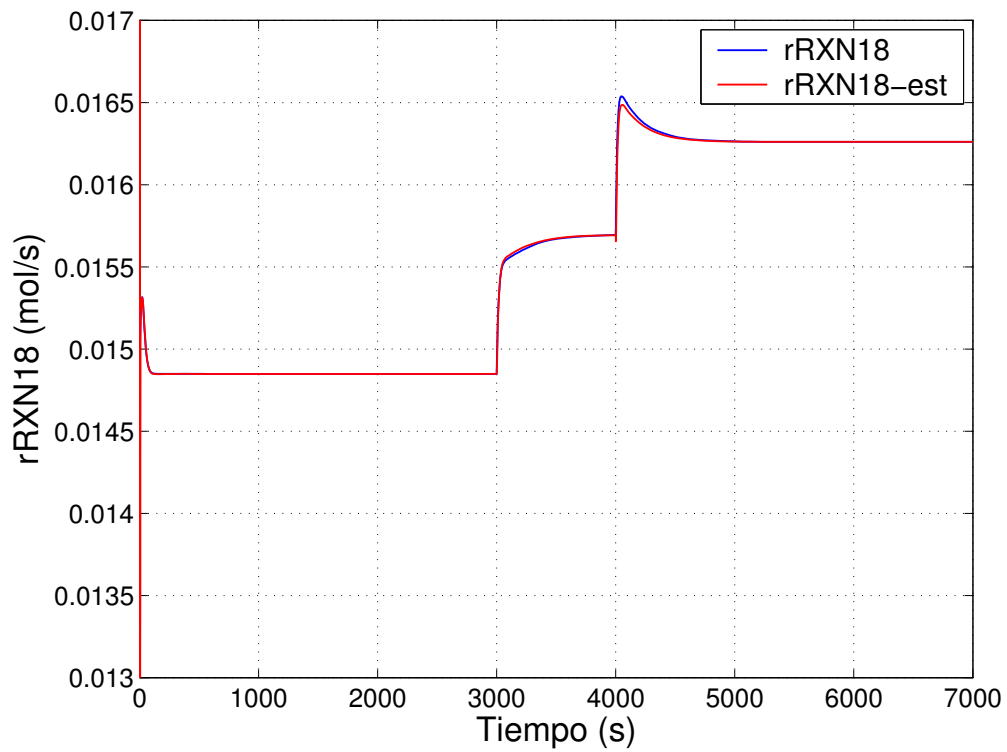
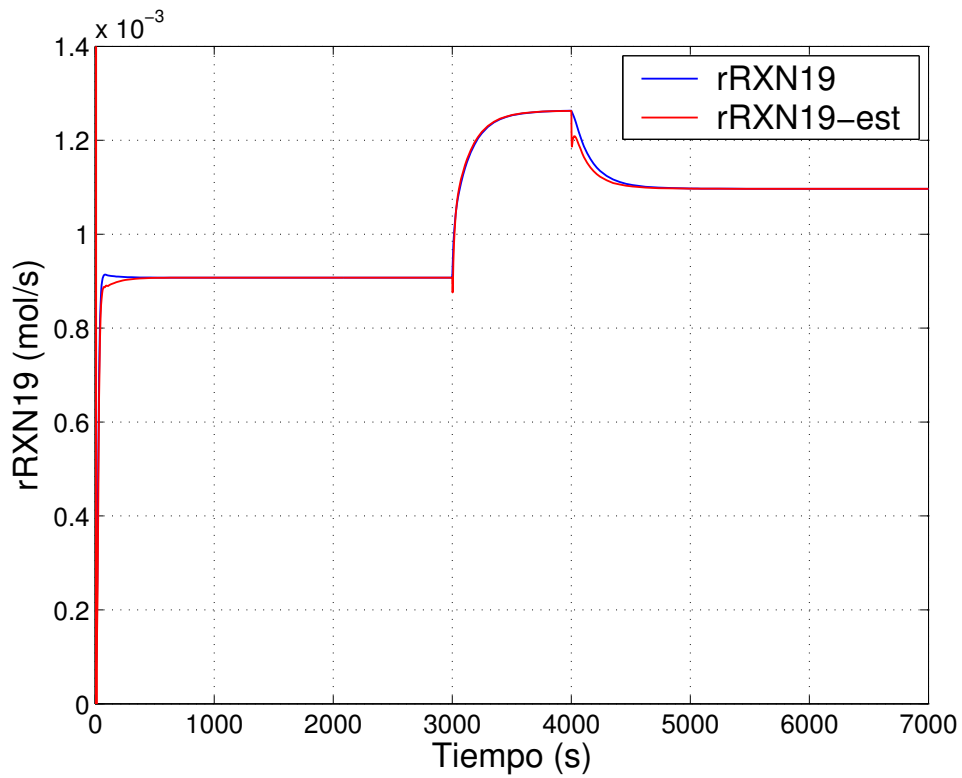


Figura 5.9: C_{H_2} real y estimada con el estimador propuesto, en lazo abierto

Figura 5.10: r_{RXN18} real y estimada con el estimador propuesto, en lazo abiertoFigura 5.11: r_{RXN19} real y estimada con el estimador propuesto, en lazo abierto

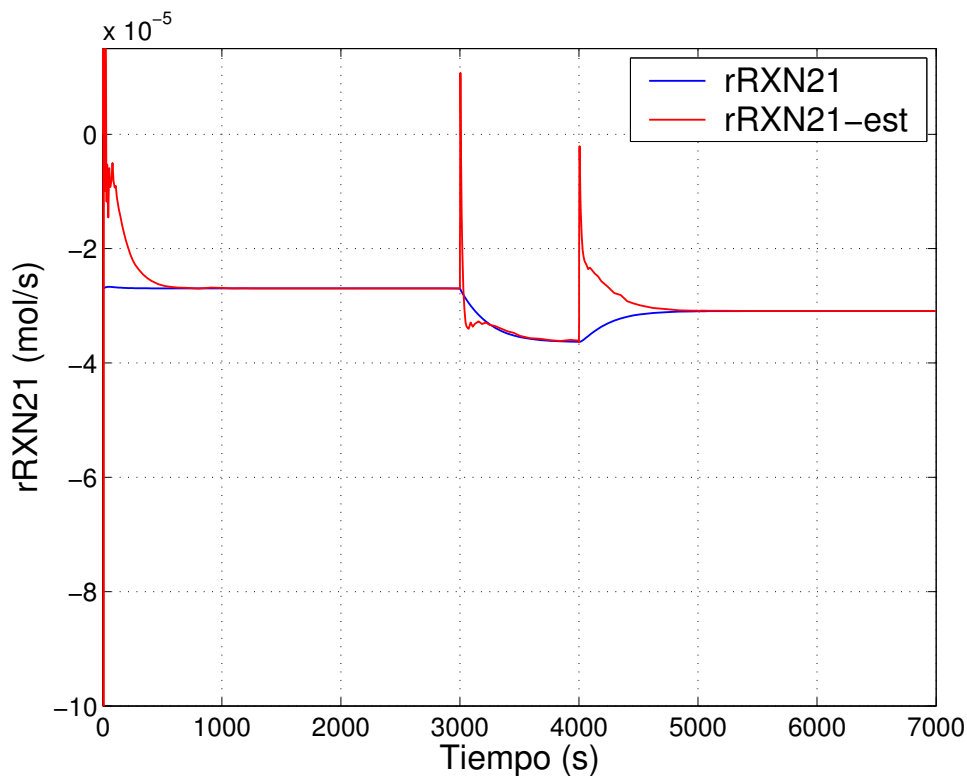


Figura 5.12: r_{RXN21} real y estimada con el estimador propuesto, en lazo abierto

Como puede observarse los resultados son satisfactorios. Se logra la estimación asintótica de las concentraciones aun en la presencia de incertidumbre en las cinéticas de reacción y variaciones paramétricas en las mismas. La estimación de las cinéticas también es buena, aunque se presentan fluctuaciones al inicio del proceso de estimación debido a la convergencia inicial de los estimadores, ya que las condiciones iniciales de estas cinéticas se fijaron en cero.

5.4.2. Simulaciones en lazo cerrado

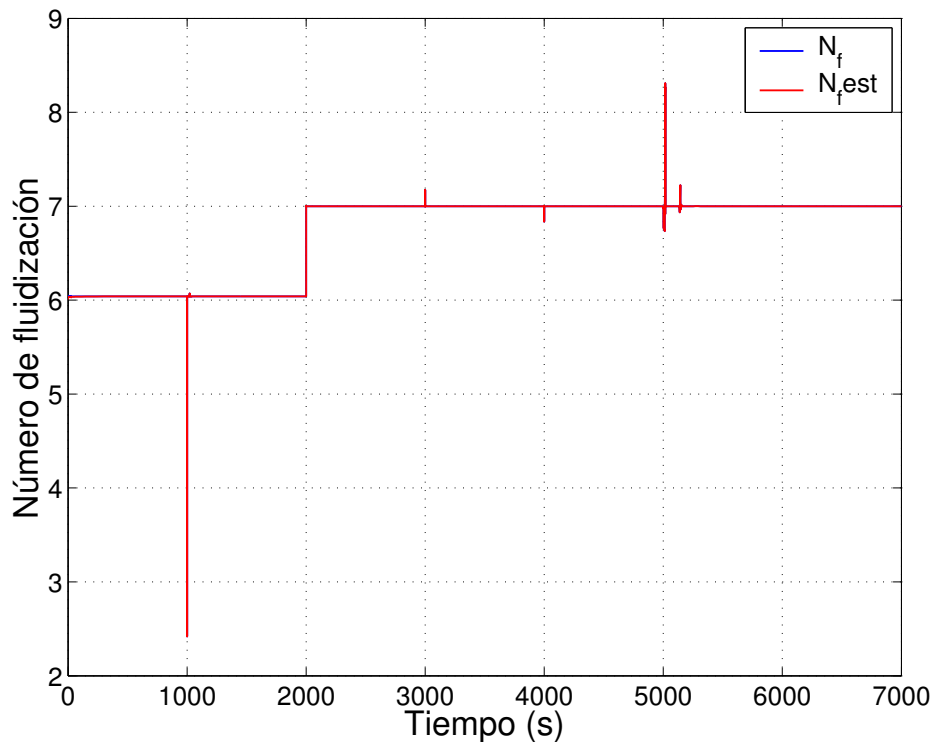
Para probar el comportamiento del observador asintótico y el EBO en lazo cerrado se ajustaron controladores PID mediante métodos empíricos para la presión, la temperatura, la concentración de hidrógeno (en fracción molar) y el número de fluidización. El pareamiento de variables y los parámetros de los controladores se ilustra en la Tabla 5.3. Los cambios que se introdujeron durante la simulación se ilustran en la Tabla 5.4. El estado estacionario inicial fue el mismo que el de las simulaciones en lazo abierto. Detalles adicionales sobre las condiciones iniciales de la simulación y los parámetros se muestran en el Apéndice A. Los resultados de las simulaciones se ilustran en las Figuras 5.13 a 5.21.

Variable controlada	Variable manipulada	K_p	τ_i	τ_d
P	$F_{total-salida}^V$	-1	2000	0
T	F_{aire}	0.00013	∞	0
N_f	F_{agua}	1	∞	0
C_{H_2} fracción molar	F_{carbon}	0.5	200	0

Tabla 5.3: Parámetros de los controladores para el GCLF

Variable	Tiempo de cambio	Valor del cambio
$\hat{x}_b(0)$	0	$\hat{x}_b(0) = 0.8\tilde{x}_b(0)$
T_{sp}	1000	Escalón descendente de $T(0)K$ a $1100K$
N_{f-sp}	2000	Escalón ascendente de 6 a 7
$T_{agua-in}$	3000	Escalón ascendente de 50 K (200 K a 250 K)
$T_{aire-in}$	4000	Escalón ascendente de 50 K (200 K a 250 K)
H_{2-sp}	5000	Escalón ascendente de 0.12 a 0.2 fracción molar

Tabla 5.4: Cambios en las condiciones de simulación para el GCLF en lazo cerrado


 Figura 5.13: N_f real y estimado con el estimador propuesto, en lazo cerrado

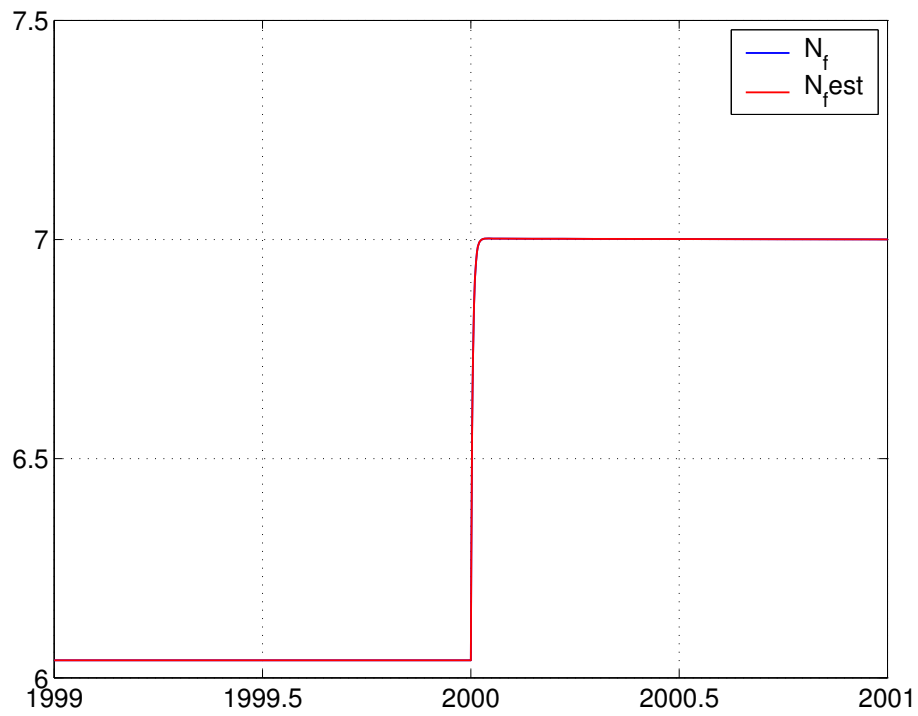


Figura 5.14: N_f real y estimado con el estimador propuesto, en lazo cerrado, detalle de la Figura anterior con $1999 \leq t \leq 2001$ (s)

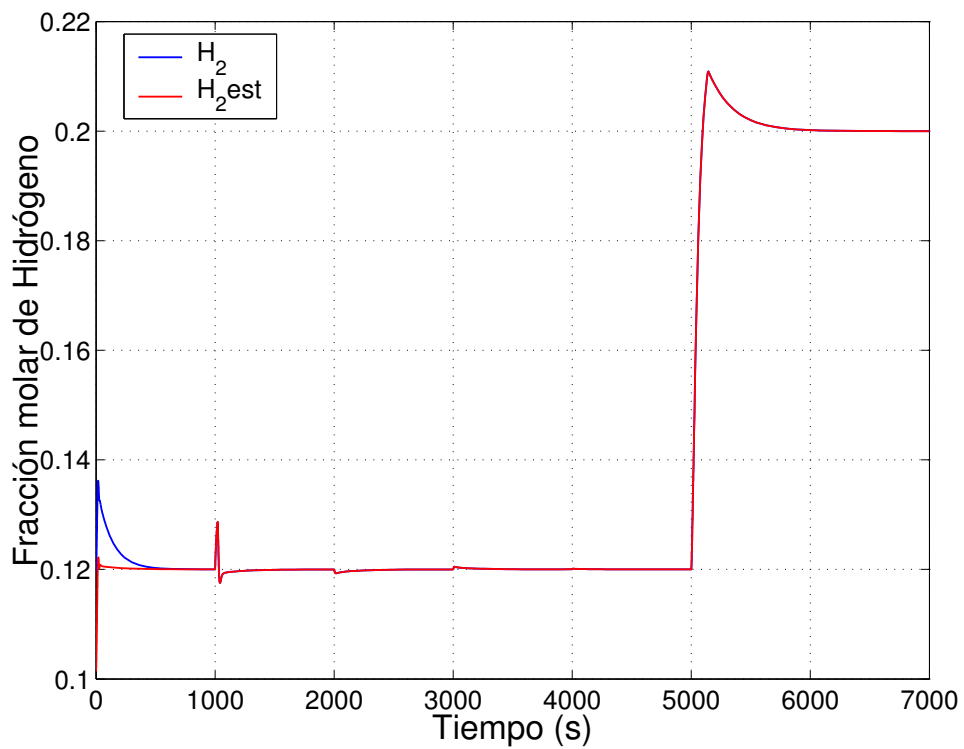
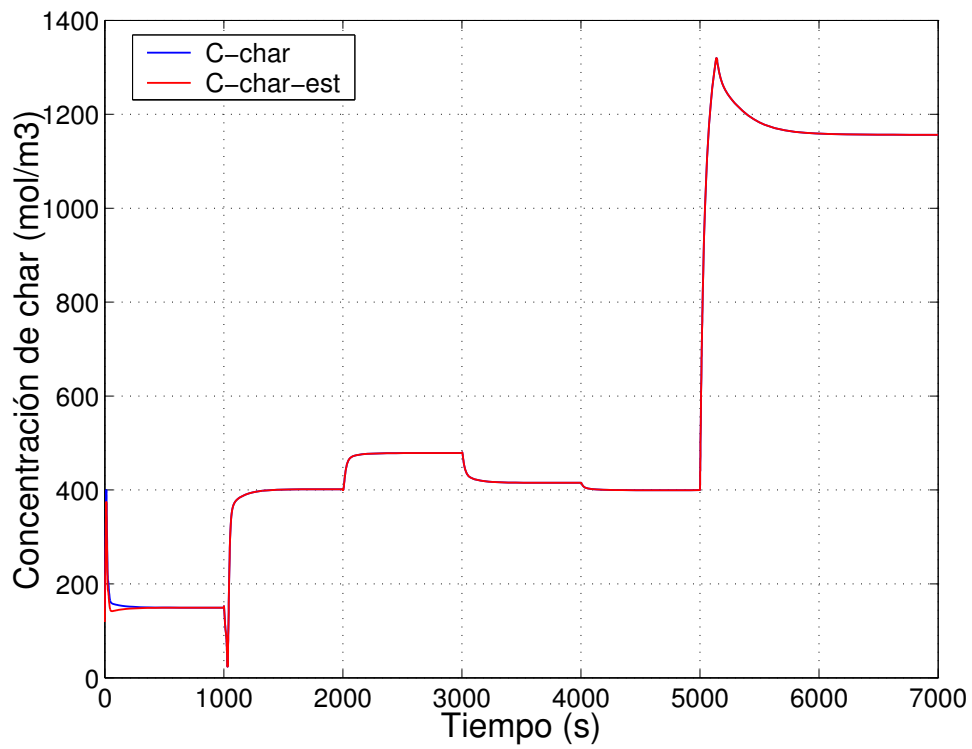
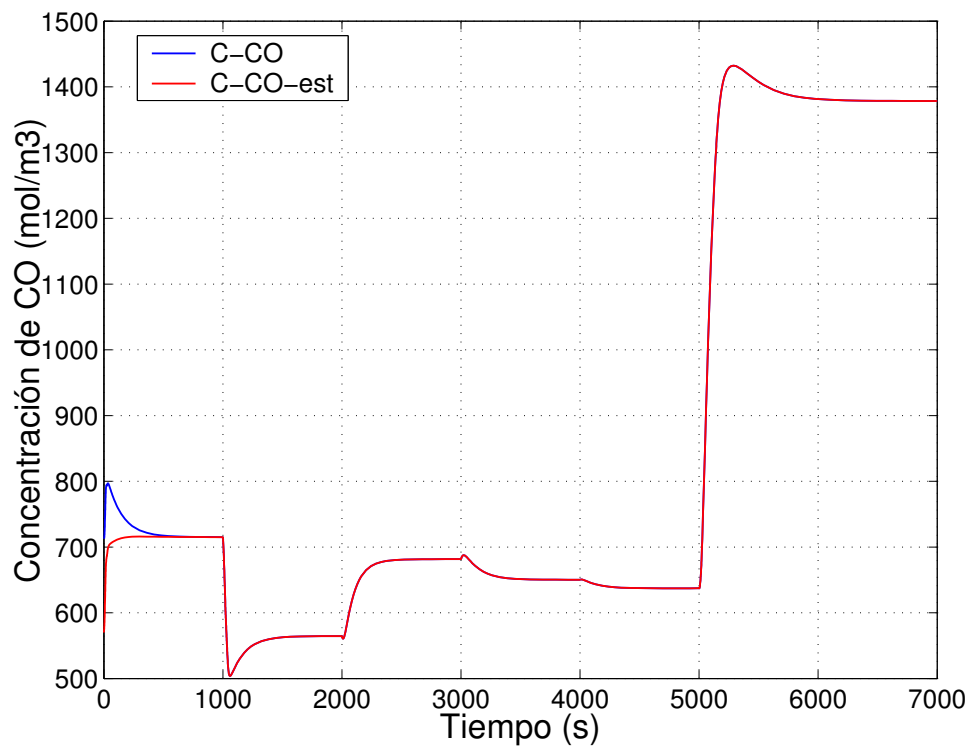


Figura 5.15: C_{H_2} real y estimado con el estimador propuesto, en lazo cerrado

Figura 5.16: C_{char} real y estimado con el estimador propuesto, en lazo cerradoFigura 5.17: C_{CO} real y estimado con el estimador propuesto, en lazo cerrado

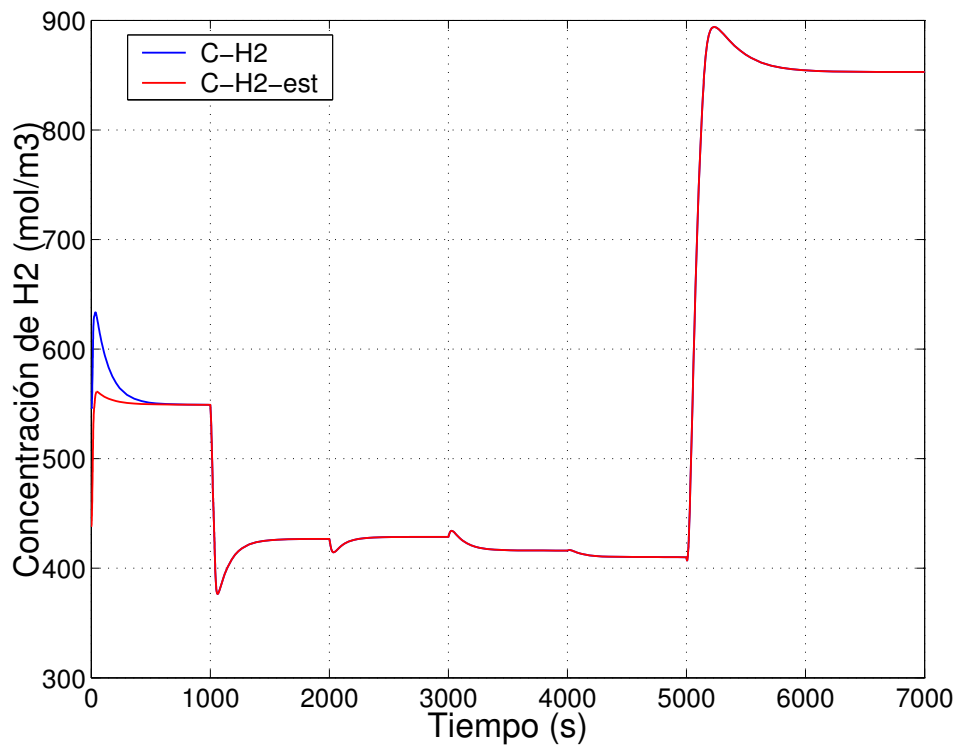


Figura 5.18: C_{H_2} real y estimado con el estimador propuesto, en lazo cerrado

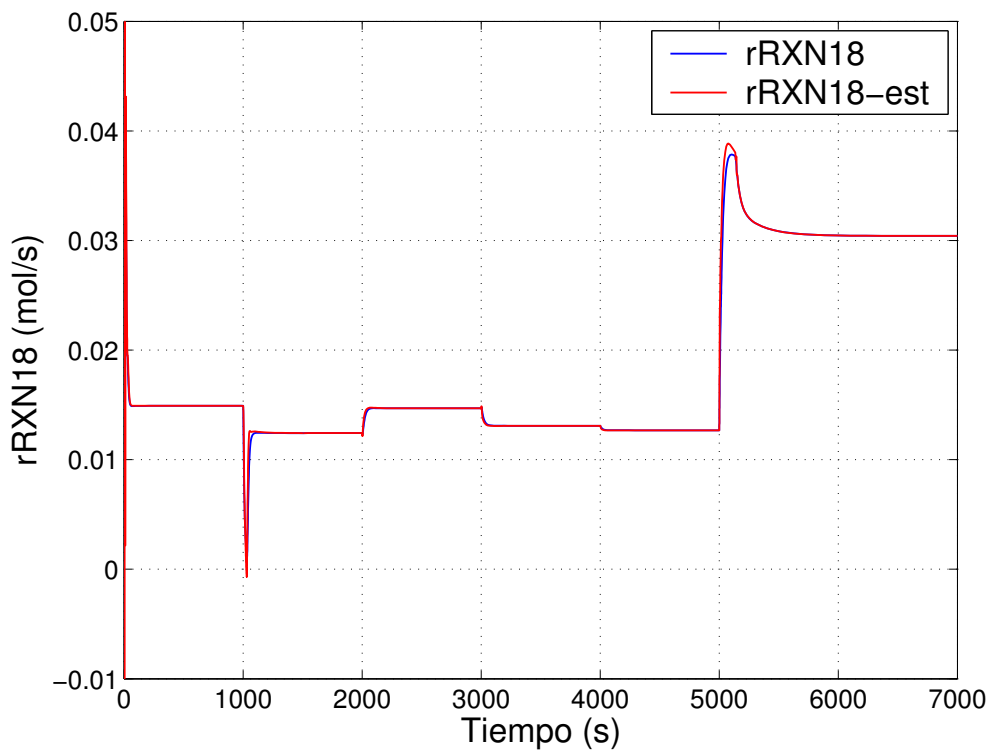
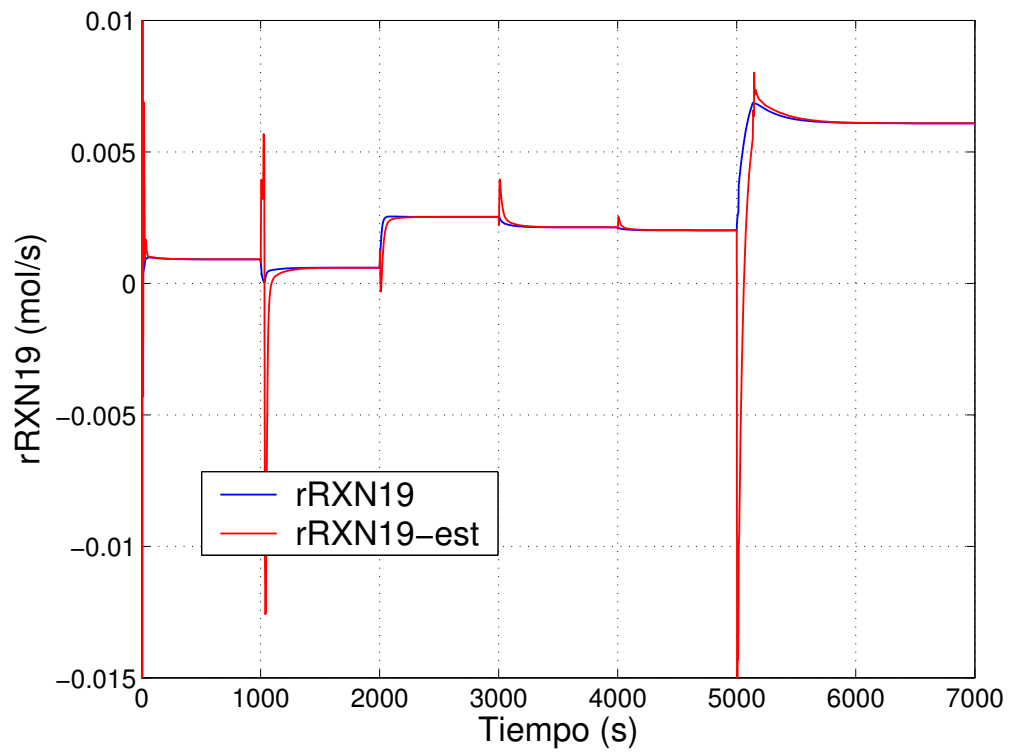
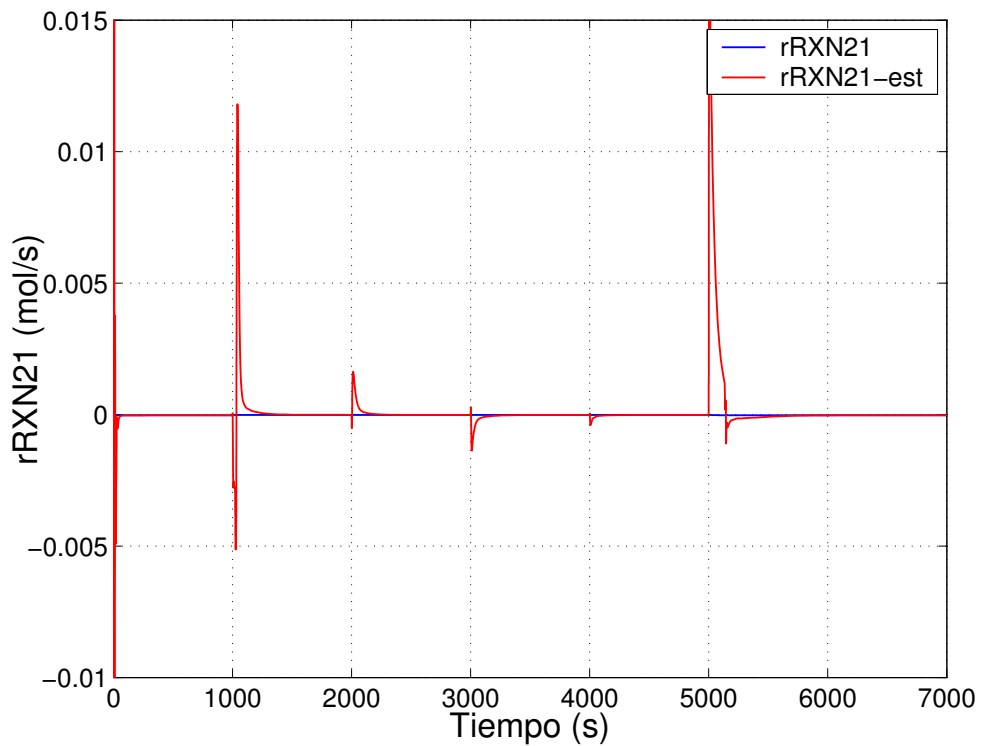


Figura 5.19: r_{RXN18} real y estimado con el estimador propuesto, en lazo cerrado

Figura 5.20: r_{RXN19} real y estimado con el estimador propuesto, en lazo cerradoFigura 5.21: r_{RXN21} real y estimado con el estimador propuesto, en lazo cerrado

Como puede observarse los resultados de estimación de estado son satisfactorios también en

lazo cerrado. En este caso se utilizó la información de los observadores para cerrar dos lazos de control: el lazo de número de fluidización y el lazo de fracción molar de hidrógeno. Es decir, las señales de realimentación hacia éstos dos controladores fueron las señales estimadas $N_{f_{est}}$ y $C_{H_{2_{est}}}$. En este caso se logra también una buena estimación de las cinéticas de reacción, tanto para cambios en las perturbaciones introducidas como para cambios en los puntos de ajuste de los controladores. Adicionalmente debe recordarse que esta estructura también responde a los cambios paramétricos en las cinéticas de reacción, las cuales dependen del número de fluidización.

5.5. Resumen

En este capítulo se aplicó una estructura de estimación de estado y parámetros a un modelo de Gasificador de Carbón en Lecho Fluidizado Presurizado. Inicialmente se definió una ruta para obtener el modelo del GCLF y se describió el Modelo Maestro del mismo. Dicho modelo se obtuvo con base en los balances de materia, energía y en la información adicional que se conoce para este tipo de procesos. La información del MM permitió trazar una ruta de diseño de estimadores de estado para las variables no medibles y las cinéticas de interés. Dicha solución se logró por medio de la combinación de un observador asintótico y un estimador basado en observador. Se realizaron pruebas de simulación con los estimadores diseñados para verificar la efectividad que estos tienen para estimar las concentraciones no medibles y las cinéticas de reacción. Los resultados de las simulaciones fueron satisfactorios tanto para el comportamiento en lazo abierto como en lazo cerrado. En el caso de lazo cerrado se utilizaron dos variables de estado indirectamente medidas, es decir calculadas por los estimadores, y el comportamiento del proceso fue aceptable tanto para cambios en los puntos de ajuste de los controladores como para perturbaciones externas y cambios paramétricos en las cinéticas de reacción. Por lo tanto se consideró que la estructura propuesta es una muy buena alternativa para este tipo de situaciones. No se probó con otro estimador porque se detectó una seria dificultad para su diseño, ya que las cinéticas de reacción se calculan con base en presiones parciales de los componentes, las cuales a su vez se calculan con el conocimiento de todas las concentraciones, lo cual es imposible debido a que no todas se pueden medir.

Capítulo 6

Conclusiones

Como resultado de este estudio y con base en los objetivos propuestos se pueden concluir los siguientes aspectos:

Respecto a la revisión de la literatura:

Aún persisten problemas no resueltos en el diseño de estimadores de estado, lo cual abre camino para futuras investigaciones en el tema. Entre los problemas detectados se encuentran los siguientes:

- Desviación permanente en las variables estimadas, es decir error de estado estacionario.
- Inestabilidad y divergencia del estimador.
- Necesidad de estructuras de modelos poco frecuentes en el caso industrial.
- Dependencia muy fuerte del comportamiento del estimador a las condiciones iniciales -estado inicial- y a la matriz de covarianzas inicial de los estados.
- Necesidad de solucionar ecuaciones complicadas, lo cual involucra alta carga computacional.
- Alta sensibilidad del estimador al ruido en la medición, especialmente si el estimador es de alta ganancia.
- Mal comportamiento del estimador cuando cambia el punto de operación del proceso, debido a que el diseño del estimador se fundamenta en modelos con aproximaciones lineales.

- Mal comportamiento del estimador ante envejecimiento de la planta o cambios en la condición de operación. Lo anterior produce cambios paramétricos en la planta y conlleva a tener un estimador con incertidumbre paramétrica.
- Dificultad para modelar en forma estricta la incertidumbre de la planta y el ruido presente en el sistema de medición.
- Dificultad para seleccionar el tipo de estimador que más conviene en una aplicación determinada.

Existen estimadores de estado que aprovechan información adicional a la que se conoce en el modelo de un proceso. Esta información permite mejorar la estimación de estado y parámetros, lo cual ha tenido mucho éxito en el área de los bioprocesos. Sin embargo, y como se aclaró en las limitaciones de cada estimador analizado, los estimadores reportados no consideran una situación general que pueda ser aplicada en cualquier proceso.

Respecto a la posibilidad de mejorar estimadores de estado:

Es posible aplicar criterios para seleccionar, diseñar y mejorar estimadores de estado. Entre los criterios más importantes se encuentran:

- El tipo de proceso al cual se le diseña el estimador.
- La sensibilidad paramétrica del modelo.
- El conocimiento *a priori* de los cambios paramétricos que sufre el proceso y que se deben considerar como parámetros candidatos que se deben estimar.
- La medición de la no linealidad del modelo del proceso como guía para verificar si un estimador extendido es adecuado.
- El conocimiento de los distintos estimadores para proponer combinaciones adecuadas para cada problema de estimación de estado.

Es necesario siempre obtener un modelo más completo del proceso, es decir un Modelo Maestro, tal que se incluyan condiciones reales de operación e información de los cambios que el proceso sufre. Esta información adicional permite diseñar un mejor estimador de estado, ya que las decisiones que toman tienen fundamento en la operación real del proceso y en sus limitaciones.

Respecto a la estructura de estimación propuesta:

Con base en el concepto de Modelo Maestro fue posible proponer una estructura de estimación de estado y parámetros para reactores químicos, la cual fue probada con un modelo CSTR no lineal. La estructura propuesta permitió mejorar el comportamiento estacionario y dinámico de observadores clásicos como Luenberger, Kalman y Deslizante y se basó en la combinación de éstos observadores con Estimadores Basados en Observador y Observadores Asintóticos.

El diseño de los componentes de la estructura de estimación propuesta es sencillo y puede realizarse de manera independiente para estimar el estado y algunos parámetros, tal que las dinámicas de los errores de estimación son fácilmente ajustadas.

La estructura propuesta tiene convergencia local garantizada, la cual es el resultado de la convergencia de los observadores individuales y especialmente de la convergencia inherente del observador asintótico.

La estructura de estimación propuesta puede ser fácilmente extendida a otros procesos. De hecho, la misma se aplicó en la estimación de estado y parámetros a un modelo de Gasificador de Carbón en Lecho Fluidizado.

Para aplicar la estructura de estimación al GCLF fue necesario obtener un modelo del mismo con base en los balances de materia, energía y en la información adicional que se conoce para este tipo de procesos. La información de dicho MM permitió trazar una ruta de diseño de estimadores de estado para las variables no medibles y las cinéticas de interés en el gasificador. Dicha solución se logró por medio de la combinación de un observador asintótico, un estimador basado en observador y correlaciones muy aceptadas para la fluidización en alta presión.

Las pruebas de simulación realizadas con los estimadores diseñados para el GCLF permitieron verificar la efectividad que éstos tienen para estimar las concentraciones no medibles y las cinéticas de reacción. Los resultados de las simulaciones fueron satisfactorios tanto para el comportamiento en lazo abierto como en lazo cerrado.

En el caso de lazo cerrado se utilizaron dos variables de estado indirectamente medidas, es decir calculadas por los estimadores, y el comportamiento del proceso fue aceptable tanto para cambios en los puntos de ajuste de los controladores como para perturbaciones externas

y cambios paramétricos en las cinéticas de reacción. Por lo tanto se consideró que la estructura propuesta es una muy buena alternativa para controlar un gasificador real.

En el caso del GCLF no se probó con otro estimador debido a la dificultad para su diseño, ya que las cinéticas de reacción se calculan con base en presiones parciales de los componentes, las cuales a su vez se calculan con el conocimiento de todas las concentraciones. Lo anterior dificulta, o impide, el diseño de un observador clásico. Además, puede preverse desde los resultados del Capítulo 4, para el caso del CSTR, que un observador clásico presentará deficiencias ante los cambios paramétricos introducidos.

Respecto a la posibilidad de trabajo futuro:

El tema de estimación no lineal de estado y parámetros se encuentra abierto para proponer nuevas estrategias que permitan mejorar cualquiera de los aspectos que en esta tesis se abordaron. Sin embargo, algunas ideas puntuales que podrían desarrollarse son:

- Mejorar algunos aspectos básicos de los observadores convencionales. Por ejemplo en el caso del observador deslizante puede trabajarse para reducir o eliminar el chattering. Aunque se tienen algunas soluciones propuestas para algunos modelos de proceso, la solución todavía no es general.
- Cambiar el tipo de observadores clásicos que se tienen en la estructura propuesta. Por ejemplo, podría probarse la estructura cuando trabaja con observadores de alta ganancia.
- Validar el modelo del GCLF con datos reales y mejorar el modelamiento de las cinéticas de reacción.
- Extender la estructura hacia otro tipo de sistemas, por ejemplo sistemas electromecánicos como motores de inducción, y comparar el desempeño del estimador con el de los observadores con modelo de referencia que se utilizan frecuentemente en estos casos.
- Extender la estructura hacia modelos de sistemas de potencia en los cuales sea necesaria la estimación de estado y parámetros.

Apéndice A

Parámetros del GCLF

En este apéndice se muestra el archivo de parámetros utilizados para el GCLF.

```
%Datos para GCLF
```

```
clear all
```

```
close all
```

```
clc
```

```
%% CONSTANTES
```

```
%% R EN DISTINTAS UNIDADES
```

```
R = 8.20578e-5; % (atm m3/mol K)
```

```
R2 = 0.00831; % (KJ/mol K)
```

```
%% PESOS MOLECULARES
```

```
PMO2 = 32; % (g/mol)
```

```
PMCO2 = 44; % (g/mol)
```

```
PMalq = 300; % (g/mol)
```

```
PMchar = 12; % (g/mol)
```

```
PMH2O = 18; % (g/mol)
```

```
PMN2 = 28; % (g/mol)
```

```
PMCO = 28; % (g/mol)
```

```
PMcen = 90; % (g/mol)
```

PMaire = 29; % (g/mol)

PMH2=2; % (g/mol)

%%CALORES ESPECIFICOS

Cp_N2 = 0.0323; % (KJ/mol K)

Cp_Char = 0.0176; % (KJ/mol K)

Cp_H2O = 0.0413; % (KJ/mol K)

Cp_CO2 = 0.0516; % (KJ/mol K)

Cp_CO = 0.0327; % (KJ/mol K)

Cp_H2 = 0.0306; % (KJ/mol K)

Cp_CH4 = 0.0714; % (KJ/mol K)

Cp_Cenizas = 0.0873; % (KJ/mol K)

Cp_H2O_2 = 2.294444; % (KJ/Kg K)

Cp_aire = 1.1248; % (KJ/Kg K)

Cv_Lecho = 1.2536; % (KJ/Kg K)

%% DENSIDADES

Densidad_char = 1000; % (Kg/m3)

Densidad_cen = 1000; % (Kg/m3)

Densidad_gas_aprox = 10; % (Kg/m3)

Densidad_solidos = 1000; % (Kg/m3)

Peso_especif_carbon = 1000; % (Kg/m3)

%% CONSTANTES CINETICAS

E_k1 = 150; % energia de activacion R1 (KJ/mol)

E_k2 = 130; % energia de activacion R2 (KJ/mol)

E_k3 = 110; % energia de activacion R3 (KJ/mol)

E_k4 = 90; % energia de activacion R4 (KJ/mol)

E_k44 = 80; % energia de activacion R5 (KJ/mol)

A_k1 = 90; % Factor de colision R1

A_k2 = 3; % Factor de colision R2

A_k3 = 0; % Factor de colision R3

```

A_k4 = 0.1; % Factor de colision R4
A_k44 = 0.025; % Factor de colision R4'

Delt_H_RXN1 = 190; % Entalpia reaccion 1(KJ/mol)
Delt_H_RXN2 = 180; % Entalpia reaccion 2(KJ/mol)
Delt_H_RXN3 = 0; % Entalpia reaccion 3(KJ/mol)
Delt_H_RXN4 = -33; % Entalpia reaccion 4(KJ/mol)
Delt_H_RXN44 = 33; % Entalpia reaccion 5(KJ/mol)

Delt_Hrxn_alq = -22000; % (KJ/KgO2)
Delt_Hrxn_char = -25600; % (KJ/Kg char)

Calor_Desvolatil = 1700; % (KJ/Kg carbon)

%%% CONTANTES VALVULAS
K = 1; % Ganancia
tao = 20; % Tiempo respuesta de valvula

%%% PARAMETROS MODELO
Porosidad = 0.5; % Adimensional
Radio_reactor = 0.0375; % (m)
Altura_total_reactor = 1.4; % (m)

%%% PARAMETROS PERDIDAS AL AMBIENTE
h_conv = 0.3; % Coeficiente convectivo (KW/m2K)
T_pared = 60; % Temperatura pared del reactor (°C)
T_amb = 25; % Tempertura ambiente (°C)

%Condiciones iniciales variables medidas
C_H2O_0=3695.6;
C_CO2_0=868.8;
T_0=1204.6;
P_0=8;
H_0=0.7; %Altura

```

%Condiciones iniciales de variables no medidas

C_N2_0=2442.5;

C_char_0=148.5;

C_CO_0=712.4;

C_H2_0=547.1;

C_cenizas_0=43.31;

%Estimacion inicial del observador asintotico

X_B0=0.8*[C_char_0;C_CO_0;C_H2_0];

%Condiciones iniciales de matrices para inicios de observador asintotico y

%OBE

Vlecho=2.9e-3; %m³

mlecho=1.464; % Kg

Kb0=(1/Vlecho)*[-1 -1 0;1 2 1;1 0 -1];

Ka0=(1/Vlecho)*[-1 0 1;0 -1 -1;

-(Vlecho*Delt_H_RXN1)/(Cv_Lecho*mlecho), -(Vlecho*Delt_H_RXN2)/(Cv_Lecho*mlecho), (Vl

inv_Ka_0=inv(Ka0);

A00=-Kb0*inv_Ka_0;

Bibliografía

- Aguilar, R. and Maya, R. (2005). State estimation for nonlinear systems under model uncertainties: a class of sliding-mode observers. *Journal of Process Control*, 15, 363–370.
- Aguirre, L., Donoso, P., and Santos, R. (2000). Use of a priori information in the identification of global nonlinear models - a case using a buck converter. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 47(7), 1081–1085.
- Ahmed, F., Nazir, S., and Yeo, Y. (2009). Least squares for online melt index predictions in grade-changing HDPE operations. *Chemical Product and Process Modeling*, 4(1), 1–25.
- Alessandri, A., Baglietto, M., and Battistelli, G. (2008). Moving - horizon state estimation for nonlinear discrete - time systems: New stability results and approximation schemes. *Automatica*, 44, 1753–1765.
- Alvarez, H., Lamanna, R., Vega, P., and Revollar, S. (2009). Metodología para la obtención de modelos semifísicos de base fenomenológica aplicada a una sulfitadora de jugo de caña de azúcar. *Revista iberoamericana de automática e informática industrial*, 6(3), 44–53.
- Alvarez, H., Londoño, C., di Sciascio, F., and Carelli, R. (2001). pH neutralization process as a benchmark for testing nonlinear controllers. *Industrial and Engineering Chemistry Research*, 40, 2467–2473.
- Bagui, F., Abdelghani, M., and Chafouk, H. (2004). Heat exchanger Kalman filtering with process dynamic acknowledgement. *Computers and Chemical Engineering*, 28, 1465–1473.
- Bastin, G. and Dochain, D. (1990). *On-line Estimation and Adaptive Control of Bioreactors*. Elsevier Science Publishing Company Inc, Netherlands.
- Bastin, G. and Gevers, M. (1988). Stable adaptive observers for nonlinear time varying systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 33, 650–658.

- Bequette, W. (1998). *Process Dynamics: Modeling, Analysis and Simulation*. Prentice Hall, New Jersey, USA.
- Bequette, W. (2002). Behavior of a CSTR with a recirculating jacket heat transfer system. In *Proceedings of the American Control Conference*. Anchorage, AK.
- Besançon, G. (2000). Remarks on nonlinear adaptive observers design. *Systems and Control Letters*, 41(4).
- Besançon, G. (2007). *Nonlinear Observers and Applications*. Springer-Verlag, Berlin-German.
- Bhagwat, A., Srinivasan, R., and Krishnaswamy, P. (2003). Multi-linear model-based fault detection during process. *Chemical Engineering Science*, 58, 1649–1670.
- Biagiola, S. and Figueroa, J. (2004). A high gain nonlinear observer: Application to the control of an unstable nonlinear process. *Computers and Chemical Engineering*, 28, 1881–1898.
- Bird, R., Stewart, W., and Lightfoot, E. (2001). *Transport Phenomena*. John Wiley, New York.
- Botero, H. and Alvarez, H. (2009). Una revisión de los métodos más frecuentes para la estimación del estado en procesos químicos. *Revista Dyna*, 76(158), 135–146.
- Botero, H., Gómez, L., and Giraldo, M. (2010). Diseño de observadores de estado con entradas desconocidas: Análisis de la existencia y la observabilidad desde la fenomenología del modelo. In *XIV Congreso latinoamericano de control automático*. Santiago de Chile - Chile.
- Calderón, C. (2009). *Control de procesos multivariados mediante un sistema de control distribuido modificado*. M.Sc. thesis, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Minas, Medellín.
- Cecil, D. and Kozłowska, M. (2010). Software sensors are a real alternative to true sensors. *Environmental Modelling & Software*, 25(5), 622–625.
- Chierster, D., Kornosky, R., Fan, L., and Danko, J. (1984). Characteristics of fluidization at high pressure. *Chemical Engineering Science*, 39(2), 253–261.
- Cho, Y. and Rajamani, R. (1997). A systematic approach to adaptive observer synthesis for nonlinear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 42, 534–537.

- Ciccarella, G., Dalla, M., and Germani, A. (1993). A Luenberger-like observer for nonlinear systems. *International Journal of Control*, 57(3), 537–556.
- Correa, M., Aguirre, L., and Saldanha, R. (2002). Using steady - state prior knowledge to constrain parameter estimates in nonlinear system identification. *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 49(9), 1376–1381.
- Coulson, J., Richardson, J., Harker, J., and Backhurst, J. (1999). *Chemical Engineering*. Butterworth-Heinemann, New Jersey, USA.
- Daaou, B., Mansouri, A., Bouhamida, M., and Chenafa, M. (2008). A robust nonlinear observer for state variables estimation in multi-input multi-output chemical reactors. *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, 6, 1–20.
- Dam, M. and Saraf, D. (2006). Design of neural networks using genetic algorithm for on-line property estimation of crude fractionator products. *Computers and Chemical Engineering*, 30, 722–729.
- Daum, F. (2005). Nonlinear filters: Beyond the Kalman filter. *IEEE A and E Systems Magazine*, 20(8), 57–69.
- De Assis, A. and Maciel, R. (2000). Soft sensors development for on - line bioreactor state estimation. *Computers and Chemical Engineering*, 24, 1099–1103.
- Dochain, D. (2003). State and parameter estimation in chemical and biochemical processes: a tutorial. *Journal of Process Control*, 13, 801–818.
- Dochain, D., Perrier, M., and Ydstie, B. (1992). Asymptotic observers for stirred tank reactors. *Chemical Engineering Science*, 47, 4167–4177.
- Farza, M., M’saad, M., Maatoug, T., and Kamoun, M. (2009). Adaptive observers for nonlinearly parameterized class of nonlinear systems. *Automatica*, 45, 2292–2299.
- Fitzgerald, R. (1971). Divergence of the Kalman filter. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 16(6), 736–747.
- Fortuna, L., Graziana, S., and Xibilia, M. (2005). Soft sensors for product quality monitoring in debutanizer distillation columns. *Control Engineering Practice*, 13, 499–508.
- Fradkov, A., Miroshnik, I., and Nikiforov, V. (1999). *Nonlinear and adaptive control of complex systems*. Kluwer Academic Publishers, Dordrecht-Netherlands.

- Franco, E. and Ramírez, J. (2008). Observabilidad de la velocidad en motores de inducción de alto desempeño dinámico. *Revista Dyna*, 75(155), 5–14.
- Gauthier, J., Hammouri, H., and Othman, S. (1992). A simple observer for nonlinear systems applications to bioreactors. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37(6), 875–880.
- Geldart, D. (1973). The effect of particle size and size distribution on the behavior of gas-fluidized beds. *Powder Technology*, 6, 201–215.
- Goldberg, H. (2000). What is virtual instrumentation? *IEEE Instrumentation and Measurement Magazine*, 3(4), 10–13.
- Grewal, M. and Andrews, A. (2001). *Kalman Filtering: Theory and Practice Using Matlab*. John Wiley and Sons Inc, New York, USA.
- Hahn, J., Edgar, T., and Marquardt, W. (2003). Controllability and observability covariance matrices for the analysis and order reduction of stable nonlinear systems. *Journal of Process Control*, 13(2), 115–127.
- Henson, M. and Seborg, D. (1997). *Nonlinear process control*. Prentice Hall, New Jersey.
- Hernández, H. and Aguirre, J. (2005). Estimación de calidad en polímeros empleando sensores virtuales. *Revista Dyna*, 72(147), 65–73.
- Huang, P. and Tseng, W. (1988). An observer. design for constrained robot system. In *Proceeding of the 27th Conference on Decision and Control. Austin - Texas*.
- Iyer, N. and Farrell, A. (1996). Design of a stable adaptive nonlinear observer for an exothermic stirred tank reactor. *Computers and Chemical Engineering*, 20(9), 1141–1147.
- Jana, A. (2007). Nonlinear state estimation and generic model control of a continuous stirred tank reactor. *International Journal of Chemical Reactor Engineering*, 5, 1–16.
- Jiménez, A., Beltrán, G., Aguilera, M., and Uceda, M. (2008). A sensor-software based on artificial neural network for the optimization of olive oil elaboration process. *Sens. Actuators B: Chem*, 129(2), 985–990.
- Johansen, T. (1996). Identification of nonlinear, systems using empirical data an prior knowledge - an optimization approach. *Automatica*, 32(3), 337–356.
- Johansen, T. (1997). Constrained and regularized system identification. In *Proceeding of the 11th IFAC Symposium on System Identification*.

- Julier, S., Uhlmann, J., and Durrant, H. (2000). A new approach for the nonlinear transformation of means and covariances in filters and estimators. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 45(3), 477–482.
- Kalman, R. (1960). A new approach to linear filtering predictions problems. *Transactions of ASME - Journal of Basic Engineering.*, (1), 35–45.
- Krener, A. and Isidori, A. (1983). Linearization by output injection and nonlinear observers. *Systems and Control Letters*, 3(1), 47–52.
- Kunii, D. and Levenspiel, O. (1991). *Fluidization Engineering*. Butterworth-Heinemann, USA.
- Kwakernaak, H. and Sivan, R. (1972). *Linear optimal control systems*. John Wiley and Sons, New York.
- Leonhard, W. (1985). *Control of electrical drives*. Springer-Verlag, Berlin, Germany.
- Ljung, L. (1979). Asymptotic behavior of the extended Kalman filter as a parameter estimator for linear systems. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 24(1), 36–50.
- Ljung, L. and Glad, T. (1994). *Modeling of dynamic systems*. Prentice Hall, New Jersey, USA.
- Lohmiller, W. and Slotine, J. (1996a). Applications of metric observers for nonlinear systems. In *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Control Applications. Dearborn*.
- Lohmiller, W. and Slotine, J. (1996b). On metric system observers for nonlinear systems. In *Proceedings of the 1996 IEEE International Conference on Control Applications. Dearborn*.
- Lopera, E. (2008). *Modelamiento y simulación de un proceso de gasificación de carbón en lecho fluidizado a alta presión*. M.Sc. thesis, Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Minas, Medellín.
- Luenberger, D. (1964). Observing the state of a linear system. *IEEE Transactions on Military Electronics*, 8(2), 74–80.
- Luenberger, D. (1971). An introduction to observers. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 16(6), 596–602.
- Lévy, P. (1999). *¿Qué es lo virtual?* Paidós Ibérica, Barcelona, España.

- Marino, R. and Tomei, P. (1992). Global adaptive observers for nonlinear systems via filtered transformations. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 37, 1239–1245.
- Mauch, J. and Birch, J. (1983). *Guide for the Successful Thesis and Dissertation - Conception to Publication*. Marcel Dekker Inc, New York.
- Narendra, K. and Annaswamy, A. (1989). *Stable Adaptive Systems*. Prentice Hall Englewood Cliffs, Englewood Cliffs.
- Nijmeijer, H. and Van der Schaft, A. (1990). *Nonlinear dynamical control systems*. Springer-Verlag, Berlin.
- Norgaard, M., Poulsen, N., and Ravn, O. (2000). New developments in state estimation for nonlinear systems. *Automatica*, 36, 1627–1638.
- Ocampo, J., Arenas, E., Chejne, F., Espinel, J., Londoño, C., Aguirre, J., and Pérez, J. (2003). An experimental study of gasification of Colombian coal in fluidised bed. *Fuel*, 82, 161–164.
- Oliveira, J., Santos, J., and Seleguim, P. (2006). Inverse measurement method for detecting bubbles in a fluidized bed reactor-toward the development of an intelligent temperature sensor. *Powder Technology*, 169, 123–135.
- Oliveira, R., Ferreira, E., and Foyo, S. (2002). Stability, dynamics of convergence and tuning of observer - based kinetics estimators. *Journal of Process Control*, 12, 311–323.
- Park, S. and Han, H. (2000). A nonlinear soft sensor based on multivariate smoothing procedure for quality estimation in distillation columns. *Computers and Chemical Engineering*, 24, 871–877.
- Perrier, M., Foyo, S., Ferreira, E., and Dochain, D. (2000). Tuning of observer - based estimators: Theory and application to the on - line estimation of kinetic parameters. *Control Engineering Practice*, 8, 377–388.
- Posada, N. (2010). *Implementación de observadores en un sistema de tanques en cascada*. M.Sc. thesis, Universidad Pontificia Bolivariana, Facultad de Ingeniería, Medellín.
- Radke, A. and Gao, Z. (2006). A survey of state and disturbance observers for practitioners. In *Proceedings of the 2006 American Control Conference*. Minneapolis, Minnesota, USA.

- Rao, C., Rawlings, J., and Lee, J. (2001). Constrained linear state estimation - a moving horizon approach. *Automatica*, 37, 1619–1628.
- Reid, R., Prausnitz, J., and Poling, B. (1990). *Properties of Gases and Liquids*. Wiley, New York.
- Rodríguez, H., Álvarez, H., Leguizamón, C., and Vásquez, C. (2002). Virtual sensor based on a takagi-sugeno fuzzy model applied to a solid-gas fluidized bed. In *Memorias X Congreso Latinoamericano de Control Automático, Guadalajara, México*.
- Shango, K. and Bitmead, R. (2007). State estimation for nonlinear systems with state equality constraints. *Automatica*, 43, 1363–1368.
- Simon, D. (2008). A comparison of filtering approaches for aircraft engine health estimation. *Aerospace Science and Technology*, 12(4), 276–284.
- Simon, D. and Chia, T. (2002). Kalman filtering with state equality constraints. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 39(1), 128–136.
- Slotine, J., Hedrick, J., and Misawa, E. (1986). Nonlinear state estimation using sliding observer. In *Proceedings of the 25 Conference on Decision and Control, Athens, Greece*.
- Soroush, M. (1997). Nonlinear state observer design with application to reactors. *Chemical Engineering Sciences*, 52(3), 387–404.
- Soroush, M. (1998). State and parameter estimations and their applications in process control. *Computers and Chemical Engineering*, 23, 229–245.
- Sundarapandian, V. (2002). Global asymptotic stability of nonlinear cascade systems. *Applied Mathematics Letters*, 15, 275–277.
- Sundarapandian, V. (2004). Local and global asymptotic stability of nonlinear cascade interconnected systems. *Mathematical and Computer Modelling*, 40, 227–232.
- Sutton, C. and Chen, J. (2008). A local transient approach to monitoring fluidization quality in freely bubbling beds. *Powder Technology*, (180), 296–306.
- Walcott, B., Corless, M., and Ak, S. (1987). Comparative study of non-linear state-observation techniques. *International Journal of Control*, 45(6), 2109–2132.
- Wallas, S. (1988). *Chemical Process Equipment: Selection and Design*. Butterworth, New York, USA.

- Wang, G., Peng, S., and Huang, H. (1997). A sliding observers for nonlinear process control. *Chemical Engineering Sciences*, 52(5), 787–805.
- Wilson, J. and Zorzeto, L. (1997). A generalised approach to process state estimation using hybrid artificial neural network/mechanistic models. *Computers and Chemical Engineering*, 21(9), 951–963.
- Xiong, Y. and Saif, M. (2000). Sliding-mode observer for uncertain systems part ii: Nonlinear systems case. In *Proceedings of the 39' IEEE Conference on Decision and Control, Sydney, Australia*.
- Yan, H., Heidenreich, C., and Zhang, D. (1999). Modelling of bubbling fluidised bed coal gasifiers. *Fuel*, 78, 1027–1047.
- Yan, W., Shao, H., and Wang, X. (2004). Soft sensing modeling based on support vector machine and bayesian model selection. *Computers and Chemical Engineering*, 28, 1489–1498.