

**XXV CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA
SAN JOSÉ, COSTA RICA, 9 AL 12 DE SEPTIEMBRE DE 2012**

**DIAGNÓSTICO Y PREDICTIBILIDAD DE LA LLUVIA EN COLOMBIA A
ESCALA INTRAESTACIONAL**

Johanna Yepes, Germán Poveda

Posgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos, Escuela de Geociencias y Medio Ambiente, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, Colombia, ljyepes@unal.edu.co y gpoveda@unal.edu.co

RESUMEN:

En este trabajo se estudia la variabilidad intraestacional de la lluvia sobre Colombia por medio de datos pentadiarios (agregados a cinco días) de precipitación del producto 3B42 del TRMM (Tropical Rainfall Measuring Mission) y Anomalías de Potencial de Velocidad a los 200 hPa (PV200). Se efectúa un análisis de Componentes Principales donde se obtiene que es necesario considerar las 15 primeras Funciones Ortogonales Empíricas para explicar el 50.13% de la varianza total, con patrones significativos sobre el Pacífico y occidente de Colombia. Las principales frecuencias encontradas para todas las componentes están asociadas a la Oscilación de Madden-Julian, siendo la principal un modo sub-mensual de 20 días, encontrado por el espectro de Hilbert-Huang. Se obtuvieron mapas de probabilidad de lluvia bajo diferentes umbrales, dado un PV200 negativo, que exhiben la importancia del Pacífico colombiano y la Amazonia sobre la dinámica convectiva de la región.

ABSTRACT:

The intraseasonal variability of rainfall in Colombia is studied using daily precipitation data from the product 3B42 from the Tropical Rainfall Measuring Mission (TRMM) and 200 hPa velocity potential anomalies (PV200), both using pentad data. In the Principal Components Analysis the first 15 Empirical Orthogonal Functions explained 50.13% of the total variance, showing prominent patterns over the Pacific and west part of Colombia. The main frequencies for all major components are represented in the Madden-Julian Oscillations, specifically in sub-monthly oscillations (20 days) detected by the Hilbert-Huang spectrum. The precipitation probability maps under different thresholds given a negative PV200 were obtained, which exhibit the importance of the Colombian Pacific and Amazonia over the regional convective dynamic.

PALABRAS CLAVES: Variabilidad Intraestacional, Oscilación de Madden-Julian, Precipitación Tropical, Anomalías de Potencial de Velocidad a los 200 hPa, Transformada de Hilbert-Huang, Análisis de Componentes Principales.

INTRODUCCIÓN

La alta variabilidad de la lluvia tropical está explicada por múltiples procesos que interactúan entre sí y que a su vez se manifiestan en diferentes escalas espacio-temporales, como la oscilación meridional de la Zona de Convergencia Intertropical (ZCIT) en la escala de tiempo anual, el ENSO en la escala interanual, la oscilación de Madden-Julian (MJO) a escala intraestacional y el ciclo diurno de temperaturas a escala diaria; los cuales han sido estudiados en Colombia por Poveda (2004). Este trabajo considera la escala de tiempo intraestacional dada su importancia como modulador de eventos extremos en la región Pan-Americana (Lau y Waliser, 2005).

Gran parte del estudio de la variabilidad intraestacional, como un patrón dominante de variabilidad a gran escala, se ha realizado a partir de la identificación de Funciones Ortogonales Empíricas (EOF) sobre las diferentes variables que representan la oscilación; Lorenc (1984) calculó las EOFs del Potencial de Velocidad a los 200 hPa a escala diaria y encontró que los dos modos principales representaban una onda zonal número 1, con un patrón de propagación hacia el este que se desplazaba en el ecuador con un periodo de 30-50 días.

En Colombia, la señal intraestacional ha sido estudiada en varias estaciones de precipitación y caudal (Hoyos, 1999; Agudelo et al., 2001; Poveda y Mesa, 1997; Poveda, 1998). Poveda *et al.* (2005) reportaron que existe mayor cantidad de lluvia en el ciclo diurno durante la fase oeste de la Oscilación de Madden-Julian (MJO) respecto a la fase este y neutral, para varias estaciones de precipitación en los andes tropicales de Colombia. Arias (2005) realizó un diagnóstico de la variabilidad intraestacional, encontrando simultaneidad entre los máximos de precipitación en todas las estaciones de Colombia y la Radiación de Onda Larga (OLR), la precipitación del CMAP, la cobertura de nubes y el viento zonal a 925 hPa en 80°W para el cinturón 5°S – 10°N.

Pese a algunas limitaciones en el entendimiento de la naturaleza de la variabilidad intraestacional, numerosos estudios han abordado la predictibilidad del fenómeno. Algunos modelos realizan monitoreo en tiempo real de la MJO por medio de la proyección de diferentes campos atmosféricos sobre las FOEs que permiten un seguimiento de la fase y evolución del fenómeno (Kousky y Kayano, 1993). El objetivo de este trabajo es determinar el modo de variabilidad espacio-temporal de la precipitación en Colombia a escala intraestacional.

DATOS Y METODOLOGÍA

La oscilación de Madden-Julian (MJO), también conocida como oscilación de 30-60 días, u oscilación intra-estacional es la principal fuente de variabilidad climática a tal escala de tiempo en los trópicos. La MJO afecta toda la tropósfera tropical pero se hace aún más evidente en el océano Índico, así como en el oeste del océano Pacífico. Esta oscilación implica variaciones en la magnitud y dirección de la velocidad del viento (siendo las anomalías de Potencial de Velocidad a los 200 hPa utilizadas como un indicador del estado de la oscilación), temperaturas superficiales del mar, precipitación y formación de nubes, y es más fuerte aún su influencia sobre la radiación de onda larga reflejada en la tierra (Madden y Julian, 1971, 1972, 1994).

Las anomalías de Potencial de Velocidad a los 200 hPa (PV200) son empleadas en la detección y diagnóstico de actividad convectiva a gran escala y están asociadas fuertemente al comportamiento de los regímenes de precipitación sobre la atmósfera tropical. Actualmente, el Centro de Predicción Climática de la NOAA (National Oceanic and Atmospheric Administration) de Estados Unidos monitorea diariamente la evolución de las Anomalías de Potencial de Velocidad del Viento a los 200 hPa. En la Figura 1 se puede observar el campo mencionado.

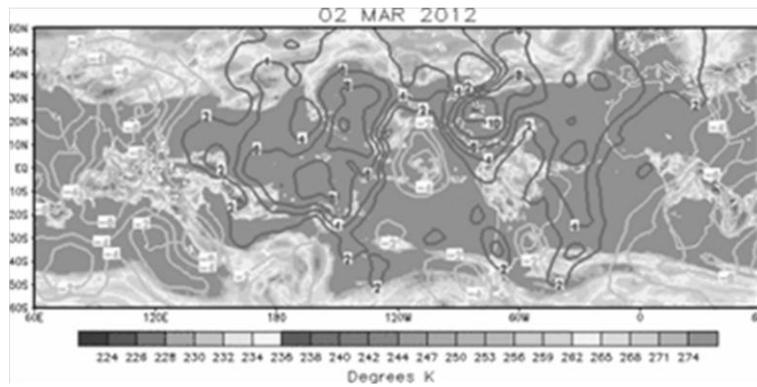


Figura 1. - Mapa Radiación Infrarroja y anomalías del campo de potencial de velocidad a 200-hPa m²/s (período base de 1971-2000), para el día 2 de marzo de 2012. Tomada de http://www.cpc.ncep.noaa.gov/products/precip/CWlink/ir_anim_monthly.shtml.

Los datos diarios de las anomalías de potencial de velocidad a los 200 hPa (PV200), fueron tomados del Reanálisis Climático NCEP/NCAR (Kalnay *et al.*, 1996), con una resolución espacial de 1.8° x 1.8°, y una resolución temporal que incluye un periodo entre 1998 y 2010. Así mismo, los datos diarios de precipitación fueron obtenidos del producto 3B42 del satélite TRMM (Tropical Rainfall Measuring Mission), el cual está disponible para monitorear y estudiar precipitaciones tropicales y subtropicales, entre los 49.875° N y 49.875° S, con una resolución espacial de 0.25° x 0.25° y un periodo entre 1998 y 2010. El recuadro elegido para Colombia corresponde a 14.875°N- 4.875°S en latitud y 79.875°W- 66.125°W en longitud.

Con el fin de establecer zonas espacialmente homogéneas entre los datos de precipitación y de PV200 se realizó una equivalencia entre ambas mallas, es decir, cada malla de PV200 se dividió en 49 recuadros y a cada una se le asignó un valor de precipitación.

Para el diagnóstico de la variabilidad intraestacional tanto los datos de PV200 como los de precipitación fueron agregados a 5 días, con el fin de obtener una resolución temporal pentadiaria, adecuada para este tipo de análisis (Jones *et al.*, 2004; Waliser *et al.*, 1999; Arias, 2005). Inicialmente se realizará un Análisis de Componentes Principales (ACP) que permite determinar los modos principales de variabilidad de la lluvia en Colombia y posteriormente se realizará un análisis espectral con usando las transformadas de Hilbert-Huang, de Onditas y de Fourier, que permitirá determinar las frecuencias dominantes. A continuación se describen las metodologías utilizadas.

ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES

El ACP es una herramienta que permite estimar los modos principales de variabilidad de un sistema de alta dimensionalidad. El ACP comprende el cálculo de las Funciones Ortogonales Empíricas (FOE) que se pueden describir como un conjunto de vectores que maximizan la varianza de las variables empleadas. Las FOE constituyen la base ortogonal de un conjunto de series de tiempo en distintos sitios de medición, y su relación se calcula mediante la matriz de covarianza entre las series, conocida como la matriz de Toeplitz (Supdrieure, 1992).

La matriz de Toeplitz es una matriz cuadrada y simétrica con respecto a su diagonal, además se tiene que en la diagonal los valores deben ser la unidad ya que estos representan la covarianza de la serie calculada consigo misma. Se calculan los valores propios y los vectores propios de la matriz de Toeplitz, estos últimos se conocen como las FOE. La relación entre los vectores y valores propios se encuentra dada por:

$$Ax = \lambda x \quad [1]$$

Una vez se obtienen las FOE se calculan las Componentes Principales (CP) como proyecciones de las series de tiempo sobre las FOE, obteniendo de esta manera tantas componentes principales como FOE existentes. Supdrieure (1992) expresa la expansión de los coeficientes FOE en el dominio del tiempo como:

$$CP_i^k = \sum_{j=1}^N x_j FOE_j^k \quad [2]$$

Donde n representa el tamaño de la serie de tiempo y k el número de componentes principales obtenidas. La primera CP representa el mayor porcentaje de variabilidad de la serie, el cual es obtenido desde los valores propios.

PROBABILIDAD CONDICIONAL Y SIGNIFICANCIA ESTADÍSTICA

Mendenhall *et al.* (2009) definen la probabilidad condicional como:

$$P(B/A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \quad [3]$$

Y se denomina probabilidad de ocurrencia de A , dado un evento B . Para el caso, se considerará el evento A como la ocurrencia de días con PV200 negativos y el evento B como la ocurrencia de días con presencia de lluvia bajo diferentes criterios.

Con el fin de darle validez a las probabilidades calculadas se utiliza una prueba de hipótesis de una cola donde la hipótesis nula fue $H_0: P_1=P_2$ y la hipótesis alternativa es $H_1: P_1>P_2$, P_1 corresponde a las probabilidades de ocurrencia de PV200 negativas dado que hay lluvia y P_2 corresponde a las probabilidades de ocurrencia de PV200 positivas dado que hay lluvia. Los estadísticos de prueba usados son:

$$Z_k = \frac{P_1 - P_2}{\sigma} \quad [4]$$

$$\sigma = \sqrt{PQ \left(\frac{1}{N_1} + \frac{1}{N_2} \right)} \quad [5]$$

$$P = \frac{N_1 P_1 + N_2 P_2}{N_1 + N_2} \quad [6]$$

$$Q = 1 - P \quad [7]$$

RESULTADOS

Una vez aplicado ACP a los 4480 puntos de precipitación en Colombia, es necesario considerar las primeras 15 Funciones Ortogonales Empíricas para explicar el 50.13% de la varianza total de la precipitación en Colombia. En la Figura 2 y Figura 3 se presentan dichas componentes espaciales. La primera FOE explica el 14.4% de la varianza total, la segunda el 8.5%, la tercera el 4.5% y la cuarta el 4.02%. En todas las FOE se observan patrones definidos especialmente localizados en la región Pacífica (primera y tercera FOE). Este comportamiento destaca la importancia del océano Pacífico a escala intraestacional sobre la hidroclimatología de Colombia.

Para obtener las componentes principales es necesario expandir los coeficientes FOE en el tiempo; en la Figura 4 se presentan las primeras cuatro componentes principales, por consideraciones de espacio el resto de ellas no son presentadas aquí.

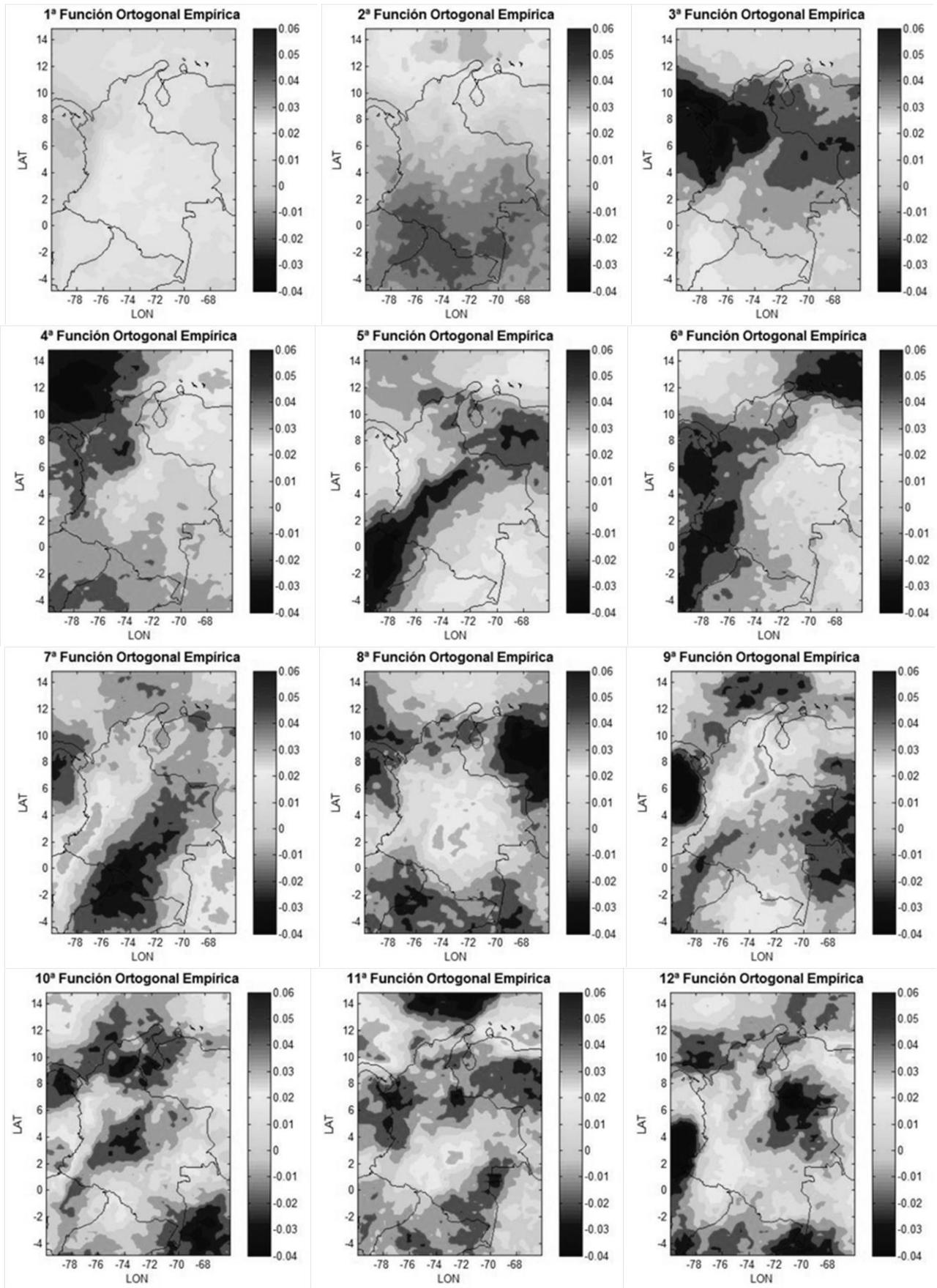


Figura 2. - Primeras doce Funciones Ortogonales Empíricas para el campo de precipitación en Colombia.

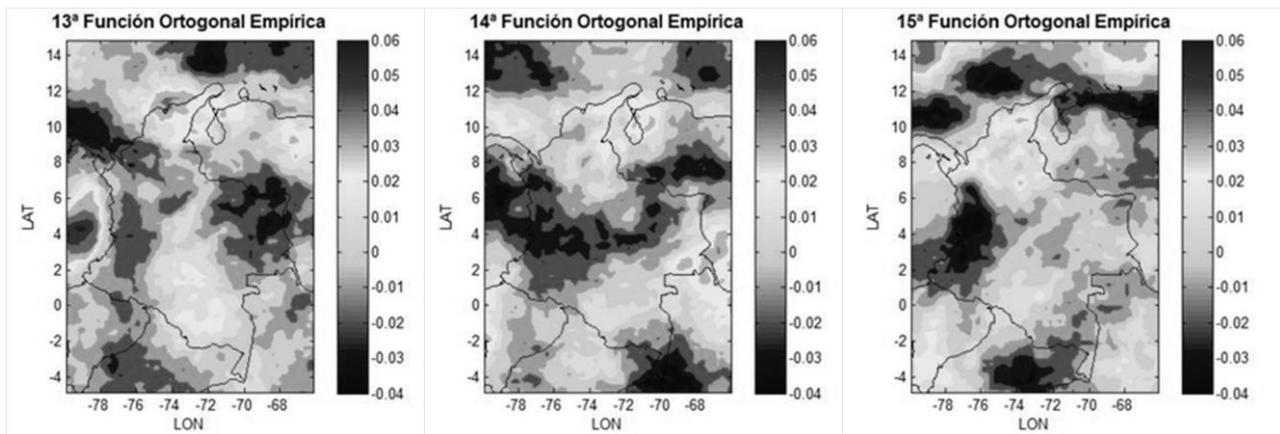


Figura 3. - FOE 13, FOE 14 y FOE 15 para el campo de precipitación en Colombia.

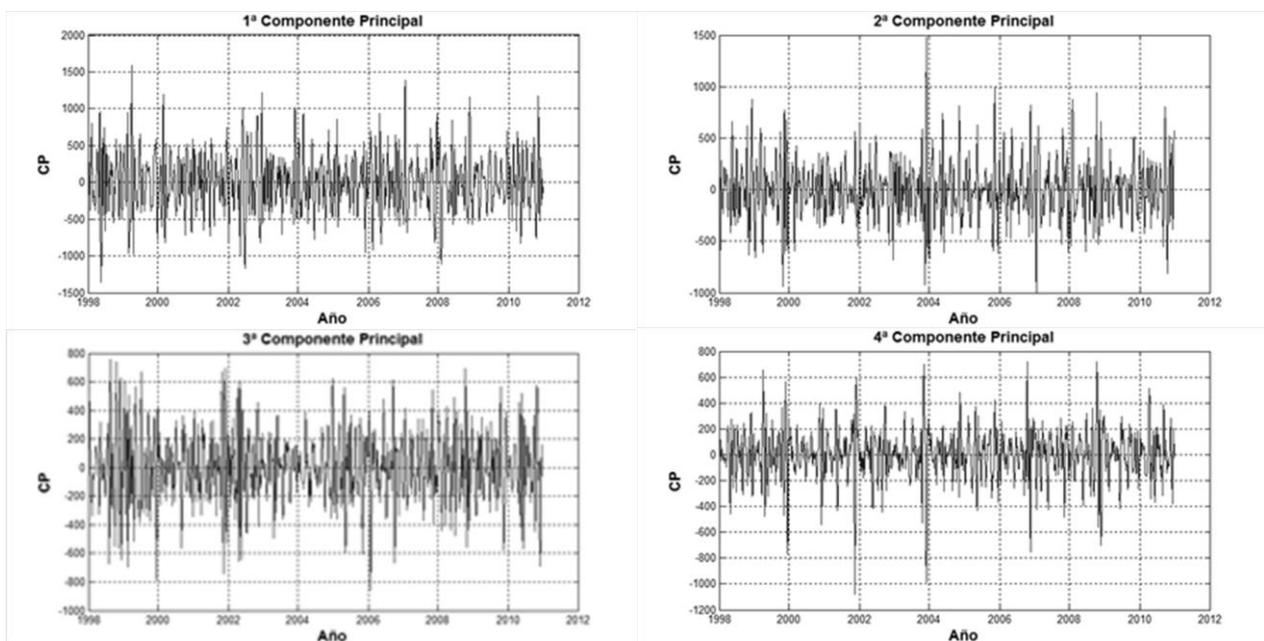


Figura 4. - CP1, CP2, CP3 y CP4 del campo de precipitación pentadiaria en Colombia para el período 1998-2010.

ANÁLISIS ESPECTRAL

Este tipo de análisis permite determinar las principales frecuencias que dominan una señal en el tiempo. Aunque usualmente se ha empleado el espectro de Onditas y Fourier, el espectro de Hilbert-Huang captura todos los modos de oscilación de la señal, a diferencia de los dos primeros que se concentran en frecuencias particularmente fuerte o datos atípicos (Carmona, 2010).

En la Figura 5 se presentan los espectros de Hilbert-Huang, Fourier y Onditas, para la primera componente principal mencionada previamente.

En la Tabla 1 se presentan las principales frecuencias para la primera componente en cada uno de los espectros (el resto de las componentes presentan frecuencias similares en cada una de las IMF). Son recurrentes para todos los espectros (incluidos aquellos correspondientes a la CP 5 - CP 15) las frecuencias asociadas a variabilidad intraestacional aproximadamente entre 20, 38 y 64 días.

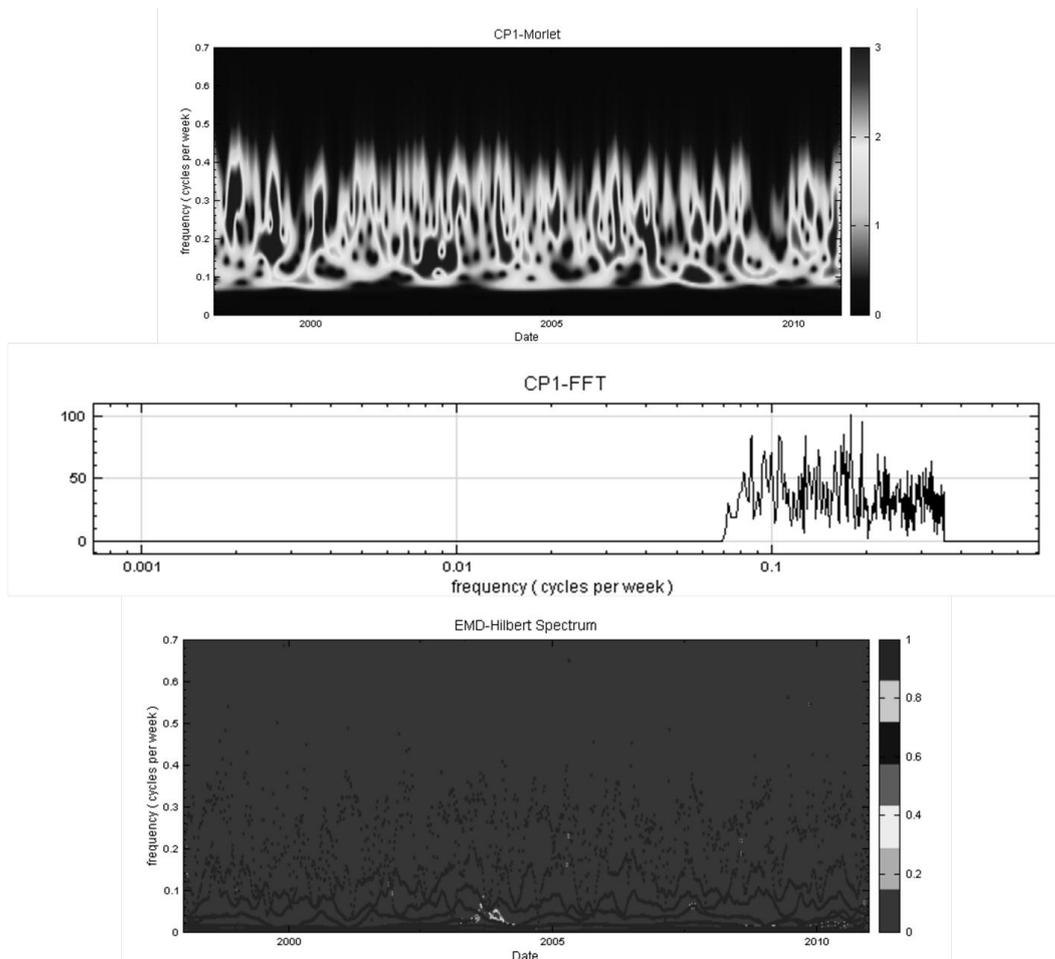


Figura 5. - Espectros de potencias correspondiente a la transformada de Onditas, Fourier y de Hilbert-Huang (de arriba hacia abajo), para la primera CP.

Tabla 1. - Principales frecuencias y períodos detectados en los espectros de Hibert-Huang, Fourier y Onditas para la CP 1.

IMF	Hilbert-Huang			Fourier		Onditas	
	Frecuencia	Período (días)	Energía (%)	Frecuencia	Período (días)	Frecuencia	Período (días)
1	0.25	28	61.20	0.22	32	0.28	25
2	0.13	54	31.50	0.17	41	0.17	41
3	0.07	100	5.49	0.085	82	0.09	78
4	0.036	194	0.92				
5	0.018	389	0.58				
6	0.01	700	0.11				
7	0.005	1400	0.17				
	0.002	3500					

MAPAS DE PROBABILIDAD DE LLUVIA

Como se mencionó previamente la PV200 es una variable asociada a actividad convectiva a gran escala, por esta razón y basado en estudios previos (Yepes, 2009) se obtuvieron mapas de probabilidad de lluvia bajo diferentes umbrales (estimados en percentiles), dado un PV200 negativo (Figura 6). Los datos utilizados en este análisis no se encuentran filtrados.

En la Figura 7 y Figura 8 se presentan las zonas estadísticamente significativas para cada uno de los umbrales de lluvia definidos en la Figura 6. La significancia estadística aumenta para un mayor umbral de lluvia.

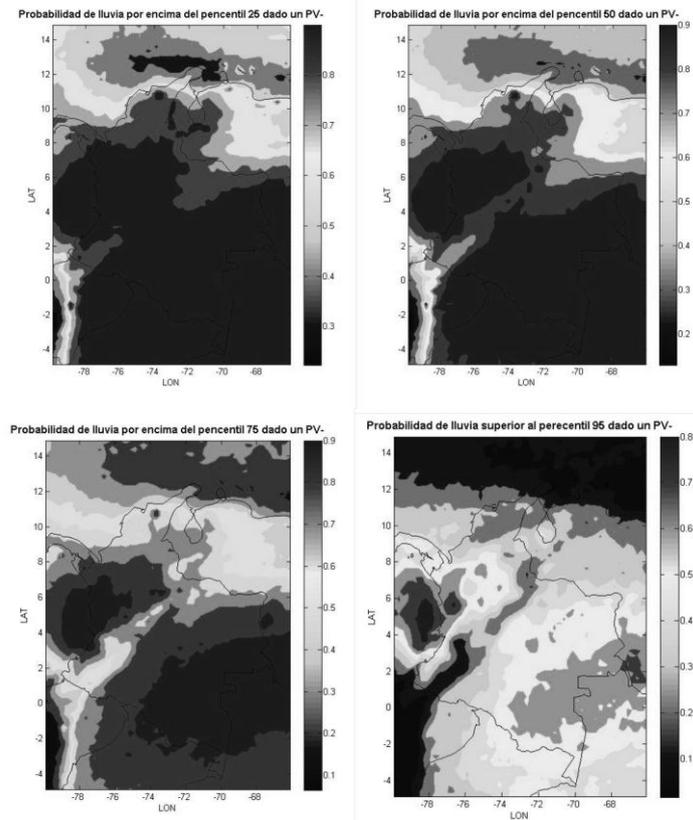


Figura 6. - Mapas de probabilidad de lluvia para diferentes umbrales de lluvia, dado un PV200 negativo.

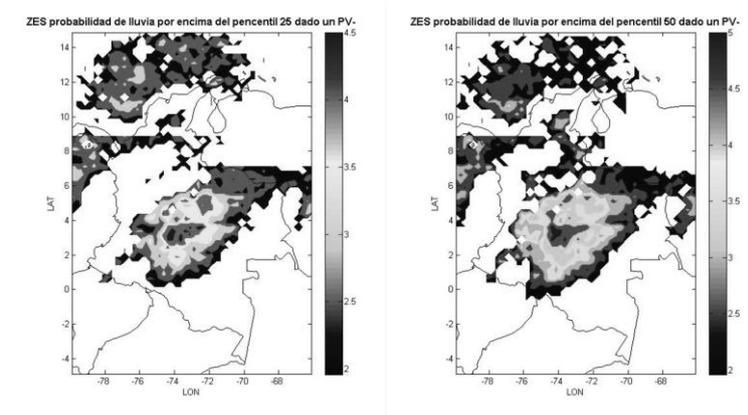


Figura 7. - Zonas estadísticamente significativas (ZES) para los diferentes umbrales de lluvia. De izquierda a derecha: ZES para lluvia superior al percentil 25, ZES para lluvia superior al percentil 50.

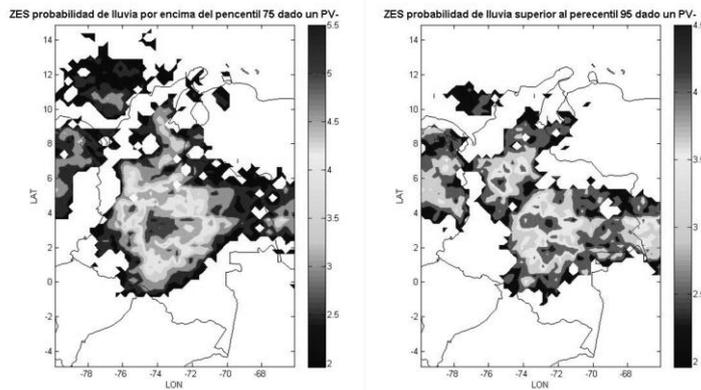


Figura 8. - Zonas estadísticamente significativas (ZES) para los diferentes umbrales de lluvia. De izquierda a derecha: ZES para lluvia superior al percentil 75, ZES para lluvia superior al percentil 95.

ANÁLISIS DE RESULTADOS Y CONCLUSIONES

Mediante la aplicación del análisis por componentes principales se obtuvo que las primeras 15 Funciones Ortogonales Empíricas explican el 50.13% de la varianza total de la precipitación en Colombia, lo cual implica la interacción de múltiples factores a escala intraestacional. La aplicación del Análisis de Funciones Ortogonales permitió determinar algunos patrones espaciales; sobre la FOE 5, FOE 7, FOE 9, FOE 10, FOE 12, FOE 13 y FOE 15 se mantienen patrones definidos de anomalías negativas/positivas de precipitación en el Pacífico colombiano, con un comportamiento dipolar en la FOE 10. Además, se exhiben patrones destacables que sugieren la interacción del Mar Caribe sobre la precipitación en Colombia en la FOE 4, FOE 6 y FOE 11. El efecto de la orografía sobre la precipitación a escala intratrestacional se destaca en las FOE 3, FOE 5, FOE 7, FOE 9 y FOE 12; la FOE 5 presenta anomalías negativas de precipitación sobre la cordillera oriental, la FOE 7 exhibe anomalías positivas en la cordillera occidental, en la FOE 9 se identificó un patrón que podría estar relacionado con la Corriente de los Andes Orientales (CAO) reportado por Montoya *et al.* (2001); este patrón presenta anomalías negativas sobre la cordillera de los Andes en el sur del país y una recurvatura de las mismas hacia el este, mientras se presentan anomalías positivas en el norte de la cordillera oriental y central, la FOE 12 presenta débiles anomalías positivas sobre la cordillera oriental y occidental.

Del mismo modo, se obtuvieron las componentes principales asociadas a cada una de las FOE y se efectuó un análisis espectral por medio del espectro de Fourier, Onditas y Hilbert-Huang, que arrojó frecuencias principales aproximadamente de 20, 35 y 65 días para todos los espectros. La primera IMF en cada una de las 15 componentes principales está asociada aproximadamente a 20 días, ésta capturaba aproximadamente el 60% de la energía en el espectro de Hilbert-Huang, es decir que éste es el principal modo de variabilidad intratrestacional de la precipitación en Colombia y puede estar relacionado con una modulación sub-mensual en respuesta a la MJO. Esta oscilación sub-mensual se vincula con la propagación de ondas Rossby en el océano Pacífico, y el transporte de aire frío en los bajos niveles desviado hacia el norte por la cordillera de los Andes (Lau y Waliser, 2005).

Para establecer una relación entre la precipitación en Colombia y la variabilidad intraestacional se estimaron probabilidades de ocurrencia de lluvia bajo diferentes umbrales (percentil 25, 50, 75 y 95) y PV200 negativo, como proxy de la MJO. Para los mapas de probabilidad de los percentiles 25 y 50, todo el territorio colombiano, con excepción de la parte norte de la costa Caribe, se presentan probabilidades entre 80-95%. Cuando se consideran lluvias por encima del percentil 75 y 95 las probabilidades disminuyen sobre la costa Caribe y la cordillera de los Andes, sin embargo altas probabilidades del orden del 70-80% se mantienen sobre el Pacífico colombiano, la región

Amazónica y los Llanos Orientales, sugiriendo una estrecha relación entre la precipitación a la escala temporal considerada y las PV200; lo cual es consistente con la entrada de humedad proveniente desde el Océano Pacífico y la región Amazónica (Poveda, 2004).

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- P. A. Agudelo, P. A. Arias, y L. F. Salazar** (2001). “Caracterización del ciclo diurno de precipitación en los Andes Tropicales de Colombia, Región Centro”. Trabajo Dirigido de Grado, Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- P. A. Arias** (2005). “Diagnóstico y predicción de la variabilidad intra- anual de la hidrología colombiana”. Tesis de Maestría, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- Carmona, A.M.** (2010). “Identificación de modos principales de variabilidad hidroclimática en Colombia y la Cuenca Amazónica mediante la Transformada de Hilbert-Huang”. Tesis de Maestría. Universidad Nacional de Colombia - Facultad de Minas.
- M. Ghil, M.R. Allen, M.D. Dettinger, K. Ide, D. Kondrashov, M.E. Mann, A.W. Robertson, A. Saunders, Y. Tian, F. Varadi, P. Yiou** (2002). “Advanced spectral methods for climatic time series”.
- S. Hastenrath** (1991). *Climate dynamics of the tropics*. Kluwer. Dordrecht. 488 pp..
- C. D. Hoyos** (1999). “Algunas Aplicaciones de la Transformada de Fourier y la descomposición en Onditas a Señales hidrológicas y Sísmicas”. Trabajo Dirigido de Grado, Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- C. D. Hoyos** (2006). “Intraseasonal variability: Processes, predictability and prospects for prediction”. Tesis Ph.D. Georgia Institute of Technology.
- C. Jones** (2004). “Global occurrences of extreme precipitation and the Madden–Julian Oscillation: Observations and Predictability”. *Journal of Climate*, 17: 4575-4589.
- E. Kalnay, M. Kanamitsu, R. Kistler, W. Collins, D. Deaven, L. Gandin, M. Iredell, S. Saha, G. White, J. Woollen, Y. Zhu, M. Chelliah, W. Ebisuzaki, W. Higgins, J. Janowiak, K.C. Mo, C. Ropelewski, J. Wang, A. Leetmaa, R. Reynolds, R. Jenne, y D. Joseph** (1996). The NCEP/NCAR 40-year Reanalysis Project. *Bulletin of American Meteorological Society*, 77:437—471.
- V. E. Kousky & M. T. Kayano** (1993). “Real-time monitoring of intraseasonal oscillations”. *18th Annual Climate Diagnostics Workshop*, 1-5 November, Boulder, CO.
- T. N. Krishnamurti & H. Bhalme** (1976). “Oscillations of a monsoon system. Part I: observational aspects”. *Journal of Atmospheric Sciences*, 33: 1937-1954.
- W. Lau & D. Waliser** (2005). “Intraseasonal variability in the atmosphere ocean climate system”. *Springer*. 436 pp.
- B. Liebmann, G. Kiladis, J. Marengo, T. Ambrizzi, J. Glick** (1999). “Submonthly convective variability over South American and South Atlantic convergence zone”. *Journal of Climate*, 12: 1899-1891.
- A. C. Lorenc** (1984). “The evolution of planetary - scale 200 mb divergent flow during the FGGE year”. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 110: 427-441.
- R. A. Madden & R. Julian** (1971). “Detection of a 40-50 day oscillation in the zonal wind in the tropical Pacific”. *Journal of Atmospheric Sciences*, 28: 702—708.
- R. A. Madden & R. Julian** (1972). “Description of global-scale circulation cells in the tropics with a 40-50 day period”. *Journal of Atmospheric Sciences*, 29: 1109—1123.
- R. A. Madden & R. Julian** (1994). “Observations of the 40-50 day tropical oscillation: A review”. *Monthly Weather Review*, 122(5):814—837.
- W. Mendenhall, R. Beaver, B. Beaver** (2009). *Introduction of probability and statistics*.
- K. Mo & J. Noguees – Paegle** (2001). “The Pacific South American modes and their downstream effects”. *Journal of Climatology*, 21:1211-1229.
- K. Mo** (2001). “Adaptive filtering and prediction of intraseasonal oscillations”. *Monthly Weather Review*, 129: 802-817.
- G.J. Montoya, J. Pelkowski, J. Eslava** (2001). “Sobre los alisios del nordeste y la existencia de una corriente en el piedemonte oriental Andino”. *Rev. Acad. Colomb. Cienc*, 25: 363–370.
- J. V. Neuman** (1955). *Some remarks on the problem of forecasting climate fluctuations. “Dynamics of Climatic”: The proceedings of a conference on the applications of numerical integration techniques to the problem of the general circulation*. Pergamon Press, 137.
- J. Noguees – Paegle, B. Lee, V. Kousky** (1989). “Observed modal characteristics of the intraseasonal oscillation”. *Journal of Climate*, 2:496-507.

- J. Nogues-Paegle & K. C. Mo** (1997). "Alternating Wet and Dry Conditions over South America during Summer". *Monthly Weather Review*, 125: 279-291,.
- J. Nogues-Paegle, A. Byerle, K. Mo** (2000). "Intraseasonal modulation of South American summer precipitation". *Monthly Weather Review*, 128: 837-850.
- G. Poveda y O. J. Mesa** (1997). "Feedbacks between hydrological processes in tropical South America and large-scale ocean-atmospheric phenomena". *Journal of Climate*, 11:2690-2702.
- G. Poveda** (1998). "Retroatimentación dinámica entre el fenómeno ENSO y la hidrología de Colombia". Tesis Ph.D. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.
- G. Poveda, C. Hoyos, J. F. Meja, L. F. Cavajal, O. J. Mesa, A. Cuartas and J. Barco**. "Predicción no lineal de los caudales medias mensuales del río Nare". *Avances en Recursos Hidráulicos*, 8: 65-76, 2001.
- G. Poveda** (2004). "La hidro-climatología de Colombia: Una síntesis desde la escala Inter-decadal hasta la escala diurna". *Revista de la academia colombiana de ciencias*, 28 (107).
- G. Poveda, O. J. Mesa, L. Salazar, P. Arias, H. Moreno, S. Vieira, P. Agudelo, V. Toro, y J. Álvarez** (2005^a). "The diurnal cycle of precipitation in the Tropical Andes of Colombia". *Monthly Weather Review*, 133:228-240.
- H. Riehl & J.S. Malkaus** (1958). "On the heat balance in the equatorial trough zone". *Geophysica*, 6:505-538.
- M. Spiegel & L. Stephens** (1999). *Schaum's outline of theory and problems of statistics*.
- E.N. Supdriure & L. Angeles** (1992). "Singular-spectrum analysis: A toolkit for short, noisy chaotic signals", *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 58: 95-126,.
- R. Vautard y M. Ghil** (1989). "Singular Spectrum Analysis in Nonlinear Dynamics with Applications to Paleoclimatic Time Series". *Physica*, 36B: 395-424.
- I. Velasco & M. Frisch** (1987). "Mesoscale convective complexes in the Americas". *Journal of Geophysical*, 92(D8):9591-9613.
- D. E. Waliser, C. Jones, J. K. Shemm, N. E. Graham** (1999). "A statistical extended-range tropical forecast model based on the slow evolution of the Madden-Julian Oscillation". *Journal of Climate*, 12: 1918-1939.
- L. J. Yepes** (2009). "Influencia de la variabilidad intraestacional sobre la precipitación en las cuencas que aportan a las centrales hidroeléctricas de San Carlos, Calderas, Jaguas y La Miel". Trabajo Dirigido de Grado, Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.
- C. Zhang, H. Hendon, W. Kessler, A. Rosati P. A. Agudelo, P. A. Arias, y L. F. Salazar** (2001). "Caracterización del ciclo diurno de precipitación en los Andes Tropicales de Colombia, Región Centro". Trabajo Dirigido de Grado, Ingeniería Civil, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.