



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**Resolución de situaciones problema como  
estrategia metodológica para favorecer el  
desarrollo de competencias en el proceso de  
aprendizaje de sistemas de ecuaciones  
lineales  
2 x 2**

**María Elena Villada Herrera**

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de ciencias

Medellín, Colombia

2018

# **Resolución de situaciones problema como estrategia metodológica para favorecer el desarrollo de competencias en el proceso de aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2**

**María Elena Villada Herrera**

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:  
**Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales**

Director (a):

MSc. Diego Esteban Agudelo Suarez

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de ciencias

Medellín, Colombia

2018

## Dedicatoria

*A Dios*

*A mi familia por el inmenso amor, la fe y el apoyo.*

*A mis padres por haberme formado como una persona íntegra y enseñarme que en la vida hay que luchar para alcanzar las metas.*

*A mis hijas por ser la motivación hacia mi crecimiento personal.*

*A mis hermanos por la fortaleza que me transmiten.*

## Agradecimientos

Agradezco primero a Dios por permitirme hacer realidad este sueño. A mis asesores Magister Diego Esteban Agudelo y Magíster Julián Fernando Gómez, por su dedicación, paciencia y por la excelente asesoría para la realización de este trabajo. A mi hermana, Magister Ana Patricia Villada Herrera por todos sus aportes, apoyo y colaboración. A mis hijas Natalia Ramírez Villada y Laura Ramírez Villada, por ser el soporte para todos mis proyectos. A todos los docentes de la maestría por sus enseñanzas y disposición. A la Universidad Nacional de Colombia por estar presente en toda mi formación profesional. En general agradezco a todas las personas que hicieron posible este proyecto.

## Resumen

Este trabajo de investigación tiene como objetivo diseñar y aplicar una estrategia metodológica que fortalezca la competencia de resolución de problemas para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales 2x2 (SEL2x2) mediante el Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), en los estudiantes del grado noveno de la institución educativa Federico Carrasquilla (IEFC). En el desarrollo de esta propuesta se intervinieron dos grupos del grado noveno de la IEFC, a los cuales se les denominó grupo experimental y grupo control. En el grupo experimental se implementó una propuesta didáctica que se diseñó para ser puesta en marcha en este proceso, mediante el trabajo cooperativo y con la mediación de las Tecnologías de la Información y las comunicaciones (TIC). En el grupo control se desarrolló la misma propuesta didáctica, utilizando metodologías tradicionales, entre ellas la clase magistral. Con el fin de identificar los preconceptos necesarios para la solución de sistemas de ecuaciones lineales 2x2, se elaboró una prueba diagnóstica (pretest), que sirvió como base para definir el grupo control y el grupo experimental. Para evaluar los resultados obtenidos en los dos grupos y establecer diferencias, se realizó un análisis estadístico. Al final del proceso se realizó el post-test para medir el grado de apropiación de los conocimientos. La aplicación de la estrategia didáctica permitió elevar el nivel académico del grupo experimental y se alcanzó una buena apropiación de los conceptos sobre SEL2x2. evidenciada en los resultados obtenidos en el post-test.

**Palabras clave:** Aprendizaje Basado en Problemas (ABP), situación problema, estrategia metodológica, aprendizaje cooperativo, aprendizaje significativo, sistemas de ecuaciones lineales 2x2 (SEL2x2), Tecnologías de la información y las comunicaciones (TIC).

## Abstract

This research work aims to design and apply a methodological strategy that strengthens the students' competence of solving problems by teaching linear equations systems using 2 x 2 based on daily learning problems in grade nine of the educational institution Federico Carrasquilla. In the development of this proposal, it involved two groups of the ninth grade of the Federico Carrasquilla School, in which the first group was called experimental group and the second one was a control group. In the experimental group, it was developed a didactic proposal that was designed for this process through the implementation of cooperative work and the use of the information and communication technologies (ICT). The same didactic proposal was carried on but, in this case, traditional methodologies were implemented by including the master class in the control group. To identify the necessary preconceptions for the solution of 2x2 linear equations systems, it was developed a diagnostic test (pre-test), which served as the basis for defining the control group and the experimental group. To evaluate the results obtained in the two groups and found differences, a statistical analysis was performed. At the end of the process was the post-test to measure the level of appropriation of the knowledge. The application of the teaching strategy allowed to raise the academic level of the experimental group and reached a good appropriation of concepts about 2x2 lineal equations systems, evidence in the results obtained in the post-test.

**Keywords:** Learning Based on Problems; problem situation, methodological strategy, lineal equation systems, cooperative learning, meaningful learning, Information and communication technologies (ICT).

# Contenido

CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA	13
1.1 Descripción del problema	13
1.2 Formulación de la pregunta	15
1.3 Justificación	15
1.4 Objetivos	17
1.4.1 Objetivo general	17
1.4.2 Objetivos específicos	18
1.5 Marco referencial	18
CAPÍTULO II. DISEÑO METODOLÓGICO	39
2.2 Método	40
2.3 Instrumentos de recolección y análisis de la información	41
2.3.1 Evaluación diagnóstica	41
2.3.2 Observación participante	42
2.4 Población y Muestra	47
2.5 Delimitación y Alcance	47
CAPÍTULO III. SISTEMATIZACIÓN DE LA INTERVENCIÓN	51
3.1 Resultados y análisis de la intervención	51
3.2 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	64
3.2.1 Conclusiones	64
3.2.2 Recomendaciones	65
Referencias	67
A. Anexo: Evaluación diagnóstica	75

8 Resolución de situaciones problema como estrategia metodológica para favorecer el desarrollo de competencias en el proceso de aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2

---

B. Anexo: Estrategia metodológica	87
C. Anexo: Prueba final	92
D. Anexo: Pasantía	96



## Lista de figuras

Pág.

**Tabla 3-2:** 55

**Tabla 3-3:** 58

**Tabla 3-4:** 60

**Tabla 3-5:** Resultados de la actividad evaluativa solución de sistemas de ecuaciones 2x2 por los métodos de eliminación y regla de Cramer (Post test)..... 35

## Lista de tablas

	<b>Pág.</b>
<b>Tabla 1-1:</b> 36	
<b>Tabla 2-6:</b> 48	
<b>Tabla 3-1:</b> ¡Error! Marcador no definido.	
<b>Tabla 3-2:</b> 55	
<b>Tabla 3-3:</b> 58	
<b>Tabla 3-4:</b> 60	
<b>Tabla 3-5:</b> Resultados de la actividad evaluativa solución de sistemas de ecuaciones 2x2 por los métodos de eliminación y regla de Cramer (Post test) .....	35

## Introducción

Numerosos trabajos de investigación se han centrado en el estudio de la resolución de los SEL2x2, lo que permite evidenciar la alta dificultad que se presenta para su comprensión y resolución, por lo tanto, se hace necesario continuar indagando para diseñar nuevas estrategias pedagógicas y didácticas que propicien un aprendizaje activo, participativo y contextualizado.

Uno de los desafíos de la educación actual en Colombia es buscar el mejoramiento continuo de los procesos educativos para mejorar la calidad educativa, es por ello que se debe exigir la cualificación permanente de los maestros, que les permita apropiarse de diversas herramientas pedagógicas y didácticas dándoles la posibilidad de ser los protagonistas en los procesos de transformación.

La presente propuesta de trabajo surge como una necesidad de replantear la enseñanza y aprendizaje de los SEL2x2, para potenciar el desarrollo de la competencia de resolución de problemas, en los estudiantes del grado noveno de la IEFC. Se tomó como punto de partida, la experiencia docente en el área, de trabajar este tema por medio de métodos convencionales, como la clase magistral y los bajos resultados obtenidos por los estudiantes a nivel general, cuando se les evalúan los SEL2x2, tanto en pruebas internas como externas. Para mejorar los niveles de desempeño, se describe la estrategia planteada y su proceso de implementación, por medio de cuatro capítulos.

El primer capítulo aborda los antecedentes que se tuvieron en cuenta para el planteamiento y fundamentación de la propuesta: la descripción del problema, la formulación de la pregunta, la justificación, los objetivos y el marco referencial.

El segundo capítulo desarrolla el diseño metodológico fundamentado en un enfoque cualitativo para dar respuesta a la pregunta de investigación, utilizando diferentes instrumentos de recolección, para analizar la información e identificar dentro de la población objeto de estudio el grupo para la implementación, además la delimitación y alcance de la propuesta.

El tercer capítulo recopila el proceso de sistematización de la intervención realizada al grupo experimental.

Para finalizar se realiza un cuarto capítulo que recoge las conclusiones y recomendaciones basadas en los resultados de la aplicación de la estrategia metodológica diseñada.

# **CAPÍTULO I. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

## **1.1 Descripción del problema**

Durante décadas, se ha considerado la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas como uno de los procesos que presenta mayor dificultad y desmotivación por parte de los estudiantes (Orrantia, Riviera, Alonso, 2006) ya que no le encuentran sentido, ni aplicabilidad en la vida cotidiana; además del proceso de análisis y razonamiento que se requiere para su comprensión, los estudiantes presentan falencias en los procesos de formulación y resolución de problemas y en la modelación de procesos aplicados a la realidad, lo que se ve plasmada la dificultad para solucionar los SEL2x2 por los diferentes métodos, como lo plantean los Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA, 2017).

Esta situación, ha generado poca motivación por el aprendizaje del área de matemáticas, la cual se ve reflejada en los bajos desempeños de los estudiantes del grado noveno de la IEFC, que se evidencian en las diferentes evaluaciones realizadas durante los períodos académicos, en los resultados obtenidos en las pruebas saber y supérate con el saber, según estadísticas reportadas en los años 2015, 2016 y en los simulacros efectuados en el año 2017.

Por esta razón, es necesario analizar el diseño y planeación de las prácticas de aula y reflexionar sobre el tipo de estrategias didácticas que se están aplicando, ya que no se ha logrado despertar el interés, ni desarrollar las competencias necesarias, para dar aplicabilidad a los conocimientos adquiridos y así poder evidenciar un aprendizaje significativo (Ausubel,1968), que dé al estudiante la posibilidad de comprender, seleccionar, y movilizar sus aprendizajes, para aplicarlos en contextos específicos, que le

permitan encontrarle la lógica y el verdadero sentido y entender que en la matemática está fundamentada la naturaleza.

En la actualidad, los métodos usados en la enseñanza de la matemática y las diferentes estrategias utilizadas para su implementación en la IEFC, no han permitido motivar el interés de los estudiantes, hacia la apropiación de los conocimientos básicos, para la construcción de su propio proceso de aprendizaje sobre los SEL2x2. Esto se debe posiblemente, a la falta de diversidad metodológica utilizada por la mayoría de los docentes del área en la transmisión de los conocimientos, razón por la cual los estudiantes no interiorizan los conceptos necesarios que permitan evidenciar análisis, interpretación y aplicación de aprendizajes. (Cardenas,2017).

Este desinterés por el aprendizaje de las matemáticas en la IEFC, también es consecuencia de la desarticulación del área, la falta de trabajo cooperativo tanto entre docentes como entre estudiantes , los pocos espacios creados a nivel institucional para planear estrategias de mejoramiento, la falta de comunicación entre los docentes del área, la falta de disciplina y hábitos de estudio que poseen los estudiantes debido contexto donde se desenvuelven; ya que la mayoría pertenecen a familias disfuncionales de bajos recursos, permanecen solos durante la mayor parte del día porque sus padres tienen que trabajar, lo que conlleva a la falta de acompañamiento familiar y poco compromiso.

Para mejorar la práctica docente, se hace necesario entonces, introducir cambios que favorezcan la comprensión de los SEL2x2 y permitan enseñar la matemática de una manera más amena y motivadora, donde el estudiante sea parte activa en la construcción de su propio conocimiento y el docente sea quien transforme las prácticas pedagógicas, a través de la utilización de estrategias que se adecuen a las necesidades educativas actuales.

Esta propuesta de trabajo se fundamenta en el desarrollo de competencias para la resolución de situaciones problema, mediante el trabajo cooperativo, por lo cual es

necesario que el docente genere un contexto pedagógico, que sea favorable para el aprendizaje y que parta de los conocimientos previos que tiene el estudiante para relacionarlos con los nuevos conceptos, donde se despierte la motivación y el descubrimiento a partir del análisis y la asociación de ideas y conceptos.

## **1.2 Formulación de la pregunta**

¿Cómo fortalecer la competencia de resolución de problemas para la enseñanza de los sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$  en los estudiantes del grado noveno de la I.E. Federico Carrasquilla?

## **1.3 Justificación**

Desde los lineamientos curriculares del Ministerio de Educación Nacional (MEN, 2014); se propone el diseño e implementación de situaciones problema de la vida cotidiana que partan del contexto en el que se desenvuelve el estudiante y de otras disciplinas, para vincularlo con las matemáticas, a fin de ejercitarlo en el aprendizaje activo y así incluir las matemáticas en el saber, permitiéndole desarrollar los procesos del pensamiento y encontrarle la aplicabilidad y la razón de ser.

Además, los estándares básicos de competencias matemáticas (MEN, 2017), plantean la necesidad de fortalecer la enseñanza de la matemática con situaciones problema que le permitan al estudiante alcanzar las competencias y avanzar hacia niveles más complejos.

La enseñanza de los SEL  $2 \times 2$ , mediante situaciones problematizadoras de la vida cotidiana, es fundamental porque permite que los problemas de la vida real hagan parte de los contenidos de la enseñanza de la matemática, mostrando a los estudiantes la utilidad y aplicación en el contexto donde se desenvuelven (Díaz, 2010). Según Rey, Hernández y Porcinito (2008), la enseñanza de los SEL  $2 \times 2$  por medio de ABP, tiene una concepción del aprendizaje constructivo y significativo e introduce ideas innovadoras.

Por lo tanto, es necesario potenciar el desarrollo de habilidades matemáticas en los estudiantes, mediante el ABP, que es un método de enseñanza de impacto positivo, que basado en las experiencias individuales y colectivas y a través de la ejercitación ha logrado que el estudiante simpatice con el área de matemáticas. (Vizcarro y Juárez, 2008).

El ABP es un método que motiva al estudiante a investigar ya que le presenta un problema de la vida cotidiana, para que haga un diagnóstico, establezca posibles soluciones y plantee nuevos interrogantes de acuerdo con la información consultada. Es una forma dinámica de transmitir el conocimiento, donde el estudiante practica el aprendizaje cooperativo, observa, analiza, compara, reflexiona y desarrolla habilidades, permitiéndole construir así su propio conocimiento. (Rivera de Parada, 2016).

Tomando como referencia el ISCE -Índice Sintético de Calidad Educativa (MEN, 2017) se puede evidenciar cómo el 78% de los estudiantes del grado noveno no resuelve problemas en situaciones de variación con funciones polinómicas y exponenciales en contextos aritméticos y geométricos y el 73% de los estudiantes no establece relaciones entre propiedades de las gráficas y propiedades de las ecuaciones algebraicas.

Se hace necesario entonces, el diseño y la utilización de nuevas estrategias metodológicas y didácticas en la práctica docente, que permitan fortalecer el proceso general de resolución de problemas contemplado en los lineamientos curriculares de matemáticas (MEN,2014), posibilitando así el incremento de la capacidad de pensamiento crítico y reflexivo, para potenciar el desarrollo de competencias y favorecer un acercamiento con otros estudiantes con los cuales se pueda intercambiar conocimientos, mediante el uso del trabajo cooperativo.

Como se contempla en los estándares básicos de competencias del ministerio (MEN, 2017) es importante resaltar que la resolución de problema fortalece el desarrollo del pensamiento matemático, puesto que exige poner en juego diferentes tipos de



razonamiento, además, el desarrollo de habilidades para reconocer y utilizar conceptos y procedimientos matemáticos.

Teniendo en cuenta la importancia de optimizar el proceso de aprendizaje de los conceptos básicos del área de matemáticas y fortalecer el pensamiento numérico variacional en los estudiantes del grado noveno de la IEFC, el presente proyecto pretende fortalecer el desarrollo de la competencia para la resolución de situaciones problema, en el proceso de aprendizaje de los SEL2x2, para desarrollar habilidades y destrezas matemáticas, que ayuden a mejorar el desempeño y la motivación por el área.

Otros factores que aportan positivamente, estimulando un clima agradable de aprendizaje, son el uso de las TIC y la promoción de escenarios cooperativos y de intercambio de ideas, en los cuales, el estudiante fortalece el desarrollo de competencias, se siente protagonista de su proceso académico y puede aprender de sus compañeros, contribuyendo a la formación de personas íntegras, que puedan desenvolverse exitosamente en el futuro.

Las TIC constituyen una innovación en la enseñanza de la matemática, le proporcionan una mayor accesibilidad, permitiendo presentarla de una manera más lúdica y atractiva para cualquier edad, relacionarla con el contexto y disminuir la falta de interés hacia el área, convirtiéndose por lo tanto en una importante herramienta para promover en los estudiantes el alcance de competencias. (Aula Planeta, 2015).

## **1.4 Objetivos**

### **1.4.1 Objetivo general**

Diseñar una estrategia metodológica que fortalezca la competencia de resolución de problemas para la enseñanza de los SEL 2 x 2 mediante al Aprendizaje Basado en Problemas, en los estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Federico Carrasquilla.

## 1.4.2 Objetivos específicos

- Establecer el grado de apropiación de los conceptos de fracción, variable, despeje de variable, en el que se encuentran los estudiantes del grado noveno.
- Diseñar situaciones problema que guarden estrecha relación con el contexto inmediato y que tengan aplicabilidad en él, mediante el Aprendizaje Basado en Problemas.
- Desarrollar la estrategia diseñada con un ambiente para el aprendizaje cooperativo a partir del planteamiento y resolución de situaciones problema.
- Evaluar el impacto generado con la implementación de la estrategia, identificando fortalezas, debilidades y oportunidades de mejora.

## 1.5 Marco referencial

### 1.5.1 Referente antecedentes

Las situaciones problema siempre han estado inmersas en la historia de las matemáticas desde su origen, han motivado la aparición de nuevas ramas de la matemática, han provocado rupturas epistemológicas y han abierto crisis en los fundamentos de las matemáticas. El auge de las matemáticas griegas se basó en ciertos problemas específicos que fueron la motivación para los investigadores, entre ellos están, el teorema de Pitágoras y la construcción de poliedros regulares, la duplicación del cubo, la trisección del ángulo y la cuadratura del círculo. (Ruiz, 2012).

El estudio de algunos problemas concretos se ha permitido la aparición de nuevas ramas de la matemática. La Topología surgió en 1736, cuando Leonhard Euler, soluciona el problema de recorrido, por los siete puentes de Königsberg (Leonhard Euler, 1936), el cálculo integral fue inspirado por Kepler en 1611 con el problema de estimación del

volumen de los toneles o problema del aforo (El País, 1991). El cálculo infinitesimal, surge porque Newton y Leibniz continuaron la matemática de Kepler y Galileo, analizando el problema de las tangentes (la indeterminación de las tangentes a una curva dada, problema fundamental del cálculo diferencial) y el problema de la cuadratura (determinar el área encerrada por una curva dada, problema fundamental del cálculo integral). (Muñoz, 1999).

El estudio de los números algebraicos y los números ideales por Kummer está basado en el problema regio de Fermat: “es imposible resolver la ecuación  $x^n + y^n = z^n$  es imposible de resolver para  $n > 2$ ”, el cual fue resuelto en 1995 por Andrew Wiles (1995). En nuestro siglo David Hilbert (1900), dinamizó las matemáticas del siglo XX, proponiendo una comunicación al Congreso Internacional de París, con 23 problemas poco accesibles a los conocimientos de la época, que dieron origen a los métodos sobre números trascendentales, demostrados por Siegel y Gelfond (2015).

El desarrollo de la matemática también se produce por la forma de comprender y enfrentar los problemas, es decir, las rupturas epistemológicas, las cuales han permitido el surgimiento de nuevas teorías. Según señala Javier De Lorenzo (1977), en La Matemática y el problema de su historia, en los últimos siglos han sido tres las rupturas epistemológicas esenciales: La inversión (1827), la abstracción (1875) y el paso a las estructuras (1930). Durante el siglo XX, las Geometrías no Euclídeas han ocasionado crisis en los fundamentos de las matemáticas, a partir de la solución de ciertos problemas afectando de esta forma, las relaciones entre matemática y realidad. Por todo lo anterior, la resolución de problemas constituye el epicentro de la creación matemática.

Según Aparicio (2004), las ecuaciones lineales tuvieron sus orígenes en Mesopotamia y Babilonia en el siglo XVII a.C. Los egipcios resolvieron problemas elementales de ecuaciones de primer grado utilizando el “método de la falsa posición” en el siglo XVI a.C. En el siglo I d.C, los chinos describieron diferentes métodos para solucionar ecuaciones en el libro El Arte del cálculo.

Los griegos solucionaron fácilmente ecuaciones lineales, pero se dedicaron más al álgebra geométrica. En el siglo III, uno de los precursores del álgebra moderna, el

matemático Diofanto de Alejandría introduce en la historia de las matemáticas griegas, un riguroso estudio sobre ecuaciones lineales, adelantándose a lo que posteriormente sería “la teoría de ecuaciones”. El signo de igualdad fue inventado por el inglés Robert Recorde en 1557 y en 1591 el francés François Viète representó las incógnitas con vocales y las constantes con consonantes. (Prado, 2003).

Descartes contribuye enormemente a desarrollar la notación simbólica transformando el álgebra en la ciencia de los cálculos simbólicos y las ecuaciones, 3000 años más tarde se llega al procedimiento para resolver ecuaciones. Los babilonios (600 a.C a 300d.C) se dedicaron más a los sistemas de ecuaciones lineales y a las ecuaciones de segundo grado, que a la solución de ecuaciones lineales.

Revisando algunas bibliografías relacionadas con el tema de resolución de problemas y su incidencia en el proceso de enseñanza aprendizaje de las matemáticas encuentro varios estudios que tienen relación con la propuesta, entre los cuales podemos mencionar:

### **Trabajos Locales**

- Las ecuaciones lineales desde situaciones cotidianas.

En este trabajo, Arenas (2013) propone la transcripción del lenguaje cotidiano al simbolismo matemático, para evaluar si el estudiante identifica los conceptos que se van a trabajar y proceder luego a solucionar el sistema de ecuaciones.

- Diseño de una propuesta didáctica para la enseñanza de sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando el método de “Flipped Classroom” o aula

---

invertida. Estudio de caso en el grado noveno de la Institución Educativa Guadalupe del municipio de Medellín. (Mosquera, 2014).

En este proyecto se utilizan las TIC como herramienta principal, para implementar la metodología de aula invertida, con el fin de propiciar el aprendizaje significativo de los sistemas de ecuaciones lineales con dos incógnitas del grado noveno.

- La metodología de modelos de situaciones problema para la movilización de competencias matemática, en el contexto propuesto y para la población estudiantil objetivo, ha sido determinante para reducir los niveles de deserción y pérdida de la materia. (Artículo UCPR, Mapas conceptuales, 2010, 33p)

El trabajo con situaciones problema ha logrado la cualificación de los estudiantes en cuanto a la identificación, significado y apropiación de las competencias básicas; desde este punto de vista se notan las habilidades para comunicar y argumentar ideas referentes al lenguaje matemático y su aplicación a la vida cotidiana, ha mostrado una alternativa válida para romper la implementación tradicional, e instrumental, de la linealización temática de los currículos en las aulas de clase.

- Propuesta metodológica para mejorar la interpretación, análisis y solución de ejercicios y problemas matemáticos en los estudiantes de quinto grado de la institución educativa Alejandro Vélez Barrientos. (Bueno, 2012).

Se evidencia de acuerdo con los resultados expuestos, que los estudiantes tienen dificultades en el avance de su pensamiento numérico, y en la resolución de problemas, lo cual les dificulta el desarrollo de las competencias básicas. La aplicación del diagnóstico permitió valorar las posibilidades de implementación de la práctica para enseñar a los niños los pasos para resolver problemas.

- Resolución de problemas matemáticos para fortalecer el pensamiento numérico en estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Adventista del municipio de Puerto Tejada Cauca. (Mejía y Loango, 2014).

Hay interés general en perfeccionar la metodología para resolver problemas. Es una tarea permanente que los docentes se documenten y propongan en el aula estrategias didácticas sobre resolución de problemas aritméticos y así desarrollar más el pensamiento analítico y crítico en los estudiantes.

### **Trabajos Internacionales**

- La lúdica en la resolución de problemas matemáticos una alternativa de cambio en el aula experiencias en grados cuarto y sexto. (Cardona, 2015).

Los conceptos matemáticos son mucho más fáciles de transmitir cuando se desarrollan por medio de actividades lúdicas y metodologías didácticas que motiven a los estudiantes a adquirir dicho conocimiento y que lo reflejen en su proyecto de vida.

Los aspectos comunes entre los trabajos anteriores y el presente proyecto son: La metodología basada en resolución de situaciones problema, el trabajo cooperativo y los SEL 2x2.

- Desarrollando el pensamiento algebraico en alumnos de octavo grado del ciie a través de la resolución de problemas. Universidad Pedagógica Nacional-Tegucigalpa.

Cardona (2012), identifica dos factores determinantes para que la estrategia de resolución de problemas sea efectiva:

Las variantes de los trabajos en equipo y las presentaciones individuales; ya que a un alumno por sí solo se le dificultará argumentar claramente sus razonamientos, o reconocer en qué momento han formulado una conjetura falsa.

Fueron los debates tanto en equipos como grupales, que consolidaron la forma de pensar de los alumnos.

La selección adecuada de los problemas, la forma y el momento en que presentan.

Los problemas se deben seleccionar según el nivel de desarrollo del estadio de las operaciones formales que presenta el grupo.

Se relaciona con el presente proyecto en el aprendizaje basado en la resolución de problemas y en la utilización del trabajo en equipo, aunque no es lo mismo que el trabajo cooperativo, tienen cierta similitud.

- Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. Universidad Pedagógica Experimental Libertador.

Pérez y Ramírez (2011), plantean que la resolución de problemas constituye el centro de la Matemática, el docente puede valerse de ella para enseñar esta disciplina, sin embargo, es bien sabido que con frecuencia los docentes trabajan con sus estudiantes ejercicios rutinarios, mecánicos que distan mucho de estimular los procesos cognoscitivos necesarios entre los estudiantes.

Es importante que los docentes conozcan lo que representa realmente un problema, las taxonomías que existen al respecto, sus características, etapas de resolución, así como también sobre las estrategias para su enseñanza, de manera que puedan crear enunciados creativos, originales y variados que

constituyan un reto para los estudiantes e impliquen un esfuerzo cognoscitivo al resolverlos.

- Resolución de problemas matemáticos. Universidad de Magallanes (Chile).

Según Bahamonde y Vicuña (2011), los estudiantes logran analizar problemas matemáticos simples, pues el planteamiento de estos concuerda con sus características de desarrollo. El aprendizaje asociado a la resolución de problemas matemáticos se puede lograr usando diversas estrategias focalizadas en el tipo de situación problemática y en su reformulación verbal.

Existe afinidad con el proyecto a desarrollar en la resolución de problemas como estrategia metodológica.

- Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de situaciones didácticas. Pontificia Universidad Católica del Perú.

En este trabajo se diseñan problemas que conducen a sistemas de ecuaciones lineales con dos variables, también se utiliza el GeoGebra para solucionar tanto los sistemas de ecuaciones como los problemas planteados. ( Figueroa, 2013).

Observando las conclusiones expuestas en este proyecto se puede afirmar que guarda una estrecha relación con esta propuesta, ya que se trata de diseñar una estrategia metodológica basada en situaciones problema para la enseñanza de los SEL 2x2.

- Sobre el concepto de solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Instituto Politécnico Nacional (Montevideo).



Ochoviet (2009), enfoca este trabajo es el significado de la solución de los sistemas de ecuaciones lineales, la única coincidencia con el proyecto a desarrollar es el tema que se va a desarrollar.

- Modelación matemática en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Universidad Veracruzana (México).

El enfoque de este trabajo es sobre el impacto de la modelación matemática en los sistemas de ecuaciones lineales por medio de la metodología de aprender haciendo. (López y Flores, 2012).

Coincide con el proyecto a implementar en la modelación de los sistemas de ecuaciones lineales y en el aprender haciendo que se encuentra implícito en el ABP.

## **1.5.2 Referente teórico**

### **1.5.2.1 Aprendizaje Basado en Problemas (ABP)**

El ABP inició en los años 60s en Canadá, en la escuela de medicina de la Universidad de McMaster, es una metodología innovadora, que se caracteriza por que el estudiante es el núcleo del proceso de aprendizaje, promueve habilidades y competencias necesarias para que el estudiante se desenvuelva con éxito, en su futuro personal y profesional. El ABP se creó con el fin de modernizar la calidad de la educación médica que se trabajaba por medio de clases magistrales sobre los temas, a un método más avanzado que tomaba problemas de la vida real e involucraba diferentes áreas del conocimiento para darle solución. En la actualidad el ABP se utiliza con éxito en las diferentes áreas del conocimiento. (Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, 2010)

El ABP es un método donde el estudiante investiga los conocimientos que necesita para resolver los problemas que se le presentan y hace uso de diferentes áreas para buscar su solución, por lo tanto, es un método que permite la transversalización y además puede usarse para verificar el alcance de los aprendizajes propuestos.

El ABP se define como una estrategia de enseñanza-aprendizaje en la que tanto la adquisición de conocimientos como el desarrollo de habilidades y actitudes resulta importante, en el ABP un grupo pequeño de alumnos se reúne con la facilitación de un tutor, a analizar y resolver un problema seleccionado o diseñado especialmente para el logro de ciertos objetivos de aprendizaje. Durante el proceso de interacción de los alumnos para entender y resolver el problema se logra, además del aprendizaje del conocimiento propio de la materia, que puedan elaborar un diagnóstico de sus propias necesidades de aprendizaje, que comprendan la importancia de trabajar colaborativamente, que desarrollen habilidades de análisis y síntesis de la información, además de comprometerse con su propio proceso de aprendizaje. (Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, 2010, p.4)

Las habilidades matemáticas requieren, más que otra área del conocimiento, la elaboración de los conceptos y del desarrollo de metodologías adscritas al entorno, como el ABP que está basado en el constructivismo, donde el estudiante pasa de ser un receptor pasivo, a construir su propio conocimiento y a transformarlo de acuerdo a la realidad que lo rodea y de esta manera comprenderlo, es decir, el núcleo del proceso de aprendizaje es el estudiante. Piaget (1987) afirma: “conocer no consiste en copiar lo real, sino obrar sobre ello y transformarlo (en apariencia y en realidad) a fin de comprenderlo” (p.7).

El ABP tiene como objetivo desarrollar la capacidad de análisis y enfrentar al estudiante a situaciones cotidianas para potenciar en él competencias, habilidades y conocimientos que serán fundamentales para su vida profesional. (Bernabéu y Cónsul, 1995).

El ABP se considera dentro del paradigma constructivista de acuerdo con el análisis realizado por Carretero (2009), en su artículo Constructivismo y Educación, donde afirma que:

- En el aprendizaje constructivo es necesario que el estudiante construya el conocimiento para aprehender e interiorizar.
- El aprendizaje es un proceso de organización interno, que se va dando por etapas hasta que la persona lo asimila completamente.
- El conflicto cognitivo que puede presentarse en el proceso de enseñanza-aprendizaje, cuando al estudiante se le plantean problemas e hipótesis que debe resolver, es muy importante para la apropiación del conocimiento.
- La interacción social es básica en el aprendizaje.

En el ABP el estudiante es el protagonista de su propio conocimiento y trae implícito el trabajo cooperativo que es muy favorable, porque el estudiante aprende del otro y con el otro, como lo expone el constructivismo social de Lev Vygotsky (1896-1934) que

considera que “el conocimiento es un proceso de interacción entre el sujeto y el medio, pero el medio entendido como algo social y cultural” (Payer, 2005).

Se pretende entonces, utilizar el ABP para desarrollar habilidades y competencias en los estudiantes del grado noveno de la IEFC e incrementar la creatividad, la capacidad de análisis y aplicación de los conocimientos, la investigación, el trabajo en equipo, el crecimiento personal, la motivación hacia el pensamiento variacional, específicamente hacia los SEL2x2 y en general, un cambio de actitud hacia el área de matemáticas.

### **1.5.2.2 Aprendizaje Cooperativo**

Según Lobato y Campos (2018), el aprendizaje cooperativo es un método basado en el trabajo en equipo, cuya finalidad es la construcción del conocimiento y la obtención de competencias y habilidades sociales. Sus características son las siguientes:

- Se organizan los estudiantes en pequeños grupos de trabajo mixtos y heterogéneos.
- Todos los integrantes tienen los objetivos enlazados de tal forma, para obtener los objetivos del grupo, es necesario, que cada uno alcance sus propios objetivos.
- La interacción entre los integrantes del grupo debe ser muy organizadas y están relacionadas entre sí.

El trabajo cooperativo también se conoce como trabajo entre pares y es una metodología diseñada para que mejore el aprendizaje de cada integrante y el de los demás, por lo tanto, cada participante debe alcanzar los objetivos de aprendizaje y asegurarse que los demás miembros del grupo también los alcancen, es decir, el éxito individual se obtiene a través del éxito grupal. Para que el trabajo sea cooperativo, es necesario que haya un objetivo común y que cada miembro del equipo se esfuerce por alcanzarlo. El trabajo cooperativo promueve la responsabilidad individual, cada individuo debe entender que, para el triunfo del grupo, es imprescindible su trabajo. (Pozo, 2016).

Según Lobato & Campos (2018), los elementos esenciales para que el trabajo grupal sea cooperativo son:

- La interdependencia positiva: El éxito en el alcance de los objetivos es responsabilidad de cada uno de los miembros del equipo.
- Responsabilidad individual y grupal: Es necesario tanto el compromiso colectivo como el individual, por lo tanto, ningún miembro puede aprovecharse del trabajo de los demás, ni evadir responsabilidades.
- Interacción estimuladora: Hay motivación mutua entre los integrantes del grupo, el trabajo se realiza con los aportes colectivos y todos se esfuerzan por un logro común, promoviendo así el compromiso y el respeto por los demás.
- Habilidades interpersonales y grupales: El docente es responsable de promover una formación integral de los estudiantes, potenciando en ellos la responsabilidad, el trabajo en equipo, la comunicación, la toma de decisiones, la solución de conflictos y la ayuda mutua.
- Evaluación grupal: Se debe dedicar tiempo a la evaluación crítica, sincera y respetuosa, para esto se deben diseñar rúbricas.

Ramón Ferreiro Gravié (2006), en su libro *Estrategias didácticas del aprendizaje cooperativo*, describe la forma cómo mejora la práctica docente por medio del trabajo cooperativo y su contribución en el desarrollo de las potencialidades en los estudiantes, fortaleciendo su pensamiento crítico y creativo, lo que conduce a un aprendizaje significativo como lo plantea David Ausubel (2013).

El ABP es una metodología que integra todos los elementos del aprendizaje cooperativo y además permite la transversalización de áreas, se pretende diseñar situaciones problema sobre SEL2x2 y que los estudiantes también las diseñen de acuerdo con algunos parámetros establecidos (Anexo B), para que las resuelvan mediante el trabajo cooperativo. En cada equipo se le asignan roles diferentes a cada integrante, con el fin de motivarlos a hacerse responsables de su propio proceso de aprendizaje. Tanto en el ABP como en el aprendizaje cooperativo el estudiante es el centro de la enseñanza.

Con el desarrollo de esta estrategia se transformará y fortalecerá la práctica educativa y por ende la calidad educativa en la IEFC, respondiendo a las necesidades educativas de los estudiantes, mediante el planteamiento y resolución de situaciones problema de SEL2x2, a partir del desarrollo del trabajo cooperativo, posibilitando el mejoramiento de los procesos educativos que se puedan evidenciar en los resultados de las pruebas externas.

### **1.5.3 Referente Conceptual-Disciplinar**

Para tener una mejor visión del proyecto es importante definir los siguientes términos:

#### **1.5.3.1 Situación Problema**

Una situación problema es un reto a los conocimientos previos de estudiante, según Gilberto Obando y Jairo Muñera (2003), es lo que motiva a la actividad cognitiva, sus características son: introduce los temas que hay que aprender, es accesible al estudiante y representa un problema para el estudiante y le permite utilizar los preconceptos.

Continuamente cuando se habla de situaciones problema en la resolución de ecuaciones 2x2, se piensa en una cantidad de ecuaciones para aplicar y en la elaboración de determinado algoritmo para su solución. Este proceso presenta varias dificultades para el estudiante, pero la principal es la interpretación, como lo plantea George Polya (2012) en su libro El método Polya para resolver problemas matemáticos. El método Polya (Alonso, 2012), para solucionar problemas consta de cuatro pasos: Entender el problema, configurar el plan, ejecutar el plan y examinar la solución obtenida (Alonso, 2012).

Por lo anterior, el papel que debe desempeñar el docente es desarrollar en el estudiante el pensamiento numérico variacional y las competencias numéricas y de resolución de problemas, que le permitan desenvolverse con éxito en el mundo que lo rodea.

En los lineamientos curriculares de matemáticas (MEN, 2014), se resalta la importancia que tiene la resolución de las situaciones problema, en el aprendizaje de la matemática y su incidencia en el desarrollo de competencias en los estudiantes, “Privilegiar como contexto del hacer matemático escolar las situaciones problemáticas”.

“Respecto al desarrollo de pensamiento numérico y ampliando algunos énfasis propuestos en lineamientos curriculares de matemáticas (MEN, 2014), diríamos que algunos aspectos fundamentales estarían constituidos por el uso significativo de los números y el sentido numérico que suponen una comprensión profunda del sistema de numeración decimal, no sólo para tener una idea de cantidad, de orden, de magnitud, de aproximación, de estimación, de las relaciones entre ellos, sino además para desarrollar estrategias propias de la resolución de problemas”.

La resolución de situaciones problema ha sido en las últimas experiencias, un método de enseñanza de impacto positivo que a través de la ejercitación y como dice Orlando Mesa Betancur (1998), “una situación problema es un espacio de interrogantes frente a los cuales el sujeto está convocado a responder. En el campo de las matemáticas, una situación problema se interpreta como un espacio pedagógico que posibilita tanto la conceptualización como la simbolización y la aplicación comprensiva de algoritmos, para plantear y resolver problemas de tipo matemático”. (Mesa Betancur, 1998, Pág. 15)

Por lo anterior, el papel que debe desempeñar el docente es desarrollar en el estudiante el pensamiento numérico variacional y las competencias numéricas y de resolución de problemas, que le permitan desenvolverse con éxito en el mundo que lo rodea.

### 1.5.3.2 Incógnita

La palabra incógnita procede del latín “incognitus” que está integrada por el prefijo “in” seguido por el participio del verbo “cognoscere” que significa “conocer”, lo que significa que la incógnita es algo desconocido.

En matemáticas, la incógnita es un valor desconocido y es necesario encontrarlo para poder solucionar un problema determinado o una ecuación. Generalmente las incógnitas se representan con las letras x e y, pero se pueden representar con cualquier letra del alfabeto. Las incógnitas aparecen en las expresiones algebraicas. Cuando dos expresiones algebraicas se relacionan con un signo de igualdad o desigualdad, forman una ecuación o una inecuación. Cuando en una ecuación se relacionan dos incógnitas, se presenta una relación de dependencia que se denomina función, donde x e y son llamadas variables (Euler, 1984).

### 1.5.3.3 Sistemas de ecuaciones 2x2 (SEL2x2)

Según Baldor (2000), una ecuación lineal es una igualdad con una o más incógnitas, que no están elevadas a exponentes mayores que uno, ni se encuentran multiplicadas entre ellas.

Es un conjunto formado por dos ecuaciones lineales, cada una con dos incógnitas, es decir es un sistema de la forma:

$$ax + by = c$$

$$dx + ey = f$$

Donde x e y son las variables o cantidades desconocidas y a, b, c, d, e y f son números reales.

Los métodos para resolver los SEL2x2 son:



1. Método Gráfico
2. Solución por método de sustitución
3. Solución por método de igualación
4. Solución por método de reducción
5. Solución por método de determinantes (Regla de Cramer)

En el presente trabajo sólo se analizará la solución de SEL2x2 por los métodos de determinantes y reducción.

### 1.5.3.4 Método de reducción (Eliminación)

En la solución de un SEL2x2 por el método de reducción se suman las dos ecuaciones para reducirlas a una sola, pero previamente hay que amplificar convenientemente una de las dos, buscando que los coeficientes de una de las variables sean opuestos, para que, al sumar ambas ecuaciones transformadas, se elimine la variable, por lo tanto, se puede despejar la otra.

### 1.5.3.5 Método de determinantes (Regla de Cramer)

Dado el siguiente SEL2x2:

$$ax + by = c$$

$$dx + ey = f$$

Se cumple que:

$$x = \frac{\begin{vmatrix} c & b \\ f & e \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}} = \frac{ce - bf}{ae - bd} \quad y = \frac{\begin{vmatrix} a & c \\ d & f \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}} = \frac{af - cd}{ae - bd}$$

El determinante del sistema es:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix}$$

Para solucionar el determinante anterior se multiplican los números de la diagonal principal **ae** y se le resta el producto de los números de la diagonal secundaria **bd**, entonces:

$$\begin{vmatrix} a & b \\ d & e \end{vmatrix} = a \cdot e - b \cdot d$$

### 1.5.4 Referente Legal

La presente propuesta será desarrollada con estudiantes del grado noveno de la Institución Educativa Federico Carrasquilla en Medellín-Antioquia-Colombia. Los productos que los estudiantes presentarán estarán basados en las clases realizadas en los respectivos grupos durante el tiempo que durará éste estudio, dichas clases están enmarcadas en los lineamientos curriculares de Matemáticas (MEN,2014), los estándares básicos de competencias matemáticas (MEN, 2017), los derechos básicos de aprendizaje(MEN, 2017) las temáticas evaluadas por el ICFES en las pruebas SABER 2017 y la planeación desarrollada por la Institución Educativa Federico Carrasquilla para el área de matemáticas. A continuación, se describirán los contextos internacional, nacional, local e institucional:

#### Contexto Internacional

Se tendrán en cuenta los indicadores de las pruebas TIMSS 2015 y PISA 2016, en las que Colombia ha obtenido muy bajos puntajes en el área de matemáticas.

### **Contexto Nacional**

Es necesario elevar los puntajes obtenidos en las pruebas ya que, en diciembre de 2013, la revista semana publicó un artículo llamado “Vergüenza: Colombia entre los peores en educación. Según el informe PISA 2016 el país ha obtenido pésimos resultados comparando el nivel educativo de casi medio millón de adolescentes de 15 años en 65 países” (Revista Semana, 2013). El nueve de julio de 2014 el periódico El Tiempo publicó un apartado llamado “Colombia, en el último lugar en nuevos resultados de pruebas Pisa” (El Tiempo, 2014).

En ambos artículos se expone que Colombia tiene uno de los puntajes más bajos de los países participantes en las pruebas PISA, pruebas que evalúan Matemáticas.

### **Contexto Regional**

Se deben tener en cuenta el plan educativo municipal de Medellín 2016- 2027 y la secretaría de educación de Medellín, cuya visión estratégica es que Colombia será el país más educado de Latinoamérica para el 2025.

### **Contexto Local**

Respecto al contexto regional nos encontramos en el informe publicado por El Tiempo publicado el 12 de noviembre de 2014 es afirma: “Estudios dicen que Antioquia no está bien en pruebas educativas”. (El Tiempo. 2014 a)

En un documento publicado por la Gobernación de Antioquia llamado Diagnóstico de Matemáticas en Antioquia se expone que, aunque Antioquia tiene una notable tendencia a la mejoría en los resultados de algunas pruebas estandarizadas aún se encuentra por debajo del promedio nacional (Gobernación de Antioquia. 2011<sup>a</sup>)

**Tabla 1.1. Normograma**

<b>Ley Norma, decreto o documento</b>	<b>Texto legal</b>	<b>Contexto de la norma</b>
<b>Constitución política de Colombia de 1991</b>	“Art 67. La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social: con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura.”	Desde la perspectiva que tiene el estado a nivel educativo, podemos articular la enseñanza de la matemática a la utilización de recursos tecnológicos para producir conocimientos al servicio de la sociedad.
<b>Ley 115 de 1994</b>	“Art 91. El alumno o educando. El alumno o educando es el centro del proceso educativo y debe participar activamente en su propia formación integral.”.	Con este artículo se crean las disposiciones para la creación de los lineamientos y estándares curriculares, y de los tres principales pilares de su contexto escolar: funciones, fundamentos y fines
<b>Decreto 1860 de 1994</b>	“Artículo 36. Proyecto Pedagógico: es una actividad dentro del plan de estudio que de manera planificada ejercita al educando en la solución de problemas cotidianos, seleccionados por tener relación directa con el entorno social, cultural, científico y tecnológico del alumno.	Se permite la construcción de los PEI de acuerdo con las necesidades y realidades de las instituciones educativas en cual se contemplen las acciones para la formación y en el cual se particularizan los pilares del contexto escolar.
<b>Estándares Básicos de Matemáticas . Santafé de Bogotá.</b>	Las competencias matemáticas requieren de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problema significativas y comprensivas. p. 49	El desarrollo de competencias matemáticas permite a los estudiantes fortalecer su proceso de aprendizaje a través de la contextualización.

<b>Estándares Básicos de Matemáticas . Santafé de Bogotá.</b>	<p>Las situaciones de aprendizaje significativo y comprensivo en las matemáticas escolares son situaciones que superan el aprendizaje pasivo, gracias a que generan contextos accesibles a los intereses y a las capacidades intelectuales de los estudiantes y, por tanto, les permiten usar productivamente materiales manipulativos, representativos y tecnológicos. p. 72</p>	<p>La creación de ambientes dinámicos de aprendizaje posibilita al estudiante la interacción con el conocimiento para el desarrollo de situaciones problema, que le dan la posibilidad de desarrollar sus capacidades e intereses para el logro de los aprendizajes.</p>
<b>Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA). MEN</b>	<p>Los DBA son un apoyo y complemento para la construcción y actualización de propuestas curriculares en lenguaje y matemáticas. p. 3</p>	<p>Las nuevas propuestas curriculares deben ir más allá del logro de unos conocimientos básicos.</p>
<b>Derechos Básicos de Aprendizaje (DBA). MEN</b>	<p>También es importante reconocer que el desarrollo de las competencias del siglo XXI depende de la calidad de la educación que los niños y niñas reciban en las áreas de Lenguaje, Matemáticas y Ciencias (American Council on Education, 2006. p. 6</p>	<p>Cada vez más, se debe replantear el rol del docente como hacedor de estrategias que permitan a los estudiantes adquirir las competencias necesarias para los desafíos educativos a los que se ve enfrentado el estudiante en la actualidad.</p>

### 1.5.5 Referente Espacial

La población sobre la cual se realiza la propuesta, son los estudiantes de grado noveno de la IEFC, destacada por la calidad integral de sus estudiantes, el profesionalismo de su equipo de trabajo y el fortalecimiento del desarrollo comunitario.

Esta institución es de carácter oficial y está ubicada en la comuna uno, sector nororiental de la ciudad de Medellín, barrio Popular 2.

La información contenida en este proyecto se utilizará en el periodo comprendido entre el 16 de junio de 2017 al 30 de noviembre de 2017.

## CAPÍTULO II. DISEÑO METODOLÓGICO

### 2.1 Enfoque

Las preguntas generadas para esta estrategia metodológica tuvieron dos vertientes importantes a discutir; la primera de ellas sobre la capacidad resolutoria y la segunda en el favorecimiento de metodologías innovadoras que viabilicen el aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales  $2 \times 2$ . La investigación se desarrollará según el enfoque cualitativo, al centrarse en la comprensión de resolver problemas en el aprendizaje de sistemas matemáticos en una comunidad educativa. Se privilegiará el relato de los estudiantes frente a sus construcciones de aprendizaje para favorecer el desarrollo de estas competencias.

La intervención en el aula será realizada mediante la investigación acción propuesta por Kurt Lewin (1944), que integra la teoría y la práctica. Este tipo de investigación también fue usado en el campo educativo por Paulo Freire (1960).

Para el sociólogo Kemmis (1984), la investigación acción constituye una ciencia crítica y considera que “la investigación acción es una forma de indagación autorreflexiva realizada por quienes participan en las situaciones sociales (incluyendo las educativas) para mejorar la racionalidad y la justicia de:

- a) Sus propias prácticas sociales o educativas
- b) Su comprensión sobre las mismas
- c) Las situaciones e instituciones en que estas prácticas se realizan (aulas o escuelas, por ejemplo)”

Lomax (1990) define la investigación acción como “una intervención en la práctica profesional con la intención de ocasionar una mejora”

## 2.2 Método

La metodología dará respuesta a los objetivos específicos de este trabajo de una manera jerárquica.

Para desarrollar en un orden jerárquico los objetivos específicos, se tomará como base el paradigma crítico social, que involucra el método inductivo y el deductivo.

La presente propuesta pondrá en curso, una estrategia metodológica para favorecer el desarrollo de competencias, en el proceso de aprendizaje de los SEL2x2, en estudiantes del grado noveno, mediante la resolución de situaciones problema, implementando el trabajo cooperativo, el uso de material concreto y el apoyo de las TIC.

Se ejecutarán las siguientes fases:

1. Para responder al objetivo: Establecer el grado de apropiación de los conceptos de fracción, variable, despeje de variable, en el que se encuentran los estudiantes del grado noveno; se realizará una evaluación diagnóstica (Anexo A), sobre los conocimientos previos que posee población estudiada en SEL2x2, de acuerdo a los resultados obtenidos se seleccionará el grupo experimental en el cual se hará uso de las TIC y el trabajo cooperativo y el grupo control, donde se desarrollarán la mismas actividades elaboradas, pero usando metodologías tradicionales.
2. Para responder al objetivo: Diseñar situaciones problema que guarden estrecha relación con el contexto inmediato y que tengan aplicabilidad en él, mediante el



Aprendizaje Basado en Problemas; se utilizará la secuencia didáctica diseñada sobre regla de Cramer y método de eliminación (Anexo B).

3. Para responder al objetivo: Desarrollar la estrategia diseñada con un ambiente para el aprendizaje cooperativo a partir del planteamiento y resolución de situaciones problema; se realizará la intervención mediante la implementación de la estrategia metodológica para favorecer el desarrollo de competencias en el proceso de aprendizaje de SEL 2x2, por medio de la resolución de situaciones problema utilizando las actividades diseñadas sobre regla de Cramer y método de eliminación.
4. Para responder al objetivo: Evaluar el impacto generado con la implementación de la estrategia, identificando fortalezas, debilidades y oportunidades de mejora; se aplicará un post test, para evaluar el grado de apropiación de los conocimientos en ambos grupos y se tabularán los resultados obtenidos en las actividades evaluativas, se elaborarán los respectivos gráficos para analizar los datos y establecer comparaciones. Por último, se sacarán las conclusiones y se harán las respectivas recomendaciones.

Se hará un análisis continuo a los productos que se aplicarán y los que realicen los estudiantes durante el proceso y al final. La docente investigadora y los estudiantes harán la revisión detallada de dichos productos.

## **2.3 Instrumentos de recolección y análisis de la información**

Para dar respuesta al objetivo general se utilizarán las técnicas:

### **2.3.1 Evaluación diagnóstica**

La evaluación diagnóstica o inicial es la que se aplica cuando se inicia un proceso educativo: un curso, un tema, una secuencia didáctica, con el fin de explorar los

conocimientos que poseen los estudiantes, para relacionarlos con los aprendizajes esperados y contenidos del curso que comienza (Hernández, 2013).

Esta evaluación posibilitará verificar el nivel de apropiación de los preconceptos e identificar las dificultades que presentan los estudiantes, a fin de establecer los ajustes necesarios en la estrategia a desarrollar, con el propósito de favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje de los SEL2x2. Será realizada en forma virtual en la sala de cómputo, por medio de la plataforma institucional fedecarrasquilla.edu20.org. Es un cuestionario compuesto por 25 preguntas, agrupadas en cinco secciones. Cada sección consta de cinco preguntas con el mismo grado de dificultad. Las secciones son las siguientes: Comprensión lectora, fracciones, concepto de variable, despeje de variables y pensamiento lógico.

La prueba diagnóstica fue presentada por 25 estudiantes del grupo 9°1 y 25 del grupo 9°3, de acuerdo a los resultados obtenidos, se clasificaron en: grupo control (9°1), porque obtuvo mejores los puntajes y grupo experimental (9°3), con los puntajes más bajos.

### **2.3.2 Observación participante**

Tiene como propósito recolectar información para el análisis del estado del grupo en el que se aplicará la investigación, a fin de establecer la efectividad e incidencia en la implementación del proyecto.

Según Goetz y LeCompte (1998) “La observación participante se refiere a una práctica que consiste en vivir entre la gente que uno estudia, llegar a conocerlos, a conocer su lenguaje y sus formas de vida a través de una intrusa y continuada interacción con ellos en la vida diaria”.

Durante la aplicación de la estrategia didáctica, la docente utilizó la técnica de observación participante, para acompañar el trabajo realizado por los estudiantes, en

ambos grupos, con el fin de conocer las inquietudes y las diferentes manifestaciones hacia la secuencia didáctica que se diseñó para desarrollar el trabajo y tenerlas en cuenta para realizar los ajustes pertinentes.

La secuencia didáctica fue aplicada en el grupo control (9°1), utilizando la clase magistral exponiendo el método de determinantes, ejemplos y las situaciones problema sobre este tema diseñadas en la estrategia, para que fueran solucionadas por los estudiantes individualmente.

En el grupo experimental se organizaron los estudiantes en grupos de cinco integrantes y se les propuso realizar una cometa en forma de polígono regular que tuviera un perímetro  $p$  y un área  $a$ , asignando a cada grupo un polígono diferente. Se les pidió identificar las posibles variables, plantear una situación sobre SEL2x2, definir las variables del problema planteado por ellos, plantear el sistema de ecuaciones y solucionarlo por el método de determinantes que se había explicado antes de comenzar la intervención.

Para realizar esta actividad necesitaron mucho tiempo, porque presentan muchas dificultades para aplicar los conceptos estudiados, a situaciones reales y diseñar problemas de la vida real y también para convertir el lenguaje verbal al lenguaje simbólico (modelación), planteando los SEL2x2 asociados a los ejercicios diseñados.

A algunas de las situaciones problema, hubo que hacerle ajustes, para que pudieran resolverse por el método indicado. Fue fácil que solucionaran correctamente los SEL2x2 planteados, ya que asimilaban fácilmente el método de solución de SEL2x2 por regla de Cramer.

Debido a que preguntaban por qué todas las actividades se estaban realizando con cometas, se procedió a hacerle variaciones a la secuencia didáctica. Por último, se realizó una socialización de las situaciones problema diseñadas por los estudiantes y sus soluciones.

Posteriormente, se realizó una actividad evaluativa sobre regla de Cramer (Anexo B), en forma individual, para ambos grupos, pero con la mediación de las TIC para el grupo experimental (9°3) que obtuvo mejores resultados que el grupo control (9°1).

Para implementar la parte de la secuencia didáctica, correspondiente al método de reducción, se propuso una actividad para explorar los conocimientos previos sobre este método, a los estudiantes del grupo control y del grupo experimental, posteriormente se definió el método con ejemplos y se plantearon ejercicios para que los estudiantes solucionaran. En el grupo control se desarrolló la actividad individualmente y en el grupo experimental se realizó usando el trabajo cooperativo.

Finalmente, se evaluó la actividad individualmente en los dos grupos, donde nuevamente los estudiantes del grupo experimental mostraron mejores resultados.

### **2.3.3 Grupo nominal**

Es una técnica favorable para la generación de ideas y el análisis de problemas. Se utiliza cuando las decisiones individuales deben tenerse en cuenta para tomar decisiones grupales. Tiene una fase de concepción de ideas o reflexión individual, la segunda fase es la puesta en común, discusión y evaluación para luego tomar las decisiones. Esta técnica se utiliza cuando no conviene que una sola persona sea quien decida. Es usada cuando los grupos son pequeños, no permite que varios integrantes hablen a la vez. Ningún miembro del grupo se queda sin opinar (Esquivel, 2013).

Esta técnica será de gran utilidad, debido a la implementación de trabajo cooperativo que involucra la presente propuesta. Será aplicada con el grupo experimental, en el desarrollo de las diferentes actividades que propone la secuencia didáctica diseñada.

La información se obtendrá de fuentes primarias tales como: encuestas, entrevistas, pruebas y cuestionarios, a partir de los cuales se identificarán las dificultades en el

proceso de aprendizaje y para activar las estrategias propuestas y conjeturar sobre su efectividad.

### **2.3.4 Grupo experimental y grupo control (Investigación experimental)**

En la investigación experimental es necesario tener como mínimo dos grupos para poder establecer comparaciones sobre el efecto de una condición, es imprescindible que la variable analizada sea numérica. Las decisiones que se toman son en término de probabilidad. (Arquero, B., Berzosa, A., García, N. y Monje, M., 2009).

Grupo Control: Es un grupo que no se interviene y se compara con el grupo experimental, permite discriminar los efectos de la intervención.

Grupo experimental: Es el grupo que se interviene.

Se aplicarán estrategias diferentes en dos grupos del grado noveno, con el fin de establecer un comparativo y analizar los resultados obtenidos.

En el grupo control, se aplicarán metodologías convencionales como los métodos expositivos, donde es el docente el que transmite una colección de temas, por medio de la clase magistral, el estudiante es sólo un receptor, un sujeto pasivo que únicamente recibe información, se utilizan métodos memorísticos que el estudiante olvida fácilmente, mientras que en el grupo experimental, se hará uso de métodos innovadores como el ABP; el trabajo cooperativo, el uso de las TIC como mediadoras del proceso y la utilización de material concreto.

### 2.3.5 Evaluación de verificación de aprendizajes

Permitirá verificar el grado de apropiación de conceptos que se logró por parte de los estudiantes, y la efectividad de la estrategia metodológica y didáctica desarrollada para promover aprendizajes significativos, para aplicarlos en el contexto inmediato.

Como medios se utilizarán:

- Páginas web y plataformas LMS
- Aplicación de un pretest antes de la intervención y un post-test después de la intervención.
- Realización de entrevistas semiestructuradas.
- La recolección de información se realizará por medio de las siguientes fuentes:
- Productos que los estudiantes realicen en la plataforma LMS.
- Trabajos realizados por los estudiantes, entregados de manera física.
- Encuestas físicas o virtuales.
- Entrevistas.
- Cuestionarios.

Los instrumentos que se emplearán serán:

- Diseño de situaciones problema para la resolución de sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2, para propiciar el acercamiento de los estudiantes al desarrollo de competencias matemáticas, mediante la exploración y la investigación para la construcción de conocimientos.
- Diseño de material concreto para la resolución de las situaciones problema, el cual servirá como punto de apoyo para que los estudiantes aprendan de manera activa y en interacción con el otro para el logro de aprendizajes significativos.

- Recursos tecnológicos, con el fin de enriquecer el ámbito educativo y motivar en los estudiantes otras formas de enfrentarse a la resolución de situaciones problema ajustados en la actualidad.
- Trabajo cooperativo, como estrategia metodológica que permite la interacción y el aprendizaje con el otro.

## 2.4 Población y Muestra

**Población:** Esta estrategia metodológica se desarrollará en la Institución educativa Federico Carrasquilla, una Institución Educativa pública, que realiza su trabajo educativo en Colombia, Medellín, Zona Nororiental, Comuna 1, Barrio Popular 2, que garantiza el derecho a la educación para 2000 niños, niñas, jóvenes y adultos de los estratos 1 y 2 y cuenta con más de 50 docentes que han aportado a la realización de la libertad, la autonomía, la responsabilidad y la vivencia de valores, centrándose en la persona humana, en sus problemas, en sus posibilidades y potencialidades.

**Muestra:** Este trabajo se desarrollará en la Institución Educativa Federico Carrasquilla, con el grupo noveno dos, que está compuesto por 30 estudiantes, 10 hombres y 20 mujeres cuyas edades oscilan entre los 14 y 17 años, los productos de los estudiantes se evaluarán constantemente al principio, durante el proceso de intervención y al final.

## 2.5 Delimitación y Alcance

Con la implementación de esta estrategia metodológica se espera:

Que la estrategia metodológica diseñada, fundamentada en ABP y trabajo cooperativo para la solución de SEL2x2, también pueda ser aplicada en entornos educativos diferentes a la IEFC, puesto que es una herramienta útil para obtener mejores resultados, tanto en la enseñanza como en el aprendizaje de los SEL2x2.

Identificar, describir y fortalecer las competencias para el aprendizaje significativo de las ecuaciones 2x2, por medio de la resolución de situaciones problema, que acerquen más al estudiante al contexto en que se desenvuelve.

Que el estudiante tenga un acercamiento a la ciencia, de una manera más amena y pueda construir su conocimiento y movilizar el pensamiento hacia el desarrollo de competencias matemáticas y competencias para la vida, le serán muy útiles para el alcance de sus metas profesionales.

Que los estudiantes desarrollen la capacidad de modelar situaciones problema de la vida real, traduciendo el lenguaje verbal al lenguaje simbólico.

Que los docentes puedan explorar nuevas alternativas educativas, que posibiliten transformar los paradigmas existentes, a fin de dinamizar e innovar en ambientes matemáticos para el aprendizaje de los SEL2x2, mediante el ABP, el trabajo cooperativo, el diseño de material concreto y con la mediación de las TIC.

Proponer un nuevo enfoque educativo que incentive en los estudiantes la curiosidad y el placer por el conocimiento de los SEL2x2 y los motive a adquirir valores como la responsabilidad, el respeto por los demás, la autonomía, la capacidad de análisis y en general a buscar el éxito en su proceso de aprendizaje.

Desarrollar lúdicas fundamentadas en la resolución de situaciones problema, mediante la implementación del trabajo cooperativo y la utilización de material concreto con el apoyo de las TIC; donde los estudiantes puedan explorar, interactuar y conceptualizar a través de estrategias creativas que impulsen en ellos el protagonismo necesario para la apropiación de su proceso de aprendizaje, siendo el docente quien guía el proceso para orientar dichas situaciones y así movilizar el pensamiento para el logro de experiencias de aprendizajes que le den sentido a la construcción de saberes que se vean reflejados en el contexto inmediato.



## 2.6 Cronograma

ACTIVIDAD	OBJETIVOS							
		1	2	3	4	5	6	
Fase 1. Caracterización: Evaluación diagnóstica (Pretest)	Establecer el grado de apropiación de los conceptos de fracción, variable, despeje de variable, en el que se encuentran los estudiantes del grado noveno.	J U N I O						Docente  investigador
Fase 2. Diseño: Elaboración de secuencia didáctica sobre solución de SEL2x2 por los métodos de determinantes y reducción.	Diseñar situaciones problema que guarden estrecha relación con el contexto inmediato y que tengan aplicabilidad en él, mediante el Aprendizaje Basado en Problemas.		J U L I O					Docente  investigador
Fase 3. Intervención: Aplicación de las secuencia didáctica diseñada.	Desarrollar la estrategia diseñada con un ambiente para el aprendizaje cooperativo a partir del planteamiento y resolución de situaciones problema; se realizará la intervención mediante la implementación de la estrategia metodológica para favorecer el desarrollo de competencias en el proceso			A G O S T O	S E P T I E M B R E			Docente  investigador

	de aprendizaje de SEL 2x2							
Fase 4. Análisis y evaluación: 4.1 Aplicación del postest. 4.2 Organización de los datos en tablas y gráficos. 4.3 Análisis de los resultados.	Evaluar el impacto generado con la implementación de la estrategia, identificando fortalezas, debilidades y oportunidades de mejora.					O C T U B R E	N O V I E M B R E	Docente investigador

## **CAPÍTULO III. SISTEMATIZACIÓN DE LA INTERVENCIÓN**

### **3.1 Resultados y análisis de la intervención**

Con el fin de valorar los conocimientos previos de los estudiantes en los SEL2x2, se aplicó una evaluación diagnóstica individual (pretest) antes de comenzar la intervención, tanto al grupo experimental (9°3) como al grupo control (9°1), para determinar de esta manera el estado inicial del conocimiento.

La evaluación diagnóstica tenía también como propósitos, que los estudiantes reflexionaran con respecto al grado de apropiación del conocimiento en los temas evaluados, determinar los principales vacíos conceptuales que ellos poseen y tomar los datos obtenidos, como punto de partida de la presente investigación.

De acuerdo con los objetivos enunciados anteriormente, se diseñó una prueba diagnóstica de conocimientos con las siguientes secciones: Comprensión lectora, fracciones, concepto de variable, despeje de variables y pensamiento lógico. Cada sección consta de cinco preguntas de selección múltiple con única respuesta. Dicha prueba se realizó por medio de una plataforma institucional llamada Fedecarrasquilla.edu20.org.

La evaluación diagnóstica se adjunta en el anexo A.

**Tabla 3.1. Porcentaje de aciertos del grupo control (9°1) y grupo experimental (9°3) en la evaluación diagnóstica.**

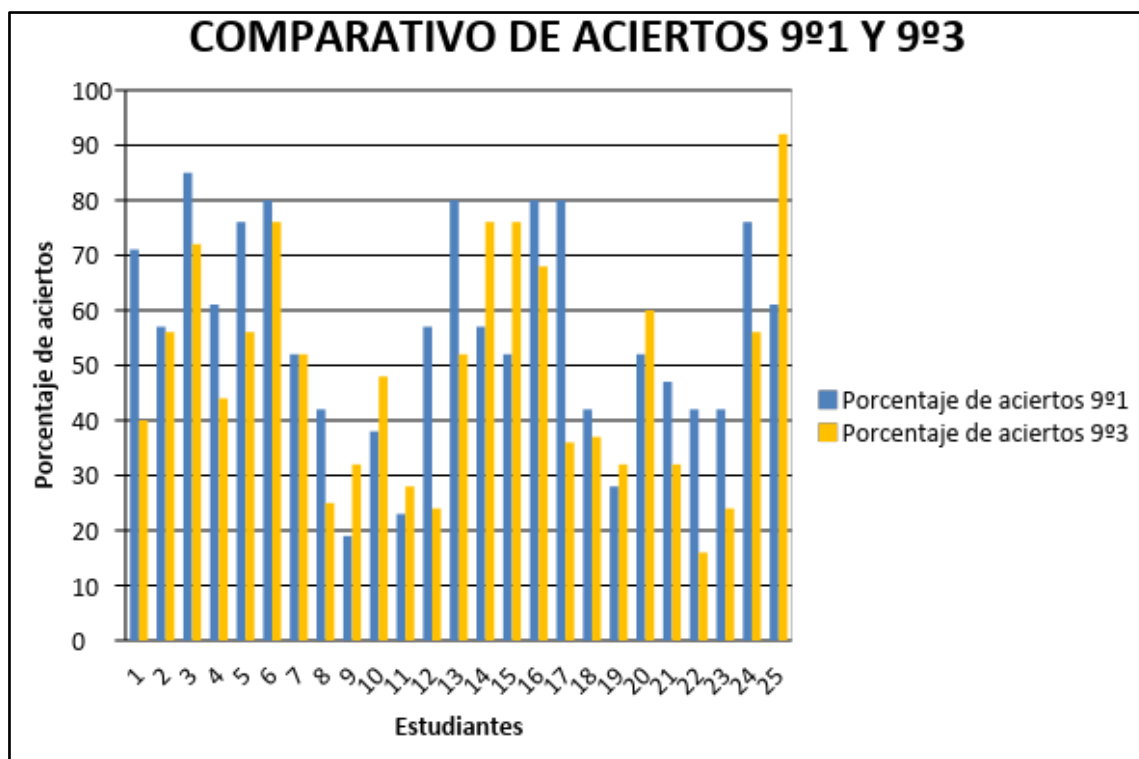
Porcentaje de aciertos 9°1	Porcentaje de aciertos 9°3
71	40
57	56
85	72
61	44
76	56
80	76
52	52
42	25
19	32
38	48
23	28
57	24
80	52
57	76
52	76
80	68
80	36
42	37
28	32
52	60
47	32
42	16
42	24
76	56
61	92

En la tabla 3.1 presenta un comparativo entre los aciertos obtenidos en la prueba diagnóstica, por 25 estudiantes del grupo control (9°1) y 25 estudiantes del grupo experimental (9°3).

En ella se observa que 18 estudiantes del grupo experimental obtuvieron porcentajes de aciertos inferiores a los del grupo control, 6 estudiantes obtuvieron un porcentaje mayor y un estudiante obtuvo igual porcentaje de aciertos.

Debido a los resultados encontrados, se decidió tomar como grupo experimental a 9°3, ya que la mayoría de los estudiantes exhibieron porcentajes de aciertos inferiores a los de 9°1, teniendo en cuenta que dichos porcentajes en su mayoría no superan el 60% para ambos grupos, que corresponde a un desempeño básico en la IEFC.

**Gráfica 3.1. Porcentaje de aciertos del grupo control (9°1) y grupo experimental (9°3) en la prueba diagnóstica.**



En la gráfica 3.1 se observa que, en la prueba diagnóstica, 16 estudiantes del grupo control (9°1) alcanzaron un porcentaje de aciertos mayor, que el de los respectivos estudiantes del grupo experimental (9°3), ocho estudiantes de 9°3 obtuvieron porcentajes de aciertos mayores que los respectivos estudiantes de 9°1, los estudiantes número 7 de ambos grupos, lograron el mismo porcentaje de aciertos. El estudiante 25 de 9°3 alcanzó

el mayor porcentaje de aciertos de los dos grupos, con un porcentaje superior a 90% que corresponde a un desempeño superior en la IEFC, el estudiante 22 de 9°3 obtuvo el menor porcentaje de aciertos de ambos grupos inferior al 20% (Bajo).

La siguiente tabla resume el análisis de los desempeños alcanzados por los estudiantes del grupo control (9°1) y el grupo experimental (9°3) en la prueba diagnóstica, según el gráfico 3.1. Se debe tener en cuenta que, en la IEFC, el desempeño superior corresponde a un porcentaje mayor de 90%, el desempeño alto a un porcentaje que varía entre 80% y 90%, el desempeño básico es igual a 60% y el desempeño bajo corresponde a porcentajes inferiores a 60%.

**Tabla 3.2 Resumen de desempeños del grupo control (9°1) y grupo experimental (9°3) en la evaluación diagnóstica.**

<b>Desempeño \ Grupo</b>	<b>9°1</b>	<b>9°3</b>
<b>Superior (Mayor que 90%)</b>	-	1
<b>Alto (Entre 80% y 90%)</b>	5	-
<b>Básico (Mayor que 60% y menor que 80%)</b>	5	6
<b>Bajo (Menor que 60%)</b>	15	18
<b>Total</b>	25	25

En la tabla 3.2, se observa que cinco estudiantes del grupo 9°1 lograron porcentajes iguales o superiores a 80% (Alto), en 9°3 un estudiante alcanzó porcentaje mayor que 80% (Superior). Cinco estudiantes de 9°1 obtuvieron porcentajes mayores que 60% y menores que 80% (Básico), seis estudiantes de 9°3 alcanzaron desempeño básico.

Quince estudiantes de 9°1 lograron porcentajes inferiores a 60% (Bajo), 18 estudiantes obtuvieron desempeño bajo en 9°3.

A continuación, se analizarán los resultados obtenidos por los estudiantes del grupo control (9°1) y el grupo experimental (9°3), en cada una de las categorías de la prueba diagnóstica (Pretest).

**Tabla 3.3. Notas promedio por categorías evaluadas grupo control (9°1) y grupo experimental (9°3)**

Número de pregunta	Porcentaje de aciertos 9°1	Porcentaje de desaciertos 9°1	Nota promedio 9°1	Porcentaje de aciertos 9°3	Porcentaje de desaciertos 9°3	Nota promedio 9°3
1	71	29	3,55	40	60	2
2	57	43	2,85	56	44	2,8
3	85	15	4,25	72	28	3,6
4	61	39	3,05	44	56	2,2
5	76	24	3,8	56	44	2,8
<b>Promedio Comprensión Lectora</b>			<b>3,5</b>			<b>2,7</b>
6	80	20	4	76	24	3,8
7	52	48	2,6	52	48	2,6
8	42	58	2,1	25	75	1,25
9	19	81	0,95	32	68	1,6
10	38	62	1,9	48	52	2,4
<b>Promedio Concepto Fracción</b>			<b>2,3</b>			<b>2,3</b>
11	23	77	1,15	28	72	1,4
12	57	43	2,85	24	76	1,2
13	80	20	4	52	48	2,6
14	57	43	2,85	76	24	3,8
15	52	48	2,6	76	24	3,8
<b>Promedio Concepto de variable</b>			<b>2,7</b>			<b>2,6</b>
16	80	20	4	68	32	3,4
17	80	20	4	36	64	1,8
18	42	58	2,1	37	63	1,85
19	28	72	1,4	32	68	1,6
20	52	48	2,6	60	40	3
<b>Promedio Despeje de Variable</b>			<b>2,8</b>			<b>2,3</b>

21	47	53	2,35	32	68	1,6
22	42	58	2,1	16	84	0,8
23	42	58	2,1	24	76	1,2
24	76	24	3,8	56	44	2,8
25	61	39	3,05	92	8	4,6
<b>Promedio Pensamiento Lógico</b>			<b>2,7</b>			<b>2,2</b>
<b>Promedio</b>			<b>2,8</b>	<b>Promedio</b>		<b>2,4</b>

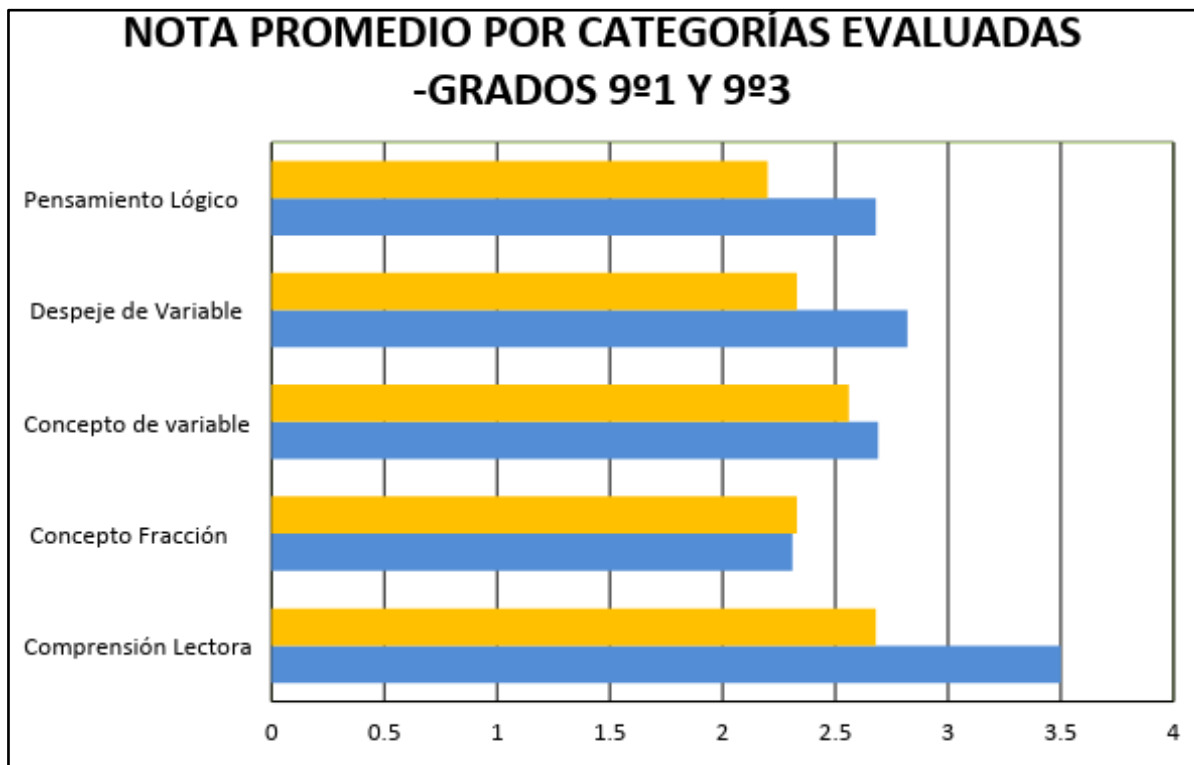
En la tabla 3.3, se observa el comparativo de los resultados obtenidos por categorías entre el grupo experimental y el grupo control, evidenciando un porcentaje superior obtenido por el grupo control en las categorías de comprensión lectora, concepto de variable, despeje de variable y pensamiento lógico, solo en la categoría sobre concepto de fracción se obtiene una nota promedio igual.

Estos resultados fueron los que marcaron la pauta para diferenciar en cuál de los grupos se haría la intervención.

Es de anotar que, aunque el grupo control, obtuvo mejores resultados que el grupo experimental, solo en la categoría de comprensión lectora la nota promedio fue 3.5, en las demás categorías la nota promedio fue inferior a 3.0.



**Gráfico 3.2. Nota promedio obtenida por los estudiantes del grupo control (9°1) y el grupo experimental (9°3) en las categorías evaluadas**



En el gráfico 3.2, se observa el comparativo de los resultados de la prueba de entrada presentados entre los grupos 9°1 y 9°3, donde se aprecia la variación en la nota promedio para los grupos intervenidos, siendo 9°3 el grupo que obtuvo la nota promedio más baja en la mayoría de las categorías evaluadas, motivo que permitió determinar la aplicación de la propuesta en dicho grupo (grupo experimental).

En la categoría sobre concepto de fracción se evidencia una nota promedio de 2.3, igual para ambos grupos, destacándose la mayor dificultad en los ejercicios propuestos sobre operaciones con fracciones, por lo cual se hace necesario diseñar para la propuesta diversas actividades que favorezcan el fortalecimiento de dicho proceso en ambos grupos, con estrategias de aplicación pertinentes en cada uno.

Para el diseño de la secuencia didáctica aplicada para el grupo experimental, se tuvo en cuenta el análisis de los resultados obtenidos en la prueba de entrada. Se elaboró

entonces la guía de trabajo para solucionar SEL2x2 por el método de Regla de Cramer (Anexo B).

En la actividad 1, se distribuyó el grupo experimental en equipos, se les asignaron roles, es decir, se implementó el trabajo cooperativo, se partió de los conocimientos previos de los estudiantes sobre ecuaciones lineales, variables y sus aplicaciones, posteriormente se les expusieron algunas situaciones problema diseñadas con cometas y se le pidió a cada equipo que construyera una cometa en formas de polígono regular con indicaciones diferentes para cada grupo de trabajo.

**Tabla 3.4. Resultados de la actividad evaluativa solución de sistemas de ecuaciones 2x2 por el método de Regla de Cramer**

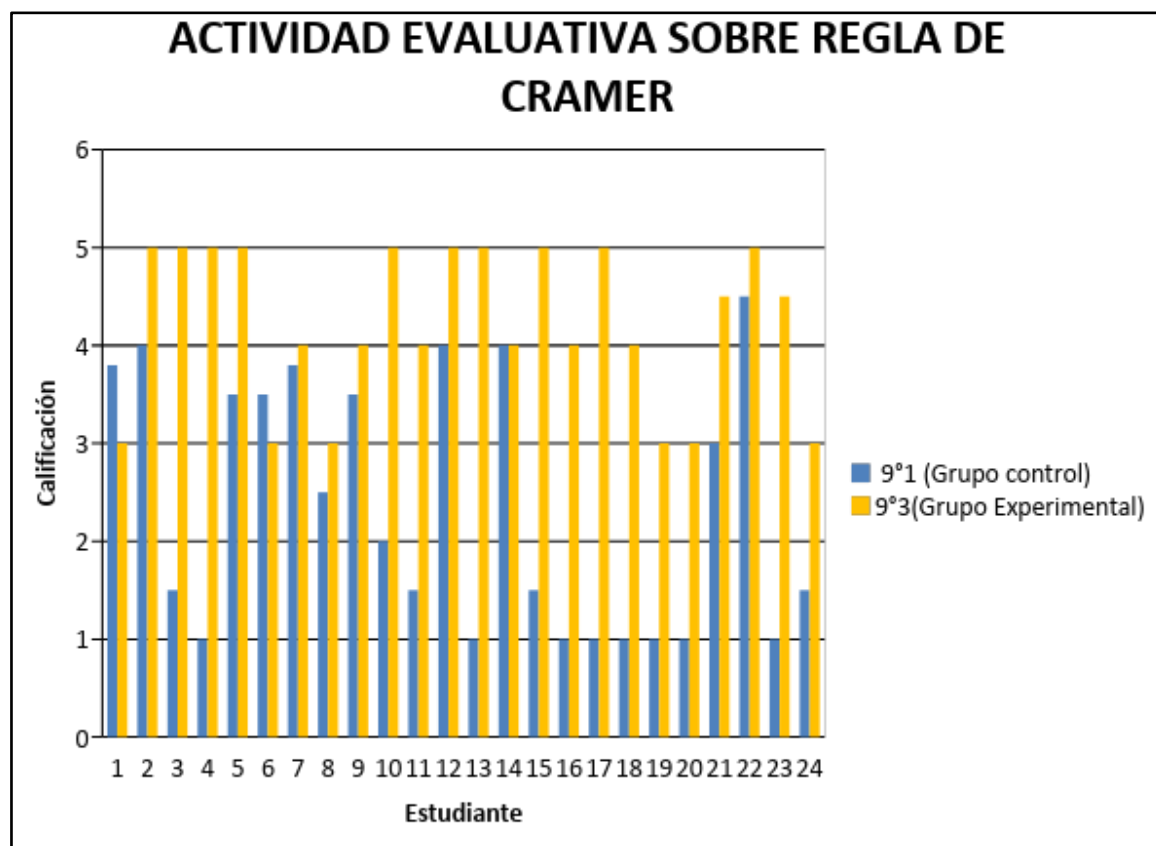
9°1 (Grupo control)	9°3(Grupo Experimental)
3,8	3
4	5
1,5	5
1	5
3,5	5
3,5	3
3,8	4
2,5	3
3,5	4
2	5
1,5	4
4	5
1	5
4	4
1,5	5
1	4
1	5
1	4
1	3
1	3

3	4,5
4,5	5
1	4,5
1,5	3

En la tabla 3.4, se observa que la actividad evaluativa sobre regla de Cramer fue aprobada por todos los estudiantes del grupo experimental, seis estudiantes obtuvieron un desempeño básico, ocho estudiantes alcanzaron desempeño alto y 12 lograron desempeño superior.

En el grupo control, solo nueve estudiantes aprobaron, la actividad evaluativa sobre regla de Cramer, seis con desempeño básico y tres con desempeño alto, los demás estudiantes obtuvieron desempeño bajo.

**Gráfico 3.3. Resultados de la actividad evaluativa sobre regla de Cramer**



El gráfico 3.3, muestra un comparativo en la actividad evaluativa aplicada al grupo experimental y al grupo control, después de haber desarrollado la parte de la estrategia didáctica diseñada sobre regla de Cramer. Como se visualiza, sólo dos estudiantes del grupo control, lograron porcentajes más altos que los respectivos estudiantes del grupo experimental, los demás estudiantes del grupo experimental alcanzaron resultados superiores a los estudiantes del grupo control, por lo tanto, podemos afirmar que la estrategia fue exitosa.

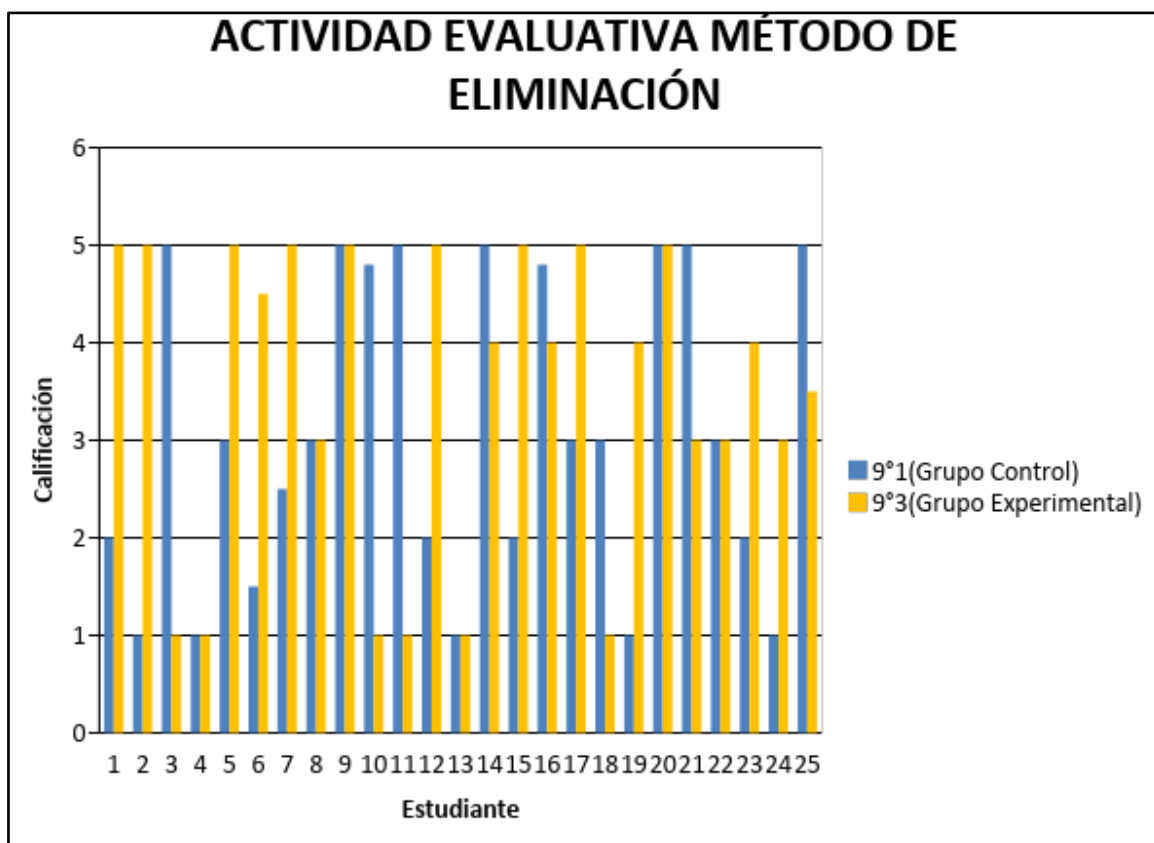
**Tabla 3.5. Resultados de la actividad evaluativa solución de sistemas de ecuaciones 2x2 por el método de eliminación.**

9°1(Grupo Control)	9°3(Grupo Experimental)
2	5
1	5
5	1
1	1
3	5
1,5	4,5
2,5	5
3	3
5	5
4,8	1
5	1
2	5
1	1
5	4
2	5
4,8	4
3	5
3	1
1	4
5	5
5	3
3	3
2	4

1	3
5	3,5
2,5	3

La tabla 3.5 muestra el resultado de la actividad evaluativa realizada sobre el método de eliminación, en el cual el grupo experimental tuvo nueve estudiantes con desempeño superior, cinco estudiantes con desempeño alto, cinco estudiantes con desempeño básico y seis estudiantes con desempeño bajo, en el grupo control nueve estudiantes obtuvieron desempeño superior, cinco estudiantes desempeño básico y trece estudiantes con desempeño bajo, estos resultados permiten verificar que la implementación de la estrategia fue pertinente para el logro de los objetivos.

**Gráfico 3.4. Resultado actividad evaluativa sobre el método de eliminación.**



El gráfico 3.4 muestra los resultados obtenidos por los estudiantes en la actividad evaluativa sobre el método de eliminación, en el cual se observa el desempeño logrado

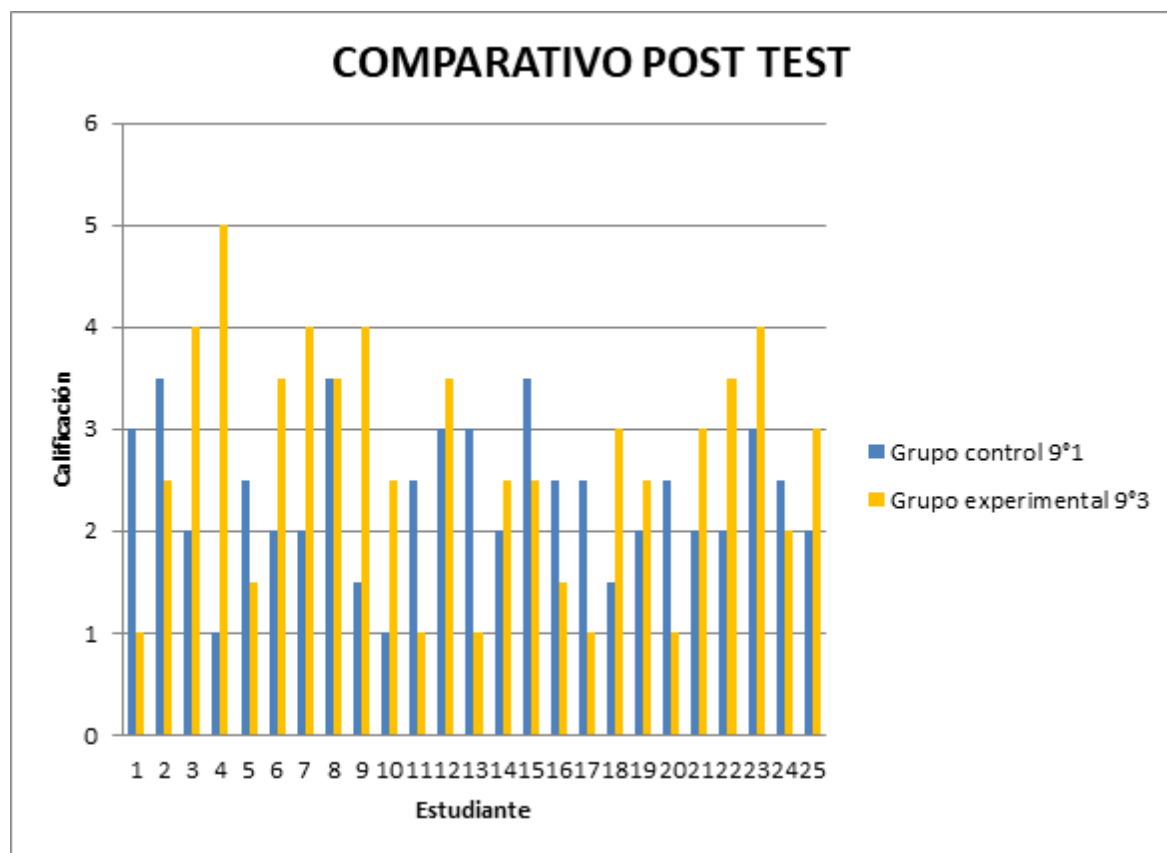
por el grupo experimental y el grupo control, observando que solo seis estudiantes del grupo experimental obtuvieron desempeño bajo, en el grupo control once estudiantes obtuvieron desempeño bajo, permitiendo verificar la efectividad de la estrategia.

**Tabla 3.5. Resultados de la actividad evaluativa solución de sistemas de ecuaciones 2x2 por los métodos de eliminación y regla de Cramer (Post test)**

Grupo control 9°1	Grupo experimental 9°3
3	1
3,5	2,5
2	4
1	5
2,5	1,5
2	3,5
2	4
3,5	3,5
1,5	4
1	2,5
2,5	1
3	3,5
3	1
2	2,5
3,5	2,5
2,5	1,5
2,5	1
1,5	3
2	2,5
2,5	1
2	3
2	3,5
3	4
2,5	2
2	3

La tabla 3.5 muestra los resultados finales de la intervención, obtenidos por el grupo experimental y el grupo control en el post test sobre regla de Cramer y método de eliminación, donde se observan los desempeños obtenidos por los estudiantes, en el grupo experimental un estudiante obtuvo desempeño superior, cuatro estudiantes desempeño alto, siete estudiantes desempeño básico y trece estudiantes desempeño bajo, en el grupo control siete estudiantes obtuvieron desempeño básico y diez y ocho estudiantes desempeño bajo, lo que permite comprobar que el grupo experimental evidenció mejores resultados que el grupo control, lo que lleva a concluir que la estrategia implementada permitió mejorar los resultados de los estudiantes.

**Gráfico 3.5. Resultados del post-test método de eliminación y regla de Cramer**



La gráfica 3.5 permite verificar los resultados obtenidos por el grupo experimental y el grupo control, observando cómo los estudiantes del grupo experimental obtuvieron desempeños superior, alto, básico y bajo, contrario a los resultados de los estudiantes

del grupo control que solo se ubicaron en desempeño básico y bajo, permitiendo verificar la pertinencia que tuvo la aplicación de la estrategia propuesta, para el logro de los objetivos propuestos.

## 3.2 CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

### 3.2.1 Conclusiones

- La aplicación de la práctica pedagógica influyó de manera positiva en el fortalecimiento del proceso de pensamiento matemático de resolución de problemas para su reconocimiento e interpretación en diversos contextos y situaciones, generando ambientes de trabajo propicios para potenciar la competencia de razonamiento y argumentación, donde los estudiantes dan cuenta del cómo y el porqué de una conclusión, además permitió entender diferentes aspectos, que se deben tener en cuenta para el mejoramiento de la calidad educativa; tanto a nivel institucional, como a nivel de aula, con el propósito de potenciar el proceso de enseñanza y el aprendizaje de los estudiantes, relacionándolo directamente con su formación para la vida y en el fortalecimiento de la gestión curricular. Con la implementación de la resolución de problemas mediante el trabajo cooperativo, se observó mayor grado de motivación y apropiación de los estudiantes hacia su proceso de aprendizaje, mejorando su desempeño y disminuyendo el nivel de pérdida.
- Enseñar matemática mediante la resolución de problemas, le permite al estudiante construir sus propios conocimientos, partiendo de los saberes previos que tiene para el desarrollo de habilidades y competencias que favorezcan la exploración de diversos caminos para hallar la solución; además se estimulan procesos de pensamiento, capacidad investigativa y capacidad crítica favoreciendo autonomía y determinación, centrándose en el estudiante y no en el docente. Los conceptos son importantes en la resolución de problemas ya que



esta estrategia metodológica brinda la posibilidad de evaluarlos, afianzarlos, fortalecerlos o cambiarlos, logrando un aprendizaje significativo en el que los estudiantes estén en la capacidad de aplicarlos en cualquier situación que se presente en su proceso formativo e incluso en situaciones cotidianas.

- La implementación del trabajo cooperativo para la resolución de situaciones problema aporta al estudiante una serie de habilidades y destrezas (conceptualización, creación de propuestas, interacción), que despiertan mayor grado de interés y atención para potenciar su proceso de aprendizaje para aprender del otro y con el otro, se aprende pensando, hablando, escuchando y explicando a los otros, para el fortalecimiento de sus capacidades hacia el logro de los objetivos propuestos y el desarrollo de competencias matemáticas para el logro de un objetivo común de aprendizaje.
- Al establecer el comparativo del resultado obtenido por el grupo experimental en relación con el grupo control, en el cual el primero tuvo un alto porcentaje de aprobación con respecto al segundo, se puede evidenciar la efectividad que tuvo la utilización del trabajo cooperativo para la resolución de problemas y para el mejoramiento de las competencias matemáticas, reafirmando las ventajas y beneficios de esta metodología, para favorecer el aprendizaje y para potenciar el desarrollo de habilidades sociales en los estudiantes; además de favorecer el proceso de enseñanza y aprendizaje y mejorar la autoestima de los jóvenes, generando ambientes de aprendizaje dinámicos y participativos.

### **3.2.2 Recomendaciones**

- Para que en la I.E. Federico Carrasquilla se cree la cultura del trabajo cooperativo a nivel institucional, es importante sensibilizar al equipo docente en general sobre las potencialidades que se pueden desarrollar en los estudiantes, como la actitud positiva hacia el aprendizaje, la promoción de relaciones interpersonales,

aprender del otro y con el otro para intercambiar ideas, para el desarrollo de habilidades y destrezas prácticas, mediante su implementación.

- Transformar prácticas pedagógicas es una labor dispendiosa que debe partir del currículo, a nivel de aula, para hacerlo extensivo a nivel institucional, ya que el docente debe estar en un proceso continuo de actualización y aprendizaje para diseñar e implementar una gran variedad de estrategias metodológicas y didácticas que le permitan orientar el proceso de aprendizaje, siendo el maestro el facilitador en el proceso de enseñanza y aprendizaje de sus estudiantes.
- Es importante crear ambientes de aprendizaje apropiados, que despierten en los estudiantes la curiosidad y el interés hacia su proceso de aprendizaje, fortaleciendo en ellos la capacidad de construir nuevos conceptos para la apropiación de sus conocimientos.

## Referencias

### • Libros

Acosta, M., Herrera, A., Nivia, L., Orjuela, J. y Salgado, D. (2004). Álgebra y geometría II. Bogotá: Editorial Santillana

Agudelo, D. (2015). La modelación matemática a través de las TIC para la enseñanza de la solución de los sistemas de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas en el grado noveno, estudio de caso. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

Aguirre, L., Cortés, M. y Rojas, P. (2015). La lúdica en la resolución de problemas matemáticos una alternativa de cambio en el aula experiencias en grados cuarto y sexto. Bogotá: Fundación Universitaria los Libertadores.

Arenas, B. (2013). Las ecuaciones lineales desde situaciones cotidianas. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

Bahamonde, S. & Vicuña, J. (2011). Resolución de problemas matemáticos. Chile: Universidad de Magallanes.

Baldor, A. (2000). Álgebra. México: Publicaciones culturales.

Bedoya, M & Ospina, S. (2014). Concepciones que poseen los profesores de matemática sobre la resolución de problemas y cómo afectan los métodos de enseñanza y aprendizaje. Medellín: Universidad de Medellín.

Bernabeu, M. & Cónsul, M. (1995). Aprendizaje basado en problemas: El método ABP. Chile: Educrea.

Bueno, D. (2012). Propuesta metodológica para mejorar la interpretación, análisis y solución de ejercicios y problemas matemáticos en los estudiantes de quinto grado de la institución educativa Alejandro Vélez Barrientos. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

Campo, T. & Gomes, E. (2015). 10 técnicas e instrumentos cualitativos de recolección de datos. España: Editorial EOS.

Cardona, M. (2012). Desarrollando el pensamiento algebraico en alumnos de octavo grado del CIEE a través de la resolución de problemas. Honduras: Universidad Pedagógica Francisco Morazán.

Cardona, M. (2015). La lúdica en la resolución de problemas matemáticos una alternativa de cambio en el aula experiencias en grados cuarto y sexto. Honduras: Universidad Pedagógica Nacional Francisco Morazán.

Cárdenas, W. (2017). Estrategias didácticas de aprendizaje en matemáticas. Bogotá: Universidad Militar Nueva Granada.

De Guzmán, M. (1993). Enseñanza de las ciencias y de las matemáticas. Madrid: editorial popular.

De Guzmán, M. (1993). Pensamiento numérico y sistemas numéricos. Madrid: editorial popular.

De Lorenzo, J. (1977). La Matemática y el problema de su historia. Madrid: Rústica editorial.

Euler, L. (1984). Elements of algebra. New York: Springer.

Ferreiro, R. (2009). Estrategias didácticas del aprendizaje cooperativo. Bogotá: Trillas.

Figueroa, R. (2013). Resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales con dos variables. Una propuesta para el cuarto año de secundaria desde la teoría de situaciones didácticas. Lima: Pontificia universidad Católica del Perú.

Gelfond, A. (2015). Transcendental and algebraic numbers. Estados Unidos: Courier Dover Publications.

Gómez, J. (2011). Una propuesta de intervención didáctica que promueve el aprendizaje activo de la física universitaria y la utilización de un ambiente virtual interactivo de aprendizaje: un estudio comparativo en el caso de la dinámica. Medellín: Universidad de Medellín.

Guzmán, W. (2013). Estrategias didácticas para potenciar el pensamiento variacional a través de situaciones problema, de los estudiantes del grado noveno de la institución educativa "San José del municipio de Betulia". Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

López, J & Flores, A. Modelación matemática en la resolución de sistemas de ecuaciones lineales. Universidad Veracruzana. México. (2012).

Mejía, A. & Loango, M. (2014). Resolución de problemas matemáticos para fortalecer el pensamiento numérico en estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa Adventista del municipio de Puerto Tejada Cauca. Manizales: Universidad Católica de Manizales.

Ministerio de Educación Nacional. (2014). Lineamientos curriculares de matemáticas. Bogotá: Cooperativa, Editorial Magisterio.

- Ministerio de Educación Nacional. (2017). Estándares básicos de competencias en lenguaje, matemáticas, ciencias y ciudadanas. Bogotá: Cooperativa, Editorial Magisterio.
- Mosquera, W. (2014). Diseño de una propuesta didáctica para la enseñanza de sistema de dos ecuaciones lineales con dos incógnitas utilizando el método “Flipped Classroom” o aula invertida. Estudio de caso en el grado noveno de la Institución Educativa Guadalupe del municipio de Medellín. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.
- Murillo, F. (2011) Métodos de investigación especial. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid.
- Murillo, F. (2011). Métodos de investigación especial. Madrid: Universidad Autónoma de Madrid.
- Ochoviet, T. (2009). Sobre el concepto de solución de un sistema de ecuaciones lineales con dos incógnitas. Montevideo: Instituto Politécnico Nacional.
- Payer, M. (2005). Teoría del constructivismo social de Lev Vygotsky en comparación con la teoría Jean Piaget. Caracas: Universidad Central de Venezuela.
- Pérez, Y. & Ramírez, R. (2011). Estrategias de enseñanza de la resolución de problemas matemáticos. Fundamentos teóricos y metodológicos. Caracas: Universidad Pedagógica Experimental Libertador.
- Pozo, S. (2016). Las políticas de escolarización para el alumnado inmigrante. Metodología y estructura del aprendizaje cooperativo. Oviedo: Universidad de Oviedo.
- Prado, G. (2003). Cronología de la matemática. Sinopsis de 80 siglos del desarrollo de las diversas áreas de las ciencias exactas. Bogotá.

Tangarife, B. (2012). Solución de problemas y trabajo cooperativo: una estrategia didáctica a desarrollar en trigonometría. Medellín: Universidad Nacional de Colombia.

## ● Artículos tomados de revistas

Arquero, B., Berzosa, A., García, N. y Monje, M. (2009). Investigación experimental. Métodos de investigación educativa. Revista Educación, 3, (p.1-17).

Aparicio, J. (2014). Ecuaciones lineales. Didáctica y perspectiva histórica. Números. Revista didáctica de las matemáticas, 57, (p. 3-18).

Boscán, M. & Klever, K. (2012). Metodología basada en el método heurístico de Polya para el aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos. Escenarios, 10(2), (p. 7-19).

Díaz, D. (2010). Sistema de ecuaciones y resolución de problemas: una propuesta de enseñanza y aprendizaje. Funes Uniandes, CB 39, (p. 436-444).

Esquivel, F. (2013). Lineamientos para diseñar un estado de la cuestión en investigación educativa. Revista Educación, 37(1), (p. 65-87).

Garret, R. (1987). Resolución de problemas y creatividad: implicaciones para el currículo de ciencias. School of education, University of Bristol, 63, (p.224-230).

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey. (2010) Las estrategias y técnicas didácticas en el rediseño. El Aprendizaje Basado en Problemas como técnica didáctica, (p. 1-37).

- Lobato, P. & Campos, S. (2018). ¿Qué es el aprendizaje cooperativo? Definición y elementos esenciales,
- Moreira, M. (2005). Aprendizaje significativo: la visión clásica. Boletín de Estudios e Investigación, 6, (p. 83-102).
- Muñoz, M.C & Román, N. (1999). Origen y desarrollo histórico de cálculo infinitesimal. Departamento de Matemática Aplicada y Telemática. Universidad Politécnica de Cataluña Barcelona, (p. 3-5).
- Obando, G & Múnera, J. (2003). Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática. Revista Educación y Pedagogía, 15(35), (p.185-199).
- Orrantía, R & Alonso. (2006). Dificultades en el aprendizaje de las matemáticas: una perspectiva evolutiva. Revista psicopedagógica, 23(71), (p. 158-180).
- Prado, G. Cronología de la matemática. Sinopsis de 80 siglos del desarrollo de las diversas áreas de las ciencias exactas. Bogotá,2003
- Rey, M, Hernández, C y Porcinito, S. (2 Sistema de ecuaciones lineales: secuencia didáctica para su enseñanza. Acta Latinoamericana de Matemática Educativa 21, (p. 128-138).
- Rico, L. (2007). La competencia matemática en pisa. Funes, 1(2), (p. 47-66).
- Rivera de Parada, A. (2016). Aprendizaje Basado en problemas(ABP) Estrategia para dinamizar la cátedra universitaria. Revistas Científicas. (p. 103-111).
- Universidad de Medellín. (2010). La metodología de modelos de situaciones problema para la movilización de competencias matemática, en el contexto propuesto y para la población estudiantil objetivo, ha sido determinante para reducir los



---

niveles de deserción y pérdida de la materia. Artículo UCPR Mapas conceptuales, (p.1).

Vizcarro, C & Juárez, E. (2008). ¿Qué es y cómo funciona el aprendizaje basado en problemas? El Aprendizaje Basado en Problemas en la enseñanza universitaria. (p. 17-36)

## ● **Página web**

Aula Planeta. 25 herramientas para enseñar matemáticas con las TIC que descubrirán a tus alumnos el maravilloso mundo de las cifras, la geometría o el álgebra. Recuperado septiembre de 2015 de [www.aulaplaneta.com/...tic/25-herramientas-para-ensenar-matematicas-con-las-tic](http://www.aulaplaneta.com/...tic/25-herramientas-para-ensenar-matematicas-con-las-tic)

Catedu. Historia resolución de problemas-Matemáticas en tu mundo. Recuperado julio de 2016 en [catedu.es/matematicas\\_mundo/problemas/problemas\\_importancia\\_historica.htm](http://catedu.es/matematicas_mundo/problemas/problemas_importancia_historica.htm)

Colombia aprende. (2017). Estándares de Matemáticas. Recuperado mayo de 2017 en [www.colombiaaprende.edu.co/html/home/1592/article-202631.html](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/home/1592/article-202631.html)

Colombia aprende. Derechos básicos de aprendizaje. Recuperado enero 2017 en [http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446\\_m\\_g9.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/micrositios/1752/articles-349446_m_g9.pdf)

Colombia aprende. (2017). Mejoramiento mínimo anual. Recuperado octubre de 2016 en <http://aprende.colombiaaprende.edu.co/es/siempre diae/86403>

Jaramillo, L. & Aguirre, J. (2010). La ciencia y el sentido común: por la enseñanza de un sentido común crítico. Educación y Educadores. Recuperado agosto de 2017 en <http://educacionyeducadores.unisabana.edu.co/index.php/eye/article/view/1735/2277>

Lobato, P. & Campos, S. (2018). ¿Qué es el aprendizaje cooperativo? Definición y elementos esenciales. Recuperado enero de 2018 de <https://edintech.blog/2018/01/24/aprendizaje-cooperativo-definicion-elementos-esenciales/>

Ministerio de educación. (2017). DBA derechos básicos de aprendizaje matemáticas. Recuperado septiembre de 2017 en <https://es.slideshare.net/sbmalambo/dba-derechos-bsicos-de-aprendizaje-matematicas>

Ministerio de educación. Estándares básicos de competencias en matemáticas. Recuperado diciembre 2017 en [http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042\\_archivo\\_pdf2.pdf](http://www.mineduacion.gov.co/cvn/1665/articles-116042_archivo_pdf2.pdf)

## A. Anexo: Evaluación diagnóstica

### Categorías

1. Comprensión lectora
2. Fracciones
3. Concepto de variable
4. Despeje de variables
5. Pensamiento lógico

5 preguntas por categoría y con el mismo grado de dificultad

### COMPRENSIÓN LECTORA

**Objetivo:** Evaluar el desarrollo de habilidades matemáticas y la capacidad de comprender, razonar, analizar y comunicar en la resolución de situaciones problema.

Tiempo 30 min

1. Una maestra preguntó a cuatro de sus alumnas ¿Cómo se ordenarán ustedes respecto a sus edades de mayor a menor?

Elsa: mi amiga Francis es mayor que yo

Francis: Silvia es mayor que yo

Silvia: yo nací antes que Elsa

Laura: yo soy mayor que Francis y menor que Silvia

Analiza las respuestas e indica el orden pedido por la maestra

**A. Silvia, Laura, Francis, Elsa**

**B. Silvia, Laura, Elsa, Francis**








- C. Laura, Silvia, Francis, Elsa
  - D. Laura, Francis, Silvia, Elsa
  - E. Elsa, Silvia, Laura, Francis
2. Qué relación de orden puede establecerse entre las edades de Rosa y Juan; si se sabe que Rosa es mayor que Miguel y Juan es menor que Miguel
- A. Miguel > Juan
  - B. Juan > Rosa
  - C. Rosa > Juan
  - D. Juan < Rosa
3. LOS CUATRO ATLETAS. De 4 corredores de atletismo se sabe que C ha llegado inmediatamente detrás de B, y que D ha llegado en medio de A y C. ¿Podrías escribir el orden de llegada a la meta?
- A. ABCD
  - B. BCDA
  - C. CDAB
  - D. ACDB
4. LOS CUATRO PERROS. Tenemos cuatro perros: un galgo, un dogo, un alano y un podenco. Éste último come más que el galgo; el alano come más que el galgo y menos que el dogo, pero éste come más que el podenco. ¿Cuál de los cuatro será más barato de mantener?
- A. El galgo
  - B. El dogo
  - C. El alano
  - D. El podenco
5. LA HILERA DE CASAS. En una hilera de cuatro casas, los Brown viven al lado de los Smith, pero no al lado de los Bruce. Si los Bruce no viven al lado de los Jones, ¿quiénes son los vecinos inmediatos de los Jones?
- A. Los Smith
  - B. Los Bruce
  - C. Los Jones
  - D. Los Brown

## CONCEPTO DE FRACCIÓN

**Objetivo:** Valorar la capacidad para realizar de manera correcta comparaciones y operaciones con fracciones.

Tiempo 20 min

La tabla muestra las notas musicales con su respectivo valor proporcional

Figura	Valor proporcional	Nombre
	1	Redonda
	$\frac{1}{2}$	Blanca
	$\frac{1}{4}$	Negra
	$\frac{1}{8}$	Corchea
	$\frac{1}{16}$	Semicorchea
	$\frac{1}{32}$	Fusa
	$\frac{1}{64}$	Semifusa

De acuerdo con la anterior información, soluciona los ejercicios.

1. Ordena de mayor a menor, según el valor proporcional, las figuras negra, redonda, fusa y blanca.

- A. Negra, redonda, fusa y blanca.
- B. Redonda, blanca, negra y fusa.**
- C. Redonda, negra, blanca y fusa.
- D. Blanca, redonda, fusa y negra.

2. Encuentra el valor de la semicorchea más la blanca.

- A.  $\frac{9}{16}$

- B.  $\frac{16}{9}$
- C.  $\frac{9}{2}$
- D.  $\frac{2}{9}$

3. Encuentra el valor de la redonda menos la semifusa.

- A.  $\frac{65}{64}$
- B.  $\frac{63}{64}$
- C.  $\frac{1}{64}$
- D.  $\frac{5}{63}$

Simplifica el resultado de cada operación y encuentra la figura que es equivalente

4.  $\frac{1}{64} + \frac{3}{64} = ?$

- A.  $\frac{1}{8}$
- B.  $\frac{1}{16}$
- C.  $\frac{1}{32}$
- D.  $\frac{1}{64}$

5.  $\frac{5}{128} - \frac{3}{128} = ?$

- A.  $\frac{1}{8}$

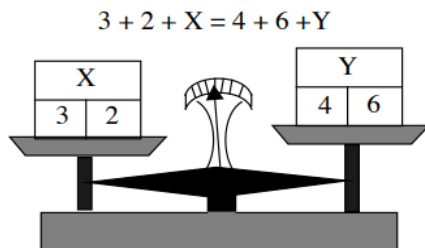
- B.  $\frac{1}{16}$   
C.  $\frac{1}{32}$   
D.  $\frac{1}{64}$

### CONCEPTO DE VARIABLE

**Objetivo:** Determinar variables y sistemas de referencia para llevarlas a expresiones más concretas y asignar su valor

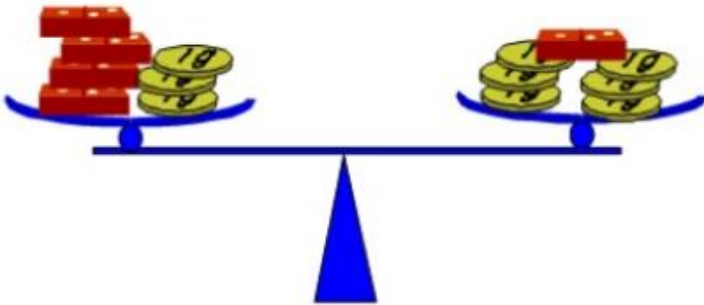
Tiempo 20 min

1. ¿Qué pareja de números debe colocarse (simbólicamente) en los respectivos platillos, para lograr equilibrio, es decir, para que exista igualdad matemática? Seleccione dentro de las posibilidades dadas.



- A.  $X=5, Y=10$   
B.  $X=9, Y=9$   
C.  $X=10, Y=5$   
D.  $X=10, Y=8$   
E.  $X=4, Y=6$

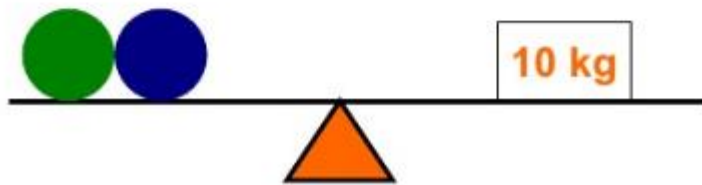
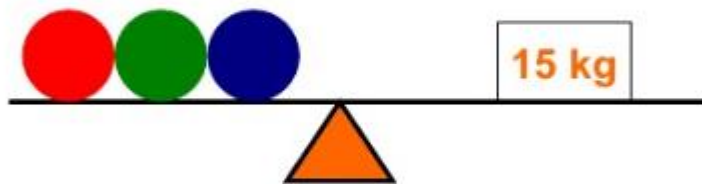
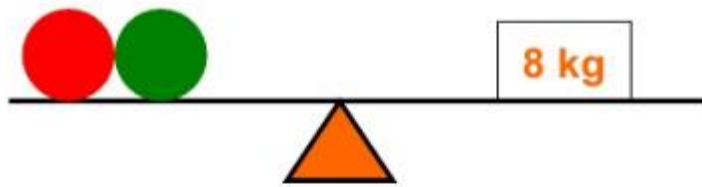
2. ¿Cuánto pesa una ficha de dominó?



Si  $D$  = Es el peso de una ficha de dominó y  $M$  = Es el peso de una moneda

- A.  $D=M$
  - B.  $D=2M$
  - C.  $D=3M$
  - D.  $D=4M$
3. La igualdad que permite solucionar el ejercicio anterior es:
- A.  $4M+3D=D+6M$
  - B.  $4D-3M=D+6M$
  - C.  $4D+3M=D+6M$
  - D.  $4D+3M=D-6M$
4. ¿Cuánto pesa cada una de las bolas de color rojo?





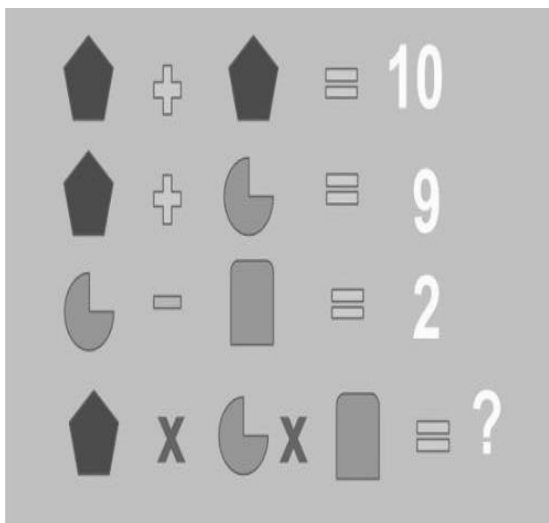
- A. 4 kg
  - B. 5 kg
  - C. 3 kg
  - D. 7 kg
5. ¿Cuánto pesa cada una de las bolas de color azul?
- A. 4 kg
  - B. 5 kg
  - C. 3 kg
  - D. 7 kg

## DESPEJE DE VARIABLE

**Objetivo:** Estimar el proceso operacional de una variable utilizando las propiedades de la igualdad.

Tiempo 20 min

1. Halla el valor de cada figura y soluciona el producto



- A. 40
- B. 20
- C. 180
- D. 21

2. ¿Cuánto vale cada lupa?

The image shows an equation with magnifying glasses as variables. On the left, there are three magnifying glasses (two on top, one on the bottom) followed by "+ \$ 10". This is followed by an equals sign. On the right, there are five magnifying glasses (two on top, three on the bottom) followed by "+ \$ 6".

- A. \$4
- B. \$6
- C. \$10
- D. \$2

Escriba el número entero que debe asumir la variable  $x$  para que la igualdad se mantenga.

3.  $2x - 34 = 120$

- A. 43
- B. 77
- C. 86
- D. 154

4.  $10x + 5 = 3x + 12$

- A. 4
- B. 3
- C. 2
- D. 1

5.  $2(3x - 2) = 8$

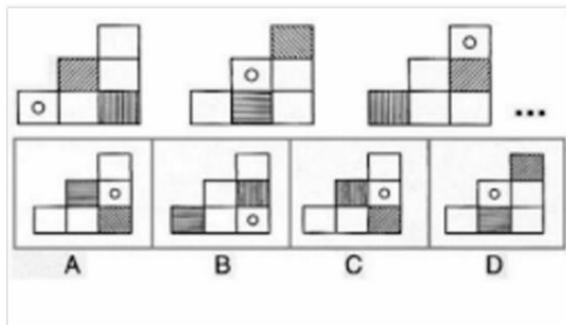
- A. 1
- B. 2
- C. 3
- D. 4

### PENSAMIENTO LÓGICO

**Objetivo:** Evaluar habilidades y competencias para la solución de situaciones nuevas por medio del análisis y razonamiento

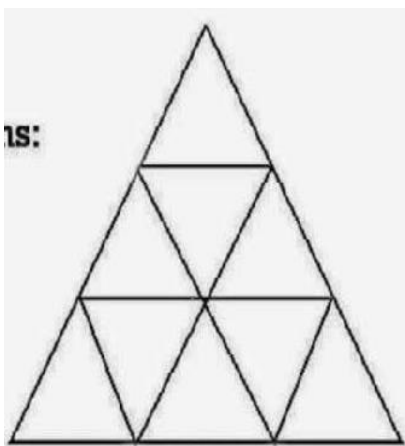
Tiempo 20 min

1. Identifica la figura que continúa



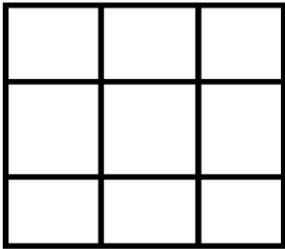
Respuesta: C

2. ¿Cuántos triángulos tiene la figura?

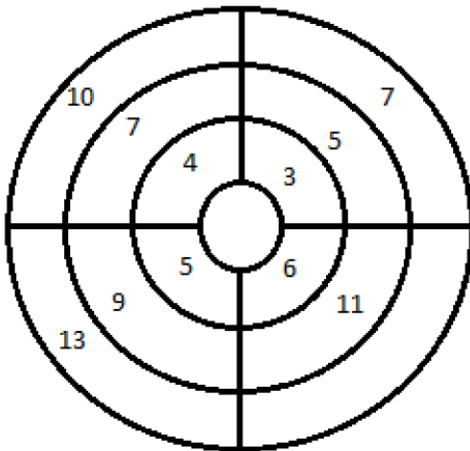


- A. 10
- B. 9
- C. 13
- D. 11

3. ¿Cuántos cuadros se visualizan en la siguiente figura?



- A. 14  
B. 12  
C. 10  
D. 9
4. Señala el número que falta en el espacio vacío



- A. 8                      B. 12  
C. 13                     D. 16
5. Se hizo una encuesta para averiguar el porcentaje de hombres (H) y de mujeres (M) que hay en un grupo



De acuerdo con la figura, puede afirmarse que


- A. Aproximadamente el 30% son mujeres
- B. Cerca del 60% son hombres
- C. Aproximadamente el 80% son hombres
- D. Menos del 25% son mujeres

## B. Anexo: Estrategia metodológica

### Sistemas de ecuaciones 2 x 2

- Dada la siguiente situación:
- David desea elaborar una cometa que tenga un perímetro  $P$  y un área  $A$ .
- Reúnete en equipos de cinco personas

1. Diseña la cometa indicada
2. Identifica en ella cuáles son las posibles variables
3. Plantea un ejercicio dónde involucres un sistema de ecuaciones lineales 2 x 2
4. Define cuáles son las variables del ejercicio
5. Plantea el sistema de ecuaciones lineales 2 x 2
6. Soluciona el sistema por el método de regla de Cramer

A small cartoon illustration of two children, a boy and a girl, flying a kite. The boy is holding the string, and the girl is standing next to him. The kite is flying in the sky.

## SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES

### 2 X 2

Completa la siguiente tabla:

Lenguaje verbal	Lenguaje algebraico
a. El triple de un número, aumentado en 5 es 110.	
b. La suma de dos números enteros y consecutivos es igual a 17.	
c. El doble de la suma de un número y su mitad es igual a 54.	
d.	$x - 4 = 15$
e. El doble de la edad de Ana dentro de 4 años será 14.	
f. El triple de un número, aumentado en su mitad es igual a 21.	
g.	$\frac{x+3}{2} = 6$
h.	$\frac{x}{2} + 3 = 6$
i. El perímetro de un rectángulo mide 24 cm y su base mide el triple de su altura.	
j. Juan tiene 3 nuevos soles más que María	

Los estudiantes del grado noveno deciden ir al estadio para ver el clásico entre Nacional y Medellín. Se sabe que algunos estudiantes fueron con sus hermanitos, por lo que el precio de la entrada no es el mismo.

Juan y Laura asistieron al clásico, pero ellos no saben cuál fue el precio de las entradas, pero si recuerdan cuanto pagaron en total: Juan pagó \$ 170.000 por tres niños y cinco adultos y Laura pagó \$ 135.000 por cuatro niños y tres adultos.



1. Definir dos variables que representen los datos desconocidos:

x: \_\_\_\_\_

y: \_\_\_\_\_

2. Utilizando las variables definidas en (a), expresa algebraicamente lo siguiente:

Juan pagó por tres niños y cinco adultos,  
\$ 170.000: \_\_\_\_\_ Laura  
pagó por cuatro niños y tres adultos,  
\$ 135.000: \_\_\_\_\_

3. Escribir un sistema de ecuaciones correspondiente al problema y resolverlo empleando regla de Kramer.

Sistema de ecuaciones	Resolver

4. Explicar la relación que tiene la solución encontrada con el problema propuesto.

## SISTEMAS DE ECUACIONES LINEALES 2 X 2

**Método de eliminación**

¿Cuál es el fin en este método según su nombre?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Cómo deben ser los coeficientes de una variable, en ambas ecuaciones, para que se pueda eliminar esta?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

¿Qué se debe hacer para que los coeficientes de una variable tengan el mismo valor con diferente signo en las dos ecuaciones?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

Si multiplico la variable **X** de la ecuación **1**, por el valor del coeficiente de **X** de la ecuación **2**, y viceversa, ¿qué se debe hacer con los demás términos de cada una de las ecuaciones para que se mantenga la igualdad?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

De acuerdo a lo anterior, resuelve la siguiente situación

El perímetro de una cometa rectangular es 120 cm. El largo de la cometa excede el ancho en 12 cm.

Calcula las dimensiones de la cometa

### Método de eliminación

- Se multiplican los términos de cada ecuación por los coeficientes de una de las dos variables, así: la primera ecuación se multiplica por el coeficiente de X de la segunda ecuación, y la segunda ecuación se multiplica por el coeficiente de X de la primera ecuación (a uno de los dos coeficientes se le debe de cambiar de signo para que al multiplicar por la ecuación, los valores de los coeficientes de X se diferencien solo en el signo).
- Se suman las ecuaciones cancelándose una de las incógnitas.
- Se realizan las operaciones y se resuelve la ecuación, hallando así el valor de una incógnita.
- Se reemplaza el valor de la variable hallada en una de las ecuaciones iniciales y se obtiene la segunda incógnita.

Soluciona la siguiente situación por eliminación y determinantes

El perímetro de un salón es de  $26m$ , y  $6$  veces la medida del ancho equivale a  $7$  veces la medida del largo.

## C. Anexo: Prueba final

The screenshot shows a web interface for a math test. The title is "Matemáticas 91 2017". The question is "Pregunta 1" and "Selección múltiple (una respuesta)". The problem text is: "En el sistema:  
 $2x + 3y = -1$   
 $x - 3y = 4$   
El determinante para hallar  $x$  es:

Four options are listed, each with a determinant:

1.  $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}$  (marked with a red X)
2.  $\begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 1 & -3 \end{vmatrix}$  (marked with a red X)
3.  $\begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}$  (marked with a green checkmark)
4.  $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & -3 \end{vmatrix}$  (marked with a red X)

The interface includes a sidebar with navigation options: Admin, Lecciones, Noticias, Trabajos, Calendario, Libro de calificaciones, Recursos, Estudiantes, and Profesores. The user's name "Maria Elena Villada" is visible in the top right corner.

Matemáticas 9°3

Pregunta 2  
Selección múltiple (una respuesta)

La solución del sistema de ecuaciones lineales

$$4x - 3y = 14$$

$$-2x + 5y = -14$$

Utilizando cualquier método es:

1.  (0, 0)
2.  (2, -2)
3.  (-1, -6)
4.  (5, -2)

Matemáticas 91 2017

Pregunta 3  
Selección múltiple (una respuesta)

El sistema de ecuaciones correspondiente al siguiente problema:

La suma de las edades de dos hermanos es 12 y el doble de la edad de uno menos la del otro es 3.

es:

1.   $x + y = 12$   
 $2x - y = 3$
2.   $x - y = 12$   
 $2x - y = 3$
3.   $x - y = 12$   
 $2x + y = 3$
4.   $x - y = 3$   
 $2x + y = 12$
5.   $x + y = 3$   
 $2x - y = 12$

Puntos: 0.5

Mostrar: Listar · Clasificación de opciones: Seleccionar al azar

[Editar](#) [Eliminar](#)

Matemáticas 9°3

Pregunta 4  
Selección múltiple (una respuesta)

Se quiere repartir un premio de \$500.000 entre tres personas, la primera persona debe recibir el doble de la segunda, la segunda debe recibir el triple de la tercera. ¿Cuánto dinero recibirá cada persona?

1.  \$300.000, \$150.000, \$50.000 respectivamente.
2.  \$50.000, \$150.000, \$300.000 respectivamente.
3.  \$150.000, \$50.000, \$300.000 respectivamente.
4.  \$50.000, \$300.000, \$150.000 respectivamente.



94 Resolución de situaciones problema como estrategia metodológica para favorecer el desarrollo de competencias en el proceso de aprendizaje de sistemas de ecuaciones lineales 2 x 2

Matemáticas 91 2017

**Pregunta 5**  
Selección múltiple (una respuesta)

El perímetro de una sala rectangular es 18 metros y 4 veces el largo equivale a 5 veces el ancho. Hallar las dimensiones de la sala.

- ✓ Ancho: 4 metros, largo: 5 metros
- ✗ Largo: 4 metros; Ancho:5 metros.
- ✗ Ancho: 3 metros; Largo: 7 metros.
- ✗ Largo: 7 metros; Ancho:3metros.

Matemáticas 9°3

**Pregunta 6**  
Selección múltiple (una respuesta)

La suma de dos números es 73 y su diferencia es 33.Los números son:

- ✓ 33 y 20
- ✗ 43 y 30
- ✗ 33 y 30
- ✗ Este sistema no tiene solución.

Matemáticas 91 2017

**Pregunta 7**  
Selección múltiple (una respuesta)

El determinante  $\Delta S$  del siguiente sistema:  
 $2x - 12y = 6$   
 $3x + y = 9$   
es:

- ✓  $\begin{vmatrix} 2 & -12 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$
- ✗  $\begin{vmatrix} 2 & 12 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$
- ✗  $\begin{vmatrix} 2 & 12 \\ 3 & -1 \end{vmatrix}$
- ✗  $\begin{vmatrix} -2 & 12 \\ 3 & 1 \end{vmatrix}$

Matemáticas 9°3

**Pregunta 8**  
Verdadero o falso

Cuando resolvemos un sistema de ecuaciones 2x2 por el método gráfico y las rectas son secantes(se cortan en un punto) podemos afirmar que el sistema NO tiene solución.

Respuesta? ✗

Matemáticas 9<sup>1</sup> 2017

**Pregunta 9**  
Selección múltiple (una respuesta)

Cuando resolvemos un sistema de ecuaciones  $2 \times 2$  por el método gráfico y las rectas son paralelas podemos afirmar que:

1.  El sistema tiene una única solución
2.  El sistema NO tiene solución
3.  El sistema tiene infinitas soluciones
4.  El sistema tiene dos soluciones

Matemáticas 9<sup>3</sup>

**Pregunta 10**  
Selección múltiple (una respuesta)

Cuatro personas van al circo. Por las entradas pagan \$9000. El precio por adulto es \$3500 y por niño es \$1000. La distribución de personas era:

1.  3 niños y 2 adultos
2.  2 niños y 3 adultos
3.  2 niños y 2 adultos
4.  1 niños y 4 adultos

## D. Anexo: Pasantía

	<b>UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA</b> VICERRECTORIA ADMINISTRATIVA Y FINANCIERA	<table border="1"><tr><td>Código:</td><td>131-P08</td></tr><tr><td>Versión:</td><td>2</td></tr><tr><td>Fecha:</td><td>2016-07-01</td></tr><tr><td>Página:</td><td>1 de 1</td></tr></table>	Código:	131-P08	Versión:	2	Fecha:	2016-07-01	Página:	1 de 1
Código:	131-P08									
Versión:	2									
Fecha:	2016-07-01									
Página:	1 de 1									
<b>CERTIFICADO DE PERMANENCIA</b>										
										
El Suscrito: GONZAGA CASTRO ARBOLEDA										
En calidad de: DECANO DE FACULTAD DE CIENCIAS DE LA EDUCACION										
Pertenece a la entidad: UNIVERSIDAD TECNOLÓGICA DE PEREIRA										
Teléfono de la entidad: 3137203										
Email de la Entidad: <a href="mailto:decaeducacion@utp.edu.co">decaeducacion@utp.edu.co</a>										
<b>CERTIFICA</b>										
Que el (la) Señor (a): MARIA ELENA VILLADA HERRERA										
Identificado (a) con cédula de ciudadanía No: 43056083										
Asistió a: Intercambio de experiencias (pasantía) entre docentes del municipio de Medellín y docentes de la Universidad Tecnológica de Pereira										
Desde el día 05 del mes Diciembre el año 2017										
Hasta el día 06 del mes Diciembre del año 2017										
Para constancia se firma en la ciudad de Pereira a los 06 días del mes de diciembre Del año 2017.										
Firma										
	<b>GONZAGA CASTRO ARBOLEDA</b>									
	C.C. 10,099,898									
	Cargo: Decano									
<p>El valor recibido debe ser legalizado con la presentación de este certificado dentro de los cinco (5) días hábiles siguientes a la terminación del evento, de lo contrario se procederá a realizar las actuaciones administrativas que la Universidad pueda emprender de acuerdo a la Resolución de Rectoría 1334 del 20 de abril de 2016, capítulo V "De la legalización".</p>										
<p>RII: 851.482.035 - 9 / Código Postal: 660003 / Gobernador(57) 163 313 7300 / Fax: 321 3236 / Dirección: Cra 27 No 10 - 02 Los Álamos - Pereira - Risaralda - Colombia / <a href="http://www.utp.edu.co">www.utp.edu.co</a> Reconocido como Institución de Alta Calidad por el Ministerio de Educación Nacional 2013 - 2021</p>										



