

# Comportamientos no-clásicos de campos ondulatorios escalares en estados arbitrarios de coherencia espacial

Tesis de Maestría para optar al Título de  
**Magíster en Ciencias Física**

**Gustavo Cañas Cardona**

Director: Herbert Vinck Posada  
Co-Director: Román Castañeda Sepúlveda

**Escuela de Física  
Facultad de Ciencias Exactas**



Universidad Nacional de Colombia sede Medellín  
Medellín-Colombia  
2011



## Prefacio

Esta tesis es presentada como parte de los requisitos para optar al grado académico de Magíster en Ciencias Física, de la Universidad Nacional sede Medellín, y no ha sido presentada previamente para la obtención de otro título en esta Universidad u otras. La misma contiene los resultados obtenidos en investigaciones llevadas a cabo en la Escuela de Física, durante el período comprendido entre Febrero de 2009 y Marzo de 2011, bajo la dirección de los Doctores Herbert Vinck Posada y Román Castañeda Sepúlveda.

**Gustavo Cañas Cardona**

*gcanas@unal.edu.co*

*Escuela de Física*

*Facultad de Ciencias Exactas*

*Universidad Nacional de Colombia sede Medellín*

*Medellín, Marzo de 2011*



*A mis padres Amparo y Gustavo por ser todo en mi vida....*

*A mi novia Elena por ser mi bello Abril....*

*A mis amigos por ser mi refugio y alegría....*



## Agradecimientos

Quiero agradecerle a mis tutores Herbert Vinck Posada y Román Castañeda Sepúlveda quienes me dieron la oportunidad de trabajar hombro a hombro con ellos, les agradezco todas las enseñanzas tanto a nivel académico, profesional y personal que me han brindado.

También quiero agradecer en primer lugar a mis padres por el apoyo incondicional y el afecto que me han brindado durante todo este tiempo; a Elena que me ha acompañado durante todo este trayecto dándome amor, aliento y apoyo para salir adelante con éste y muchos otros proyectos; a mis amigos, con los cuales he pasado tardes de diversión y entretenimiento, en especial quiero agradecer a Daniel por las reflexiones entre tintos y copas que hemos tenido, a Samy por los consejos y la confianza que ha depositado en mi, a Oscar Macias por la solidaridad y apoyo con mis ideas, a Augusto, Maria Isabel y Nelson de los cuales he aprendido a trabajar en equipo y mas que mis compañeros de laboratorio son mis grandes amigos, por último y no menos importante a mis amigos de Carlos E. Restrepo quienes me han enseñado muchas cosas durante todos estos años, en especial quiero agradecerle a mis hermanos Julio Jimenez “el Flaco” y Juan David Naranjo sin cuya ayuda tanto económica como emocional esto no hubiera sido posible, a Juan “Diablo Rojo” por el cariño y la amistad que me ha brindado y a Caro, Lina y Cris “el aquelarre” por todo el apoyo que de una u otra manera me han brindado.





## Índice general

Índice de figuras	IX
Índice de tablas	XV
Introducción	XVII
Objetivos	XIX
Principales resultados	XXI
Descripción del contenido	XXIII
<b>1. Antecedentes</b>	<b>1</b>
1.1. Estado del arte . . . . .	1
1.2. P. Grangier et al. (2007), [22]. . . . .	2
1.3. S. Haroche et al. (2008), [23]. . . . .	4
1.4. R. Castañeda et al. (2008), [24]. . . . .	8
<b>2. Herramientas Teóricas</b>	<b>13</b>
2.1. Estructura del soporte de coherencia espacial . . . . .	13
2.2. Fundamentos . . . . .	16
2.3. Soporte Estructurado . . . . .	20
2.3.1. Fuentes puntuales y rayos en el espacio-fase . . . . .	28
2.4. Estructura de doble capa del espacio . . . . .	31

2.4.1. Distribución de fuentes puntuales en la estructura de doble capa . . . . .	34
2.5. Fuentes radiantes y virtuales en interferencia y difracción . .	36
2.5.1. Fuentes virtuales en el experimento de Young . . . . .	36
2.5.2. Mapas de rayos y difracción . . . . .	41
<b>3. Resultados</b>	<b>45</b>
3.1. Red de difracción binaria . . . . .	45
3.2. Experimento de Young con difracción . . . . .	52
3.2.1. Morfología de la función de Wigner en el espacio-fase .	53
3.3. Función de Wigner cuántica para estados gato de Schrödinger	66
<b>Conclusiones y perspectivas</b>	<b>71</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>73</b>

## Índice de figuras

- 1.1. *Montaje experimental: los pulsos láser, del orden de femtosegundos son doblados en frecuencia por la generación del segundo armónico (SHG) que bombea un “ optical parametric amplifier” (OPA). Un estado es preparado en un modo por detección de coincidencias con el otro usando dos fotodiodos de avalancha (APD), El otro es dividido entre dos detecciones homodinas: una usada para la preparación del estado gato y la otra para su análisis. . . . .* 3
- 1.2. *Función de Wigner experimental  $W(x,y)$  obtenida con  $n = 2$  fotones. La interferencia entre los estados “muerto” y “vivo” con dos regiones negativas son claramente visibles. . . . .* 4
- 1.3. **a)** *Montaje experimental muestra la corriente de átomos preparados en la caja  $B$  que cruzan el interferómetro  $R_1 - R_2$ , en la cual la cavidad  $C$  hecha de dos espejos uno frente del otro se ubica entre  $R_1$  y  $R_2$ . Los pulsos de microondas emitidos por la fuente  $S$  que irradian la cavidad  $C$  son utilizados para preparar el campo inicial y después trasladarlo para su reconstrucción. Otra fuente  $S'$  alimenta el interferómetro  $R_1 - R_2$ , la información del campo es extraída por el conteo selectivo de estados atómicos en  $D$ . **b)** *Matriz de densidad de un estado coherente con amplitud  $\beta = \sqrt{2.5}$  reconstruido en un espacio de Hilbert 11-dimensional, la fidelidad  $\langle \beta | \rho | \beta \rangle$  del estado reconstruido es 0.98. **c)** *La función de Wigner (en unidades  $2/\pi$ ) obtenida de la matriz de densidad mostrada en **b)**. . . . .* 6**

- 1.4. **a)-e)** Reconstrucción de la matriz de densidad y función de Wigner (en unidades  $2/\pi$ ) de estados de fock con  $n_0 = 0, 1, 2, 3, 4$ . Se toman aproximadamente 400 puntos en el espacio-fase, para cada punto se toma un promedio de realizaciones entre 50 (para  $n_0 = 3$ ) y 500 (para  $n_0 = 0, 1$ ). La fidelidad,  $F = \langle n_0 | \rho | n_0 \rangle$ , de los estados reconstruidos son 0.89, 0.98, 0.92, 0.82, 0.51 para  $n_0 = 0, 1, 2, 3, 4$ , respectivamente. . . . . 7
- 1.5. **a)** y **b)** Son las funciones de Wigner (en unidades de  $2/\pi$ ) de los estados gato de Schrödinger pares e impares, respectivamente. El número de puntos tomados son aproximadamente 500 con aproximadamente 2000 átomos detectados por cada punto en 400 realizaciones. La dimensión del espacio de Hilbert utilizado para la reconstrucción es 11. En cada gráfica esta el calculo teórico en un recuadro en la parte superior para la comparación. **c)** Reconstrucción de la función de Wigner del campo preparado en  $C$  es sensado sin discriminar entre el estado  $|g\rangle$  y  $|e\rangle$ . . . . . 8
- 1.6. Diagramas de espacio fase para: **a)** un campo totalmente coherente en el cual se muestra la ubicación de los rayos que portan energía y los rayos moduladores de energía  $0 - \pi$  y **b)** un campo parcialmente coherente, es decir para  $|\mu| < 1$  en el cual la intensidad de los rayos moduladores  $0 - \pi$  es mermada como es de esperarse. . . . . 10
- 2.1. **a)** Coordenadas  $(\xi_1, \xi_2)$  y  $(r_1, r_2)$  y **b)** coordenadas  $(\xi_A, \xi_D)$  y  $(r_A, r_D)$  en AP y en OP respectivamente. . . . . 22
- 2.2. Soporte estructurado de coherencia espacial del campo en AP. Los soportes son ópticamente disjuntos, independientemente de la distancia entre sus centros y aunque compartan algunos puntos. La doble flecha del vector de separación denota los grados de libertad en su orientación. **a)** Las parejas de radiadores  $(a, a')$  y  $(b, b')$  pertenecen al soporte estructurado 1. La pareja de radiadores  $(a', b')$  pertenece al soporte estructurado 2, a pesar de estar completamente contenido en el soporte estructurado 1. La pareja de radiadores  $(a, a'')$  también pertenece al soporte estructurado 2; esto significa que los soportes estructurados 1 y 2 comparten el radiador  $a$ . Aunque la pareja de radiadores  $(c, c')$  geoméricamente pertenezca al soporte estructurado 1, estos no contribuyen a la interferencia debido a que su separación es más grande que el tamaño de la región de correlación, esto quiere decir que ellos no están correlacionados 24
- 2.3. Ilustración de los tres tipos de soportes estructurados de coherencia espacial, detallados en el texto. . . . . 27

2.4.	<b>a)</b> Rayos $\mathbf{S}(\xi_A, \mathbf{r}_A)$ emitidos por diferentes soportes estructurados de coherencia espacial en AP hacia el centro de la misma región de correlación en OP. Ondita de coherencia espacial $\mathbf{W}(\mathbf{r}_A + \mathbf{r}_D/2, \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_D/2; \xi_A)$ : <b>b)</b> emitida por un soporte específico de coherencia en AP hacia diferentes regiones de correlación en OP y <b>c)</b> por diferentes soportes de coherencia en AP hacia el centro de la misma región de correlación en OP, donde su superposición produce el moiré de coherencia espacial. . . . .	30
2.5.	Variación del tamaño del soporte estructurado de coherencia dentro de una apertura unidimensional de longitud $a$ . $R$ denota el tamaño del máximo soporte. . . . .	35
2.6.	Estructura unificada de fuentes puntuales radiantes, virtuales y duales aplicada a: <b>a)</b> apertura unidimensional con máxima densidad de fuentes (el nivel de gris de las fuentes en la segunda capa representa la intensidad de la emisión y las letras $r$ , $v$ y $d$ cerca a las fuentes de la tercera capa denota las fuentes radiantes, virtuales y duales respectivamente) y <b>b)</b> la máscara de Young. . . . .	37
2.7.	Experimento de Young con efectos de difracción. La iluminación en cada rendija es cercana a la totalmente coherente, pero la iluminación de ambas rendijas es cercana a la totalmente incoherente. <b>a)</b> Mapa de rayos con el perfil de la máscara en la parte superior, <b>b)</b> espectro de potencia registrado en OP. . . . .	38
2.8.	Experimento de Young con efectos de difracción. La iluminación de toda la máscara es cercana a la totalmente coherente. <b>a)</b> Mapa de rayos con el perfil de la máscara en la parte superior, <b>b)</b> espectro de potencia registrado en OP, <b>c)</b> mapa de rayos de los rayos moduladores $0 - \pi$ previsto por las fuentes virtuales en la región entre las rendijas, <b>d)</b> energía moduladora (positiva y negativa) que provee las fuentes virtuales sobre OP. Difracción de un campo espacialmente coherente a través de una red de Ronchi de cinco aberturas: <b>e)</b> mapa de rayos con el perfil de la máscara en la parte superior, <b>f)</b> patrón del espectro de potencia en OP. . . . .	40
2.9.	Difracción de luz espacialmente coherente por una rendija de ancho $a$ : <b>a)</b> mapa de rayos con el perfil de la abertura en la parte superior, <b>b)</b> mapa de rayos moduladores $0 - \pi$ , <b>c)</b> espectro de potencia registrado por un detector unidimensional en OP. . . . .	42
2.10.	Difracción de luz espacialmente incoherente por una rendija de ancho $a$ : <b>a)</b> mapa de rayos con el perfil en la parte superior, <b>b)</b> espectro de potencia registrado por un detector unidimensional en OP. . . . .	43

3.1. <i>Los tres tipos de soportes estructurados relacionados con la red de difracción . . . . .</i>	46
3.2. <i>Mapa de rayos <math>\mathbf{S}(\xi_A, x_A)</math> (fila superior) y su correspondiente espectro de potencia en OP <math>S(x_A)</math> (fila inferior) para difracción de Fraunhofer de <b>a)</b> completamente coherente y <b>b), c)</b> campos ópticos parcialmente coherentes que producen patrones de coherencia con visibilidad igual a 1. Los números en <math>\mathbf{S}(\xi_A, x_A)</math> en <b>a)</b> denotan el tipo de soporte estructurado asociado a la representación específica de sus propiedades, y la representación de segmentos sobre el diagrama-<math>\mathbf{S}(\xi_A, x_A)</math> muestra las contribuciones de la apertura central y la interferencia entre las contribuciones de las aperturas laterales asociadas al soporte estructurado de tipo 3, los cuales están superpuestos en el diagrama. Las barras de los diagramas se ampliaron y el perfil del espectro de potencia se fijan a la misma altura con fines gráficos. . . . .</i>	50
3.3. <i>Mapa de rayos <math>\mathbf{S}(\xi_A, x_A)</math> (fila superior) y su correspondiente espectro de potencia <math>S(x_A)</math> en OP (fila inferior) para difracción de Fraunhofer de campos ópticos <b>a)</b> totalmente coherentes y <b>b), c)</b> parcialmente coherentes que producen patrones de interferencia con visibilidad igual a 1. En <b>b)</b> la separación de las fuentes es un múltiplo par de <b>a</b> son un conjunto completamente no correlacionado (el correspondiente grado de coherencia de este conjunto es nulo), para mantener la correlación entre las otras parejas (el correspondiente grado de coherencia de este conjunto es uno), esta modulación de la coherencia espacial anula la contribución de los soportes estructurados tipo 2. En <b>c)</b> los siguientes valores del módulo del grado complejo de coherencia espacial son adoptados <math> \mu(a)  = 1</math>, <math> \mu(2a)  = 0.8</math>, <math> \mu(3a)  = 0.6</math>, <math> \mu(4a)  = 0.4</math> y <math> \mu(5a)  = 0.2</math>, donde el argumento denota la separación entre parejas y todo el conjunto de fases es nulo. El cambio del número de franjas, separación y forma son evidentes. . . . .</i>	52
3.4. <i>Experimento de Young con efectos de difracción. Soportes de coherencia espacial para <b>a)</b> difracción de la luz al atravesar cada rendija y <b>b)</b> para la interferencia entre las contribuciones de cada rendija. . . . .</i>	53
3.5. <i>Soporte del máximo principal del patrón de difracción por una abertura en función del ancho de la abertura y su crecimiento con la coordenada <math>\xi_A</math> . . . . .</i>	64

---

3.6. <i>Funciones de Wigner para a) una mezcla estadística de estados, b) superposición coherente de estados y c) para un experimento de Young con difracción modelado desde la teoría de las onditas de coherencia espacial. . . . .</i>	69
---	----





## Índice de tablas

- 3.1. *Límite  $P$  de la sumatoria de las ecuaciones (3.1) y (3.4) respectivamente, para redes de difracción de hasta 9 aperturas. A cada valor de  $P$  le corresponde el valor de  $n$ . Secuencias de valores de  $P$  para redes con mayores aberturas pueden ser fácilmente determinadas siguiendo la secuencia mostrada en esta tabla. . . . .* 48
- 3.2. *Experimento de Young con efectos de difracción. Mapas de rayos en la primera columna de la izquierda; envolvente de difracción del espectro de potencia en  $OP$  en la segunda columna; potencia moduladora del patrón de interferencia en la tercera columna y espectro de potencia del patrón de interferencia registrado por un detector en  $OP$  en la columna de la derecha. Todas las cantidades se encuentran en unidades arbitrarias . . . . .* 57



## Introducción

El interés de revisar los límites entre las teorías cuántica y clásica desde la teoría clásica de onditas de coherencia espacial desarrollada por el Profesor Román Castañeda en la última década, ha motivado este trabajo de investigación la cual ha sido exhaustiva en la explicación del comportamiento ondulatorio clásico de la luz. En este trabajo abordamos una aproximación hacia el comportamiento mecano-cuántico, a raíz del hecho que la función de Wigner de la teoría de onditas de coherencia espacial puede tomar valores positivos y negativos como también ocurre con la función de Wigner cuántica.



## Objetivos

- Construir un modelo semi-clásico a partir de la teoría de onditas de coherencia espacial para la predicción de estados cuánticos de luz tales como estados gato y squeezed.
- Utilizar las teorías cuántica y clásica de la coherencia para hacer la conexión con la teoría de onditas de coherencia espacial.



## Principales resultados

Como productos de esta tesis se han escrito cinco artículos y se han hecho dos ponencias orales internacionales, las cuales son referenciadas a continuación.

### Artículos

- R. Castañeda, **G. Cañas-Cardona** and J. Garcia-Sucerquia, “*Radiant, virtual and dual sources of optical fields in any state of spatial coherence*” J. Opt. Soc. Am. A **27** 1322-1330 (2010).
- **G. Cañas-Cardona**, R. Castañeda and H. Vinck-Posada, “*Phase-space representation of non-classical behaviour of scalar wave-fields*” J. Phys.: Conf. Ser. **274** 012141 (2011).
- R. Castañeda, H. Muñoz and **G. Cañas-Cardona**, “*The structured spatial coherence support*”, aceptado en J. Mod. Opt; Manuscript ID: TMOP 2010-0460.
- R. Castañeda, **G. Cañas-Cardona** and H. Vinck-Posada, “*Classical scalar wave fields in any state of spatial coherence and some quantum states of light*”, En preparación para su sometimiento en J. Opt. Soc. Am. A, 2011.
- R. Castañeda, **G. Cañas-Cardona**, J. González-Toro and H. Vinck-Posada, “*Classical modelling of the fourth-order spatial coherence state of scalar wave-fields*”, En preparación para su sometimiento en J. Opt. Soc. Am. A, 2011.

## Congreso Internacional

- R. Castañeda, **G. Cañas-Cardona** and H. Vinck-Posada. “**Non-classical behaviour of scalar wave fields in any state of spatial coherence and point sources in the phase-space representation**”. Ponencia oral presentada en la Reunión Iberoamericana de Óptica (RIO) y el Encuentro Latinoamericano de Óptica, Láseres y sus aplicaciones (OPTILAS), realizada en Lima (Perú) en septiembre de 2010.
- R. Castañeda, **G. Cañas-Cardona** and J. Garcia-Sucerquia. “**Point sources of classical optical fields in any state of spatial coherence**”. Ponencia oral presentada en la Reunión Iberoamericana de Óptica (RIO) y el Encuentro Latinoamericano de Óptica, Láseres y sus aplicaciones (OPTILAS), realizada en Lima (Perú) en septiembre de 2010.



## Descripción del contenido

Esta tesis se ha estructurado de la siguiente forma: En el capítulo 1 se encuentra el estado del arte y la presentación de dos artículos experimentales y un artículo teórico que motivaron este trabajo. En el capítulo 2 se muestra el formalismo teórico construido a partir de las onditas de coherencia espacial en la representación en el espacio de fase, con la cual se pueden hacer predicciones clásicas bien conocidas y se analizan algunas similitudes de esta teoría con estados mecánico cuánticos como el squeezed y los gatos de Schrödinger. En el capítulo 3 se presentan los resultados teóricos que dan cuenta de las anteriores predicciones y finalmente se plantean las conclusiones y perspectivas de este trabajo.



## 1.1. Estado del arte

En los últimos años ha surgido el interés por la creación y manipulación de los estados de coherencia espacial de la luz a nivel tecnológico, por ejemplo, en la metrología y la formación de imágenes, lo que incluye la interferencia óptica en el límite de Heisenberg [1]-[3] y la fotolitografía, que pertenece al límite de la difracción clásica [4, 5]. Dicho interés ha motivado el estudio de estos comportamientos a nivel teórico, tanto clásico como cuántico.

En recientes desarrollos de técnicas experimentales, se han obtenido avances importantes en la producción de estados de luz que manifiestan su origen mecánico cuántico [6]. Un problema vigente, cuya perspectiva de investigación es amplia es el de encontrar los límites de la descripción clásica de estados de luz y, en consecuencia, determinar el punto en que es menester el desarrollo de una teoría cuántica. En efecto, son muchas las propuestas de origen semi-clásico [7]- [10] que tratan de explorar las relaciones conceptuales entre estos dos enfoques.

Los avances en la electrodinámica cuántica en cavidades (CQED) y en la electrodinámica cuántica en micro-cavidades semi-conductoras (SCQED) en las tres últimas décadas, han permitido el desarrollo de dispositivos que permiten utilizar efectos cuánticos a nivel experimental. En este contexto, la manipulación de estados cuánticos de luz es un tema de creciente interés, con temas como la producción de fuentes de un sólo fotón [11, 12, 13], el análisis de los mecanismos de interferencia cuántica como los estados de luz tipo

gato de Schrödinger [14] y los derivados de la interacción radiación-materia [15]. Estos son prometedores tópicos para las aplicaciones tecnológicas en la computación cuántica y el procesamiento de información [16], la teleportación cuántica [17] y los sistemas de opto-electrónica [18]-[21].

En este trabajo, exploramos una novedosa propuesta de aproximación a los estados de luz cuánticos a partir de la teoría, de corte clásico, onditas de coherencia espacial. La idea es proponer como cantidad semi-clásica a los radiadores virtuales propuestos en esta teoría y, de este modo, simular con sus emisiones las estadísticas de fotones bien conocidas en la mecánica cuántica, lo que debería conducir a la descripción de estados de luz considerados convencionalmente como no-clásicos, tales como gatos de Schrödinger y Squeezed.

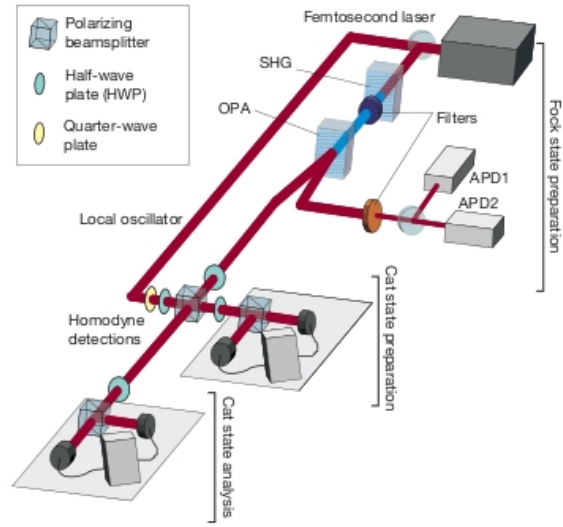
## 1.2. P. Grangier et al. (2007), [22].

En este artículo se muestra un protocolo experimental que permite la generación arbitraria de estados gato comprimidos, usando detección homodina y fuentes que producen estados número de fotones. Este protocolo es implementado con luz pulsada, produciendo un gato de Schrödinger cuya función de Wigner toma valores negativos como es de esperarse. El uso de este protocolo tiene gran interés en procesos de información cuántica y test experimentales de teoría cuántica.

La superposición cuántica de estados coherentes  $|\psi\rangle = N(|\alpha\rangle + e^{i\theta}|\alpha\rangle)$  define un estado gato con “tamaño”  $|\alpha|^2$  donde  $N = [2(1 + \cos\theta \exp[-2|\alpha|^2])]^{-\frac{1}{2}}$  es la constante de normalización. En este experimento se asume que  $\alpha$  es real y además se construye la función de distribución de cuasi-probabilidad con las cuadraturas  $\hat{x}$  y  $\hat{p}$ , es decir la función de Wigner para el experimento. Esta es reconstruida por tomografía homodina a partir de varias distribuciones marginales de la forma  $P(\hat{x}_\theta = \hat{x} \cos\theta + \hat{p} \sin\theta)$  registradas por detección homodina.

En este caso, la función de Wigner revela diferencias entre una superposición cuántica real y una mezcla estadística de estados  $|\pm\alpha\rangle$ . Una verdadera superposición es representada en el espacio-fase por la interferencia entre el estado “muerto” ( $|\alpha\rangle$ ) y el estado “vivo” ( $|\alpha\rangle$ ), tomando estos valores negativos.

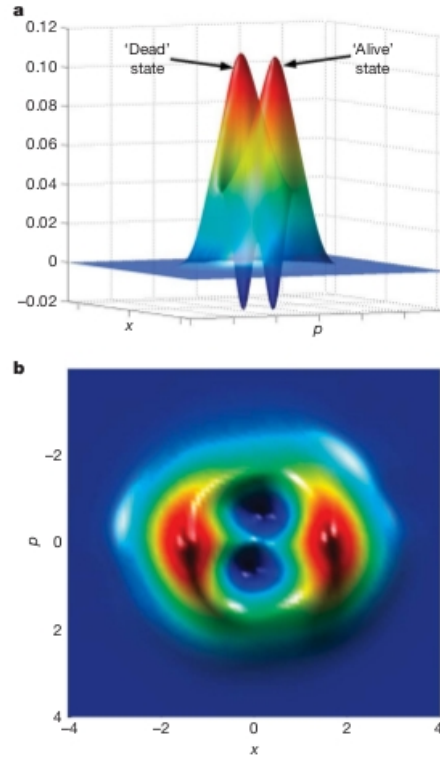
Los logros en esta dirección antes del trabajo de Grangier y colaboradores fueron reportados como “construcción de gaticos” (Kittens construction) debido a que sólo se conseguían para  $|\alpha|^2 \leq 1$ , mientras que, en procesos de información cuántica, el poco solapamiento entre los dos estados coherentes, del orden del 1%, corresponde a  $|\alpha|^2 \geq 2.3$ , condición que establece estados gato “grandes”. Este paso tecnológico de pequeños a grandes estados gato es resuelto por los autores proponiendo el siguiente protocolo (Fig.1.1).



**Figura 1.1:** *Montaje experimental: los pulsos láser, del orden de femtosegundos son doblados en frecuencia por la generación del segundo armónico (SHG) que bombea un “optical parametric amplifier” (OPA). Un estado es preparado en un modo por detección de coincidencias con el otro usando dos fotodiodos de avalancha (APD), El otro es dividido entre dos detecciones homodinas: una usada para la preparación del estado gato y la otra para su análisis.*

La base de este protocolo es la división del estado número de fotones, que contiene exactamente  $n$  fotones (en particular se consideró un estado con  $n = 2$ ) por un beam splitter 50/50 y la medida de la cuadratura  $\hat{p}$  en un modo. El estado deseado es preparado en otro modo, bajo la condición de que  $|p| \leq \xi \ll 1$ . El modo reflejado es medido por la detección homodina con resolución temporal. El análisis de estos estados se hace por una segunda detección de tomografía homodina, midiendo seis diferentes distribuciones de cuadratura con 15000 puntos cada dato tomado, a partir de las cuales, se reconstruye la función de Wigner del estado preparado.

La reconstrucción de la función de Wigner realizada por los autores es mostrada en la figura 1.2. Se observa en la representación espacio-fase la interferencia entre los dos estados coherentes, con amplitudes  $\alpha = \pm\sqrt{2.6}$  y comprimido en 3.5dB. La diferencia con un gato comprimido ideal es debida esencialmente a la técnica utilizada.



**Figura 1.2:** Función de Wigner experimental  $W(x, y)$  obtenida con  $n = 2$  fotones. La interferencia entre los estados “muerto” y “vivo” con dos regiones negativas son claramente visibles.

### 1.3. S. Haroche et al. (2008), [23].

El estado de un sistema microscópico porta la descripción cuántica de él, cuyas probabilidades pueden ser inferidas como resultado de la medición. Al ser un concepto estadístico el estado no puede obtenerse por una única me-

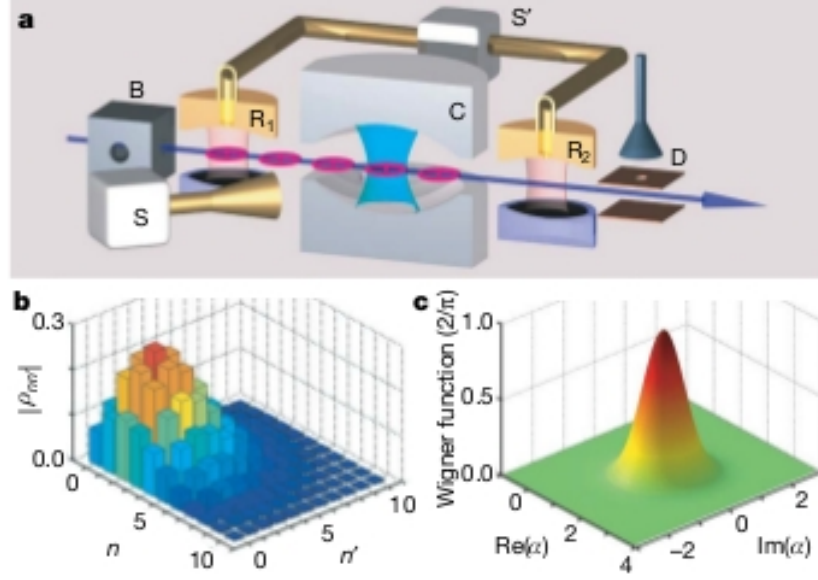
didada sobre el sistema, sino que puede ser reconstruido a partir de repetidas preparaciones. La reconstrucción del estado de un conjunto de partículas atrapadas protegidas de su entorno es un paso importante en la investigación de la frontera entre lo cuántico y lo clásico.

Debido a la motivación anterior los autores reportan en este artículo la reconstrucción completa y la representación pictórica de una variedad de estados de luz atrapados en una cavidad en la que muchos fotones “viven” el suficiente tiempo como para ser medidos en varias ocasiones, los átomos que cruzan la cavidad se utilizan para extraer información sobre el campo.

Los autores reconstruyen los estados coherentes, estados de Fock con número de fotones definido y estados gato de Schrödinger (superposición de estados coherentes con diferentes fases), estos estados son representados por su matriz de densidad o por su función de Wigner. Los estados cuasi-clásicos coherentes poseen una forma Gaussiana en la función de Wigner, mientras los estados de Fock y gato de Schrödinger en sus funciones de Wigner muestran oscilaciones que toman valores negativos que revelan la interferencia cuántica.

El montaje experimental propuesto por los autores se esboza en la figura 1.3a. La cavidad  $C$  resuena a 51GHz es enfriada a una temperatura de 0.8K. Un campo de microondas coherente con distribución Poissoniana en el número de fotones es inicialmente inyectada en  $C$  usando una fuente clásica pulsada  $S$ . Átomos de Rubidio son utilizados para formar un haz atómico preparado en  $B$ , en un estado de Rydberg circular con número cuántico principal igual a 50 ( $|g\rangle$ ). La cavidad está desintonizada en una cantidad  $\delta$  entre la transición del estado  $|g\rangle$  al estado más cercano con número cuántico principal 51 ( $|e\rangle$ ). Cavidades auxiliares de microondas  $R_1$  y  $R_2$  son conectadas a una fuente de microondas  $S'$ , estas son utilizadas para inyectar pulsos resonantes a los átomos, el pulso en la cavidad  $R_1$  transforma  $|g\rangle \rightarrow (|e\rangle + |g\rangle)/\sqrt{2}$ , el mismo pulso pero con un cambio en fase de  $\phi$  es aplicado en  $R_2$ . Los átomos son contados por el detector  $D$  discriminando entre  $|e\rangle$  y  $|g\rangle$ .

La combinación  $R_1 - R_2$  forma el interferómetro de Ramsey, el cual es sensible al corrimiento de fase de la superposición de estados atómicos inducida por la interacción de los átomos con el campo en  $C$ , esta es caracterizada por la frecuencia de Rabi  $\Omega/2\pi = 49\text{kHz}$ ; el corrimiento de fase es descrito por el operador  $\Phi(N, \delta)$  que depende de  $\delta$  y el operador número de fotones.



**Figura 1.3:** **a)** Montaje experimental muestra la corriente de átomos preparados en la caja  $B$  que cruzan el interferómetro  $R_1 - R_2$ , en la cual la cavidad  $C$  hecha de dos espejos uno frente del otro se ubica entre  $R_1$  y  $R_2$ . Los pulsos de microondas emitidos por la fuente  $S$  que irradian la cavidad  $C$  son utilizados para preparar el campo inicial y después trasladarlo para su reconstrucción. Otra fuente  $S'$  alimenta el interferómetro  $R_1 - R_2$ , la información del campo es extraída por el conteo selectivo de estados atómicos en  $D$ . **b)** Matriz de densidad de un estado coherente con amplitud  $\beta = \sqrt{2.5}$  reconstruido en un espacio de Hilbert 11-dimensional, la fidelidad  $\langle \beta | \rho | \beta \rangle$  del estado reconstruido es 0.98. **c)** La función de Wigner (en unidades  $2/\pi$ ) obtenida de la matriz de densidad mostrada en **b)**.

La función de Wigner asociada con el estado descrito por la matriz de densidad  $\hat{\rho}$  esta definida para el parámetro  $\alpha$  en el espacio-fase

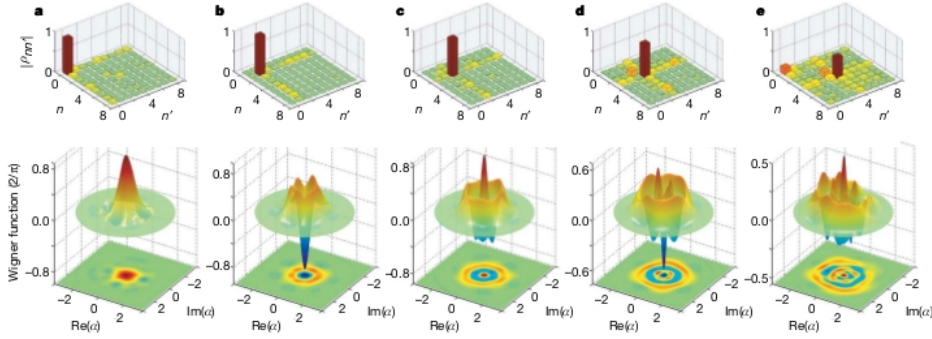
$$W(\alpha) = \frac{2}{\pi} \text{Tr}[D(-\alpha)\hat{\rho}D(\alpha) \exp(i\pi N)] \quad (1.1)$$

A partir de esta expresión los autores calculan los diferentes estados de luz. En la figura 1.3b se muestra la reconstrucción de la matriz densidad de un estado coherente, en cuya diagonal se reconoce la distribución Poissoniana del número de fotones  $\rho_{nn}$ . Los elementos fuera de la diagonal describen las



coherencias del estado. La función de Wigner correspondiente se muestra en la figura 1.3c, la cual es un pico Gaussiano con simetría circular.

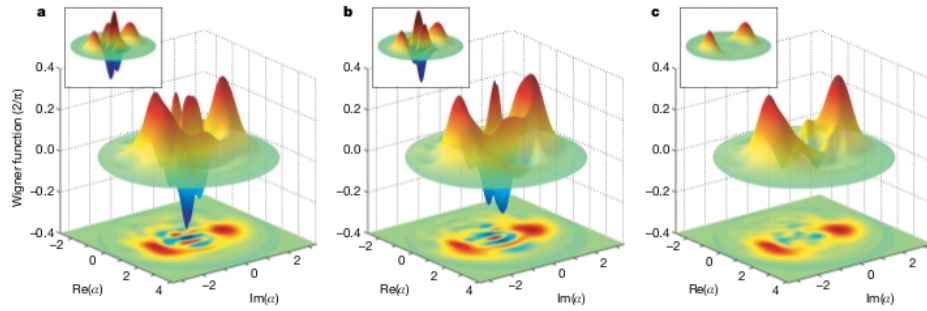
En la figura 1.4 se muestra la matriz densidad obtenida por los autores con su correspondiente función de Wigner para  $n_0 = 0$ (vacío), 1, 2, 3, 4. La matriz de densidad exhibe un pico principal en la diagonal. Cada función de Wigner muestra anillos circulares centrados en el origen del espacio-fase, donde estos son positivos para  $n_0$  par y negativo para  $n_0$  impar, el número de anillos y su tamaño se incrementa con  $n_0$ . Los estados de Fock con pequeños valores de  $n_0$  pueden ser reconstruidos en el espacio libre o en una cavidad, pero los autores muestran por primera vez la reconstrucción de un estado de Fock con  $n_0 > 2$ .



**Figura 1.4:** *a)-e)* Reconstrucción de la matriz de densidad y función de Wigner (en unidades  $2/\pi$ ) de estados de fock con  $n_0 = 0, 1, 2, 3, 4$ . Se toman aproximadamente 400 puntos en el espacio-fase, para cada punto se toma un promedio de realizaciones entre 50 (para  $n_0 = 3$ ) y 500 (para  $n_0 = 0,1$ ). La fidelidad,  $F = \langle n_0 | \rho | n_0 \rangle$ , de los estados reconstruidos son 0.89, 0.98, 0.92, 0.82, 0.51 para  $n_0 = 0, 1, 2, 3, 4$ , respectivamente.

En la figura 1.5a y 1.5b se muestran las funciones de Wigner de estados gato de Schrödinger par e impar obtenidas para el mismo campo coherente. Ellos exhiben dos picos positivos bien separados que están asociados a las componentes clásicas. El tamaño de cada uno de los estados es definido como el cuadrado de la distancia entre los picos (expresada en términos del número de fotones) es  $d^2 \approx 4n_m \sin^2 \chi = 11.8$  fotones. Entre los picos hay oscilaciones que alternan entre valores positivos y negativos que señalan la interferencia entre estados cuánticos. Los gatos Schrödinger par e impar tienen componentes clásicas casi idénticas y sólo difieren en el signo de sus

interferencias cuánticas. La función de Wigner teórica teniendo en cuenta las no linealidades en la preparación de los estados gato de Schrödinger son mostradas para su comparación en un recuadro en cada una de las figuras. La fidelidad de los dos estados es  $F = 0.72$ , esta es principalmente limitada por imperfecciones en  $R_1$  y  $R_2$ , las cuales reducen el contraste de la interferencia cuántica. Si la preparación de átomos es detectada sin discriminar  $|e\rangle$  y  $|g\rangle$ , se obtiene la mezcla estadística de gatos de Schrödinger pares e impares cuya función de Wigner se muestra en la figura 1.5c.



**Figura 1.5:** *a) y b)* Son las funciones de Wigner (en unidades de  $2/\pi$ ) de los estados gato de Schrödinger pares e impares, respectivamente. El número de puntos tomados son aproximadamente 500 con aproximadamente 2000 átomos detectados por cada punto en 400 realizaciones. La dimensión del espacio de Hilbert utilizado para la reconstrucción es 11. En cada gráfica esta el calculo teórico en un recuadro en la parte superior para la comparación. *c)* Reconstrucción de la función de Wigner del campo preparado en  $C$  es sensado sin discriminar entre el estado  $|g\rangle$  y  $|e\rangle$ .

#### 1.4. R. Castañeda et al. (2008), [24].

Los autores muestran en este trabajo teórico la interferencia del campo óptico en el espacio-fase. Usualmente la interferencia del campo óptico es descrita en el marco de la teoría de coherencia espacial de segundo orden. Sin embargo una descripción mas detallada puede encontrarse desde la teoría de onditas de coherencia espacial. Cada ondita porta la información de la coherencia espacial, la potencia, el estado de polarización y propiedades radiantes del campo óptico. El espectro de potencia marginal de las onditas de coherencia espacial es la función de distribución de Wigner (WDF) que provee la representación espacio-fase de la propagación de cada una de las propiedades del campo óptico.

Desde esta perspectiva cada punto en el diagrama espacio-fase puede ser interpretado como rayos que conectan puntos específicos en el plano de apertura ( $AP$ ) y el plano de observación ( $OP$ ), a lo largo de los cuales se propaga energía que toma valores positivos y negativos. El primer tipo porta energía radiante emitida por radiadores individuales en  $AP$ . En contraste, el segundo tipo no porta energía radiante, es decir son “oscuros” pero modulan la energía de los rayos portadores por adición de valores positivos y negativos de energía. Estos valores son responsables de la interferencia constructiva y destructiva.

La cantidad fundamental de esta propuesta teórica es la ondita de coherencia espacial que esta dada por

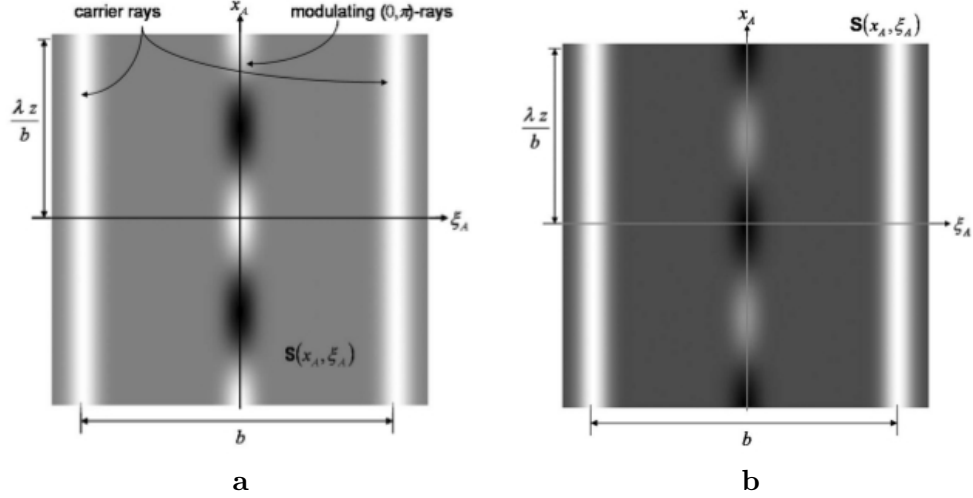
$$\mathbf{W}(\mathbf{r}_A + \mathbf{r}_D/2, \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_D/2, \boldsymbol{\xi}_A; \omega) = \mathbf{S}(\mathbf{r}_A, \boldsymbol{\xi}_A; \omega) \exp\left(-i\frac{k}{z}\mathbf{r}_D \cdot \boldsymbol{\xi}_A\right), \quad (1.2)$$

la cual describe la propagación del campo óptico de frecuencia  $\omega$  en cualquier estado de coherencia espacial entre  $AP$  y  $OP$  en el dominio de Fresnel-Fraunhofer y su espectro de potencia marginal es la función de distribución de Wigner la cual esta definida como

$$\begin{aligned} \mathbf{S}(\mathbf{r}_A, \boldsymbol{\xi}_A; \omega) &= \int_{AP} \mu(\boldsymbol{\xi}_A + \boldsymbol{\xi}_D/2, \boldsymbol{\xi}_A - \boldsymbol{\xi}_D/2; \omega) \\ &\times \psi(\boldsymbol{\xi}_A + \boldsymbol{\xi}_D/2; \omega) \psi^*(\boldsymbol{\xi}_A - \boldsymbol{\xi}_D/2; \omega) \exp\left(-i\frac{k}{z}\boldsymbol{\xi}_D \cdot \mathbf{r}_A\right) d^2\xi_D, \end{aligned} \quad (1.3)$$

donde  $\mu(\boldsymbol{\xi}_A + \boldsymbol{\xi}_D/2, \boldsymbol{\xi}_A - \boldsymbol{\xi}_D/2; \omega)$  es el grado complejo de coherencia espacial del campo óptico y  $\psi(\boldsymbol{\xi}_A \pm \boldsymbol{\xi}_D/2; \omega) = \sqrt{S(\boldsymbol{\xi}_A \pm \boldsymbol{\xi}_D/2; \omega)} t(\boldsymbol{\xi}_A \pm \boldsymbol{\xi}_D/2) \exp\left(i\frac{k}{2z}|\boldsymbol{\xi}_A \pm \boldsymbol{\xi}_D/2|^2\right)$  con  $S(\boldsymbol{\xi}_A \pm \boldsymbol{\xi}_D/2; \omega)$  la potencia radiada por el campo y  $t(\boldsymbol{\xi}_A \pm \boldsymbol{\xi}_D/2)$  la función de transmitancia.

La representación espacio-fase del campo óptico en cualquier estado de coherencia espacial es portada entonces por el espectro de potencia marginal. Los autores muestran como ejemplo a resaltar en este trabajo los diagramas de espacio-fase para un campo totalmente coherente y parcialmente coherente (ver Fig.1.6) para un experimento de Young.



**Figura 1.6:** Diagramas de espacio fase para: **a)** un campo totalmente coherente en el cual se muestra la ubicación de los rayos que portan energía y los rayos moduladores de energía  $0 - \pi$  y **b)** un campo parcialmente coherente, es decir para  $|\mu| < 1$  en el cual la intensidad de los rayos moduladores  $0 - \pi$  es mermada como es de esperarse.

De los diagramas de espacio-fase de la figura 1.6 se puede obtener la siguiente información:

- Las barras verticales blancas a la derecha y a la izquierda corresponden a los rayos portadores producidos por las aberturas. Estas barras representan la energía radiante que ilumina el  $OP$ .
- La barra vertical central con lóbulos blancos y negros denotan los rayos  $0 - \pi$ . Los lóbulos blancos corresponden a energía moduladora positiva cuyo máximo valor es  $2S_0(\omega)$  y se encuentra ubicado en  $x_A = n\lambda z/b$  con  $n = 0, \pm 1$ ; los lóbulos negros corresponden a energía moduladora negativa, cuyo valor mínimo es  $-2S_0(\omega)$  se encuentra ubicado en los puntos  $x_A = \pm \lambda z/2b$ . En consecuencia el espectro de potencia puede tomar valores iguales a  $4S_0(\omega)$  en  $x_A = n\lambda z/b$  y cero en  $x_A \pm \lambda z/2b$ , mostrando interferencia constructiva y destructiva respectivamente. Estas energías moduladoras son distribuidas simétricamente a lo largo del eje  $x_A$  en el diagrama espacio-fase en cumplimiento de la conservación de la energía.

- 
- Bajo iluminación parcialmente coherente, es decir  $|\mu| < 1$  la magnitud de la energía moduladora disminuye, esto es representado en la disminución en el contraste de los lóbulos de la barra central como se muestra en la figura 1.6b. Esta barra central puede desaparecer completamente bajo la condición de iluminación totalmente incoherente, es decir  $|\mu| = 0$ . La fase del grado complejo de coherencia mueve los lóbulos de la barra central a lo largo del eje  $x_A$ , es decir los rayos moduladores  $0 - \pi$  cuyo lóbulo blanco se encuentra en el origen de coordenadas (ver Fig.1.6a) donde  $\alpha = 0$ , pero el lóbulo negro ubicado en el centro de coordenadas (ver Fig.1.6b) corresponde a una fase  $\alpha = \pi$ , este resultado confirma que el estado de coherencia espacial de la iluminación es solo afectada por los rayos moduladores  $0 - \pi$ .



## Herramientas Teóricas

En este capítulo se introducen las bases de un nuevo concepto para la descripción del estado de coherencia espacial del campo óptico en el marco de la representación espacio-fase en términos del soporte estructurado de coherencia espacial. Éste posee claras diferencias con respecto a los convencionales conceptos *coherence patch* y *soporte de coherencia espacial*, y ventajas que proporcionan una base sólida para el desarrollo de algoritmos óptimos para los cálculos y simulaciones [25]. Implica también propiedades físicas que mejoran la comprensión del estado de coherencia espacial de la luz.

En la sección 2.1 se definirán los conceptos clásicos *coherence patch*, *soporte de coherencia* y además se introducirá un nuevo concepto llamado *soporte estructurado de coherencia espacial*, en las secciones 2.2 y 2.3 se introducen las herramientas matemáticas necesarias para explorar este nuevo concepto. En la sección 2.4 se propone un modelo llamado estructura de doble capa para la manipulación de la coherencia espacial y por último en la sección 2.5 se aplica el anterior modelo a la interferencia y difracción de campos escalares en cualquier estado de coherencia espacial.

### 2.1. Estructura del soporte de coherencia espacial

Es bien conocido que el estado de coherencia espacial de un campo óptico está bien definido dentro de una región finita [26, 27], de forma que las situaciones extremas en la cual las regiones de coherencia espacial son arbitrariamente pequeñas (infinitesimales, es decir campos espacialmente incoherentes) o arbitrariamente grandes (campos espacialmente coherentes) son en-

tendidas como situaciones ideales. En otras palabras, los estados físicamente posibles son los que poseen coherencia espacial parcial, que se aproxima a las situaciones extremas dependiendo del tamaño de la región de coherencia espacial.

Algunos términos han sido acuñados para referirse a estas regiones. El *coherence patch* [26], denota cualquier región en un plano en el cual el módulo del grado complejo de coherencia espacial [26, 27] es más grande que 0.8. Éste es determinado por la interferencia entre las contribuciones que provienen de radiadores individuales ubicados en el centro del *patch* y los radiadores de su alrededor. El *soporte* del grado complejo de coherencia espacial delimita la región con la propiedad de que las contribuciones que provienen del radiador del centro del soporte y cualquier radiador fuera de ella no pueden producir patrones de interferencia significativos, es decir el módulo del grado complejo de coherencia espacial es menor a 0.2. En este sentido, el soporte del grado complejo de coherencia espacial puede ser entendido como la región en la cual el estado del campo es parcialmente coherente; este contiene el *coherence patch* como una subregión alrededor del radiador central, en la cual el campo es esencialmente espacialmente coherente.

Aunque estos términos son muy utilizados, no son útiles para describir conceptualmente el comportamiento del campo en situaciones complejas ni para realizar eficientes cálculos numéricos y simulaciones de comportamientos [26]. Esto ha motivado la definición de un novedoso y diferente término, llamado *soporte estructurado de coherencia espacial*, que permite una descripción geométrica precisa del estado de coherencia espacial del campo en cualquier plano y una descripción a modo de rayos de la propagación, tanto del estado de coherencia espacial como de la potencia del campo entre dos planos en el espacio ordinario, en el marco de la representación de espacio-fase del campo [28]. Se diferencia del convencional soporte del grado complejo de coherencia espacial principalmente en [24, 29]:

- Hay tres diferentes tipos de soportes estructurados, esto es **i)** soportes que sólo contienen radiadores individuales en sus centros, **ii)** soportes que sólo contienen parejas de radiadores, y **iii)** soportes que contienen tanto radiadores individuales como parejas de radiadores.
- Las parejas de radiadores que pertenecen a soportes estructurados de los tipos 2 y 3 están distribuidos simétricamente con respecto al centro del soporte. Sólo estas parejas de radiadores proveen la modulación de



interferencia del campo óptico en el plano de observación ( $OP$ ), la cual depende explícitamente del estado de coherencia espacial del campo.

En consecuencia, una pareja de radiadores dentro de un soporte estructurado específico que no es simétrico con respecto al centro del soporte pertenecen en realidad a otro soporte estructurado, centrado en el punto medio entre dicha pareja. Además, las contribuciones del radiador individual en el centro de un soporte estructurado de tipo 3 no interfieren con las de otros radiadores dentro de tal soporte. Esto significa que las modulaciones por la interferencia referidas a un soporte dado son aportadas solamente por las parejas de radiadores cuyo punto medio coincide con el centro del soporte estructurado (Ver figura 2.2).

Por lo tanto, cada soporte estructurado contiene sólo una pareja de radiadores con un vector de separación específico, es decir un único miembro de cada clase de parejas de radiadores [30]. Una de las propiedades importantes y distintivas de esta definición es que permite el acceso a soportes estructurados individuales de manera unívoca, con sólo especificar la posición de su centro. Esta característica no la poseen los términos convencionales anteriormente mencionados. Tanto el grado complejo de coherencia espacial como la geometría del borde de la abertura deben ser tenidos en cuenta para determinar la forma y el tamaño del soporte estructurado en cada punto del plano considerado, como lo discutiremos más adelante.

Por lo tanto, el modelamiento de campos ópticos en cualquier estado de coherencia espacial, basado en el soporte estructurado, ofrece bases robustas para el desarrollo de algoritmos óptimos para la realización de cálculos numéricos y simulaciones (es decir, en el tiempo de calculo computacional), que no pueden ser implementados en el marco de la descripción convencional [25]. Por otra parte, este modelamiento implica, en forma natural, algunas propiedades físicas que no se evidencian en una formulación convencional de la coherencia espacial, como por ejemplo:

- La descripción a modo de rayos de la propagación de la potencia del campo involucra dos tipos diferentes de energías y de conjuntos de fuentes puntuales que las emiten [24], es decir **i)** las fuentes puntuales radiantes que emiten energía radiante del campo, la cual puede ser registrada por un detector de módulo cuadrado; **ii)** las fuentes puntuales virtuales que emiten energía moduladora (positiva y negativa); estas energías, por lo tanto, no pueden ser interpretadas como flujo radiante

ni ser directamente registradas por detectores de módulo cuadrado, pero juegan un papel definitivo en la descripción de la interferencia y difracción, pues explican la modulación debida a la interferencia por adición a la energía radiante del campo, sin apelar al concepto de superposición de ondas [24].

- Una descripción ondulatoria de la propagación del estado de coherencia espacial en términos de las onditas de coherencia espacial [28]. La superposición de dichas onditas en un plano específico, constituye el moiré de coherencia espacial [29].
- La viabilidad de la modulación de la coherencia espacial posibilitada por el acceso a soportes estructurados específicos e individuales. Esto permite obtener, por ejemplo, interferencia completamente destructiva con rejillas de tres o más aberturas iluminadas con luz parcialmente coherente [31, 32], así como también haces luminosos con secciones transversales de geometría particular [32].
- La predicción clásica de comportamientos de campos ópticos convencionalmente considerados no-clásicos [33, 34]. Esto ha motivado a la revisión del actual límite entre las descripciones clásicas y no-clásicas del campo óptico.

## 2.2. Fundamentos

La propagación de un campo óptico de longitud de onda  $\lambda$  en cualquier estado de coherencia espacial en el plano de apertura  $AP$  de coordenadas  $(\boldsymbol{\xi})$  al plano de observación  $OP$  de coordenadas  $(\mathbf{r})$ , separados una distancia  $z$  en el dominio de Fraunhofer-Fresnel [26] está descrita por la ecuación 2.1

$$W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \exp\left[i\frac{k}{2z}(|\mathbf{r}_1|^2 - |\mathbf{r}_2|^2)\right] \iint_{AP} W(\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_2) \quad (2.1)$$

$$\times \exp\left[i\frac{k}{2z}(|\boldsymbol{\xi}_1|^2 - |\boldsymbol{\xi}_2|^2)\right] \exp\left[-i\frac{k}{z}(\boldsymbol{\xi}_1 \cdot \mathbf{r}_1 - \boldsymbol{\xi}_2 \cdot \mathbf{r}_2)\right] d^2\xi_1 d^2\xi_2$$

donde  $W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  y  $W(\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_2) = \mu(\boldsymbol{\xi}_1, \boldsymbol{\xi}_2) \sqrt{S(\boldsymbol{\xi}_1)} t(\boldsymbol{\xi}_1) \sqrt{S(\boldsymbol{\xi}_2)} t^*(\boldsymbol{\xi}_2)$  son las densidades espectrales cruzadas [27] del campo óptico en  $AP$  y en  $OP$ , respectivamente,  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ ,  $t(\boldsymbol{\xi}) = |t(\boldsymbol{\xi})| \exp[i\phi(\boldsymbol{\xi})]$  es la transmisión compleja en  $AP$ , y el asterisco denota el complejo conjugado,  $S(\boldsymbol{\xi}_i)$  es la potencia radiada

por el campo en el punto  $\xi_i$  con  $i = 1, 2$ .  $\mu(\xi_1, \xi_2)$  es llamado grado complejo de coherencia espacial [27] y describe la correlación del campo óptico de cualquier pareja de puntos en  $AP$ , especificando el estado de coherencia espacial del campo en este plano.

Es importante introducir la función adimensional  $1 \equiv C\delta(\xi_1 - \xi_2) + [1 - C\delta(\xi_1 - \xi_2)]$  en la integral de la ecuación 2.1 donde  $C = \frac{(\lambda z)^2}{\int_{OP} d^2r}$  es una constante que asegura el carácter adimensional de la función y el cumplimiento de la conservación de la energía  $\int_{OP} W(\mathbf{r}, \mathbf{r})d^2r = \int_{AP} W(\xi, \xi)d^2\xi$ , y  $\delta(\xi_1 - \xi_2)$  es el delta de Dirac [28]. Note que el valor de  $C$  puede ser calibrado por las restricciones del modelo y/o condiciones del experimento. Por otra parte  $\int_{OP} \exp[-i\frac{k}{z}(\xi_1 - \xi_2) \cdot \mathbf{r}]d^2r = (\lambda z)^2\delta(\xi_1 - \xi_2)$  asumiendo que el área de  $OP$  es lo suficientemente grande, es decir, la distancia entre  $OP$  y  $AP$  debe ser la suficientemente grande para que  $\xi_1$  y  $\xi_2$  se vean muy cercanos. Así la ecuación 2.1 toma la forma

$$\begin{aligned} W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \exp\left[i\frac{k}{2z}(|\mathbf{r}_1|^2 - |\mathbf{r}_2|^2)\right] \\ &\times \left\{ C \int_{AP} S(\xi)|t(\xi)|^2 \exp\left[-i\frac{k}{z}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \cdot \xi\right] d^2\xi + \iint_{AP, \xi_1 \neq \xi_2} W(\xi_1, \xi_2) \right. \\ &\times \left. \exp\left[i\frac{k}{2z}(|\xi_1|^2 - |\xi_2|^2)\right] \exp\left[-i\frac{k}{z}(\xi_1 \cdot \mathbf{r}_1 - \xi_2 \cdot \mathbf{r}_2)\right] d^2\xi_1 d^2\xi_2 \right\}. \end{aligned} \quad (2.2)$$

En esta forma la densidad espectral cruzada del campo óptico en  $OP$  es expresada  $W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = W_{ind}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + W_{pairs}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  con

$$\begin{aligned} W_{ind}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \exp\left[i\frac{k}{2z}(|\mathbf{r}_1|^2 - |\mathbf{r}_2|^2)\right] \\ &\times C \int_{AP} S(\xi)|t(\xi)|^2 \exp\left[-i\frac{k}{z}(\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2) \cdot \xi\right] d^2\xi, \end{aligned} \quad (2.3)$$

la contribución que proviene de los radiadores individuales que se encuentran en  $AP$ , donde  $W(\xi, \xi) = S(\xi)|t(\xi)|^2$  es el espectro de potencia [27] que emerge de este plano y

$$\begin{aligned}
W_{pairs}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) &= \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \exp\left[i\frac{k}{2z}(|\mathbf{r}_1|^2 - |\mathbf{r}_2|^2)\right] \iint_{AP, \xi_1 \neq \xi_2} W(\xi_1, \xi_2) \quad (2.4) \\
&\times \exp\left[i\frac{k}{2z}(|\xi_1|^2 - |\xi_2|^2)\right] \exp\left[-i\frac{k}{z}(\xi_1 \cdot \mathbf{r}_1 - \xi_2 \cdot \mathbf{r}_2)\right] d^2\xi_1 d^2\xi_2
\end{aligned}$$

la contribución que proviene de las parejas de radiadores que se encuentra en  $AP$ , la cual es independiente de los radiadores individuales. Las ecuaciones 2.3 y 2.4 indican que  $W_{ind}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  es independiente del estado de coherencia espacial del campo en  $AP$  mientras  $W_{pairs}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  depende explícitamente de éste. En efecto,  $W_{ind}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  tiene el mismo espectro de potencia que en  $AP$  para un campo en condiciones de coherencia total o coherencia parcial. Pero, esta condición no se cumple para  $W_{pairs}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  para todas las parejas de puntos  $(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  en  $OP$  en el caso de tener coherencia parcial o total. En este caso, la densidad espectral cruzada en  $OP$  es obtenida por la ecuación 2.3, expresión llamada teorema de Van Cittert-Zernike [26, 27]. Este teorema predice que un campo completamente incoherente en  $AP$  gana coherencia a lo largo de su propagación.

Ahora bien, de la ecuación 2.2 se sigue que el espectro de potencia registrado por un detector ubicado en  $OP$ . Está dado por

$$\begin{aligned}
S(\mathbf{r}) &= W(\mathbf{r}, \mathbf{r}) \quad (2.5) \\
&= \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 C \int_{AP} S(\xi) |t(\xi)|^2 d^2\xi + \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \iint_{AP, \xi_1 \neq \xi_2} W(\xi_1, \xi_2) \\
&\times \exp\left[i\frac{k}{2z}(|\xi_1|^2 - |\xi_2|^2)\right] \exp\left[-i\frac{k}{z}(\xi_1 - \xi_2) \cdot \mathbf{r}\right] d^2\xi_1 d^2\xi_2
\end{aligned}$$

es decir  $S(\mathbf{r}) = S_{ind} + S_{pairs}(\mathbf{r})$  con

$$S_{ind} = W_{ind}(\mathbf{r}, \mathbf{r}) = \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 C \int_{AP} S(\xi) |t(\xi)|^2 d^2\xi, \quad (2.6)$$

la contribución que proviene de los radiadores individuales en  $AP$ , y

$$\begin{aligned}
S_{pairs}(\mathbf{r}) = W_{pairs}(\mathbf{r}, \mathbf{r}) &= \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \iint_{AP, \xi_1 \neq \xi_2} W(\xi_1, \xi_2) \\
&\times \exp\left[i\frac{k}{2z}(|\xi_1|^2 - |\xi_2|^2)\right] \exp\left[-i\frac{k}{z}(\xi_1 - \xi_2) \cdot \mathbf{r}\right] d^2\xi_1 d^2\xi_2,
\end{aligned} \tag{2.7}$$

la contribución proveniente de las parejas de radiadores en ese plano. Las ecuaciones 2.6 y 2.7 muestran que **i)**  $S_{ind}$  determina la energía radiante emitida en  $AP$ , independiente del estado de coherencia espacial del campo. Esta es una cantidad positiva que se distribuye uniformemente sobre  $OP$ ; y **ii)**  $S_{pairs}(\mathbf{r})$  explícitamente depende del estado de coherencia espacial del campo en  $AP$  y puede tomar valores positivos y negativos que no se distribuyen uniformemente sobre  $OP$ . Por esta razón  $S_{pairs}(\mathbf{r})$  no puede ser considerada como energía radiante.

No obstante, las ecuaciones 2.6 y 2.7 constituyen una descripción correcta de la distribución de la energía obtenida al aplicar el principio de interferencia [26], en la cual  $S_{pairs}(\mathbf{r})$  redistribuye  $S_{ind}$  en  $OP$ . El espectro de potencia en  $AP$  se reduce a  $S(\mathbf{r}) = S_{ind}(\mathbf{r})$  si el campo es espacialmente incoherente. Pero para coherencia parcial (o total) en  $AP$ ,  $S(\mathbf{r}) = S_{ind} + S_{pairs}(\mathbf{r}) \geq 0$ , dado que  $S_{pairs}(\mathbf{r})$  se comporta como una función moduladora que toma valores que cumplen la condición  $S_{ind} \geq |S_{pairs}(\mathbf{r})|$ , y de esta manera  $0 \leq S(\mathbf{r}) \leq 2S_{ind}$ .

Es importante aclarar que la independencia entre cada una de las contribuciones es confirmada por la conservación de la energía del campo, esto es  $\int_{OP} S(\mathbf{r})d^2r = \int_{AP} S(\xi)d^2\xi$ . De acuerdo a lo analizado anteriormente tenemos como consecuencia que

$$\int_{OP} S_{pairs}(\mathbf{r})d^2r = 0. \tag{2.8}$$

Así, sólo los radiadores individuales en  $AP$  contribuyen a la energía total detectada en  $OP$ , esto es  $S_{pairs}(\mathbf{r})$  no puede cambiar la energía total radiada que fluye de  $AP$  a  $OP$  ni puede ser individualmente detectado en  $OP$ . En este sentido,  $S_{pairs}(\mathbf{r})$  debe ser entendido como una componente virtual del espectro de potencia que se manifiesta en la modulación de interferencia de la componente radiante del espectro de potencia en  $OP$ .

Sintetizando, hemos mostrado que los significados fenomenológicos de los términos  $W_{ind}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  y  $W_{pairs}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_1)$  de la densidad espectral cruzada en  $OP$  son independientes, y lo mismo ocurre con los términos  $S_{ind}(\mathbf{r})$  y  $S_{pairs}(\mathbf{r})$  del espectro de potencia en  $OP$ . Esto significa que **i)** cada contribución puede ser separadamente determinada para luego obtener por adición tanto  $W(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  como  $S(\mathbf{r})$ , y **ii)** hay completa libertad en organizar las parejas de radiadores con el fin de mejorar el cálculo y análisis de  $W_{pairs}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  y  $S_{pairs}(\mathbf{r})$ .

## 2.3. Soporte Estructurado

Como se menciona en el inicio del capítulo, el *coherence patch* [26] denota la región de puntos  $\xi_2$  alrededor del radiador ubicado en cualquier posición  $\xi_1$  en  $AP$  que contiene los radiadores cuya correlación con el radiador central cumple la condición  $|\mu(\xi_1, \xi_2)| \geq 0.8$ . El *soporte de coherencia* [26, 28] es la región que incluye el patch y se extiende hasta la distancia máxima  $|\xi_1 - \xi_2|_{MAX}$  que asegura la condición de que  $|\mu(\xi_1, \xi_2)|$  sea insignificante para cualquier distancia  $|\xi_1 - \xi_2| > |\xi_1 - \xi_2|_{MAX}$ . Esto significa que los radiadores contenidos en el soporte de coherencia están correlacionados en alguna medida con el radiador central.

Cabe señalar que, si bien las regiones de integración en las ecuaciones 2.4 y 2.7 son matemáticamente delimitadas por la forma de la abertura en  $AP$ , ellas corren efectivamente sobre la más pequeña entre la apertura y la región de coherencia escogida. Por lo tanto, si el *coherence patch* es usado para los cálculos, la región de integración es determinada por la forma del *patch* excepto si el  $AP$  es iluminado con luz totalmente coherente. En este caso, la forma de la abertura determina la región de integración. El uso del *soporte de coherencia* ofrece una descripción más completa del comportamiento del campo óptico en cualquier estado de coherencia espacial, en el sentido que la región de integración será determinada por la forma del *soporte de coherencia*, cuyo tamaño es mayor que el del patch si la apertura está iluminada con luz parcialmente coherente.

Las clases de parejas de radiadores [30] se refieren al conjunto de parejas con el mismo vector de separación  $\xi_1 - \xi_2 \neq 0$  sobre todo  $AP$ . Cualquier pareja de radiadores que pertenezca a una clase específica contribuirá con  $(\frac{1}{\lambda z})^2 W(\xi_1, \xi_2) \exp[i\frac{k}{2z}(|\mathbf{r}_1|^2 - |\mathbf{r}_2|^2)] \exp[i\frac{k}{2z}(|\xi_1|^2 - |\xi_2|^2)] \exp[-i\frac{k}{z}(\xi_1 \cdot \mathbf{r}_1 - \xi_1 \cdot \mathbf{r}_1)]$  para  $W_{pairs}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  y con  $(\frac{1}{\lambda z})^2 W(\xi_1, \xi_2) \exp[i\frac{k}{2z}(|\xi_1|^2 -$

$|\xi_2|^2] \exp \left[ -i \frac{k}{z} (\xi_1 - \xi_2) \cdot \mathbf{r} \right]$  para  $S_{pairs}(\mathbf{r})$ .

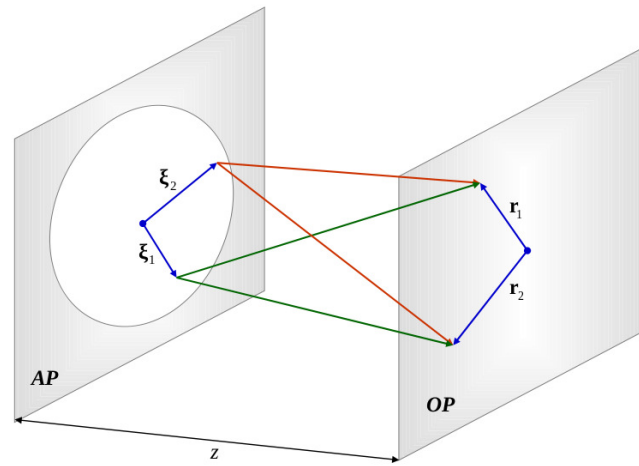
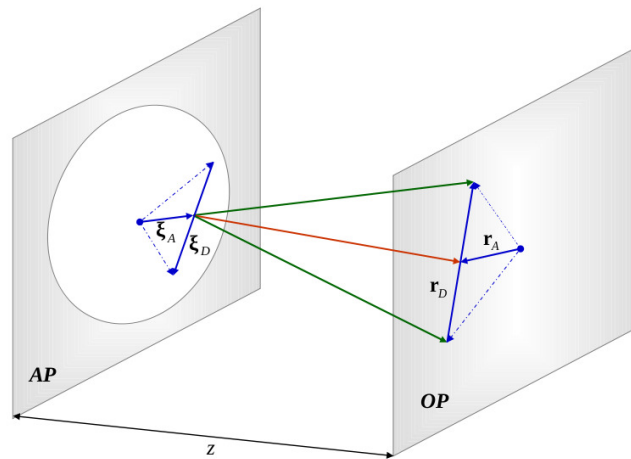
Aunque los anteriores conceptos pueden llevar a cálculos precisos, los algoritmos basados en ellos por lo general consumen largos tiempos de procesamiento. Además, los patches y soportes o clases no son accesibles de manera individual, lo que restringe la posible manipulación del estado de coherencia espacial del campo sobre una región específica en  $AP$ . Estos aspectos contribuyen las limitaciones más significativas de tales conceptos para su aplicación en el desarrollo del modelamiento (cálculos numéricos y simulaciones) de sistemas reales bajo iluminación con campos ópticos en estados de coherencia espacial arbitrarios.

Con el fin de superarlas, se propone una novedosa y diferente región, llamada *soporte estructurado de coherencia espacial* [35] que permite **i)** una descripción geométrica precisa del estado de coherencia espacial del campo en  $AP$  y **ii)** una descripción al estilo de rayos definidos en la representación de espacio-fase [36], de la propagación de  $AP$  a  $OP$  tanto del estado de coherencia espacial como de la potencia del campo. La propuesta se constituye a partir de la siguiente estrategia:

- La introducción de coordenadas centro y diferencia  $(\xi_A, \xi_D)$  en  $AP$  y  $(\mathbf{r}_A, \mathbf{r}_D)$  en  $OP$ , que permiten especificar unívocamente cualquier pareja de puntos en dichos planos. Las coordenadas  $(\xi_1, \xi_2)$  y  $(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2)$  se relacionan a través de las siguientes transformadas (Fig. 2.1):  $\xi_1 = \xi_A + \xi_D/2$ ,  $\xi_2 = \xi_A - \xi_D/2$ ,  $\mathbf{r}_1 = \mathbf{r}_A + \mathbf{r}_D/2$ ,  $\mathbf{r}_2 = \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_D/2$ , cuyos Jacobianos son iguales a uno respectivamente. Por lo tanto,  $d^2\xi_1 d^2\xi_2 = d^2\xi_A d^2\xi_D$ . De acuerdo con las ecuaciones 2.2 y 2.5, tenemos

$$\begin{aligned}
 W(\mathbf{r}_A + \mathbf{r}_D/2, \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_D/2) &= \left( \frac{1}{\lambda z} \right)^2 \exp \left( i \frac{k}{z} \mathbf{r}_A \cdot \mathbf{r}_D \right) \left\{ C \int_{AP} S(\xi_A) \right. \\
 &\times |\mathfrak{t}(\xi_A)|^2 \exp \left( -i \frac{k}{z} \xi_A \cdot \mathbf{r}_D \right) d^2\xi_A + \iint_{AP, \xi_D \neq 0} W(\xi_A + \xi_D/2, \xi_A - \xi_D/2) \\
 &\times \exp \left( i \frac{k}{z} \xi_A \cdot \xi_D \right) \exp \left[ -i \frac{k}{z} (\xi_A \cdot \mathbf{r}_D + \xi_D \cdot \mathbf{r}_A) \right] d^2\xi_A d^2\xi_D \left. \right\}
 \end{aligned} \quad (2.9)$$

y

**a****b**

**Figura 2.1:** **a)** Coordenadas  $(\xi_1, \xi_2)$  y  $(r_1, r_2)$  y **b)** coordenadas  $(\xi_A, \xi_D)$  y  $(r_A, r_D)$  en AP y en OP respectivamente.

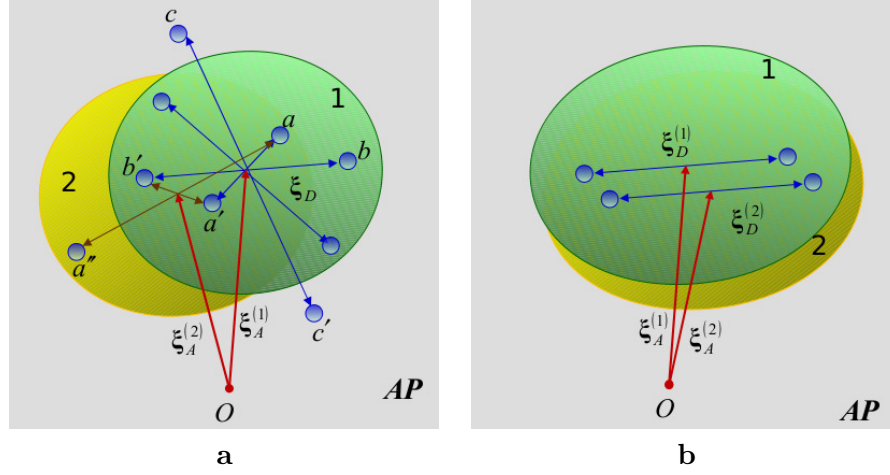


$$\begin{aligned}
S(\mathbf{r}_A) &= \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 C \int_{AP} S(\boldsymbol{\xi}_A) |t(\boldsymbol{\xi}_A)|^2 d^2 \xi_A \\
&+ \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \iint_{AP, \boldsymbol{\xi}_D \neq 0} W(\boldsymbol{\xi}_A + \boldsymbol{\xi}_D/2, \boldsymbol{\xi}_A - \boldsymbol{\xi}_D/2) \exp\left(i\frac{k}{z} \boldsymbol{\xi}_A \cdot \boldsymbol{\xi}_D\right) \\
&\times \exp\left(-i\frac{k}{z} \boldsymbol{\xi}_D \cdot \mathbf{r}_A\right) d^2 \xi_A d^2 \xi_D,
\end{aligned} \tag{2.10}$$

respectivamente.

- La configuración del soporte estructurado de coherencia espacial del campo en  $AP$  como una región centrada en cada punto  $\boldsymbol{\xi}_A$ , que encierra un conjunto de parejas de radiadores, cada una de las cuales es simétrica con respecto al centro del soporte  $\boldsymbol{\xi}_A$ . Las parejas de radiadores que no cumplen con esta condición no pertenece a este soporte incluso si ellas están contenidas en él. Tales parejas pertenecen, de hecho, al soporte estructurado centrado en el punto medio entre sus radiadores, como conceptualmente se esquematiza en la Fig. 2.2a. Debido a la misma razón cada soporte estructurado contiene sólo una pareja de radiadores con un vector de separación específico, es decir un único miembro de cada clase de parejas de radiadores [30], como es esquematizado en la Fig.2.2b. En consecuencia todos los soportes estructurados que llenan  $AP$  son ópticamente disjuntos a pesar de sus geometrías superpuestas.
- Solo las contribuciones en interferencia de las parejas de radiadores que pertenecen al soporte centrado en  $\boldsymbol{\xi}_A$  son referenciadas a esta coordenada. La intensidad de estas contribuciones depende de la correlación de las parejas de radiadores en las posiciones  $(\boldsymbol{\xi}_A \pm \boldsymbol{\xi}_D/2)$ , la cual está determinada por el valor del grado complejo de coherencia espacial  $|\mu(\boldsymbol{\xi}_A + \boldsymbol{\xi}_D/2, \boldsymbol{\xi}_A - \boldsymbol{\xi}_D/2)|$  centrado en  $\boldsymbol{\xi}_A$ . Esto significa que el soporte del grado complejo de coherencia espacial determina la región de correlación asociada al soporte estructurado centrado en cada punto  $\boldsymbol{\xi}_A$  en  $AP$ . En este sentido las parejas de radiadores que pertenecen a un soporte específico y tienen separación más grande que el tamaño de correlación no contribuyen a la interferencia (Fig.2.2a).

En consecuencia, se tiene acceso individual a cada soporte estructurado simplemente especificando la posición de su respectivo centro  $\boldsymbol{\xi}_A$ . Además, se



**Figura 2.2:** Soporte estructurado de coherencia espacial del campo en  $AP$ . Los soportes son ópticamente disjuntos, independientemente de la distancia entre sus centros y aunque compartan algunos puntos. La doble flecha del vector de separación denota los dos grados de libertad en su orientación. **a)** Las parejas de radiadores  $(a, a')$  y  $(b, b')$  pertenecen al soporte estructurado 1. La pareja de radiadores  $(a', b')$  pertenece al soporte estructurado 2, a pesar de estar completamente contenido en el soporte estructurado 1. La pareja de radiadores  $(a, a'')$  también pertenece al soporte estructurado 2; esto significa que los soportes estructurados 1 y 2 comparten el radiador  $a$ . Aunque la pareja de radiadores  $(c, c')$  geoméricamente pertenezca al soporte estructurado 1, estos no contribuyen a la interferencia debido a que su separación es más grande que el tamaño de la región de correlación, esto quiere decir que ellos no están correlacionados. **b)** Las parejas de radiadores con vector de separación  $\xi_D^{(1)}$  y  $\xi_D^{(2)}$  pertenecen a la misma clase pero a diferentes soportes estructurados de coherencia espacial.

tiene también acceso tanto a las contribuciones de los radiadores individuales ubicados en el centro como a las contribuciones de interferencia que provienen de todas las parejas de radiadores que pertenecen al soporte ubicado en  $\xi_A$ . Por lo tanto, las ecuaciones 2.9 y 2.10 especifican las contribuciones que provienen de cualquier estructura de coherencia espacial en  $AP$ , para determinar tanto la densidad espectral cruzada como el espectro de potencia en  $OP$ . En efecto, las contribuciones del soporte estructurado centrado en  $\xi_A$  en  $AP$  sobre la región de los puntos con vectores de separación  $\mathbf{r}_D$ , centrada en cada  $\mathbf{r}_A$  de  $OP$  están definidas por

$$\begin{aligned}
\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A) &= \mathbf{S}_{ind}(\boldsymbol{\xi}_A) + \mathbf{S}_{pairs}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A) \\
&= CS(\boldsymbol{\xi}_A)|t(\boldsymbol{\xi}_A)|^2 + \int_{AP, \boldsymbol{\xi}_D \neq 0} W(\boldsymbol{\xi}_A + \boldsymbol{\xi}_D/2, \boldsymbol{\xi}_A - \boldsymbol{\xi}_D/2) \\
&\quad \times \exp\left(i\frac{k}{z}\boldsymbol{\xi}_A \cdot \boldsymbol{\xi}_D\right) \exp\left(-i\frac{k}{z}\boldsymbol{\xi}_D \cdot \mathbf{r}_A\right) d^2\xi_D
\end{aligned} \tag{2.11}$$

para el espectro de potencia, y las onditas de coherencia espacial [35]

$$\mathbf{W}(\mathbf{r}_A + \mathbf{r}_D/2, \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_D/2; \boldsymbol{\xi}_A) = \mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A) \exp\left(-i\frac{k}{z}\boldsymbol{\xi}_A \cdot \mathbf{r}_D\right) \tag{2.12}$$

para la densidad espectral cruzada en  $OP$ . El primer término de la ecuación 2.11 es el espectro de potencia emitido por los radiadores individuales ubicados en el centro del soporte estructurado, mientras que el segundo es la contribución de interferencia que proviene de todas las parejas de radiadores que pertenecen a dicho soporte estructurado. Cabe señalar que el radiador ubicado en el centro del soporte no contribuye a la interferencia, lo cual constituye una clara diferencia entre el soporte estructurado de coherencia espacial con el patch y soporte de coherencia convencional. Los dos términos de la ecuación 2.11 son ópticamente disjuntos y pueden ser tratados separadamente debido a que el primero tiene el significado de energía radiante el cual es positivo y puede ser registrado por un detector en  $OP$ , mientras el segundo es energía moduladora que puede tomar valores positivos o negativos y no puede ser registrado directamente por un detector, pero cuya existencia se manifiesta en la redistribución que realiza de la componente radiante del espectro de potencia en  $OP$ , cabe señalar que a nivel experimental no es posible la detección individual de cada energía si no la detección conjunta de ellas.

Por otra parte, la densidad espectral cruzada y el espectro de potencia del campo óptico en  $OP$  se obtienen por simple adición de los espectros de potencia marginal y de las onditas de coherencia espacial, respectivamente, aportadas por todos los soportes que llenan a  $AP$ , es decir

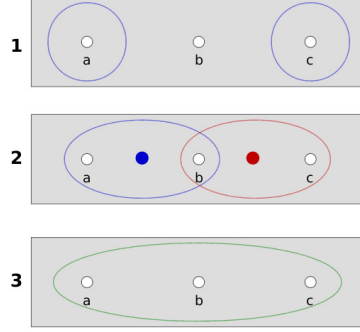
$$\begin{aligned}
& W(\mathbf{r}_A + \mathbf{r}_D/2, \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_D/2) \tag{2.13} \\
&= \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \exp\left(i\frac{k}{z}\mathbf{r}_A \cdot \mathbf{r}_D\right) \int_{AP} \mathbf{W}(\mathbf{r}_A + \mathbf{r}_D/2, \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_D/2; \boldsymbol{\xi}_A) d^2\xi_A \\
&= \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \exp\left(i\frac{k}{z}\mathbf{r}_A \cdot \mathbf{r}_D\right) \int_{AP} \mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A) \exp\left(-i\frac{k}{z}\boldsymbol{\xi}_A \cdot \mathbf{r}_D\right) d^2\xi_A
\end{aligned}$$

y

$$S(\mathbf{r}_A) = \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \int_{AP} \mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A) d^2\xi_A \geq 0, \tag{2.14}$$

respectivamente. Si bien la formulación anterior es compatible con la formulación teórica de segundo orden de la coherencia espacial [27], ésta es un poco diferente a las estrategias de cálculo basadas en las ecuaciones 2.2 y 2.5. En efecto el uso de las ecuaciones 2.11 y 2.12 presupone el acceso individualizado a los soportes estructurados de coherencia espacial, una característica que no presenta la formulación convencional basada en el patch o el soporte de coherencia. Tal característica, junto con la posibilidad de un tratamiento separado de la contribución que proviene de los radiadores centrados en el soporte y las contribuciones de interferencia que provienen de las parejas de radiadores, no sólo simplifica los cálculos sino que permite desarrollar algoritmos más eficientes y manipular el estado de coherencia espacial del campo en regiones específicas, lo cual incrementa la versatilidad y eficiencia del modelamiento en aplicaciones prácticas.

Es oportuno mencionar dos características adicionales del soporte estructurado de coherencia espacial. La primera es otra diferencia de éste con el patch y el convencional soporte de coherencia: hay tres tipos de soportes estructurados que deben ser tenidos en cuenta en cualquier situación óptica [24, 35]. Por simplicidad pero sin pérdida de generalidad, consideremos una máscara opaca con tres agujeros colineales, idénticos y arbitrariamente pequeños en  $AP$ , como se esquematiza en la Fig.2.3: **i)** los soportes de primer tipo están centrados en los agujeros extremos **a** y **c**. Dichos soportes estructurados no pueden tener parejas de radiadores debido a la restricción en la simetría de las parejas que pertenecen al soporte estructurado, así  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A) = \mathbf{S}_{ind}(\boldsymbol{\xi}_A)$  en este caso. En otras palabras, tales soportes sólo contribuyen con energía



**Figura 2.3:** Ilustración de los tres tipos de soportes estructurados de coherencia espacial, detallados en el texto.

radiante aportada por los radiadores de los agujeros extremos. **ii)** Los soportes de segundo tipo están centrados en los puntos medios entre radiadores consecutivos. El soporte estructurado no incluye radiador individual en su centro, pero provee energía moduladora debido a la contribución en interferencia obtenida por la pareja encerrada, formada por los radiadores consecutivos  $(\mathbf{a}, \mathbf{b})$  y  $(\mathbf{b}, \mathbf{c})$ , es decir  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A) = \mathbf{S}_{pairs}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A)$ . El clásico experimento de Young con agujeros requiere soportes estructurados de coherencia espacial de estos dos tipos [24]. **iii)** El soporte estructurado de tercer tipo está centrado en el agujero central de la máscara. Esto incluye el radiador individual en ese agujero y la pareja formada por los radiadores extremos, es decir  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A) = \mathbf{S}_{ind}(\boldsymbol{\xi}_A) + \mathbf{S}_{pairs}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A)$ , este soporte estructurado contribuye tanto con energía radiante que proviene del radiador  $\mathbf{b}$  y la energía moduladora que proviene de la pareja de radiadores  $(\mathbf{a}, \mathbf{c})$ .

La segunda propiedad es la distorsión del soporte estructurado de coherencia espacial por el borde de la apertura [28]. En aras de la simplicidad y sin pérdida de generalidad permitámonos utilizar una apertura circular de radio  $a$  y un soporte estructurado de coherencia espacial de radio  $R_D$ . Bajo iluminación espacial incoherente,  $R_D \ll a$ . Entonces  $\mathbf{S}_{pairs}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A)$  es despreciable y  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}_A) = \mathbf{S}_{ind}(\boldsymbol{\xi}_A)$  para toda la apertura. Esto significa que no hay efectos apreciables del borde de la apertura sobre el espectro de potencia marginal del campo. Pero bajo iluminación parcialmente coherente,  $R_D$  es finito y  $R_D < a$ . En consecuencia la apertura se divide en dos regiones, una interior determinada por la condición  $0 < |\boldsymbol{\xi}_A| < a - R_D$ , dentro de la cual

los soportes estructurados no son distorsionados por el borde de la apertura, de modo que  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A) = \mathbf{S}_{ind}(\boldsymbol{\xi}_A) + \mathbf{S}_{pairs}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A)$ ; y una región en forma de corona determinada por la condición  $a - R_D < |\boldsymbol{\xi}_A| < a$ , donde la geometría del soporte estructurado es distorsionada y su tamaño es reducido a medida que nos acercamos al borde de la apertura, hasta el punto de que llega a ser insignificante justo en dicho borde, como se reporta en detalle en [28], esto es  $\mathbf{S}_{pairs}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A) \rightarrow 0$  y  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}, \mathbf{r}_A) \rightarrow \mathbf{S}_{ind}(\boldsymbol{\xi}_A)$  cuando  $|\boldsymbol{\xi}_A| \rightarrow a$ . En otras palabras el borde de la apertura esencialmente afecta los cálculos de  $\mathbf{S}_{pairs}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A)$  en la región en forma de corona.

Cabe señalar que la distorsión y la reducción en el tamaño del soporte estructurado de coherencia espacial en esta región reduce el número de contribuciones de las parejas del soporte pero incrementa su coherencia espacial, porque la sección transversal del grado complejo de coherencia espacial que cubre el soporte estructurado se vuelve más pequeña y concentrada al rededor del punto central. Por lo tanto, cuanto más alta es la coherencia espacial de la iluminación más grande es la región en forma de corona, en tal forma que ésta llega a ser igual a la apertura iluminada cuando la iluminación es totalmente coherente. En este caso, el máximo soporte estructurado de coherencia espacial está centrado en el centro de la apertura y delimitado por el borde de la apertura; el resto de los soportes serán versiones distorsionadas de éste por el borde de la apertura.

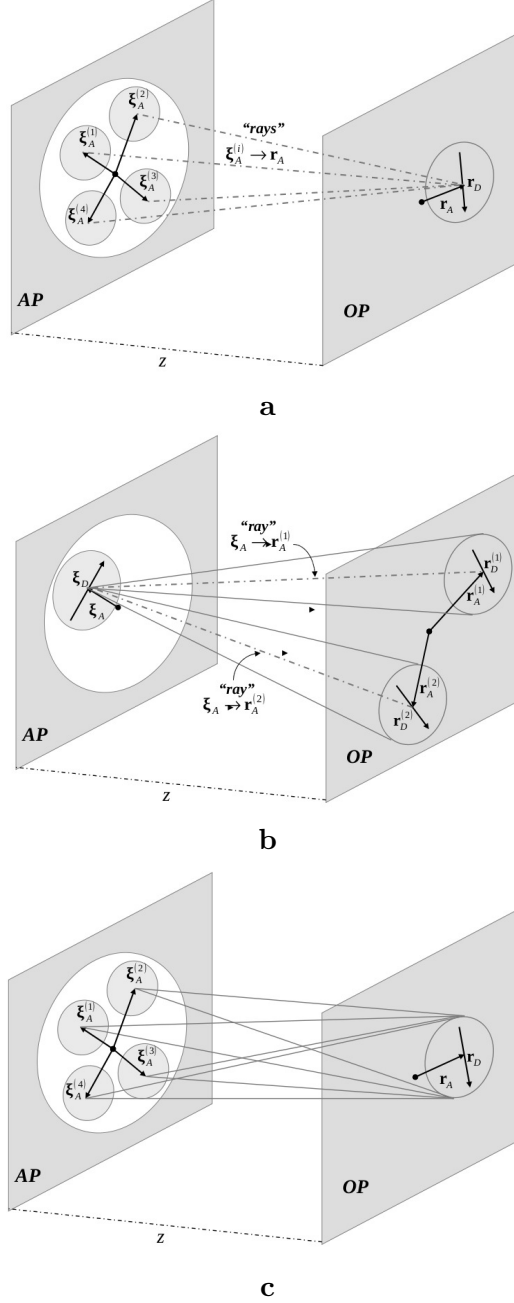
### 2.3.1. Fuentes puntuales y rayos en el espacio-fase

El espectro de potencia marginal  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A) = \mathbf{S}_{ind}(\boldsymbol{\xi}_A) + \mathbf{S}_{pairs}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A)$  es una función de distribución de Wigner [28, 36, 37] que posee unidades de energía. Éste provee la representación de espacio-fase del campo en cualquier estado de coherencia espacial. Así la gráfica de  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A)$  se convierte en el diagrama de espacio-fase del campo. Es importante notar que el espectro de potencia marginal sólo depende explícitamente del centro del soporte estructurado de coherencia espacial correspondiente, en  $AP$ , y de posiciones específicas en  $OP$ . Esto permite modelar cada valor del espectro de potencia marginal como la energía (radiante o moduladora) que se propaga a lo largo de una trayectoria específica  $\boldsymbol{\xi}_A \rightarrow \mathbf{r}_A$ . Este modelamiento es compatible con la definición de rayo en el espacio-fase [36] aunque difiere significativamente de dicha noción en el contexto de la teoría de la Eikonal o de las funciones características de Hamilton [26], el cual es el contexto propio de la óptica geométrica. De este modo, el gráfico del espectro de potencia marginal (ver secciones posteriores) puede interpretarse como un diagrama o mapa de ra-

yos en la representación de espacio-fase del campo porque los rayos asociados al espectro de potencia marginal son en realidad entidades radiométricas capaces de describir fenómenos de interferencia y difracción [24, 28, 35]. Un paso adicional en esta dirección de modelamiento conduce a la noción de fuente puntual emisora de tales rayos, ubicada en la posición  $\boldsymbol{\xi}_A$  de  $AP$ . Así, los términos componentes del espectro de potencia marginal justifican la adopción de dos tipos de fuentes puntuales, ubicadas en tal posición, a saber: una fuente puntual radiante, cuyos rayos, que llamamos rayos portadores, propagan la energía radiante del campo; y una fuente puntual virtual, cuyos rayos, llamados moduladores, propagan la energía moduladora aportada por todas las parejas de radiadores pertenecientes al correspondiente soporte estructurado de coherencia espacial. En consecuencia, la fuente puntual radiante estará asociada al término  $\mathbf{S}_{ind}(\boldsymbol{\xi}_A)$  del espectro de potencia marginal, mientras que la fuente puntual virtual estará asociada al término  $\mathbf{S}_{pairs}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A)$ . A su vez, teniendo en cuenta que la energía moduladora toma valores positivos y negativos que se propagan a lo largo de trayectorias  $\boldsymbol{\xi}_A \rightarrow \mathbf{r}_A$  específicas y diferentes, los rayos moduladores son denominados adicionalmente con los apelativos  $0$  (aquellos que propagan energía moduladora positiva) y  $\pi$  (los que propagan energía moduladora negativa). Así, los soportes estructurados de tipo 1 son modelados en términos de sólo fuentes puntuales radiantes, ubicadas en el punto central, mientras los soportes de tipo 2 son modelados en términos de sólo fuentes puntuales virtuales ubicadas también en sus centros. Una fuente puntual radiante y una virtual coinciden en el punto central del soporte estructurado de tipo 3, dando lugar a una fuente puntual dual.

Debido a la naturaleza independiente de las energías asociadas a  $\mathbf{S}_{ind}(\boldsymbol{\xi}_A)$  y  $\mathbf{S}_{pairs}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A)$ , las fuentes puntuales radiantes y virtuales pueden ser dispuestas sobre dos capas separadas en el espacio que sin embargo, pueden reunirse en  $AP$ . La *capa radiante* contiene la distribución de fuentes puntuales radiantes en  $AP$ , y por tanto es responsable de la emisión de la energía radiante del campo, a lo largo de los rayos portadores, con independencia de su estado de coherencia espacial; mientras que la *capa virtual* reúne las fuentes puntuales virtuales y es responsable de la emisión de la energía moduladora, la cual está estrechamente relacionada con el estado de coherencia espacial del campo.

Cabe señalar que, como el soporte estructurado de coherencia espacial de tipo 2 es requerido para cualquier campo con coherencia espacial parcial o total, el conjunto de fuentes puntuales radiantes debe ser discreto: el punto



**Figura 2.4:** **a)** Rayos  $\mathbf{S}(\xi_A, \mathbf{r}_A)$  emitidos por diferentes soportes estructurados de coherencia espacial en AP hacia el centro de la misma región de correlación en OP. Ondita de coherencia espacial  $\mathbf{W}(\mathbf{r}_A + \mathbf{r}_D/2, \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_D/2; \xi_A)$ : **b)** emitida por un soporte específico de coherencia en AP hacia diferentes regiones de correlación en OP y **c)** por diferentes soportes de coherencia en AP hacia el centro de la misma región de correlación en OP, donde su superposición produce el moiré de coherencia espacial.



medio entre fuentes puntuales radiantes consecutivas debe permanecer vacío (sin fuente puntual radiante) para ubicar en él la fuente virtual pura que será encendida si hay correlación entre tales fuentes puntuales radiantes. En contraste, el conjunto de fuentes puntuales virtuales será continuo si el conjunto de fuentes radiantes tiene máxima densidad y al menos cada radiador esté correlacionado con sus primeros y segundos vecinos.

Además la ondita de coherencia espacial  $\mathbf{W}(\mathbf{r}_A + \mathbf{r}_D/2, \mathbf{r}_A - \mathbf{r}_D/2; \boldsymbol{\xi}_A)$  definida en la ecuación 2.12 exhibe la forma de un frente de onda compuesto por rayos a lo largo de trayectorias  $\boldsymbol{\xi}_A \rightarrow \mathbf{r}_A$  dados por  $\mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A)$  y un propagador espacial  $\exp(-i\frac{k}{z}\boldsymbol{\xi}_A \cdot \mathbf{r}_D)$ , que va de cada centro del soporte estructurado  $\boldsymbol{\xi}_A$  en  $AP$  sobre cualquier región  $\mathbf{r}_A \pm \mathbf{r}_D/2$  en  $OP$  (Fig.2.4b). La superposición de esos frentes de onda en  $OP$  constituyen también el denominado moiré de coherencia espacial [29] que produce la densidad espectral cruzada del campo allí (Fig.2.4c).

En resumen, el soporte estructurado de coherencia espacial permite modelar campos ópticos en cualquier estado de coherencia espacial en términos de conjuntos de fuentes puntuales radiantes y virtuales distribuidas en capas separadas en el espacio, y en conjuntos de rayos que propagan energía emitida por las fuentes de cada capa sobre  $OP$ . Específicamente, el conjunto de rayos portadores fluyen desde la capa radiante en  $AP$ , propagando energía radiante del campo, mientras el conjunto de rayos moduladores  $0 - \pi$  fluyen desde la capa virtual en  $AP$ , propagando energía moduladora (positiva y negativa) asociada al estado de coherencia espacial del campo. Este modelo permite optimizar los algoritmos de cálculo y simulación de campos y también permite manipular fuentes puntuales específicas de ambas capas, así como el conjunto de rayos que ellas emiten, estrategia significativamente diferente a la que se basa la convencional teoría de segundo orden de coherencia espacial. Es de notar que la adición de rayos en su punto de corte da el valor del espectro de potencia del campo en dicho punto, mientras el espectro de Fourier del conjunto de rayos emitidos por ambas capas de  $AP$  producen la densidad espectral cruzada del campo en cada región de puntos con vectores de separación  $\mathbf{r}_D$ , centrada en  $\mathbf{r}_A$  sobre  $OP$ .

## 2.4. Estructura de doble capa del espacio

La definición del soporte estructurado de coherencia espacial y la independencia óptica de las fuentes puntuales radiantes permite proponer los siguientes postulados:

**Postulado 1:** Hay un nuevo tipo de fuente puntual ubicada en el centro del soporte en la posición  $\xi_A$  que emite energía moduladora (positiva y negativa)  $\mathbf{S}_{pairs}(\xi_A, \mathbf{r}_A)$ , a lo largo de los rayos moduladores  $0 - \pi$ , llamada *fente virtual* debido a que la energía moduladora no es registrable por detectores ubicados en  $OP$ .

Debido a que esta energía no constituye flujo radiante, las fuentes puntuales virtuales no son emisores radiantes como lo son las fuentes puntuales  $\mathbf{S}_{ind}(\xi_A)$ . Por lo tanto,  $\mathbf{S}(\xi_A, \mathbf{r}_A) = \mathbf{S}_{ind}(\xi_A) + \mathbf{S}_{pairs}(\xi_A, \mathbf{r}_A)$  para una posición específica  $\xi_A$  en  $AP$  puede ser considerada como energía emitida por dos fuentes puntuales ópticamente independientes, es decir, una fuente radiante de rayos portadores para el primer término y una fuente virtual de rayos moduladores  $0 - \pi$  para el segundo término. Sin embargo, la coincidencia de las fuentes puntuales radiante y virtual en el mismo plano no es obligatoria. En efecto, los rayos portadores  $\mathbf{S}(\xi_A, \mathbf{r}_A) = \mathbf{S}_{ind}(\xi_A)$  son emitidos solamente por fuentes puntuales radiantes cuando el campo óptico es completamente incoherente o por las fuentes radiantes ubicadas en los bordes de las aberturas; además los rayos moduladores  $0 - \pi$ ,  $\mathbf{S}(\xi_A, \mathbf{r}_A) = \mathbf{S}_{pairs}(\xi_A, \mathbf{r}_A)$  son solamente emitidos por las fuentes puntuales virtuales si el soporte de coherencia estructurado está centrado en el medio de dos fuentes radiantes consecutivas, como en el experimento de Young [24]. En la posición donde las fuentes puntuales radiantes y virtuales coinciden, aparece una fuente puntual dual. En este caso rayos portadores y moduladores  $0 - \pi$  comparten el mismo camino  $\xi_A \rightarrow \mathbf{r}_A$  desde  $AP$  a  $OP$ .

**Postulado 2:** Cada plano en el espacio ordinario, particularmente en  $AP$ , se compone de dos capas ópticamente independientes, una de ellas contiene las fuentes radiantes que proveen energía  $\mathbf{S}_{int}(\xi_A)$  en la forma convencional y la otra contiene las fuentes virtuales que proveen energía moduladora  $\mathbf{S}_{pairs}(\xi_A, \mathbf{r}_A)$ .

A pesar que tales capas se pueden reunir para describir la distribución de potencia y el estado de coherencia espacial del campo de forma unificada, ellas son muy útiles manipuladas por separado. Por ejemplo, la manipulación de la *capa radiante* en  $AP$  permite modelar la distribución de potencia del campo en este plano sin afectar el estado de coherencia espacial allí. Por ejemplo, para diversos campos con diferentes tipos de fuentes puntuales radiantes se pueden representar modelos estadísticos estocásticos que pueden ser implementados para determinar la emisión de las fuentes puntuales ra-

diantes. Cambios en la intensidad de las fuentes virtuales puede ser incluido en estos casos por la fluctuación de las fuentes radiantes puntuales, sin que las fluctuaciones impliquen cambios en el estado de coherencia espacial del campo.

En otras palabras, acceder a las fuentes virtuales individuales de la *capa virtual* permite modular el estado de coherencia espacial del campo [32] sin alterar la distribución de potencia del campo para diferentes propósitos. Por ejemplo, la forma del grado complejo de coherencia espacial (cuyas siglas en inglés CDC) y del soporte estructurado de coherencia, puede ser optimizado en esta capa por la consideración de la distribución estadística para CDC.

Las ecuaciones 2.11 y 2.14 producen  $S(\mathbf{r}_A) = S_{ind} + S_{pairs}(\mathbf{r}_A)$  para el espectro de potencia en  $OP$  con

$$S_{ind} = \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \int_{AP} \mathbf{s}_{ind}(\boldsymbol{\xi}_A) d^2 \xi_A = \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \int_{AP} S(\boldsymbol{\xi}_A) |t(\boldsymbol{\xi}_A)|^2 d^2 \xi_A \geq 0, \quad (2.15)$$

la potencia emitida de manera uniforme por la capa radiante de  $AP$  sobre  $OP$  y

$$\begin{aligned} S_{pairs}(\mathbf{r}_A) &= \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \int_{AP} \mathbf{s}_{pairs}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{A}) d^2 \xi_A & (2.16) \\ &= 2 \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \int_{AP} \int_{AP; \xi_D \neq 0} |\mu(\boldsymbol{\xi}_A + \boldsymbol{\xi}_D/2, \boldsymbol{\xi}_A - \boldsymbol{\xi}_D/2)| \\ &\quad \times \sqrt{S(\boldsymbol{\xi}_A + \boldsymbol{\xi}_D/2)} |t(\boldsymbol{\xi}_A + \boldsymbol{\xi}_D/2)| \sqrt{S(\boldsymbol{\xi}_A - \boldsymbol{\xi}_D/2)} |t(\boldsymbol{\xi}_A - \boldsymbol{\xi}_D/2)| \\ &\quad \times \cos \left( \frac{k}{z} (\boldsymbol{\xi}_D \cdot \mathbf{r}_A - \boldsymbol{\xi}_A \cdot \boldsymbol{\xi}_D) - \alpha(\boldsymbol{\xi}_A + \boldsymbol{\xi}_D/2, \boldsymbol{\xi}_A - \boldsymbol{\xi}_D/2) - \Delta\phi \right), \end{aligned}$$

la potencia moduladora emitida por la capa virtual de  $AP$  sobre cada punto  $\mathbf{r}_A$  en  $OP$ .  $S_{pairs}(\mathbf{r}_A)$  puede tomar valores positivos o negativos cuya distribución sobre  $OP$  sigue la función coseno. Esta energía no tiene significado físico de energía radiante como la tiene  $S_{ind}$ . Sin embargo la adición de  $S_{pairs}(\mathbf{r}_A)$  a  $S_{ind}$  redistribuye la energía total radiante en  $OP$  en forma que  $0 \leq S(\mathbf{r}_A) < S_{ind}$  en los puntos en los cuales  $S_{pairs}(\mathbf{r}_A) < 0$  y  $S_{ind} \leq S(\mathbf{r}_A) \leq 2S_{ind}$  en los otros puntos cuando  $S_{pairs}(\mathbf{r}_A) \geq 0$ . Esta regla de redistribución para el espectro de potencia en  $OP$  es la realización

del principio de interferencia en el espacio-fase. Cabe señalar que la ley de conservación de la energía impone la condición [28, 35].

$$\int_{OP} S(\mathbf{r}_A) d\mathbf{r}_A = \int_{AP} S(\boldsymbol{\xi}_A) |t(\boldsymbol{\xi}_A)|^2 d^2 \xi_A = \left(\frac{1}{\lambda z}\right)^2 \int_{OP} \int_{AP} \mathbf{S}(\boldsymbol{\xi}_A, \mathbf{r}_A) d^2 \xi_A d^2 r_A \quad (2.17)$$

lo cual implica  $C = (\lambda z)^2 / \int_{OP} d^2 r_A$  y

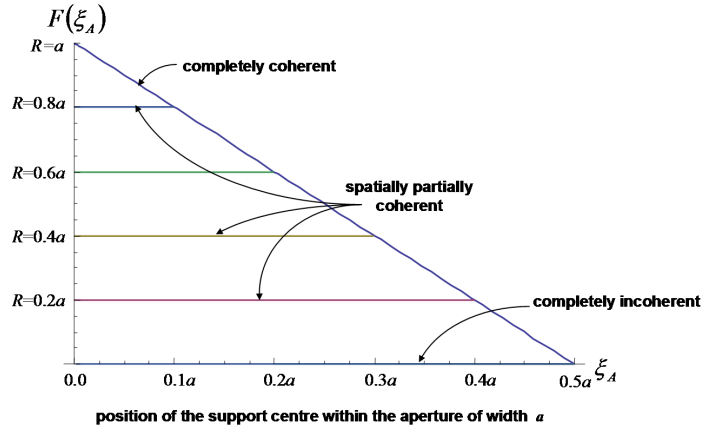
$$\int_{OP} \cos\left(\frac{k}{z} \boldsymbol{\xi}_D \cdot \mathbf{r}_A - \frac{k}{z} \boldsymbol{\xi}_A \cdot \boldsymbol{\xi}_D - \alpha(\boldsymbol{\xi}_A + \boldsymbol{\xi}_D/2, \boldsymbol{\xi}_A - \boldsymbol{\xi}_D/2) - \Delta\phi\right) d^2 r_A = 0 \quad (2.18)$$

De acuerdo a que la potencia moduladora emitida por la capa virtual sobre  $OP$  es igual a cero, lo cual asegura que la energía total radiante del campo en su propagación es invariante y está determinada solo por las contribuciones de la capa radiante. Por lo tanto, si  $S(\mathbf{r}_A) < S_{ind}$  en una cierta cantidad es obtenida en el punto  $\mathbf{r}_A$  entonces  $S(\mathbf{r}_A) > S_{ind}$  en la misma cantidad debe ser obtenida en otro punto sobre  $OP$  determinado por la superposición de la función cosenoidal de la ecuación 2.18. Este resultado confirma la naturaleza moduladora de la energía y la naturaleza virtual de sus fuentes, cuya existencia sólo es revelada por la redistribución radiométrica de la energía en  $OP$ .

### 2.4.1. Distribución de fuentes puntuales en la estructura de doble capa

De acuerdo a la definición del soporte estructurado de coherencia espacial, la posición de cada fuente virtual puntual en la capa virtual corresponde al punto medio entre dos fuentes radiantes (no necesariamente consecutivas) en la capa radiante. El caso más simple es la configuración al estilo Young de dos consecutivas fuentes puntuales radiantes. Dependiendo del estado de coherencia espacial del campo, una fuente puntual virtual es encendida en el punto medio entre ellas [24, 28, 35]. Esto significa que el vector de separación entre consecutivas fuentes puntuales radiantes en la capa radiante debe ser diferente a cero para encender la fuente puntual virtual en la capa virtual que representa el estado de coherencia espacial del campo. En el caso de tres fuentes colineales puntuales radiantes, una fuente puntual virtual puede ser encendida en la posición ocupada por la fuente puntual radiante que se encuentra en el centro de la capa radiante, pero esta fuente puntual virtual es referenciada a la pareja conformada por la primera y la tercera

fuente puntual radiante, cuyo vector de separación es no nulo. Esta regla debe ser alcanzada por cualquier distribución de fuentes puntuales radiantes en esta capa. Esto permite concluir que la distribución de las fuentes puntuales radiantes en la capa radiante debe ser discreta teniendo en cuenta que el estado de coherencia espacial del campo óptico está representado por la distribución de las fuentes puntuales virtuales en su capa.



**Figura 2.5:** Variación del tamaño del soporte estructurado de coherencia dentro de una apertura unidimensional de longitud  $a$ .  $R$  denota el tamaño del máximo soporte.

Para ilustrarlo consideremos la distribución de fuentes puntuales dentro de una apertura unidimensional de ancho  $a$ . El tamaño del soporte estructurado de coherencia espacial dentro de la apertura es obtenida por (Ver Fig.2.5)

$$F(\xi_A) = R \begin{cases} 1, & |\xi_A| \leq \frac{a-R}{2} \\ 1 - \frac{2|\xi_A| - (a-R)}{R}, & \frac{a-R}{2} < |\xi_A| \leq \frac{a}{2} \end{cases}$$

con  $0 \leq R \leq a$  es el máximo tamaño (es decir, el tamaño del CDC) dado que  $R = 0$  para campos espacialmente incoherentes (es decir  $F(\xi_A) = 0$  en este caso) y  $R = a$  para campos espacialmente coherentes (es decir  $F(\xi_A) = a - 2|\xi_A|$  en este caso). La distribución de las fuentes puntuales radiantes y virtuales en sus respectivas capas es descrita en la figura 2.6a.

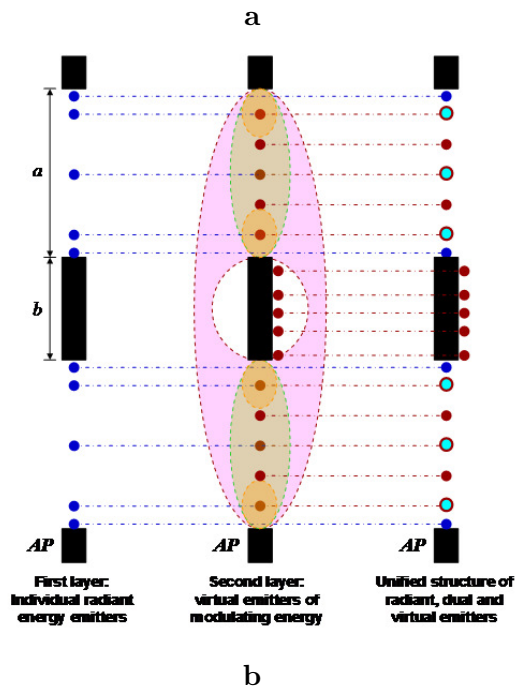
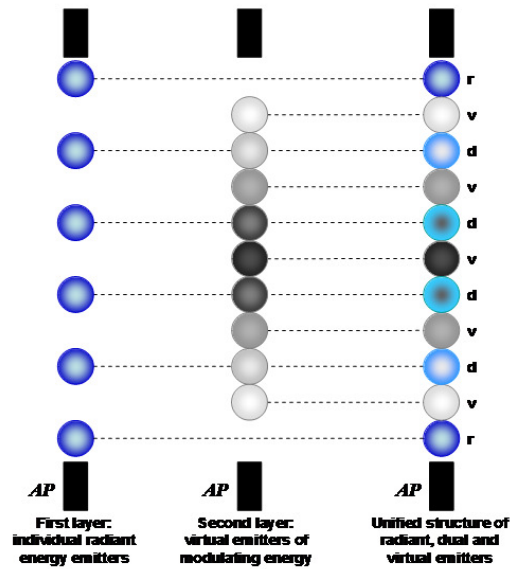
Cabe señalar que las fuentes puntuales radiantes deben ser consideradas en los bordes de las aperturas debido a que no es posible una configuración del soporte estructurado de coherencia espacial centrado en el borde de la apertura por el requerimiento de la simetría de cada soporte. Entonces en correspondencia con  $N_r \geq 2$  fuentes radiantes en la capa radiante dentro de la apertura,  $0 \leq N_v \leq 2N_r - 3$  fuentes virtuales pueden ser encendidas en la capa virtual las cuales pueden originar  $0 \leq N_d \leq N_r - 2$  fuentes duales cuando las dos capas se superponen.  $N_v = N_d = 0$  para un campo completamente incoherente, y  $N_v = 2N_r - 3$  y  $N_d = N_r - 2$  para campos completamente coherentes, es decir la estructura unificada del campo es discreta para  $2N_r - 1$  fuentes. Además, si el número de fuentes radiantes se incrementa en  $\Delta N_r$  el número de fuentes virtuales y duales se incrementan en  $0 \leq \Delta N_v \leq 2\Delta N_r$  y  $0 \leq \Delta N_d \leq \Delta N_r$  respectivamente, dependiendo del estado de coherencia del campo, es decir en la forma del CDC sobre el soporte estructurado de coherencia espacial. Este análisis permite concluir que el conjunto con máxima densidad de emisores virtuales pueden ser distribuidos en la capa virtual si al menos segundos vecinos de las fuentes puntuales radiantes están incluidas dentro del soporte estructurado de coherencia espacial de máximo tamaño.

## 2.5. Fuentes radiantes y virtuales en interferencia y difracción

### 2.5.1. Fuentes virtuales en el experimento de Young

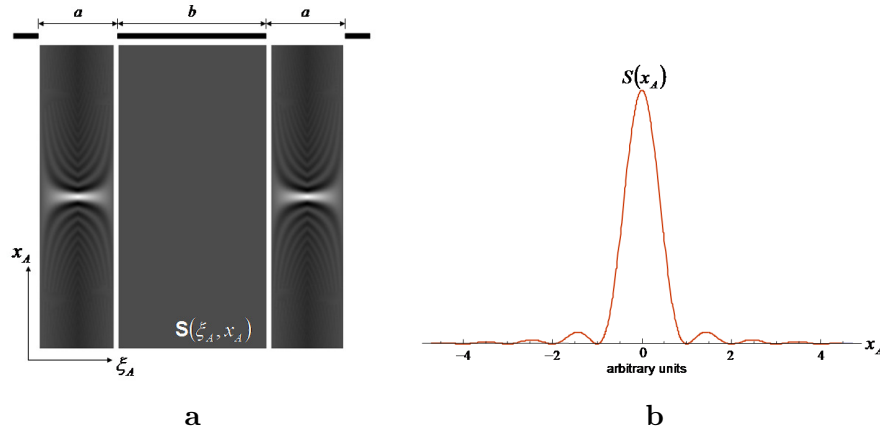
Fuentes puntuales radiantes, virtuales y duales pueden ser identificadas en el mapa de rayos después de determinar los rayos portadores y moduladores  $0 - \pi$  [24]. En este sentido, el mapa de rayos puede ser dividido en dos independientes diagramas de espacio-fase, uno de ellos contiene sólo los rayos portadores y el otro sólo los rayos moduladores  $0 - \pi$ . Cada diagrama representa las contribuciones de las capas radiante y virtual de  $AP$  sobre  $OP$  respectivamente, y la distribución de fuentes puntuales en el eje  $\xi_A$  representado en su correspondiente capa. Algoritmos pueden ser implementados para mejorar la eficiencia de los cálculos de cada mapa de rayos y su manipulación efectiva para el cumplimiento de propósitos específicos de diseño de fuentes en  $AP$  y/o diseños de campos en  $OP$  [25, 32], [37]-[39].

Como un ejemplo específico, consideremos la máscara representada por la figura 2.6b que está ubicada en  $AP$  en la usual configuración del experi-



**Figura 2.6:** Estructura unificada de fuentes puntuales radiantes, virtuales y duales aplicada a: **a)** apertura unidimensional con máxima densidad de fuentes (el nivel de gris de las fuentes en la segunda capa representa la intensidad de la emisión y las letras *r*, *v* y *d* cerca a las fuentes de la tercera capa denota las fuentes radiantes, virtuales y duales respectivamente) y **b)** la máscara de Young.

mento de Young de la doble rendija. Por simplicidad pero sin pérdida de generalidad consideremos la máscara con  $b > a$  iluminada en forma tal que el campo dentro de cada rendija es espacialmente coherente (es decir, conjuntos de máxima densidad tanto de fuentes puntuales radiantes y virtuales responsables de la difracción y distribución del campo en las capas dentro de las aberturas). Sin embargo, consideremos que la iluminación de ambas rendijas es **i**) espacialmente incoherente (es decir, no hay fuentes puntuales virtuales responsables de la interferencia entre las contribuciones de las rendijas, como es representado en la figura 2.7) y **ii**) espacialmente coherente (es decir, hay máxima densidad de fuentes puntuales virtuales en la región entre las rendijas responsables de la interferencia entre las contribuciones de las dos rendijas, como es representado en la figura 2.8).



**Figura 2.7:** Experimento de Young con efectos de difracción. La iluminación en cada rendija es cercana a la totalmente coherente, pero la iluminación de ambas rendijas es cercana a la totalmente incoherente. **a)** Mapa de rayos con el perfil de la máscara en la parte superior, **b)** espectro de potencia registrado en OP.

El mapa de rayos de la primera situación en la Fig.2.7a muestra las regiones de ancho  $a$  a la izquierda y a la derecha delimitadas por líneas verticales blancas que corresponden al perfil de la máscara en la parte superior. Ellas contienen tanto los rayos portadores y moduladores  $0 - \pi$  responsables de la difracción del campo espacialmente coherente en cada abertura [28, 35]. Cada rayo es respectivamente emitido por el conjunto de máxima densidad de fuentes puntuales radiantes y virtuales distribuidas sobre las capas radiante y virtual dentro de cada abertura. La fracción del mapa de rayos correspon-

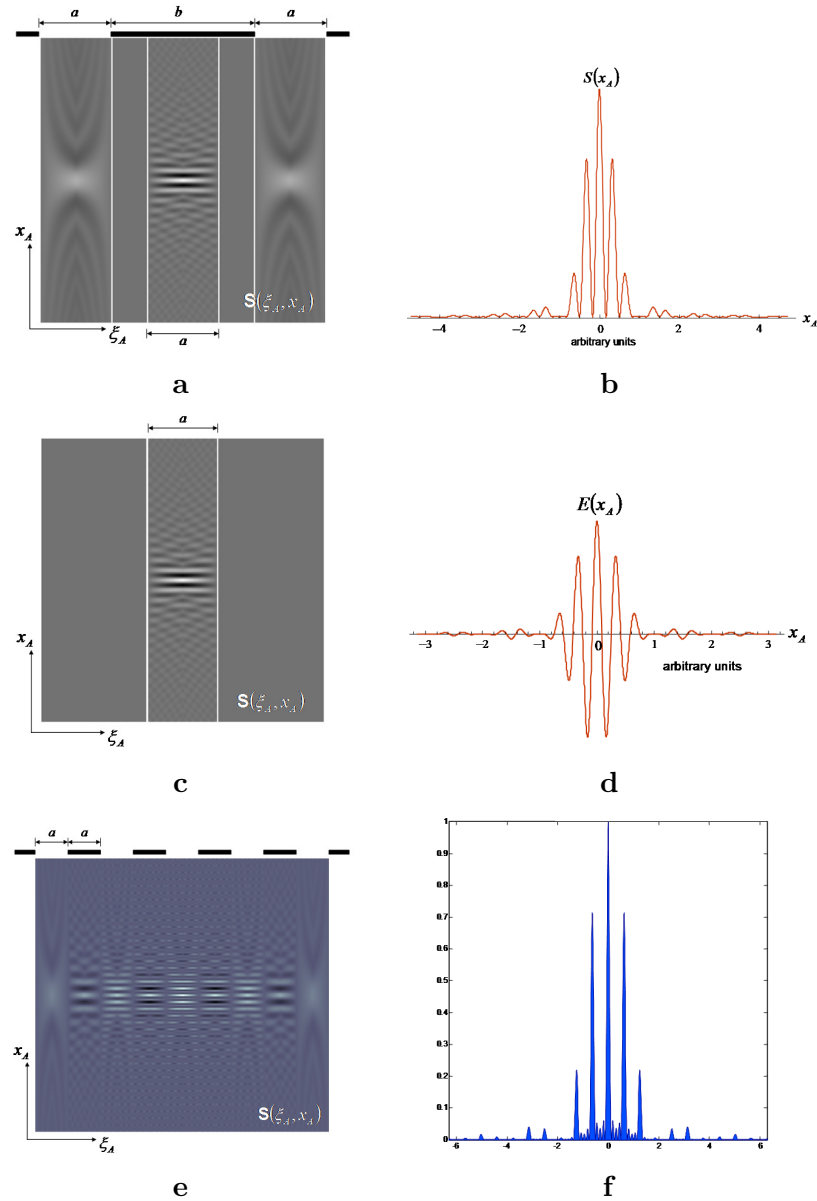


diente a la pantalla entre las dos aberturas es nula. Esto significa que no hay fuentes virtuales asociadas con la interferencia entre las contribuciones de las rendijas, como es de esperar. En consecuencia, el espectro de potencia registrado en  $OP$  (Fig.2.7b) es el resultado de la superposición de ambos patrones de difracción producidos por cada rendija, por lo que la forma es la misma de cualquier patrón de difracción, pero su intensidad es el doble de la intensidad de cualquiera de ellos en cada abertura.

Una región adicional de ancho  $a$  también delimitado por líneas verticales blancas aparece en el medio del mapa de rayos para la segunda situación Fig.2.8a. Ésta corresponde a la región en el medio de la pantalla entre las rendijas y contiene los rayos  $0 - \pi$  emitida por el conjunto de la máxima densidad de fuentes puntuales virtuales responsables de la interferencia entre las contribuciones de las rendijas. Este conjunto está distribuido sobre la fracción de la capa virtual en  $AP$  correspondiente al centro del mapa de rayos. En consecuencia, el espectro de potencia registrada en  $OP$  se convierte en un patrón de interferencia causado por este conjunto de fuentes virtuales y modulado por la superposición de los patrones de difracción, como se muestra en la Fig.2.8b.

La fracción del mapa de rayos que contiene sólo los rayos  $0 - \pi$  responsables de la interferencia en el experimento de Young es graficado en la Fig.2.8c. La distribución de fuentes con máxima densidad a lo largo del eje  $\xi_A$  y el perfil de energía moduladora (positiva y negativa) que ellos emiten se muestra en la Fig.2.8d. Ésta determina el patrón de interferencia después de sumar los patrones de difracción que provienen de las rendijas.

Las ideas anteriores se aplicaron al cálculo eficiente del mapa de rayos para la difracción de luz espacialmente coherente por una red de Ronchi de cinco rendijas (Fig.2.8e) y el correspondiente espectro de potencia en  $OP$  (Fig.2.8f). El mapa de rayos (Fig.2.8e) muestra nueve zonas en correspondencia con las rendijas y las regiones seleccionadas por la red, cuyo perfil es mostrado encima del mapa. Sólo las fracciones de las capas radiantes dentro de las rendijas contienen fuentes puntuales radiantes, distribuidas con su máxima densidad a lo largo del eje  $\xi_A$ . Por consiguiente, la fracción de la capa virtual correspondiente a las regiones seleccionadas de la red contienen sólo fuentes puntuales virtuales asociadas con la interferencia entre las contribuciones de las aberturas. Sin embargo, las zonas del mapa que corresponden a las aberturas en los extremos izquierdo y derecho de la red contribuyen solamente con la difracción, mientras las contribuciones tanto



**Figura 2.8:** Experimento de Young con efectos de difracción. La iluminación de toda la máscara es cercana a la totalmente coherente. **a)** Mapa de rayos con el perfil de la máscara en la parte superior, **b)** espectro de potencia registrado en OP, **c)** mapa de rayos de los rayos moduladores  $0-\pi$  previsto por las fuentes virtuales en la región entre las rendijas, **d)** energía moduladora (positiva y negativa) que provee las fuentes virtuales sobre OP. Difracción de un campo espacialmente coherente a través de una red de Ronchi de cinco aberturas: **e)** mapa de rayos con el perfil de la máscara en la parte superior, **f)** patrón del espectro de potencia en OP.

de la interferencia y difracción se superponen en las otras regiones. Las fuentes puntuales virtuales son también distribuidas con máxima densidad a lo largo del eje  $\xi_A$ .

El moiré aparece en el mapa de rayos entre la segunda y la octava zona debido a la superposición de diferentes conjuntos de rayos moduladores  $0 - \pi$ . El espectro de potencia en  $OP$  es el patrón esperado regularmente espaciado, cuyos máximos principales están separados por tres máximos secundarios, modulados por la envolvente de difracción que proviene de las rendijas.

### 2.5.2. Mapas de rayos y difracción

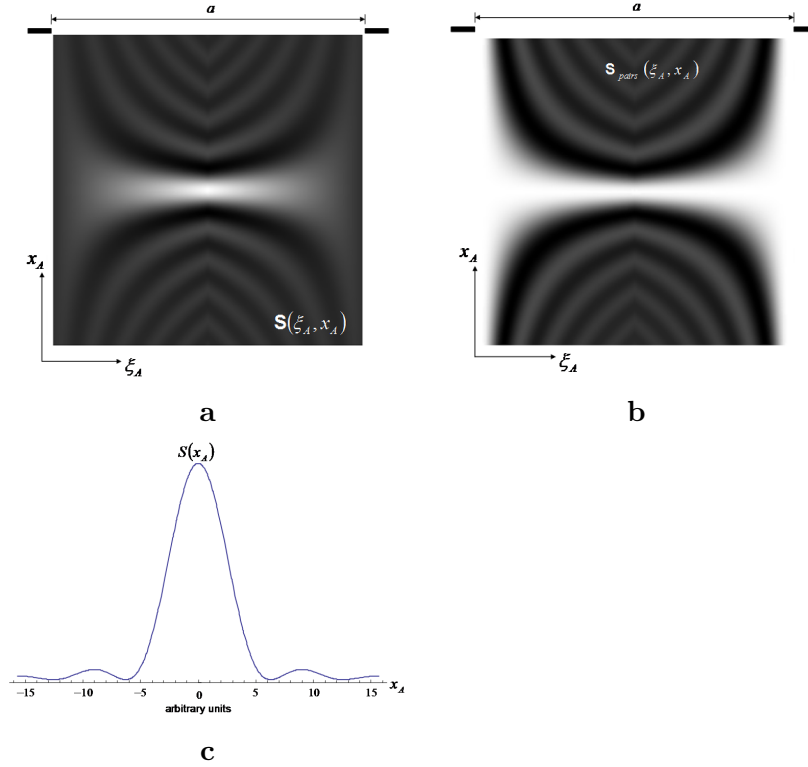
Los rayos en la representación espacio-fase del campo óptico no son físicamente aislables. En efecto, un arreglo con una máscara con un agujero arbitrariamente pequeño en  $AP$  iluminada por una onda plana uniforme no produce distribuciones de potencia arbitrariamente pequeñas en  $OP$ , sino una zona iluminada extendida. Este comportamiento está estrechamente relacionado con la difracción de la luz, debido a esta causa no hay experimentos ópticos de propagación libre de la luz entre dos planos cuyo mapa de rayos contiene un punto arbitrariamente pequeño. Por lo contrario, un pequeño agujero en  $AP$  produce en  $OP$  una distribución de potencia más ancha. Para obtener una distribución arbitrariamente pequeña (es decir, una distribución puntual) en  $OP$  por la difracción de una onda plana uniforme espacialmente coherente es necesario disponer de una apertura arbitrariamente grande en  $AP$ . Ambos comportamientos son predichos por la ecuación 2.11.

Estudiemos el experimento usual de difracción con aperturas finitas ubicadas en  $AP$  e iluminadas con campos ópticos en cualquier estado de coherencia espacial. Asumamos, por simplicidad, difracción de Fraunhofer unidimensional de una onda plana uniforme por una rendija de ancho  $a$ , es decir,  $S(\xi_A \pm \xi_D/2) = S_0$ ;  $|t(\xi_A)|^2 = 1$  para  $|\xi_A| \leq a/2$  y nulo de otro modo; y  $\Delta\phi = 0$ . Si además ponemos la condición que el grado complejo de coherencia espacial sea un invariante espacial, es decir, él sólo depende de la separación  $\xi_D$ , obtenemos de la ecuación 2.11 el siguiente mapa de rayos para el caso unidimensional

$$\mathbf{S}(\xi_A, x_A) = \mathbf{S}_{ind}(\xi_A) + \mathbf{S}_{pairs}(\xi_A, x_A) = CS_0 \text{rect}\left(\frac{\xi_A}{a/2}\right) \quad (2.19)$$

$$+ 2S_0 \int_{\xi_D > 0}^{(a/2) - |\xi_A|} |\mu(\xi_D)| \cos\left(\frac{k}{z}\xi_D x_A - \alpha(\xi_D)\right) d\xi_D,$$

con  $C = \lambda z/A$ ,  $A = \int_{OP} dx_A$  y  $\text{rect}(\xi_A/a/2) = 1$  para  $|\xi_A| \leq a/2$  y nulo de otro modo.



**Figura 2.9:** Difracción de luz espacialmente coherente por una rendija de ancho  $a$ : **a)** mapa de rayos con el perfil de la abertura en la parte superior, **b)** mapa de rayos moduladores  $0-\pi$ , **c)** espectro de potencia registrado por un detector unidimensional en  $OP$ .