



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**Unidad didáctica para la enseñanza de las estructuras
aditivas en los grados tercero y quinto de básica
primaria**

Julian David Pineda Quintero

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de ciencias

Maestría en enseñanza de las ciencias exactas y naturales

Manizales, Colombia

2013

Unidad didáctica para la enseñanza de las estructuras aditivas en los grados tercero y quinto de básica primaria

Julian David Pineda Quintero

Licenciado en Matemáticas

Tesis o trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en enseñanza de las ciencias exactas y naturales

Director:

Doctor José Israel Cárdenas Jiménez

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de ciencias

Maestría en enseñanza de las ciencias exactas y naturales

Manizales, Colombia

2013

Mi maestro siempre me suele decir “En el universo todo ocurre por su motivo y razón y todo puede servirnos para nuestro crecimiento”. Dedico este trabajo a mis aliados quienes eternamente están presentes en mi proceso y son quienes guían mi sendero; a través de despertar la pasión por lo que hago; la estabilidad y la armonía en mis pensamientos, emociones y actos; la creatividad y la visión; la confianza y el valor para afrontar con conciencia cada una de las situaciones que me presenta la vida y la conexión con mi ser interior.

Agradecimientos

Agradezco a la Universidad Nacional de Colombia sede Manizales por brindarme la oportunidad de formarme personal y profesionalmente; a través de, sus excelentes programas y talento humano.

Al profesor doctor José Israel Cárdenas Jiménez quien con su ayuda, exigencia y compromiso sirvió como espejo para detectar mis fortalezas y debilidades, logrando generar en mi aprendizajes significativos durante la realización de este trabajo.

Al equipo de docentes que tomaron la decisión de aventurarse en este viaje de continua formación didáctica y disciplinar, permitiéndome aprender de cada una de sus enriquecedoras experiencias y saberes. Les agradezco por su excelente compromiso y dedicación durante este proceso.

A los docentes de la Universidad Nacional quienes con su ejemplo y sentido de pertenencia contribuyeron en mi formación académica y profesional.

A mi familia por el apoyo incondicional y confianza plena que me brindaron en cada uno de los momentos de este camino de satisfacción y aprendizaje.

A todos y cada uno de los que de manera directa e indirecta intervinieron en mi proceso formativo.

Resumen

El objetivo de este trabajo es el diseño de una Unidad didáctica (UD) para la enseñanza y el aprendizaje de las estructuras aditivas y los problemas verbales aditivos en el grado quinto de la institución educativa San Pio X ubicada en la ciudad de Manizales, de manera que favorezca la reflexión, la metacognición y el mejoramiento de las prácticas de aula en un grupo de maestros en ejercicio de la básica primaria de esta institución. Para el diseño de esta unidad se conformó una Comunidad de Aprendizaje (CDA) constituida por seis docentes, dos de grado tercero y cuatro de grado quinto, con quienes se realizaron sesiones de formación y profesionalización docente, como talleres, conversatorios, juegos lúdicos, entre otros.

Para la aplicación y desarrollo de la UD se seleccionó un grupo de grado quinto con su respectiva docente titular, en donde se llevaron a cabo procesos de identificación de saberes previos, la observación en el desarrollo de las clases y la retroalimentación de los resultados obtenidos al interior de la CDA.

En cuanto a los resultados cualitativos de este trabajo, se resalta el cambio de creencias y paradigmas por parte de los integrantes de la CDA; puesto que, reconocieron la importancia de construir conocimiento disciplinar y didáctico a través de la interacción entre pares, de la reflexión y de la toma de conciencia sobre sus prácticas de aula.

Palabras clave: Unidad didáctica, Estructuras aditivas, problemas verbales aditivos, Comunidades de aprendizaje, enseñanza – aprendizaje.

Abstract

Teaching unit for teaching additive structures in the third and fifth grades of elementary school.

The main purpose of this work is the design of a Learning Unit (DU) for the teaching and learning of additive structures and additive word problems fifth grade educational institution San Pio X located in the city of Manizales, so that encourages reflection, metacognition and improving classroom practices in a group of practicing teachers of elementary school of this institution. For the design of this unit was formed a Learning Community (CDA) consists of six teachers, two third grade and fifth grade four, with whom he conducted training sessions and teacher professionalization, including workshops, talks, recreational games, among others.

For the implementation and development of the UD group was selected fifth grade teacher with his respective owner, where processes were carried out to identify prior knowledge, observation in the development of classes and feedback of results to within the CDA.

As for the qualitative results of this work, changing beliefs and paradigms is highlighted by members of the CDA, since recognized the importance of building disciplinary knowledge and learning through peer interaction, reflection and awareness of their classroom practices.

Keywords: Learning Unit, Structures additive, additive word problems, learning communities, teaching - learning.

Contenido

Resumen	IX
Abstract	X
Lista de figuras	XIII
Lista de tablas	XV
Introducción	1
1. Planteamiento del problema	3
1.1 Objetivos	6
1.1.1 Objetivo General.....	6
1.1.2 Objetivos específicos	6
2. Marco teórico	9
2.1 Antecedentes	9
2.1.1 Estructuras aditivas y Problemas verbales aditivos.....	9
2.1.2 Diseño e implementación de Unidades didácticas	17
2.2 Desarrollo conceptual.....	20
2.2.1 Las Comunidades de Aprendizaje (CDA).....	20
2.2.2 Referentes de calidad educativa en Colombia	23
2.2.3 Estructuras aditivas y problemas verbales aditivos	28
2.2.4 Diseño de Unidades didácticas (UD)	46
3. Informe final de la Unidad didáctica	55
3.1 Contextualización	56
3.2 Metodología	57
3.2.1 Conformación y consolidación de la CDA	59
3.2.2 Proceso de formación y profesionalización docente	60
3.2.3 Talleres de formación y cualificación docente	63
3.2.4 Valoración de las jornadas de formación docente.....	88
3.3 Diagnóstico	90
3.3.1 Aplicación del test.....	90
3.4 Diseño curricular de la Unidad didáctica.....	101
3.4.1 Ejercicio de planeación	101

3.4.2	Contenidos	102
3.4.3	Secuencia Didáctica	104
3.4.4	Evaluación de los aprendizajes	116
3.5	Desarrollo de la Unidad didáctica en el aula	117
3.6	Evaluación de la Unidad didáctica	123
4.	Conclusiones y recomendaciones	131
4.1	Conclusiones	131
4.2	Recomendaciones	133
A.	Anexo: Componente de formación docente	135
B.	Anexo: Formatos de caracterización de la CDA	139
C.	Anexo: Diagnóstico - test: Problemas verbales de tipo aditivo.....	141
D.	Anexo: Propuesta formato de observación de clase (PTA-MEN, 2013)	143
E.	Anexo: Apreciaciones de los docentes - taller estructuras aditivas	149
	Bibliografía	153

Lista de figuras

Figura 2-1: Composición de dos medidas.....	35
Figura 2-2: Transformación positiva	36
Figura 2-3: Transformación negativa	36
Figura 2-4: Comparación negativa.....	37
Figura 2-5: Transformaciones positivas y negativas	37
Figura 2-6: Transformación de estados relativos	38
Figura 2-7: Composición de estados relativos	38
Figura 2-8: Composición de estados-relaciones.....	39
Figura 2-9: Modelo de la Unidad Didáctica según Tamayo y otros	47
Figura 2-10: Modelo para la elaboración de unidades didácticas	53
Figura 3-1: Proceso de formación docente	62
Figura 3-2: Docentes de la CDA planeando la Unidad didáctica.....	65
Figura 3-3: Docentes de la CDA profundizando en su conocimiento disciplinar y pedagógico.....	65
Figura 3-4: Tutor-líder realizando procesos de formación en didáctica de las Matemáticas	67
Figura 3-5: Tutor-líder realizando procesos de formación en didáctica de las Matemáticas	67
Figura 3-6: juego sobre las situaciones aditivas de composición	74
Figura 3-7: Tarjeta ejemplo del juego del zoológico sobre los problemas aditivos de composición	75
Figura 3-8: Juego sobre las situaciones aditivas de transformación	76
Figura 3-9: Tarjeta ejemplo del juego de las Olimpiadas sobre los problemas aditivos de transformación	77
Figura 3-10: juego sobre las situaciones aditivas de comparación	78
Figura 3-11: Tarjeta ejemplo del juego del parque de diversiones sobre los problemas aditivos de comparación.....	79
Figura 3-12: juego sobre las situaciones aditivas de igualación.....	81
Figura 3-13: Tarjeta ejemplo del juego de las mejores películas del año sobre los problemas aditivos de igualación.....	82
Figura 3-14: Docentes jugando y aprendiendo. Taller estructuras aditivas	83
Figura 3-15: Docentes jugando y aprendiendo. Taller estructuras aditivas	83
Figura 3-16: Docentes reflexionando sobre los resultados del test de identificación de saberes previos	95
Figura 3-17: Dificultades en la desagrupación.....	98

Figura 3-18: Dificultades en la desagrupación	98
Figura 3-19: Dificultades en la desagrupación	98
Figura 3-20: Dificultades en la identificación y organización de los términos de la resta .	99
Figura 3-21: Dificultades en la interpretación de los problemas verbales aditivos	99
Figura 3-22: Dificultades en el valor posicional de las cifras.....	99
Figura 3-23: Dificultades en el valor posicional de las cifras.....	100
Figura 3-24: Interconexiones de las estructuras aditivas	103
Figura 3-25: Cancha de fútbol.....	108
Figura 3-26: Proceso de desagrupación en la resta utilizado con los estudiantes que presentaron dificultades en este aspecto	126
Figura 3-27: Material concreto utilizado para mejorar el proceso de desagrupación en la resta con los estudiantes	127
Figura 3-28: Material concreto utilizado para mejorar el proceso de desagrupación en la resta con los estudiantes	127

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 2-1: Clasificación de los problemas verbales de adición	12
Tabla 2-2: Representación de símbolos según Vergnaud	35
Tabla 2-3: Problemas de composición.....	41
Tabla 2-4: Problemas de cambio.....	42
Tabla 2-5: Problemas de comparación	43
Tabla 2-6: Problemas de igualación	44
Tabla 2-7: Equivalencias entre las categorías semánticas de los problemas de suma y resta	45
Tabla 3-1: Comunidades de aprendizaje	63
Tabla 3-2: Procesos de planeación	64
Tabla 3-3: Referentes de calidad.....	66
Tabla 3-4: Estructuras aditivas	68
Tabla 3-5: Problemas verbales de tipo aditivo de una etapa	69
Tabla 3-6: Diseño de unidades didácticas	84
Tabla 3-7: Diagnostico para la identificación de saberes previos.....	86
Tabla 3-8: Test de identificación de saberes previos aplicado a estudiantes de grado quinto de la I.E San Pio X.....	92
Tabla 4-1: Agenda del taller.....	137
Tabla 4-2: Caracterización de la comunidad de aprendizaje (CDA).....	139
Tabla 4-3: Test sobre problemas verbales aditivos.....	141
Tabla 4-4: Propuesta formato de observación de clase (PTA-MEN, 2013).....	143

Introducción

En este trabajo se analiza el rol del docente y su impacto en el mejoramiento de las prácticas pedagógicas de aula como herramienta para favorecer los procesos de enseñanza-aprendizaje de los conceptos matemáticos, específicamente, en la enseñanza de las estructuras aditivas en niños de grado quinto de la básica primaria. Así mismo, se pretende resaltar el valor que tiene la continua formación del profesorado a través de la conformación de grupos de estudio llamados dentro de la literatura como “comunidades de aprendizaje (CDA)” [1], y la profundización en el conocimiento disciplinar y didáctico, haciendo énfasis en los procesos de planeación como estrategia para propiciar la reflexión y conciencia de la labor del docente. “Una comunidad de aprendizaje es un proyecto de transformación social y cultural de un centro educativo y de su entorno, para conseguir una sociedad de la información para todas las personas” (Valls, 2005 [1], p.5).

En una de las publicaciones del (Grupo de Matemáticas Escolares de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas [Asocolme], 1999) [2], se describen algunas de las dificultades que se suscitan en la enseñanza de las matemáticas por parte de los docentes de básica primaria en Colombia, haciendo referencia a los conocimientos que ellos poseen y de donde provienen dichos conocimientos. La mayoría de los profesores de la básica primaria el conocimiento matemático lo han adquirido en su paso por la escuela y la secundaria. Un porcentaje reducido corresponde a los docentes de básica primaria que han tenido formación en matemática y que actualmente tienen la posibilidad de aplicar dicha formación conceptual y metodológica en sus prácticas cotidianas de aula, por lo que se evidencian dificultades y vacíos a la hora de hablar del conocimiento disciplinar en matemáticas por parte de estos educandos.

Según Shulman (1987) [3] *“el proceso docente propiamente dicho se inicia cuando el profesor empieza con una planificación reflexiva de su actividad docente, desde las finalidades educativas, la estructura conceptual y las ideas del tema que va a enseñar, hasta el contexto educativo y, entonces, comprende a fondo lo que debe ser aprendido por sus estudiantes”*. En este sentido es preciso hacer énfasis en la relevancia de la planeación como medio para generar un estilo de enseñanza que influya positiva y significativamente en el aprendizaje de sus estudiantes.

Con el diseño y la implementación de la unidad didáctica se pretende intervenir la realidad educativa desde dos campos: el primero, generar conciencia y reflexión en el grupo de maestros integrantes con respecto a su labor, despertando una actitud investigativa y crítico-reflexiva que les permita transformar sus prácticas de aula; y como segundo aspecto, lograr intervenir en las falencias que presentan la mayoría de los niños de la básica primaria, en especial los estudiantes del grado quinto en la interpretación de enunciados verbales de problemas aditivos simples o de una etapa que implican su resolución a través de operaciones de suma y/o resta de números naturales. Dentro de la enseñanza de las matemáticas, se contempla como uno de sus objetivos primordiales, la aplicabilidad que ésta tiene en la vida real a través de la resolución de problemas.

La enseñanza de las matemáticas en general y en lo que se refiere específicamente a la enseñanza de las estructuras aditivas, debe centrar sus esfuerzos primero que todo en las concepciones y en los modelos mentales que poseen los maestros de básica primaria para generar reflexiones y transformaciones profundas que les permitan mejorar sus prácticas de aula y por ende, el desempeño y los aprendizajes de los niños. Se espera que con los resultados de este estudio se pueda contribuir a replantear la manera como se están llevando a cabo los procesos de formación del profesorado en la ciudad de Manizales y se preste especial atención a la importancia que tiene el propiciar espacios entre grupos de maestros con intereses en común que generen conocimiento disciplinar y reflexiones sobre la didáctica de las matemáticas y creando además espacios de reflexión denominados *comunidades de aprendizaje*.

1.Planteamiento del problema

El desarrollo de este trabajo surgió de las interacciones que se han tenido en la realización de formaciones¹ dirigidas a algunos docentes que actualmente desarrollan sus prácticas de aula en instituciones educativas públicas de la ciudad de Manizales en los niveles de la básica primaria. De igual manera, los mismos docentes han generado un proceso de reflexión sobre su conocimiento disciplinar y su conocimiento didáctico y sobre la importancia de implementar nuevas estrategias metodológicas que favorezcan el desarrollo del razonamiento aditivo en sus estudiantes.

Uno de los principales problemas que existe en la actualidad, es sin lugar a duda lo que se refiere a la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas en las interacciones que se dan entre el estudiante, el conocimiento y el maestro. Cada vez se encuentran más dificultades cuando se observa y se detecta lo que el estudiante está percibiendo en el aula de clase, la forma como está asimilando y adquiriendo el conocimiento, el proceso de interiorización subjetivo que realiza y cómo ello influye en su estado emocional.

El maestro de primaria debe enfrentarse no sólo con la responsabilidad de cimentar de manera adecuada las bases en sus estudiantes desde las dimensiones que componen al ser humano (cognitiva, comunicativa, socio-afectiva, motriz, espiritual, entre otras); sino también, debe hacerse cargo de la enseñabilidad de las áreas del conocimiento propuestas en el currículo de su institución educativa y contempladas en la Ley General de Educación, Ley 115 de 1994, en el artículo 23: Ciencias naturales y educación ambiental, Ciencias sociales, historia, geografía, constitución política y democrática,

¹ Desde el año 2012 el Ministerio de educación nacional de Colombia con su programa todos a aprender ha realizado jornadas de formación en didáctica de las matemáticas con docentes de la básica primaria de algunas instituciones educativas del sector urbano de la ciudad de Manizales.

Educación artística, Educación ética y en valores humanos, Educación física, recreación y deportes, Educación religiosa, Humanidades, lengua castellana e idiomas extranjeros, Matemáticas, Tecnología e informática”.

Desde este panorama, el docente puede presentar inconvenientes al momento de abordar los conceptos matemáticos en su planeación, diseño curricular, ejecución y evaluación; puesto que, debe recurrir al libro de texto, a sus concepciones, creencias, paradigmas mentales y culturales que se han ido estructurando en su esquema de pensamiento a través del tiempo, replicando y transmitiendo una y otra vez dichos conocimientos a sus estudiantes.

En este aspecto el tiempo con el que cuenta un docente de básica primaria juega un papel preponderante al momento de querer transformar sus prácticas de aula; debido, a que la mayor parte de su jornada se debe dedicar a planear los contenidos de todas las áreas, diligenciar una serie de formatos que le exige su institución educativa y la secretaria de educación, responder por la ejecución de proyectos transversales de ley, entre otras actividades concernientes a su labor. Con este tipo de situaciones que el docente debe afrontar, es conveniente preguntarse: ¿Dónde están los espacios brindados para la planeación entre grupos de docentes?. En caso de acceder a estos espacios, ¿Cuáles son los temas que se abordan en dichas reuniones?, ¿En qué momento los docentes reflexionan sobre sus prácticas de aula sobre los resultados obtenidos en las evaluaciones y desempeños de sus estudiantes, en cuestionarse sobre el porqué de las dificultades y obstáculos conceptuales encontrados?, ¿Se interesan por profundizar en el conocimiento disciplinar de un concepto en especial, donde se brinde la oportunidad de analizar su epistemología como la historia, evolución e implicaciones al momento de hacer su “transposición didáctica” [4] en el aula?. Por último, ¿La mayoría de los docentes de la básica primaria están pensando y haciendo procesos de metacognición en sus prácticas pedagógicas?.

La enseñanza de las operaciones es otro de los factores que generan dificultades, tanto en la enseñabilidad del concepto por parte de los docentes, como en el aprendizaje de los estudiantes, convirtiéndose en una preocupación para los maestros de educación primaria. Sin embargo, en muchos casos, esta preocupación se centra en el aspecto mecánico del algoritmo. Como proceso de reflexión con respecto a este tema se plantean

los siguientes interrogantes: ¿Se tienen en cuenta la variedad de situaciones en las que se involucran la suma y la resta para la enseñanza de estas operaciones?, ¿Se le da al niño el tiempo suficiente para familiarizarse con este objeto matemático a través del abordaje de distintos problemas aditivos?, ¿Se consideran las diversas categorías en las cuales se clasifican los problemas aditivos y que dan sentido a la suma y a la resta?, ¿Conocen los maestros estas categorías o estructuras aditivas?.

De los anteriores cuestionamientos surge la necesidad de generar cambios y transformaciones en las prácticas de aula de los docentes, y una de las herramientas metodológicas que ha tenido resultados positivos a través de las investigaciones realizadas [1] sobre la formación de maestros ha sido el diseño y desarrollo de Unidades didácticas. Para la realización de esta Unidad didáctica se conformó un grupo de maestros de la Básica Primaria dispuestos y comprometidos con el mejoramiento de la calidad de la enseñanza, conscientes de que los aprendizajes de los estudiantes dependen en gran medida de las buenas prácticas pedagógicas.

1.1 Objetivos

1.1.1 Objetivo General

Diseñar una unidad didáctica para la enseñanza - aprendizaje de las estructuras aditivas en el grado quinto de la básica primaria, que favorezca la reflexión y el desarrollo de las prácticas de aula de un grupo de maestros en ejercicio de la institución educativa San Pio X de la ciudad de Manizales.

1.1.2 Objetivos específicos

- a) Conformar un grupo de estudio (Comunidad de Aprendizaje) con maestros en ejercicio de los niveles de la básica primaria que orientan las clases de matemáticas en el grado quinto.
- b) Realizar talleres de formación con los docentes con el fin de analizar los referentes de calidad como los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias en Matemáticas.
- c) Generar procesos de reflexión sobre los procesos de planeación que realizan los docentes participantes en el proyecto, a través; de las interacciones al interior de la comunidad de aprendizaje.
- d) Fortalecer el conocimiento disciplinar en el grupo de maestros mediante el análisis de las diferentes posturas de varios autores con respecto a las investigaciones realizadas sobre la teoría de las estructuras aditivas y los problemas verbales de tipo aditivo.
- e) Fortalecer el conocimiento didáctico en el grupo de maestros abordando el referente conceptual sobre el diseño e implementación de unidades didácticas.
- f) Diseñar un instrumento para identificar las ideas previas que poseen los estudiantes para ubicarlos en diferentes modelos dentro del campo de los problemas aditivos.

-
- g) Hacer acompañamiento situado al maestro (a) del grupo de estudio durante la aplicación del instrumento de identificación de ideas previas de los estudiantes de grado quinto.
 - h) Diseñar una unidad didáctica con base en el referente conceptual de las estructuras aditivas para implementarla en uno de los grupos del grado quinto de la primaria a cargo de uno de los maestros involucrados en el estudio.
 - i) Recolectar, analizar y sistematizar la información obtenida de las experiencias vividas durante las actividades desarrolladas en la implementación de la unidad didáctica.

2.Marco teórico

En este capítulo se mencionan temas relacionados con la enseñanza y el aprendizaje de los problemas verbales de tipo aditivo y sus estructuras aditivas, tales como; las dificultades semánticas y sintácticas que presentan los estudiantes cuando deben resolver un problema verbal aditivo, su clasificación, el diseño e implementación de unidades didácticas con base en los referentes de calidad del Ministerio de educación Nacional y la conformación de comunidades de aprendizaje.

En los antecedentes se citan trabajos investigativos los cuales presentan resultados que contribuyeron con los resultados obtenidos en este proyecto. En el marco teórico se describen los conceptos que intervienen directamente con la formación de maestros para el fortalecimiento de su conocimiento disciplinar y didáctico.

2.1 Antecedentes

2.1.1 Estructuras aditivas y Problemas verbales aditivos

Las tendencias actuales en la enseñanza de los números indican que es necesario dedicar menos tiempo a los aspectos de procedimientos, a la práctica de técnicas de algoritmos y de manipulación simbólica, en favor de la actividad conceptual. Verschaffel y De Corte, [5] (citado en Bruno, A. 1997). Entre otros aspectos, destacan que en la enseñanza numérica es necesario:

1. Enfatizar por qué y cómo se producen las extensiones numéricas.
2. Construir un cuerpo coherente de conocimiento numérico, antes que hechos aislados y reglas para cada nueva clase de números.
3. Hacer traslaciones entre símbolos escritos y otras representaciones de los números.

4. Desarrollar un aprendizaje con una extensa fase conceptual y un amplio rango de situaciones
5. Utilizar la resolución de problemas para dotar de significado a las operaciones y para ayudar a desarrollar los conceptos y habilidades matemáticas formales.
6. Desarrollar sentido numérico.

Siguiendo a Bruno (1997) [6], La resolución de problemas aditivos de enunciado verbal con números positivos ha sido centro de interés de múltiples investigaciones. A pesar de las muchas horas que se dedican a su práctica en la escuela, este aspecto constituye uno de los factores más complejos para los estudiantes, según las publicaciones de Fuson, 1992 [7]; Verschaffel y De Corte, 1993 [5], dedicadas a mostrar las investigaciones realizadas en Didáctica de las Matemáticas de los últimos años.

Actualmente, muchos autores [8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17], han centrado sus intereses en analizar y clasificar los problemas verbales de acuerdo a su estructura semántica; puesto que, es una variable que influye notoriamente en la interpretación que los niños le pueden dar a los problemas durante su resolución.

La mayoría de los estudios dedicados al significado de la adición y la sustracción se centran en la destreza de los niños para resolver “*problemas de enunciado*”, o como diría Luis Puig (1995) “*Problemas Aritméticos Escolares*”). Dentro de los problemas de tipo aditivo varios autores como (Carpenter y Moser 1983 [18]; Vergnaud, 1991, [12]), han hecho una clasificación en cuatro grupos: los problemas de cambio, combinación, comparación e igualación. Así mismo, han realizado diversos estudios para ver como los niños son capaces de resolver los diferentes tipos de problemas, las dificultades y obstáculos que presentan al momento de enfrentarse con dichas situaciones y cuales problemas les resultan más fáciles de resolver.

Brown [19] llevó a cabo varios estudios sobre las dificultades que los niños encontraban a la hora de resolver un problema de tipo aditivo. Este autor proporciona un ejemplo de un estudio realizado con dos niños de 11 años que encuentran dificultades para resolver este tipo de problemas. También pidió a 58 niños de 11 y 12 años que prepararan cuentos con las sumas con el fin de disponer de pruebas directas de los significados asignados a la operación de adición, encontrando que alrededor de la tercera parte

daban un modelo de “unión”. Con este estudio el investigador da cuenta de la manera como los niños pueden atribuir diversidad de significados a una suma. Brown concluyó, al proponer a niños de entre 11 y 13 años un problema del tipo “adición complementaria” con números mayores de 100, que los niños empleaban estrategias aditivas y en la mayoría de los casos los niños no alcanzaron a reconocer que el problema podía resolverse con una resta.

Es de aclarar, que la anterior descripción y análisis no debe tomarse de manera rígida y no flexible; puesto que, influyen ciertas variables en la resolución de los problemas verbales; tales como, el contexto en el que se desenvuelven los niños, los estilos de aprendizaje, los procesos de enseñanza llevados a cabo, entre otras variables influyentes.

La siguiente tabla (Tabla 2-1) tomada de la tesis doctoral [28], muestra a modo de síntesis y como una forma de comparar los principales estudios realizados por algunos autores referenciados en éste trabajo.

Tabla 2-1: Clasificación de los problemas verbales de adición

Bermejo et al. (1998)	Carpenter y Moser (1996, 1999)	Fuson (1992)	Carpenter y Moser (1983)	Vergnaud (1982)	Carpenter y Moser (1982)	Nesher, Greeno y Riley (1982)	Heller y Greeno (1978)
Cambio	-Unión. - Separación.	Activa con operación unitaria	Cambio	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Transformación que une dos medidas. ▪ Composición de dos transformaciones. ▪ Transformación que une dos relaciones estáticas 	Cambio- unión Cambio – Separación	Cambio	Cambio
Combinación	Parte – parte - todo.	<ul style="list-style-type: none"> ▪ Activa con operación binaria. ▪ Estática con operación binaria. 	Combinación	Composición de medida.	Parte-parte- todo.	Combinación	Combinación
Comparación	Comparación	Estática con operación binaria	Comparación	Relación estática que une dos medidas.	Comparación	Comparación	Comparación
Igualación		Activa con operación binaria.	Igualación		Igualación.		
				Composición de relaciones estáticas.			

Otro de los estudios, es el realizado por Bruno, A, Martinon y Velásquez (2001) [20], sobre las dificultades en la resolución de los problemas aditivos. Según los autores, la dificultad que tienen los estudiantes para resolver los problemas está relacionada con las formas de expresar la diferencia (en los problemas de comparación e igualación) y la variación (en los problemas de cambio y de cambio-comparación), así como con el orden en el que figuran los datos en los enunciados. Esto les permitió pensar que la expresión utilizada para la diferencia y la variación, y también el orden de los datos, resulta relevante en la comprensión del enunciado del problema, lo que hace que tenga tan clara influencia en su nivel de dificultad.

El principal objetivo de esta investigación fue la confirmación de que la clase de los problemas de cambio-comparación, que hasta ahora no había sido estudiada en ninguna

investigación sobre este tema, contiene suficientes elementos propios que la distinguen de las otras tres (cambio, igualación y comparación) y que le confieren interés didáctico.

De igual forma, los autores [20] plantean que no se trata sólo de una distinción formal entre clases de problemas, sino que la manera de expresar la variación en los problemas de cambio-comparación y cambio es determinante en la dificultad que éstos presentan, y que esta dificultad viene influenciada por las características de las que se ha hecho referencia en el desarrollo de este estudio.

Al indagar en la literatura sobre las estrategias que utilizan los niños en sus primeros años de escolaridad en la resolución de problemas aditivos, se puede resaltar el trabajo realizado sobre “*El desarrollo de las estrategias infantiles: Un estudio sobre el razonamiento aditivo y multiplicativo*” (Rodríguez, P. et al, 2008, [21]), en el cual se argumenta que los niños más pequeños poseen un conjunto de habilidades matemáticas que les permite enfrentarse con éxito a los problemas con estructura aditiva y multiplicativa². Para corroborar la anterior afirmación, evaluaron un mismo grupo de niños en dos ocasiones presentándoles problemas de cambio; la primera cuando tenían entre cuatro y cinco años, y la segunda entre los cinco y seis años de edad. Para ello, utilizaron objetos con el fin de facilitar las representaciones de las cantidades que hacen los niños en estas edades.

Los resultados mostraron que: en primera medida el nivel de rendimiento de los niños, independientemente del momento de medición, era muy elevado en todos los problemas. Sólo se observó un cierto retroceso en el rendimiento en los problemas de sustracción. En todos los problemas los procedimientos de resolución se basaban en general en la representación directa de las cantidades y las estrategias de conteo que aparecían exclusivamente en los problemas de adición y sustracción.

Es importante resaltar dentro de los resultados obtenidos en este estudio varios aspectos; entre ellos, comprender las herramientas cognitivas con que llegan los niños a

² Para los intereses de este trabajo se tendrán en cuenta los aportes de investigaciones que se refieren principalmente a los problemas con estructura aditiva.

la escuela como la capacidad de resolver problemas aditivos sin tener previamente contacto con la intervención de la enseñanza. Otro aspecto que llama la atención, es sobre cierto retroceso que tuvieron los niños en la resolución de problemas que implicaban sustracción, lo cual puede darnos indicios sobre la importancia que tiene el propiciar diferentes situaciones donde se requiera de la sustracción desde los primeros niveles de enseñanza.

A continuación, se describen los resultados sobre las dificultades que presentan los niños en la comprensión de las estructuras aditivas y en la resolución de problemas verbales aditivos, haciendo énfasis en la estructura del enunciado como la sintaxis y el significado del mismo como la semántica.

a) Dificultades sintácticas

Según (Puig, L y Cerdán F, 1995 [22]) ofrecen referentes en cuanto a estudios previos realizados en este campo, tal como se afirma en su libro “problemas aritméticos escolares”:

Los estudios que se han realizado sobre dificultades de orden sintáctico pueden clasificarse de acuerdo a la finalidad y la metodología utilizada. Se han hecho estudios que han tratado de predecir la dificultad del problema en función de un conjunto amplio de variables que tienen que ver con el formato de presentación del problema, la longitud del enunciado, su estructura gramatical, la posición de la pregunta en el enunciado, la presencia o no de datos en la pregunta y el tamaño de los números [9].

En éste mismo libro, el autor resume algunos de los resultados cualitativos presentados en (Nesher, 1982 [23]) los cuales pueden dar ideas más precisas sobre las dificultades que tienen los problemas verbales de carácter sintáctico. Entre ellos se encuentra en un primer aspecto la facilidad con que los niños pueden resolver problemas verbales cuando se les presenta a través de dibujos, grabados o materiales que ellos puedan manipular, especialmente en los primeros niveles de escolaridad. Como segundo aspecto, se analizan en estos estudios la manera cómo influye la longitud del enunciado, las variables que inciden y la posición de la o las preguntas. Sin embargo, algunos autores sustentan que independiente de la estructura sintáctica del problema verbal, lo que mayor influencia tiene es la parte semántica del mismo para su resolución por parte de

los niños. En tercer lugar, se tiene el tamaño de los números, como lo afirma Vergnaud (1991) [24], *“De una manera general, la complejidad crece al interior de una misma clase de problemas, con la dificultad del cálculo necesario. Los números grandes dan lugar a mayores dificultades que los pequeños; los números decimales implican mayor dificultad que los enteros”* (p.174), y la presencia de símbolos en vez de la presencia de números concretos aumenta la dificultad del problema. Como último aporte, aparece la relación entre el orden de los datos en un problema verbal; puesto que, en algunas ocasiones los datos deben ser utilizados para realizar las operaciones de manera diferente a como se aprecian en el enunciado. Según estos resultados, una de las razones por las cuales se detectan estas dificultades se debe al hecho de que los estudiantes no contextualizan el problema; es decir, únicamente se basan en los datos y en el orden en que estos aparecen y realizan su respectivo tratamiento.

b) Dificultades semánticas

Un estudio sobre esta problemática son los resultados presentados por (Ermel, 1993 [25]) con 153 estudiantes de CEI³, en el que el 70% de los estudiantes tuvieron éxito al resolver problemas verbales aditivos de transformación cuando se preguntó por el estado final de la situación propuesta en el enunciado; y en los problemas aditivos de composición; puesto que los estudiantes debían unir dos conjuntos en un todo. Sin embargo cuando se trataba de obtener el estado inicial de un problema aditivo de transformación, el valor de la transformación, o se trataba de evaluar un problema de comparación el porcentaje de éxitos fue bastante inferior.

De acuerdo a este estudio, se puede ver como los niños al resolver problemas que implican su resolución a través de operaciones de suma y resta han interiorizado en su mayoría cierto tipo de problemas aditivos que se privilegian en la escuela por parte de los docentes, tales como, los problemas de composición o combinación y los de transformación, en especial, cuando se pregunta por el estado final.

³ CEI corresponde con el segundo curso de Educación Primaria en el sistema Educativo Español.

En la misma línea, se pueden analizar los resultados obtenidos en Educación Secundaria por Simarro⁴, 1998, (citado en Chamorro, 2003 [26]), al ofrecer datos que se relacionan directamente con los de Ermel, 1993. En este estudio, se muestra como el porcentaje de éxito es del 95% cuando se les presenta problemas aditivos de composición y de transformación con la incógnita en el estado final. Cuando se trata problemas donde se pregunta por la transformación los porcentajes disminuyen notablemente obteniéndose un 30%. Al comparar estos dos últimos estudios (el primero realizado con niños de primaria y el segundo con estudiantes de Secundaria) es notorio los obstáculos conceptuales que permanecen en el paso de los niveles de la Básica primaria a la Secundaria, y muy probablemente reflejándose en la educación Superior.

Estos resultados muestran claramente como la dificultad en la resolución de un problema aditivo depende significativamente de la posición en la que se encuentre la incógnita y además la influencia que tienen las palabras, tanto del contexto matemático como el no matemático en la interpretación de los problemas verbales.

⁴ Datos obtenidos por Sagrario Simarro, docente del departamento de Didáctica de las Matemáticas de la Universidad Complutense de Madrid, con 50 alumnos de primer curso de Educación Secundaria (12 años).

2.1.2 Diseño e implementación de Unidades didácticas

Otro de los temas abordados en este trabajo es el diseño e implementación de Unidades Didácticas, específicamente, entre maestros. Al respecto, se han realizado diferentes tipos de trabajos sobre la elaboración de unidades didácticas, las cuales serán abordadas en este apartado. De igual modo, Moreira, M. [27] hace una clasificación de las clases de unidades didácticas que se privilegian en educación: a) Diseño e implementación de Unidades Didácticas por parte de docentes para implementarlas con sus estudiantes, b) Diseño e implementación de Unidades Didácticas por parte de maestros en formación para aplicarla con estudiantes en sus prácticas pedagógicas, y c) Diseño e implementación de Unidades Didácticas por grupos de maestros con el fin de reflexionar entre ellos y fortalecer procesos de investigación en el aula.

En el trabajo realizado por (Moreira, M, 1993) titulado “*Unidades Didácticas e investigación en el aula*” se pretende brindar como herramienta significativa el diseño de unidades didácticas en un grupo de profesores, con el objetivo de generar cambios en la manera de pensar y actuar en sus prácticas pedagógicas. Durante la realización de este trabajo se plantea la posibilidad de ayudar al profesorado en su profesionalización docente, desarrollando actividades encaminadas a fortalecer los procesos de planeación, ejecución y evaluación en sus prácticas de aula, ofreciendo pautas y orientaciones en el diseño de las unidades de manera que se fortalezca la investigación, la reflexión y el mejoramiento de la actuación docente.

Del mismo modo, se hace referencia al trabajo realizado por un grupo de docentes sobre el “*Diseño y desarrollo de una unidad didáctica sobre desarrollo sostenible en maestros de educación primaria*”⁵ (Manzanares, M.; Fuentes, A.; Manzanares, M. C.; (2004) [28]), el cual tuvo como objetivo dar respuesta a las necesidades que requiere la sociedad del siglo XXI, a través de la incorporación de contenidos, estrategias metodológicas y el desarrollo de actividades coherentes con la formación científica actual.

⁵ Si bien el tema de este estudio no está directamente relacionado con el tema de las estructuras Aditivas presentadas en párrafos anteriores, para los intereses de este trabajo, se extraen los aportes más significativos de este estudio en cuanto al diseño de la Unidad Didáctica.

En los resultados obtenidos se afirma la importancia que tiene el diseño de Unidades en el aprendizaje significativo, así como en la construcción de conocimientos, en el desarrollo de destrezas y en la toma de conciencia y sensibilización ante los problemas socios ambientales planteados.

Otro estudio que refleja resultados similares sobre el diseño de unidades didácticas es un artículo publicado por dos docentes de la Universidad Autónoma de Manizales (Tamayo O et al, 2011 [29]), con un grupo de maestras de básica primaria de tres colegios públicos de la ciudad de Manizales sobre el diseño de Unidades Didácticas, en el marco de una estrategia de formación encaminada a la enseñanza de la matemática. La investigación contó con tres momentos: formación, diseño de la Unidad Didáctica y su implementación en el aula de clase, donde se explica detalladamente la metodología utilizada con una de las maestras y los resultados obtenidos durante el acompañamiento en el diseño y aplicación de una Unidad Didáctica sobre el concepto de número en el grado transición. En el proceso de formación se hizo énfasis en la identificación de los saberes previos, la integración de aspectos históricos y epistemológicos de la matemática y específicamente de los conceptos a trabajar, así como la consideración de aspectos metacognitivos y la resolución de problemas como una posibilidad metodológica de abordar los conceptos matemáticos.

“Cuando se involucran a los docentes desde un proceso reflexivo de formación, es posible lograr transformación en sus prácticas, debido en primera instancia a que los procesos de enseñanza que vienen implementando se hacen conscientes en ellos y logran evidenciar la necesidad de generar nuevas y mejores estrategias que permitan que sus estudiantes aprendan” ([32]).

Indagando en la fuente primaria de la cual surgió el estudio anterior se encontraron aspectos de importancia para los intereses de este trabajo [32], puesto que, es un libro que compone tres partes importantes: la primera busca identificar el concepto que tienen los docentes que participaron en la investigación de la imagen de la ciencia, de aprendizaje y de enseñanza. La segunda analiza el concepto de multimodalidad en el aula. La tercera parte presenta los principales resultados de la investigación derivados de la aplicación de las Unidades Didácticas. En esta etapa aparecen los diseños de las Unidades Didácticas elaborados por los grupos de profesores.

En cuanto a las conclusiones originadas de este proyecto, se resalta el aspecto metodológico; debido a que, el trabajo en grupo por parte de los profesores permitió asumir la enseñanza desde una perspectiva de cooperación y colaboración, donde se pudieron enriquecer las prácticas de aula a través del compartir ideas y puntos de vista sobre el proceso de enseñanza y aprendizaje.

También se pueden encontrar beneficios que tiene la implementación de Unidades didácticas en varias áreas del conocimiento, como es el caso del trabajo realizado por (Enciso Galindo S, Muñoz Albarracín L, Sánchez Galvis D, y Amador Rodríguez R, 2008 [30]) sobre "*La práctica profesional en la formación didáctica y pedagógica de docentes*", en el cual se realiza un análisis del contexto escolar en donde los docentes en formación, utilizan la elaboración de unidades didácticas como estrategia para abordar los conceptos, teorías o modelos de la química en los diferentes grados e instituciones donde se realiza su práctica profesional docente; estas unidades didácticas se orientan desde el modelo de resolución de problemas.

Como uno de los resultados y aportes del trabajo realizado por Enciso y otros [30], se recomienda la oportunidad de concebir proyectos de investigación por parte de las directivas de las instituciones educativas donde se le brinde al docente los espacios para conocer la disciplina, la didáctica, las concepciones epistemológicas y la posibilidad de compartir y aprender de las experiencias de los demás docentes. (Furió y Carnicer, 2002 [31], citado en Enciso, G. y otros, 2008).

En resumen, se pueden ver los puntos en común que tienen los resultados de las anteriores investigaciones sobre el diseño y la implementación de Unidades didácticas en la formación de maestros, como alternativa de profesionalización docente al abordarse conocimientos y destrezas fundamentales que favorecen la planificación, ejecución y evaluación de las prácticas de aula; tales como, el conocimiento disciplinar de los contenidos, la didáctica, las ideas previas, la epistemología de los conceptos y la metacognición, como factores que pueden beneficiar la labor docente.

2.2 Desarrollo conceptual

Ser Maestro tiene importancia en el desarrollo de un país por la formación de ciudadanos que tiene a su cargo y por la responsabilidad de entregarle a la sociedad personas que generen transformaciones al interior de ella. Se espera que éste sea un profesional de la educación, el cual sea capaz de incorporar diferentes conocimientos curriculares, conocimientos del contexto, y los conocimientos propios de los estudiantes, de la historia y de la epistemología de la ciencia que enseña, lo pedagógico y lo didáctico, propios de su profesión.

El Maestro no puede ser simplemente el operador de disposiciones políticas, éste debe convertirse en un hacedor de saberes y en un transformador de las realidades poco favorables de su contexto escolar, tendientes a su verdadero desarrollo personal y profesional que le dan el privilegio no solo de ser llamado maestro, sino de serlo.

En el año 1986 Shulman [32], habla en la Universidad de Stanford, a cerca del “Paradigma perdido de la educación” haciendo énfasis en la profesionalización de la labor docente, como un conocedor profundo de conceptos, normas, leyes y realidades cotidianas de enseñanza y aprendizaje que le atañen, para dar solución a diferentes situaciones y garantizar los aprendizajes de los niños, niñas y jóvenes, que se convierten en el centro del proceso y la razón de ser de los maestros.

A continuación, se aborda la conceptualización sobre las comunidades de aprendizaje y su incidencia en las prácticas de aula de los docentes.

2.2.1 Las Comunidades de Aprendizaje (CDA)

En los aportes que se encuentran en el documento base PTA, 2013 [36], se concibe que “Las comunidades de aprendizaje y de práctica de maestros son fundamentales en la consecución y consolidación de cambios en las prácticas de aula” (p.14). En éste sentido y partiendo de las necesidades e intereses de los docentes se posibilita a través de esta estrategia el aprovechamiento de espacios para manifestar sus inquietudes con respecto a las falencias que presentan sus estudiantes y con el fin de enriquecer el conocimiento pedagógico y disciplinar de los docentes en un grado y área específica. Al respecto,

Shulman (1987) [4], señala que “el desarrollo profesional situado debe centrarse en la consolidación de conocimiento didáctico de los contenidos (CDC), lo que implica comprender dónde y por qué se presentan dificultades por parte de los estudiantes en torno a contenidos específicos y las estrategias más adecuadas para trabajarlas, igualmente implica comprender cómo se construyen y evalúan los conocimientos en la disciplina y cómo se articula curricularmente con otras áreas” (p.225).

En este sentido, se aborda la definición de las Comunidades de Aprendizaje donde se describe que “las comunidades de aprendizaje son comunidades de conocimiento y de práctica; reflexionan y encuentran soluciones a las problemáticas específicas de aula en torno a los procesos de aprendizaje de los estudiantes, comparten inquietudes e identifican colectivamente alternativas pedagógicas. Algunas características de las comunidades de aprendizaje es que investigan, documentan sus experiencias, comparten sus prácticas y se nutren de las problemáticas del contexto escolar.” (Documento base PTA, 2013 [36]).

“El proceso de implementación de las estrategias comprendidas en la formación docente se va desarrollando en la medida en que el maestro, en el marco de una comunidad de aprendizaje y con el acompañamiento del tutor, trabaja sobre su propia práctica, diseñando, aplicando, evaluando, analizando y estudiando las alternativas de acción pedagógica frente a los problemas que surgen en el proceso de enseñanza en un determinado contexto.” (Guía sustentos del Programa Todos a Aprender, [Documento base PTA], 2013 [33]).

Investigaciones y prácticas exitosas (Abell et al., 2009 [34]; J. Brown, Collings, & Duguid, 1989 [35]; Putman & Borko, 2000 [36]), han acuñado el concepto de *desarrollo profesional situado* como estrategia para lidiar con el complejo proceso de creencias y prácticas de aula. Se puede definir como el aprendizaje realizado en contextos auténticos donde los aprendices participan en comunidades de práctica. Por ello, el desarrollo profesional se produce en el marco de la práctica de aula, en torno a problemas específicos en la enseñanza y el aprendizaje de contenidos específicos. Un ejemplo de este tipo de formación es el estudio de clases adelantado en Japón en el marco de comunidades de aprendizaje (Stigler y Hiebert, 1999 [37]). Una segunda alternativa que también ha mostrado sus beneficios es el desarrollo profesional sustentado en el

acompañamiento, como por ejemplo en el programa Escuelas del Bicentenario en Argentina, el programa de Minas Gerais en Brasil o en el programa colombiano de enseñanza de ciencias por indagación (Sanchez, Manrique, & Duque, 2009 [37]), para mencionar algunos ejemplos del creciente número de iniciativas de esta naturaleza.

(Ball y Forzani, 2009 [38]; Grossman, Hammerness, y McDonald, 2009 [39]) afirman que el desarrollo profesional situado no es realizar cursos y talleres para que luego los maestros regresen al aula a tratar de aplicar lo visto, aún con algún nivel de acompañamiento. Es centrarse en la práctica de aula y sus problemáticas concretas con la perspectiva de planear, desarrollar y analizar actividades de aula específicas.

Dentro de la formación y el desarrollo profesional que se propone al interior de las comunidades de Aprendizaje, se plantea la posibilidad de generar conocimiento y desarrollar competencias en los docentes que participan en dicho proceso; por medio de actividades y espacios de reflexión que contribuyan al cambio de las creencias y posturas inadecuadas sobre los procesos de enseñanza – aprendizaje. De lo anterior, se destaca lo propuesto por Shulman at el (1987) [4], al indicar que el maestro debe construir:

- Conocimiento de la disciplina que enseña.
- Conocimiento pedagógico general sobre principios y estrategias para el manejo y organización de la clase.
- Conocimiento curricular con particular énfasis en materiales y programas específicos para enseñar contenidos específicos.
- Conocimiento didáctico del contenido (CDC), que representa una amalgama de contenido y pedagogía específicos, que le permite conocer dónde y por qué se presentan dificultades de aprendizaje y cuáles estrategias y actividades son apropiadas para manejar estas dificultades.
- Conocimiento de cómo aprenden los individuos a la edad específica en que se desarrolla la actividad de aprendizaje.
- Conocimientos sobre una gestión apropiada del aula y de las diferentes posibilidades de agrupación de los estudiantes.

Shulman, indica igualmente que entre estos conocimientos el denominado PCK (por sus siglas en inglés “Pedagogical content Knowledge” y traducido al español como el conocimiento pedagógico del contenido) es particularmente especial pues identifica el cuerpo de conocimientos para enseñar. “Representa la mezcla de contenido y pedagogías en la comprensión de cómo los contenidos y problemas pueden ser organizados, representados y adaptados a diversos intereses y habilidades y presentados para la instrucción. ([4], p.126).

En la metodología de este trabajo se emplea como herramienta de profesionalización docente la conformación de las Comunidades de Aprendizaje y el diseño y desarrollo de Unidades Didácticas.

2.2.2 Referentes de calidad educativa en Colombia

Para los intereses de este trabajo, es necesario tener como base los referentes de calidad que actualmente rigen y guían el sistema educativo colombiano, como es el caso, de los lineamientos curriculares de Matemáticas [LM] publicados en el año 1998 [40] y los estándares básicos de competencias en Matemáticas [EBCM] en su segunda revisión en el año 2006, [41]. Por esta razón, todo proceso investigativo donde intervengan aspectos conceptuales, metodológicos, procedimentales, de la planeación, desarrollo de las clases y la evaluación, debe estar direccionado y encaminado desde las propuestas planteadas en estos documentos.

Los lineamientos curriculares “son orientaciones para que las instituciones, desde sus PEI (proyectos educativos institucionales), asuman la elaboración de sus propios currículos. Se estructuran por ejes problémicos y a través de competencias, de manera que permitan un aprendizaje significativo, que vincule lo aprendido con el medio circundante, local, nacional y global.” (MEN, 1998), y en cuanto a los estándares básicos de competencias, son “criterios claros y públicos que permiten juzgar si un estudiante, una institución o el sistema educativo en su conjunto, cumple con unas expectativas comunes de calidad. Expresan lo básico que se espera que aprendan todos los niños, niñas y jóvenes en cada una de las áreas a lo largo de su paso por la educación básica y media”. (MEN, 2006).

En estos referentes de calidad se hacen explícitas las metas y las finalidades que se persiguen en la educación matemática; las cuales buscan que el niño desarrolle las competencias básicas y necesarias en su paso por la escuela, de manera que le permitan desenvolverse de forma eficiente y pertinente en su contexto.

En los estándares básicos de competencias en matemáticas se resalta la frase *ser matemáticamente competente*, la cual hace referencia a la capacidad que tiene el estudiante para desarrollar el pensamiento matemático desde cinco aspectos fundamentales; como lo son, el pensamiento numérico, métrico, geométrico, variacional y aleatorio; así como los procesos generales de la actividad matemática, donde se evidencie habilidades como la argumentación, el razonamiento, la formulación y el planteamiento de problemas, la modelación y la ejercitación de algoritmos, todo esto articulado y aplicado en diferentes contextos nuevos y retadores para el estudiante.

En esta misma perspectiva, el diseño curricular de cada institución debe desarrollar de manera integrada los distintos pensamientos y no cada uno de ellos de manera aislada. Esto se logra si el trabajo en el aula se piensa desde las situaciones problemas, más que desde los contenidos. De esta forma es posible aprovechar en cada situación las posibilidades de interrelacionar los estándares correspondientes a los diferentes pensamientos.

Una situación problema se puede interpretar como:

“Un contexto de participación colectiva para el aprendizaje, en el que los estudiantes, al interactuar entre ellos mismos, y con el profesor, a través del objeto de conocimiento, dinamizan su actividad matemática, generando procesos conducentes a la construcción de nuevos conocimientos. Así, ella debe permitir la acción, la exploración, la sistematización, la confrontación, el debate, la evaluación, la autoevaluación, la heteroevaluación”. (Múnera, J; Obando, G, 2003, p 183, [42]).

En un estudio sobre la interpretación e implementación de los estándares básicos de competencias dirigido por Posada, M. y colaboradores (2005, [43]), se hace una reflexión interesante sobre la importancia de haber introducido el concepto de pensamiento matemático en los referentes de calidad; puesto que, al considerarlo como un eje central sobre el cual estructurar el currículo de matemáticas, se logra la construcción de un

pensamiento ágil, flexible, con sentido y significado para la vida cotidiana de los estudiantes, integrado en unidades complejas que le brinden autonomía intelectual, y sobre todo, que se logre la formación de un ciudadano con una cultura matemática mínima que le permita mejorar su calidad de vida.

En este trabajo se prioriza el desarrollo del pensamiento numérico y el proceso general de las matemáticas que se refiere a la formulación y resolución de problemas; puesto que en el primero, se aborda el significado de las operaciones por medio del estudio de las estructuras aditivas, y en el segundo se da tratamiento a la formulación y resolución de problemas; específicamente, los problemas verbales de tipo aditivo donde intervienen las operaciones de suma y resta y los cuales se desarrollan en la educación básica primaria.

“...el pensamiento numérico se refiere a la comprensión en general que tiene una persona sobre los números y las operaciones junto con la habilidad y la inclinación a usar esta comprensión en formas flexibles para hacer juicios matemáticos y para desarrollar estrategias útiles al manejar números y operaciones” (McIntosh, 1992, tomado de NCTM, 1989 [44]).

El desarrollo del pensamiento numérico es el nuevo énfasis sobre el cual se realiza el estudio de los sistemas numéricos. Así, desde el estudio profundo de los sistemas numéricos, se pueden desarrollar habilidades para comprender los números, usarlos en métodos cualitativos o cuantitativos, realizar estimaciones y aproximaciones, y en general, para poder utilizarlos como herramientas de comunicación, procesamiento e interpretación de la información en contexto con el fin de fijarse posturas críticas frente a ella, y así participar activamente en la toma de decisiones relevantes para su vida personal o social. De igual forma, se propone que el estudio de los números debe hacerse desde el desarrollo del pensamiento numérico. Para ello centra su atención en la comprensión, representación, el uso, el sentido y significado de los números, sus relaciones y operaciones dentro de cada sistema numérico.

Los lineamientos curriculares de Matemáticas plantean el desarrollo de los procesos curriculares y la organización de actividades centradas en la comprensión del uso y de los significados de los números y de la numeración; la comprensión del sentido y

significado de las operaciones y de las relaciones entre números, y el desarrollo de diferentes técnicas de cálculo y estimación, (MEN, 2002. p.58, [47]).

Una parte importante del currículo de matemáticas en la educación básica primaria, se dedica a la comprensión del concepto de las operaciones fundamentales de adición, sustracción, multiplicación y división entre números naturales. Los aspectos básicos que según varios investigadores (por ejemplo, NCTM, 1989 [51]; Dickson, 1991 [45]; Rico, 1997 [46]) se pueden tener en cuenta para construir el significado de las diferentes operaciones y que pueden dar pautas para orientar el aprendizaje de cada operación, tienen que ver con:

- Reconocer el significado de la operación en situaciones concretas, de las cuales emergen;
- Reconocer los modelos más usuales y prácticos de las operaciones;
- Comprender las propiedades matemáticas de las operaciones;
- Comprender el efecto de cada operación y las relaciones entre operaciones.

Es importante que en las escuelas los docentes tengan en cuenta las acciones y las relaciones que pueden tener las medidas o los datos en un problema; las cuales, pueden ayudar a que los niños se familiaricen con el concepto de las estructuras como tal, como es el caso de los problemas de transformación, donde siempre interviene una medida la cual sufre transformaciones. Estas transformaciones son en las que se debe hacer énfasis para comprender el significado de la operación en cuestión. “Al destacar los aspectos cuantitativos de las acciones, en donde el niño describe las causas, etapas y efectos de una determinada acción, en una segunda etapa está abstrayendo las diferentes relaciones y transformaciones que ocurren en los contextos numéricos haciendo uso de diversos esquemas o ilustraciones con los cuales se está dando un paso hacia la expresión de las operaciones a través de modelos” (MEN, 1998).

Estudios como los de (Vergnaud, 1986 y otros) afirman que la mayor parte del trabajo que se hace en la escuela dedicado al significado de las operaciones se ha limitado a resolver problemas verbales sin sentido para el estudiante y generalmente se les enseña un solo tipo de situación; como por ejemplo, ver la suma como reunir o juntar, así como al momento de abordar el significado de la resta, interpretándose ésta como la acción de

quitar o sobrar, sin tener presente la variedad de situaciones en las que subyacen estas operaciones aritméticas.

Para la articulación del significado de las operaciones con la realización de la planeación, los estándares básicos de competencias plantean los siguientes estándares distribuidos en el grupo de grados de la básica primaria. Este trabajo hace énfasis en dos estándares del grupo total de estándares que contempla el ministerio de educación nacional para cada uno de los grupos de grados de la básica primaria.

Para el grupo de grados de primero a tercero:

- a) Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición y de transformación.
- b) Uso diversas estrategias de cálculo (especialmente cálculo mental) y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.

Para el grupo de grados de cuarto y quinto:

- c) Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.
- d) Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas y multiplicativas.

Con este grupo de estándares, se presenta la posibilidad de integrar diferentes conceptos, no solo del mismo pensamiento numérico, sino también de los demás tipos de pensamiento matemático.

Otro de los componentes esenciales y que son transversales para el diseño de la Unidad didáctica, es el proceso general de la actividad matemática como la formulación y resolución de problemas; puesto que permiten desarrollar una actitud mental perseverante e inquisitiva, desplegar una serie de estrategias para resolverlos, encontrar resultados, verificar e interpretar lo razonable de ellos, modificar condiciones y originar otros problemas. (MEN, 2006).

Desde los estándares, se propone también que el docente aborde diferentes estrategias al momento de plantear los problemas a los niños; como por ejemplo, analizar las

proposiciones del enunciado, realizar esquemas, utilizar material concreto, permitirles a los niños formular la pregunta e intencionar el tipo de problema a través de múltiples situaciones.

2.2.3 Estructuras aditivas y problemas verbales aditivos

Como se ha visto en la revisión de la literatura (primera parte de este capítulo: antecedentes), se han realizado trabajos sobre el tema de las estructuras aditivas y los problemas aditivos, así como, su incidencia en la enseñanza y el aprendizaje en la escuela primaria. Del mismo modo, se pudo evidenciar en esta revisión estudios de algunos autores sobre el tema, los cuales son citados en la mayoría de las investigaciones realizadas, entre los cuales se encuentran Neshier (1982) [11], Vergnaud (1982) [23], Carpenter y Moser (1995) [47], Bermejo (1998) [48], Moser (1982) [49], Maza (1989) [50], entre otros.

En el tema de las estructuras aditivas y los problemas verbales aditivos se analizarán conceptos relacionados a la luz de las investigaciones, [11, 23, 47, 48, 49, 50].

a) Las operaciones de suma y resta

Antes de abordar los aspectos conceptuales sobre las estructuras aditivas y los problemas verbales de tipo aditivo, es necesario vislumbrar el panorama de la suma y la resta desde diferentes posturas; tal es el caso de Maza, C (1989, [50]), al referirse en uno de sus capítulos a la fenomenología de la adición y sustracción, haciendo hincapié en los términos de la suma y la resta.

Según Maza, el término de “adición” proviene del latín “addo, is” significando añadir, agregar. Al respecto, (Vidal 1909, citado en Maza, 1989 [57]), encontró que la definición habitual en libros de texto aritmético del siglo XIX y comienzos del XX consistía en afirmar que “Sumar es reunir varios números en uno sólo”. La operación se define por su aplicación a los números, no por las situaciones en las que dicha aplicación tiene lugar.

De igual manera, en este artículo se nombra el término de ‘resta’ que tiene su origen en el latín ‘restare’, sobrar, quedar. Las antiguas definiciones de los libros de texto hacían

descansar la operación en la anterior afirmando que “La sustracción es el análisis de la adición, y tiene por objeto, dada la suma de dos sumandos y uno de éstos, hallar el otro”. Así pues, se define no por la acción que describe (quedar, quitar) sino por el hecho de que se puede entender como una suma donde se ignora uno de los sumandos.

Estos aspectos que considera el autor [50], juegan un papel preponderante en los procesos de enseñanza – aprendizaje que se llevan a cabo en la escuela; puesto que, el niño se ve inmerso en diferentes contextos y en muchas ocasiones le es difícil extraer los conceptos meramente matemáticos en una situación o problema aritmético determinado. La mayoría de los docentes permanentemente emiten juicios sobre las falencias que presentan los niños en la interpretación de los problemas, afirmando que no saben leer, cuando en ciertas ocasiones el docente no ha tomado la precaución de direccionar la resolución de los problemas desde el análisis de las palabras y la manera como se relacionan las medidas y los números en cuestión.; por ejemplo, para los niños comúnmente es lo mismo decir que “*se tienen cuatro canicas*” a afirmar que se “*ha ganado cuatro canicas*”, cuando el significado del número cuatro es diferente en ambos contextos, evidenciándose en la primera afirmación como una medida o el cardinal de un conjunto y en la segunda como una acción.

De acuerdo a la importancia que tiene una enseñanza coherente, pertinente y articulada desde los primeros niveles de escolaridad, conviene analizar los aspectos conceptuales sobre las implicaciones que tienen las operaciones de suma y resta en los problemas verbales.

b) Los problemas verbales aditivos en Matemáticas

Desde los artículos publicados por el grupo de Matemáticas Escolares de la Universidad Distrital Francisco José de Caldas - Colombia (1999) [2], los problemas aritméticos se pueden analizar desde varios puntos de vista. Uno de ellos lo constituye la clasificación entre problemas de tipo verbal y problemas de tipo gráfico y/o numérico. Un problema de tipo verbal es aquel en el que se describen con palabras situaciones que plantean relaciones entre las cantidades propuestas y son posibles de resolver mediante una expresión aritmética. Los problemas numéricos piden al resolutor que realice cálculos entre las cantidades (sin medidas) planteadas en las expresiones dadas sin que tenga

que interpretar textos. Los problemas de tipo gráfico son aquellos que mediante una representación se le pide al resolutor realizar una operación determinada (p. 86).

En este trabajo se determinan unos criterios que posibilitan analizar los problemas de enunciado verbal que inciden significativamente en la interpretación y resolución de los problemas, tales como: las palabras involucradas en el enunciado, el análisis de tipo global o semántico y el análisis de tipo sintáctico. Así mismo, advierten que estos criterios pueden servir a los profesores como referentes para identificar los errores, las estrategias de solución de los niños, al tiempo que posibilita el diseño de tareas que potencian el aprendizaje significativo en los niños.

En cuanto al primer criterio sobre el análisis centrado en las palabras involucradas, se encuentran las palabras denominadas “palabras clave”, que tal como lo afirma Puig, L y Cerdán, F, (1995) [10], “las palabras claves constituyen un conjunto heterogéneo de palabras que podemos dividir en tres grupos: Palabras propias de la terminología matemática y, por tanto, con significado preciso en el contexto matemático (añadir, doblar, sustraer, dividir, repartir,...) como segundo aspecto, se tienen las palabras tales como conectivas, verbos, etc. que no son propias de la terminología matemática, pero cuyo significado en el contexto del problema suele ser suficiente para decidir la operación que hay que realizar para resolver el problema y por último las palabras -o grupos de palabras- que expresan relaciones” (p. 95).

En consecuencia, los autores plantean que una de las dificultades que tiene este tipo de análisis de los enunciados de los problemas es que se puede hacer de una manera rápida, literal y mecánica, sin tener en cuenta el contexto en que se encuentran dichas palabras claves, lo cual puede llevar a una solución errónea; o en algunos casos, aunque la solución corresponda, la interpretación del problema será errónea o simplemente no se comprenderá.

Como segundo criterio presentan el análisis semántico, el cual hace referencia al estudio del significado de las operaciones que la suma y la resta cobran en diferentes contextos. Un problema aritmético posee una estructura aditiva si para su solución se requiere del uso de una adición. En este contexto la resta se clasifica como un tipo especial de adición. Se asume que una estructura aditiva es aquella estructura o relación que sólo

está formada por sumas o sustracciones. Para Vergnaud (1991) las estructuras aditivas son relaciones ternarias que pueden encadenarse de diversas maneras. La clasificación hecha por Vergnaud y la realizada por Nescher se abordaran en apartados más adelante.

Por último, en este estudio se presenta el tercer criterio donde se analiza la sintaxis de los problemas verbales aditivos. Esta categorización se basa en encontrar el lugar de la variable desconocida (incógnita) en el problema. Cambiando la incógnita se generan diferentes tipos de problemas que se resuelven con la suma o la resta. En esta categoría de la sintáctica se describen los modelos de representación que se pueden utilizar para comprender la estructura de cada uno de los problemas y se sugiere que a través del contacto con material concreto se debe iniciar el estudio de los problemas verbales desde los primeros años. Tal como lo plantea Llinares (1994) [51] “una de las competencias del profesor es el uso de diferentes modos de representación que le ayuden a los alumnos a comprender los conceptos y procedimientos matemáticos en discusión” (p. 50).

Con relación los anteriores aportes sobre la naturaleza de los problemas verbales aditivos, se generan dos posturas que conciben la enseñanza de este tema en la escuela desde los primeros años.

A continuación se citan los trabajos de Bermejo F, 1993 [52]; Carpenter y Moser (1983 [18]); Heller y Greeno (1978 [11]); Nesher (1982 [23]); Vergnaud (1982 [16]), en los cuales se distinguen dos corrientes:

-La corriente que utiliza el concepto de *cálculo relacional*, cuyo representante es Vergnaud (1982).

-La corriente basada en las *categorías semánticas* de los problemas, (Riley, Greeno y Heller, 1983; Carpenter y Moser, 1982; Nesher, 1982, entre otros).

i. Corriente: Cálculo Relacional

Gérard Vergnaud (1991, [12]), director de investigación del Centro Nacional de Investigación Científica (CNRS) de Francia, realiza aportes importantes en cuanto a sus trabajos realizados sobre los campos conceptuales⁶, definido por este autor como “el conjunto de las situaciones cuyo dominio progresivo requiere la utilización de una variedad de procedimientos, de conceptos y de representaciones simbólicas que están en estrecha conexión” (p. 133)

En este sentido, Vergnaud toma como ejemplo el campo conceptual de las estructuras aditivas y multiplicativas para dar más claridad sobre el significado de los campos conceptuales, analizando sus implicaciones en los procesos de enseñanza – aprendizaje y la manera como está relacionado un concepto con otros. Vergnaud afirma, en el caso de las estructuras aditivas, que no es posible que sustracción y adición tengan sentido para los alumnos cuando se le presentan dichos conceptos de una sola forma, desde un solo tipo de situaciones, sino por el contrario, su aprendizaje será más efectivo si se enriquece la enseñanza de la adición y la sustracción desde una variedad de situaciones.

Con esta breve descripción de los propósitos de Vergnaud sobre la importancia de los campos conceptuales, es conveniente citar la definición del campo conceptual de las estructuras aditivas:

“El campo conceptual de las estructuras aditivas está formado por las diferentes situaciones en las cuales hay que hacer una adición, una sustracción o una combinación de tales operaciones. Estas situaciones son de gran variedad y pueden ser clasificadas; su análisis muestra que, junto a los conceptos de adición y de sustracción, se utiliza, también, los conceptos de medida, de parte y de todo, de estado y transformación, de comparación, de composición binaria y de operador unitario, de número relativo, etc. Las relaciones que están presentes y las operaciones de pensamiento que permiten tratarlas pueden ser representadas por varios sistemas

⁶ Para profundizar en el trabajo elaborado por Vergnaud sobre los campos conceptuales se puede consultar en Investigaciones en Enseñanza de las Ciencias, 7(1), 2002. <http://www.if.ufrgs.br/ienci>
Traducción de Isabel Iglesias.

de significantes matemáticos y por varias lingüísticas, cuya pertinencia y límites es interesante evaluar (Vergnaud, 1991. pp. 193-194, [12]).

En cuanto a la primera corriente sobre el estudio que ofrece Vergnaud, se hace hincapié en la importancia que tienen los preconceptos o prerequisites al momento de estudiar el campo de las estructuras aditivas, como es el caso, del cálculo relacional. *“la noción de relación es una noción absolutamente general. El conocimiento consiste en gran medida en establecer relaciones y en organizarlas en sistemas. Hay relaciones entre objetos del espacio, entre cantidades físicas, entre fenómenos biológicos, sociales y psicológicos”* ([12], p. 15).

Los niños desde muy pequeños y antes de entrar por primera vez a la escuela traen consigo un sin número de herramientas cognitivas que les permiten hacer relaciones entre objetos y situaciones. Por estas razones, se hace indispensable que los maestros de primaria, principalmente en los primeros años, dediquen tiempo y propicien espacios para que los niños desarrollen y adquieran los conceptos necesarios para abordar las operaciones de adición y sustracción y sus aplicaciones en la resolución de problemas verbales.

Vergnaud expone las relaciones binarias (relación entre dos elementos como objetos, personas, números, expresiones algebraicas, conjuntos, relaciones temporo – espaciales), relaciones ternarias (relación entre tres elementos) y relaciones cuaternarias (relación entre cuatro elementos). La importancia del cálculo relacional reside en que es la base de las estructuras aditivas y en la mayoría de las ocasiones la dificultad que presentan los niños para resolver un problema verbal de tipo aditivo se debe a los vacíos y falencias que tienen sobre la capacidad de realizar cálculos relacionales entre dos o más elementos.

Del estudio de las relaciones se desprende una variedad de situaciones con las que se puede presentar la adición y la sustracción. Vergnaud hace una clasificación de las diferentes situaciones que dan sentido a las operaciones de suma y de resta, así como, las posibles formas en las que puede ser abordada su solución, como se describe a continuación.

Las seis grandes categorías de las relaciones aditivas de Vergnaud

Dentro de las relaciones entre elementos, las relaciones ternarias cumplen una función preponderante en las estructuras aditivas. “*Las relaciones aditivas son relaciones ternarias que pueden encadenarse de diferentes maneras y ofrecer una gran variedad de estructuras aditivas*” [12]. Vergnaud realiza la siguiente clasificación de las relaciones ternarias en seis esquemas o categorías:

- I. **Composición de Medidas:** dos medidas se componen para dar lugar a una medida⁷.
- II. **Transformación de Medidas:** una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida.
- III. **Comparación de Medidas:** una relación une dos medidas.
- IV. **Composición de Transformaciones:** dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación.
- V. **Transformación sobre estados relativos⁸:** una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo.
- VI. **Composición de estados relativos:** dos estados relativos se componen para dar lugar a un estado relativo⁹.

Con la finalidad de comprender de una manera más sencilla los aportes de Vergnaud, él plantea una variedad de ejemplos correspondientes a cada una de las categorías. Para ilustrar las relaciones ternarias descritas anteriormente, se presentan los siguientes esquemas con sus correspondientes subclases o tipos de problemas que se derivan de cada categoría. La siguiente tabla (Tabla 2-2) ha sido referenciada en los trabajos de Vergnaud [12].

⁷ La definición de “medida” es la que hace referencia Vergnaud (1985) en “el niño, las matemáticas y la realidad. Capítulo VI, p. 101, utilizando el concepto de medida como el cardinal de un conjunto y haciendo asociación con el conjunto de los números Naturales.

⁸ Vergnaud (1985), se refiere a los “números relativos” como el conjunto de números dotados de signo; puesto que éstos representan adecuadamente las transformaciones aditivas (adiciones y sustracciones) que se pueden efectuar sobre la medida de un conjunto de objetos aislables. Este conjunto es el conjunto de los números enteros.

⁹ Para los intereses de este estudio, se hará una profundización de las cuatro primeras categorías; puesto que son las que se orientan directamente en la básica primaria.

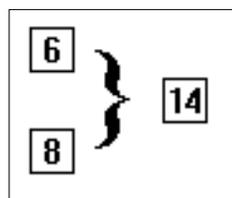
Tabla 2-2: Representación de símbolos según Vergnaud

Esquemas - símbolos	Representación
	Numero Natural
	Numero Relativo
	Composición de elementos de la misma naturaleza
	
	Una transformación o una relación; es decir, la composición de elementos de naturaleza diferente
n	Numero natural
(+n) o (-n)	Numero relativo
+	Adición de dos números Naturales
+	Adición de un numero Natural con un número relativo
+	Adición de dos números relativos

I. **Composición de Medidas:** dos medidas se componen para dar lugar a una medida.

Ejemplo: “Pablo tiene 6 canicas de vidrio y 8 de acero. Pablo tiene en total tiene 14 canicas”. Teniendo en cuenta que: 6, 8, 14 son números naturales. El esquema correspondiente se representa en la (Figura 2-1):

Figura 2-1: Composición de dos medidas



La ecuación correspondiente es: $6 + 8 = 14$ (2.1)

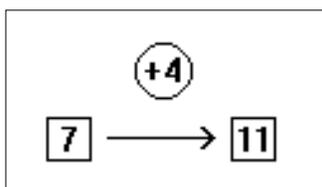
“+” es la ley de composición que corresponde a la adición de dos medidas, es decir, de dos números naturales.

II. **Transformación de Medidas:** una transformación opera sobre una medida para dar lugar a una medida.

Presenta dos ejemplos.

-El primero es: “Pablo tenía 7 canicas antes de empezar a jugar. Durante el juego ganó 4 canicas. Ahora tiene 11 canicas”. 7 y 11 son números naturales; +4 es un número relativo. El esquema correspondiente es se representa en la (Figura 2-2):

Figura 2-2: Transformación positiva

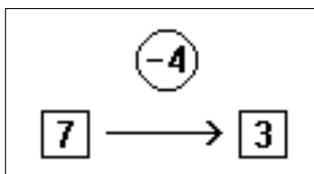


La ecuación correspondiente es: $7 + (+4) = 11$ (2.2)

“+” es la ley de composición que corresponde a la aplicación de una transformación sobre una medida, es decir, a la adición de un número natural (7) y de un número relativo (+4).

-El segundo ejemplo es: “Pablo tenía 7 canicas antes de empezar a jugar. Durante el juego perdió 4 canicas. Ahora tiene 3 canicas”. El esquema correspondiente se representa en la (Figura 2-3):

Figura 2-3: Transformación negativa

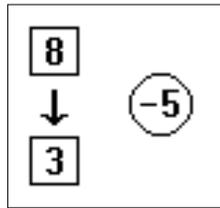


La ecuación correspondiente es: $7 + (-4) = 3$ (2.3)

III. **Comparación de Medidas:** una relación una dos medidas.

El ejemplo propuesto es: "Pablo tiene 8 canicas. Jaime tiene 5 canicas menos que Pablo; entonces Jaime tiene 3 canicas". El esquema correspondiente se representa en la (Figura 2-4):

Figura 2-4: Comparación negativa



La ecuación correspondiente es:

$$8 + (-5) = 3$$

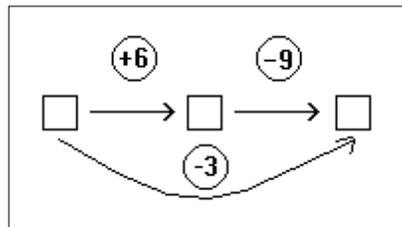
(2.4)

Esta categoría es estática, a diferencia de la anterior que corresponde a transformaciones.

IV. **Composición de Transformaciones:** dos transformaciones se componen para dar lugar a una transformación.

Vergnaud presenta el ejemplo siguiente: "Pablo ganó 6 canicas ayer y hoy perdió 3 canicas. En total perdió 3 canicas". +6, -9 y -3 son números relativos. El esquema correspondiente se representa en la (Figura 2-5):

Figura 2-5: Transformaciones positivas y negativas



La ecuación correspondiente es:

$$(+6) + (-9) = (-3)$$

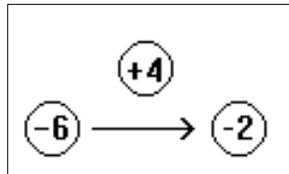
(2.5)

“+” es la ley de composición que corresponde a la adición de dos transformaciones, es decir, de dos números relativos.

V. **Transformación sobre estados relativos:** una transformación opera sobre un estado relativo (una relación) para dar lugar a un estado relativo.

El ejemplo señalado es: “Pablo le debía 6 canicas a Enrique. Le devuelve 4 canicas. Entonces sólo le debe 2 canicas”. El esquema correspondiente se representa en la (Figura 2-6):

Figura 2-6: Transformación de estados relativos



La ecuación correspondiente es:

$$(-6) + (+4) = (-2) \quad (2.6)$$

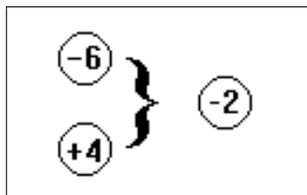
“+” es aquí la ley de composición que corresponde a la operación de una transformación sobre un estado relativo.

VI. **Composición de estados relativos:** dos estados relativos (relaciones) se componen para dar lugar a un estado relativo.

Esta categoría es explicada con dos ejemplos.

-El primer ejemplo es así: “Pablo le debe 6 canicas a Enrique, pero Enrique le debe 4. Pablo le debe entonces sólo 2 canicas a Enrique”. -6, + 4 y -2 son números relativos. El esquema correspondiente se representa en la (Figura 2-7):

Figura 2-7: Composición de estados relativos



La ecuación correspondiente es:

$$(-6) \oplus (+4) = (-2)$$

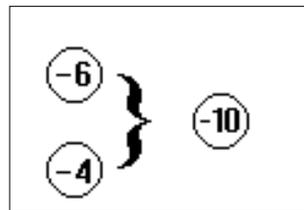
(2.7)

“ \oplus ” es la ley de composición que corresponde a la adición de dos estados relativos.

Esta categoría es muy similar a la cuarta, la diferencia se encuentra en que se compone de relaciones-estados y no de transformaciones.

El ejemplo segundo es: “Pablo le debe 6 canicas a Enrique y 4 canicas a Antonio. Debe 10 canicas en total”. El esquema correspondiente se representa en la (Figura 2-8):

Figura 2-8: Composición de estados-relaciones



La ecuación correspondiente es:

$$(-6) \oplus (-4) = (-10)$$

(2.8)

En este segundo ejemplo la composición de relaciones se da entre dos personas diferentes y no así en el primero caso que se realizaba entre las mismas personas.

ii. Corriente: Categorías semánticas

En esta segunda corriente, varios autores clasifican los problemas según la estructura semántica (Bermejo, Lago, Rodríguez y otros, 1997 [15], Carpenter y Moser, 1982 [7]; De Corte y Verschaffel, 1985 [17]; Heller y Greeno, 1978 [18]; Kintsch y Greeno, 1985 [53]; Morales, Shute y Pellegrino, 1985 [20]; Neshier y Greeno, 1981 [21]; Riley, Greeno y Heller, 1983 [22]; Vergnaud, 1982 [23]).

Una de las actuales críticas a la formación matemática que los niños reciben en la escuela, cuestiona que la actividad matemática escolar se refiere únicamente a los conocimientos procedimentales y poco o nada se hace énfasis en los conocimientos conceptuales, posibles de construir a partir de las experiencias que los niños tienen en su

interacción con el entorno, tanto no escolar como escolar, pensados como espacios de significación y comprensión.

Según Riley, Greeno y Heller (1983), coinciden en la taxonomía de los problemas aritméticos de adición y sustracción clasificados en las cuatro grandes categorías: combinación, cambio, comparación e igualación. Los autores comparten afinidad con las características estructurantes de los trabajos realizados por Fuson (1992) [8], Bermejo (1994) [64], De Corte y Verschaffel (1985) [17], porque en ellos se destaca la importancia de introducir esta variedad de problemas en el trabajo escolar desde las edades tempranas; puesto que, de esta manera se podrá facilitar a los estudiantes la construcción de nociones y conceptos ricos y amplios con respecto a las operaciones de la suma y la resta.

Según los anteriores estudios, los problemas de cambio con la incógnita en el estado final y con la transformación tanto positiva como negativa se manifiestan como el escalón más básico por el cual se debería iniciar el aprendizaje de los problemas aritméticos. Los problemas donde el inicio es desconocido son los más difíciles de todos los de cambio; debido a que la gran mayoría de los niños son incapaces de comprenderlos y resolverlos. Los problemas de comparación y de igualación a nivel general son los que presentan mayor dificultad en los niños y según son los que se deben abordar en edades superiores a los ocho o nueve años.

El estudio realizado por Riley (1988), es de importancia para este trabajo porque proporciona elementos importantes sobre la manera como se podrían diseñar los procesos de planeación en las clases de matemáticas y que sea coherente y pertinente con los niveles de pensamiento que poseen los niños.

A continuación se hace una breve descripción de las categorías semánticas de manera general y algunos ejemplos para distinguir de forma más clara el significado de los problemas de tipo aditivo, de acuerdo a los estudios realizados por los autores anteriormente referenciados.

A. Combinación:

Los problemas de *Combinación* están referidos a situaciones estáticas en las que se proponen dos cantidades disjuntas que pueden considerarse aisladamente o como partes de un todo, sin que haya ningún tipo de acción transformadora sobre ellas. Es decir, unión de dos conjuntos disjuntos de elementos o partición de un conjunto en dos partes. Se tiene la siguiente representación simbólica para este tipo de problemas: (E1 E2 E3), con E1: estado uno, E2: estado dos y, E3: estado total; lo cual significa que dos estados son combinados para dar resultado a un tercer estado. En el mismo sentido surgen dos tipos de problemas según la posición de la incógnita. La (tabla 2-3) representa la estructura de los problemas de Composición.

Tabla 2-3: Problemas de composición

	E1	E2	E3
Composición	Parte	Parte	Todo
E1 + E2 = ?	Hay 5 hombres	Hay 7 mujeres	¿Cuántas personas hay?
E1 + ? = E3	Hay 5 hombres	?	Hay 7 mujeres

El símbolo “?” representa la posición de la incógnita en la estructura y es el dato por el que se está preguntando.

B. Cambio:

Según estos autores, los problemas de *Cambio* están referidos a situaciones dinámicas y se caracterizan por la presencia de una acción de transformación aplicada sobre una cantidad inicial, la cual experimenta un cambio (incremento o decremento) y resulta una cantidad final. Los autores proponen representar este tipo de problemas a través del esquema (ICF), donde el estado inicial (I) es sometido a un cambio (C), resultando un estado final (F). Así mismo, se plantean que la incógnita puede variar según la posición que ésta ocupe (resultado final (F), cambio desconocido (C) e inicio desconocido (I).

La siguiente (tabla 2-4) muestra los seis tipos de problemas de cambio posibles según las investigaciones realizadas por estos autores.

Tabla 2-4: Problemas de cambio

	I	C	F
Cambio	Cantidad Inicial	Cambio	Cantidad Final
I + C = ?	Juan tenía 5 caramelos	Le dan 3	?
I - C = ?	Juan tiene 5 caramelos	Regala 3	?
I + ? = F	Juan tenía 5 caramelos	Pedro le da algunos caramelos (?)	Ahora tiene 8 caramelos
I - ? = F	Juan tenía 5 caramelos	Da algunos caramelos a Pedro (?)	Ahora tiene 3 caramelos
? + C = F	Juan tenía algunos caramelos (?)	Pedro le dio 3 caramelos	Ahora tiene 8 caramelos
? - C = F	Juan tenía algunos caramelos (?)	Le dio 2 caramelos a Pedro	Ahora tiene 3 caramelos

El símbolo “?” representa la posición de la incógnita en la estructura y es el dato por el que se está preguntando.

C. Comparación:

Los problemas de *Comparación* también se refieren a situaciones estáticas en la que se establece una relación comparativa entre dos cantidades disjuntas, bien para determinar la diferencia existente entre ellas, o bien para averiguar una de las cantidades conociendo la otra. El esquema utilizado en este trabajo es (E1 R E2), donde se plantea la relación comparativa entre dos estados.

Las cantidades presentes en el problema se denominan cantidad de referencia, cantidad comparada y diferencia; la cantidad comparada aparece a la izquierda de la expresión ‘más que’ o ‘menos que’, y la cantidad de referencia a su derecha. Dado que el sentido de la comparación puede establecerse en más o en menos, y dado que se puede preguntar por cualquiera de las tres cantidades, el número de tipos posibles de problemas de comparación es seis. La (tabla 2-5) representa la estructura de los problemas de Comparación.

Tabla 2-5: Problemas de comparación

E1 + R = E2	E1	R	E2
Comparación	Referencia	Comparada	Diferencia
E1 - R = ?	Juan tiene 8 caramelos	Pedro tiene 5 caramelos	¿Cuántos caramelos “mas” tiene Juan “que” Pedro?
E1 - R = ?	Juan tiene 8 caramelos	Pedro tiene 5 caramelos	¿Cuántos caramelos “menos” tiene Pedro “que” Juan?
E1 + ? = E2	Juan tiene 5 caramelos	?	Pedro tiene 3 caramelos “más que” Juan
E1 - ? = E2	Juan tiene 5 caramelos	?	Pedro tiene 2 caramelos “menos que” Juan
? + E2 = R	?	Pedro tiene 8 caramelos	Pedro tiene 3 caramelos “más que” Juan
? - R = E2	?	Pedro tiene 5 caramelos	Pedro tiene 3 caramelos “menos que” Juan

El símbolo “?” representa la posición de la incógnita en la estructura y es el dato por el que se está preguntando.

Los problemas de este tipo comparten con los de combinar su carácter estático, pero mientras que en los de combinar la relación se establece entre conjuntos, en éstos se establece entre cantidades, de manera que lo que en aquéllos eran relaciones de inclusión entre conjuntos, pasan a ser aquí relaciones de comparación entre cantidades. Las palabras del enunciado encargadas de mostrar la relación de comparación son del estilo de ‘más que’ o ‘menos que’.

D. Igualación

Las tres categorías anteriores son las categorías básicas; autores como Carpenter, Riley y Moser (1983), distinguen una cuarta categoría llamada problemas de igualación.

Estos problemas se caracterizan porque hay en ellos una comparación entre las cantidades que aparecen, establecida por medio del comparativo de igualdad “**tantos**

como". Una acción (cambio) se realiza con una de las cantidades con el fin de igualarla a otra con la que ha sido comparada. Como la estructura básica de este tipo de problemas es la de los problemas de comparación, están presentes aquí también los tres tipos de cantidades: de referencia, comparada y diferencia, y la incógnita puede ser cualquiera de ellas; el sentido del cambio, que puede ser en más o en menos dependiendo de la relación entre las cantidades de referencia y comparada, duplica el número de posibilidades, con lo que de nuevo hay seis tipos de problemas de esta clase. Ver (Tabla 2-6).

Tabla 2-6: Problemas de igualación

Igualación	Referencia	Comparada	Diferencia
Igualar la referencia	Juan tiene 8 caramelos	Pedro tiene 5 caramelos	¿Cuántos tiene que ganar Pedro para tener " tantos como " Juan?
Igualar la comparada	Juan tiene 8 caramelos	Pedro tiene 5 caramelos	¿Cuántos tiene que perder Juan para tener " tantos como " Pedro?
Igualar la referencia	Juan tiene 8 caramelos	?	Si Pedro gana 3 caramelos tendrá " tantos como " Juan.
Igualar la referencia	Juan tiene 8 caramelos	?	Si Pedro pierde 3 caramelos tendrá " tantos como " Juan.
Igualar la comparada	?	Pedro tiene 5 caramelos	Si Pedro gana 3 caramelos tendrá " tantos como " Juan.
Igualar la comparada	?	Pedro tiene 11 caramelos	Si Pedro pierde 3 caramelos tendrá " tantos como " Juan.

El símbolo "?" representa la posición de la incógnita en la estructura y es el dato por el que se está preguntando.

A modo de resumen, se recogen las equivalencias aportadas por Nesher, Greeno y Riley (1982) entre las distintas categorías propuestas por los diferentes autores. Se presenta este resumen en la siguiente (Tabla 2-7) tomada de (Nesher, Greeno y Riley, 1982, p. 374).

Tabla 2-7: Equivalencias entre las categorías semánticas de los problemas de suma y resta

Categorías de Problemas	Características	Equivalencias entre las categorías de distintos autores
Combinación	Relaciones estáticas entre conjuntos	<p>Combinación: Greeno (1980); Heller y Greeno (1978); Riley (1979); Riley y otros (1981).</p> <p>Parte – Parte – Todo: Carpenter y Moser (1981); Carpenter y Cols (1981).</p> <p>Estática: Nesher (1978, 1981).</p> <p>Composición de dos medidas: Vergnaud y Durand (1976); Vergnaud (1981).</p>
Cambio	De un estado inicial aumenta o disminuye a un estado final	<p>Cambio: Greeno (1980).</p> <p>Unión y separación: Carpenter y Moser (1981); Carpenter y Cols (1981).</p> <p>Dinámica: Nesher y Katriel (1978); Nesher (1981).</p> <p>Transformación operando con dos medidas: Vergnaud y Durand (1976); Vergnaud (1981).</p>
Comparación	Relaciones de comparación entre conjuntos	<p>Comparación: Greeno (1980); Carpenter y Moser (1981); Carpenter y Cols (1981); Nesher y Katriel (1978); Nesher (1981).</p> <p>Conexión estática operando sobre medidas: Vergnaud y Durand (1976); Vergnaud (1981).</p>

2.2.4 Diseño de Unidades didácticas (UD)

Según la investigación en didáctica [32], el modelo para el diseño de Unidades Didácticas contribuye con el mejoramiento de las prácticas de aula de los docentes, tanto los que se encuentran en etapa de formación, como los que actualmente están ejerciendo en el sector educativo; puesto que, aporta un plan de trabajo estructurado para que los docentes utilicen *su propio conocimiento y experiencia* como mecanismo de mejora de su profesionalidad. La elaboración de unidades didácticas, supone partir de lo que habitualmente hace y enseña cada profesor de tal modo que lo analice, proponga acciones alternativas, las aplique y posteriormente reflexione sobre sus consecuencias, todo ello con el propósito de mejorar sus prácticas pedagógicas de aula.

Dentro del proceso metodológico se contempla el trabajo en equipo entre docentes como el eje principal en el diseño de Unidades Didácticas. A pesar de que un profesor pueda desarrollar individualmente sus procesos de planeación sobre un tema en especial, existen mayores garantías para la mejora de su profesionalidad docente, si la experimentación de unidades didácticas se aborda de modo compartido con otros compañeros.

Se define el concepto de Unidad Didáctica a partir de los planteamientos presentados por Tamayo (2011) [32]; Garcia y Valcárcel Pérez, M.V. (1993) [54]. Se entiende por Unidad Didáctica (de aquí en adelante UD) como *“un proceso flexible de planificación de la enseñanza de los contenidos relacionados con un campo del saber específico, para construir procesos de aprendizaje en una comunidad determinada”*. [32].

Según Tamayo y otros, el proceso flexible de planificación parte, primero del pensamiento del docente, determinado por su saber específico en el área del conocimiento objeto de la enseñanza, su experiencia docente, los conocimientos previos de los estudiantes, las políticas de educación, los recursos disponibles para el desarrollo de la práctica de enseñanza – aprendizaje y la ejecución y evaluación de dicho proceso. Desde este punto de vista, el diseño de las UD permite a los docentes generar cambios significativos en la forma como ellos están percibiendo los procesos de enseñanza; sus perspectivas, modelos de pensamiento, concepciones y paradigmas, que inciden notablemente en la manera como aprenden los estudiantes. Con esta metodología se pretende propiciar espacios de reflexión didáctica y pedagógica en los docentes que les

permita abandonar una visión *transmisionista* y pasiva de los conceptos e incorporar una postura de *construcción del conocimiento*, donde el estudiante tenga la posibilidad de desarrollar un pensamiento crítico – reflexivo de su propio aprendizaje.

Tal como indican Sánchez Blanco et al (1993) [55], en una situación de enseñanza – aprendizaje, el docente tiene la función de propiciar situaciones que le permitan al estudiante construir activamente significados. En este sentido, las ideas previas que posee el estudiante cobra gran significado al momento de abordar un nuevo concepto por parte del docente; puesto que, estas ideas o preconcepciones son difíciles de transformar debido a sus múltiples experiencias vividas a través del tiempo, diferentes contextos y situaciones.

Dentro de los componentes que plantean Tamayo y otros en la estructura de la UD se encuentran la historia y epistemología de los conceptos, las ideas previas de los estudiantes, la reflexión metacognitiva y el proceso de evolución conceptual como aspectos que permiten una evaluación formativa, la transformación del conocimiento del pensamiento inicial y final de los docentes y de los estudiantes. Estos componentes se pueden apreciar en la figura 2-9.

Figura 2-9: Modelo de la Unidad Didáctica según Tamayo y otros



A continuación, se describen las características de cada uno de los componentes que integran el modelo de una unidad didáctica, [32, 56].

1) Componentes que integran el modelo de la unidad didáctica

a. Ideas previas

A partir de los planteamientos de Viennot (1979) [56]; se define Idea previa como “aquellos conceptos que traen los estudiantes antes de adquirir un conocimiento formal, entendido este último como el conocimiento que abarca el talento y comprensión de los conceptos científicos. Las ideas previas las adquieren los estudiantes en contextos bien sea culturales, familiares, escolares o sociales, entre otros. Estas no deben considerarse como erróneas; por este motivo, es importante que el maestro comprenda las ideas que tiene el estudiante, porque estas ideas son diferentes de las establecidas por conocimiento científico y hay que indagar su origen y planear nuevas estrategias para modificarlas” (p. 264).

En el proceso de exploración de las ideas previas, el docente adquiere la habilidad de agrupar las ideas diversas de los estudiantes, de acuerdo con atributos similares y en determinados casos, con modelos científicos. Estas agrupaciones o taxonomías se convierten en insumos u objetos de análisis que enriquecen la enseñanza, porque permite, según el caso, sustituir la idea previa por el conocimiento científico, actividad que da lugar a la adquisición de un conocimiento especializado. Conocer las ideas previas de los estudiantes es una actividad importante para el docente en el proceso de planificación de una UD.

b. Historia y Epistemología de los conceptos

En este componente de la Unidad Didáctica, Tamayo y otros (2011) [32], hacen una aclaración sobre las diferencias existentes entre historia de la ciencia y epistemología de la ciencia. La historia de la ciencia estudia los diferentes cambios y evolución del pensamiento científico en una trayectoria espacio – temporalmente dinámica de las teorías científicas. Una teoría puede entenderse como un conjunto de estructuras o sistemas construidos en una comunidad científica que representa y explica un fenómeno de la realidad. La Epistemología se entiende como el estudio del conocimiento científico

frente al estudio del conocimiento común. La epistemología surge como un conocimiento contrario a la opinión que refleja el conocimiento común no sistemático de los individuos.

Estos conceptos forman parte fundamental del diseño de la UD, puesto que el estudio de la historia y la Epistemología ofrece a los docentes y a los estudiantes varias ventajas.

c. Metacognición

Según investigaciones realizadas al respecto permiten suponer, de un lado, que la reflexión de los procesos cognitivos mejora el aprendizaje y, de otro lado, que dicha reflexión no ocurre de manera espontánea, sino que hay que propiciarla con distintos métodos que permiten monitorear y supervisar los propios recursos cognitivos. Los resultados condujeron a Flavell (1979) [57] a acuñar el término metacognición y a asumirlo como el conocimiento de los procesos cognitivos y la regulación de estos.

En cuanto al conocimiento de los procesos cognitivos, Flavell [74], citado por Martí, E (1995), hace referencia al conocimiento declarativo y la regulación de dichos procesos al respecto. Tamayo afirma que la metacognición influye en la didáctica de las ciencias porque incide en la adquisición, comprensión, conservación y aplicación de lo que se aprende; su importancia es la eficacia del aprendizaje, el pensamiento crítico y la resolución de problemas.

En el modelo de la UD la metacognición cobra importancia cuando los docentes y los estudiantes la explicitan en el aula de clase, mediante la comunicación (verbalizaciones, escritura de textos, expresión corporal, representaciones gráficas,...) y al transitar entre dichos modos, [74].

d. Evolución Conceptual

Tal como indica Tamayo en sus artículos; “la evolución conceptual desde la perspectiva cognitiva considera, en primer lugar, la existencia de ideas de los estudiantes, las cuales se caracterizan por ser relativamente coherentes, comunes en distintos contextos culturales y difíciles de cambiar t, en segundo lugar, la existencia del conocimiento científico (...) En el ámbito de la enseñanza de las ciencias existe un acuerdo general

sobre la importancia de favorecer el cambio de estas ideas, de tal manera que se acerquen más a los conocimientos científicos” (p. 253, [32]).

La cita de Tamayo (2001) se basa en Giere, R. (1999) [58], sobre los distintos modelos que pueden adoptarse en la ciencia para la explicación científica, atendiendo al criterio de nivel de satisfacción del sujeto respecto de la elección de una teoría. Esta posibilidad de elección ocurre en el desarrollo de la UD cuando el docente presenta una variada programación de actividades que promueven la reflexión individual y en grupo sobre las ideas iniciales de los estudiantes, las explicaciones de un determinado fenómeno, de tal manera que la efectividad de dichas explicaciones puedan comprobarse y compararse con las científicas. La comparación entre ambas perspectivas difícilmente se logra sin la orientación del docente, quien acompaña al estudiante para que valore las diferentes explicaciones, el modelo que proporciones mayor satisfacción de las ideas iniciales (Sanmartí, N. 2005, [59]).

En la comparación de los modelos, el estudiante se encuentra ante un conflicto conceptual que se resuelve cuando en las diversas actividades planeadas por el docente en la UD, comprueba el nivel de satisfacción de los modelos científicos con los iniciales.

“Cada alumno debe ser capaz de deducir y reconocer las características del modelo reelaborado y de comunicarlo con instrumentos formales y palabras usadas en las diferentes disciplinas. Estos instrumentos deben estar relacionados con las preguntas o problemas planteados inicialmente y posibilitar la esquematización y estructuración coherente de las distintas formas de resolución” ([76], p. 14).

Continuando con las concepciones de Sanmartí, nos expresa en sus escritos que “diseñar una unidad didáctica para llevarla a la práctica, consiste en decidir qué se va a enseñar y cómo, porque es la actividad más importante que llevan a cabo los enseñantes, ya que, a través de ella se concretan sus ideas y sus intenciones educativas. Una persona puede haber aprendido nuevas teorías didácticas y puede verbalizar que tiene una determinada visión acerca de qué ciencia es importante que sus alumnos aprendan o acerca de cómo se aprenden mejor las ciencias, pero es en el diseño de su práctica educativa donde se refleja si sus verbalizaciones han sido interiorizadas y aplicadas”. ([76], p. 15).

Este modelo tiene el propósito de aportar un plan de trabajo estructurado para que los docentes involucrados en el diseño de la UD utilicen su propio conocimiento y experiencia como mecanismo de mejora de su profesionalidad; ya que ofrece una metodología para la elaboración de unidades didácticas basada en la utilización del conocimiento y experiencia personales de los propios docentes. La elaboración de UD, según este modelo, supone partir de lo que habitualmente hace y enseña cada maestro de tal modo que lo analice, proponga acciones alternativas, las aplique y posteriormente reflexione sobre sus consecuencias; es decir, haga conciencia del oficio. Todo ello con la finalidad de aprender a mejorar su actividad profesional y lograr transformaciones significativas en sus prácticas pedagógicas.

Siguiendo al autor [76], el modelo de elaboración de UD desde la realidad y el contexto de los docentes, se concibe como un proceso colaborativo de trabajo en equipo; puesto que, este modelo de trabajo, por su filosofía y por sus características, sugiere que el proceso de investigación debe ser abordado desde la colegialidad y colaboración entre los docentes. Cuando el docente comparte sus saberes con sus pares, tiene mayor posibilidad de encontrar múltiples respuestas a las dificultades que éste presenta, que cuando aborda el diseño y la planeación de manera individual. Cuando los docentes conforman equipos o comunidades de aprendizaje para compartir ideas, experiencias, puntos de vista y alternativas de solución con respecto a un tema específico, se está contribuyendo con la creación de una cultura de trabajo en equipo; la cual, es una de las falencias que presentan actualmente las instituciones educativas en nuestro país.

Si bien en el momento de diseñar una Unidad Didáctica no existe un único camino, es importante tener unos criterios básicos que permitan direccionar la intención pedagógica, disciplinar y didáctica en el aula y sobre todo los puntos de vista y percepciones de los integrantes del equipo de trabajo. Por esta razón, el modelo presentado por Sanmartí consta de algunos criterios fundamentales que se deben tener en cuenta al momento de tomar decisiones sobre el qué y el cómo enseñar; tales como: Criterios para la definición de finalidades u objetivos; para la selección de contenidos; para organizar y secuenciar los contenidos, para la selección y secuenciación de actividades; para la selección y secuenciación de las actividades de evaluación y criterios para la organización y gestión del aula [32].

En este modelo presentado por Sanmartí, se proponen metas que pueden desarrollar los docentes durante el diseño y aplicación de la UD:

- I. Favorecer el desarrollo y perfeccionamiento profesional de los profesores participantes con el fin de mejorar sus habilidades para el diseño y desarrollo de la enseñanza a través de una metodología innovadora.
- II. Adquirir el hábito y procedimientos de autorreflexión e investigación sobre la propia práctica educativa por parte de los profesores implicados.
- III. Generar materiales curriculares de apoyo entre profesores con la finalidad de que el profesorado pueda intercambiar experiencias de modo que se difundan ejemplos concretos de cómo trabajar en el aula unidades didácticas con una metodología y planteamiento innovadores.
- IV. Finalmente el autor pretende desarrollar las habilidades y actitudes positivas para el trabajo en equipo entre profesores como condición necesaria para la transformación y desarrollo profesional.

En síntesis, el modelo de UD sugiere se investigue sobre los problemas de enseñanza que vivencian cada uno de los integrantes de la CDA, y comuniquen (a través de un informe de la Unidad didáctica) cómo han sido resueltos dichos problemas.

2) Modelo de elaboración de Unidad Didáctica

En este aspecto sobre la elaboración de las unidades didácticas, se cita el modelo propuesto por Sanmartí [59], el cual se ve reflejado en la figura 2-2.

Figura 2-10: Modelo para la elaboración de unidades didácticas



Con los anteriores aportes sobre el modelo presentado por Sanmartí, se espera un buen desarrollo y trabajo con el equipo de docentes en el diseño de la unidad didáctica, que permita generar avances significativos en la forma de pensar de los docentes, y por ende, incida de manera positiva en el aprendizaje de los estudiantes.

3. Informe final de la Unidad didáctica

En este capítulo se encuentra la redacción del informe de la unidad didáctica, en el cual se aprecia las características del lugar y de los individuos con quienes se desarrolló la unidad; la metodología utilizada para el diseño y la estrategia empleada para la conformación de la comunidad de aprendizaje. También se describe la manera como se llevó a cabo el proceso de formación con los docentes en temas relacionados con el objeto de estudio; la realización del diagnóstico y los resultados obtenidos de su aplicación con el fin de identificar las fortalezas y las debilidades de los estudiantes en relación con la resolución de los problemas verbales aditivos; el diseño curricular de la unidad evidenciado a través de los ejercicios de planeación; el desarrollo de la unidad didáctica y su observación en el aula de clase y por último, la evaluación y los resultados obtenidos de todo el proceso.

El objetivo de la formación docente en cuanto a la enseñanza y el aprendizaje de los problemas verbales aditivos pretende lograr que el maestro de básica primaria trascienda la enseñanza de las operaciones fundamentales de suma y resta concebidas únicamente como algoritmos y brinde a sus estudiantes diferentes situaciones y problemas aditivos que enriquezcan el significado de estas operaciones, llenando de sentido el campo de las estructuras aditivas.¹⁰ *“no es posible que sustracción y adición tenga sentido para los alumnos a través de un solo tipo de situaciones, sino más bien a través de una variedad relativamente grande de situaciones”*. (Vergnaud, 1982, p. 189 [23]).

¹⁰ En este trabajo se aborda los aportes de Gerard Vergnaud como uno de los principales referentes dentro del marco teórico: Campo conceptual de las estructuras aditivas.

3.1 Contextualización

La Institución Educativa San Pio X está ubicada en la comuna Tesorito al suroriente de la ciudad de Manizales. Presta los servicios de educación preescolar, básica primaria, básica secundaria y media vocacional en jornadas mañana y tarde.

Cuenta con cuatro sedes: la sede principal donde se encuentran los estudiantes de básica secundaria. La sede A llamada Vargas Vila, la sede B llamada Rosario Jurado y la sede C llamada la Capilla atienden estudiantes de preescolar y básica primaria en jornada de la mañana. Las cuatro sedes mencionadas anteriormente cuentan con espacios y recursos para la realización de actividades académicas, recreativas y culturales.

En las sedes de la básica primaria se tienen 23 docentes. La institución Educativa en todas sus sedes atiende población perteneciente a los estratos dos y tres en su mayoría de la misma comuna. La realidad social, económica y cultural del entorno y la problemática de desarrollo humano que viven los estudiantes, sus familias y la comunidad educativa en general de este sector de la ciudad, hacen necesario una intervención desde lo pedagógico, didáctico y desde el desarrollo humano, desafíos que han asumido las directivas y docentes de la institución educativa.

La Unidad didáctica ha sido desarrollada por parte de un equipo de docentes en los tres primeros periodos académicos del año escolar con los niños y niñas del grado quinto de la básica primaria de la Institución educativa San Pio X de la ciudad de Manizales en tres momentos generales: primero la planeación y diseño de la unidad, segundo el desarrollo de la unidad y tercero la evaluación de la misma. Este equipo docente estuvo conformado por seis docentes entre hombres y mujeres quienes enseñan en los grados tercero y quinto de la básica primaria. (Tres por cada grado). Pertenecen al sector oficial y llevan varios años enseñando en la básica primaria de esta institución. Es de anotar, que ninguno de los docentes que integran el equipo de trabajo tiene estudios en Matemáticas; sin embargo, son docentes que sienten un gusto y afinidad por la enseñanza de esta ciencia y de esta manera desarrollan sus clases con sus estudiantes.

El 95% de los niños y niñas del grado quinto con quienes se realizó la intervención viven en el mismo barrio – sector de la ciudad; pertenecen a los estratos socioeconómicos dos y tres. La gran mayoría han realizado sus estudios de la básica primaria en esta

institución, lo cual le permitió al equipo docente conocer más detalladamente los desempeños académicos y actitudinales de los niños en su paso por la escuela y conocer de manera más directa algunas de sus generalidades.

3.2 Metodología

Este trabajo investigativo estuvo enmarcado dentro de la investigación cualitativa; entendida como una categoría de diseños de investigación que extraen descripciones a partir de observaciones que adoptan la forma de entrevistas, narraciones, notas de campo, grabaciones, transcripciones de audio y video, registros escritos de todo tipo, fotografías, películas, entre otros. Se abordaran los aportes de diferentes autores.

Como afirma Elliott (1991) [ix]: "El rol del práctico reflexivo es participar en un proceso de resolución de problemas en colaboración, en el cual la pertinencia o utilidad de su conocimiento especializado puede ser determinado y adquirir nuevo conocimiento... La propia práctica es una forma de aprendizaje que algunos de nosotros hemos denominado investigación en la acción. En este contexto el aprendizaje profesional es una dimensión de la práctica, más que una actividad llevada a cabo fuera del trabajo".

El diseño metodológico que se utilizó en este trabajo se encuentra dentro de los modelos de la investigación-acción, específicamente la Investigación-acción en la educación, concebida según Elliot J, (1991), como la forma de analizar las acciones humanas y las situaciones sociales en la escuela experimentadas por los profesores (...) La investigación-acción se relaciona con los problemas prácticos cotidianos experimentados por los profesores, en vez de con los "problemas teóricos" definidos por los investigadores puros en el entorno de una disciplina del saber. El propósito de la investigación-acción consiste en profundizar la comprensión del profesor (diagnóstico) de su problema, adoptando una postura exploratoria frente a las definiciones iniciales de su propia situación¹¹.

¹¹ Para profundizar en el diseño metodológico de la investigación-acción en la educación puede consultarse Elliot J, (1991). "La investigación acción en la educación". Ediciones Morata, S. L.

Para la elaboración de este trabajo con los docentes de la CDA, se tuvo en cuenta el esquema general del modelo de elaboración de UD por etapas propuesta en el trabajo realizado por Sanmartí [59], el cual se presenta a continuación.

Estrategia metodológica para el diseño de unidades didácticas

I. Planeación

- a) Creación del equipo de trabajo.
- b) Selección de la unidad didáctica.
- c) Formación en aspectos conceptuales y metodológicos al grupo de docentes involucrados en el diseño de la UD.
- d) Elaboración del diseño curricular de la UD por el equipo de docentes.
- e) Diseño del instrumento para la identificación de ideas previas en los estudiantes.

II. Desarrollo y seguimiento

- a) Puesta en práctica en el aula del diseño realizado.
- b) Reuniones de seguimiento del equipo de docentes.

III. Evaluación

- a) Planificación del qué y cómo se va a evaluar.
- b) Recogida de datos (diarios, observaciones, cuestionarios, entrevistas, observaciones...).
- c) Análisis, discusión y reflexión sobre resultados obtenidos.

IV. Comunicación y difusión escrita de la experiencia

Redacción del informe final de la Unidad Didáctica

3.2.1 Conformación y consolidación de la CDA

Para la organización de la comunidad de aprendizaje (CDA), se contó con la participación de seis docentes de la básica primaria de los grados tercero y quinto donde se realizaron diferentes sesiones y encuentros de formación. La estrategia consolidada de formación docente se desarrolló a través de, la realización de los procesos de planeación, diseño, desarrollo y evaluación de la Unidad didáctica.

Las directivas de la institución educativa propiciaron espacios para los encuentros del equipo de docentes con el objetivo de fortalecer el conocimiento pedagógico, didáctico y disciplinar en un tema específico de interés, y además, porque reconocieron la importancia de generar espacios en donde los docentes conformen grupos de estudio, buscando propiciar la reflexión, el análisis, la construcción del conocimiento, el trabajo colaborativo y cooperativo y sobre todo, la toma de conciencia por parte de los docentes sobre el quehacer educativo.

Dentro de la logística, se programaron reuniones periódicas para la formación en didáctica de las Matemáticas, diseño de Unidades didácticas, estándares básicos de competencias en Matemáticas (EBCM) y para la planeación y el diseño de la Unidad Didáctica. Una vez finalizado el proceso de cualificación docente y la planeación de la Unidad, se prosiguió con la implementación y desarrollo de la misma, con el fin de evidenciar los resultados y contrastar los aspectos teóricos, supuestos, creencias, concepciones de los docentes y estrategias planteadas en las primeras sesiones. De igual modo se realizaron encuentros periódicos para analizar los avances.

Se tomó la decisión de diseñar y desarrollar la Unidad Didáctica en el grado quinto con el objetivo de poder analizar la información derivada de la experiencia de los docentes que dan clases en el grado quinto. Así mismo, los docentes que realizan sus prácticas pedagógicas en el grado tercero tuvieron la posibilidad de retroalimentar sus prácticas de aula y tomar conciencia de los procesos y habilidades que se deben desarrollar en esta etapa escolar, debido a que los EBCM están organizados por grupos de grados (primer grupo de grados de primero a tercero y segundo grupo conformado por los grados cuarto y quinto) donde se potencian diferentes aspectos y competencias matemáticas de acuerdo al nivel de complejidad de cada estándar.

3.2.2 Proceso de formación y profesionalización docente

El eje temático a desarrollar estuvo orientado desde la enseñanza – aprendizaje de las estructuras aditivas. De acuerdo a la forma como está propuesto este tema en los EBCM elaborados por el Ministerio de educación Nacional de Colombia (2006) [48], los problemas aditivos de tipo verbal que se desarrollan en los primeros años escolares se encuentran inmersos dentro del marco conceptual de las estructuras aditivas clasificadas en cuatro grandes categorías: composición, cambio o transformación, comparación e igualdad. A partir de este estándar, se construyó la UD con el fin de abordar esta clase de problemas aditivos en cada uno de los cinco tipos de pensamiento y durante un periodo académico escolar en las clases de Matemáticas en el grado quinto.

En este sentido el modelo sobre el diseño de las Unidades didácticas se ajustó a las necesidades de los docentes de la institución educativa; puesto que, ellas ofrecen un campo adecuado para la profesionalización docente y la reflexión a través de la acción en el aula. De igual forma, con la implementación de dicha estrategia se está contribuyendo al logro de los objetivos y metas que tiene planteado el Ministerio de Educación para mejorar la calidad de la educación como lo es el mejoramiento de las prácticas de aula de los docentes y los aprendizajes de los niños y niñas de todo el país.

Una vez conformado el grupo de estudio, se realizó una primera reunión con el fin de organizar las sesiones de trabajo y designar las responsabilidades para cada uno de los integrantes. En este mismo periodo se dio inicio a la primera fase del proyecto donde todas las actividades estuvieron encaminadas a la formación y actualización docente en tópicos relacionados con el diseño de Unidades didácticas.

En la primera reunión se decidió el tema centro de interés y el objetivo al planear la Unidad. Gracias a la experiencia y los argumentos manifestados en el grupo se encontró un punto común para abordar la Unidad didáctica, como lo fue el planteamiento y la resolución de los problemas en matemáticas; ya que, se manifestó que este proceso es un aspecto neurálgico en el desarrollo del pensamiento matemático en los niños y es el “dolor de cabeza” de la gran mayoría. Se analizaron aspectos como la dificultad que presentan los niños en la resolución de un problema matemático debido a la carente interpretación del mismo; la incapacidad para saber cuál es la operación, algoritmo o modelo más adecuado a utilizar; los conflictos cognitivos que presentan muchos niños en

el juego de palabras inmersos en un problema; en síntesis, las dificultades que se evidencian desde la sintáctica, la semántica y la estructura lógica de un problema.

Otro de los factores analizados en este primer encuentro, giro en torno a la importancia de delimitar y especificar el tema de interés con el fin de intervenir de manera directa y precisa al momento de llevar al aula lo aprendido en esta primera etapa. En este sentido, se delimitó el tema centro de interés, llegando a acuerdos sobre la alternativa de abordar la resolución de problemas verbales de tipo aditivo simples o de una etapa; es decir, aquellos problemas que requieren el uso de una sola operación ya sea con el algoritmo de la suma o la resta para su solución.

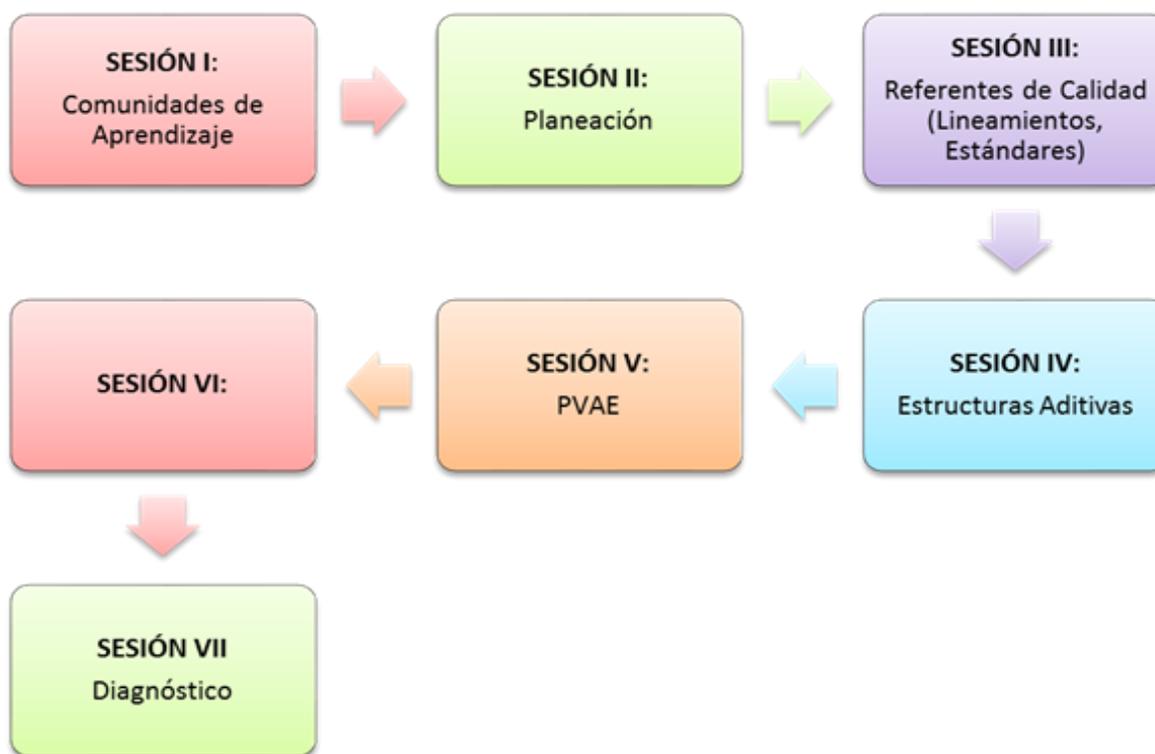
Posteriormente se programaron los encuentros para la formación en contenidos y temáticas fundamentales y prioritarias que fueron de ayuda para aclarar conceptos y procesos entre los integrantes de la comunidad de aprendizaje. De igual forma, se planteó la posibilidad de aplicar un test a los niños y niñas sobre la resolución de problemas verbales aditivos con el propósito de realizar un diagnóstico y detectar las fortalezas y debilidades de cada uno de los estudiantes. El proceso de autoformación estuvo encaminado desde los siguientes marcos conceptuales:

1. Consolidación de las Comunidades de Aprendizaje.
2. Procesos de planeación.
3. Estudio y análisis de los Estándares Básicos de competencias en Matemáticas (tipos de pensamientos, procesos generales de la actividad matemática, el contexto en Matemáticas y las situaciones Problema).
4. Análisis de las diferentes posturas de varios autores con respecto a las investigaciones realizadas sobre la teoría de las estructuras aditivas y los problemas verbales de tipo aditivo.
5. Conceptualización sobre las Unidades Didácticas (significado, utilidad en la formación docente, componentes, entre otros).
6. Elaboración de un instrumento por parte del equipo de trabajo para realizar el diagnóstico.
7. Diseño de la Unidad Didáctica.

Con respecto a los tópicos conceptuales mencionados, éstos fueron abordados desde la herramienta fundamental para el sistema educativo en Colombia como son los referentes de calidad [40, 41]; puesto que, es a partir de allí donde se mide la calidad de la educación Colombiana a través de la aplicación de pruebas estandarizadas y el diseño de currículos en cada una de las instituciones educativas del país. De igual modo, se tuvo el apoyo de material audiovisual (videos, presentaciones en power point, prezzi, entre otros) por parte del Ministerio de Educación Nacional.

El siguiente esquema representado en la figura 3-1, muestra la distribución de los contenidos que se desarrollaron por sesiones.

Figura 3-1: Proceso de formación docente



En cada una de las sesiones se llevó a cabo la formación docente., teniendo presente la planeación y diseño de la Unidad. Dentro del proceso de formación es importante resaltar los resultados obtenidos en cada una de las sesiones realizadas. Las siguientes tablas (3-1, 3-2, 3-3, 3-4, 3-5, 3-6, 3-7) se muestra un resumen de la manera como fue abordado cada uno de los momentos de formación y cualificación docente.

3.2.3 Talleres de formación y cualificación docente

La (tabla 3-1) refleja los objetivos y actividades desarrolladas durante la primera sesión sobre las comunidades de aprendizaje.

Tabla 3-1: Comunidades de aprendizaje

SESIÓN 1: Comunidades de aprendizaje (CDA)				
Actividades de formación	Objetivos	Desarrollo	Recursos	Resultados obtenidos
Conceptualización y conformación de comunidades de aprendizaje	Consolidar las CDA con el propósito de propiciar espacios de reflexión permanente por parte de los docentes sobre su quehacer pedagógico.	<p>Sensibilización a través de una actividad retadora para resolver en equipo.</p> <p>Presentación sobre el significado de las CDA y su importancia en el desarrollo de nuevas prácticas de aula.</p> <p>Reconocimiento de las características de las CDA. Definición por parte de la CDA de las principales acciones.</p> <p>Presentación de Videos sobre algunas acciones de las CDA.</p>	<p>Presentación sobre las CDA.</p> <p>Videos CDA.</p>	<p>En esta sesión los docentes reconocieron la importancia que tiene la conformación de equipos de docentes para transformar en gran medida el ambiente escolar de la institución educativa.</p> <p>Con el trabajo inicial de sensibilización donde por equipos debían construir un rompecabezas se pudieron analizar los diferentes puntos de vista y diferentes perspectivas que tenían los integrantes del equipo con respecto a un mismo tema; llegando a la conclusión que cada una de las partes que conforma un grupo son esenciales para la obtención de los objetivos.</p> <p>Concertación de tareas y funciones de cada uno de los integrantes de la CDA.</p>

La (tabla 3-2) refleja los objetivos y actividades desarrolladas durante la segunda sesión sobre los procesos de planeación.

Tabla 3-2: Procesos de planeación

SESIÓN 2: Procesos de planeación				
Actividades de formación	Objetivos	Desarrollo	Recursos	Resultados obtenidos
Planeación	Combinar la realización de un ejercicio de planeación a partir de una secuencia de trabajo con todos sus componentes, como una de las características de la Comunidad de Aprendizaje que se empieza a consolidar.	<p>Conversatorio alrededor del reconocimiento de las características de una planeación pertinente.</p> <p>Análisis sobre los componentes de la planeación que maneja cada docente integrante de la comunidad de aprendizaje.</p>	<p>PEI, planes de estudio y de aula.</p> <p>Diario de campo.</p>	<p>Se reconoció la importancia de construir en equipo una planeación pertinente, flexible y coherente de acuerdo a las características de la Institución educativa y el contexto de los estudiantes.</p> <p>Se compartieron experiencias por parte de cada uno de los integrantes con respecto a la planeación de actividades y resultados exitosos al momento de desarrollar sus clases.</p>
	Identificar la importancia de una planeación pertinente para el contexto específico de la Institución educativa y las necesidades de los estudiantes.	<p>Compartir experiencias sobre la planeación: ¿Cómo planeo mis clases?</p> <p>Análisis sobre la manera de planear las clases, a partir de preguntas generadas desde la reflexión.</p>		
	Promover estrategias de reflexión crítica de los docentes sobre sus propias prácticas de aula.			

Las figuras (3-2 y 3-3) evidencian el trabajo en equipo realizado por la comunidad de aprendizaje en el diseño de la unidad didáctica, teniendo como ayuda los referentes de calidad como los estándares básicos de competencias y los lineamientos curriculares propuestos por el ministerio de educación nacional.

Figura 3-2: Docentes de la CDA planeando la Unidad didáctica



Figura 3-3: Docentes de la CDA profundizando en su conocimiento disciplinar y pedagógico



La (tabla 3-3) refleja los objetivos y actividades desarrolladas durante la tercera sesión sobre los Referentes de Calidad.

Tabla 3-3: Referentes de calidad

SESIÓN 3: Referentes de calidad				
Actividades de formación	Objetivos	Desarrollo	Recursos	Resultados obtenidos
Referentes de calidad	Relacionar los referentes nacionales de calidad educativa y los planes de estudio y de aula con la planeación pertinente.	<p>Presentación de los referentes de calidad: Lineamientos curriculares en Matemáticas y los estándares básicos de competencias en Matemáticas.</p> <p>Actividades de trabajo en equipo para la apropiación de los referentes de calidad.</p>	Estándares básicos de competencias (EBC) y lineamientos curriculares (LC).	<p>Se realizó una presentación sobre los lineamientos curriculares y los estándares básicos de competencias en Matemáticas. Los docentes pudieron ampliar su visión sobre el pensamiento matemático al comprender que existen cinco tipos de pensamiento que se deben potenciar en los estudiantes.</p> <p>Se analizaron cada uno de los componentes, conceptos y competencias que se encuentran en cada tipo de pensamiento matemático (numérico, métrico, geométrico, aleatorio y sistema de datos y variacional).</p> <p>Se plantearon opiniones sobre cómo cambiar la manera tradicional de planear las clases a partir de los contenidos por una nueva donde se pueda planear a partir de los estándares de competencias.</p>

Las figuras (3-4 y 3-5) evidencian el trabajo que se realizó en cada una de las sesiones programadas en cuanto a la formación en didáctica de las Matemáticas sobre el planteamiento y la resolución de los problemas verbales aditivos.

Figura 3-4: Tutor-líder realizando procesos de formación en didáctica de las Matemáticas

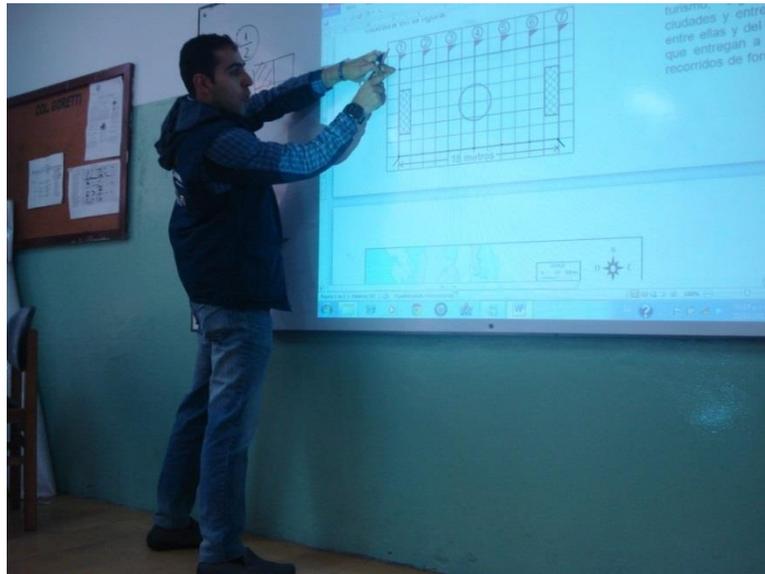


Figura 3-5: Tutor-líder realizando procesos de formación en didáctica de las Matemáticas



La (tabla 3-4) refleja los objetivos y actividades desarrolladas durante la cuarta sesión sobre las estructuras aditivas.

Tabla 3-4: Estructuras aditivas

SESIÓN 4: Estructuras aditivas				
Actividades de formación	Objetivos	Desarrollo	Recursos	Resultados obtenidos
Marco conceptual de las estructuras aditivas	Identificar y assimilar el campo conceptual de las estructuras aditivas desde la mirada de Vergnaud y de la forma como están planteadas en los EBC.	Realización de un taller con los diferentes tipos de problemas verbales aditivos tomados de los libros de texto comúnmente utilizados por los docentes en el desarrollo de sus clases al momento de proponer problemas de suma y/o resta.	Taller. Lecturas de apoyo. Libros de texto de diferentes grados de la Básica Primaria para la enseñanza de las Matemáticas	Con la realización del taller inicial se pudo generar inquietud en los integrantes del equipo; debido a que encontraron algunas dificultades para dar con la solución a los problemas propuestos en dicha actividad. Del mismo modo, varios de ellos reflexionaron sobre las dificultades que presentan sus estudiantes al momento de enfrentarse con este tipo de problemas.
	Analizar el Cálculo relacional propuesto por Vergnaud y las categorías Semánticas planteadas en los EBC.	Conversatorio sobre las dificultades presentadas por cada integrante de la CDA.		Es de notar que ninguno de los integrantes del equipo logro clasificar los problemas verbales aditivos trabajados en el taller inicial de acuerdo a las categorías semánticas que se plantean en los EBC. La razón de esta situación es que ellos no habían tenido la oportunidad de conocer sobre esta temática.
		Identificación de la estructura que poseen los problemas presentados en el taller.		Al momento de realizar la lectura sobre las estructuras aditivas desde diferentes posturas, se distribuyeron en dos grupos; a cada grupo se le entregaron las dos corrientes sobre el tema. En la socialización se evidenciaron los análisis al respecto.
		Lectura sobre las dos corrientes concebidas sobre las estructuras aditivas con el fin de analizar los siguientes aspectos conceptuales: <ul style="list-style-type: none"> • Conceptos • Investigaciones realizadas • Diferencias y puntos en común entre ambas posturas. 		Al finalizar esta sesión, los docentes quedaron inquietos y con ganas de continuar profundizando en esta temática, logrando así, aperturar sus estructuras de pensamiento y sus concepciones sobre la enseñanza – aprendizaje del concepto de suma y resta.

La (tabla 3-5) refleja los objetivos y actividades desarrolladas durante la quinta sesión sobre los problemas verbales de tipo aditivo.

Tabla 3-5: Problemas verbales de tipo aditivo de una etapa

SESIÓN 5: Problemas verbales de tipo aditivo de una etapa (PVAE)				
Actividades de formación	Objetivos	Desarrollo	Recursos	Resultados obtenidos
Problemas verbales de tipo aditivo de una etapa	<p>Reconocer los componentes que conforman un problema verbal de tipo aditivo (su estructura lógica, sintáctica y semántica).</p> <p>Identificar y comprender el campo de las estructuras aditivas y su significado en la resolución de problemas verbales aditivos simples o de una etapa.</p>	<p>Realización de una actividad lúdica a través de cuatro juegos didácticos correspondientes a las cuatro categorías semánticas en las cuales se clasifican los PVAE.</p> <p>Socialización de la actividad entre los integrantes de la CDA.</p> <p>Presentación sobre la clasificación de los PVAE con ejemplos adaptados desde los grados de primero a quinto de primaria.</p> <p>Trabajo en equipo: identificación de los diferentes PVAE que se encuentran en los libros de texto de Matemáticas que los integrantes del equipo utilizan comúnmente en</p>	Juegos didácticos sobre PVAE.	<p>La actividad lúdica consistió en llevar cuatro juegos compuestos por fichas y dados y distribuidos en cuatro bases. Cada base con el nombre de cada estructura o categoría aditiva y con una serie de PVAE que varían de acuerdo a su nivel de dificultad, es decir, de acuerdo a la posición de la incógnita. De igual forma, cada juego estuvo estructurado desde un contexto en particular con el fin de despertar el interés y el asombro en los docentes participantes. La distribución de las bases se organizó de la siguiente manera:</p> <ul style="list-style-type: none"> • Base 1: Problemas PVAE de Composición. • Base 2: problemas PVAE de Transformación. • Base 3: Problemas PVAE de Comparación. • Base 2: problemas PVAE de Igualación. <p>Los docentes debían pasar por cada una de las bases y realizar las actividades que se proponían en cada juego, encontrándose con aspectos de información, retos y resolución de PVAE. Uno de los objetivos fundamentales de esta actividad, era el de poder ofrecer a los docentes un espacio de reflexión, análisis, compartir de saberes, comunicación asertiva y construcción de conocimiento a través del juego y la motivación.</p> <p>De esta manera, todos los docentes tuvieron la posibilidad de interactuar con los diferentes tipos de PVAE.</p> <p>Con la presentación sobre los PVAE en</p>

		<p>el desarrollo de sus clases.</p>	<p>la básica primaria se pudo tener más claridad al respecto por parte de todos los integrantes de la CDA; puesto que, se presentaron ejemplos y ejercicios fáciles de aplicar con los estudiantes.</p> <p>Con este ejercicio se presentaron los PVAE que se pueden resolver utilizando el algoritmo de la suma o la resta, detectando su estructura, la posición de la incógnita, el significado de las palabras y las cifras numéricas.</p> <p>Por último, se realizó una actividad donde los docentes tuvieron que analizar los PVAE que se encontraban en los libros de textos utilizados por ellos e identificar a qué tipo de categoría pertenecía. El objetivo de este ejercicio es motivar a los docentes para que planteen diferentes tipos de PVAE y con una intención pedagógica, aumentando su nivel de dificultad de acuerdo a las variables que intervienen en los enunciados de los problemas.</p>
--	--	-------------------------------------	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Continuación (tabla 3-5) problemas verbales de tipo aditivo.

Material didáctico sobre los PVAE utilizado en las jornadas de formación docente

El objetivo de la utilización de los juegos didácticos sobre los problemas verbales aditivos (PVAE) en la formación docente, fue en primera instancia profundizar en los conceptos metodológicos y en la naturaleza y la estructuras que tienen los problemas aditivos; como segundo objetivo, se tuvo la posibilidad de brindar herramientas a los docentes para que implementaran estos juegos en sus aulas de clase con sus estudiantes y fortalecer de esta manera el planteamiento y la resolución de problemas verbales aditivos.

Descripción

El material didáctico se construyó a partir de imágenes de la web y se diseñaron cuatro juegos acordes con cada una de las categorías o tipos de problemas verbales aditivos que se encuentran en los estándares básicos de competencias. Cada juego tiene los siguientes elementos:

- Un juego base en el cual se ubican las fichas y se desarrolla el juego. Cada juego base aborda un contexto, el cual contribuye a la resolución de los problemas verbales aditivos.
- Tarjetas donde se encuentran situaciones aditivas de acuerdo a su estructura y al contexto del juego base, y tienen por objetivo la resolución de un problema verbal aditivo.
- Fichas para cada jugador participante.
- Un dado para avanzar.

Reglas del juego:

1. Cada jugador tendrá una ficha para participar y avanzar.
2. Para iniciar el juego cada jugador lanza una vez el dado. Aquel jugador que obtenga el mayor puntaje podrá iniciar la partida.
3. Cada juego tiene un conjunto de tarjetas enumeradas y cierto número de estrellas, las cuales tienen un grado de dificultad.
4. Cada jugador puede avanzar según el puntaje obtenido en el lanzamiento del dado.

5. Las tarjetas estarán con la información hacia abajo, de manera que solo se observe el número respectivo en cada tarjeta. Cada jugador que avanza toma una tarjeta en orden desde la primera. Así, el jugador que inicia el juego tomará la tarjeta número 1. Este jugador debe socializar el contenido de la tarjeta con todos los participantes en el juego y resolver entre todos la actividad que aparece allí.
6. Existen tres tipos de tarjetas:
 - Tarjeta de información (una estrella): Ésta tarjeta trae información sobre algún tema en específico. Se debe socializar entre todos los participantes.
 - Tarjeta para avanzar (dos estrellas): Ésta tarjeta trae información sobre algún tema en específico y el participante puede avanzar cierto número de casillas.
 - Tarjeta Retadora (tres estrellas): Ésta tarjeta propone un problema verbal aditivo según las estructuras aditivas. El problema lo deben resolver todos los participantes.

7. Existen dos ganadores:

Ganador 1: El participante que primero llegue a la meta.

Ganador 2: El participante que obtenga en el mayor número de estrellas (el número de estrellas se encuentran en cada una de las tarjetas).

La Tabla D- 20, representa la actividad sobre los juegos de las estructuras aditivas y la resolución de problemas aditivos que los docentes debían realizar al pasar por cada una de las cuatro bases donde se encontraban los juegos.

Explicación de los cuatro contextos utilizados en los juegos

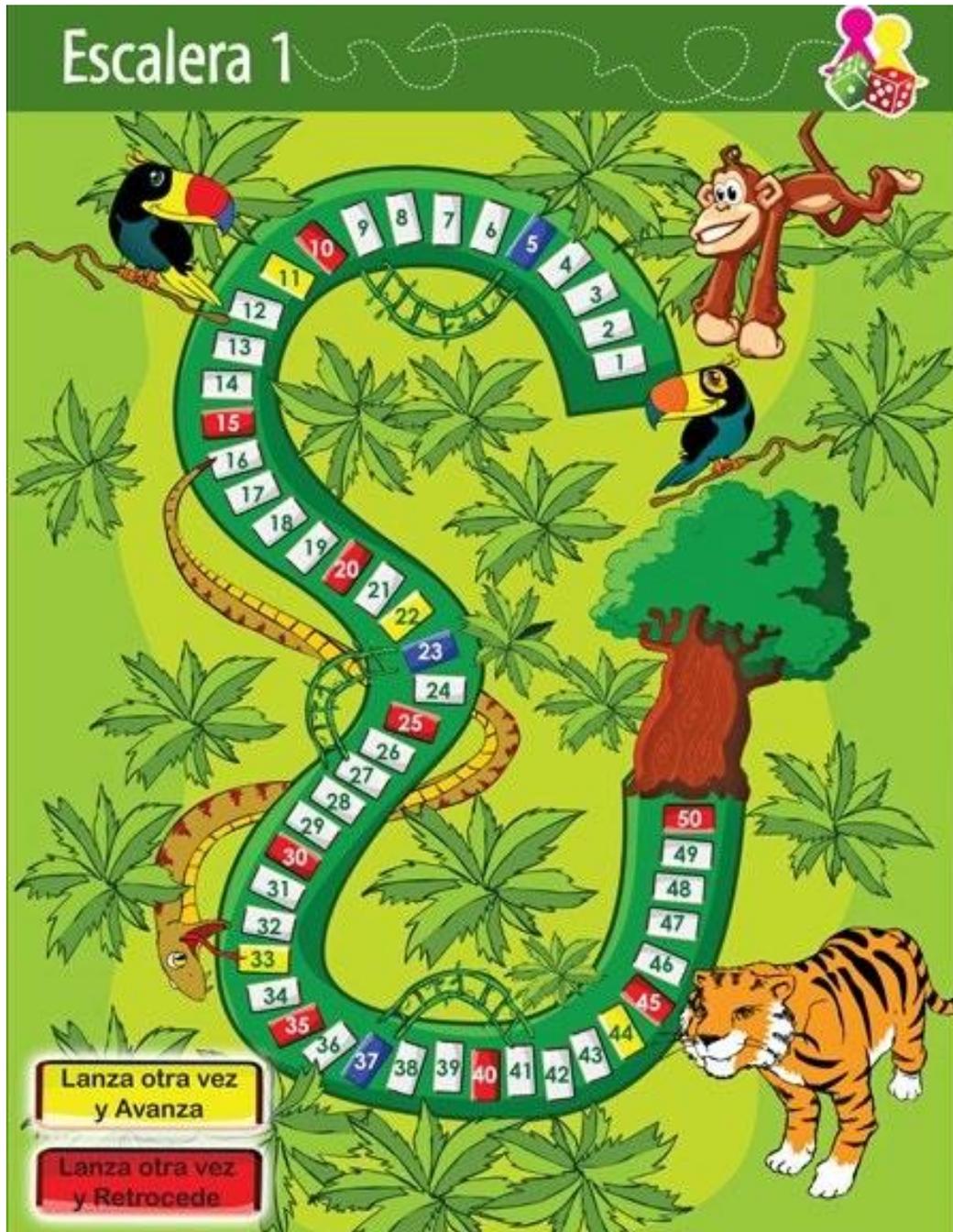
Cada juego se desarrolla en un contexto específico, el cual ha sido seleccionado de acuerdo a los intereses de los estudiantes derivados de las observaciones y de la experiencia como docente. Los cuatro contextos en los cuales se clasificaron las situaciones aditivas son:

- a. Contexto del zoológico: juego en el cual se proponen problemas verbales aditivos de composición.
- b. Contexto de las olimpiadas: juego en el cual se proponen problemas verbales aditivos de transformación.
- c. Contexto del parque de diversiones: juego en el cual se proponen problemas verbales aditivos de comparación.
- d. Contexto de las mejores películas del año: juego en el cual se proponen problemas verbales aditivos de igualación.

La Figura 3-6, representa el juego sobre las situaciones aditivas de composición y el contexto privilegiado es el zoológico¹². Este contexto ha sido seleccionado por los elementos que ofrece para plantear problemas aditivos de composición; puesto que, se cuenta con conjuntos de animales y se puede trabajar la unión, la disjunción de conjuntos y características comunes, así como la posibilidad de analizar las partes y el todo. Del mismo modo, es un escenario que es pertinente a la edad de los niños, ya que, los problemas de composición son los primeros con los que ellos se ven enfrentados en los primeros años de la básica primaria. Con este juego los docentes resolvieron problemas verbales aditivos de composición propuestos en las tarjetas.

¹² Imagen sacada de la web <http://www.abc.es>.

Figura 3-6: juego sobre las situaciones aditivas de composición



La figura 3-7 representa un ejemplo de las tarjetas que utilizaron los docentes en el juego de las situaciones aditivas de composición. En la tarjeta se puede apreciar el planteamiento de un problema verbal aditivo de composición a partir de una información previa relacionada con el contexto del juego. Es un problema verbal donde se pregunta por una de las partes conociendo el todo.

Figura 3-7: Tarjeta ejemplo del juego del zoológico sobre los problemas aditivos de composición

★ ★ ★



Los animales mamíferos son vertebrados y generalmente están cubiertos de pelo, salvo las ballenas y cachalotes y algún otro. Son vivíparos, es decir, animales que amamantan a sus crías. Otra característica esencial es que todos los mamíferos son de sangre caliente.

Los Leones son animales mamíferos. En un grupo de 20 Leones, 12 de ellos son machos, ¿Cuántas hembras Leonas hay en este grupo?

LAMINA Nº3 Los Mamíferos

AUTOR: JULIAN DAVID PINEDA QUINTERO

La figura 3-9 representa un ejemplo de las tarjetas que utilizaron los docentes en el juego de las situaciones aditivas de transformación. En la tarjeta se puede apreciar el planteamiento de un problema verbal aditivo de transformación a partir de una información previa relacionada con el contexto del juego. Es un problema aditivo donde se conoce el estado inicial, la transformación y se pregunta por el estado final.

Figura 3-9: Tarjeta ejemplo del juego de las Olimpiadas sobre los problemas aditivos de transformación

☆☆☆ **14. CARTA RETADORA** 

En una carrera de atletismo tomaron la salida 253 corredores. Si en el transcurso de la carrera se retiraron 28 corredores. ¿Cuántos llegaron a la meta?



AUTOR: JULIAN DAVID PINEDA QUINTERO

La Figura 3-10, representa el juego sobre las situaciones aditivas de comparación y el contexto privilegiado es el parque de diversiones¹⁴. Este contexto ha sido seleccionado por los elementos que ofrece para plantear problemas aditivos de comparación. A través de los elementos que ofrece este juego se plantearon preguntas de comparación entre cantidades y conjuntos de elementos, tales como: diferencia entre el número de entradas al parque en relación a los días, al género (niños y adultos), que juegos son más visitados, entre otros. Es un escenario que motiva a la mayoría de los niños y a los docentes puesto que el juego y la diversión forman parte esencial de los intereses de las personas. Este tipo de problemas se abordan especialmente al tercer año de la escuela primaria. Con este juego los docentes resolvieron problemas verbales aditivos de comparación propuestos en las tarjetas.

Figura 3-10: juego sobre las situaciones aditivas de comparación



¹⁴ Imagen adaptada de la web <http://www.abc.es>.

La figura 3-11 representa un ejemplo de las tarjetas que utilizaron los docentes en el juego de las situaciones aditivas de comparación. En la tarjeta se puede apreciar el planteamiento de un problema verbal aditivo de comparación a partir de una información previa relacionada con el contexto del juego. Es un problema aditivo donde se compara la cantidad de entradas que se vendieron para niños con la cantidad vendida para adultos y se pregunta por la diferencia que existe entre ellas.

Figura 3-11: Tarjeta ejemplo del juego del parque de diversiones sobre los problemas aditivos de comparación



3. CARTA RETADORA



En la entrada del parque de diversiones en un día se vendieron 3.674 entradas para adultos y 5.310 entradas para niños. ¿Cuántas entradas más de niños que de adultos se vendieron en este día?



AUTOR: JULIAN DAVID PINEDA QUINTERO

La figura 3-12, representa el juego sobre las situaciones aditivas de igualación y el contexto privilegiado son las mejores películas del año¹⁵. El cine es un arte que llama la atención a la mayoría de las personas y es para todas las edades. Este contexto toma las mejores películas de los últimos dos años y privilegia las películas de acción y de ciencia ficción; ha sido seleccionado por los elementos que ofrece para plantear problemas aditivos de igualación, ya que, se plantearon en él problemas aditivos donde se comparan dos cantidades disjuntas y se debe aplicar un cambio a una de las dos para igualarlas. Se analizan aspectos como las entradas al teatro, las películas más taquilleras, promociones en las entradas, entre otros, con el fin de igualar o completar cantidades. Al igual que los problemas de comparación, este tipo de problemas son abordados en el tercer año de la escuela primaria. Con este juego los docentes resolvieron problemas verbales aditivos de igualación propuestos en las tarjetas.

¹⁵ Imágenes adaptadas de la web <http://www.abc.es>.

Figura 3-12: juego sobre las situaciones aditivas de igualación



La figura 3-13 representa un ejemplo de las tarjetas que utilizaron los docentes en el juego de las situaciones aditivas de igualación. En la tarjeta se puede apreciar el planteamiento de un problema verbal aditivo de igualación a partir de una información previa relacionada con el contexto del juego. Es un problema aditivo donde se compara la cantidad de entradas entre los teatros y se plantea una situación hipotética de las entradas de uno de los dos teatros para igualar las del otro teatro, realizando una transformación en esa cantidad.

Figura 3-13: Tarjeta ejemplo del juego de las mejores películas del año sobre los problemas aditivos de igualación

 **9. CARTA RETADORA** 

Para el estreno de la película **RAPIDO Y FURIOSO 6**, en el teatro A de la ciudad se han vendido 873 entradas. **Si el teatro B llega a vender 54 entradas más tendrá la misma cantidad de entradas vendidas que las del teatro A. ¿Cuántas entradas ha vendido el teatro B?**



AUTOR: JULIAN DAVID PINEDA QUINTERO

En esta parte se evidencian algunas de las actividades realizadas durante los procesos de formación docente. Las figuras (3-14) muestran el equipo de docentes conformados en la comunidad de aprendizaje participando de los juegos sobre los problemas verbales aditivos de transformación, donde tuvieron la posibilidad de dialogar y reflexionar sobre la estructura de los mismos.

Figura 3-14: Docentes jugando y aprendiendo. Taller estructuras aditivas



La figura 3-15 refleja los docentes participando del juego que tiene el contexto del zoológico y donde se abordan los problemas verbales aditivos de composición.

Figura 3-15: Docentes jugando y aprendiendo. Taller estructuras aditivas



La (tabla 3-6) refleja los objetivos y actividades desarrolladas durante la sexta sesión sobre el diseño de Unidades Didácticas.

Tabla 3-6: Diseño de unidades didácticas

SESIÓN 6: Diseño de unidades didácticas (UD)				
actividades de formación	Objetivos	Desarrollo	Recursos	Resultados obtenidos
Marco conceptual sobre las UD	<p>Conceptualizar sobre la naturaleza de las UD y su incidencia en el ámbito educativo.</p> <p>Reconocer la importancia de las UD en los procesos de planeación y como estrategia para la transformación de las prácticas de aula de los docentes.</p>	<p>Conversatorio para analizar los siguientes aspectos:</p> <ul style="list-style-type: none"> Definición de UD. Incidencia de las UD en las prácticas de aula de los docentes. Algunos estudios sobre el desarrollo de UD por docentes en sus clases. Componentes fundamentales de las UD. <p>Distribución de los docentes de la CDA en dos grupos, con el fin de contrastar los aspectos teóricos analizados en la primera parte de la sesión con la planeación que ellos realizan en el desarrollo de las clases de Matemáticas.</p> <p>Asignación de tareas para el inicio del diseño de las UD.</p>	<p>Documentos de estudio (diseño de Unidades didácticas, Neus Sanmartí. Universidad Autónoma de Barcelona).</p>	<p>Para el inicio de esta sesión el Tutor líder llevó algunos documentos sobre el diseño de UD con el fin de analizarlos por el equipo de docentes. El grupo se dividió en dos subgrupos y se destinaron tiempos para la lectura y análisis de los referentes.</p> <p>Las temáticas abordadas en estos documentos estuvieron orientadas desde los siguientes cuestionamientos:</p> <ul style="list-style-type: none"> ¿Qué son las UD? ¿Por qué son importantes las UD en el ámbito educativo? ¿Cómo favorece el diseño de las UD al mejoramiento de los procesos de enseñanza – aprendizaje? ¿Cuáles resultados exitosos han tenido los docentes al planear y desarrollar UD? ¿Por qué es importante realizar un estudio juicioso del tema objeto de interés en el diseño de la UD? ¿Por qué es necesario identificar los saberes previos que poseen los estudiantes antes de abordar el tema de interés? ¿Cómo lograr su evolución conceptual en los niños y niñas? ¿Cuáles son los criterios que se deben tener en cuenta al momento de diseñar una UD? ¿Qué se debe tener presente en la definición de las finalidades u objetivos de la UD? ¿Qué se debe tener presente en la selección de los contenidos? ¿Qué se debe tener presente para organizar y secuenciar los contenidos y actividades?

			<ul style="list-style-type: none"> • ¿Qué se debe tener presente en la organización del aula? <p>Posteriormente se realizó un conversatorio donde se expusieron los temas más importantes encontrados por cada grupo logrando construir una síntesis que contribuyó a una comprensión más profunda sobre el diseño de las UD.</p> <p>En esta fase de las formaciones, los docentes empezaron a tener una idea mucho más clara del porque es relevante construir UD entre el colectivo de docentes y la manera como este proceso es generador de reflexión constante y de nuevos conocimientos disciplinares y didácticos.</p> <p>La CDA se planteó proponer algunas tareas por parte de cada uno de los integrantes con el fin de identificar el estado actual sobre los conocimientos que poseen los niños y niñas de los grados tercero y quinto para poder realizar el diagnóstico.</p> <p>La CDA tuvo claro que para realizar un diseño y un proceso de planeación adecuado es pertinente conocer muy bien las fortalezas conceptuales y obstáculos conceptuales con los que cuentan los estudiantes.</p>
--	--	--	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Continuación (tabla 3-6) diseño de Unidades didácticas.

La (tabla 3-7) refleja los objetivos y actividades desarrolladas durante la séptima sesión sobre el Diagnóstico para la identificación de saberes previos.

Tabla 3-7: Diagnóstico para la identificación de saberes previos

SESIÓN 7: Diagnóstico para la identificación de saberes previos				
actividades de formación	Objetivos	Desarrollo	Recursos	Resultados obtenidos
Diseño del test para la realización del diagnóstico	Diseñar un test que contribuya a la identificación de los saberes previos que poseen los estudiantes del grado quinto de la Básica primaria sobre la resolución de PVAE.	Construcción del test por parte de todos los integrantes de la CDA y con la ayuda del Tutor. Aplicación del instrumento de identificación de saberes previos de los niños y niñas del grado quinto.	Instrumento de valoración de saberes previos. (Word)	Para la construcción del test cada uno de los docentes elaboro una propuesta, las cuales estuvieron basadas en la clasificación de los PVAE según las cuatro categorías semánticas propuestas en los EBC. Esto con el fin, de poder tener información detallada de la manera como los educandos están interpretando los diferentes tipos de PVAE.
	Aplicar el test sobre la resolución de PVAE a los estudiantes del grado quinto de la Básica primaria.	Interpretación de los resultados obtenidos en la aplicación del instrumento de diagnóstico.		En la CDA se llegó a un consenso y se elaboró una sola propuesta con los aportes de todos los integrantes. Posterior, se tomó la decisión de aplicarla en dos de los tres grupos de grado quinto que tiene la Institución Educativa con la finalidad de hacer una prueba y encontrar las dificultades en la redacción de los problemas y en la interpretación por parte de los estudiantes. De esta manera, se pudieron identificar cuales problemas ocasionaron dificultades y cuales fueron muy fáciles de resolver por parte de los niños y niñas de estos grupos.
	Analizar e interpretar los resultados obtenidos en el test con el fin de realizar el diagnóstico del grupo.			Una vez hecha la prueba se procedió a reestructurarla modificando y mejorando las dificultades encontradas en ella por parte de todos los integrantes de la CDA. Entre la CDA tomaron la decisión de aplicar el test en el grupo donde posteriormente se desarrolló la UD. Se evaluaron 32 niños de uno de los grupos del grado quinto con un test que constó de 20 PVAE de respuesta abierta clasificados y organizados de acuerdo a las cuatro categorías semánticas de la siguiente manera:

				<ul style="list-style-type: none"> • Dos PVAE de Composición. • Seis PVAE de Transformación. • Seis PVAE de Comparación. • Seis PVAE de Igualación. <p>Cada uno de estos problemas tuvo su nivel de dificultad con base en la posición de la incógnita. Uno de los docentes de la CDA fue el encargado de aplicar el instrumento en su grupo.</p> <p>Para el análisis y la interpretación de los resultados obtenidos de la aplicación del test la CDA se reunió para su calificación respectiva y socialización.</p> <p>Este ejercicio contribuyó notablemente al conocimiento de la forma de proceder de los niños al momento de enfrentarse con un PVAE, así como la interpretación y la utilización de algoritmos para su resolución.</p> <p>En el siguiente apartado se presentan los resultados obtenidos de la aplicación con su respectivo análisis de las respuestas que dieron los estudiantes.</p>
--	--	--	--	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

Continuación (tabla 3-7) diagnóstico para la identificación de saberes previos

3.2.4 Valoración de las jornadas de formación docente

Finalizadas las sesiones de formación docente dentro de la CDA, se tuvieron algunas apreciaciones relevantes sobre las sesiones de aprendizaje. Todos los integrantes del equipo de docentes tuvieron puntos en común sobre los aprendizajes adquiridos durante este proceso de formación, afirmando, que el mecanismo más importante para comenzar con el mejoramiento en las prácticas de aula es el trabajo en equipo y el compartir saberes dentro de él. Se dieron cuenta, que muchas de las cosas que ellos no sabían, su compañero si tenía conocimiento al respecto y de esa forma se pudo retroalimentar las concepciones por medio de las experiencias y saberes compartidos entre ellos mismos.

En este sentido, la conformación de la CDA se convirtió en la estrategia más importante para la obtención de los buenos resultados; ya que, a través de este espacio, los docentes participantes tuvieron la posibilidad de reflexionar y tomar conciencia sobre sus propias posturas teóricas, creencias, paradigmas y propiciándose en ellos la transformación de las mismas.

Uno de los talleres que más causó agrado y aprendizaje en los docentes integrantes de la CDA fue el taller de estructuras aditivas y problemas verbales aditivos; puesto que, para su aprehensión se desarrolló un juego, donde los docentes tuvieron la oportunidad de interactuar con los diferentes tipos de problemas aditivos por medio de juegos de mesa, posibilitando el compartir de saberes entre ellos y fortaleciendo el trabajo colaborativo y cooperativo.

Una apreciación de uno de los docentes con respecto a la realización de la actividad lúdica fue la siguiente: *“el desarrollo de todo el taller y los conocimientos dados sensibilizan la forma como se debe trabajar y los cambios que debemos empezar a realizar dentro del aula”*¹⁶. Con esta valoración se puede evidenciar como se inició con el logro de uno de los objetivos fundamentales en este trabajo, el cual consiste en la toma de conciencia y reflexión por parte de los docentes con respecto a las prácticas de aula que llevan a cabo, con el fin de que generen cambios significativos en ellas. *“me pareció*

¹⁶ Apreciación de un docente participante en la CDA. Evidencia en los anexos.

excelente la capacitación. Nos permitió hacer una profunda reflexión sobre las prácticas educativas que hasta ahora hemos incluido en nuestra labor y la importancia de ser receptivo frente a los cambios que se hacen necesarios para obtener mejores resultados”.

Otro de los factores que influyó en el éxito de este taller, se debe a que en la mayoría de las jornadas de capacitación a las cuales asisten los docentes, se privilegia los aspectos teóricos, dejando de lado su aplicabilidad y funcionabilidad, donde simplemente se transmite información que con el tiempo se va olvidando en las mentes de los maestros. *“lo mejor es que el taller fue practico y no tan teórico, con mucha aplicabilidad para nuestros estudiantes”.* Con esta misma perspectiva, otra docente opinó al respecto: *“dinámico, lúdico y me sensibilizó tanto que quede muy, muy... preocupada. Excelente la presentación de ayudas didácticas, importante porque tiene aplicabilidad en nuestro quehacer diario”.* Referente a este último comentario, se resalta la frase donde dice *“quede muy, muy...preocupada”*, puesto que es un índice de que a través de estas actividades se está generando una ruptura en las creencias y esquemas mentales de los docentes de la CDA; ya que, como se vio en el marco teórico de las Comunidades de Aprendizaje, la transformación de las creencias en los maestros son la principal vía e inicio para el mejoramiento de sus prácticas de aula.

“es de gran importancia comenzar el proceso de resolver problemas con los niños haciéndoles comprender el planteamiento del problema y las posibles soluciones para analizar con ellos la respuesta correcta”. Con esta afirmación, se pudo observar la importancia que para los docentes debe tener el planteamiento y la resolución de problemas verbales en el aula de clase; ya que, se ha comenzado un proceso de reflexión y toma de conciencia sobre la forma como se están implementando estos procesos en la práctica. De igual modo, los docentes quedaron muy satisfechos porque a través del taller se llevaron herramientas valiosas para ponerlas en acción; como lo es la necesidad de implementar la lúdica y el juego con intenciones pedagógicas de enseñanza y la posibilidad de iniciar un camino coherente y articulado sobre la enseñanza de las categorías en las que se clasifican los problemas verbales y que sean acordes con el nivel cognitivo de los estudiantes.

Como reflexión final de las apreciaciones de los docentes integrantes de la CDA, se tiene la siguiente: “Mil gracias por el taller sobre la enseñanza de las estructuras aditivas y problemas aditivos, porque nos ubica muchísimo para beneficiar más a nuestros estudiantes y permitirnos tantas ayudas tan creativas y valiosas para que nosotros como docentes, cada vez estemos en capacidad de hacer más alegres y motivadoras las clases. Felicitaciones”¹⁷.

3.3 Diagnóstico

3.3.1 Aplicación del test

Se realizó la aplicación del test sobre los PVAE a 32 estudiantes del grado quinto de la Institución Educativa San Pio X. Cada uno de los niños realizó el test resolviendo 20 PVAE pertenecientes a cada una de las categorías semánticas y acordes con el nivel cognitivo de los niños. Después de su aplicación, la CDA se reunió para realizar sus respectivos análisis y poder definir en cuál de las diferentes categorías que se encuentran enmarcados los PVAE se debe fortalecer e intervenir dentro del diseño de la UD.

A continuación se presentan los resultados obtenidos de la aplicación del test de identificación de saberes previos aplicado a estudiantes de grado quinto de la institución educativa (I.E) San Pio X en la (Tabla 3-8).

La terminología empleada en el análisis y la interpretación del test (tabla 3-8) se describe a continuación:

(X), significa la posición de la incógnita en la estructura del problema.

F (frec), significa el número de estudiantes que cumplen con el ítem propuesto.

%, significa el porcentaje correspondiente al número de estudiantes que cumplen con el ítem propuesto.

¹⁷ Docente de la institución educativa San Pio X: Ana Adíela Gonzales G.

Problemas con estructura de Composición:

$P1 + P2 = T$, donde (P1) significa parte 1, (P2) significa parte 2, y (T) que significa total.

Problemas con estructura de Transformación:

$e_i \pm t = e_f$, donde (e_i) significa estado inicial, (t) significa transformación, que puede ser positiva o negativa, y (e_f) que significa estado final.

Problemas con estructura de Comparación:

$E1 \pm C = E2$, donde (E1) significa estado uno, (C) significa la relación de comparación, que puede ser positiva o negativa, y (E2) que significa estado dos.

Problemas con estructura de Igualación:

$E1 \pm I = E2$, donde (E1) significa estado uno, (I) significa la relación de Igualación, que puede ser positiva o negativa, y (E2) que significa estado dos.

Tabla 3-8: Test de identificación de saberes previos aplicado a estudiantes de grado quinto de la I.E San Pio X

Nº	Problema aditivo simple o de una etapa	estructura aditiva	posición de la incógnita	Nº de estudiantes	operación utilizada		respuesta correcta		respuesta incorrecta		no respondieron		interpretación acertada
					Suma	Resta	f(frec)	%	f(frec)	%	f(frec)	%	
1	En los juegos Olímpicos están participando 1.348 deportistas, de los cuales 798 deportistas son hombres. ¿Cuántas mujeres deportistas están participando?	Composición $P1 + P2 = T$	$P1 + X = T$	32		24	21	65,63	7	21,87	4	12,50	24
2	Camilo tenía ahorrado 21.550 pesos. Se compró un videojuego por el precio de 12.500 pesos. ¿Cuánto dinero le quedó?	Transformación $ei \pm t = ef$	$ei - t = X$	32		31	27	84,38	5	15,62	0	0	31
3	En un día el supermercado vendió 143 kilos de fruta, y 267 kilos de verduras. ¿Cuántos kilos más de verdura que de fruta se vendieron?	Comparación $E1 \pm C = E2$	$E1 + X = E2$	32		21	16	50,00	14	43,75	2	6,25	21
4	Pablo ha recorrido en bicicleta 230 metros y Manuela 185 metros. ¿Cuántos metros más deberá recorrer Manuela para hacer los mismos metros que Pablo?	Igualación $E1 \pm I = E2$	$E1 + X = E2$	32		22	11	34,38	19	59,37	2	6,25	22
5	En una pastelería hacen cada día 4.507 pasteles de arequipe y 2.580 de chocolate. ¿Cuántos pasteles de chocolate menos que de arequipe hacen cada día en la pastelería?	Comparación $E1 \pm C = E2$	$E1 - X = E2$	32		26	14	43,75	14	43,75	4	12,50	26
6	Camila ha recolectado 252 láminas para llenar el álbum del próximo mundial y Nicolás ha logrado reunir 136 láminas. ¿Cuántas láminas tendrá que regalar Camila para tener igual número de láminas que tiene Nicolás?	Igualación $E1 \pm I = E2$	$E1 - X = E2$	32		27	16	50,00	14	43,75	2	6,25	27
7	En una heladería han preparado 253 clases de helados para vender en un día soleado. Si terminado el día quedaron por vender 104 clases de helados. ¿Cuántos helados se vendieron en ese día?	Transformación $ei \pm t = ef$	$ei - X = ef$	32		31	22	68,75	9	28,12	1	3,13	31

Continuación tabla (3-8) Test de identificación de saberes previos aplicado a estudiantes de grado quinto de la I.E San Pio X

8	En la tabla de posiciones de la Liga postobón de Colombia, el Once Caldas ha sumado 46 puntos y tiene 6 puntos menos que el Atlético Nacional ¿Cuántos puntos tiene el Atlético Nacional?	Comparación $E1 \pm C = E2$	$X - C = E2$	32	14	14	43.75	18	56.25	0	0	14
9	Manuel tenía cierta cantidad de cartas de poder. Si regaló 35 cartas a su mejor amigo y le quedaron 47 cartas. ¿Cuántas cartas de poder tenía Manuel al principio?	Transformación $e_i \pm t = e_f$	$X - t = e_f$	32	29	27	84.38	5	15.62	0	0	29
10	En la caja de colores de Alejandra hay 24 colores, si Luisa llegara a poner 3 colores más en su caja tendría los mismos que Alejandra. ¿Cuántos colores hay en la caja de Luisa?	Igualación $E1 \pm I = E2$	$E1 - I = X$	32	15	15	46.88	17	53.12	0	0	15
11	En una competencia de salto Manuel realizó un salto de 180 centímetros, y Juan un salto de 12 centímetros menos que Manuel ¿Cuántos centímetros saltó Juan?	Comparación $E1 \pm C = E2$	$E1 - C = X$	32	25	10	31.25	19	59.37	3	9.38	25
12	Andrea tiene 3.550 pesos. Si Laura llegara a gastar 1.250 pesos, tendrían ambas igual cantidad de dinero. ¿Cuánto dinero tiene Laura?	Igualación $E1 \pm I = E2$	$E1 + I = X$	32	14	11	34.38	20	62.5	1	3.13	14
13	En la tabla de posiciones de la Liga Española Lionel Messi ha marcado 41 goles y tiene 5 goles más que Cristiano Ronaldo ¿Cuántos goles tiene Cristiano Ronaldo?	Comparación $E1 \pm C = E2$	$X + C = E2$	32	20	20	62.50	11	34.37	1	3.13	20
14	En una de las sedes de la básica primaria del colegio hay 97 niñas y 132 niños. ¿Cuántos niños y niñas hay en esta escuela?	Composición $P1 + P2 = T$	$P1 + P2 = X$	32	31	31	96.88	1	3.13	0	0	31
15	En una carrera de ciclismo se han inscrito 330 mujeres. Si se han inscrito 47 hombres más que mujeres. ¿Cuántos hombres se han inscrito en la carrera?	Comparación $E1 \pm C = E2$	$E1 + C = X$	32	28	25	78.13	6	18.75	1	3.13	28

Continuación tabla (3-8): Test de identificación de saberes previos aplicado a estudiantes de grado quinto de la I.E San Pio X.

16	En el jardín de la escuela hay 58 flores llamadas veraneras. Si se plantan 27 veraneras más, habrá igual número de flores margaritas. ¿Cuántas margaritas hay en el jardín de la escuela?	Igualación $E1 \pm 1 = E2$	$X - 1 = E2$	32	26		26	81,25	2	6,25	4	12,50	26
17	Susana tenía cierta cantidad de dinero, su abuelo le ha regalado 2.400 pesos más, de manera que ahora tiene 6.600 pesos. ¿Cuánto dinero tenía Susana antes de que su abuelo le regalara dinero?	Transformación $ei \pm t = ef$	$X + t = ef$	32		26	24	75,00	7	21,87	1	3,13	26
18	En un salón de clase hay 42 sillas. Si se retiran 17 sillas del salón quedara el mismo número de niños que hay en este salón. ¿Cuántos niños hay en el salón?	Igualación $E1 \pm 1 = E2$	$X + 1 = E2$	32		27	20	62,50	12	37,5	0	0	27
19	Felipe es un estudiante de grado quinto y en sus descansos juega con sus compañeros con cartas de poder. Antes de iniciar un juego, él tenía 258 cartas. Si durante el juego ganó 38 cartas, ¿con cuántas cartas de poder quedó Felipe después del juego?	Transformación $ei \pm t = ef$	$ei + t = X$	32	30		25	78,13	7	21,88	0	0	30
20	En un torneo de fútbol, el equipo que va liderando la tabla de posiciones meses atrás tenía 53 puntos, después de jugar varios partidos el equipo tiene 72 puntos. ¿Cuántos puntos aumentó este equipo?	Transformación $ei \pm t = ef$	$ei + X = ef$	32		19	13	40,63	19	59,37	0	0	19

▪ Análisis de la aplicación del test

El tipo de PVAE que presentaron mayor dificultad para los estudiantes fueron los PVAE de igualación, en especial, los que tienen la posición de la incógnita en el estado dos y con la igualación positiva ($E1 \pm I = E2$ con $E1 + I = X$) con un porcentaje del 62,50 % equivalente a los estudiantes que dieron la respuesta incorrecta, y los PVAE que tienen la posición de la incógnita en la igualación, principalmente, cuando la igualación es positiva ($E1 \pm I = E2$ con $E1 + X = E2$), teniendo un porcentaje de respuestas incorrectas por los niños del 58,38 %.

La figura 3-16 representa la comunidad de aprendizaje reflexionando y analizando los resultados obtenidos en la implementación del test sobre la identificación de saberes previos.

Figura 3-16: Docentes reflexionando sobre los resultados del test de identificación de saberes previos



En este primer análisis de los dos tipos de PVAE de igualación que presentaron mayor dificultad en los niños, el 56,25% de las respuestas dadas por ellos utilizaron el algoritmo adecuado para su solución teniendo en cuenta ambos problemas, lo que permite evidenciar, que más de la mitad interpretaron de manera adecuada su significado, pero no todos realizaron correctamente el algoritmo. En este sentido, se tomó como primer aspecto importante a tener en cuenta el fortalecimiento de la ejercitación del algoritmo de

la suma y de la resta en algunos de los estudiantes, con el fin de mejorar, tanto la interpretación de los PVAE como el desarrollo correcto de los algoritmos. Así mismo, se hizo énfasis en la necesidad de proponer PVAE de igualación donde varíe la posición de la incógnita.

En cuanto al siguiente orden de complejidad en el nivel de dificultad presentado por los niños, se encuentran los PVAE de comparación, cuando la posición de la incógnita está ubicada en el estado dos o en el comparado con la comparación negativa ($E1 \pm C = E2$ con $E1 - C = X$) reflejando obstáculos en su interpretación. El 31,25% de los estudiantes tuvieron la capacidad de interpretar y resolver adecuadamente el problema, pero el 78% del total interpretaron de forma adecuada el significado del mismo, para lo cual, nuevamente permite replantear la forma como se están llevando a cabo los algoritmos de la suma y la resta, en este caso, las grandes falencias en la resta.

Por otro lado, se ve la necesidad de profundizar en la semántica de la categoría de comparación, propiciando espacios en el aula escolar donde los niños tengan la posibilidad de comprender como se realizan los procesos de comparación vistos desde el campo de las Matemáticas.

En los PVAE con estructura aditiva de composición se pudo analizar su nivel de dificultad de acuerdo a la posición de la incógnita en el planteamiento y resolución de los dos PVAE pertenecientes a esta estructura: el que tiene la posición de la incógnita en el total resultó mucho más fácil de interpretar por parte de los estudiantes que cuando la incógnita se encuentra en una de las partes. En el PVAE donde la posición de la incógnita se encuentra en el total, solo un estudiante dio una respuesta incorrecta a la solución de este problema, planteando un algoritmo diferente al de la suma.

En tres de los veinte PVAE planteados se notó que se repitió el número de estudiantes que no los resolvieron, con un porcentaje del 12,50%. Varios de estos niños fueron los mismos que no pudieron plantear el algoritmo para la resolución de cada uno de los problemas, dejando como inquietud que se debe realizar un trabajo más juicioso y personalizado con estos estudiantes. Los problemas en los cuales presentaron dificultades fueron los de igualación con la incógnita en el estado 1 y con igualación negativa ($E1 \pm I = E2$, con $x - I = E2$), los de composición con la incógnita en una de las

partes ($P1 + P2 = T$, con $P1 - x = T$), y los de comparación con la incógnita en la comparación, en este caso negativa ($E1 \pm C = E2$, con $E1 - x = E2$).

En el caso de los PVAE que tuvieron más éxito en las respuestas dadas por los educandos se encuentran en primer lugar los PVAE de composición con la incógnita en el total ($P1 + P2 = T$, con $P1 + P2 = x$), evidenciándose que de los 32 estudiantes 31 resolvieron adecuadamente este tipo de problemas. En segundo nivel de éxito se encuentran los PVAE pertenecientes a la categoría de transformación con la incógnita en el estado final con transformación negativa ($ei \pm t = ef$ con $ei - t = x$). En este caso se observó que 27 estudiantes resolvieron bien este problema de transformación, y 31 del total comprendieron la operación que debían utilizar. En tercer nivel de éxito se tuvieron los PVAE de transformación con la incógnita en el estado inicial con transformación negativa ($ei \pm t = ef$ con $x - t = ef$). En esta clase de problemas se obtuvieron resultados muy semejantes a los PVAE de transformación con la incógnita en el estado final; ya que, 29 del total emplearon la operación correcta y 27 la realizaron correctamente.

Los tres tipos de problemas comparados anteriormente fueron los que menos dificultad causaron en los niños y niñas del grado quinto. Se analizaron las razones del porqué de estos resultados, llegando a conclusiones tales como que en las clases los docentes estaban privilegiando las primeras dos categorías de los PVAE que se inician desde los primeros años escolares y los cuales se encuentran planteados en el grupo de estándares de competencias de los grados de primero a tercero. De igual manera, sucedió con los resultados obtenidos sobre las mayores dificultades encontradas en la resolución de PVAE, teniéndose como mayor falencia algunos problemas de las categorías de igualación y comparación dependiendo de la posición de la incógnita.

Errores cometidos por los niños

Al analizar los errores cometidos por los niños en la realización de los algoritmos, se pudo observar que la principal dificultad manifestada por ellos fue con relación a los procesos de agrupación en la suma y los procesos de desagrupación para la resta; puesto que, omitieron agrupar las unidades en la posición de las decenas, las decenas en la posición de las centenas y así sucesivamente, y lo mismo ocurrió en la desagrupación de las decenas, centenas y/o unidades de mil en el minuendo. Las figuras (3-17, 3-18, 3-19) reflejan esta falencia presentada por dos estudiantes del grado quinto de la institución educativa San Pio X.

Figura 3-17: Dificultades en la desagrupación

5	En una pastelería hacen cada día 4.507 pasteles de arequipe y 2.580 de chocolate. ¿Cuántos pasteles de chocolate menos que de arequipe hacen cada día en la pastelería?	$\begin{array}{r} 4507 \\ - 2580 \\ \hline 11027 \end{array}$	R/ pasteles de chocolate menos que arequipe son 11.027.
---	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------------	---------------------------------------------------------

Figura 3-18: Dificultades en la desagrupación

3	En el supermercado se han vendido 143 kilos de fruta, y 267 kilos de verduras. ¿Cuántos kilos más de verdura que de fruta se han vendido?	$\begin{array}{r} 143 \\ - 267 \\ \hline 267 \end{array}$	R/ an vendido mas kilos de verdura de 267.
---	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------	--------------------------------------------

Figura 3-19: Dificultades en la desagrupación

2	Camilo tenía ahorrado 21.550 pesos. Se ha comprado un videojuego por el precio de 12.500 pesos. ¿Cuánto dinero les quedó?	$\begin{array}{r} 21.550 \\ - 12.500 \\ \hline 19.050 \end{array}$	A Camilo le quedo 19.050 de dinero
3	En el supermercado se han vendido 143 kilos de fruta, y 267 kilos de verduras. ¿Cuántos kilos más de verdura que de fruta se han vendido?	$\begin{array}{r} 143 \\ - 267 \\ \hline 096 \end{array}$	Se han vendido 96 kilos de verdura mas que de fruta

Otro de los errores comúnmente reflejados en el algoritmo de la resta, fue la ubicación del minuendo y el sustraendo; debido a que algunos niños aun presentan falencias en la identificación de estos componentes. Aplicaron la regla “al número más grande se le

quita el más pequeño”; luego procedieron a restar del dígito mayor el menor sin importar si era del minuendo o del sustraendo y por ende no realizaron las desagrupaciones necesarias. La figura 3-20 evidencia esta dificultad.

Figura 3-20: Dificultades en la identificación y organización de los términos de la resta

3	En el supermercado se han vendido 143 kilos de fruta, y 267 kilos de verduras. ¿Cuántos kilos más de verdura que de fruta se han vendido?	$\begin{array}{r} -143 \\ 267 \\ \hline 098 \end{array}$ 	Se han vendido 98 kilos de verdura más que de fruta.
---	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------

En otros casos, algunos niños no comprendieron las acciones que se encontraron en el planteamiento de los problemas, como por ejemplo los cambios o las transformaciones negativas en los problemas de transformación y procedieron inmediatamente a sumar las cantidades sin analizar si las respuestas eran coherentes o no. Para el caso de los niños que realizaron correctamente las operaciones, ellos distinguieron la relación que existía entre las cantidades presentes en los problemas, interpretaron de forma adecuada el enunciado y aplicaron el algoritmo sin errores. La figura 3-21 evidencia este aspecto.

Figura 3-21: Dificultades en la interpretación de los problemas verbales aditivos

17	Susana tenía cierta cantidad de dinero, su abuelo le ha regalado 2.400 pesos más, de manera que ahora tiene 6.600 pesos. ¿Cuánto dinero tenía Susana antes de que su abuelo le regalara dinero?	$\begin{array}{r} 6600 \\ +2400 \\ \hline 9000 \end{array}$	Susana tiene 9000
----	-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-------------------------------------------------------------	-------------------

En cuanto al algoritmo de la suma, se encontró también que los niños presentaron falencias en el valor posicional; debido a que, sumaron unidades con decenas y no ubicaron correctamente los dígitos de acuerdo con su valor posicional. Las figuras (3-22 y 3-23) reflejan estas dificultades.

Figura 3-22: Dificultades en el valor posicional de las cifras

5	En una de las sedes de la básica primaria del colegio hay 97 niñas y 132 niños. ¿Cuántos estudiantes hay en esta escuela?	$\begin{array}{r} 97 \\ +132 \\ \hline 229 \end{array}$ 	en la escuela hay 1102
---	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------

Figura 3-23: Dificultades en el valor posicional de las cifras

12	Andrea tiene 3.550 pesos. Si Laura llegara a gastar 1.250 pesos, tendrían ambas igual cantidad de dinero. ¿Cuánto dinero tiene Laura?	$\begin{array}{r} 350 \\ 1250 \\ \hline 1100 \end{array}$	a Laura le qued 1100 pesos
----	---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	-----------------------------------------------------------	----------------------------

Otra de las dificultades encontradas se refiere a que algunos niños aún no han comprendido la relación entre la suma y la resta; puesto que, no reconocen que a través de la utilización de una u otra operación de suma o resta pueden hallar la solución requerida.

Finalmente se evidenció la necesidad de prestar atención al momento de operar de los niños, pues estos procesos dan indicios de la forma como los educandos están razonando y ofrecen claves para guiar mejor la comprensión y la ejercitación de las operaciones. Así mismo, se tomó conciencia de la labor de crear múltiples estrategias que favorezcan la comprensión del significado de los PVAE por parte de los niños y niñas.

Una vez terminado el análisis de los resultados obtenidos en el diagnóstico se dio inicio al diseño de la UD para la enseñanza – aprendizaje de las estructuras aditivas con los niños del grado quinto.

3.4 Diseño curricular de la Unidad didáctica

3.4.1 Ejercicio de planeación

Después de un análisis sobre la forma de iniciar el desarrollo de la unidad didáctica, se determinó el siguiente título para el ejercicio de planeación y ejecución de la unidad didáctica: ¿Podríamos realizar un mundial en nuestro país? “Una estrategia para la enseñanza – aprendizaje de los problemas verbales de tipo aditivo”

En primera instancia, se pretende que los docentes reflexionen sobre la importancia de propiciar diferentes situaciones y contextos en los que se pueden ver inmersas las operaciones de la suma y la resta y no como conceptos aislados. Así mismo, se espera que los estudiantes del grado quinto interpreten y resuelvan de manera adecuada los PVAE de composición, transformación, comparación e igualación en diferentes sistemas de las Matemáticas (Numérico – variacional, geométrico – métrico y aleatorio y sistemas de datos).

El objetivo propuesto para el desarrollo de esta UD está directamente relacionado con los estándares básicos de competencias en Matemáticas; puesto que allí se pretende que al terminar el grado quinto el estudiante este en la capacidad de formular y resolver problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación. De igual manera, este estándar se encuentra planteado dentro del plan de estudios de la institución educativa y es transversal a todos los componentes de las Matemáticas. Para la planeación de la UD se estableció la importancia de plantear los problemas verbales aditivos en cada una de las actividades.

Al respecto, se analizó que el proceso de plantear y resolver problemas aditivos no debe estar sujeto a un periodo de tiempo determinado, sino por el contrario, debe permear todos los contenidos que se abordan durante los años escolares aumentando su nivel de complejidad, como por ejemplo, cambiando la posición de la incógnita.

La UD ha sido diseñada desde el eje temático de las estructuras aditivas. La intención de organizar los estándares de este eje temático es potenciar significativamente el trabajo de la suma y la resta desde la perspectiva de las estructuras. Es decir, lo que se pretende con el desarrollo de esta UD es permitirles a los estudiantes llegar a la comprensión de que estas operaciones no existen aisladas entre sí, aisladas de las propiedades matemáticas ni de las situaciones problemas que les dan sentido.

Del mismo modo se pretende que las operaciones de suma y resta, sean impulsadas desde los procesos de la medición de manera que permitan a través de los estándares el desarrollo de procesos de conceptualización antes que la mecanización de técnicas de cálculo.

3.4.2 Contenidos

Los tipos de contenidos seleccionados por la CDA son los contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales.

Contenidos conceptuales

Es importante resaltar en este punto que la CDA tiene presente la flexibilidad y la pertinencia al seleccionar los contenidos; puesto que, cada docente y cada institución maneja su propia metodología de acuerdo al contexto de sus estudiantes. Por tal motivo, la propuesta que presentó la CDA en el diseño de la UD debe verse como una opción dentro de los múltiples caminos que existen para desarrollar los procesos de enseñanza – aprendizaje con los estudiantes.

Los contenidos conceptuales se abordaron desde los estándares básicos de competencias y a partir de los cinco tipos de pensamiento Matemático formulados en los referentes de calidad.

Contenidos procedimentales

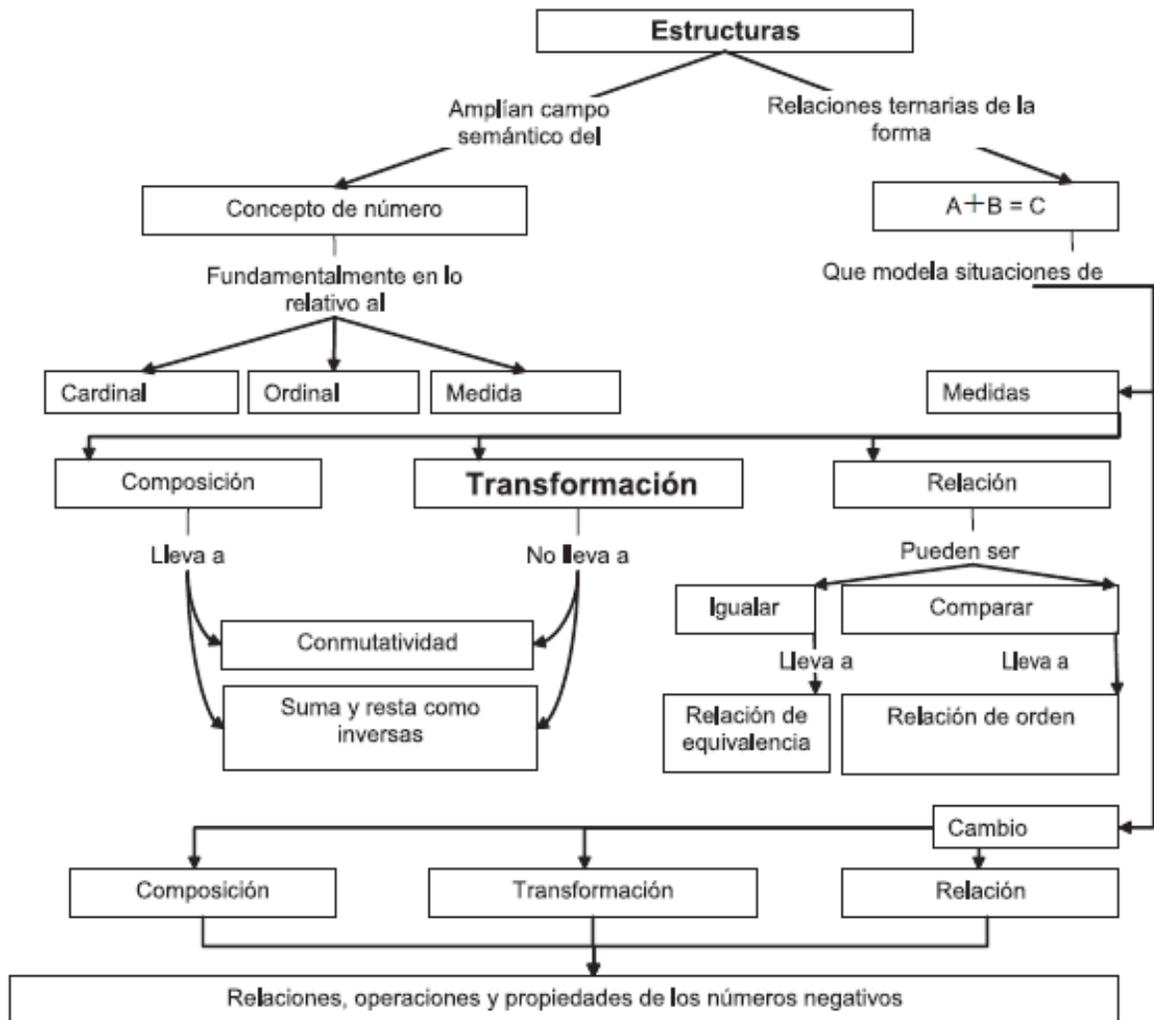
- Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas.
- Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.

Contenidos actitudinales

- Genero confianza en la habilidad para resolver los diferentes problemas aditivos.
- Reconozco que a través del error se puede llegar al aprendizaje de los conceptos.
- comprendo la importancia de compartir mis opiniones y puntos de vista sobre la solución de un problema aditivo.

El siguiente esquema (figura 3-24) ilustra las interconexiones que manejan la enseñanza – aprendizaje de las estructuras aditivas.

Figura 3-24: Interconexiones de las estructuras aditivas



3.4.3 Secuencia Didáctica

Para la secuenciación de actividades se pensó en desarrollar los estándares de manera integrada a partir de una situación problema que permitiera enfrentar a los estudiantes con el desarrollo de actividades prácticas y que favorecieran la construcción de conceptos referidos a los cinco tipos de pensamiento y sistemas matemáticos según los EBC, tales como:

- a. Pensamiento numérico y sistemas numéricos.
- b. Pensamiento métrico y sistemas de medidas.
- c. Pensamiento espacial y sistemas geométricos.
- d. Pensamiento aleatorio y sistemas de datos
- e. Pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos.

Situación de enseñanza y aprendizaje: Mundial de fútbol de Colombia

La situación problema que se planteó se denominó “mundial de fútbol de Colombia”; puesto que, se considera que de acuerdo a los intereses de los estudiantes es una temática que puede despertar el gusto y la motivación en ellos, además porque en este tiempo el tema de los mundiales está muy de moda. La situación problema se ha dividido en tres momentos, teniendo como objetivo la enseñanza – aprendizaje de las estructuras aditivas por medio de la formulación y resolución de problemas verbales aditivos de una etapa, los cuales se desarrollarán en el transcurso del desarrollo de las diferentes temáticas. De igual manera, se trata de interrelacionar el pensamiento numérico con los demás tipos de pensamientos y sistemas (pensamiento métrico, espacial, aleatorio y variacional).

- I. **MOMENTO UNO:** Representación del escenario deportivo.
- II. **MOMENTO DOS:** Simulación - Organización del mundial.
- III. **MOMENTO TRES:** Realización del mundial - Elaboración y presentación de informes.

I. **MOMENTO UNO: Representación del escenario deportivo.**

En esta fase se pretende desarrollar los estándares del pensamiento espacial y sistemas Geométricos con el pensamiento métrico y sistemas de medidas.

- Comparo y clasifico figuras bidimensionales de acuerdo con sus componentes (ángulos, vértices) y características.
- Utilizo sistemas de coordenadas para especificar localizaciones y describir relaciones espaciales.
- Conjeturo y verifico los resultados de aplicar transformaciones a figuras en el plano para construir diseños.
- Diferencio y ordeno, en objetos eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies, volúmenes de cuerpos sólidos, volúmenes de líquidos y capacidades de recipientes; pesos y masa de cuerpos sólidos; duración de eventos o procesos; amplitud de ángulos).
- Selecciono unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones.
- Describo y argumento relaciones entre el perímetro y el área de figuras diferentes, cuando se fija una de estas medidas.

Actividades

1. El docente iniciará haciendo una sensibilización y ambientación sobre los campeonatos de futbol que actualmente se realizan en todo el mundo, con el objetivo de inquietar y despertar el interés en los estudiantes. Posteriormente el docente realizará las siguientes preguntas a todos los niños y niñas del grupo:

- ¿Les gustaría que en Colombia se realizara un mundial de futbol?
- ¿Estarían dispuestos a organizar este evento deportivo?
- Una vez el docente haya logrado despertar el interés en los niños plantea el siguiente interrogante:
 - ¿Quién creen ustedes que será el campeón del mundial de futbol que organizaremos entre todos?
- Con esta pregunta, se pretende propiciar en los niños la posibilidad de estimular la imaginación y la realización de hipótesis y conjeturas para dar una solución.

Las primeras actividades consistirán en el reconocimiento del escenario deportivo principal del campeonato mundial, como lo es la cancha de futbol. Se tiene como objetivo la identificación de las características y componentes de este escenario.

Las actividades que permitirán abordar los estándares propuestos para el pensamiento espacial y los sistemas geométricos y métricos son:

- El docente propiciará en los estudiantes el reconocimiento de figuras bidimensionales y sus componentes, en especial los polígonos como los cuadriláteros (el rectángulo), a través de la exploración de la cancha de microfútbol con que cuenta la escuela.
- Pedirá a los estudiantes que representen gráficamente el escenario deportivo libremente, con el fin de detectar el pensamiento proporcional en ellos. De esta manera, se podrán recordar algunos de los componentes fundamentales de los cuadriláteros, como el número de lados, vértices, ángulos y diagonales.
- Invitará a los estudiantes a analizar los dibujos realizados por cada uno de forma que se generen reflexiones sobre los detalles que presentan sus bosquejos, como sus características y formas, enfatizando sobre la importancia de que la cancha de futbol tenga esas particularidades. El docente preguntará a los niños porque una cancha de futbol debe poseer estas características y como creen que estarán construidos los estadios donde se realizará nuestro mundial.
- Una vez reconocidos los componentes fundamentales de los polígonos, el docente podrá retroalimentar los conceptos vistos en años anteriores como la medición de ángulos, clases de rectas, clasificación y construcción de polígonos, entre otros.
- En la construcción de polígonos, el docente hará énfasis en la importancia de ubicar la figura geométrica, en este caso la cancha de futbol en un espacio, donde se pueda hallar su ubicación. Para ello se podrá trabajar la ubicación de puntos en el plano, reconociendo las coordenadas para luego realizar el trazado y los movimientos de polígonos, abordando conceptos de traslación, rotación y reflexión. En este punto, es importante que el maestro les permita ver una aplicación de estos conceptos en la vida real, por ejemplo la construcción de los estadios de futbol del mundial de Corea-Japón 2002, donde las canchas de futbol pueden rotar y trasladarse para realizar sus respectivos mantenimientos.

- El docente propondrá a los niños utilizar medidas arbitrarias y estandarizadas (los pasos y el metro) para encontrar la medida del ancho y el largo de la superficie del escenario deportivo, con el fin de analizar sus relaciones y planteando los siguientes interrogantes: ¿sería adecuado utilizar la regla que tiene cada niño para medir el largo y el ancho de la cancha de microfútbol de la escuela? ¿Cuál creen que sería el instrumento de medida más acorde para realizar esa medición? Posteriormente se les pedirá nuevamente a los niños representar el escenario en sus cuadernos tomando como patrón de medida la cuadrícula de sus cuadernos, eligiendo la unidad de medida más adecuada y comparando ambos contextos.
- El docente le planteará a los niños medir con la regla los lados de la figura que han realizado de la cancha de la escuela, recordando el concepto de perímetro. En este mismo sentido, les solicitará que busquen objetos personales o del salón que posean el mismo perímetro que el de la figura dibujada en el cuaderno, con el objetivo de comparar las medidas de sus lados y establecer relaciones. Por ejemplo, un niño puede medir los lados del carnet estudiantil y encontrar que tan parecidos son los perímetros.
- Cuando se halla interiorizado el concepto de perímetro en los niños, se procederá a abordar el concepto de área, haciéndoles notar que la superficie que han estado estudiando, como la cancha de microfútbol, posee un espacio donde se ubican e interactúan múltiples elementos; por ejemplo, la forma como se distribuyen los jugadores de un equipo en el terreno de futbol, el espacio que utiliza cada uno desde el portero hasta el delantero del equipo, el espacio donde se encuentran delimitadas las líneas de la cancha y los sectores donde las maquinas deben podar el césped para que el terreno este en perfectas condiciones.
- En las interacciones de todas estas situaciones entre el docente, los estudiantes, el contexto y los conceptos, se plantearán problemas verbales de tipo aditivo con el fin de ir potenciando y fortaleciendo el aprendizaje de las estructuras aditivas.

Problemas de composición

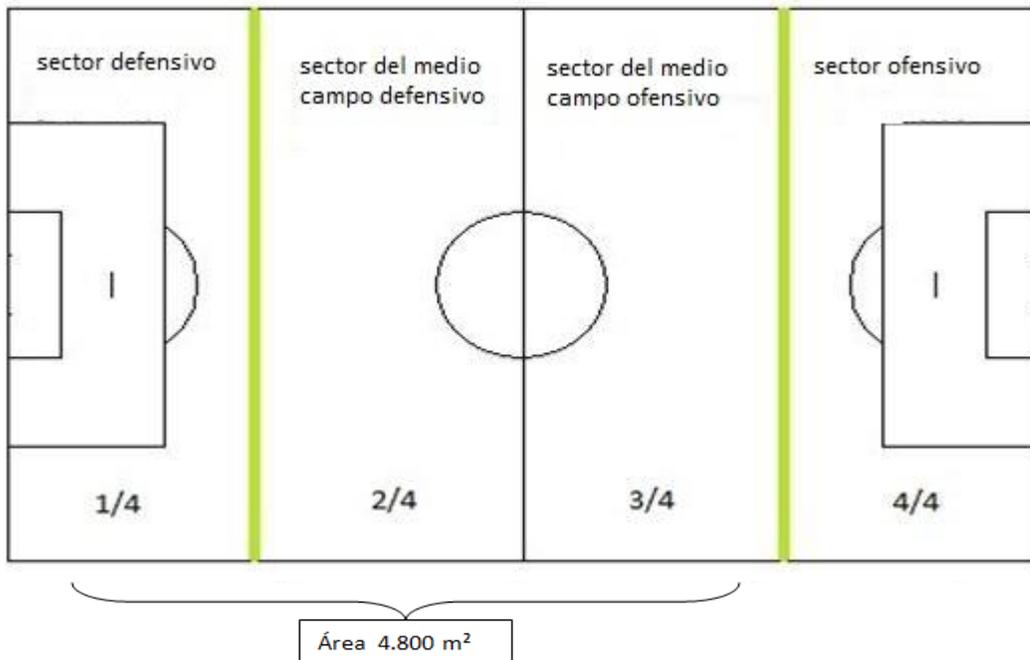
Para la resolución de los problemas de composición el docente podrá realizar lo siguiente:

1. Los niños deberán medir el perímetro de la cancha de la escuela con el instrumento de medida adecuado y anotar los datos en sus cuadernos. Luego, se les pedirá que hallen el perímetro del salón, utilizando el mismo instrumento de medición. Teniendo cada uno estos datos, el docente procederá realizando las siguientes preguntas:

Cada niño debe observar y comparar sus medidas con las de los compañeros y responder ¿son iguales el perímetro de la cancha con el perímetro de los demás compañeros? ¿Por qué? ¿Son iguales las medidas del perímetro de todos los compañeritos del salón? ¿Cuánto miden ambos perímetros juntos?

2. El docente les mostrará la siguiente imagen (figura 3-25) que representa datos de una cancha de futbol, y luego les pedirá que resuelvan la situación:

Figura 3-25: Cancha de futbol



La imagen anterior muestra el terreno donde la cancha tiene una parte hecha con material sintético compuesta por el sector defensivo, medio campo defensivo y el medio campo ofensivo, y otra parte cubierta de arena donde se encuentra ubicado el sector ofensivo. El espacio de la cancha que está cubierta por material sintético tiene una medida de 4.800 m^2 . Si el área total de la cancha es de 6400 m^2 ¿Cuál es la medida del espacio cubierto de arena?

II. MOMENTO: Simulación - Organización del mundial

En esta fase se pretende desarrollar los estándares del pensamiento Numérico y sistemas Numéricos con el pensamiento Variacional.

Dentro del eje temático de las Estructuras Aditivas, se incluyen los estándares relacionados con:

- Identifico y uso medidas relativas en distintos contextos.
- Resuelvo y formulo problemas cuya estrategia de solución requiera de las relaciones y las propiedades de los números naturales y sus operaciones.
- Resuelvo y formulo problemas en situaciones aditivas de composición, transformación, comparación e igualación.
- Uso diversas estrategias de cálculo y de estimación para resolver problemas en situaciones aditivas.
- Identifico, en el contexto de una situación, la necesidad de un cálculo exacto o aproximado y lo razonable de los resultados obtenidos.
- Construyo igualdades y desigualdades numéricas como representación de relaciones entre distintos datos.

Actividades

El objetivo de este momento es que los estudiantes desarrollen conceptos fundamentales del pensamiento numérico y variacional a través de actividades como la organización de un mundial, lo cual implica: la clasificación y distribución de los equipos en grupos; el número de uniformes, boletería para las entradas a los partidos; presupuesto; entre otros.

El docente propondrá a los estudiantes por equipos de trabajo las siguientes actividades:

- *La lista de los equipos clasificados al mundial:* Los niños deberán analizar porque estos equipos participarán en el mundial, de manera que ellos comprendan la

importancia de hacer que todos los continentes tengan participación de algunos de sus países en el evento.

- *Cuáles serán los ocho equipos que encabezaran cada uno de los grupos:* es en este punto la docente realizará una votación con todos los niños sobre los mejores equipos de fútbol de todo el mundo, teniendo en cuenta los resultados que actualmente están teniendo.
- *Número de equipos y de grupos, así como cuantos equipos deben ir en cada grupo:* Los niños organizarán los equipos en los grupos y determinarán el número de encuentros en cada grupo. Para ello el docente podrá escribir los nombres de los 24 equipos sin contar los que encabezaran cada grupo en papelitos e introducirlos en una bolsa para ir organizando cada equipo en los grupos. Este es un ejercicio interesante porque permite en los niños realizar hipótesis y conjeturas sobre los posibles resultados.
- *Determinar el número de estadios y en que ciudades se llevarán a cabo los partidos:* En este ejercicio los niños deberán analizar cuáles son las ciudades más adecuadas para la realización de los eventos, como la infraestructura de los estadios, su capacidad, número de habitantes que tiene la ciudad, economía, aeropuerto, transporte, entre otros aspectos. De la misma manera es importante decidir el lugar de realización de la inauguración del mundial y la gran final.
- *Determinar la manera como se realizaran los primeros partidos:* los niños deberán organizar el número de rondas y la forma como clasificarán los equipos en cada instancia: en esta actividad el docente tendrá la posibilidad de proponer que los estudiantes determinen como se llevarán a cabo cada una de las rondas, planteando las siguientes preguntas:

¿Cuántos partidos en total se jugarán en el mundial?

¿Cuántos partidos podrá jugar cada uno de los equipos participantes en la primera ronda clasificatoria?

¿Cuáles equipos (número de equipos sin nombres) podrán jugar el máximo número de partidos y por qué?

¿Cuántos partidos deberá jugar el equipo que llegue a la final?

- *Consultar sobre la capacidad que tiene cada uno de los estadios elegidos y poner un tope para el costo de las boletas:* después de realizar la consulta el docente organizará los niños en grupos asignando a cada grupo un estadio, de manera que realicen las siguientes actividades.

Dependiendo del estadio que le correspondió a cada grupo concretar entre todos el número de boletas que se venderán y clasificar las boletas de acuerdo a la ubicación del estadio, con el fin de asignarles un costo. Posteriormente, se solicitará distribuir los equipos en cada ciudad y los partidos que ellos jugarán en los estadios.

- *Consultar el costo de una camiseta de futbol, una pantaloneta y un par de medias:* el docente planteará a los niños que dialoguen sobre cuantos uniformes debe tener cada equipo y el costo total de un uniforme. A partir de estos datos se pueden abordar problemas aditivos.
- *Camisetas de los 32 equipos de futbol participantes:* los niños podrán proponer el costo de las camisetas que serán vendidas a las afueras de los estadios.

Problemas de transformación

1. Uno de los estadios donde se llevaron a cabo los partidos de futbol en la primera ronda tiene una capacidad para albergar 45.000 espectadores, teniendo a la venta este mismo número de entradas. Si en uno de los partidos ingresaron 32.589 espectadores, ¿Cuántas entradas quedaron sin vender?
2. Ocho días antes de dar inicio a los primeros partidos, ya se habían vendido 43.856 boletas para entrar al partido inaugural. Al día siguiente se vendieron 16.147 agotando totalmente la boletería. ¿Cuántos boletas se vendieron para el partido de la inauguración?
3. Para el tercer partido de nuestra selección, se tienen para la venta 63.980 boletas. Si faltando dos días para la realización de este partido aún quedan por vender 1.504 boletas, ¿Cuántas boletas se han vendido hasta el momento?
4. En la primera ronda del mundial donde participaron los 32 equipos distribuidos en ocho grupos, se tuvo un balance de 124 goles marcados. Después de jugadas dos rondas más

se vuelve hacer el balance teniendo como resultado un total de 161 goles, ¿Cuántos goles se marcaron en la segunda y tercera ronda?

5. En una tienda deportiva tenían para la venta cierto número de camisetas de diferentes equipos del mundo. Si en el transcurso de la semana se vendieron 327 camisetas y aún quedan por vender 210 camisetas ¿Cuántas camisetas había en la tienda al principio de la semana?

6. Andrés, uno de los compañeritos del salón desea comprar la camiseta de la selección Colombia, y para ello tiene ahorrado cierta cantidad de dinero. Con motivo de su cumpleaños su abuelo le regaló 20.000 pesos, quedando con 43.500 pesos, ¿Cuánto dinero tenía ahorrado Andrés?

III. MOMENTO: Realización del mundial y presentación del informe final

En esta fase se pretende desarrollar los estándares del pensamiento y Aleatorio y los sistemas de Datos.

Dentro del eje temático de las estructuras aditivas, se incluyen los estándares relacionados con:

- Represento datos usando tablas y gráficas (pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).
- Comparo diferentes representaciones del mismo conjunto de datos.
- Interpreto información presentada en tablas y gráficas. (Pictogramas, gráficas de barras, diagramas de líneas, diagramas circulares).
- Conjeturo y pongo a prueba predicciones acerca de la posibilidad de ocurrencia de eventos.
- Resuelvo y formulo problemas a partir de un conjunto de datos provenientes de observaciones, consultas o experimentos.

Actividades

El objetivo de este momento es que los estudiantes desarrollen conceptos fundamentales del pensamiento Aleatorio y los sistemas de Datos; a través de actividades como la sistematización de la información obtenida de cada uno de los partidos jugados; representación en graficas de los resultados, goles marcados, tarjetas amarillas y rojas;

puntos obtenidos por cada equipo; análisis del equipo campeón y subcampeón; entre otros.

- *Realización del mundial con todos los partidos jugados hasta la final:* en esta actividad, el docente podrá dividir los niños en ocho grupos de manera que a cada grupo le corresponda un grupo del mundial y simulen los resultados de los encuentros llevados a cabo. Deberán representar los datos estadísticos de cada equipo en una tabla de frecuencias donde aparezcan: partidos ganados por equipo; puntos acumulados, goles a favor y goles en contra, así como definir a través de estos datos los dos equipos clasificados a la siguiente ronda de cada grupo.

Las preguntas orientadoras que puede realizar el docente son:

¿Cuáles equipos han clasificado a la segunda ronda?

¿Cómo quedarán los partidos en esta segunda ronda?

Hasta el momento, ¿Cuál es el equipo favorito y por qué?

Estas mismas actividades se pueden continuar hasta el partido de la final. Los niños deberán sistematizar toda esta información en tablas y realizar sus respectivas gráficas.

- *Realización del partido de la gran final:* Hasta este momento los estudiantes ya cuentan con una buena base de datos, de manera que el docente puede desarrollar procesos adecuados de enseñanza – aprendizaje.

El docente preguntará a los niños cual creen ellos que será el equipo campeón del mundial. Posteriormente, el docente propondrá los siguientes ejercicios:

Para esta actividad los niños realizarán una encuesta sobre cuál de los dos equipos que han llegado a la final puede ser el campeón. Este ejercicio lo pueden realizar en sus casas y con demás compañeritos de la escuela.

En el aula de clase, los niños pueden estar divididos en dos grupos, de manera que el docente asigne a cada grupo un equipo de los finalistas, planteándoles lo siguiente:

El equipo que les correspondió a cada grupo debe analizar lo siguiente:

- a) Puntos que obtuvo el equipo hasta el momento.

- b) Partidos ganados, empatados y perdidos.
- c) Goles a favor y goles en contra.
- d) Hallar el promedio de goles marcados.
- e) Presentar un informe a través de graficas a los estudiantes del otro grupo.

Después de presentados los informes por cada equipo, el docente puede realizar una votación entre todos los niños del salón sobre el equipo que creen ellos será el equipo campeón.

- Presentación del informe final sobre todos los factores que estuvieron asociados con la realización del mundial.

El docente podrá distribuir los estudiantes en grupos de manera que a cada grupo se le asigne uno de los siguientes ítems para que ellos realicen un informe estadístico. Los factores pueden ser los siguientes:

- a) Uniformes de los 32 equipos participantes. (Número de uniformes local - visitante y costos).
- b) Costo total de la boletería de todos los estadios durante todos los partidos.
- c) Número de goles anotados durante todos los partidos. (Promedio de goles por partido).
- d) Informe general sobre el equipo campeón del mundial. (seguimiento en cada una de las rondas clasificatorias).

Problemas aditivos de comparación

1. En uno de los centros comerciales más importantes de una ciudad donde se llevó a cabo el partido entre Alemania y Brasil, se vendieron 105 camisetas de Alemania. Si se vendieron 43 camisetas más de Brasil que de Alemania, ¿Cuál es el número de camisetas que se vendieron de Brasil?

2. Entre los equipos finalistas del mundial, en lo que va recorrido del mundial Brasil ha marcado 24 goles y España ha marcado 7 goles menos que Brasil, ¿Cuántos goles ha marcado España hasta el momento?

3. En uno de los partidos de la semifinal, se enfrentaron España y Argentina. En el balance de las entradas se registró un ingreso de 24.571 hinchas de la selección Española y 35.429 hinchas de la selección de Argentina. ¿Cuántos hinchas más de Argentina que de España ingresaron al estadio?
4. En una de las fábricas donde se diseñan las camisetas de la selección Colombia, se fabricaron 8.970 camisetas para dama y 11.390 camisetas para caballero para vender en las ciudades más importantes donde se llevaron a cabo los partidos. ¿Cuántas camisetas para dama se diseñaron menos que para caballero?
5. En la realización del mundial los dos mejores jugadores del mundo llenaron las expectativas de todos sus seguidores. Lionel Messi marcó 12 goles y tuvo 4 goles más que Cristiano Ronaldo. ¿Cuántos goles marcó Cristiano Ronaldo en el mundial?
6. En la premiación de la valla menos vencida, se encuentran el portero Iker Casillas de la selección Española y Julio Cesar de Brasil. Si al portero Español le marcaron 6 goles y tuvo 5 goles menos que los que le marcaron al portero de Brasil, ¿Cuántos goles le marcaron al portero Brasileño?

Problemas aditivos de igualdad

1. Un turista Alemán y uno Ingles han llegado para disfrutar del mundial. El turista Ingles tiene 500.000 pesos para comprar las entradas de los tres primeros partidos de la primera ronda. Si el turista Alemán se llegara a gastar 130.000 pesos más durante los mismos partidos, ambos tendrían la misma cantidad de dinero. ¿Cuánto dinero tiene el turista Alemán para disfrutar de estos partidos?
2. Para el partido de la semifinal del campeonato mundial entre España y Alemania se tienen los siguientes datos en cuanto el número de goles marcados por cada equipo hasta el momento. España ha marcado 17 goles, si Alemania llegara a marcar 5 goles más tendría la misma cantidad de goles marcados por España, ¿Cuántos goles ha marcado la selección Alemana?
3. Para dos de los partidos de la tercera ronda que se jugarán en dos estadios diferentes, en el estadio el Campin se han vendido 42.604 entradas, mientras que en el estadio Atanasio Girardot se han vendido 35.630 entradas. ¿Cuántas boletas deberá vender el

estadio Atanasio Girardot para tener la misma cantidad de boletas vendidas en el estadio el Campin?

4. Manuela ha recolectado 439 láminas para llenar el álbum del mundial de Colombia y Tomas ha logrado reunir 275 láminas. ¿Cuántas láminas tendrá que regalar Manuela para tener igual número de láminas que tiene Tomas?

5. Felipe tiene ahorrado 246.000 pesos y quiere comprar la camiseta de su selección, la cual tiene un costo de 55.000 pesos. Si Felipe llegara a comprar la camiseta tendría el mismo dinero que tiene su hermano. ¿Cuánto dinero tiene el hermano de Felipe?

6. En el estadio Pascual Guerrero de Cali se han vendido 24.500 entradas. Si se llegan a vender 20.500 entradas más, habrá la misma cantidad de entradas que han sido vendidas en el estadio Palogrande de la ciudad de Manizales. ¿Cuántas entradas se vendieron en el estadio Palogrande?

3.4.4 Evaluación de los aprendizajes

Desde la perspectiva sobre la evaluación, se considera fundamental involucrar a los estudiantes en su propia evaluación de los procesos de aprendizaje. El proceso de la evaluación estará basado en los desempeños y aprendizajes que se pueden evidenciar en cada una de las clases, con base en la asimilación de conceptos intrínsecos en cada uno de los estándares básicos de competencias y será la herramienta fundamental del docente; puesto que, podrá detectar las fortalezas y debilidades de sus estudiantes por medio de la observación constante de lo que ellos hacen y producen durante cada uno de los momentos programados en el diseño.

Las principales acciones que los estudiantes realizarán como medio de llevar a cabo el proceso evaluativo serán las actividades individuales y grupales, favoreciendo el aprendizaje colaborativo y cooperativo; socializaciones donde los estudiantes podrán expresar sus puntos de vista, información recolectada y hacer presentaciones a sus compañeros. La resolución de PVAE fundamentados desde cada uno de los conceptos abordados durante las clases, se convertirá en un mecanismo prioritario para evidenciar los aprendizajes adquiridos por los niños.

En cuanto a la metacognición se pretende plantear actividades como: conversatorios sobre las respuestas de los saberes previos que poseen los estudiantes antes de abordar un concepto nuevo; análisis junto con el estudiante de los resultados a lo largo del proceso y una rúbrica de actitudes desarrolladas por ellos.

3.5 Desarrollo de la Unidad didáctica en el aula

Para el desarrollo y aplicación de la UD en un grupo de grado quinto de la básica primaria, se utilizaron principalmente dos estrategias: la observación de algunas clases y la realización de reuniones entre los integrantes de la CDA con el fin de reflexionar sobre el proceso y la evolución de la UD. A continuación se describe de manera general los elementos que se pudieron detectar en las observaciones realizadas en las clases de matemáticas.

El desarrollo de la UD tuvo una duración de un mes y medio (segundo período académico escolar) en el cual se pudieron evidenciar los tres momentos planeados en la UD. Los procesos de enseñanza – aprendizaje fueron flexibles y la metodología de la clase permitió que los niños y niñas avanzaran de acuerdo a su estilo de aprendizaje. El trabajo en equipo permite este tipo de resultados; debido a que constantemente no se está midiendo de manera cuantitativa el aprendizaje del niño, sino por el contrario, se le permite que de manera secuencial y paulatina vaya asimilando e interiorizando el saber, a través de las interacciones que establece consigo mismo, con sus compañeros, con el docente y con el mismo ambiente que le rodea.

La observación de las clases se realizó de manera activa, donde se tuvo la posibilidad de interactuar con la docente encargada de implementar la unidad didáctica y con los estudiantes en el desarrollo de las clases. Para ello, se llevó un instrumento (ver anexo) con el fin de sistematizar la información obtenida de las observaciones. En este informe se describen los aspectos significativos de los procesos de observación. Generalmente los estudiantes estuvieron organizados en mesas de trabajo; en ocasiones la docente privilegió el trabajo individual y en otros momentos el trabajo en equipo, en especial, esta última metodología; puesto que, la mayor parte de la UD fue diseñada para que los estudiantes tuvieran la oportunidad de compartir sus puntos de vista y los saberes que posee cada uno.

Los contenidos abordados durante las clases estuvieron acordes con los estándares de competencias planeados en el diseño de la UD. La mayoría de las actividades direccionaron los procesos de aprendizaje con el fin de potenciar los tipos de pensamiento matemático. Es importante resaltar la manera como se logró sensibilizar a los estudiantes sobre la situación problema “*el mundial de futbol de Colombia*” a través de preguntas que generaron expectativa y asombro, involucrándolos en la nueva aventura propuesta por la docente; como por ejemplo: “*niños: ¿ustedes saben que evento importante sucederá el próximo año a nivel mundial?*”¹⁸ Ante esta pregunta, los niños dieron respuesta de forma más rápida que las niñas refiriéndose a la realización del próximo mundial de futbol que se celebrará en Brasil. Con esta pregunta la maestra logró inquietar un poco a los niños y prosiguió con el siguiente interrogante: “*¿ustedes saben si en algún momento de la historia se ha realizado un mundial de futbol en nuestro país?*” En esta ocasión, muy pocos niños acertaron en la respuesta; puesto que, estos niños les encanta el futbol en sus hogares algún familiar se ha referido a estos temas.

Continuando con las preguntas de sensibilización, la docente dice: “*¿les gustaría que entre todos imaginamos y nos ideamos la organización de un mundial de futbol en nuestro país?*” Después de este interrogante, se despertó en los niños la motivación y comenzaron a participar planteando un sin número de propuestas donde cada uno inició con unos imaginarios de cómo podría llegar a darse un evento tan importante como este en nuestro país. Ante todas estas inquietudes que logro generar la maestra en sus niños, ella les propuso que para que la realización del mundial tuviera éxito debían elaborar un plan de trabajo, donde cada uno de los niños y niñas debían comprometerse porque tendrían responsabilidades en este proceso.

En esta primera clase la maestra logró el propósito que se había planteado antes de dar inicio; ya que, considera que la motivación y la buena disposición es el primer elemento para aperturar las mentes de los niños y generalmente es uno de los aspectos más difíciles de propiciar en las clases, no solo de Matemáticas, sino también, en las demás áreas del saber.

¹⁸ Relato de la docente encargada del desarrollo de la Unidad Didáctica

Para la siguiente clase, la docente propuso actividades donde dirigió la atención de los niños y niñas hacia el espacio fundamental donde se puede llevar a cabo los partidos, donde evidentemente, los niños acertaron con la respuesta al afirmar que este espacio se refería a la cancha de fútbol. Enseguida, la docente realizó las actividades tanto en el aula de clase como en los espacios fuera de ella, como la cancha de microfútbol que tiene la escuela. En este espacio, los estudiantes se vieron totalmente motivados al tener la oportunidad de interactuar con un lugar que para ellos significa diversión, alegría y entretenimiento, factores favorables para el desarrollo adecuado de las actividades. Allí, observaron y detectaron las características de la cancha; su forma, sus lados, sus ángulos, sus medidas y plasmaron dichas características en sus cuadernos de matemáticas con el fin de comparar sus dibujos y fortalecer el pensamiento espacial.

Con estas actividades la docente pudo abordar contenidos como: la medición de ángulos, clasificación y construcción de polígonos, unidades de medida, perímetro y área, el plano cartesiano y movimientos en el plano. De igual manera, en esta primera fase se trabajaron los problemas verbales aditivos de composición y su complejidad, relacionando los anteriores contenidos con la situación problema planteada desde el principio de esta fase.

En el planteamiento y resolución de PVAE de composición algunos niños presentaron dificultades cuando la incógnita se encontraba en una de las partes dentro de la estructura del problema. Con base en estas respuestas de los niños, la docente profundizó en este tipo de problemas retroalimentando los conceptos vistos hasta ese momento.

Al plantear el problema de composición con la incógnita en el total, se pudo notar que la mayoría de los niños no tuvo ningún inconveniente en resolverlo; pero si presentaron dificultades algunos niños en el problema donde la incógnita estaba en una de las partes; para lo cual, la docente dedicó más tiempo al trabajo de analizar cuando dos conjuntos son disjuntos y cuando tienen características en común, de manera que los niños pudieran darse cuenta a través de esta explicación y de la representación gráfica hecha por la maestra en el tablero de analizar y comprender que sus solución se puede obtener por medio de la resta.

Así mismo, la docente aprovecho este momento para recordar el concepto de desagrupación en la resta, retomando el tema del sistema de numeración decimal posicional, debido a que, este proceso es otro aspecto por mejorar detectado en el diagnóstico.

En esta fase, la docente pudo hacer una breve valoración de los resultados obtenidos. La CDA realizó su primera reunión con el fin de socializar los aspectos más relevantes y significativos encontrados en el desarrollo de la UD en su primer momento. Uno de los aspectos favorables vivenciados, fue sin lugar a duda la motivación que se generó en la mayoría de los niños y niñas; puesto que el futbol es uno de los deportes que más les apasiona a los estudiantes; además porque las niñas practican comúnmente este deporte en las clases de educación física y en los descansos.

Como segundo aspecto, se destaca la manera como los niños tuvieron la oportunidad de compartir sus puntos de vistas y ayudarse mutuamente entre los grupos de trabajo. Se vivió un ambiente de participación por parte de la mayoría de los niños y aquellos que generalmente presentan dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas comenzaron a interactuar con sus compañeros y a opinar sobre sus observaciones y resultados obtenidos de las actividades realizadas.

A los integrantes de la CDA les llamó la atención como la docente inició un proceso de fortalecimiento en el planteamiento y resolución de PVAE de Composición con la incógnita en una de sus partes; debido a la dificultad que este tipo de problemas les causó a los niños. De igual manera, la CDA le propuso a la docente continuar fortaleciendo el algoritmo de la suma y de la resta a través de la enseñanza de los conceptos de agrupación y desagrupación, principalmente, por medio de dibujos y esquemas.

En el segundo momento del desarrollo de la UD se tuvo como uno de los ejes transversales la organización del mundial de futbol. En esta fase, los estudiantes pudieron realizar la mayor parte de las actividades en equipos de trabajo; puesto que, la docente los distribuyó y a cada equipo les entregó diferentes responsabilidades con respecto al eje transversal.

En la primera actividad del segundo momento, la docente realizó una breve descripción de los continentes que se encuentran divididos por todo el planeta tierra, nombrando algunos de sus países. Posteriormente hizo una distribución de los niños en grupo y les asignó un continente a cada grupo, con el fin de que los estudiantes eligieran los equipos de países que participarían en el mundial, teniendo en cuenta factores como: participación en mundiales de años anteriores, mejores equipos del mundo, títulos obtenidos, equipos favoritos, entre otros. Cada equipo de trabajo tuvo la oportunidad de proponer un número de equipos y los demás niños fueron los encargados de realizar la respectiva votación. Este ejercicio contribuyó notablemente a fortalecer actitudes de libre elección y de propiciar la democracia en el grupo. De la misma manera, se enfatizó en el respecto de la opinión de cada estudiante.

Utilizando la misma estrategia de asignar responsabilidades y tareas a los estudiantes distribuidos en grupos, se pudo realizar la organización del mundial. El papel de la docente en este tipo de actividades fue de facilitadora y orientadora; ya que permanentemente estimuló y apoyó a sus niños en cada uno de las clases desarrolladas, resolviendo dudas y propiciando la reflexión y la construcción del conocimiento entre ellos.

A medida que los niños fueron cumpliendo con las actividades, la docente generó los espacios para la resolución de PVAE de Transformación, modificando su nivel de complejidad de acuerdo a la posición de la incógnita. En primera instancia, se abordaron los PVAE de transformación con la incógnita en el estado final, favoreciendo el trabajo individual con el propósito de detectar las fortalezas y aspectos por mejorar en los aprendizajes de los niños. Para ello se utilizaron estrategias como la representación gráfica de los esquemas que modelaban cada situación aditiva, y siempre articulando los problemas aditivos con los conceptos vistos durante la organización del mundial. Terminada esta segunda fase, la CDA se reunió para socializar los progresos del desarrollo de la UD.

En el tercer momento de la UD, la docente pudo abordar conceptos relacionados con los sistemas estadísticos y el pensamiento aleatorio y probabilístico, como las medidas de tendencia central y la probabilidad de ocurrencia de eventos. Todo el tercer momento estuvo orientado desde la simulación del mundial, donde los niños nuevamente

distribuidos en grupos realizaron ejercicios emitiendo juicios sobre los marcadores de los resultados de los partidos en cada una de las rondas, de manera que al final, se tuvo una base de datos con la información necesaria para determinar el campeón del mundial. En estas actividades los niños representaron en graficas de barras y diagramas circulares la información que se iba obteniendo a medida que la docente proponía diferentes tareas.

En esta instancia, se logró evidenciar la mayor motivación por parte de los niños; puesto que, al simular situaciones sobre la forma como podría darse las circunstancias en la realización de un mundial los niños se sintieron como los verdaderos actores y protagonistas en este proceso, despertando la imaginación, la creatividad, el asombro, entre otras actitudes.

Uno de los últimos ejercicios aplicados con el fin de definir el equipo campeón, generó gran expectativa y satisfacción, no solo por parte de la docente, sino sobre todo de los niños; debido a que, basándose en la información recolectada durante la simulación del mundial se pudo determinar cuál fue el equipo ganador de este evento, dando respuesta así, a una de las preguntas iniciales planteadas por la docente y de la cual se desprendieron una gran variedad de actividades.

En esta fase final, se plantearon y se resolvieron los PVAE referentes a las categorías de Comparación e Igualación. En esta clase de problemas la docente se detuvo varias clases a explicar su estructura por medio de esquemas y ejemplos prácticos, sobre todo articulados con toda la realización del mundial; ya que, en este punto ya se contaba con suficiente información. Dentro de la CDA se hizo hincapié en la importancia de introducir adecuadamente estas categorías porque fueron las que reflejaron la mayor dificultad en la resolución de problemas aditivos en la aplicación del test. De esta manera la docente finalizó la UD.

En la reunión realizada por la CDA finalizado el desarrollo de la UD se concluyó que cada uno de los procesos de enseñanza – aprendizaje que se llevaron a cabo durante cada una de las clases, contribuyó notablemente a la aprehensión de los conceptos planeados en los estándares básicos de competencias en el diseño de la UD; viéndose reflejado un proceso pertinente, coherente y articulado entre la teoría (lo planificado) y la practica (la puesta en juego de los conceptos y estrategias). Si bien se pudo evidenciar en la observación de las clases la metodología propia que posee la docente, también es de

notar la manera como esa metodología se ajustó y estuvo intencionada desde una planeación más global e integral propuesta por la CDA durante el diseño y la planificación de la UD.

3.6 Evaluación de la Unidad didáctica

Todo proceso educativo debe valorarse para poder analizar y contrastar sus avances o dificultades presentadas. Por tal motivo, la evaluación de la UD se ha considerado una herramienta fundamental, puesto que permite reflexionar sobre las prácticas educativas y realizar planes de mejora con base en los resultados. En este sentido, la evaluación de la UD ha sido mirada desde dos aspectos fundamentales: la evaluación de los estudiantes y la evaluación del proceso de elaboración de la UD.

Dentro de los resultados encontrados en la observación de las clases, en el diseño de la unidad didáctica y en las encuestas realizadas a los integrantes de la comunidad de aprendizaje, se encontró la manera como las sesiones planificadas y llevadas a cabo durante el momento de la autoformación docente contribuyó al fortalecimiento de las prácticas de aula de los docentes integrantes de la CDA; ya que, los conceptos abordados y estrategias implementadas despertaron en ellos una conciencia del oficio, donde reconocieron que parte de las problemáticas y dificultades que presentan a diario los estudiantes en la escuela se debe principalmente a los procesos de enseñanza – aprendizaje que se practican en las aulas por parte de los docentes. Reconocieron que la actualización y el conocimiento disciplinar y pedagógico del contenido debe convertirse en el principal mecanismo para generar transformaciones en las estructuras cognitivas de los niños y niñas, porque de esta forma el docente puede direccionar e intencionar el conocimiento a través de las interacciones establecidas entre estudiantes, docentes, saber científico y contexto.

Para evidencia de lo anterior, finalizada la observación en la implementación de la unidad didáctica, se realizó una encuesta con la docente encargada de llevar al aula de clase la unidad. En esta parte de la evaluación, se incluirán las respuestas ofrecidas por la profesora por medio de una entrevista como resultado final de todo el proceso de planeación, ejecución y evaluación que tuvo la unidad didáctica. Esta entrevista estuvo guiada por las siguientes preguntas:

Entrevista

1. *¿Qué pretendías al desarrollar la clase tal como lo has hecho?*

Docente: “pienso que los objetivos estuvieron claros desde el momento en que se estaba diseñando la unidad didáctica y a partir de allí se fueron direccionando los procesos en el desarrollo de las clases. El objetivo principal al implementar la unidad con mis estudiantes, era contribuir para que ellos pudieran comprender el significado de las operaciones fundamentales de la suma y la resta a través de diferentes situaciones y contextos donde se plantearon problemas aditivos. Por esta razón, se articularon estos problemas verbales aditivos a los tipos de pensamiento (numérico, geométrico, métrico, aleatorio y variacional) para lograr una mejor comprensión de los mismos y que los niños reconocieran su aplicación”¹⁹.

2. *¿Cómo desarrollaba sus clases antes de participar en el diseño y ejecución de la unidad didáctica y como son ahora?*

Docente: “Estoy muy satisfecha porque considero que el principal cambio que se ha dado ha sido a nivel personal; ya que, por medio de esta experiencia me he podido dar cuenta de las falencias que tenía como docente al desarrollar algunas clases de matemáticas y además porque la enseñanza de las Matemáticas no ha sido mi fuerte. Por ejemplo, anteriormente mi estrategia metodológica de clase consistía en brindarles un significado del tema a trabajar consignándolo en los cuadernos; luego, les explicaba el tema y daba algunos ejemplos y posteriormente proponía ejercicios de aplicación. Por último, les planteaba problemas para que los resolvieran. Otro de los aspectos de los que pude transformar con el diseño e implementación de la unidad didáctica, es el planteamiento de problemas, en especial los problemas de suma y resta, puesto que, tenía la creencia que todos los problemas eran iguales y no comprendía el porque les daba tanta dificultad resolver este tipo de problemas a los niños. En estos momentos ya estoy en la capacidad de direccionar el planteamiento de problemas en mis clases utilizando alguna de las estructuras o categorías de los problemas y modificar su nivel de dificultad cambiando la forma de preguntar.

¹⁹ Apreciaciones de la docente

Ahora, estoy consciente de la importancia de mostrarles a mis estudiantes un mundo diferente de las Matemáticas, donde se pase de la enseñanza de los algoritmos a una enseñanza hacia la comprensión de situaciones y eventos donde se puedan aplicar los conceptos matemáticos. También rescato la necesidad de potenciar los diferentes tipos de pensamiento matemático y el énfasis en la resolución de problemas verbales aditivos desde diferentes contextos.

Resalto de este trabajo, la similitud en cuanto a la organización del aula y los estudiantes; puesto que, estuvo muy coherente con la forma como venía trabajando en mis clases. Siempre he privilegiado el trabajo colaborativo y cooperativo porque pienso que es a través de la interacción con los demás que se puede reflexionar y construir el conocimiento”.

3. *¿Qué observaste de los aprendizajes y el desempeño de los estudiantes?*

Docente: “Con respecto a la evaluación de los estudiantes, a nivel general se evidenciaron buenos resultados. Como primer factor sobresaliente se tuvo la actitud positiva lograda en los niños y niñas durante la mayoría de las clases; principalmente en los momentos donde ellos tuvieron la posibilidad de interactuar con sus compañeros y las actividades realizadas fuera del aula, permitiendo así, reafirmar que el aprendizaje de los niños se adquiere de manera más eficiente a través de la experiencia directa con su realidad y por medio de la utilización de sus sentidos. Como segundo aspecto se tienen los conceptos evaluados durante cada uno de los tres momentos. La evaluación que se privilegió fue la observación de las actitudes, formas de interactuar, desempeños y procedimientos realizados por los niños. De igual forma, se valoraron los conceptos propuestos en el diseño de la unidad didáctica, donde los problemas verbales aditivos fueron los ejes dinamizadores de dichos conceptos. En general, considero que se cumplió con el desarrollo de los contenidos propuestos”.

4. *¿Cuáles fueron los resultados obtenidos por los niños que presentaron dificultades en las respuestas dadas en la aplicación del test para la identificación de saberes previos?*

Docente: “Con respecto a las dificultades presentadas en las respuestas dadas por algunos niños en el test, se puede analizar el avance en la realización de los algoritmos de la suma y la resta, puesto que, se hizo una intervención en dichas falencias, por

medio de la utilización de material concreto como recursos multibase, los cuales permitieron comprender el sistema de numeración decimal y por ende los procesos de agrupación en el caso de la suma y de desagrupación para la resta. Estos niños venían con estas dificultades desde años anteriores, pero me di cuenta que con la utilización del material concreto como las tiras y cuadritos en cartulina para representar las decenas y las unidades lograron mejorar sus procesos al resolver los algoritmos. Con este material les expliqué los procesos de agrupación para la suma y desagrupación para la resta.

Las figuras 3-26, 3-27, 3-28, reflejan el material didáctico utilizado con los estudiantes que presentaron dificultades en la ejecución del algoritmo de la suma y la resta.

Figura 3-26: Proceso de desagrupación en la resta utilizado con los estudiantes que presentaron dificultades en este aspecto

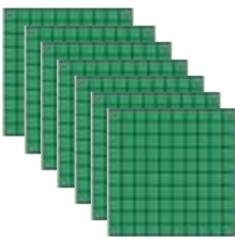
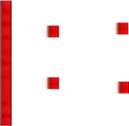
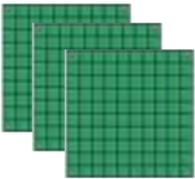
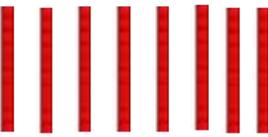
CENTENAS (100)	DECENAS (10)	UNIDADES (1)
<p>700</p> 	<p>20 - 10</p> 	<p>10 + 4</p> 
<p>300</p> 	<p>80</p> 	<p>6</p> 

Figura 3-27: Material concreto utilizado para mejorar el proceso de desagrupación en la resta con los estudiantes



Figura 3-28: Material concreto utilizado para mejorar el proceso de desagrupación en la resta con los estudiantes



Para el caso de las respuestas incorrectas relacionados directamente con la comprensión de los problemas verbales aditivos, aún permanecieron dificultades en la interpretación de las mismas por parte de estos niños; por ejemplo, cuando se preguntaba por aspectos de la estructura aditiva como el estado inicial en el caso de los PVAE de transformación; una de las partes para los de composición; una de las dos medidas comparadas para los de comparación y una de las dos medidas para los problemas de igualación, presentaron inconvenientes en el reconocimiento de la operación a utilizar. Con estos niños se trabajó con dibujos, esquemas y con números pequeños donde se les ayudó con la interpretación de los problemas aditivos.

Al comparar los resultados obtenidos por los niños a nivel general en la realización de los talleres propuestos en las clases con respecto al diagnóstico realizado antes de realizar la intervención pedagógica, se evidenció que los estudiantes lograron mejorar sus habilidades de interpretación de los enunciados de los PVAE, a través de la identificación de la estructura del problema; por ejemplo, algunos de los niños ponían especial atención a las medidas que intervenían con el fin de identificar sus relaciones; en el caso de ser una medida, analizaban si ésta sufría algún cambio o permanecía constante; para el caso de encontrar dos medidas en los enunciados reconocieron sus relaciones de composición, comparación e igualación”.

5. ¿Cuál considera que es la causa del éxito en el diseño y el desarrollo de la unidad didáctica?

Docente: “Considero que el éxito se centra en los resultados obtenidos por parte de los niños, debido al excelente proceso de planeación que se realizó en la CDA; puesto que en ese proceso se llegaron a acuerdos sobre la manera más adecuada de lograr aprendizajes en los niños y la forma de llevar al aula de clase las estructuras aditivas y los problemas aditivos, donde se pusieron en evidencia estrategias metodológicas producto de la experiencia de los docentes integrantes, brindándome así, una retroalimentación para mi labor docente”.

Finalmente, se tienen las apreciaciones finales de la docente responsable de haber desarrollado la Unidad Didáctica, refiriéndose de manera general a los aprendizajes adquiridos durante la experiencia con sus estudiantes. “En verdad me siento muy satisfecha y contenta de haber tenido la oportunidad de llevar a cabo el desarrollo de la

Unidad Didáctica en mi grupo; puesto que, en primera medida el equipo de docentes depositó su confianza en mí para cumplir con esta tarea y esto permite a futuro que los demás integrantes de la CDA se animen a vivir esta experiencia. Como segundo aspecto, quedo muy feliz por la receptividad y respuesta de los niños frente a las actividades que se propusieron en cada una de las clases desde la planeación de la UD; se pudieron evidenciar avances significativos en los niños y se pudo ampliar la perspectiva de los problemas verbales aditivos. Por último, quiero agradecer al Líder tutor quien nos apoyó y nos orientó en todo este proceso de aprendizaje y a mis compañeros de la CDA por permitirme aprender de sus conocimientos y experiencias”.²⁰

²⁰ Reflexión final de la docente.

4. Conclusiones y recomendaciones

4.1 Conclusiones

Mediante el proceso del desarrollo del proyecto se logró cumplir con los objetivos propuestos, debido a que, los docentes integrantes de la Comunidad de Aprendizaje interiorizaron la importancia de reflexionar sobre la acción educativa y generaron transformaciones en su manera de ver la enseñanza y el aprendizaje, dándose cuenta que el principal actor y responsable de que se logren o no buenos resultados depende de la actitud y la preparación del docente.

El objetivo general, como lo fue el diseño de la unidad didáctica como estrategia metodológica de reflexión y que favorece el proceso de enseñanza-aprendizaje de las estructuras aditivas para los estudiantes del grado quinto de la básica primaria, se convirtió en la excusa para propiciar la conciencia del oficio por parte de los docentes, valorando la importancia de planear, hacer y evaluar sus prácticas de aula; así como la necesidad de autoformarse y profundizar en el conocimiento disciplinar y didáctico de un contenido a través de la interacción con su par, compartiendo el saber y la experiencia de cada uno en grupos o comunidades de aprendizaje y abriendo el aula de clase a los ojos de todo el equipo de trabajo para entre todos, buscar la manera más idónea para lograr el aprendizaje de los estudiantes.

El diseño y aplicación de la unidad didáctica sobre la enseñanza de las Estructuras Aditivas como estrategia metodológica facilitó el logro de aprendizajes significativos en los estudiantes; lo anterior está sustentado en los resultados obtenidos de las reuniones realizadas por la CDA y además es coherente con lo planteado por Moreira (1993, [30]), y Sanmartí (1999, [76]), cuando le dan gran importancia al diseño de unidades didácticas y las señalan como una de las tendencias más recientes y afortunadas para lograr la

transformación en las prácticas de aula de los docentes y los aprendizajes de los estudiantes.

De acuerdo con el trabajo realizado en cuanto a los referentes conceptuales y metodológicos propuestos en cada una de las sesiones de autoformación y actualización docente, uno de los logros más importantes es que se pudo generar una reflexión en los docentes de la CDA en torno a la necesidad de propiciar actividades y situaciones en el aula de clase que le permitieran al estudiante una construcción activa y significativa de los conocimientos, en donde las ideas previas, centro y eje para la construcción del diagnóstico, se convirtieron en el insumo sobre el cual se diseñaron las situaciones didácticas, en el caso de la UD, la situación problema sobre “el mundial de futbol en Colombia”, además de la integración de aspectos metodológicos y epistemológicos de los conceptos a trabajar, así como la consideración de aspectos metacognitivos y la resolución de problemas verbales aditivos como una posibilidad metodológica de abordar los conceptos matemáticos.

Cuando se involucra a los docentes desde un proceso reflexivo de formación, es posible lograr transformación en sus prácticas, debido en primera instancia a que los procesos de enseñanza que vienen implementando los educandos se hacen conscientes en ellos y logran evidenciar la necesidad de generar nuevas y mejores estrategias que permitan que sus estudiantes aprendan.

Así mismo, el diseño y desarrollo de la UD les ha permitido a los docentes reconocer el contexto escolar, las necesidades de los estudiantes, sus intereses, así como las dificultades que se tienen al abordar algunas problemáticas en el aula, como lo son la dificultad para comprender el significado de las operaciones en el momento en que los niños se enfrentan ante un problema verbal aditivo, las falencias en cuanto a la utilización del algoritmo de la suma y de la resta en los procedimientos de la agrupación y la desagrupación, entre otros aspectos que influyen notablemente en los aprendizajes.

El uso del Diario de Campo, le permitió generar al docente desde su actividad un proceso de investigación en el aula, en donde pudo realizar una reflexión permanente sobre las actividades propuestas, los logros en el proceso de aprendizaje, el desarrollo de los componentes conceptuales, actitudinales y procedimentales en las diferentes acciones

desarrolladas en el aula, así como el análisis discursivo que tanto el docente, como los estudiantes de cada curso generan y proponen en el desarrollo de cada actividad.

4.2 Recomendaciones

Este trabajo puede ampliar su intervención a todos los grados de la básica primaria, puesto que, su principal objetivo va de la mano con los objetivos que se tienen en educación en cuanto a la necesidad de generar transformaciones en las prácticas de aula para que de esta manera se puedan mejorar los aprendizajes de los estudiantes.

De igual manera, se recomienda fortalecer los procesos de formación y actualización docente directamente en las instituciones educativas, porque es desde el aula que se puede dar el conocimiento y realizar procesos metacognitivos. Se recomienda que en los procesos de formación se conformen grupos o Comunidades de Aprendizaje y preferiblemente uno de los integrantes tener muy conocimiento de la disciplina o el concepto a estudiar. Si el grupo se conforma con docentes de la Básica Primaria, estos se pueden apoyar y asesorar de un docente de la básica secundaria y media para el fortalecimiento del conocimiento disciplinar en cuantos aspectos conceptuales, metodológicos, epistemológicos y procedimentales.

Desde esta perspectiva se hace necesario que las instituciones educativas propicien espacios que orientan la formación docente, de manera que ésta se conciba como una filosofía dentro de la cultura de los docentes y que favorezca la investigación, en donde el docente se convierta en un agente reflexivo de su quehacer, que conozca a profundidad su disciplina, la didáctica específica, las concepciones epistemológicas que guían su trabajo y que además se generen espacios para el debate de ideas y las críticas constructivas entre colegas para investigar sobre su propia experiencia.

A.Anexo: Componente de formación docente

Este anexo describe la planeación del taller que se llevó a cabo en las comunidades de aprendizaje.

Taller “Las comunidades de aprendizaje”

Lugar: Institución educativa San pio X

Objetivo general: Contribuir al proceso de conformación de la comunidad de aprendizaje en la institución para el diseño de la Unidad Didáctica.

Objetivos específicos:

- Reconocer el papel que juegan las comunidades en la práctica y el desarrollo profesional de los docentes.
- Identificar y caracterizar las comunidades de aprendizaje en que participan los docentes.
- Conformar de manera formal la comunidad de aprendizaje de docentes que participará en el diseño de la UD.
- Identificar estrategias para mantener unida una comunidad de aprendizaje de docentes.

Pertinencia del taller

Las comunidades de aprendizaje son un tema central para la formación y actualización del docente. Se espera con este taller generar reflexión en los docentes con respecto a la importancia de las comunidades de aprendizaje para la profesionalización de los

docentes, así como guiarlos hacia el reconocimiento de buenas prácticas para llevar con éxito una comunidad de aprendizaje a partir de la experiencia misma de los docentes.

Referente

Diego Leal, investigador colombiano en el tema de Grupos, Redes y Comunidades, define una Comunidad de Aprendizaje como grupos de personas que comparten un interés y se reúnen porque descubren valor en sus interacciones. “Mientras comparten tiempo juntos, típicamente comparten información, comprensiones y consejos, y se ayudan entre sí a resolver problemas. Discuten sus vivencias, aspiraciones y necesidades” y “desarrollan un repertorio de recursos: experiencias, historias, herramientas, modos de solucionar problemas recurrentes” (Galvis y Leal, 2008, [61])

A su vez, identifica tres tipos predominantes de CDA de docentes²¹: comunidades que aprenden alrededor del desarrollo de proyectos, las que aprenden alrededor del análisis y mejoramiento de la práctica profesional, y las que aprenden alrededor de revisar y generar nuevo conocimiento” (2008, [79]).

Metodología de trabajo

La metodología del taller es el reconocimiento e intercambio de experiencias a partir de la escritura y el diálogo.

La tabla 4-1 describe el proceso paso a paso las actividades a realizar en el taller.

²¹ Como señala Leal, estas comunidades pueden ser temáticas, por niveles o grados, por proyectos transversales, institucionales, etc.

Tabla A-1: Agenda del taller

Acciones	Actividades Tutor	Materiales	Producto/ registro
Saludo, presentación del taller.	Se da la bienvenida y se presentan los objetivos y tiempos del taller. Se explica a los participantes la importancia de las comunidades de aprendizaje para la sesión de formación.	Guía del taller	
Mapa de los Grupos, Redes y Comunidades de docentes a las cuales han pertenecido los participantes. Objetivo: Identificar los Grupos, Redes y Comunidades en los cuales participan los docentes.	<p>Los participantes se organizan en grupos de 4 personas de forma que todos puedan mirar al tablero, es decir que ninguno quede de espalda, sino de lado.</p> <p>Se invita a los participantes a redactar una lista a partir de la pregunta: ¿cuáles son los grupos, redes y comunidades de docentes de las cuales usted hace parte o ha hecho parte? Deben incluir tanto los formales como los informales, así como los que existen tanto dentro como fuera de la escuela.</p> <p>Ante la incertidumbre de los participantes, se puede recurrir a la historia personal como docente: compartir, por ejemplo, su experiencia en proyectos de aula donde haya participado, grupos de trabajo o investigación, comités, etc.</p> <p>Después de construidas las listas se invita a llenar fichas con los nombres de los Grupos, Redes y Comunidades a los cuales pertenecen los docentes actualmente. Se llena una ficha por Grupos, Redes y Comunidades y además una ficha con el nombre del docente. Una vez listas las fichas se proponen a los docentes pegarlas en el tablero, de manera que una ficha con el nombre del docente esté rodeada por los Grupos, Redes y Comunidades a los cuales pertenece. Una vez están pegadas las fichas en el tablero, se las reorganiza con ayuda de los docentes, y realizando conexiones con un marcador en los Grupos, Redes y Comunidades a los que pertenece más de un docente.</p> <p>Se observa el sociograma restante, se invita a comentarlo y analizarlo. Finalmente se genera una discusión a partir de las siguientes preguntas:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿Puede hablarse de un aislamiento del maestro frente a sus pares? • ¿Qué tipo de relaciones guarda un docente con sus colegas? • ¿Cómo llegaron a formar parte de esos Grupos, Redes y Comunidades de docentes? • ¿Qué rol han jugado en esos Grupos, Redes y Comunidades de docentes? • ¿Qué beneficios les ha reportado como docentes participar de estos Grupos, Redes y Comunidades? 	Marcadores, tablero, hojas, esferos, fichas de cartulina, cinta.	<p>Sociograma a partir de las fichas con Grupos, Redes y Comunidades de docentes creadas por los participantes.</p> <p>El líder tutor puede sacar fotografías para dejar registro del trabajo.</p>
Intercambio de historias de vida alrededor del tema: ¿cómo aprenden los docentes? Objetivo: constatar cómo el aprendizaje de una práctica y el desarrollo profesional está casi siempre mediado por comunidades.	<p>Se invita a los participantes a consignar por escrito los momentos y lugares en que han aprendido a desempeñarse como docentes. La idea es que se redacten relatos de aprendizaje centrados en describir espacios y personas con las cuales se tiene o ha tenido una experiencia de aprendizaje. Por ejemplo: en la sala de profesores del EE, interactuando con tales profesores aprendí esto. Debe hacerse énfasis en reconocer todos los posibles espacios: formales e informales, de formación inicial, permanente y en el lugar de trabajo. También debe tenerse en cuenta que entre los docentes seguramente va a haber licenciados, normalistas y profesionales, que llevaron a cabo diferentes rutas para aprender su profesión.</p> <p>Luego se hace una plenaria donde algunos docentes voluntariamente leen lo que escribieron. A partir de las contribuciones se realiza una discusión orientada a reconocer la variedad de espacios donde los docentes aprenden a mejorar su oficio, haciendo énfasis especialmente en los aprendizajes en el lugar de trabajo. El tallerista consigna por escrito los aportes en el tablero.</p>	Marcadores, tablero, hojas, esferos.	<p>Relatos alrededor del tema: ¿cómo aprenden los docentes?</p> <p>Relatoría.</p>

	<p>En el caso de que solo se señalen espacios formales de aprendizaje, puede guiarse la discusión con preguntas como:</p> <ul style="list-style-type: none"> • ¿aparte de la escuela, en qué otros espacios aprenden las personas?, • ¿en qué se diferencian el aprendizaje de normalistas-estudiantes de licenciatura y el aprendizaje de docentes en ejercicio? • ¿cómo adquiere un docente: a) su conocimiento disciplinar, b) su conocimiento pedagógico, c) la capacidad de mantener un buen ambiente de aula? 		
<p>Construcción colectiva del concepto de comunidad de aprendizaje de docentes.</p> <p>Objetivo: Caracterizar sistemáticamente GRyC de docentes en aras de reflexionar sobre la diversidad, el potencial para el aprendizaje y los factores de éxito de estas organizaciones.</p>	<p>La listas de Grupos, Redes y Comunidades de docentes se compara con los relatos de aprendizaje. Se pregunta a los docentes si encontraron coincidencias entre las dos listas y se invita a señalarlas.</p> <p>Una vez señaladas las coincidencias, se describe a los Grupos, Redes y Comunidades que cumplen con la condición de contribuir a la mejora de la práctica de los docentes, usando como herramienta el formato de caracterización de grupos, redes y comunidades. Los grupos de docentes llenan el formato.</p> <p>Una vez terminado, se ponen en común los resultados del formato llenado por los docentes, generando una discusión que lleve hacia:</p> <ul style="list-style-type: none"> • El reconocimiento conjunto de las diferencias entre grupos, redes y comunidades y de las oportunidades de aprendizaje que cada una de estas formas de organización social pueden proveer. • La creación de un concepto de comunidad de aprendizaje de docentes. • Determinar la importancia de las comunidades de docentes para el mejoramiento de las prácticas de aula. • Explorar ideas respecto a cuáles comunidades de aprendizaje en que han participado con los docentes han sido más exitosas, cuáles han fracasado, y las posibles causas del éxito o el fracaso. Para dirigir la discusión pueden utilizarse las siguientes preguntas generadoras: <ul style="list-style-type: none"> • ¿En la lista cuáles serán grupos, cuales redes, cuáles comunidades? • ¿qué características tienen los Grupos, Redes y Comunidades circulan información y conocimiento? • ¿cómo puede el trabajo de comunidades hacer más fácil y mejor el oficio docente? • ¿cómo influencia la relación con otros docentes el trabajo con los estudiantes? • ¿cuáles son los retos y problemas que se presentan para conformar y mantener unida una comunidad de aprendizaje de docentes? • ¿La institucionalidad puede afectar la salud de un Grupos, Redes y Comunidades de docentes? 	<p>Formato de caracterización de grupos, redes y comunidades de docentes.</p> <p>Marcadores, tablero, hojas, esferos.</p>	<p>Formato de caracterización de grupos, redes y comunidades de docentes.</p>
<p>Presentación de una tipología de comunidades de aprendizaje de docentes.</p>	<p>El líder tutor realiza una exposición de la tipología de comunidades de aprendizaje de docentes de acuerdo con los referentes y apoyándose en la presentación que hace parte de este taller.</p>	<p>Presentación sobre comunidades de aprendizaje de docentes.</p>	<p>Fotos</p>
<p>Formalización de la comunidad de aprendizaje de docentes de la institución educativa.</p>	<p>Se invita a los docentes a formalizar la constitución de la comunidad de aprendizaje. Para ello propone el uso de un formato que sirve como borrador para definir los principios y estatutos de funcionamiento de la comunidad de aprendizaje. Se les pide que tengan en cuenta las buenas prácticas que se recogieron para llevar con éxito una comunidad de aprendizaje. Se aclara que los docentes son libres de precisar lo que consideren importante para la comunidad: bautizarla, crear un reglamento, etc.</p>	<p>Marcadores, tablero, hojas, esferos.</p>	

B.Anexo: Formatos de caracterización de la CDA

En este anexo se encuentran dos formatos de caracterización de la CDA, con el fin de que el grupo de estudios posea un instrumento de seguimiento y conocimiento de los objetivos y avances que se plantean al interior del mismo. La Tabla 4-2 muestra el instrumento de caracterización de la CDA, y la Tabla 4-2.1 la formalización de la CDA, [62].

Tabla B-1: Caracterización de la comunidad de aprendizaje (CDA)

Nombre del grupo-red-comunidad	Contexto	Medio de comunicación predominante	Frecuencia de interacción	Actividades llevadas a cabo	Objetivos	Beneficios a los participantes
1.						
2.						
3.						
4.						
5.						
6.						

Tabla 4-2.1: Formato de formalización de la comunidad de aprendizaje

Miembros/roles	Estructura de participación (acuerdos, periodicidad de las reuniones)	Tareas	Metas

C.Anexo: Diagnóstico - test: Problemas verbales de tipo aditivo

En este anexo se presenta el test utilizado (ver tabla 4-3) para la identificación de los saberes previos en los estudiantes de grado quinto de la institución educativa San Pio X.

Tabla C-1: Test sobre problemas verbales aditivos

NOMBRE: _____		GRADO 5º _____	
Nº	Situación	Operación	Respuesta
1	En los juegos Olímpicos están participando 1.348 deportistas, de los cuales 798 deportistas son hombres. ¿Cuántas mujeres deportistas están participando?		
2	Camilo tenía ahorrado 21.550 pesos. Se compró un videojuego por el precio de 12.500 pesos. ¿Cuánto dinero le quedó?		
3	En un día el supermercado vendió 143 kilos de fruta, y 267 kilos de verduras. ¿Cuántos kilos más de verdura que de fruta se vendieron?		
4	Pablo ha recorrido en bicicleta 230 metros y Manuela 185 metros. ¿Cuántos metros más deberá recorrer Manuela para hacer los mismos metros que Pablo?		
5	En una pastelería hacen cada día 4.507 pasteles de arequipe y 2.580 de chocolate. ¿Cuántos pasteles de chocolate menos que de arequipe hacen cada día en la pastelería?		
6	Camila ha recolectado 252 láminas para llenar el álbum del próximo mundial y Nicolás ha logrado reunir 136 láminas. ¿Cuántas láminas tendrá que regalar Camila para tener igual número de láminas que tiene Nicolás?		
	En una heladería han preparado 253 clases de helados para vender en un día soleado. Si terminado el día quedaron por vender 104 clases de helados. ¿Cuántos		

7	helados se vendieron en ese día?		
8	En la tabla de posiciones de la Liga postobón de Colombia, el Once Caldas ha sumado 46 puntos y tiene 6 puntos menos que el Atlético Nacional ¿Cuántos puntos tiene el Atlético Nacional?		
9	Manuel tenía cierta cantidad de cartas de poder. Si regaló 35 cartas a su mejor amigo y le quedaron 47 cartas. ¿Cuántas cartas de poder tenía Manuel al principio?		
10	En la caja de colores de Alejandra hay 24 colores, si Luisa llegara a poner 3 colores más en su caja tendría los mismos que Alejandra. ¿Cuántos colores hay en la caja de Luisa?		
11	En una competencia de salto Manuel realizó un salto de 180 centímetros, y Juan un salto de 12 centímetros menos que Manuel ¿Cuántos centímetros saltó Juan?		
12	Andrea tiene 3.550 pesos. Si Laura llegara a gastar 1.250 pesos, tendrían ambas igual cantidad de dinero. ¿Cuánto dinero tiene Laura?		
13	En la tabla de posiciones de la Liga Española Lionel Messi ha marcado 41 goles y tiene 5 goles más que Cristiano Ronaldo ¿Cuántos goles tiene Cristiano Ronaldo?		
14	En una de las sedes de la básica primaria del colegio hay 97 niñas y 132 niños. ¿Cuántos niños y niñas hay en esta escuela?		
15	En una carrera de ciclismo se han inscrito 330 mujeres. Si se han inscrito 47 hombres más que mujeres. ¿Cuántos hombres se han inscrito en la carrera?		
16	En el jardín de la escuela hay 58 flores llamadas veraneras. Si se plantan 27 veraneras más, habrá igual número de flores margaritas. ¿Cuántas margaritas hay en el jardín de la escuela?		
17	Susana tenía cierta cantidad de dinero, su abuelo le ha regalado 2.400 pesos más, de manera que ahora tiene 6.600 pesos. ¿Cuánto dinero tenía Susana antes de que su abuelo le regalara dinero?		
18	En un salón de clase hay 42 sillas. Si se retiran 17 sillas del salón quedara el mismo número de niños que hay en este salón, ¿Cuántos niños hay en el salón?		
19	Felipe es un estudiante de grado quinto y en sus descansos juega con sus compañeros con cartas de poder. Antes de iniciar un juego, él tenía 258 cartas. Si durante el juego ganó 38 cartas, ¿con cuantas cartas de poder quedó Felipe después del juego?		
20	En un torneo de futbol, el equipo que va liderando la tabla de posiciones meses atrás tenía 53 puntos, después de jugar varios partidos el equipo tiene 72 puntos. ¿Cuántos puntos aumentó este equipo?		

D.Anexo: Propuesta formato de observación de clase (PTA-MEN, 2013)

En este anexo (tabla 4-4) se presenta el formato de observación de clase propuesto por el Ministerio de educación Nacional.

Fecha: _____ Lugar: _____ Hora de inicio: _____
 Docente: _____
 Observación No. _____

Tabla D-1: Propuesta formato de observación de clase (PTA-MEN, 2013)

ASPECTOS A OBSERVAR	RÚBRICA (Seleccione en cada ítem el aspecto que observa)	OBSERVACIONES
Quando observo la clase puedo evidenciar que :		
Planeación		
1.Objetivos de aprendizaje	Sobresaliente: planea los objetivos de la sesión de manera clara y precisa según los aprendizajes centrales de la disciplina, el desarrollo de habilidades y procesos fundamentales compartidos en la comunidad de aprendizaje, con sus colegas y estudiantes.	
2.Contextualización	Sobresaliente: ajusta la planeación a los contextos, estilos, ritmos y necesidades de los estudiantes teniendo en cuenta las discusiones y aportes de las comunidades de aprendizaje.	
3.Coherencia	Sobresaliente: planea la temática a desarrollar a partir de los estándares básicos de competencias y lineamientos curriculares, así como la retroalimentación dada por otros profesionales de la educación y avances conceptuales discutidos en las comunidades de aprendizaje.	

ASPECTOS A OBSERVAR	RÚBRICA	OBSERVACIONES
Cuando observo la clase puedo evidenciar que		
Planeación		
4. Materiales y recursos educativos	Sobresaliente: propone en su planeación diferentes estrategias para utilizar de manera significativa los materiales y recursos educativos para el logro de los objetivos de aprendizaje y las comparte en la comunidad de aprendizaje.	
5. Saberes previos y conocimientos requeridos	Sobresaliente: propone diferentes estrategias para reconocer los saberes previos, experiencias, intereses, sentimientos y actitudes de los estudiantes respecto a los conocimientos requeridos (perrequisitos) para alcanzar el nuevo conocimiento y son compartidas en las comunidades de aprendizaje.	
6. Secuencias didácticas	Sobresaliente: diseña en la planeación secuencias didácticas coherentes, pertinentes y viables tomando como base referente los estándares básicos de competencias y la comparte en la comunidad de aprendizaje.	

ASPECTOS A OBSERVAR	RÚBRICA	OBSERVACIONES
Cuando observo la clase puedo evidenciar que		
Planeación		
7. Tiempo	Sobresaliente: propone en la planeación varias estrategias para utilizar de manera significativa el tiempo centrado en el aprendizaje de los estudiantes.	
8. Indagación	Sobresaliente: define en la planeación preguntas que conllevan a la indagación y a la solución de situaciones problematizadoras y las comparte en la comunidad de aprendizaje.	
9. Dificultades y retos conceptuales en el proceso de aprendizaje	Sobresaliente: identifica dificultades y retos conceptuales en el proceso de aprendizaje en la temática a desarrollar y plantea estrategias didácticas para abordarlas, compartidas en las comunidades de aprendizaje.	
10. Desempeños esperados	Sobresaliente: define en la planeación los desempeños para determinar las evidencias de aprendizaje y posibles niveles a alcanzar, compartidos en la comunidad de aprendizaje	

ASPECTOS A OBSERVAR	RÚBRICA	OBSERVACIONES
Quando observo la clase puedo evidenciar que		
Planeación		
11. Evaluación formativa (auto, hetero y coevaluación)	Sobresaliente: define la evaluación que integra los aprendizajes centrales de la secuencia didáctica alineada con los objetivos de aprendizaje, tiempos y actividades planteadas en las comunidades de aprendizaje.	
12. Clima de aula	Sobresaliente: tiene en cuenta en su planeación estrategias para generar un clima de respeto y tranquilidad en el aula promoviendo el autocontrol de los estudiantes que contemplan la intervención efectiva y oportuna ante situaciones de conflicto.	
ASPECTOS A OBSERVAR	RÚBRICA	OBSERVACIONES
Quando observo la clase puedo evidenciar que		
Desarrollo		
13. Objetivos de aprendizaje	Sobresaliente: expone los objetivos de la sesión de manera clara y precisa según los aprendizajes centrales de la disciplina, el desarrollo de habilidades y procesos fundamentales y retroalimenta a partir de las observaciones de sus estudiantes.	
14. Contextualización	Sobresaliente: desarrolla su clase articulada con los contextos, estilos, ritmos y necesidades de los estudiantes teniendo en cuenta las discusiones sobre secuencias didácticas y aportes de las comunidades de aprendizaje.	
15. Coherencia	Sobresaliente: aplica secuencias didácticas o actividades significativas que evidencian coherencia horizontal y vertical a partir de los estándares de calidad y la retroalimentación dada por referentes conceptuales o colegas.	
16. Saberes previos y conocimientos requeridos	Sobresaliente: desarrolla, explora y comparte diferentes estrategias para reconocer los saberes previos, experiencias, intereses, sentimientos y actitudes de los estudiantes respecto a los conocimientos requeridos (perrequisitos) para alcanzar el objetivo de aprendizaje.	
Desarrollo		

ASPECTOS A OBSERVAR	RÚBRICA	OBSERVACIONES	
Quando observo puedo evidenciar que			
17. Clases, unidades o Secuencias didácticas	Sobresaliente: establece secuencias didácticas coherentes, pertinentes y viables tomando como base referente los referentes de calidad (estándares básicos de competencias y lineamientos curriculares) y las aplica basado en su planeación.		
18. Tiempo	Sobresaliente: utiliza el tiempo centrado en el aprendizaje de los estudiantes y lo organiza en las fases de una secuencia didáctica.		
19. Indagación	Sobresaliente: realiza preguntas que conllevan a la indagación y a la solución de situaciones problematizadoras y las relaciona a lo largo del desarrollo de la secuencia didáctica.		
20. Dificultades y retos conceptuales en el proceso de aprendizaje	Sobresaliente: plantea estrategias didácticas para abordar dificultades y retos conceptuales en el proceso de aprendizaje poniendo en diálogo distintos enfoques teóricos.		
21. Desempeños esperados	Sobresaliente: determina las evidencias de aprendizaje y establece posibles niveles a alcanzar con relación a una secuencia didáctica planeada.		
23. Evaluación formativa (auto, hetero y coevaluación)	Sobresaliente: evidencia una evaluación que integra los aprendizajes centrales de la secuencia didáctica alineada con los objetivos de aprendizaje, tiempos y actividades planteadas en procesos de auto, hetero y coevaluación.		
24. Clima de aula	Sobresaliente: desarrolla estrategias para generar un clima de respeto y tranquilidad en el aula promoviendo el autocontrol de los estudiantes, que contemplan la intervención efectiva y oportuna ante situaciones de conflicto.		

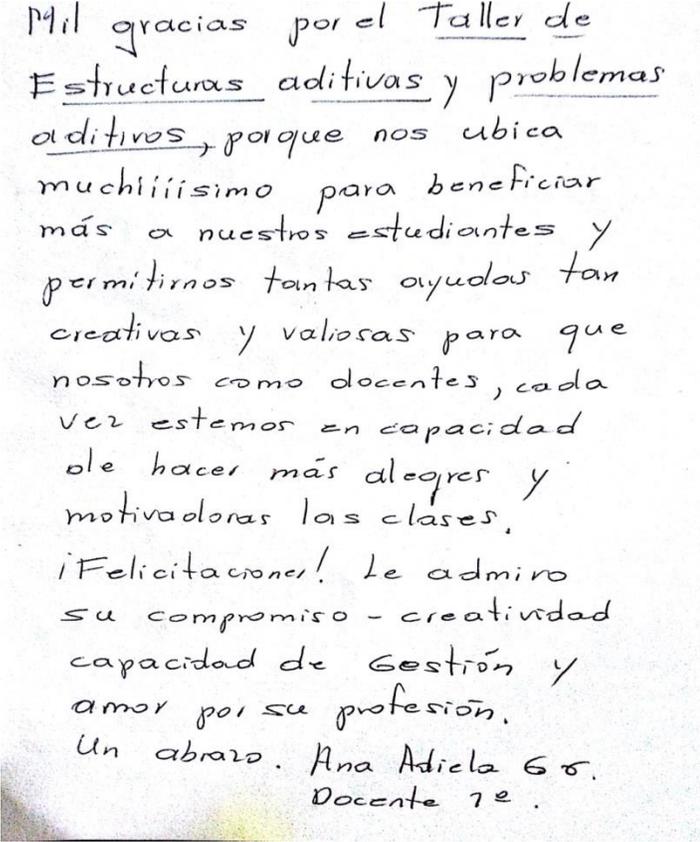
ASPECTOS A OBSERVAR	RÚBRICA	OBSERVACIONES
Cuando termina la clase y dialogo al respecto observo que el docente		
Metacognición		
Espacio para la reflexión sobre la Enseñanza, considerando las situaciones planificada que se concretaron o no, imprevistos y modificaciones que haría en la clase, unidad o secuencia siguiente.	Sobresaliente: valora y reconoce los aciertos y dificultades en coherencia con los objetivos de aprendizaje, la planeación y el desarrollo, proponiendo acciones de mejoramiento.	

Interpretación del observador(a) sobre la sesión analizada		
Fortalezas	Dificultades	Sugerencias

Firma del observador Líder Tutor: _____

E.Anexo: Apreciaciones de los docentes - taller estructuras aditivas

En este anexo se presentan las apreciaciones de los docentes participantes en la elaboración de la Unidad didáctica. Estos puntos de vista hacen referencia a una de las formaciones sobre las estructuras aditivas y los problemas verbales aditivos que más llamaron la atención durante la primera sesión²².



Mil gracias por el Taller de Estructuras aditivas y problemas aditivos, porque nos ubica muchiiiiisimo para beneficiar más a nuestros estudiantes y permitirnos tantas ayudas tan creativas y valiosas para que nosotros como docentes, cada vez estemos en capacidad de hacer más alegres y motivadoras las clases.
¡Felicitaciones! Le admiro su compromiso - creatividad capacidad de Gestión y amor por su profesión.
Un abrazo. Ana Adicla G S.
Docente 7º.

²² El análisis y la reflexión de estas apreciaciones se encuentra detalladamente en el capítulo sobre el diseño de la unidad didáctica.

Taller estructuras aditivas y problemas aditivas

Dinámico lúdico y me sensibilizó tanto que quede muy muy ... preocupada

Excelente la presentación de ayudas didácticas

Importante porque tiene aplicabilidad en nuestro quehacer diario.

Gracias.

Taller de Estructuras aditivas y problemas aditivos

taller me dejó muy motivada para cambiar e innovar práctica pedagógica, nunca es tarde para aprender mejor es que el taller es práctico y no tan teórico mucha aplicabilidad para nuestros estudiantes.

conclusión tenemos un tutor excelente y muy comprometido de quien hemos aprendido mucho

Felicitaciones y gracias.

Taller => Estructuras aditivas y problemas aditivos

Evaluación => * La estructura y organización del taller fue excelente.

* La información suministrada es clara y oportuna.

* El desarrollo de todo el taller y los conocimientos dados sensibilizan la forma como se debe trabajar y los cambios que debemos empezar a realizar dentro del aula.

Gracias.

Estructuras Aditivas y Problemas Aditivos

Excelente aprendizaje en este taller, Nos permite mejorar la forma de enseñar a nuestros niños y niñas, por lo tanto también nos permite mejorar en nuestras prácticas pedagógicas en los aulas de clase.

Excelente la capacitación. Nos permitió hacer una profunda reflexión sobre las prácticas educativas que hasta ahora hemos incluido en nuestra labor y la importancia de ser receptivo frente a los cambios que se hacen necesarios para obtener mejores resultados.

Muchas Gracias.

Bibliografía

[1] VALLS, R. (2005). Los educadores y las educadoras sociales en las comunidades de aprendizaje. Revista de educación social. Disponible en <http://www.eduso.net/res/?b=7&c=53&n=145>.

[2] GRUPO DE MATEMÁTICAS ESCOLARES DE LA UNIVERSIDAD DISTRITAL FRANCISCO JOSÉ DE CALDAS. Asociación colombiana de matemática educativa ASOCOLME 1edición. Santa Fe de Bogotá, D.C., Grupo Editorial Gaia. 150p. - Colección: Cuadernos de Matemática Educativa No. 1 ISBN : 958-96440-3-1. 1999.

[3] SHULMAN, L. S. Knowledge and teaching: foundations of the new reform. Harvard Educational Review, 57(1), 1-22. Traducción castellana (2005): Conocimiento y enseñanza: fundamento de la nueva reforma. Profesorado. Revista de Currículum y Formación de Profesorado, 9(2), (1987). <http://www.ugr.es/~recfpro/rev92ART1.pdf>.

[4] CHEVALLARD, Y. Le transposition didactique. Du savoir savant au savoir enseigné. Grenoble: La Pensée Sauvage. Traducción castellana (1991), La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado. Buenos Aires (1985).

[5] VERSCHAFFEL, L. y DE CORTE, E. Do non-smantic factors also influence the solution process of addition and subtraction word problems?. En MANDH, E. DE CORTE, N. BENNET y H. (1993).

[6] BRUNO, A. Algunas investigaciones sobre la enseñanza de los números negativos. Universidad de la Laguna, Tenerife España. 1997

[7] FUSON, K. C. Research on whole number addition and subtraction. En D. A. Grouws (Ed.), Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning (243-275). Nueva York: Mc Millan. (1992).

[8] BERMEJO, V., LAGO, M. O. y RODRIGUEZ, P. Un modelo de los niveles de comprensión de la propiedad conmutativa de la adición. Anuario de Psicología, 62, 25-40. (1994).

- [9] CARPENTER, T. P., MOSER, J. M. Y ROMBERG, T. A. Addition and subtraction: A cognitive perspective. Hillsdale, Nueva Jersey: Lawrence Erlbaum Associates. (1982).
- [10] DE CORTE, E. y VERSCHAFFEL, L. Beginning first graders' initial representation of arithmetic word problems. *Journal of Mathematical Behaviour*, 4, 3-21. (1985).
- [11] HELLER, J. I. y GREENO, J. G. Semantic processing of arithmetic word problem solving. Congreso Anual de la Midwestern Psychological Association. Chicago. (1978).
- [12] KINTSCH, W. y GREENO, J. G. Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, 92(1), 109-129. (1985).
- [13] MORALES, R., SHUTE, V. y PELLEGRINO, J. Developmental differences in understanding and solving simple mathematics word problems. *Cognition and Instruction*, 2(1), 41-57. (1985).
- [14] NESHER, P., GREENO, J. G. The development of semantic categories for addition and subtraction. *Educational Studies in Mathematics*, 13, 373-394. (1981).
- [15] RILEY, M. S., GREENO, J. G., & HELLER, J. I. Development of children's problem solving ability in arithmetic. En H. P. Ginsburg (Ed.), *The development of mathematical thinking* (pp. 153-196). New York: Academic Press. (1983).
- [16] VERGNAUD, G. A classification of cognitive tasks and operations of thought involved in addition and subtraction problems. En T. P. Carpenter, J. Moser y T. Romberg (Eds), *Addition and Subtraction: A Cognitive Perspective* (pp. 39-59). Hillsdale, NJ: Erlbaum. (1982).
- [17] WOLTERS, M. A. The part-whole schema and arithmetical problems. *Educational Studies in Mathematics*, 14, 127-138. (1983)
- [18] CARPENTER, T. P., y MOSER, J. M. The acquisition of Addition and Subtraction Concepts. En R. LESH y M. LANDAU (Comps.), *Acquisitions of mathematics: Concepts and processes* (7-44). Nueva York: Academic Press. (1983).

[19] BROWN, J. S. Y BURTON, R. B. Diagnostic models for procedural bugs in basic mathematical skills. *Cognitive science*, 2, 155-192. (1978).

[20] BRUNO, A., MARTINÓN, A. Y VELÁZQUEZ, F. Algunas dificultades en los problemas aditivos. *Suma*, 37, 83-94. (2001).

[21] RODRÍGUEZ, P. LAGO, M. CABALLERO, S. DOPICO, C. JIMÉNEZ, L. SOLBES. El desarrollo de las estrategias infantiles: Un estudio sobre el razonamiento aditivo y multiplicativo. Disponible en: <http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=16711589007>. Red de Revistas Científicas de América Latina, el Caribe, España y Portugal. Diciembre, 2008.

[22] PUIG, L Y CERDÁN, F. "Problemas Aritméticos Escolares". Colección: Matemáticas: cultura y aprendizaje. España. (1995).

[23] NESHER, P. Levels of description in the analysis of addition and subtraction word problems. En T. P., CARPENTER, J. M. MOSER y T. A. ROMBERG (Comps.), *Addition and subtraction: a cognitive perspective* (25-38). Hillsdale, Nueva Jersey: Lawrence Erlbaum Associates. (1982).

[24] VERGNAUD, G. "El niño, las Matemáticas y la realidad: problemas de la enseñanza de las Matemáticas en la escuela primaria. Pag 174. México-Trillas. (1991).

[25] ERMEL. *Apprentissages numeriques CEI*. Hatier Paris. (1993). February 2004. *Improving Achievement in Math and Science* Pages 12-17. 1999.

[26] "CHAMORRO, María del Carmen. *Didáctica de las matemáticas*. Madrid: Pearson Educación, 2003. 354 p. ISBN 84205345441. Sig.Top. GE 372.7044 D555. Publicado en 31 marzo, 2009.

[27] MOREIRA, M. *Unidades didácticas e investigación en el aula Un modelo para el trabajo colaborativo entre profesores*. Las Palmas de Gran Canaria, septiembre 1993. I.S.B.N. 84-88250-04-5. (1993).

[28] MANZANARES, M.; FUENTES, A.; MANZANARES, M. C. Adecuación a las directrices europeas en Ciencias de la Naturaleza y su Didáctica . *Res Novae Cordubenses*. pp. 93-113. (2004)

[29] TAMAYO O, E; VASCO URIBE C, SUAREZ DE LA TORRE M, QUICENO C, GARCÍA L Y GIRALDO A. “La clase multimodal y la formación y evolución de conceptos científicos a través del uso de tecnologías de la información y la comunicación”. Grupos de investigación: Cognición y desarrollo. Colciencias, proyecto número 1219-11-17061. Manizales- Colombia. (2011).

[30] ENCISO GALINDO S, MUÑOZ ALBARRACÍN L, SÁNCHEZ GALVIS D, Y AMADOR RODRÍGUEZ R. La práctica profesional en la formación didáctica y pedagógica de docentes, *Studiositas*, 4(2): 55-66 Diciembre de 2008.

[31] FURIÓ, C. Y CARNICER, J. El desarrollo profesional del profesor de ciencias mediante tutorías de grupos cooperativos. Estudio de ocho casos. *Enseñanza de las ciencias*, 20 (1), 47-73. 2002.

[32] SHULMAN, LEE. Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, (p.114). (1986).

[33] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Documento base PTA. Colombia, diciembre de 2013.

[34] ABELL, S., ROGERS, M., DEBORAH, H., & GAGNON, M. Preparing the next generation of science teacher educators: a model for developing PCK for teaching science teachers. *Journal of science teacher education - Springer*, 20. (2009).

[35] BROWN, J., COLLINGS, A., y DUGUID, P. Situated cognition and the culture of learning. *educational research*, 18(1), 32-42. (1989).

[36] PUTMAN, R., Y BORKO, H. What do new views of knowledge and thinking have to say about research on teacher learning? *Educational research*, 29(1), 4-15. (2000).

[37] SANCHEZ, I., MANRIQUE, A., y DUQUE, M. Design and implementation of a training program in IBSE for in-service elementary school teachers, in a developing latin american country. Paper presented at the ESERA, 2009.

[38] BALL, D., & FORZANI, F. The work of teaching and the challenge for teacher education. *Journal of teacher education*, 60(5), 497-511. (2009).

[39] GROSSMAN, P., HAMMERNESS, K., & MCDONALD, M. Redefining teaching, re-imagining teacher education. *RTeachers and teaching: theory and practice*, 15(2), 273-289. (2009).

[40] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Lineamientos y Estándares para la enseñanza de la matemática. Bogotá: MEN. (1998).

[41] MINISTERIO DE EDUCACIÓN NACIONAL. Estándares Curriculares de Matemáticas, MEN. Bogotá: MEN. (2006).

[42] OBANDO, Z. G., Y MÚNERA, C. J. Las situaciones problema como estrategia para la conceptualización matemática. *Educación y Pedagogía*, 1 - 18. (2003).

[43] INTERPRETACIÓN E IMPLEMENTACIÓN DE LOS ESTANDARES BÁSICOS DE MATEMÁTICAS. Gobernación de Antioquia. Edición: Secretaría de Educación para la Cultura de Antioquia. ISBN: 958-33-7795-3, 2005.

[44] NATIONAL COUNCIL OF TEACHERS OF MATHEMATICS. Estándares Curriculares y de Evaluación para la Educación Matemática. Sevilla: SAEM-Thales, 2003.

[45] DICKSON, L., BROWN, M., y GIBSON, O. Children learning mathematics: a teacher's guide to recent research. (Traducción española: El aprendizaje de las matemáticas. (1991). Madrid: MEC y Labor). (1984).

[46] RICO, L. Reflexiones sobre los fines de la educación matemática. *Suma*, 24, 5-19. (1997).

[47] CARPENTER, T Y MOSER J. "The Acquisition of addition and subtraction Concepts". Tomado de Puig, Luis y Crdán F. "Problemas aritméticos escolares". Universidad de Valencia. (1995).

- [48] BERMEJO, V. El niño y la aritmética. Barcelona: Paidós. (1998).
- [49] MOSER, J. M. (The emergence of algorithmic problem solving behavior. *Recherches en Didactique des Mathematiques*, 3(1), 135-156. (1982).
- [50] MAZA, C. Sumar y restar. Madrid: Visor, (1989).
- [51] LLINARES, S. El profesor de Matemáticas. Conocimiento base para la enseñanza y desarrollo profesional. En Santaló, L.A. y otros. *La enseñanza de las Matemáticas en la educación intermedia*. Rialp. Madrid. 296-337. (1994)
- [52] BERMEJO, V. Perspectivas innovadoras en la enseñanza aprendizaje de las matemáticas. Investigación cognitiva y práctica educativa. En J. BELTRÁN, V. BERMEJO, M. D. PRIETO y D. VENCE (Eds.), *Intervención Psicopedagógica* (169-185). Madrid: Pirámide. (1993).
- [53] KINTSCH, W. y GREENO, J. G. Understanding and solving word arithmetic problems. *Psychological Review*, 92(1), 109-129. (1985).
- [54] GARCÍA Y VALCÁRCEL, A. La función docente del profesor universitario, su formación y desarrollo profesional. En García-Valcárcel (Coord.) *Didáctica universitaria*. La Muralla, S. A. Madrid. pp. 9-44. Furió y Carnicer, 2002, citado en Enciso G y otros, 2008. (2001).
- [55] SÁNCHEZ-BLANCO, M.J. 1983. Aportación al diagnóstico del estrés hídrico en cítricos y frutales. Tesis de Licenciatura. Univ. Murcia. 80 pp
- [56] VIENNOT, L. *Le raisonnement spontané en dynamique élémentaire*, Paris. (1979).
- [57] FLAVELL, J. H. Speculations about the nature and development of metacognition. In: Weinert, F. and Kluwe, R. *Metacognition, motivation and understanding*. London. 1995.
- [58] GIÉRE, R. Using models to represent reality. En *model – Based Reasoning in Scientific Discovery*, Ed. L. 1999.
- [59] SANMARTI, N. *Unidades Didacticas en ciencias y Matematicas*. Digna Couso. Primera edición 2005, editorial magisterio. 13-58. 2005.

[Ix] ELLIOTT, J. "Actuación profesional y formación del profesorado". Cuadernos de Pedagogía, 191, Abril, 76-80. (1991).

[61] GALVIS, A., LEAL, D. Aprendiendo en Comunidad: Más allá de aprender y trabajar en compañía. Instituto Latinoamericano de la Comunicación Educativa (ILCE), México, D.F. (2008).

[62] COMUNIDADES DE APRENDIZAJE. [Imagen de internet]. Disponible en <http://1.bp.blogspot.com/uAN02r7V3uA/UAPRqV2iCRI/AAAAAAAAABU/cLp7EQVX7-E/s760/ccaa.jpg>.