

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
SEDE MEDELLÍN**

**PROPUESTA DE INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA PARA COMPRENDER
EL SIGNIFICADO DEL NÚMERO ENTERO**

**INTERVENCIÓN PEDAGÓGICA PARA EL COLEGIO
SAN JOSÉ DE LAS VEGAS PARA EL GRADO SEXTO**

NANCY ANDREA CHICA AGUDELO

Propuesta de Trabajo Final en modalidad de **Práctica Docente** presentada por Nancy Andrea Chica Agudelo, como requisito parcial para optar al Grado de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales en la Universidad Nacional de Colombia, bajo la dirección del M. Sc Fernando Puerta.

Medellín, Octubre de 2011

RESUMEN

“El arte de divulgar las matemáticas consiste en buscar una forma de explicar un resultado complicado de manera intuitiva pero rigurosa de tal manera que lo que digamos sea sencillo de entender, pero a la misma vez apegado enteramente a la verdad”¹.

Buscando explorar un contexto diferente en la educación matemática, que permita una metodología adecuada y un aprendizaje basado en lo que el estudiante ya conoce y en situaciones que vive en su entorno, nace esta propuesta, que no es más que una intervención pedagógica que toma como centro de su ejecución al estudiante y agente moderador, guía, tutor y acompañante al docente.

Esta propuesta está basada en guías de trabajo, como herramientas que fomentan en el estudiante la autonomía y la libertad de decisión, las cuales pretenden desarrollar el concepto de números enteros y sus operaciones, de tal suerte que permita a los estudiantes la aplicación de dicha temática en su vida diaria y que sean capaz de resolver algún problema que se le presente de forma diferente o no familiar a la que está acostumbrado, sin recurrir a la repetición de conocimientos o a la utilización de fórmulas mecánicas.

Se retoma como ejes temáticos, “el significado” desde la perspectiva de Wittgenstein; la construcción de conocimiento basado en conceptos previos desde Ausubel y a Broseau desde lo concerniente a situaciones didácticas.

Esta propuesta se divide en tres grandes etapas, una prueba diagnóstica, una etapa de intervención y por último una prueba final, la cual arroja resultados relevantes con respecto al progreso de la intervención, pues se percibe en esta un éxito rotundo, debido a los buenos resultados obtenidos en la prueba final.

¹ <http://ciencias.jornada.com.mx/investigacion/ciencias-fisico-matematicas/investigacion/ensenando-a-ensenar-matematicas>

Después de analizar los resultados de las pruebas presentadas por el grupo 6A del Colegio San José de las Vegas, se concluye que hay una buena abstracción del concepto de número entero y que se hace mucho más fácil su aplicación en situaciones del contexto, además que, cuando los estudiantes son actores de su proceso de enseñanza-aprendizaje, todo el bagaje conceptual queda instaurado en forma significativa en su estructura cognitiva.

PALABRAS CLAVE

Guía, Autonomía, Número Entero, Operaciones Con Enteros, Intervención Pedagógica, Significado, Aprendizaje Significativo, Conceptos Previos, Subsunoers, Situación Didáctica, Estructura Cognitiva, Número Negativo, Cotidianidad.

**PROPOSAL OF PEDAGOGICAL INTERVENTION TO UNDERSTAND THE MEANING
OF THE INTEGER NUMBER**

SUMMARY

This proposal begins, in order to explore a different context in mathematics education, that allows an appropriate methodology and learning based on what students know, and situations within their environment. This is, basically, a pedagogical intervention where the student is the center of their performance, and the teacher a guide and companion.

This proposal has been based on workshops, as tools that motivate in students autonomy and freedom of decision, which try to develop the concept of integer numbers and their operations, so that it let the students apply it to life and be able to solve any problems whether they can be different or not from the ones they are accustomed to deal with, without resorting to the repetition of knowledge or using mechanistic formulas.

It takes up, such as thematic axes, "the meaning" from Wittgenstein perspective; the construction of knowledge based on pre-concepts since Ausubel and Broseau regarding didactic situations.

This proposal has been divided in three big stages: A diagnosis test, an intervention stage and a final test, which will relevant results about the progress of the intervention since there is a great success, due to the good results obtained in the final test.

After analysing the results of the tests that were taken by group 6A from San José de Las Vegas School, it can be concluded that there is a good abstraction of the concept of integer number and its application is making it easier in a context, in addition, when all the students are agents of their teaching-learning process, all the background is settled meaningfully in their cognitive structure.

KEY WORDS

Workshop, autonomy, integer number, operations with integer numbers, Pedagogical intervention, meaning, meaningful learning, pre- concepts, teaching situation, cognitive structure, negative number, routine.

INTRODUCCIÓN

“En matemáticas, la intuición va mano a mano con el rigor y sin este no hay avance completo”.²

La didáctica de la introducción al conjunto de los enteros y la comprensión de estos de forma significativa, constituye el centro de interés de este escrito, pues lo que se busca con él, es encontrar y diseñar algunas estrategias de intervención válidas, que permitan que las estudiantes del grupo sexto A del Colegio San José de las Vegas comprendan y adquieran el significado del concepto de entero en forma significativa, es decir, que puedan aplicar en su contexto lo que han aprendido y que no sea un concepto aislado de su realidad.

Se parte entonces de tres premisas, las cuales son:

1. El significado que tenemos de ciertos conceptos, permite una mejor y mayor aplicación, pues no es lo mismo llevar a la realidad algo de lo cual no se tiene claridad, a aplicar algo que usamos constantemente
2. Todo lo que aprendemos debe estar basado en nuestros conocimientos previos, es mucho más fácil para el ser humano aprender aquello de lo cual tiene un referente, al asociarlo, encuentra una mejor utilización y le da una mayor relevancia en su estructura cognitiva, convirtiéndose así en algo significativo.
3. El estudiante es el principal actor de su proceso de enseñanza-aprendizaje, él es quien finalmente construye y le da aplicación a los conceptos que va formando, el profesor simplemente interviene para guiar su proceso y para servir de tutor en aquellos momentos en los que el estudiante lo requiera, pero es cada sujeto a partir de su ritmo particular de aprendizaje y basado en sus destrezas, quien construye el conocimiento, el profesor sólo lo posibilita por medio de estrategias y actividades motivadoras.

² GARCÍA. Luis David. Enseñando A Enseñar Matemáticas

Para lograr que esta propuesta de intervención obtenga unos resultados acordes al entorno en el que se desarrolla, se basará en situaciones didácticas y de la vida diaria en las que se logre conectar lo que el estudiante debe aprender, con lo que requiere para vivir en sociedad, la idea entonces de este trabajo es mostrar, que a partir de situaciones didácticas, es posible introducir el concepto de número entero de forma significativa; es muy importante recalcar aquí, que si las bases de lo que es un número entero quedan claras, las operaciones entre estos, van a ser mucho más fácil de comprenderse, pues una vez el estudiante tenga instaurado en forma significativa el concepto de número entero y su aplicación en el contexto, las operaciones y las propiedades entre ellos, será mucho más sencillas de aprender y dejarán de ser unos de los mayores problemas que se presentan a la hora de enseñar matemáticas en los primeros grados de secundaria, se afirma esto, teniendo en cuenta que cuando se aprende un concepto de forma significativa, los demás serán mucho más fáciles de adquirir y también van a ser significativos para quien los aprende.

A partir de lo descrito entonces, se buscara trabajar bajo una metodología cuantitativa-cualitativa basada en el método experimental y en instrumentos como la observación, los protocolos, las guías de trabajo, las intervenciones pedagógicas, entre otras. La intervención se dividirá en tres grandes momentos, uno de diagnóstico, el cual se efectuó en el mes de Marzo, otro momento de intervención, entre el mes de Marzo y Agosto, en el que se aplicarán las guías y por último un momento de resultados, basados específicamente en la resolución de una prueba escrita con ejercicios y problemas con números enteros.

Para finalizar, es pertinente mencionar, que durante años se han escrito investigaciones referentes a cómo introducir el concepto de número entero, de tal suerte que sea significativo para el estudiante y que no sólo lo memorice, sino que sea capaz de aplicarlo en contexto, el problema que se ha evidenciado durante todo este tiempo, es que el concepto de entero, para el alumno, desde su misma escritura es algo ya complejo, pues resulta que le asocian una simbología que para éste, ya tenía una relación con la operación resta, es decir, el mismo signo (-) que antes implicaba una operación, pasa a ser utilizado para denotar los números negativos, esto ya genera

todo un problema epistemológico de significados, retomando a Wittgenstein “*el primer requisito de un lenguaje ideal sería tener un solo nombre para cada elemento y nunca el mismo nombre para dos elementos*”³, y si además, le sumamos, el hecho de que un número negativo es algo realmente abstracto, entenderíamos el por qué para los estudiantes la comprensión y concretización del concepto de entero tiene una gran dificultad, y que en la mayoría de los casos estos terminan sólo aprendiéndose algunas reglas que le favorecen a la hora de manejar los algoritmos con enteros, de allí nace la idea de proponer y ejecutar esta intervención, para que no sólo sea un golpe de suerte lo que hace que los estudiantes utilicen los números enteros, sino que sea algo verdaderamente claro y plausible para ellos.

PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA

Cómo enseñar el concepto de número entero y las operaciones entre ellos de forma más didáctica y basados en algunos subsunsores que el estudiante posee, logrando que lo aprendido se instaure de forma significativa en la estructura cognitiva y que pueda ser utilizado constantemente en situaciones de la vida diaria.

PREGUNTA PROBLEMA

¿Es posible enseñar el concepto de número entero y crear una pedagogía del significado basado en situaciones didácticas?

³ BRAND, G. Los Textos Fundamentales de L. Wittgenstein. Madrid: Alianza. 1981. p. 119

JUSTIFICACIÓN

Las matemáticas desde sus orígenes se han visto como una ciencia compleja de aprender, pero sobretodo de enseñar. Originalmente se pensaba en dicha ciencia, como algo estático y donde los conceptos y algoritmos ya estaban dados y la forma como debía enseñarse también.

Pero la evolución y el mundo de hoy, en particular los jóvenes, han demandado otro tipo de estrategias para la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas, ya no es suficiente con enseñar algunos conceptos y desarrollar ejercicios, es importante generar nuevas actividades que seduzcan al estudiante y que lo motiven a aprender, para ello es necesario, retomar elementos didácticos y buscar actividades que se relacionen con el contexto de quienes la aprenden, y que apunten a que el estudiante sea el principal actor de su formación.

Uno de los conceptos que ha tenido dificultad en el momento de aprender y enseñarlo es el de número negativo, en particular por su concepción tan abstracta, pero la mayor dificultad no son los números como tal, sino más bien las operaciones entre ellos, pues es difícil comprender aquello de lo que no se tiene un referente, o aquello que no se aplica en la realidad, Wittgenstein, “*el significado de una palabra se conoce cuando se sabe aplicarla* (180)” es por esto que lo que busca esta investigación es dar a conocer algunas estrategias, para que los estudiantes comprendan el concepto de número entero y sean capaz de aplicarlo de forma clara en el momento de hacer operaciones entre ellos, para lograrlo se desarrollaran actividades con componentes esenciales como:

La lúdica, en la que se fomenta la creatividad, la curiosidad y el interés de los aprendices, pero además que sean útiles, es decir, que tengan aplicabilidad en su vida, que sean situaciones que se asemejen a su realidad y donde puedan ver estructuras matemáticas en cada aspecto de sus vidas, pues también se pone de manifiesto que aquello que el estudiante no encuentra útil lo olvida fácilmente, o lo reemplaza por nueva información.

Además, se tendrá en cuenta la importancia de partir de aquellos conceptos que el estudiante ya tiene en su estructura cognitiva, como lo plantea Ausbel (1976) “*lo más importante para aprender algo nuevo es lo que el estudiante ya sabe*”, se busca que las actividades que se desarrollen tengan algo de familiaridad para el aprendiz, ellos deben tratar de crear su propia forma de interpretar una idea, relacionarla con su propia experiencia de vida, ver cómo encaja con lo que ellos ya saben y qué piensan de otras ideas relacionadas.

OBJETIVOS

OBJETIVO GENERAL

Proponer y ejecutar estrategias metodológicas que permitan adquirir con claridad el concepto de número entero y que apunten a una mayor aplicación de las operaciones entre estos, de tal suerte, que deje de ser un problema para el estudiante, la aplicación y la utilización del concepto de entero en la vida diaria.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Verificar que partiendo de los conceptos previos que el estudiante ya tiene, puede formarse una base sólida sobre el concepto de números enteros y partir desde allí para formar el concepto de operaciones.
- Identificar en algunas situaciones de la vida cotidiana el punto de partida para construir el concepto de número entero.
- Diseñar estrategias metodológicas en las que se vea con claridad la aplicación del concepto del número entero en el entorno de quien lo aprende, en este caso del estudiante.
- Analizar los resultados que arrojan algunas pruebas después de la intervención pedagógica que se hace.

MARCO TEÓRICO

Este escrito está fundamentado en tres pilares básicamente, uno con respecto al significado que le damos a los conceptos y la forma como esa significación incide en nuestras practicas lingüísticas, para lo cual, retomo las palabras de Wittgenstein, quien hace una crítica al lenguaje, esto es, al uso que nosotros habitualmente le damos, en esto consiste nuestro enredo, en que no poseemos una noción clara del uso de nuestras palabras, lo cual ocurre claramente con respecto al concepto de número entero, pues al no poseer con claridad el significado de un concepto no podemos aplicarlo.

Wittgenstein hace referencia a la noción de significado, donde su interés práctico es mostrar cómo el lenguaje adquiere significación a partir del uso que cotidianamente hacemos de él y cómo se instala en nuestro proceso de comunicación, lo que él busca, es mostrar, que aquellos conceptos que no se usan en lo cotidiano del ser humano se van olvidando y dejan de tener significado, si poseemos un concepto es porque lo hemos utilizado continuamente y porque lo hemos llevado a nuestra realidad, en palabras del autor *“el significado de una palabra se conoce cuando se sabe aplicarla 180”*.⁴ Pisamos los terrenos del significado de las palabras cuando lo vivenciamos, cuando lo hacemos vida, cuando pasa de ser un simple nombre a ser parte de nuestro mundo, cuando es cercano a nosotros, el punto entonces es, cuando los conceptos que queremos aprender no hacen parte de nuestra vivencia, simplemente no tienen significado para nosotros y por ende va a ser muy difícil acceder a ellos o por lo menos comprenderlos.

Wittgenstein nos lo dice insistentemente: *“el significado de una palabra es su uso en el lenguaje”*.⁵ Todo aquello que no se usa pierde su valor, eso mismo aplica en la matemática, adquiere valor para mí, aquello que puedo usar y en la medida que lo uso

⁴ BRAND, G. Los Textos Fundamentales de L. Wittgenstein. Óp. Cit. p. 119

⁵ Wittgenstein. Investigaciones Filosóficas. Óp. Cit., p. 61

comprendo en qué o para qué puedo aplicarlo, además va siendo más significativo para mí.

Un segundo pilar o autor que enfoca esta investigación es Ausubel, el cual hace referencia a que sólo hay un aprendizaje significativo, cuando es el estudiante quien lo construye y basado en sus conceptos previos, es decir, aquellos conceptos que ya están instaurados en su estructura cognitiva con diferenciación, estabilidad y claridad; la enseñanza y en particular la enseñanza de las matemáticas debería tomar como punto de partida este referente e indagar primero por aquellos conceptos que el estudiante ya posee y desde allí diseñar sus intervenciones.

En palabras de Ausubel *“aprendizaje significativo es aquél en que, el significado del nuevo conocimiento, viene de la interacción con algún conocimiento específicamente relevante ya existente en la estructura cognitiva”*⁶, esto es, lo que hace, que para el estudiante el nuevo conocimiento sea aprendido fácilmente y sea capaz de almacenar y adquirir diversas informaciones obtenidas, en cualquier campo del conocimiento. El autor afirma que los nuevos conceptos pueden anclarse significativamente y con ello retenerse por mayor tiempo, en la medida en que otras ideas, conceptos específicamente relevantes estén claros y disponibles en la estructura del sujeto y funcionen como puntos de anclaje, con los números enteros lo que se busca es que, basados en aquellos subsunsores que el estudiante ya posee se trate de entablar una relación entre estos y los nuevos conocimientos.

La historia del aprendizaje significativo demuestra, en palabras de Ausubel *“Una vez iniciado el aprendizaje significativo, genera más disposición para nuevos aprendizajes significativos”*⁷, lo que quiere decir, que si se logra que el estudiante adquiera el concepto de entero en forma significativa, será más fácil que adquiera o reconozca

⁶ Ausubel, D.P. (1968). *Educational psychology: a cognitive view*. New York: Holt, Rinehart and Winston.

⁷ MOREIRA, Marco Antonio. ¿Por qué Conceptos, Por qué Aprendizaje Significativo, Por qué Actividades Colaborativas, Por qué Mapas Conceptuales? Universidad Federal do Rio Grande Do Sul. Brasil. Revista Currículum. Octubre 23 del 2010. p. 13

ideas sobre las operaciones entre estos. Queda, entonces, claro que en la perspectiva ausubeliana, el conocimiento previo es la variable crucial para el aprendizaje significativo.

El tercer y último pilar al que haré referencia, está basado en los pensamientos de Broseau y referidos específicamente a lo que concierne a situaciones didácticas, ya que adquieren un carácter relevante en la fase de intervención pedagógica.

Las situaciones metodológicas diseñadas para el aula, plantean que; *“el trabajo didáctico a partir de los sujetos que aprenden debe considerar la relación didáctica que se establece entre profesor, alumno y conocimiento, se origina en un contrato social, en el que se negociaran significados, por lo tanto, este contrato estará sujeto a obligaciones y derechos. Concebir de esta manera el trabajo del docente y de los estudiantes en el aula implica entender que ambos actores disuelven este contrato a partir de imposiciones de esta nueva construcción de significados en escenarios de mayor autonomía frente al acto de conocer”*⁸.

En el escenario didáctico que pone como protagonista al estudiante, la situación juega un papel preponderante, pues posibilita desarrollar significados a cerca de la actividad de aprender, producto de la proximidad cultural con hechos o fenómenos vinculados con la experiencia vital cotidiana. La autenticidad de la situación de aprendizaje diseñada para la actividad del estudiante y la mediación del profesor, valoriza tanto el uso de recursos del ambiente como de los propios alumnos.

Para Brosseau, la visión sobre situaciones didácticas, es que ellas deben ser implementadas por el profesor pensando en situaciones que los alumnos puedan vivir y que provoquen la emergencia de genuinos problemas matemáticos, en los cuales el conocimiento en cuestión, aparezca como una solución óptima a dichos problemas, con la condición adicional de que estos problemas sean construibles por los principios de los alumnos.

⁸ PARRA, Cecilia. SAIZ, Irma. Didáctica De Matemáticas : Aportes Y Reflexiones. Buenos Aires : Paidós, 1994.

Según los pilares descritos anteriormente se piensa que el objetivo final de toda enseñanza en matemáticas es buscar que el estudiante aprenda desde su contexto social y cultural, lo relacionado con la actividad matemática.

METODOLOGÍA

Toda investigación digna de credibilidad se realiza a través del pensamiento reflexivo y ordenado. A partir de una necesidad más o menos definida, surge un problema que adquiere perfiles concretos. Se busca una solución en función de algunas hipótesis probables, las cuales se aceptan provisionalmente, se examinan con objetividad, se valoran a través de algunas pruebas, para finalizar en su corroboración mediante algunas conclusiones.

Teniendo en cuenta que cada investigación utiliza un modelo diferente para su confrontación o su aprobación, en este proyecto para acometer científicamente el problema metodológico, se trabaja desde dos perspectivas diferentes, las cuales logran complementarse entre sí, una de ellas es la metodología cuantitativa, dentro de la cual se destaca el método experimental, el cual se elige por la posible fluctuación dentro de la población escolar intervenida.

La segunda metodología utilizada se refiere a la investigación cualitativa, ya que es basada en instrumentos como: la observación, la reflexión, las guías de trabajo, grupos de discusión, protocolos, entre otros; recursos en los cuales se fundamenta esta investigación; de igual forma se sustrajo información de las evidencias registradas y recolectadas en los cuadernos y trabajos realizados por los estudiantes

Es válido aclarar que aunque esta investigación tenga algunos procedimientos cuantitativos (análisis de resultados de las pruebas por porcentajes), es más de corte cualitativo, ya que en su desarrollo hay mayor interés por su significado que por la mera descripción de los hechos, de ahí su enfoque subjetivo en la percepción de la realidad.

Dentro de esta intervención se desarrollará una etapa de diagnóstico, una de intervención y una de análisis de resultados o conclusiones, ésta última además tendrá algunas recomendaciones que buscan dar pie a nuevas investigaciones.

MUESTRA

Para la investigación se elige un tipo de muestreo denominado “muestreo al azar” ya que se extrae de la población una muestra representativa, donde cada elemento tiene la misma probabilidad de ser incluido en la muestra.

La muestra está conformada por 36 estudiantes de la Institución San José de las Vegas”, del grupo Sexto A.

ESTRATEGIA DE INTERVENCIÓN

Esta estrategia de intervención está basada en guías de trabajo, la guía es un mapa para recorrer un territorio, la constituyen el sin fin de experiencias al que se invita al estudiante, no es cúmulo de consultas o ejercicios, busca ejercitar al estudiante en la libertad, fomentar la creatividad e incentivar al estudiante a crear algo nuevo y a ser capaz de hacer propuestas diferentes a las ya existentes, además permite trabajar desde diferentes posturas y espacios, permite la interacción con el otro y con el profesor constantemente, motiva al trabajo en equipo, muestra una mirada panorámica de un mismo concepto, pues cada estudiante podrá consultar un mismo concepto desde diferentes posturas y eso permitirá conocer las distintas realidades y no una sola visión como siempre se ha hecho, en palabras de Claudia Llano “*La guía no es una lista de actividades, tampoco un cuestionario, y mucho menos un documento. En la guía sí hay invitación a realizar actividades, sí hay preguntas, de todo tipo (problematizadoras, de activación de esquema previos, de evaluación intermedia o final), pero una guía es mucho más que eso: la guía es interactiva, es una ruta de viaje para recorrer a veces solo y a veces con otros*”.⁹

Las guías en el colegio San José de las Vegas tiene un formato particular, el cual obviamente se utilizará en esta propuesta, además existen cuatro momentos que pueden utilizarse para el desarrollo de la guía, los cuales son:

- **Trabajo personal**, las estudiantes trabajan en la guía con asesoría del profesor o de sus compañeras, pueden desarrollar las actividades en el orden que se desee.
- **Clase expositiva**, espacio en el que el profesor es el expositor, es una clase magistral o expositiva.
- **Clase comunitaria**, las estudiantes son las principales actrices, ellas son quienes dirigen la actividad y exponen los diversos temas.

⁹ LLANO, Claudia, Dirección Pedagógica. Boletín Informativo DP-B001-08. Medellín. Enero 30, 2008.

- **Puesta en común**, se usa en particular para poner en plenaria algunas preguntas que causan mayor dificultad o que tienen poca claridad, hay una interacción entre los mismos estudiantes y el profesor, la idea es que sea las estudiantes quienes se aclaren las dudas entre ellas mismas.

Para esta intervención pedagógica se aplicarán 4 guías de trabajo, cada una tiene trabajo personal y como mínimo uno de los otros tres momentos expuestos en el párrafo anterior.


La primera se llama **Números Enteros**, en ella se hace una introducción al concepto, se busca que las estudiantes tengan un primer acercamiento con los enteros y se trabajan los conceptos de: comparación, relación de orden, opuesto de un número, recta numérica y valor absoluto.

La segunda guía se llama **Adición y Sustracción de Números Enteros**, se trabaja básicamente el concepto de suma y resta con enteros, pero se comienza con actividades muy cotidianas, poco a poco se va aumentando el nivel de abstracción y finaliza con algunos problemas sobre estas operaciones.

La tercera guía se llama **Multiplicación y División de Enteros**, se introduce la ley de los signos por medio de una historia y luego se comienza a desarrollar ejercicios, finalizando con algunos problemas, esta guía induce al estudiante a que observe ciertas aplicaciones y luego deduzca reglas generales para operar en matemáticas.

La guía cuarta, llamada **Multiplicación y División de Enteros en el Plano Cartesiano**, es más de tipo informativo y busca relacionar el concepto de multiplicación y división de enteros, con la parte geométrica y hacer abstracciones al respecto.

Todas las guías tienen algunas actividades de tipo experimental, además un ejercicio que evalúa los preconceptos que las estudiantes tienen sobre el tema y algunos puntos en los que se incluyen actividades o problemas referidos a su contexto, con el objetivo de que las estudiantes se familiaricen más con los números enteros.

 COLEGIO San José de Las Vegas ¡Ser más para SERVIR mejor!	Grado 6º	MATEMÁTICAS	GUÍA #
FECHA EN QUE SE PONE EN CIRCULACIÓN LA GUÍA:	Números Enteros		Guía de Información y de Actividades
DURACIÓN DE LA GUÍA:	NOMBRE DEL ESTUDIANTE:		FECHA LÍMITE DE ENTREGA:

JUGUEMOS UN POCO



Trabajo Grupal

1. Para esta actividad debes tener uno de los siguientes juegos:

- Parqués
- Rumiquiu
- Remis
- Dominó



2. Vas a reunirte en equipos según tu juego.
3. Tu profesor te entregará un dinero irreal para que juegues con él apostando.
4. Debes anotar en tu cuaderno con cuánto dinero empezaste y cuánto dinero has perdido.
5. Una de las condiciones es que si te quedas sin dinero, puedes prestar o pedirle a tu compañera que te haga un crédito, eso sí, debes anotar en tu cuaderno cuánto prestaste o cuánto te han prestado.
6. Después jugar durante 10 minutos, responde a las siguientes preguntas:
 - ¿Con cuánto dinero empezaste?
 - ¿Cuánto dinero has perdido después de 10 minutos?
 - ¿Cuánto dinero has ganado después de 10 minutos?
 - En total, ¿cuánto dinero perdiste?
 - En total, ¿cuánto dinero ganaste?
 - Te quedaron debiendo dinero ¿cuánto?
 - Quedaste debiendo dinero ¿cuánto?
 - ¿Con qué símbolo matemático representarías el dinero que ganaste?
 - ¿Con qué símbolo matemático representarías el dinero que perdiste?
 - Escribe en símbolos matemáticos la cantidad que perdiste y la cantidad que ganaste.



Actividad 1

 Trabajo Individual

Susana y Mario han hecho un trabajo en el que estudian dos tipos de animales: el yak y el cachalote. Uno de los datos que aparecen en dicho trabajo es que el yak es un animal que habita en las montañas del Tíbet a unos 5.000 metros de altura; y el cachalote vive bajo el agua a unos 900 metros de profundidad.

EL YAK



CACHALOTE



- ¿Cómo representarías cada situación, con símbolos matemáticos?
- Si tuvieras que representar la situación en una recta numérica horizontal o vertical, donde pondrías cada uno de los animales. Dibújalo.



Observa:

Los números con los que has trabajado en la situación anterior, se llaman números enteros (Z), están conformados por números naturales positivos, números naturales negativos y el cero.

Ej.: 12, -600, 30, -4, etc.

Y además pueden representarse en una recta numérica así:



Actividad 2

 Trabajo Individual



COMPARACIÓN DE NÚMEROS ENTEROS

En un día de invierno, Ismael ha medido la temperatura de la calle, la de su casa, donde tiene calefacción y la del congelador de la nevera.

Calle : -2°C
Salón : $+21^{\circ}\text{C}$
Congelador : -18°C

- ❖ ¿Dónde hace más calor, dentro o fuera de la casa?
- ❖ ¿Dónde hace más frío, en la calle o en el congelador?
- ❖ ¿En cuál lugar se siente mayor temperatura?

Puedes ayudarte ubicando cada número en una recta numérica, recuerda que debes dejar el mismo espacio para cada número que vayas a ubicar.

Ten en cuenta lo siguiente:

- ◆ Cualquier entero positivo es **mayor que** cualquier entero negativo.
- ◆ El 0 es menor que cualquier positivo y mayor que cualquier negativo
- ◆ Para **comparar dos números enteros**, los situamos en la recta numérica: cualquier número entero es mayor que otro situado a su izquierda.

Ingresa al siguiente link y realiza las actividades, allí especificadas, realiza de 5 a 10 ejercicios por cada actividad y escribe en tu cuaderno los resultados.

<http://www.genmagic.net/mates2/ne1c.swf>

Actividad 3

 Trabajo Individual

- ◆ 3 y -3
- ◆ 2 y -2
- ◆ -8 y 8

Ubica cada pareja de números en una recta numérica:

Ahora responde:

- ◆ ¿Qué tienen en común cada par de números?
- ◆ ¿Qué diferencia encuentras entre cada pareja de números?
- ◆ ¿Cuánta distancia hay entre el cero y cada uno de los números, dados en cada pareja?

Número opuesto



CADA PAREJA DE NÚMEROS DE LA
ACTIVIDAD ANTERIOR, RECIBE EL NOMBRE
DE NÚMEROS OPUESTOS, INVESTIGA UN
POCO MÁS SOBRE LOS NÚMEROS
OPUESTOS Y COPIA EN TU CUADERNO LO
QUE ENCUENTRES AL RESPECTO,

Actividad 4



Trabajo Individual

1. El valor absoluto de un número es la distancia que hay entre el cero y el número dado, además está representado con dos barras a lado y lado del número así: $|7|$,

Resuelve cada ejercicio que hay a continuación:

a. $|-5| =$

c. $|-2| =$

e. $|200| =$

b. $|8| =$

d. $|4| =$

f. $|-100| =$

2. ¿Todos los números tienen valor absoluto?

3. ¿Qué concluyes acerca del valor absoluto?

Trabajo Grupal



1. Realiza los siguientes ejercicios, con ello, lograrás una buena nota en el área.
Observa la tabla y responde:


GRUPO	PUNTAJE 1	PUNTAJE 2
Grupo A	-12	8
Grupo B	5	-6

1. ¿Cuál es el mayor puntaje y de cuál grupo?
2. ¿Cuál es el número opuesto al puntaje 1 del grupo B?
3. ¿Cuál es el grupo ganador? **¿Por qué?**
4. ¿Cuál es el menor puntaje del grupo B?
5. ¿Cuál es el mayor puntaje del grupo A?
6. ¿Cómo sumarías el puntaje 1 y 2 del grupo A? Descríbelo.

FUENTES DE INFORMACIÓN

- ◆ http://w3.cnice.mec.es/eos/MaterialesEducativos/primaria/matematicas/conmates/unid-3/numeros_negativos.htm
- ◆ http://www.gobiernodecanarias.org/educacion/9/Usr/eltanque/todo_mate/numeros/enteros_p.html
- ◆ <http://www.genmagic.net/mates2/ne1c.swf>

Guía elaborada por: Nancy Andrea Chica

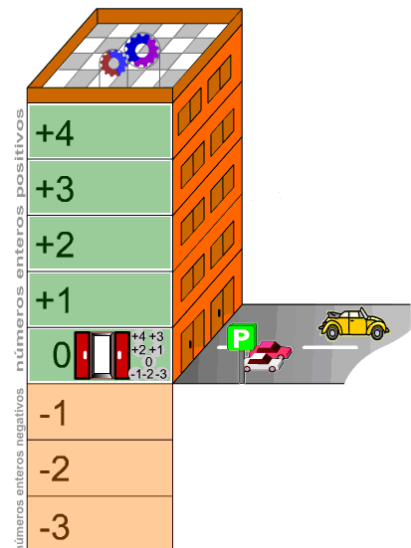
 <p>COLEGIO San José de Las Vegas ¡Ser más para servir mejor!</p>	<p>Grado 6º</p>	<p>MATEMÁTICAS</p>	<p>GUÍA #</p>
<p>FECHA EN QUE SE PONE EN CIRCULACIÓN LA GUÍA:</p>	<p>ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN DE NÚMEROS ENTEROS</p>		<p>Guía de información y de actividades</p>
<p>DURACIÓN DE LA GUÍA:</p>	<p>NOMBRE DEL ESTUDIANTE:</p>		<p>FECHA LÍMITE DE ENTREGA:</p>

TRABAJO EN PAREJAS (2, 3 Y 4)

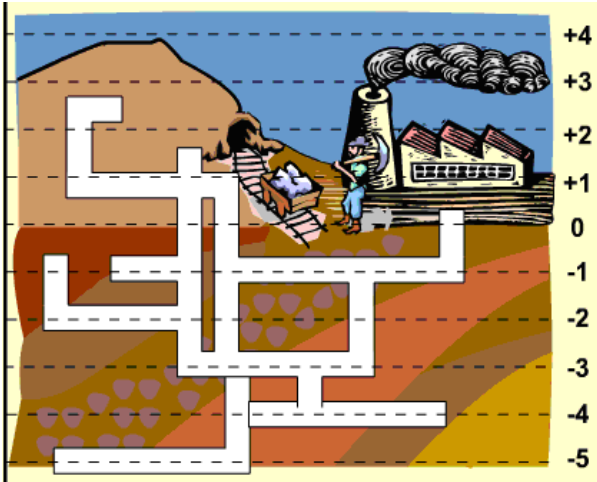
2- Lee con atención las siguientes situaciones y resuélvelas.

a) Según la situación, ¿en qué piso quedas?

- Estás en la planta +1 y subes 2 plantas.
- Estás en la planta -2 y subes 3 plantas.
- Estás en la planta -1 y bajas 1 planta.
- Estás en la planta +3 y bajas 4 plantas.
- Estás en la planta -3 y subes 5 plantas.
- Estás en la planta -2 y subes 6 plantas.



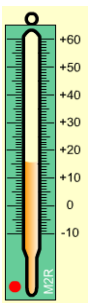
- b) Mira la siguiente situación y responde dentro del cuadro, como muestran en el ejemplo. Recuerda poner el signo de + ó -



	Nivel inicial	Movimiento	Nivel final
Luis está en el nivel +1 y baja 2 niveles	+1	-2	-1
Olga está en el nivel +3 y baja 4 niveles			
Eva está en el nivel -2 y sube 3 niveles			
Juan está en el nivel -1 y baja 2 niveles			
Sara está en el nivel -3 y sube 3 niveles			

- c) Usted se encuentra en el tercer piso de un edificio, sube a un ascensor que lo lleva 2 pisos más arriba, luego baja 4 niveles, nuevamente sube 1 piso y finalmente baja 2 pisos más. Después de este pequeño viaje ¿en qué nivel se encuentra?
- d) En los días muy soleados en la ciudad de Medellín se experimentan variaciones grandes de temperatura. A las 6:00 am. , la temperatura puede llegar a bajar hasta 16°C y, a mediodía puede subir hasta más de 28°C. Supóngase que en un día de estos, la temperatura mínima fue de 18°C y la máxima fue de 27°C. ¿Cuál fue la variación máxima de temperatura en ese día?

3- Lee con atención las siguientes situaciones, escribe si es correcto y explica tu respuesta

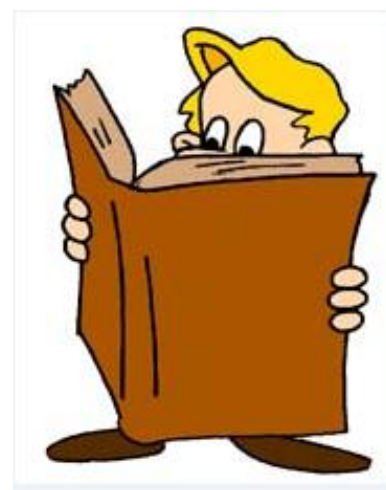


- a) La temperatura en la habitación de mis padres en las horas de la mañana es de 15°C y en la noche baja 6°C, quedando en 11°C.
V F _____
- b) En la tarde de ayer, Pasto se encontraba a +4°C y en la noche la temperatura bajó 5°C. Para conocer la a que temperatura estaba Pasto en la noche, debemos restar (+4) – (+5). V F _____

RESUMEN DE LO APRENDIDO

PARA SUMAR O RESTAR DOS NÚMEROS ENTEROS, DEBES
TENER EN CUENTA:

- *Cuando dos números enteros tienen igual signo se suman. Ej₁: $5+3=8$
Ej₂: $-2-5=-7$*
- *Cuando dos números tienen diferente signo se restan. Ej₁: $-5+3=-2$
Ej₂: $8-1=7$
Ej₃: $2-6=-4$*
- *Siempre se pone el signo del mayor número*



4-Realiza las siguientes operaciones.

a. $18 + 4 =$

b. $-6 + (-9) =$

c. $-15 + 16 =$

d. $28-36 =$

TRABAJO INDIVIDUAL (DEL 5 AL 6)



5- Resuelve los siguientes problemas:

- Alberto estaba en una cueva a un metro por debajo del nivel del mar. Esta mañana bajó cinco metros más, ¿a cuántos metros bajo el nivel del mar se encuentra Alberto?
- El fondo de una mina de carbón está a 60 metros bajo la superficie de la tierra. ¿A qué distancia de la superficie se encuentran unos mineros que ascendieron 25 metros desde el fondo?
- Si pierdes 15 láminas en un juego y 18 láminas en otro.
¿Cuántas láminas has perdido en total?

6- Completa la tabla según el ejemplo (15 minutos)

+	13	-12	-8	-17
2	2 + 13=15	2-12= -10		
12				
5				
-18				

7- Lee con atención y responde:



a) Jorge anota diariamente, en una libreta, con signo negativo el dinero que gasta (egresos) y con signo positivo el dinero que recibe (ingreso), para controlar su dinero.

Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes	Sábado	Domingo
+28 500	+51 000	0	+76 000	0	+34 300	+65 000
-32 000	-22 000	-34 500	-20 000	0	0	-65 000

Responde en tu cuaderno:

- * ¿Qué día o días su estado de cuenta (adición de ingresos y egresos) fue cero?
- * ¿Cuál fue el estado de cuenta del lunes? _____ ¿y del jueves? _____
- * ¿Cuánto dinero recibió Jorge en total durante la semana? _____
- * ¿Cuál fue el total de egresos durante la semana? _____
- * ¿Cuál fue su estado de cuenta al finalizar la semana? _____

8- El siguiente cuadrado es el registro de un médico nutricionista sobre el peso de algunos pacientes y el peso recomendado por él, según las características físicas del paciente.


Nombre	Peso	Peso ideal
Ana Jaramillo	54 kg	48 kg
Jazmín Vera	51 kg	58 kg
Jairo Dueñas	?	63 kg
Gabriel Díaz	65 kg	?

- ¿Cuál es la diferencia entre el peso ideal y el peso que tiene Ana Jaramillo? _____ ¿Qué significa esa diferencia? _____
- ¿Cuántos kilogramos debe aumentar Jazmín? _____
- ¿Cuánto pesa Jairo si al perder 10 kg en su peso obtiene su peso ideal? _____
- ¿Cuál es el peso ideal de Gabriela si debe aumentar en 3 kilos su peso actual?

FUENTES DE INFORMACIÓN

- ❖ OSPINA Rosero, Patricias. ZONACTIVA Matemáticas 7. Ed. Voluntad. 2010. Pág. 286.
- ❖ MORALES Piñero, Miriam del Carmen. ARITMÉTICA Y GEOMETRÍA II. Ed. Santillana. Págs 22 y 23.

Guía elaborada por: Nancy Andrea Chica

 <p>COLEGIO San José de Las Vegas <i>¡Ser más para servir mejor!</i></p>	<p>Grado 6º</p>	<p>MATEMÁTICAS</p>	<p>GUÍA #</p>
<p>FECHA EN QUE SE PONE EN CIRCULACIÓN LA GUÍA:</p>	<p>Multiplicación y División de Enteros</p>		<p>Guía de Actividades</p>
<p>DURACIÓN DE LA GUÍA:</p>	<p>NOMBRE DEL ESTUDIANTE:</p>		<p>FECHA LÍMITE DE ENTREGA:</p>

LEE EL CUENTO Y COMPLÉTALO  *Trabajo Individual*



(Piensa esta historia en términos de la realidad y obtendrás la ley de los signos para la multiplicación con enteros)

Hay un cuento que relata que en la isla de Bata, hay ciudadanos "buenos" (lo cual vamos a representar con el signo **+**) y ciudadanos malos (lo cual vamos a representar con el signo **-**), **además**

Si alguien sale de la isla, se considera que se tiene el signo **-**, y si alguien entra, esto equivale al signo **+**.

- Así, si un ciudadano bueno (+) entra en Bata (+), el resultado para la isla es positivo, **en símbolos matemáticos sería:**
 $(+) \cdot (+) = (+)$
- Si un ciudadano malo (-) sale de Bata (-), el resultado para la isla es positivo, **en símbolos matemáticos sería:** _____
- Si un ciudadano bueno (+) sale de la isla (-), el resultado es _____, en símbolos matemáticos sería: _____
- Si _____, el resultado es negativo, **en símbolos matemáticos sería:**
 $(-) \cdot (+) = (-)$

Actividad 1



MULTIPLICACIÓN CON ENTEROS

$$+ \times + = +$$

$$- \times - = +$$

$$+ \times - = -$$

$$- \times + = -$$

1. Realiza las siguientes multiplicaciones, recuerda tener en cuenta el trabajo anterior para definir el signo.

a. $(+14)(+28) =$

b. $(+34)(-92) =$

c. $(-12)(0) =$

d. $(-3)(-2) =$

e. $(\quad)(-2) = (+24)$

f. $(-12)(\quad) = (84)$

g. $(\quad)(\quad) = (-150)$

2. Escribe con tus palabras, en el cuaderno de matemáticas cómo se resuelve una multiplicación con números enteros.



3. Verifica si las siguientes multiplicaciones están buenas y escribe con tus palabras cuál es el error, en caso de que no lo estén.

a. $-28 \times 63 = 1764$

b. $-45 \times -556 = 2580$

c. $-(3) \times -(-5) \times 2 = 30$

4. En un libro de sexto o séptimo, busca 5 ejercicios de multiplicación de enteros, escríbelos en tu cuadernos y luego resuélvelos.

5. Después de la explicación de tu profesora resuelve los ejercicios y entrégalos.



Actividad 2



DIVISIÓN CON ENTEROS

1. Observa el ejemplo y luego escribe en tu cuaderno cómo se resuelve la división con números enteros

$$(+8) \div (-2) = (-4)$$

$$(-81) \div (-9) = 9$$

¿Cómo es la ley de los signos para la división?

2. Resuelve los siguientes ejercicios, deja escritos los procedimientos 

a. $(-12) \div (+2) =$

b. $(-108) \div (3) =$

c. $(-312) \div (104) =$

d. $(36) \div (+12) =$

e. $(-408) \div (-3) =$

3. Ingresa a una de las siguientes páginas y realiza algunos de los ejercicios que allí te proponen, esta actividad la debes hacerla en casa con uno de tus padres, escribe la fecha en que lo hiciste en tu cuaderno y pide a tus padres que firmen.

<http://conteni2.educarex.es/mats/11801/contenido/>

<http://www.librosvivos.net/smtc/homeTC.asp?TemaClave=1025>



Trabajo grupal

4. Verifica si las mismas propiedades que se cumplen para la multiplicación se cumplen para la división, escríbelo en tu cuaderno.

Actividad 3



Trabajo grupal

Resuelve los siguientes ejercicios y problemas

1. El nivel del agua de una presa ha disminuido 8 cm diarios durante 6 días. A causa de las intensas lluvias caídas los 3 días siguientes ha subido el nivel 7 cm diarios. ¿Cuál ha sido el desnivel total del agua de la presa?

2. Si 5 hermanos tienen una deuda de 800 000 pesos, ¿cuánto debe cada hermano, si la deuda la van a pagar equitativamente? Recuerda escribir el problema con números enteros.
3. Es cierto que $-97 \div 4$, es lo mismo que $4 \div -97$, justifica tu respuesta.
4. Resuelve los ejercicios
 - ✓ $(-21) \cdot (35 + 4)$
 - ✓ $(-25) \cdot (-8 - 5)$

COEVALUACIÓN:



Escribe en una hoja los 5 puntos que resolviste en la actividad 1, luego entrégaselos a una de tus compañeras para que lo resuelva, califícalos y entrégale la hoja a tu profesor, después de haberla calificado.

FUENTES DE INFORMACIÓN

- <http://www.genmagic.net/mates2/ne1c.swf>
- http://www.vitutor.com/di/e/a_5.html
- <http://www.rena.edu.ve/TerceraEtapa/Matematica/swf/INT/T8Int1.swf>
- http://www.sectormatematica.cl/basica/santillana/division_enteros.pdf

Guía elaborada por: Nancy Andrea Chica

 <p>COLEGIO San José de Las Vegas ¡Ser más para servir mejor!</p>	<p>Grado 6º</p>	<p>MATEMÁTICAS</p>	<p>GUÍA #</p>
<p>FECHA EN QUE SE PONE EN CIRCULACIÓN LA GUÍA:</p>	<p>Multiplicación y División de Enteros En El Plano Cartesiano</p>		<p>Guía informativa</p>
<p>DURACIÓN DE LA GUÍA:</p>	<p>NOMBRE DEL ESTUDIANTE:</p>	<p>FECHA LÍMITE DE ENTREGA:</p>	

MULTIPLICACIÓN CON ENTEROS

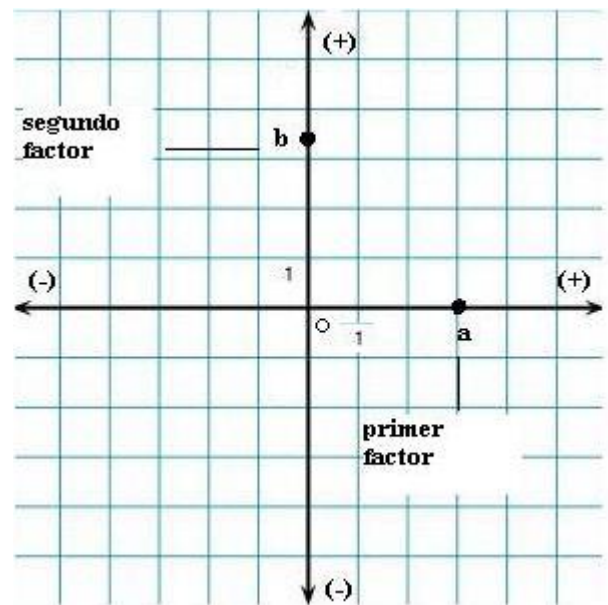
El método intuitivo gráfico descrito en esta actividad, se caracteriza por su sencillez y porque relaciona la parte numérica con la gráfica.

A la distribución gráfica de este tipo se le llama **sistema de coordenadas cartesianas**, donde los puntos sobre la recta horizontal se llaman abscisas y sobre la vertical, ordenadas.

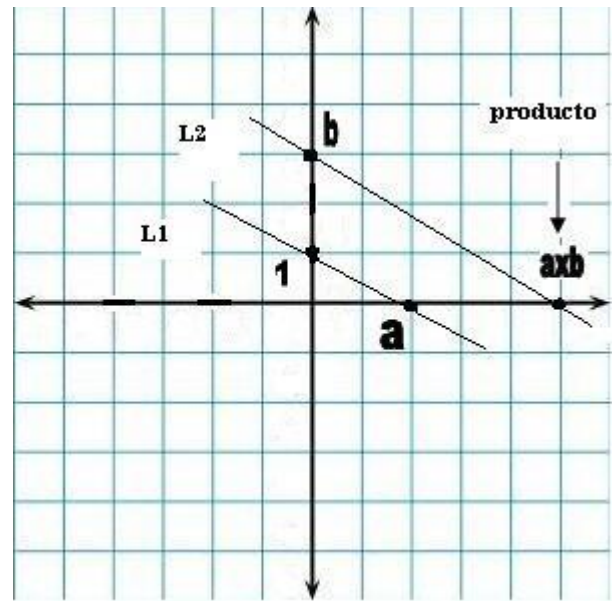
Se cumple además que los números positivos se ubican a la derecha y hacia arriba del cero y los números negativos, al lado izquierdo y en la parte de abajo del cero.

Este método considera varios pasos que son:

1. Trazar dos rectas numéricas que sean perpendiculares y asignamos el cero al punto de intersección. Además debemos ubicar la unidad tanto en el eje horizontal, como el vertical a igual escala.



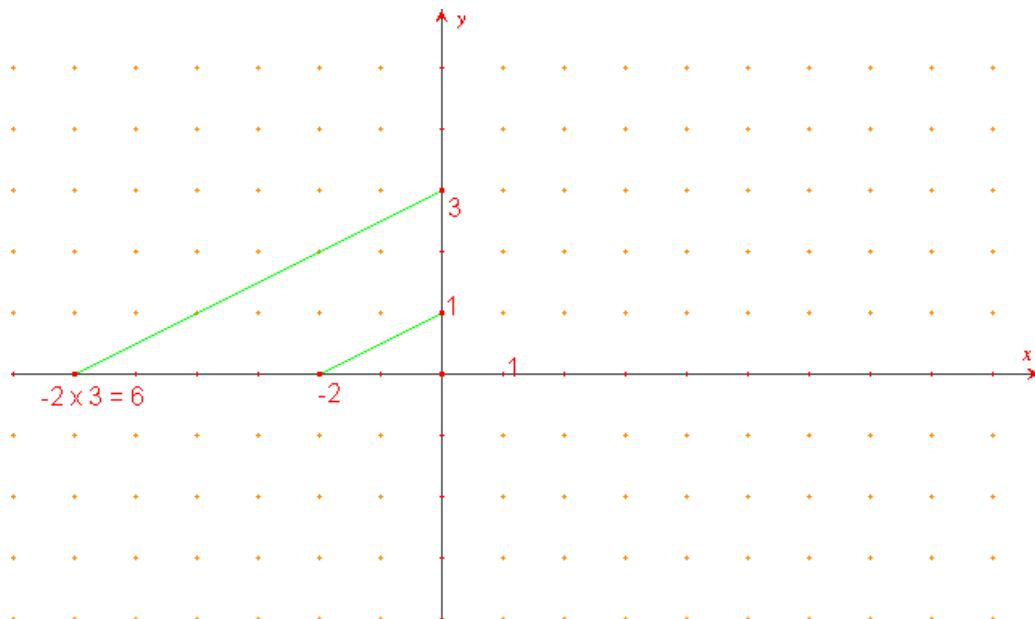
- Ubicamos cada uno de los números a multiplicar (factores), en uno de los ejes, dependiendo de su signo. Se observa en la figura anterior que el primer factor de la multiplicación indicada axb es a , y está ubicado en el eje de las abscisas, siendo un número positivo, pues está a la derecha del cero, mientras que el segundo factor se ubica en el eje de las ordenadas y es también positivo puesto que está en la parte de arriba del cero.
- A continuación vamos a trazar una recta $L1$ que pasa por el factor a de las abscisas y la pareja ordenada $(0,1)$ y luego desde el otro factor, es decir, desde b , trazamos una recta paralela a la anterior, hasta que intercepte al otro eje. El punto de intersección de estas nuevas rectas será el producto buscado, como se indica en la siguiente figura.



Nota: Como a y b son números enteros, entonces puede ocurrir que los dos factores tengan igual signo o signos diferentes. La ubicación en el sistema de coordenadas dependerá de dicho signo para los factores, así mismo el producto obtenido tomará el signo que le corresponde de acuerdo con su ubicación.

La justificación matemática de este método se basa en la semejanza de triángulos

Ejemplo:



Aplicaremos el método para la siguiente multiplicación: -2×3

1. Ubicamos la unidad en el eje vertical y en el horizontal.
2. Luego ubicamos cada uno de los factores en un eje diferente.
3. No podemos perder de vista, que uno de los factores es negativo, por lo tanto uno de ellos debe ir a la izquierda o debajo del cero y el otro que es positivo, debe ir arriba o la derecha del cero.
4. Ahora uno cualquiera de los dos factores, mediante un segmento, con la unidad del otro eje. En este caso se unió el -2 del eje de las abscisas con el 1 de las ordenadas.
5. Luego se traza un segmento paralelo al segmento anterior, que pase por el segundo factor, en este caso 3 y que cruce el otro eje.
6. El producto final es el punto de intersección de éste último segmento, que para este caso es -6 .

Pueden aplicar este método para multiplicación de números enteros con igual signo o signos contrarios, obtendrán resultados satisfactorios. La demostración de este método, como se mencionó líneas arriba, se basa en la semejanza de triángulos.

Algunas frases de este texto es tomado de:

<http://edumate.wordpress.com/2007/07/15/metodo-grafico/>

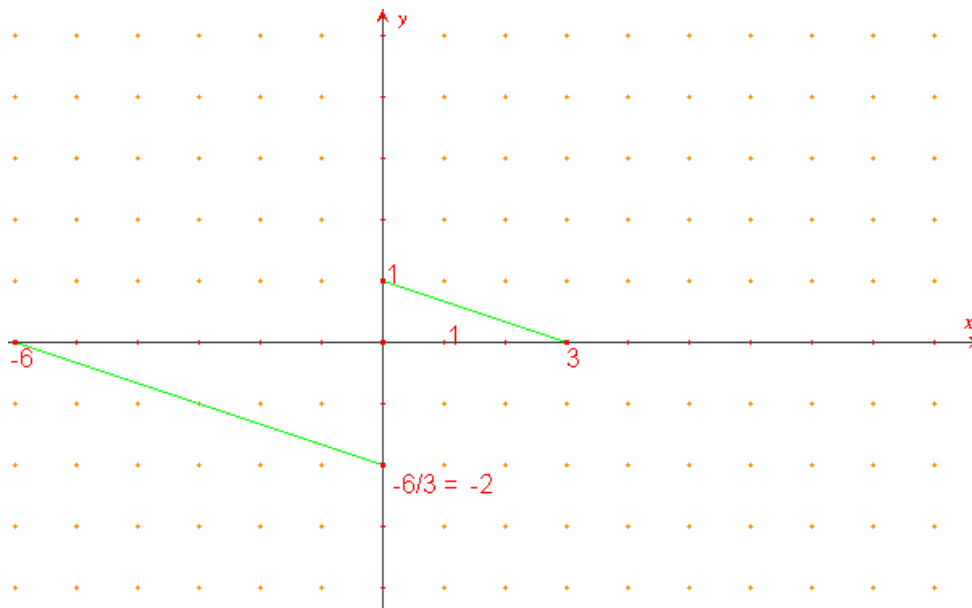
Fue rediseñado por: **Nancy Andrea Chica Agudelo**

DIVISIÓN CON ENTEROS

El método anteriormente descrito también puede utilizarse para representar el cociente de dos números enteros, para hacerlo vamos a tener en cuenta los siguientes pasos:

1. Se ubica la unidad en cada eje a igual escala.
2. Se ubican ambos números tanto el dividendo como el divisor, en el mismo eje y teniendo en cuenta los signos apropiados.
3. Desde el divisor se traza un segmento hasta la unidad que está en el eje contrario.
4. Y desde el dividendo se traza una recta paralela a la recta anterior hasta cortar el otro eje.
5. Ese punto de corte es el resultado de la división.

Ejemplo: $-6 \div 3$



- a. Ubicamos la unidad en ambos ejes.
- b. En este caso el dividendo es -6 y el divisor es 3. Entonces desde el 3 de las abscisas se traza un segmento hasta la unidad de las ordenadas.
- c. Luego desde el dividendo, -6, se traza un segmento paralelo al segmento anterior, de tal forma que corte al eje contrario.
- d. El punto de intersección de este último segmento con el eje, es el resultado de la división, en este caso el resultado es -2.

EJERCICIOS

RESUELVE LOS SIGUIENTES EJERCICIOS EN TU CUADERNO

1. -5×4

2. $10 \div -5$

3. -3×2

4. -2×-1

5. $-15 \div 3$

6. -2×-4

FUENTES DE INFORMACIÓN

- <http://edumate.wordpress.com/2007/07/15/metodo-grafico/>

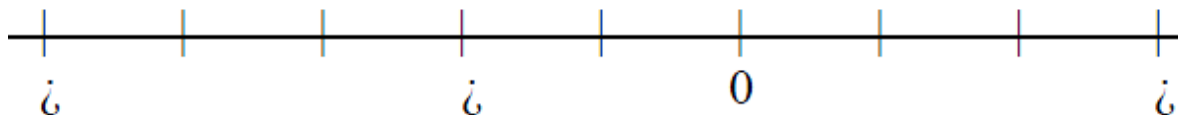
Guía elaborada por: Nancy Andrea Chica

PRUEBA DIAGNÓSTICO DE NÚMEROS ENTEROS

Con la siguiente prueba se busca verificar cuáles son los conceptos previos que se tiene acerca de los números enteros, no es necesario marcar la hoja.

1. Representa mediante un número entero cada información:
 - a. Mercedes tiene en el banco \$25000
 - b. Un submarino está a 150m bajo el nivel del mar
 - c. La temperatura mínima que ayer marcaron los termómetros fue de 3° bajo cero.
2. Ordena este grupo de números de **menor a mayor**:
-5, 3, -8, 12, -13

3. Indica qué números están representados en esta recta, sabiendo que cada segmento mide un unidad.



4. ¿Qué número entero es inmediatamente anterior al -12 y por qué?
5. Dadas las siguientes temperaturas de cinco días de la semana registradas en cierta ciudad del Sur de Chile. Responde:

Temperaturas	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Máxima °C	8	10	0	-3	15
Mínima °C	0	3	-1	-7	7

- a. ¿Qué día se registró la mayor temperatura y cuál fue?
- b. ¿Qué día se registró la menor temperatura y cuál fue?
- c. ¿Cuál fue la mayor temperatura del lunes?
- d. ¿Cuál fue la mayor temperatura del miércoles?
- e. ¿Cuál fue la menor temperatura del jueves?
- f. ¿En qué días se presentó la mayor variación de la temperatura?

6. Una persona que está a 2m de profundidad del mar y luego sube tres metros ¿queda exactamente sobre el mar, si o no? ¿Por qué?
7. Realiza las siguientes operaciones
- | | |
|-------------|-------------|
| a. $-6 - 8$ | c. $13 - 1$ |
| b. $5 - 13$ | d. $3 + 6$ |
8. Si alguno de los ejercicios escritos anteriormente no eres capaz de responder, explica aquí el motivo.

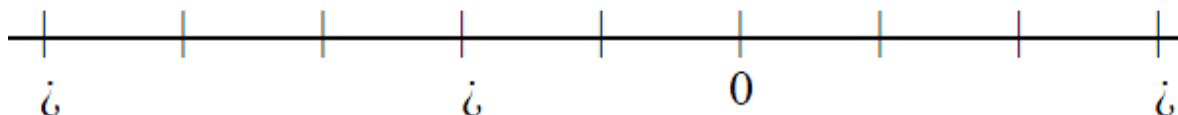
“Si buscas resultados distintos, no hagas siempre lo mismo”. Anónimo



PRUEBA FINAL, DESPUÉS DE LA INTERVENCIÓN

Con la siguiente prueba se busca verificar que tanto has aprendido sobre números enteros, no es necesario marcar la hoja.

1. Representa mediante un número entero cada información:
 - a. Mercedes tiene en el banco \$25000
 - b. Un submarino está a 150 m bajo el nivel del mar
 - c. La temperatura mínima que ayer marcaron los termómetros fue de 3° bajo cero.
2. Ordena este grupo de números de **menor a mayor**:
-5, 3, -8, 12, -13
3. Indica qué números están representados en esta recta, sabiendo que cada segmento mide un unidad.



4. ¿Qué número entero es inmediatamente anterior al -12 y por qué?
5. Dadas las siguientes temperaturas de cinco días de la semana registradas en cierta ciudad del Sur de Chile. Responde:

Temperaturas	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Máxima °C	8	10	0	-3	15
Mínima °C	0	3	-1	-7	7

- a. ¿Qué día se registró la mayor temperatura y cuál fue?
- b. ¿Qué día se registró la menor temperatura y cuál fue?
- c. ¿Cuál fue la mayor temperatura del lunes?
- d. ¿Cuál fue la mayor temperatura del miércoles?
- e. ¿Cuál fue la menor temperatura del jueves?
- f. ¿Cuáles fueron las variaciones netas en la temperatura de cada día?
- g. ¿En qué días se presentó la mayor variación de la temperatura?

6. Una persona que está a 2m de profundidad del mar y luego sube tres metros ¿queda exactamente sobre el mar, si o no? ¿Por qué?
7. Realiza las siguientes operaciones
- $6 - 8$
 - $5 - 13$
 - $13 - 1$
 - $3 + 6$

Resuelve las siguientes situaciones cómo consideres pertinente

8. De un costal de 900 naranjas se sacan diariamente 25 naranjas
- ¿Cuántas naranjas había de más hace tres días?
 - ¿Cuántas naranjas habrá menos, dentro de 5 días?
 - ¿Crees que esta situación tiene que ver con números enteros? ¿Por qué?
9. Si Mario debe al banco \$ 400000 y abona \$ 220000. ¿Qué pasa con su deuda? ¿Cómo lo expresas matemáticamente?
10. Si alguno de los ejercicios escritos anteriormente no eres capaz de responder, explica aquí el motivo.

“Si buscas resultados distintos, no hagas siempre lo mismo”. Anónimo



CONCLUSIONES DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICO

Representa mediante un número entero cada información:

- a. Mercedes tiene en el banco \$25000**
- b. Un submarino está a 150m bajo el nivel del mar**
- c. La temperatura mínima que ayer marcaron los termómetros fue de 3º bajo cero.**

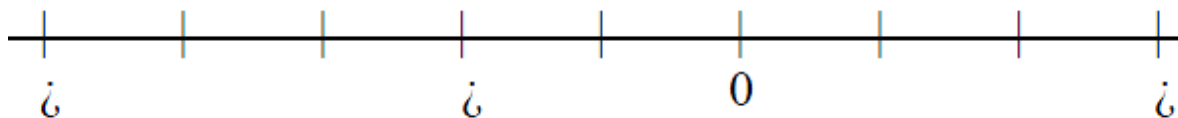
- ✚ El 100% de las estudiantes que presentaron la prueba no tienen claridad, sobre cómo representar numéricamente algunos enunciados con números enteros, la mayoría logran abstraer que la temperatura bajo cero se relaciona con un menos, pero sólo lo hacen basadas en sus conceptos previos, muestra de ello, es que en ocasiones ubican el signo menos detrás del número, es decir, no hay una construcción conceptual al respecto.

Ordena este grupo de números de menor a mayor:

-5, 3, -8, 12, -13

- ✚ El 60% de las estudiantes responden acertadamente la pregunta número 2, al parecer manejan el concepto de relación de orden en el conjunto de los números enteros, ya que es más de la mitad de las estudiantes.

Indica qué números están representados en esta recta, sabiendo que cada segmento mide un unidad.



- ✚ Las 36 estudiantes que participaron en la prueba, saben construir una recta numérica con números enteros, la ubicación que hacen de los números es la adecuada, escriben los positivos a la derecha del cero y los negativos a la izquierda.

¿Qué número es inmediatamente anterior al -12 y por qué?

- ✚ Un buen porcentaje de estudiantes logran descifrar que el número inmediatamente anterior al -12 es el -13, es una respuesta que es de esperarse, puesto que se evidencia que manejan el concepto de recta numérica retomado en el punto anterior. Sólo 10 estudiantes no responden correctamente a dicha pregunta. Es importante retomar aquí, que este tipo de pregunta tiene un orden de abstracción más alto que las demás trabajadas hasta el momento en esta prueba, sin embargo, se obtiene muy buenos resultados, puesto que las estudiantes se basan únicamente en sus preconceptos.

Dadas las siguientes temperaturas de cinco días de la semana registradas en cierta ciudad del Sur de Chile. Responde:

Temperaturas	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Máxima °C	8	10	0	-3	15
Mínima °C	0	3	-1	-7	7

- ¿Qué día se registró la mayor temperatura y cuál fue?
 - ¿Qué día se registró la menor temperatura y cuál fue?
 - ¿Cuál fue la mayor temperatura del lunes?
 - ¿Cuál fue la mayor temperatura del miércoles?
 - ¿Cuál fue la menor temperatura del jueves?
 - ¿En qué días se presentó la mayor variación de la temperatura?
- ✚ Con respecto al numeral 5, el cual tiene a su vez 6 preguntas, los resultados permiten concluir que más del 50% de las estudiantes saben diferenciar en un conjunto de números enteros, cuál es menor o mayor que el otro, es decir, corrobora lo dicho en el análisis de la pregunta número 2,

comprenden además, a lo que se refiere el concepto de variación que también hace referencia al concepto de relación de orden.

Una persona que está a 2m de profundidad del mar y luego sube tres metros ¿queda exactamente sobre el mar, si o no? ¿Por qué?

✚ Sólo 8 de las estudiantes responden en forma correcta el problema propuesto en el punto 6, referido al concepto de suma con números enteros, sin embargo, es un número alto y representativo, puesto que al no conocer nada sobre los números enteros, el poder resolver este tipo de situaciones muestran que hay un mínimo de preconceptos al respecto.

Realiza las siguientes operaciones

a. $-6 - 8$

c. $13 - 1$

b. $5 - 13$

d. $3 + 6$

✚ 30 de las 36 estudiantes no logran realizar correctamente las operaciones de suma y resta planteados en la pregunta número 7, es decir, la mayoría de las estudiantes no manejan el concepto de operaciones con enteros, sólo logran trabajar correctamente cuando ambos números son positivos, pero el caso en el que uno de los dos números es negativo o ambos son negativos las estudiantes prefieren no responder o no lo saben hacer, en especial si el número mayor es el negativo.

✚ Si se compara las respuestas de la pregunta 6 y 7, se nota que para las estudiantes es mucho más fácil resolver problemas con operaciones, donde interviene una situación de la vida diaria, que hacer ejercicios de tipo memorístico, además las representaciones gráficas ayudan y dinamizan mucho la comprensión de conceptos.

Con lo que se puede decir, que es más viable comprender las situaciones concretas o del contexto.

CONCLUSIONES GENERALES DE LA PRUEBA DIAGNÓSTICO

- ✚ El 100% de las estudiantes argumentan que no tienen idea de cómo operar con dos números negativos o con un número negativo y uno positivo, siendo mayor el negativo; aunque tratan de hacerlo, no obtienen la respuesta correcta.
- ✚ Se evidencia en las respuestas dadas por las estudiantes, que algunas preguntas generan mayor dificultad en el momento de resolverse, debido a que requieren mayor nivel de abstracción o más complejidad y no son suficientes los conceptos previos que se tienen al respecto.
- ✚ Se evidencia algunos errores o desconocimientos por parte de las estudiantes, lo cual buscará subsanarse con la intervención que se hará con las guías de números enteros.
- ✚ Para ser una prueba diagnóstico arroja unos buenos resultados, pues partiendo de que sólo tenemos como fundamento las nociones de las estudiantes, podría decirse que estas poseen excelentes herramientas o preconceptos que le permitirán comprender de manera más fácil y rápida todo lo relacionado con los números enteros
- ✚ La idea, es buscar estrategias que permitan que las estudiantes asocien las actividades a situaciones reales y logren generar interpretaciones bien comprendidas y en las que las reglas para memorizar sean mínimas.

CONCLUSIONES DE LA PRUEBA FINAL, DESPUES DE LA INTERVENCIÓN

Representa mediante un número entero cada información:

- Mercedes tiene en el banco \$25000**
- Un submarino está a 150 m bajo el nivel del mar**
- La temperatura mínima que ayer marcaron los termómetros fue de 3° bajo cero.**

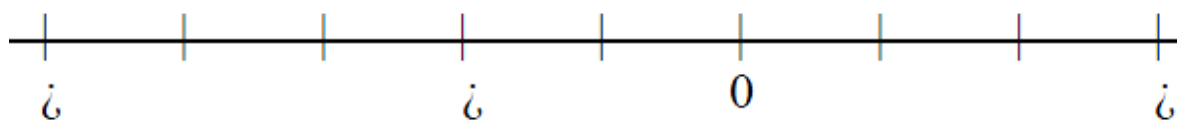
- Con respecto a la primera pregunta, donde se pide al estudiante que represente cada enunciado con un número entero, el 78% de las estudiantes responden acertadamente y tienen claridad sobre el símbolo que se debe utilizar para representar las diferentes situaciones con los números enteros.

Ordena este grupo de números de menor a mayor:

-5, 3, -8, 12, -13

- El 94% de las estudiantes tienen claridad sobre el concepto de relación de orden en los enteros, es decir, sólo dos de las estudiantes no saben cómo responder a la pregunta número dos.

Indica qué números están representados en esta recta, sabiendo que cada segmento mide una unidad.



- 32 de las 36 estudiantes saben construir correctamente una recta con números enteros, dos de las 4 restantes, manejan con claridad el hecho de que hacia la derecha son los números positivos y hacia la izquierda los negativos, pero se equivocan en cuanto a la ordinalidad, parece ser más un problema de concentración, las otras dos argumentan que no se acuerdan del tema, por lo descrito anteriormente, parece que el concepto de recta numérica se maneja de forma clara en el grupo 6A.

¿Qué número es inmediatamente anterior al -12 y por qué?

- Solamente el 36% de las estudiantes responden en forma correcta la pregunta cuatro, es uno de esos enunciados que generan algunas dificultades al analizar, porque la mayoría de las estudiantes dan una respuesta totalmente diferente a la esperada o en su defecto no la responden.

Dadas las siguientes temperaturas de cinco días de la semana registradas en cierta ciudad del Sur de Chile. Responde:

Temperaturas	Lunes	Martes	Miércoles	Jueves	Viernes
Máxima °C	8	10	0	-3	15
Mínima °C	0	3	-1	-7	7

- a. ¿Qué día se registró la mayor temperatura y cuál fue?
 - b. ¿Qué día se registró la menor temperatura y cuál fue?
 - c. ¿Cuál fue la mayor temperatura del lunes?
 - d. ¿Cuál fue la mayor temperatura del miércoles?
 - e. ¿Cuál fue la menor temperatura del jueves?
 - f. ¿Cuáles fueron las variaciones netas en la temperatura de cada día?
 - g. ¿En qué días se presentó la mayor variación de la temperatura?
- Con respecto a lo planteado en el punto 5, podría decirse, que desde el numeral a hasta el e, no se presenta mayor dificultad, pues más del 80% de las estudiantes las responden acertadamente, pero el numeral f, el cual fue anexado para la prueba final, creyendo que se tenía claridad con el concepto de variación, no es claro, pues más del 90% de la población que participó de la prueba, no la responden o lo hacen erróneamente, con lo que se deduce que falta claridad en el planteamiento de la pregunta o en el manejo del significado de la palabra variación. Y en el numeral g sólo lo responde el 86%, de las cuales sólo el 53% lo hacen en forma correcta, sin embargo, con esta respuesta se puede concluir que al utilizar la palabra variación en el numeral g hay mayor comprensión que

cuando se utiliza compuesta con la palabra neta en el numeral f, pues hay un mayor porcentaje con una respuesta acertada en el numeral g.

Una persona que está a 2m de profundidad del mar y luego sube tres metros ¿queda exactamente sobre el mar, si o no? ¿Por qué?

- La pregunta seis, la responden acertadamente más de la mitad de las 36 estudiantes del grupo, y sus argumentaciones son muy claras y fundamentadas según lo aprendido sobre operaciones con los números enteros. Es importante resaltar que la mayoría de estudiantes utilizan como estrategias para resolver este problema, la recta numérica y avanzan hacia arriba o hacia abajo, dependiendo de lo pedido y además adaptan como nivel del mar o punto neutro, el cero, logrando asemejar situaciones de su vida cotidiana con estructuras matemáticas.

Realiza las siguientes operaciones

- a. $6 - 8$
- b. $5 - 13$

- c. $13 - 1$
- d. $3 + 6$

- El 83% de la población responde acertadamente la pregunta número siete, lo que demuestra que quedó instaurado en ellas el concepto de operaciones con enteros; independientemente del signo que tengan los números, las estudiantes tienen claridad sobre cuál es la operación a realizar y los signos con los que debe quedar el resultado.

Resuelve las siguientes situaciones cómo consideres pertinente

En un costal de 900 naranjas se sacan diariamente 25 naranjas

- a. ¿Cuántas naranjas había de más hace tres días?
- b. ¿Cuántas naranjas habrán menos, dentro de 5 días?
- c. ¿Crees que esta situación tiene que ver con números enteros? ¿Por qué?

- La creación del punto 8 en la prueba final, busca indagar sobre el concepto de multiplicación en los enteros, pero basado en problemas, consta de tres enunciados de los cuales:
 - El a, sólo lo responde acertadamente el 36 % de las estudiantes, lo cual es un buen porcentaje, dado que, el concepto de multiplicación tratado a partir de problemas, es muy difícil de comprender, sin embargo, en este tema deberá ahondarse un poco más, con el objetivo de lograr una mejor comprensión del tema, basándose en problemas de la cotidianidad.
 - Mientras que para el numeral b, el 50% de las estudiantes responden correctamente, incluso incluyen el menos en su respuesta, del otro 50% que responden en forma incorrecta, sólo dos de las estudiantes no responden, las demás intentan hacer algo y se acercan un poco al procedimiento correcto, aunque al final no lleguen a cumplir el objetivo, esto muestra que mínimamente hay 34 estudiantes en la capacidad de racionalizar y plantear la solución de un problema de este tipo.
 - En el numeral c, cuya respuesta es más cualitativa, se trata de indagar si las estudiantes relacionan este tipo de situaciones de su vida diaria con el concepto de números enteros, y se obtiene, que el 50% no saben responder y el otro 50% piensan que si hay una clara relación, pero de ese 50%, 12 estudiantes hacen una fundamentación clara y verdadera sobre la relación que tiene el concepto de sacar naranjas, con el de números enteros.

Si Mario debe al banco \$ 400000 y abona \$ 220000. ¿Qué pasa con su deuda? ¿Cómo lo expresas matemáticamente?

- Con respecto a la pregunta número nueve, cuyo propósito es plantear una operación con enteros, a partir de un problema, se evidencia que más de la mitad de las estudiantes responden y plantean la operación en forma correcta, comprenden el significado de deber y tener y lo asocian a su representación simbólica con los enteros, además en su respuesta utilizan el signo menos, en lo que se puede leer, hay apropiación del concepto de enteros y buen manejo del

mismo a la hora de hacer operaciones con ellos y sobre todo en el momento de relacionarlos a temáticas manejadas en su vida diaria.

Si alguno de los ejercicios escritos anteriormente no eres capaz de responder, explica aquí el motivo.

- Para finalizar, en el último punto, donde se cuestiona sobre aquellas preguntas en los que se presenta mayor dificultad, el numeral f de la pregunta 5, fue la más referida, en particular porque no se comprendía con claridad el concepto de variaciones y en especial el significado de netas, es decir, las estudiantes no recordaban o no sabían a que hacía referencia el concepto de variaciones netas.

CONCLUSIONES GENERALES DE LA PRUEBA FINAL

- Durante la intervención se buscó que la mayoría de situaciones tuvieran algo de la vida diaria; esta prueba muestra que aquellas preguntas que son más desde lo cotidiano generan una mayor claridad de los conceptos, en este caso, el numeral 1, 5, 6 y 9, excepto el de multiplicación con enteros referido en el numeral 8.
- Hay una muy buena aprehensión del concepto de suma y resta con enteros, muestra de ello es el buen resultado obtenido en la pregunta número 7, al parecer las estudiantes tienen claridad sobre las operaciones con enteros, tema que ha sido en la mayoría de los casos, el meollo del aprendizaje de los enteros.
- Las nuevas preguntas que se crearon para esta prueba no fueron fáciles y generaron en las estudiantes un mayor razonamiento, por su nivel de complejidad.
- En esta prueba se muestra que las reglas de memorización son pocas y que lo que vale definitivamente, es el saber aplicar lo que se ha aprendido.
- La pregunta referida al contexto de dinero, es más fácil para la comprensión de la estudiante.

- No tiene sentido enseñar a manipular las operaciones con enteros, si no se ha sensibilizado en situaciones de la vida diaria que las contenga, sólo en ese momento el alumno le da el significado que se necesita y podrá utilizarlas de manera adecuada.

CONCLUSIONES COMPARATIVAS ENTRE LAS DOS PRUEBAS

- ❖ Con relación a la primera pregunta podemos verificar como se pasa de un 100% que no conoce el tema, ni sabe responder a la pregunta, a un 78%, que logra representar en forma simbólica enunciados matemáticos que involucran los enteros, es un buen porcentaje de estudiantes las que captan el tema y logran aplicarlo.
- ❖ La pregunta dos al igual que la uno, evidencia que hay un mayor número de estudiantes que la comprenden, pues pasa del 60% al 94% y aunque, en la prueba diagnóstica se obtuvo un número de estudiantes relativamente alto que responden acertadamente, es mucho mayor el porcentaje obtenido en la prueba final, es decir, que hay una buena aprehensión del concepto de relación en el conjunto de enteros y se logra que muchas de aquellas estudiantes que antes no tenían claridad sobre el tema puedan tenerla.
- ❖ En la pregunta 3, hay algo muy particular, pues en la prueba diagnóstica, la totalidad de las estudiantes responden acertadamente y para la prueba final, donde se espera un mejor resultado después de la intervención, se obtiene, que el número de estudiantes que responden acertadamente disminuye, aunque es un porcentaje alto el que responde acertadamente a esta pregunta y se evidencia claridad conceptual, queda como inquietud el por qué 4 de las 36 estudiantes lo responden en forma correcta sin tener nociones del tema y después de mínimamente haberlo conocido, lo hacen en forma equivocada, puede inferirse que después de conocer el tema, a las estudiantes se les dificulta más las preguntas con un corte más sencillo, esto posiblemente implica que son más analíticas.
- ❖ Para analizar la pregunta 4, debo comenzar diciendo, que muestra una contradicción con la pregunta tres, pues en este numeral se evidencia un buen manejo del concepto de relación de orden en el conjunto de los enteros, pero al responder la pregunta 4 que es del mismo tema no hay buen manejo del concepto; lo descrito anteriormente ocurre en particular, en la prueba final, pero al comparar lo ocurrido en la prueba diagnóstica y en la final es todavía más

contradictorio, pues antes de explicárseles el tema responde acertadamente más de la mitad de las estudiantes, mientras que después de la intervención, sólo aciertan una tercera parte, por la información que arrojan los resultados, en esta pregunta, al parecer el tema de ordinalidad con los enteros no queda claro para las estudiantes del grado sexto, en particular si lo que se busca es señalar el número anterior a uno negativo.

- ❖ Con la pregunta 5, se constata que aunque el resultado de la pregunta 4 no haya sido muy positivo, el concepto de relación de orden queda instaurado y comprendido por parte de las estudiantes, pues desde el numeral a hasta el f del punto 5, todas las preguntas hacen referencia a dicho concepto y el porcentaje de aciertos es muy alto; en referencia al numeral f y g de la prueba final, es claro que al utilizar la expresión “variación neta”, las estudiantes se confunden y no logran hacer un análisis claro de la pregunta y por ende de la respuesta, parece que el problema no es la palabra variación, porque en la prueba diagnóstico hubo un gran número que responden acertadamente, y allí también se utiliza dicha palabra, además en el numeral g de la prueba final también se utiliza y se percibe una mejor respuesta o claridad.
- ❖ Con respecto al problema del punto 6, relacionado con el concepto de operaciones con enteros, se debe partir de que las estudiantes después de la intervención, ya manejan otras estrategias que le permiten llegar a la respuesta correcta, entre ellas, la utilización de la recta numérica, es decir, logran, extrapolar una situación de la vida real a una aplicación en el contexto matemático.
- ❖ La pregunta 7, referida a operaciones con enteros tiene un alto porcentaje de aciertos, las estudiantes demuestran, que ya no sólo saben operar con números positivos, sino con cualquier número del conjunto de los enteros, de igual forma hacen la operación correcta e indican el signo correspondiente. La prueba diagnóstico, como era evidente muestra que la mayoría de las estudiantes no manejan este concepto, pero después de la intervención podría decirse que hay claridad al respecto.

- ❖ De acuerdo a la prueba final y al resultado obtenido en la pregunta 8, parece que se debe profundizar más en el tema de multiplicación basado en problemas, pues según se indica allí, aunque la multiplicación con enteros la manejan, en el momento de plantearsele con un problema de la vida diaria, deja de ser tan fácil y comienzan a tener confusiones, es especial en cuanto al manejo de los signos, pero ocurre lo contrario a los problemas relacionados con sumas y restas con enteros, los cuales captan de forma más rápida y con mayor claridad, esto se evidencia en la pregunta 9 de la prueba final, la cual obtiene un alto porcentaje de aciertos.

CONCLUSIONES GENERALES Y RECOMENDACIONES

- Al analizar los resultados de la prueba final, se puede concluir que la intervención fue exitosa, pues en la mayoría de los casos los porcentajes que apuntaban a la respuesta correcta, superó el 50% de las estudiantes.
- Las preguntas que apuntan o señalan aspectos del contexto, son en general más fáciles de resolver y trabajar, que aquellas que simplemente retoman reglas o algoritmos memorísticos.
- En la mayoría de estudiantes quedan nociones claras del concepto de números enteros y logran aplicarlo a su contexto, es decir, se logran los objetivos propuestos en esta intervención.
- Las operaciones con enteros dejan de ser el problema para convertirse en un modelo de aprendizaje de fácil acceso y aprehensión.
- En el momento de aplicar el concepto de enteros, las estudiantes se sienten más familiarizadas con el tema y logran trabajar incluso preguntas con un nivel de abstracción más elevado.
- Uno de los temas en que más se debe profundizar, es el de problemas con multiplicaciones en el conjunto de los enteros, el cual, se maneja mucho en la cotidianidad, aunque no es muy evidente.
- El hecho de trabajar la recta numérica horizontal y luego propiciar actividades en la guía dos, como el ascensor, en el que está implícitamente la recta numérica vertical, genera mayor comprensión y sobre todo mayor habilidad para trabajar el plano cartesiano, por eso en la guía 4 tuvieron una buena aceptación y se hizo asequible el tema a trabajar.

- Se recomienda proponer una guía en la que se incluya y se trabaje con mayor profundidad problemas de la vida diaria, que involucren el concepto de multiplicación con números enteros, para así lograr subsanar algunas falencias que quedaron con respecto a este tema.
- Se recomienda formular el numeral 8 de las pruebas aplicadas y todos los problemas relacionados con el concepto de multiplicación con enteros, sin especificar cantidades totales desde el principio, debido a que esto puede confundir al estudiante, además porque si en las preguntas no hay ninguna referencia a esa cantidad, no tiene sentido incluirlo.
- El trabajo con guías, favorece la creatividad y capacidad de investigación del estudiante y da paso a la adaptación de contenidos dependiendo de la población a la que va dirigida, por eso se puede considerar una excelente herramienta de trabajo para esta intervención, la cual apunta a que se logren los objetivos propuestos con mayor rapidez y calidad.
- Esta es una investigación formativa que puede servir de base para una investigación rigurosa en cuanto a la aplicación en contexto del concepto de números enteros.

BIBLIOGRAFÍA

- ◆ AUSUBEL, D.P. ; NOVAK, J.D. and HANESIAN, H. (1978). *Educational psychology : acognitive view*. 2nd. ed. New York, Holt Rinehart and Winston.
- ◆*Educational psychology: a cognitive view*. New York: Holt, Rinehart and Winston. 685 p.
- ◆ BRAND, G. los textos fundamentales de L. Wittgenstein. Madrid: Alianza. 1981. 187p.
- ◆ CASTRO, Encarnación; RICO, Luis y CASTRO , Enrique. Números y Operaciones, Fundamentos para una Aritmética Escolar. Madrid: Sintesis. Septiembre 1988.
- ◆ CORBALÁN, Fernando. La Matemática Aplicada a la Vida Cotidiana. Barcelona. Septiembre.1995.
- ◆ GARCÍA. Luis David. Enseñando A Enseñar Matemáticas. 1996-2011. [cita el 19 de Julio de 2011] Disponible en la Web <http://ciencias.jornada.com.mx/investigacion/ciencias-fisico-matematicas/investigacion/ensenando-a-ensenar-matematicas>
- ◆ KAMII, Constance. Documento La autonomía como fin de la educación, Programa regional de estimulación temprana UNICEF.
- ◆ LLANO RESTREPO, Claudia. Inventario Informal del Aprendizaje de las Matemáticas. Volumen 1. Editorial LAMBDA. 1.993. Medellín.
- ◆Dirección Pedagógica. Boletín Informativo DP-B001-08. Medellín. Enero 30, 2008.
- ◆ MACNAB, D. S y CUMMINE, J. A. La enseñanza de las Matemáticas de 11 a 16, Un Enfoque Centrado en la Dificultad. Madrid: Visor distribuciones. 1992.

- ◆ MOREIRA, Marco Antonio. Aprendizaje Significativo: Un Concepto Subyacente. Instituto de Física, UFRGS. Porto Alegre, RS, Brasil.
- ◆ Comportamentalismo, Constructivismo y Humanismo. Brasil: Porto Alegre. 2009. 66p
- ◆ ¿Por qué Conceptos, Por qué Aprendizaje Significativo, Por qué Actividades Colaborativas, Por qué Mapas Conceptuales? Universidad Federal do Rio Grande Do Sul. Brasil. Revista Qurriculum. Octubre 23 del 2010. 14p.
- ◆ PARRA, Cecilia y SAIZ, Irma. Didáctica De Matemáticas: Aportes Y Reflexiones. Buenos Aires: Paidós, 1994. 299 p.
- ◆ ANTIOQUIA. PEI colegio San José de las Vegas, sede Medellín.
- ◆ POLISEMIA DEL SIGNO menos en la introducción del número entero. Didáctica N° 56- 57. Julio – Diciembre 2010. p 36- 42
- ◆ VARGAS, Inmaculada; MACHUCA, Manuela y IRIARTE, Maria. Números Enteros. Madrid: Síntesis.
- ◆ VELEZ, Álvaro. Las Guías De Trabajo En La Enseñanza Personalizada: Práctica de la educación personalizada. Bogotá, Ed. Indoamérica, 1984
- ◆ WITTGENSTEIN, Ludwig. Investigaciones Filosóficas. Barcelona: Crítica. 1988. 547p.
- ◆Tractatus lógico-philosophicus: Introducción de Bertrand Russell al *Tractatus*. Barcelona: Altaya. 1994. 215p.
- ◆ <http://ciencias.jornada.com.mx/investigacion/ciencias-fisico-matematicas/investigacion/ensenando-a-ensenar-matematicas> *Assistant Profesor. Department Of Mathematics and Statistics. Sam Houston State University. Julio del 2011. [citado el 19 de octubre de 2011]

- ◆ <http://www.eduteka.org/MejoresPracticas.php> “Características de las mejores prácticas para enseñar matemáticas”. Octubre de 2.010