

LA FAMILIA BERNOULLI

Por

HOWARD EVES

Según el decir general, un familia posee a lo más un matemático sobresaliente aunque la mayoría de las familias no poseen ninguno. Así, buscando entre los antepasados, descendientes y parientes contemporáneos de ISAAC NEWTON no encontramos ningún otro matemático famoso. Sin embargo, hay excepciones a esta regla general. Por ejemplo, en los Estados Unidos de Norte-América encontramos a los dos LEHMER (padre e hijo) y a los dos BIRKHOFF (padre e hijo). Podemos también citar a los dos CASSINI (padre e hija), a finales del siglo XVIII y, por supuesto, a TEON e HIPATIA (padre e hija), quienes vivieron durante el ocaso de la época matemática en Grecia. Pero estos casos son relativamente raros. Es, pues, sorprendente el caso de la familia suiza BERNOULLI, la cual produjo en tres generaciones sucesivas no menos de ocho matemáticos notables.

La historia de la familia BERNOULLI empieza con los dos hermanos JACOBO BERNOULLI (1654-1705) y JUAN BERNOULLI (1667-1748), quienes se dedicaron a las matemáticas cuando empezaron a aparecer los trabajos de LEIBNIZ en el ACTA ERUDITORUM, abandonando sus anteriores vocaciones. Fueron unos de los primeros matemáticos que se dieron cuenta de la asombrosa potencia del cálculo y la aplicaron a una gran diversidad de problemas. Desde 1687 hasta su muerte, Jacobo ocupó la cátedra de Matemáticas en la Universidad de Basilea. En 1697 Juan fué pro-

(*) Traducción del artículo <<The Bernouilli Family>> de H. Eves, U. de Maine, aparecido en <The Math. Teacher> marzo de 1966.

fesor en la universidad de Groninga y ocupó, después de la muerte de su hermano en 1705, la cátedra de éste en Basilea, cátedra que desempeñó durante el resto de su vida activa. Los dos hermanos, a veces rivales, mantenían un intercambio casi incesante de ideas con Leibniz y entre ellos mismos.

Entre las contribuciones de Jacobo Bernoulli a las matemáticas, encontramos el primer uso de las coordenadas polares; la obtención, tanto en coordenadas cartesianas como en polares, de la fórmula que dá el radio de curvatura de una curva plana; el estudio de la catenaria, incluyendo cuerdas de densidad variable y cuerdas bajo la acción de una fuerza central; el estudio de otras curvas planas de grado superior; el descubrimiento de la isócrona o sea la curva a lo largo de la cual cae un cuerpo provisto de una velocidad vertical uniforme (que resultó ser una parábola semicúbica con una cúspide de tangente vertical); la determinación de la forma que toma una varilla elástica fija en uno de sus extremos y con un peso en el otro; la forma que toma una lámina rectangular fijando horizontalmente a la misma altura dos aristas opuestas y cargada con un líquido pesado; y la forma de una vela rectangular sometida a la acción del viento. Propuso también y discutió el problema de las figuras isoperimétricas (trayectorias planas cerradas de naturaleza dada y con perímetro fijo que incluyen un área máxima) y fué así uno de los primeros matemáticos que trabajaron en el cálculo de variaciones. Fué también uno de los primeros en estudiar la probabilidad matemática; el ARS CONJECTANDI, su libro sobre ese tema, fué publicado póstumamente en 1713.

Hay muchas cosas en matemática que llevan ahora el nombre de Jacobo Bernoulli. Entre ellas encontramos la distribución y el teorema de Bernoulli en estadística y teoría de probabilidades; la ecuación de Bernoulli que todo estudiante encuentra en un curso elemental sobre ecuaciones diferenciales; los números y los polinomios de Bernoulli, importantes en teoría de números, y la lemniscata de Bernoulli que se estudia en primer curso de cálculo. En la solución dada por Jacobo Bernoulli al problema de la curva isocrona, publicada en el ACTA ERUDITORUM en 1690, encontramos por primera vez la palabra <<integral>> con el mismo sentido que hoy le damos en Cálculo. Leibniz había llamado Calculus summatorius al cálculo integral; en 1696 Leibniz y Juan Bernoulli acordaron llamarlo Calculus integralis.

Jacobo Bernoulli estaba impresionado por la manera como la espiral equiangular se produce bajo varias transformaciones y pidió, como ARQUIMEDES, que se grabase una espiral sobre su tumba, con la siguiente inscripción: Eadem mutata resurgo (Volveré a surgir; igual aunque cambio).

La contribución de Juan Bernoulli a las matemáticas es aún más prolífica que la de su hermano Jacobo. Aunque celoso y antipático, fue uno de los maestros renombrados de su tiempo. Enriqueció el cálculo y su influencia hizo aceptar en la Europa Continental el poderío de esta nueva ciencia. Fueron sus aportes a este tema los que el marqués de L'Hospital (1661-1704), bajo un curioso acuerdo comercial con Juan, reunió en 1696 en el primer texto de cálculo. Esta es la razón por la cual el familiar método para calcular la indeterminación 0/0, llegó a conocerse, incorrectamente, en los textos de Cálculo posteriores como la regla de L'Hospital.

Juan Bernoulli escribió sobre una gran variedad de temas, incluyendo fenómenos ópticos (reflexión, refracción), la de terminación de las trayectorias ortogonales a familias de curvas; rectificación de curvas y cuadraturas de áreas utilizando series; trigonometría analítica, cálculo exponencial y otros temas. Una de sus obras más notables es su contribución al problema de la braquistócona, es decir, la determinación de la curva de descenso más rápido de una partícula pesada que se mueve entre dos puntos de un campo gravitacional; la curva resultó ser el arco de una cicloide adecuada. Este problema fue tratado también por Jacobo. La cicloide es también la solución al problema de la tautócrona, o sea determinar una curva a lo largo de la cual una partícula pequeña se mueve en tal forma que llega a un punto dado de la curva en el mismo intervalo de tiempo, sea cual fuere el punto inicial de la curva desde el cual parte la partícula. Este problema, tratado con más generalidad por Juan Bernoulli, Euler y Lagrange, había sido resuelto anteriormente por Huygens (1673) y Newton (1687) y aplicado por el primero en la construcción de relojes de péndulo.

Juan Bernoulli tuvo tres hijos, Nicolás (1695-1726) Daniel (1700-1782) y Juan (1712-1790), los cuales tuvieron todos renombre como matemáticos y científicos en el siglo XVIII. Nicolás, cuyas posibilidades en el campo matemático eran muchas, fue llamado a la Academia de San Petersburgo, donde desafortunadamente murió ahogado ocho meses después. Escribió sobre las curvas, las ecuaciones diferenciales y las probabilidades. Un problema que se propuso en San Petersburgo, llegó a ser conocido como la paradoja de San Petersburgo. El problema es el

siguiente: si A recibe un centavo al salir cara en el primer lanzamiento de la moneda, dos centavos si sale cara en el segundo, cuatro centavos si sale cara en el tercero etc, ¿cuál será la esperanza de A? .La teoría matemática demuestra que la esperanza de A es infinita, lo cual parece paradójico.

La paradoja de San Petersburgo fué estudiada por su hermano Daniel, quien sucedió a Nicolás en San Petersburgo. Daniel volvió a Basilea 7 años después. Fué el más famoso de los hijos de Juan y dedicó la mayor parte de sus energías al estudio de las probabilidades, la astronomía la física y en especial la Hidrodinámica. En las probabilidades formuló el concepto de esperanza moral y en su HYDRODINAMICA, de 1733, introdujo el principio de la hidrodinámica que lleva su nombre en todos los textos de física elemental. Escribió sobre las mareas, estableció la teoría cinética de los gases, estudió las cuerdas vibrantes y fué uno de los primeros en hacer incursiones en el campo de las ecuaciones diferenciales parciales. Ganó diez veces el premio de la Academia Francesa.

Juan (hijo), el más joven de los tres, estudió derecho pero pasó sus últimos años como profesor de Matemáticas en la Universidad de Basilea, como sucesor de su padre en este puesto, desde 1743. Se interesaba particularmente en la teoría Matemática del calor y de la luz. Recibió el premio de la Academia Francesa en tres ocasiones.

Hubo otro Nicolás Bernoulli en el siglo XVIII (1687-1759), sobrino de Juan y de Jacobo, quien logró renombre en Matemáticas. Este Nicolás ocupó la cátedra de Matemáticas en Padua, la misma que había ocupado Galileo. Escribió extensamente sobre Geometría, ecuaciones diferenciales, series y probabilidades. Más tarde enseñó Lógica y Derecho .

Juán Bernoulli (hijo) tuvo tres hijos Juan, Daniel y Jacobo. Juan como su padre estudió Derecho para luego tornarse hacia las Matemáticas. Cuando apenas tenía 19 años fue llamado por la Academia de Berlín para enseñar allí. Escribió sobre Astronomía, la doctrina de azar, los decimales recurrentes y las ecuaciones indeterminadas. Jacobo también estudió Derecho, pero luego llegó a ser profesor de Matemáticas en San Petersburgo. Sus obras están muy relacionadas con las de su tío y profesor Daniel Bernoulli. Descendientes de los Bernoulli aunque de menor importancia son Cristóbal (1782-1863) y Juan Gustavo (1811-1863).