CORRELACCIONES MATEMATICAS PARA LA OBTENCION DE RENDIMIENTO DE PRODUCCION, REMOCION DE CENIZAS Y PARTICION DE AGUA USANDO UN HIDROCICLON "SOLO AGUA"

MATHEMATICAL CORRELATIONS TO OBTAIN PRODUCTION YIELD, ASH REMOVAL, AND WATER PARTITION USING A "ONLY WATER" HYDROCYCLONE

JULIO ETAYO

Escuela de Ingeniería Química, Facultad de Ingeniería, Universidad del Valle, juliocesar.etayoruiz@gmail.com

JUAN BARRAZA

Escuela de Ingeniería Química, Facultad de Ingeniería, Universidad del Valle, jubarraz@univalle.edu.co

Recibido para revisar diciembre 16 de 2007, aceptado julio 30 de 2008, versión final agosto 26 de 2008

RESUMEN: Se obtuvieron correlaciones matemáticas de rendimiento de producción, remoción de cenizas y partición de agua para describir el comportamiento de un hidrociclon "solo agua" (usa solamente agua como medio denso) desde el punto de vista hidráulico y geométrico. Se utilizó un hidrociclón de 254mm de diámetro y un carbón de la mina la Yolanda (Valle del Cauca). La concentración másica de carbón usada fue entre 3.0 y 10.0% (p/p), la longitud del "vortex finder" entre 152.4 y 228.6mm y el diámetro del "apex" entre 19.1 y 44.5mm. A partir de las diferentes pruebas se obtuvieron rendimientos de producción entre 11.9 y 83.2% (p/p) y remociones de cenizas entre 41.8 y 95.2% (p/p). Las ecuaciones matemáticas obtenidas presentaron factores de correlación superiores al 98.7% lo cual predice buena confiabilidad entre los resultados experimentales y los teóricos.

PALABRAS CLAVE: Carbón, Beneficio, Hidrociclon "Solo Agua", Correlación Matemática.

ABSTRACT: Mathematical correlations of production yield, ash removal and water partition were obtained to describe the "only water" hydrocyclone (only water as heavy media) behavior from hydraulic and geometrical point of view. A hydrocyclone of 254 mm diameter and a coal from La Yolanda colliery (Valle del Cauca) were used. Mass concentration of coal between 30 and 10% (w/w), vortex finder length between 152.4 and 228.6mm and apex diameter in the range 19.1 to 44.5mm were used. Production yield between 11.9 and 83.2% (w/w) and removal ash between 41.8 and 95.2% (w/w) were obtained. Mathematical equations showed correlation factors up to 98.7%, which predicted good reliability between experimental and theoretical results.

KEYWORDS: Coal, Beneficiation, "Only Water" Hydrocyclone, Mathematical Correlation.

1. INTRODUCCIÓN

Por beneficio de carbones se entiende el uso de una o más operaciones de separación enfocadas a mejorar sus características desde el punto de vista del poder calórico, contenido de cenizas y azufre; es decir se busca concentrar el contenido de materia orgánica por reducción del contenido de materia mineral. El beneficio físico de carbones usando separaciones gravimetrícas se logra a través de la diferencia de densidad que existe entre la materia mineral y la materia orgánica del carbón. Las densidades relativas de la materia orgánica y la materia mineral están en los rangos de 0.90 a 1.70 y 2.0 a 5.0 respectivamente.

Previo a cualquier operación de separación se deben ejecutar operaciones de trituración v molienda las que además de producir la granulometría adecuada para un proceso de combustión específico libera la materia mineral atrapada dentro de la matriz orgánica del carbón [1] acentuando así la diferencia de densidades. La reducción de tamaño y la consecuente liberación de materia mineral se esquematizan en la figura 1.



Carbón sin quebrantar

Etapa 1 quiebre

Figura 1. Reducción de tamaño y liberación de la materia mineral

Figure 1. Size reduction and mineral matter liberation

La separación hidrociclónica es básicamente una separación por sedimentación acelerada haciendo uso de la diferencia de densidades entre los constituventes del carbón pero reemplazando la acción de la fuerza de gravedad por la acción de la aceleración centrifuga producto de una alimentación tangencial a presión en la cámara de alimentación. Esto puede llegar a tener un efecto doscientas veces mayor, produciendo tiempos de residencia bajos y gran capacidad de procesamiento en una pequeña unidad [2].

Un hidrociclón está compuesto por una cámara de alimentación en la parte superior, una cámara cilíndrica donde se desarrolla el vórtice y un fondo cónico donde se produce la separación. Posee adicionalmente dos salidas concéntricas a la cámara cilíndrica, una superior por donde se evacua el material de menor densidad y otra inferior por donde se evacua el material más denso. La alimentación puede ser tangencial o envolvente siendo ésta última la que ofrece un flujo más desarrollado v produce menor desgaste por fricción.

Generalmente un hidrociclón se ubica con sus salidas paralelas a la vertical; aunque mucho se ha discutido sobre la influencia de la posición sobre el desempeño de un hidrociclón, en la práctica se ha

demostrado que siempre que la presión de alimentación sea la adecuada esta variable no es influvente [3].

Las principales partes de un hidrociclón se muestran en la figura 2 y las dos posibles formas de alimentar la pulpa (carbón más agua) a un hidrociclón se esquematizan en la figura 3.



Figura 2. Partes de un hidrociclón Figure 2. Parts of a hydrocyclone



Figura 3. Tipos de alimentación al hidrociclon Figure 3. Type of feed to hydrocyclone

El principal objetivo de un hidrociclón es tratar un determinado caudal de pulpa y separarlo en dos fracciones, una llamada sobre flujo u "overflow" la que arrastra los elementos más finos y/o menos densos y otra llamada bajo flujo o "underflow" la que contiene los elementos más grandes y/o más densos y usualmente son más gruesos que el diámetro de corte.

La entrada tangencial de la alimentación al hidrociclón produce un movimiento en vórtice en tres dimensiones. Los perfiles de velocidad al interior de un hidrociclón a escala de laboratorio se muestran en la figura 4 [4, 5], donde se observa que

para los dos tipos de hidrociclón la velocidad axial es cero en las proximidades del eje formado por la pared exterior del "vortex finder" tomando los valores máximos en el interior del "vortex finder" y en las cercanías de la pared del hidrociclón, solo que de sentido contrario demostrando el efecto de separación.



Hidrociclón de cono largo

Hidrociclón de cono truncado

Figura 4. Perfiles de velocidad al interior de un hidrociclón [4, 5]Figure 4. Velocity profile inside of a hydrocyclone [4, 5]

En cuanto a la velocidad tangencial se presenta un comportamiento ascendente desde la pared del hidrociclón hasta su valor máximo en las proximidades del eje formado por la pared interior del "vortex finder" para luego tomar valor nulo al interior de éste a causa del cono de aire formado en esta zona.

El movimiento del vórtice produce un campo de fuerza centrífugo que impulsa las partículas hacia las paredes del equipo.

En su trayectoria radial, desde la alimentación en la periferia del equipo hasta el "vortex finder" o ápex, las partículas deben vencer la resistencia del fluido que se mueve hacia el eje del equipo. Por esta razón las partículas mayores y/o más densas llegan más cerca de las paredes y las menores y/o menos

densas son arrastradas hacia el eje del hidrociclón. De esta forma se establece un gradiente radial del tamaño y peso de las partículas.

La corriente axial separa las partículas finas y/o menos densas de las gruesas y/o más densas enviándolas en sentido opuesto, es decir que las partículas mayores bajan con la corriente descendente cercana a las paredes describiendo una trayectoria en espiral y salen por el ápex mientras que los finos y/o menos densos forman una espiral central ascendente y salen por el "vortex".

Las variables que usualmente se consideran en el comportamiento de un hidrociclón pueden agruparse en cuatro categorías.

Desde el punto de vista de la geometría del hidrociclón se relacionan el diámetro del hidrociclón., el area de alimentación, el diámetro del "vortex finder", el diámetro del "underflow", la longitud del "vortex finder", el ángulo del cono y la altura de la cámara de cilíndrica.

Desde el punto de vista del sólido se relacionan la distribución de tamaño de partículas (PSD por su sigla en ingles) que refleja como mínimo cualquiera de los siguientes rangos: $[d_{10}, d_{50} y d_{90}]$ o $[d_{20}, d_{50} y d_{80}]$ o $[d_{25}, d_{50} y d_{75}]$, la concentración de sólidos, la densidad del sólido y densidad a granel, el contenido de cenizas. y la curva de lavabilidad, la cual predice la densidad de separación y por ende el rendimiento a obtener.

Desde el punto de vista del líquido de transporte se relacionan la densidad y la viscosidad que junto con la concentración de sólidos permite calcular la reología de la pulpa.

Desde el punto de vista operacional se relacionan la presión de trabajo, el caudal a procesar, el tamaño de corte deseado y el contenido de cenizas deseado en el "overflow".

A través de la historia diferentes investigadores han tratado de inferir el comportamiento del hidrociclón encontrando ecuaciones con ciertas similitudes matizadas con factores de tipo empírico que corrigen sus experiencias [3].

Los dos parámetros a determinar en el diseño de un hidrociclon son el caudal de pulpa a tratar y el d_{50C} Las correlaciones reportadas en la literatura son de origen teórica, semiteórica y empíricas [3]. Las tablas 1 y 2 presentan un resumen de las diferentes ecuaciones reportadas en la literatura. En las ecuaciones de la tabla 1 se aprecia que todos las ecuaciones de diseño coinciden en que el caudal es función de la presión elevado al exponente 0.50, excepto por la ecuación de Plitt que utiliza un exponente de 0.56. Las ecuaciones reportadas recogen las diferentes características geométricas del equipo con diferente número de parámetros y todas involucran una constante que recoge un parámetro de ajuste bien por conciliación de unidades o por experiencia del autor.

En cuanto al diámetro de corte se aprecian varias coincidencias como la influencia de la diferencias de densidad entre el líquido y el sólido con exponente negativo de 0.50, la viscosidad con exponente de 0.50, como también la presencia de un factor de proporcionalidad y/o de ajuste.

Tabla 1. Ecuaciones de diseño para hidrociclones [3]Table 1. Design equations for hydrocyclones [3]

Autor	Capacidad
Dahlstrom (1948)	$Q = 0.002841 (D_F D_V)^{0.9} P^{0.5}$
Yoshioka (1955)	$Q = 0.000453 D_V^{0.95} D_F^{0.6} D_C^{0.45} P^{0.5}$
Lilge (1962)	$Q = 0.0062 \frac{D_C^{1.13} D_V^{0.8} P^{0.5}}{\left(1 - \frac{D_F}{D_C}\right)^{0.8} \left[\left(\frac{D_C}{D_V}\right)^{1.6} - 1\right]^{0.5}}$
Bradley	$D_{r}^{2}P^{05}$
(1965)	$Q = 9.6235 \times 10^{-4} \frac{D_{F}}{D_{C} \left[\left(\frac{D_{C}}{D_{V}} \right)^{1.6} - 1 \right]^{0.5}}$
Trawinski (1976)	$Q = KD_F D_V P^{0.5}$
	$K = \begin{cases} 0.00120014 & \text{Ciclón largo} \\ 0.0080 - 0.0010 & \text{Ciclón corto} \end{cases}$
Lynch-Rao (1975)	$Q = 0.009253 D_F^{0.86} D_V^{0.73} P^{0.42}$
Plitt (1976)	$Q = \frac{D_C^{0.21} D_F^{0.53} L_V^{0.16} (D_A^2 + D_V^2)^{0.49}}{55.2x 10^3 P^{-0.56} e^{(0.0031C_V)}}$
Mullar & Jull (1978)	$Q = 0.00094 D_C^2 P^{0.5}$
Arterburn (1982)	$Q = 0.000199 D_C^{1.87} P^{0.5}$

Las dos modelos más usadas en el diseño de un hidrociclón son los presentados por las ecuaciones de Plitt y de Lynch-Rao ya que presentan buena concordancia con los datos experimentales, siendo el modelo de Plitt el que mayor número de variables presenta. Adicionalmente dentro de su análisis estadístico Plitt involucró los datos obtenidos en la investigación de Lynch-Rao logrando con ello un campo más amplio de análisis [3].

Table 2. Cut size equations [5]				
Autor	Diámetro de corte			
Dahlstrom (1948)	$d_{50C} = 0.4537 \frac{(D_F D_A)^{0.68}}{Q_Z^{0.53}} \left(\frac{1.73}{\rho_S - \rho_L}\right)^{0.5}$			
Yoshioka (1955)	$d_{50C} = 0.3780 \frac{D_C^{0.1} D_F^{0.6} D_V^{0.68}}{Q_Z^{0.5}} \left(\frac{\mu}{\rho_S - \rho_L}\right)^{0.5}$			
Lilge (1962)	$d_{50C} = 0.3971 \frac{D_C^{1.13} D_F^{0.87}}{\left(1 - \frac{D_F}{D_C}\right)^{0.8}} \left[\frac{\left(1 - \frac{Q_G}{Q_Z}\right) \mu}{(\rho_S - \rho_L) Q_Z l_V} \right]^{0.5}$			
Bradley (1965)	$d_{50C} = 0.002255 \frac{D_F}{D_C^2} \left[\frac{tg\left(\frac{\theta}{2}\right) \left(1 - \frac{Q_G}{Q_Z}\right) \mu}{(\rho_S - \rho_L) Q_Z D_C} \right]^{0.5}$ $\theta = \text{ángulo del cono}$			
Trawinski (1976)	$d_{50C} = K \left(\frac{D_F D_V}{L_V}\right)^{0.5} \left(\frac{\mu}{(\rho_S - \rho_L)}\right)^{0.5} P^{-0.25}$ $K = \begin{cases} 39 - 44 \\ \text{Usualmente } 39 \end{cases}$			
Lynch-Rao (1975)	$d_{50C} = 0.004 D_V - 0.00576 D_A + .00366 D_F + 0.029 C_W - 0.0083 Q_Z + 0.0806$			
Plitt (1976)	$d_{50C} = 09771 \frac{D_C^{0.46} D_F^{0.6} D_V^{1.21} e^{0.63C_V}}{D_A^{0.71} L_V^{0.38} Q_Z^{0.45} (\rho_S - \rho_L)^{0.5}}$			
Mullar & Jull (1978)	$d_{50C} = 2.6539 \frac{D_C^{0.675} e^{(-0.301+0.945C_F^2 + 0.0000684C_F^3)}}{P^{0.3} (\rho_S - \rho_L)^{0.5}}$			
Arterburn (1982)	$d_{50C} = \frac{0.623 D_C^{0.66}}{(3.27 - P^{-0.28})^{-1}} \left(\frac{53 - C_V}{53}\right)^{-1.43} \left(\frac{1.65}{\rho_S - \rho_L}\right)^{0.5}$			

Tabla 2.	Ecuacion	ies para	el diámetro	de corte	[3]
	Table 2.	Cut size	e equations	[3]	

Los modelos presentados en las tablas 1 y 2 fueron productos de experimentación con calizas y arcillas teniendo pequeños tamaños de partícula, no diferencian el comportamiento del hidrociclón en los dos tipos de descarga posibles ni tampoco predicen el flujo de agua en cada una de las corrientes de salida del hidrociclón [6].

El tipo de descarga que se obtiene en un hidrociclón así como la relación de los caudales

obtenidos en el "overflow" y "underflow" se puede predecir en función de la relación de diámetros del "apex" y del "vortex finder" [6]. Se ha definido que un hidrociclón produce una descarga tipo "rope" como aquella en la que el material que compone el caudal del "underflow" cruza el "apex" de manera paralela al eje del hidrociclón mientras que la descarga tipo "spray" es aquella cuando se forma una sombrilla o cono invertido de 30 a 45° con respecto al mismo eje en el "underflow" [20].

Por otro lado, la viscosidad aparente de pulpa se ha correlacionado como una función de la viscosidad del líquido y la fracción volumétrica de sólidos presentes. En general se ha demostrado que las pulpas formadas por fluidos newtonianos poseen un comportamiento newtoniano y las pulpas carbónagua son un ejemplo típico. Un modelo muy utilizado para evaluar la viscosidad aparente de pulpas es el de Arrhenius, el cual tiene un buen soporte experimental [7].

El diseño y la simulación de los hidrociclones así como su uso, entre ellos el beneficio de carbones, data de más de un siglo atrás [8]. Este estudio surge del proyecto de transferencia de tecnología "Planta para beneficiar carbones del Cauca y Valle del Cauca" financiado por Colciencias, el cual determinó a través de proveedores globales de Ingeniería que los equipos más adecuados para el beneficio de carbones de partícula media son los llamados "solo agua", "automedium cyclone", "only water" o hidrociclones de cono truncado, es decir, los hidrociclones que trabajan solamente con agua como medio denso.

Para la selección y dimensionamiento del hidrociclón de cono truncado para el beneficio acuoso de carbones se tuvo en cuenta los siguientes factores:

- 1. Los proveedores de hidrociclones internacionales, quienes poseen un amplio "know-how", pero los costos son elevados.
- Los fabricantes de hidrociclones nacionales, quienes fabrican este tipo de equipos para la industria minera del Departamento de Antioquia (Colombia). Estos fabricantes usualmente desarrollan sus productos en forma empírica.
- 3. Los modelos matemáticos a partir de las ecuaciones de variación que intentan predecir el comportamiento de un hidrociclón sujetos a simplificaciones y corroboración de datos en hidrociclones de tamaño reducido (5 cm. de diámetro) y bajas granulometrías (100% pasante 50μ m) [4, 5].
- 4. Las diversas correlaciones detalladas en las tablas 1 y 2 para el diseño, usadas en simuladores de proceso como MODSIM y

ASPEN, las cuales son fundamentalmente el resultado del diseño experimental pero en unas fronteras de granulometría muy distantes a los requerimientos de un carbón térmico con destino a combustión en calderas de parrilla viajera. Esas correlaciones son producto de estudios sobre caliza y cal con granulometría 100% pasante 4.700 μ m [3, 9, 10, 11] y no involucran la totalidad de las variables que influyen en el comportamiento del hidrociclón.

El objetivo de este trabajo fue desarrollar correlaciones matemáticas para un hidrociclón a escala piloto en el campo específico del beneficio de carbones involucrando la inferencia de los diferentes aspectos geométricos y operativos. Se buscó obtener correlaciones matemáticas para predecir el rendimiento de producción, la remoción de cenizas y los flujos de salida de agua en un hidrociclón "solo agua".

Para la obtención de las correlaciones se utilizó el método PI-BUCKINGHAM buscando disminuir el número de experiencias requeridas y por tanto el costo de la experimentación [12].

2. METODOLOGÍA EXPERIMENTAL

Para las diferentes corridas experimentales se utilizó un carbón proveniente de la mina "La Yolanda", ubicada en el corregimiento de la Buitrera (Valle del Cauca) y explotada por la Sociedad Minera CARJESH Ltda., caracterizado por poseer un contenido de cenizas entre 20 y 26%. Se seleccionó un lote de 5.0m³ para realizar todas las corridas. Las corridas experimentales se realizaron por duplicado.

El beneficio físico se llevó a cabo en un hidrociclón "solo agua" de cono truncado de 254mm de diámetro construido con diseño modular en poliuretano con un ángulo de 20° de conicidad acoplado a un cono inferior de 110° y capacidad de intercambiar la longitud del "vortex finder" a 152.4x76.2mm y 228.6x76.2mm al igual que dos boquillas de "apex" de 25.4 y 44.5mm. El equipo con un volumen total de 0.012m³ fue construido por la compañía TDI Poliuretano (Medellín). El hidrociclon utilizado es el equipo principal de una planta piloto de 6 ton/h de capacidad. Mayores detalles de esta planta de beneficio de carbón se encuentran en el trabajo de Etayo [13].

Con el fin de visualizar el tipo de descarga "rope" o "spray", el rango de la relación diámetro "apex"/diámetro "vortex finder", D_A/D_V utilizado en este estudio fue desde 0.25 hasta 0.58. Debido a la magnitud de la experimentación a nivel de planta piloto, escala de kilogramos, para el diseño experimental se escogieron las variables manipulables concentración másica de sólidos, longitud del "vortex finder" y diámetro del "apex". Las variables no controlables y/o no manipulables fueron la humedad del carbón alimentado, la presión de alimentación, el ángulo del cono, la densidad del carbón y la viscosidad de la pulpa, mientras que las variables de respuesta fueron la Remoción de Cenizas, RC, el Rendimiento de Producción, RP y la Partición de Agua, PA.

El diseño experimental de las pruebas se realizó a través del concepto del diseño factorial del tipo 2^{K} , donde con dos niveles máximo (+) y mínimo (-) de cada una de las tres variables manipulables, se definieron ocho (8) corridas experimentales [14]. El rango de operación de las variables geométricas surgió del cálculo de construcción del equipo [15] y de una concentración máxima recomendada de 20% p/p de sólidos [11].

3. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

3.1 Correlación Matemática General

Para la obtención de las correlaciones se utilizó la metodología PI-BUCKINGHAM a fin de reducir el número de corridas experimentales debido a que las variables consideradas para evaluar el comportamiento de un hidrociclón, hacen muy extensa y costosa la fase experimental.

Los números adimensionales definidos a través de dos metodologías diferentes consideradas dentro del análisis dimensional se detallan en Etayo [13]. En general, para la obtención de los modelos se planteó la variable de respuesta, Vrespuesta, a estudiar mediante la ecuación 2, la cual es la forma explicita de la ecuación 1 que plantea el comportamiento del hidrociclón en función de los aspectos fluidodinámicos y geométricos.

$$V_{\text{Respuesta}} = \Gamma_1(Fluidodinámica, Geometría)$$
(1)

$$V_{\text{Respuesta}} = K_1 [\text{Re}]^a [Eu]^b [N_R]^c [L_N]^d + K_2$$
(2)

Donde Re y Eu, representan los números adimensionales de Reynolds y Euler. NR y LN indican el número de Restricción y el numero Longitud Normalizada del "vortex finder", definidos por los autores del presente trabajo, los cuales representan los aspectos geométricos del hidrociclón. Los números adimensionales anteriores tienen en el hidrociclon un importante significado físico y se expresan por las siguientes ecuaciones:

$$Re_{c} = \frac{vD_{c}\rho_{s}}{\mu_{s}} = \frac{\text{Fuerza Inercial}}{\text{Fuerza Viscosa}}$$
(3)

$$Eu = \frac{2P}{\rho_s v^2} = \frac{\text{Fuerza de Presión}}{\text{Fuerza Inercial}}$$
(4)

$$N_{R} = \frac{D_{V}^{2} + D_{A}^{2}}{D_{F}^{2}} = \frac{\text{Area de salida}}{\text{Area entrada}}$$
(5)

$$L_{N} = \frac{L_{v}}{D_{c}} = \frac{\text{Longitud "vortex finder"}}{\text{Diámetro del Hidrociclón}}$$
(6)

La ecuación 2 introduce un parámetro de ajuste, K_2 , el cual tiene por objeto mejorar la correlación existente entre los datos reales y los teóricos como un símil de la evolución de las correlaciones para el número de Nusselt obtenidas por análisis dimensional y ajustadas a cada situación particular donde los exponentes deberán obtenerse por un adecuado método de regresión [16,17].

La solución a los modelos planteados se llevó a cabo mediante la técnica de Algoritmos Genéticos a través del software *Evolver 4.0 for Excel versión demo*. El algoritmo se configuró para minimizar el error relativo máximo resultante entre la variable medida y la variable calculada y a su vez optimizar el coeficiente de correlación entre los datos reales y los calculados por cada modelo obtenido. La principal ventaja de la optimización mediante algoritmos genéticos es la alta probabilidad de hallar óptimos globales. Esto permite presentar modelos asertivos en todo el conjunto de datos obtenidos experimentalmente [18,19].

3.2 Resultados Experimentales

Los datos experimentales para las 8 corridas realizadas necesarios para encontrar los parámetros (K1, K2 a, b, c y d, ecuación 2) de los modelos matemáticos se encuentran en la tabla 3. Los resultados reportados muestran que en todas las corridas experimentales efectuadas se logró reducir el contenido de cenizas y que el grado de remoción de cenizas depende de las condiciones de operación.

Para el caso específico de este estudio se demostró que operar en una descarga tipo "rope", favoreció el balance entre el rendimiento de producción y la remoción de cenizas en una sola etapa de beneficio, lo cual seguramente puede mejorar el resultado global de la operación.

Lo anterior confirmó que cuando se trate de beneficio de carbones, en los rangos de experimentación aquí tratados, se debería trabajar por fuera de las características denominadas como Condiciones Normales de Operación "CNO" [6] donde se prefiere la descarga tipo "spray" obteniendo un mayor caudal en el "underflow" que en el "overflow".

3.3 Correlación Matemática para el Rendimiento de Producción, *RP*

El rendimiento de producción se define como la relación entre la cantidad de carbón seco obtenido en el "overflow" y la cantidad de carbón seco efectivamente alimentada al hidrociclón

Debido a la sedimentación presentada en el tanque de agitación, a causa de la diferencia de alturas existente entre la base del tanque agitador y la succión de la bomba, los cálculos se basaron en el carbón efectivamente alimentado y no en la cantidad de carbón usada para preparar la pulpa. Por lo tanto, se obtuvieron concentraciones másica entre el 3.0 y el 9.0% en contraste al rango esperado, 5.0 a 15.0%.

Las ecuaciones para evaluar el RP, y el balance de materia se muestran en las ecuaciones 7 y 8.

$$RP = \frac{m_{c_{Ov}}}{m_{c_{M}}} 100 \tag{7}$$

$$m_{c_{Al}} = m_{c_{Ov}} + m_{c_{Uf}}$$
 (8)

donde m_c denota la cantidad másica de carbón seco y los subíndices *Al*, *Ov*, *Uf* representan a la alimentación efectiva al hidrociclón, al "overflow" y al "underflow" respectivamente.

Los valores de los datos obtenidos a partir de las diferentes corridas experimentales se introdujeron en el software y arrojaron las correlaciones descritas por la ecuación 9.

$$RP = \begin{cases} 5.68 \times 10^{2} \frac{Eu^{0.100}}{\left[\frac{\text{Re}}{10^{4}}\right]^{4.911}} + 0.517 & \text{Descarga Rope} \\ 9.61 \times 10^{2} \frac{Eu^{0.138}}{\left[\frac{\text{Re}}{10^{4}}\right]^{4.956}} + 0.080 & \text{Descarga Spray} \end{cases}$$
(9)

Las ecuaciones obtenidas presentan factores de correlación de 0.942 y 0.938 y errores máximos de 9.29% y 27.40% para las descargas tipo "rope" y "spray" respectivamente. Lo anterior demuestra un buen nivel de certidumbre de las correlaciones obtenidas. La figura 5 ilustra la correlación para el *RP* entre los datos calculados a partir de los modelos obtenidos y los datos reales en cada una de las corridas.

Se obtuvieron rendimientos de producción desde 11.9% hasta 82.3% dependiendo del tipo de prueba seleccionada. Esto indica que la operación del hidrociclón puede ajustarse de acuerdo al contenido de cenizas deseado en el producto a fin de obedecer a un balance económico del proceso.

De los datos obtenidos en las diferentes corridas experimentales, consignados en la tabla 3, y de la correlación obtenida se aprecia que existe una relación inversa, de tipo lineal, entre la remoción de cenizas y el rendimiento de producción. Esto se evidencia en la figura 6, en la cual se puede determinar la RC una vez se fije el RP y viceversa, así como el tipo de descarga bajo la que debe operar el hidrociclón

Drucha No.	4	q	5	7	2	11	12	6
Tino de Prueba	1	1	2	2	3	3	3	6
Presión (kPa)	62.03	62 03	48.24	48.24	62.03	62.03	62.03	55.13
Tiempo Operación (s)	45.00	45.00	45.00	45.00	45.00	40.00	45.00	45.00
Concentración másica. Cw (%)	4.09	3.40	4.64	4.17	3.80	3.02	3.10	9.60
Concentración Volumétrica, Cv (%)	3.82	3.10	4.21	3.76	3.43	2.85	2.95	8.60
Rendimiento Producción, RP (%)	57.72	59.37	11.85	11.95	56.96	59.34	57.89	30.68
Remoción de Cenizas, RC (%)	70.80	70.71	95.16	94.49	72.78	67.70	67.51	85.32
Cenizas Alimento, Cen _F (%bs)	16.98	19.60	17.91	16.19	21.77	19.72	21.39	17.17
Cenizas Underflow , Ceny (%bs)	28.43	34.11	19.33	17.37	36.81	32.83	34.29	21.13
Cenizas Overflow, Ceno (%bs)	8.59	9.67	7.32	7.46	10.40	10.73	12.00	8.21
SI alimentación	0.196	0.192	0.198	0.190	0.190	0.199	0.218	0.245
d50 Alimentación (mm)	3.59	3.51	3.81	3.02	3.89	2.66	2.48	5.16
Número de Euler, <i>Eu</i>	1.541	1.474	1.085	0.894	1.214	1.212	1.569	1.118
Número de Reynolds, <i>Re</i>	55,457	59,557	56,813	64,551	64,195	66,765	58,270	44,601
Número de Restricción, N _R	1.77	1.77	2.14	2.14	1.77	1.77	1.77	2.14
Longitud Normalizada, L _N	0.60	0.60	0.60	0.60	0.90	0.90	0.90	0.60
Función de Partición, FP	12.685	13.611	9.450	9.386	18.063	21.625	21.408	6.524
Partición de Agua, PA	0.967	0.984	3.084	2.973	0.625	0.692	0.749	2.020
Prueba No.	14	16	8	10	1	3	13	15
Tipo de Prueba	4	4	5	5	7	7	8	8
Presión (kPa)	62.03	62.03	48.24	48.24	62.03	62.03	48.24	48.24
Tiempo Operación (s)	45.00	45.00	45.00	45.00	70.00	45.00	35.00	58.00
Concentración másica, Cw (%)	7.14	6.76	6.73	7.14	9.56	7.05	8.07	8.23
Concentración Volumétrica, Cv (%)	6.70	6.32	6.47	6.88	9.59	6.70	7.72	7.77
Rendimiento Producción, RP (%)	18.21	19.69	81.56	83.21	69.27	67.80	50.42	49.74
Remoción de Cenizas, RC (%)	92.90	92.50	46.19	41.85	55.80	58.31	81.56	12.12
Cenizas Alimento, Cen _F (%bs)	22.73	20.47	15.22	14.52	14.50	17.71	16.41	17.87
Cenizas Underflow , Cenu (%bs)	25.82	23.58	38.13	36.19	26.32	32.07	27.00	25.85
Cenizas Overflow, Ceno (%bs)	8.87	7.80	10.04	10.15	9.25	10.89	6.00	9.80
SI alimentación	0.200	0.167	0.194	0.200	0.222	0.205	0.181	0.176
d50 Alimentación (mm)	2.56	3.04	3.19	4.13	2.66	3.79	2.57	2.59
Némera da Eular, Eu	1.461	1 //9	1 100	1.075	1 365	1 389	1 244	1,288
Numero de Euler, Eu	46 910	48 371	48 171	47 617	39 799	48,100	41.843	40,989
Número de Regiliolos, Re	214	214	1 77	1 77	1.77	1.77	2.14	2.14
Numero de Restriccion, n g	2.14 n.an	n an	0.60	0.60	0.90	0.90	0.90	0.90
	1.1.201	1 20		0.00	0.00	0.00	0.00	
Longitud Normalizada, LN Euroción de Portición, EP	14 490	16 694	13 580	16 306	22 035	16 780	26 840	24 651

Tabla 3. Datos consolidados de las pruebas experimentalesTable 3. Consolidated data of experimental runs

Los resultados encontrados muestran que se obtuvieron mayores rendimientos de producción bajo las condiciones de descargas tipo "rope". Esta condición reviste gran importancia puesto que a diferencia del beneficio de materiales metalúrgicos en donde se han definido las *CNO*, en el caso del beneficio de carbones en una sola etapa, el rendimiento de producción posee vital importancia para la evaluación económica de una planta de beneficio.



Figura 5. Correlación del modelo para el rendimiento promedio de producciónFigure 5. Model correlation for average production yield

En el caso de descarga tipo "rope" el mayor rendimiento de producción obtenido fue 82.3%. Este se obtuvo con la prueba 5 es decir, usando un nivel alto de concentración másica, mayor a 6.0%, mayor restricción del flujo en el "apex", menor diámetro de "apex" 25.4mm y menor longitud del "vortex finder", 152.4mm. En el caso de descarga tipo "spray" el mayor rendimiento de producción fue de 50.4%. Este se obtuvo en la prueba tipo 8 donde se usó un nivel alto de concentración másica, mayor a 8.0%, mayor diámetro de "apex", 44.5mm, y mayor longitud del "vortex finder" 228.6mm.

Se observó también que un menor diámetro en el "apex" incrementa la probabilidad de mayor salida de flujo por el "overflow" y produce menores valores del número de restricción, N_R , cuando el diámetro del "vortex finder", D_V y de la alimentación, D_F son constantes, obteniendo un mayor valor de RP. En el modelo se aprecia que al disminuir N_R , RP se incrementa.

Por otro lado, se encontró que una menor longitud del "vortex finder" disminuye la tortuosidad del flujo hacia la parte superior del equipo y proporciona menores valores de la longitud normalizada, L_N . En el modelo se aprecia que al disminuir L_N , RP se incrementa. Aunque la presión no fue una variable objeto de este estudio el modelo es concordante con la teoría de obtener mayores rendimientos de producción al incrementar la presión. El RP se incrementó cuando se aumentó Eu.

El *RP* se incrementó, en ambos tipos de descarga, cuando se incrementó la concentración másica de sólidos debido al efecto exponencial de la concentración sobre la viscosidad (*Re*) tal como fue corroborado por los resultados obtenidos en las corridas experimentales 5 y 8. En forma contraria el *RP* decreció cuando se incrementó el contenido de cenizas del carbón alimentado y la velocidad de la pulpa referida al área de sección transversal del hidrociclón (*Re, Eu*). Lo anterior se aprecia en los resultados obtenidos en las corridas experimentales 14 y 16. Igualmente el *RP* decreció cuando se incrementó el tamaño de partícula alimentado, d_{50F.,} Este efecto se evidencia en las corridas experimentales 2, 11 y 12.

3.4 Correlación Matemática para la Remoción de Cenizas, *RC*

La Remoción de Cenizas, *RC*, se define como la relación másica de ceniza entre el "overflow" y la alimentación. La RC se evaluó mediante un balance de materia al contenido de cenizas, en cada una de las corrientes del hidrociclón y para su determinación se utilizaron las ecuaciones 10 y 11

$$RC = \frac{C_{Uf}}{C_{Al}} 100 = \frac{m_{c_{Uf}} \% C_{Uf}}{m_{c_{Al}} \% C_{Al}} *100$$
(10)

$$m_{C_{Al}}^{0} C_{Al} = m_{c_{Ov}}^{0} C_{Ov} + m_{c_{Uf}}^{0} C_{Uf}$$
 (11)

donde C_{Ab} C_{Ov} , $C_{U\beta}$ % C_{Ab} % C_{Ov} y % C_{Uf} denotan el contenido de cenizas y porcentaje de cenizas, todos en base seca, en la alimentación efectiva al hidrociclón, en el "overflow" y en el "underflow" respectivamente.

La correlación matemática de remoción de cenizas obtenida de los datos de la tabla 3 y de la figura 6 se describe por las ecuaciones (12a) y (12b). Este modelo es de gran importancia puesto que predice el RP, una vez se fija la RC, indicando además el tipo de descarga que debe operar el hidrociclón dependiendo de los requerimientos del beneficio.

$$RC = \begin{cases} 6.18x10^{2} \frac{Eu^{0.100}}{\left[\frac{\text{Re}}{10^{4}}\right]^{4.911}} N_{R}^{2.150} L_{N}^{2.160}} + 0.77 & \text{Descarga Rope} \\ 4.52x10^{2} \frac{Eu^{0.138}}{\left[\frac{\text{Re}}{10^{4}}\right]^{4.956}} N_{R}^{1.563} L_{N}^{0.518}} + 0.96 & \text{Descarga Spray} \end{cases}$$
(12a)

$$RC = \begin{cases} 1.33 - 1.087 \text{RP} & \text{Descarga Rope} \\ 1.00 - 0.474 \text{RP} & \text{Descarga Spray} \end{cases}$$
(12b)

Dependiendo del tipo de prueba elegido, se lograron remociones de cenizas desde 41.85% hasta el 95.16% obteniendo en el último caso un carbón con un contenido de cenizas cercano al 7.50% (bs) cuando de forma efectiva se alimentó un carbón con un contenido de cenizas promedio de 18.1% (bs).



Figura 6. Comparación entre RP y RC **Figure 6.** Comparison between RP and RC

Se aprecia que las mejores remociones de cenizas son en su orden 94.8 y 92.7%. Estos valores se obtuvieron con las pruebas tipo 2 y 4 respectivamente, es decir descargas tipo "spray" con pulpas de 7.0%. Lo anterior es concordante con que al trabajar con pulpas diluidos se obtienen mejores valores de RC, así como también que una mayor concentración de sólidos aumenta la probabilidad de la igración de partículas hacia la espiral opuesta.

3.5 Correlación matemática para la Partición de Agua, *PA*

La Partición de Agua, *PA* se define como la relación másica del agua entre el "underflow" y el "overflow".

La PA se evaluó realizando un balance de materia al contenido de agua en cada una de las corrientes en el hidrociclón lo cual permite determinar el contenido de humedad de cada uno de los efluentes del hidrociclón. La ecuación 13 representa el cálculo de la partición de agua, PA.

$$PA = \frac{m_{A Uf}}{m_{A OV}} \tag{13}$$

Donde m_A denota la masa de agua y los subíndices Ov y Uf denotan el "overflow" y "underflow" respectivamente.

Los valores promedio de los datos obtenidos a partir de las diferentes corridas experimentales se introdujeron en el software y arrojaron la correlación matemática descrita por la ecuación 14.

$$PA = \begin{cases} 9.47 \text{x} 10^{-3} \frac{N_R^{-9.589} L_N^{-7.922}}{\text{Re}^{1.10} Eu^{-9.635}} + 1.71 & \text{Descarga Spray} \\ 6.26 \text{x} 10^{-3} \frac{N_R^{-4.491} Eu^{-0.425}}{\text{Re}^{1.143} L_N^{-0.926}} + 0.37 & \text{Descarga Rope} \end{cases}$$
(14)

La figura 7 ilustra la correlación entre los datos obtenidos por el modelo para la *PA* y los datos experimentales.



Figura 7. Correlación del modelo para la partición promedio de aguaFigure 7. Model correlation for average water partition

El modelo obtenido para el caso de la descarga tipo "spray" presenta un factor de correlación de 0.99 y un error máximo de 13.23% mientras que para el caso de la descarga tipo "rope" el modelo presenta un coeficiente de correlación de 0.98 y un error máximo de 4.27%.

En la tabla 3 se aprecia que los mayores valores de la *PA* se obtuvieron con las pruebas con descarga tipo "spray". Lo anterior es concordante con que un mayor diámetro produce un mayor N_R cuando D_V y D_F son constantes y genera una mayor probabilidad de salida de flujo por la parte inferior del hidrociclón.

Lo anterior también se debe a que la mayor longitud del "vortex finder" incrementa la tortuosidad del flujo hacia la parte superior del hidrociclón lo cual incrementaría la probabilidad de salida de flujo por la parte inferior del hidrociclón y produce un mayor valor de L_N .

Analizando la ecuación 14, se observa que cuando el hidrociclón opera con descarga tipo "spray", la PA se incrementa con la disminución de la presión (Eu), mientras que si la descarga es del tipo "rope" la PA se incrementa con el incremento de la presión de alimentación al hidrociclón (E_U) . De la misma forma, la PA se incrementa con el incremento del diámetro de partícula alimentado, d_{50F.}

4. CONCLUSIONES

El presente estudio arrojó las siguientes conclusiones:

- El uso de los números adimensionales planteados permitió considerar todas las variables involucradas en el proceso mediante la variación de solo tres de ellas. Inicialmente se consideraron diecisiete variables, las cuales se agruparon eficazmente en siete grupos adimensionales de los cuales solo se variaron cuatro. Lo anterior permitió reducir significativamente el tiempo y el costo de la investigación.
- Las ecuaciones matemáticas planteadas permitieron predecir el comportamiento macro del hidrociclón "solo agua" utilizado en este estudio con los carbones de la mina La Yolanda, ya que la remoción de cenizas y el rendimiento de producción infieren la rentabilidad de la operación y la partición de agua permite conocer la densidad de las corrientes efluentes para calcular la operación de secado posterior al beneficio del carbón.
- El presente estudio demostró la factibilidad técnica de aplicar el proceso del beneficio hidrociclónico, para mejorar las características de los carbones de la región sur-occidental colombiana puesto que se obtuvieron reducciones significativas en el contenido de cenizas del carbón utilizado.

- Para el caso específico de los carbones utilizados en este estudio, las mejores condiciones de operación en términos del *RP* se encuentran al operar el hidrociclón con una descarga tipo "rope" de tal forma que la operación de beneficio sea rentable ya que en estas condiciones se obtienen valores aceptables tanto de remoción de cenizas como de rendimiento de producción.
- La inclusión de un parámetro de ajuste para mejorar la correlación entre los valores reales y los calculados por los modelos obtenidos mediante la metodología de los PI-BUCKINGHAM, agrupó de manera eficaz tanto las variables no consideradas en el análisis dimensional como los errores obtenidos.
- En términos generales, existe una mayor presión de alimentación en las pruebas bajo la descarga tipo "rope" lo cual indica que la caída de presión a través del hidrociclón está más influenciada por la restricción en la descarga por el "apex" que por la variación en la concentración.

5. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a COLCIENCIAS y a la Compañía Minera CARJESH Ltda. por todo el apoyo para llevar a cabo este proyecto.

NOMENCLATURA

C_V: concentración volumétrica de sólidos, %.

- C_W: concentración másica de sólidos, %
- D: diámetro, mm.
- d_{50} : diámetro de corte, μm
- Lv: altura del hidrociclón, mm.
- P: presión de alimentación, kPa
- Q: caudal de alimentación de pulpa, m^3/h .
- ρ : densidad, g/cm³
- μ : viscosidad, mPa.s

Subíndices

C: hidrociclón	A: "apex"
F: alimentación	S: sólido
V: "vortex finder"	L: líquido

REFERENCIAS

[1] CAICEDO, M., R. Beneficio de carbones de la región sur occidental colombiana mediante separación hidrociclónica. [Tesis de Maestría en Ingeniería Química]. Universidad del Valle, 2000.

[2] PERRY, H., R. Biblioteca del Ingeniero Químico. McGraw-Hill 2a. Edicion, 1986.

[3] BOUSO, J., L. El hidrociclón. Ameritas Minning. Mayo 1998.

[4] MATVIENKO, O., V.; V.; DÜCK J., NEESSE, TH.. Mathematical simulation of hydrocyclone hydrodinamics. Uni Arlangen, 2000.

[5] COLLANTES, J. Axial symmetric flow model for a flat bottom hydrocyclone. Chemical Engineering Journal, 80, 257-265, 2000.

[6] BUSTAMANTE, O. Efecto de la geometría de hidrociclón sobre las condiciones normales de operación. [Tesis de Maestría en Ingeniería Metalúrgica], Universidad de Concepción, 1992.

[7] BRAUN & CO C F. Hydraulics of slurry flow, 5, 1983.

[8] SVAROVSKY, L. Hydrocyclones. Technomic Publishing Co., Inc. 1, 1984.

[9] AUSTIN, G., L. Diseño y simulación de circuitos de molienda y clasificación. Taller Multimedia Universidad Técnica Federico Santa María. Chile; 225-242, 1994.

[10] SEPULVEDA, J. Dimensionamiento y optimización de plantas concentradoras de mediante técnicas de modelación matemática. Centro de Investigación Minera y Metalúrgica. 1; 167-184, 1986.

[11] ARTERBURN, R., A. The sizing and selection of hidrociclones, Krebs Engineers. Merlo Park CA., 1976.

[12] STREETER, V.. Mecánica de fluidos. 9^a. Ed. McGraw-Hill, 224, 2000.

[13] ETAYO J.C. Modelo Matemático de un Hidrociclon Bicónico para el beneficio de carbones del Suroccidente Colombiano, [Tesis Magíster en Ingeniería Química], Universidad del Valle, 2005.

[14] MONTGOMERY, D. C., Diseño y Análisis de Experimentos. Grupo Editorial Iberoamericana 3ª. Ed. Mexico; 241-259, 2002

[15] BUSTAMANTE, O., Cálculo del hidrociclón. Comunicación personal. Octubre 19 de 2002.

[16] KERN D., Q. Procesos de Transferencia de Calor. 8^a. Edición. C.EC.S.A. México, 58-83, 1978.

[17] CENGEL Y. Transferencia de Calor.
2^a. Edición. McGraw Hill. México p.333-452,
2004.

[18] GOLDBERG, D., E. Genetic Algorithms in Search, Optimization & Machine Learning. Addison-Weslley. 1-23. 1989.

[19] ETAYO, J., C. Optimización de un Coeficiente de Transferencia de Masa Mediante Algoritmos Genéticos., Comunicación personal, Universidad del Valle-Maestría en Ingeniería Énfasis Ingeniería Química. 2002.

[20] LILGE, E. Hydrocyclone Fundamentals. Trans I.M.M. 71, 6, 1961.