
APLICACION DEL ANALISIS DE FOURIER PARA DESCRIBIR LA VARIACION DIURNA DE ELEMENTOS CLIMATICOS

JESUS ESLAVA

Profesor Titular

Depto de Geociencias-Facultad de Ciencias-Universidad Nacional de Colombia

RAMIRO DIAZ

Profesor Asociado

Depto de Geociencias-Facultad de Ciencias-Universidad Nacional de Colombia

Eslava, J. & R. Díaz: Aplicación del análisis de Fourier para describir la variación diurna de elementos climáticos. Geofis. Colomb. 1:9-20, 1992. ISSN 0121-2974

RESUMEN

En este trabajo, con base en los valores medios horarios de la presión, temperatura y humedad relativa del aire, determinados en la estación Observatorio Meteorológico Nacional, ubicada en la Ciudad Universitaria de Santafé de Bogotá, y aplicándoles una metodología que incluye un análisis de Fourier, se obtiene un modelo matemático que no sólo representa la variación diurna de los valores de esos elementos, sino que también posibilita pronosticar con buena exactitud los valores horarios de ese elemento, para períodos de seis y doce horas, con base en el promedio de las 24 horas anteriores.

ABSTRACT

A time model for pressure, temperature and air relative humidity, has been established for the data of the National Meteorological Observatory station located at the campus of the National University in Santafé de Bogotá. To get this model, Fourier analysis has been applied to the hourly mean values of the before mentioned parameters. The results provide not only diurnal variations, but allow the forecasting of the parameters for periods of six and twelve hours, from the average of the last 24 hours.

1. INTRODUCCION

La finalidad de este trabajo es la de definir un modelo matemático que permita determinar y cuantificar la evolución de los elementos meteorológicos a través del tiempo.

Trabajos previos sobre el tema fueron desarrollados por Eslava & Díaz (1991a,b,c). En particular aquí se caracteriza un modelo, mediante el análisis de Fourier, en términos de los parámetros de frecuencia y longitud de onda de las señales de presión, temperatura y humedad relativa del aire (media horaria) definidas para la estación Observatorio

Meteorológico Nacional.

En el modelo se utilizan los valores medios que se determinan para cualquier período continuo de 24 horas, esos valores se corrigen para adecuarlos a los que se determinarían si se utilizaran los 24 valores horarios.

Previos unos comentarios sobre el proceso de modernización de la meteorología y la aplicación de modelos matemáticos para simular parte o la totalidad de las propiedades físicas de la atmósfera, se da una descripción de la metodología utilizada y el análisis de los datos, se determina la forma como se pronostican los valores horarios de la presión, temperatura y

humedad relativa del aire y se incluyen ejemplos de aplicación del modelo.

2. GENERALIDADES SOBRE MODELOS MATEMÁTICOS Y METEOROLOGÍA

Una de las particularidades características de la meteorología moderna es la de implementar un amplio e impetuoso proceso de utilización de los métodos matemáticos y de los computadores en todos los asuntos aplicados y teóricos.

El proceso de modernización de la meteorología empezó a comienzos del presente siglo, pero su impulso más fuerte lo logró después de la aparición y el rápido perfeccionamiento de las computadoras.

Las enormes posibilidades de aplicación de los modelos matemáticos, como método de conocimiento de las leyes del universo real y su aplicación en la actividad práctica de la humanidad, muy lejos de ser agotadas, permiten ampliar las investigaciones y desarrollar trabajos técnicos y científicos dirigidos a encontrar solución a todos los asuntos relacionados directa o indirectamente con la meteorología, en particular, o con la ciencia, en general. Estas posibilidades están relacionadas con la construcción de modelos matemáticos que simulen desde cada una de las características de cada uno de los elementos involucrados con la atmósfera, hasta supermodelos que permitan pronosticar no sólo el próximo estado del tiempo sino el clima mismo.

Los modelos matemáticos posibilitan sustituir la investigación de un objeto o elemento real "no matemático" (un fenómeno de la naturaleza, una o varias características de uno o varios elementos meteorológicos, etc.) por la solución de un problema matemático y analizar esa realidad utilizando todo el aparato matemático universal que no está condicionado o no depende de la naturaleza real del objeto o elemento.

Después de elaborar el correspondiente modelo matemático, con lo cual se formaliza el elemento, que destaca y describe, con ayuda de ecuaciones, sus rasgos y propiedades esenciales, se puede realizar un análisis cuantitativo detallado y se puede predecir como se comportará el elemento bajo diferentes condiciones.

La utilización de métodos numéricos en computadores amplió el número de asuntos a ser estudiados mediante modelos matemáticos. Actualmente, al construir la mayor parte de modelos matemáticos, no es necesario recurrir a simplificaciones o ellas cada día son menos; básicamente lo fundamental es tomar en consideración las particularidades sustanciales del elemento y reflejarlas en el modelo. De todas formas siempre surge el problema de la calidad del modelo hipotético y la decisión sobre si son o no correctas las suposiciones

iniciales. La solución del problema de la aplicabilidad de un modelo no es estrictamente matemática y, por lo mismo, no puede resolverse por métodos matemáticos. Aquí el criterio fundamental es la experimentación, la práctica, en el sentido más amplio de la palabra, que permite comparar diferentes modelos y seleccionar el que reproduzca las características del elemento estudiado, dentro de los límites de la precisión requerida y que sea, simultáneamente, el más simple.

Cada una de las propiedades o características del sistema atmosférico, interactúa con una o todas las propiedades o características restantes y, además, lo hace en un completo rango de escalas temporales y espaciales, que abarcan desde los fenómenos de muy pequeña escala, baja amplitud y corto período, (milimétricos y de muy corta duración) hasta aquellos que cubren toda la Tierra e inclusive el Universo mismo y duran muchos años (alta amplitud y largo período).

Puesto que las propiedades físicas que definen el estado y evolución del tiempo y el clima son muy complejas y variadas es imposible, en el estado actual de la ciencia, concebir un modelo que defina a la atmósfera en forma completa. Por lo anterior, es necesario concebir modelos unitarios y/o parciales que consideren toda o una parte de una o varias de esas propiedades. La comunidad científica internacional, en general, y la meteorológica, en particular, le asignan un importante papel al modelado numérico del sistema atmosférico. En este sentido coinciden todos los investigadores, cuyas ideas y propuestas son resumidas muy adecuadamente por Núñez (1987); de este autor y para resaltar la importancia del modelado matemático en el desarrollo de la meteorología, se hace a continuación, una síntesis adaptada.

Los procesos del sistema atmosférico pueden representarse en términos de un conjunto de ecuaciones dinámicas y termodinámicas junto con las ecuaciones apropiadas de estado y las leyes de conservación para constituyentes como el agua, el anhídrido carbónico y el ozono en el aire y la sal en los océanos. Esas ecuaciones, obviamente, contienen los diferentes procesos que determinan los cambios en temperatura, velocidad, densidad y presión y se agregan, además, otros procesos relevantes como la evaporación, condensación, precipitación, radiación y la transferencia de calor y cantidad de movimiento por advección, convección y turbulencia, como así también los procesos químicos y biológicos.

Tanto en el modelado matemático del estado del tiempo como en el del clima, se usan los mismos principios físicos, pero en el del clima se introduce un número mayor de aproximaciones físicas y numéricas, a causa de la limitada capacidad actual para observar el sistema climático y computar su comportamiento.

Núñez (1987) igualmente concluye que los modelos también pueden usarse con cierta confianza para investigar la reacción del clima ante las imaginables perturbaciones naturales y las provocadas por el hombre, y saber si esos cambios pueden distinguirse de las fluctuaciones climáticas naturales. Obviamente, para lograr establecer esa distinción, es necesario determinar muy bien lo relacionado con las fluctuaciones naturales, las cuales se intenta conocer y cuantificar con base en modelos que usan los datos observados, tal y como es el caso del presente trabajo.

Aún cuando a nivel de la región tropical-ecuatorial y a nivel local, no se han logrado avances significativos en el modelado numérico del tiempo ni del clima, ya se han logrado importantes progresos en el pronóstico numérico del estado del tiempo a nivel mundial y en la simulación de los campos globales observados de presión, vientos, temperatura y lluvias, juntamente con cambios estacionales y con particularidades regionales importantes tales como los monzones.

Para finalizar esta sección, podemos resumir señalando que una de las etapas críticas en la investigación básica de las propiedades de los elementos meteorológicos y su distribución temporal y espacial es la de la construcción y análisis de modelos matemáticos que correspondan muy bien con cada una de las propiedades y particularidades de los elementos. Si se quiere llegar a desarrollar una teoría satisfactoria sobre el tiempo y el clima será necesaria, obviamente, la unión de todos los modelos que tiendan a definir la estructura de la atmósfera y/o la variabilidad espacial y temporal de cada uno de los componentes del sistema atmosférico; esa unión ofrecerá una base para la mejor comprensión de los diferentes procesos meteorológicos y posibilitará la implementación de modelos integrados que simulen todos los procesos atmosféricos relevantes y que permitan pronosticar adecuada y oportunamente el estado del tiempo y el del clima.

En el sentido anterior, cada una de las investigaciones teóricas que determinen un modelo sobre alguna de las características de un elemento de la atmósfera, se constituye en un aporte pequeño pero necesario para la solución futura del modelo integrado.

3. METODOLOGIA UTILIZADA

Lo que se acostumbra en general, y en particular en Meteorología, es tratar, por medio de regresiones, de acomodar un modelo matemático preestablecido (lineal, logarítmico, exponencial, etc.) a un conjunto de datos reales de un muestreo, sin tener en cuenta los contenidos de frecuencias y longitudes de onda de las señales.

Mediante el análisis de Fourier (véase Cooley et al., 1970), se posibilita la determinación de un modelo matemático no preestablecido y en términos de los parámetros de frecuencia y

longitud de onda ya mencionados y que son los determinantes verdaderos en los análisis de variabilidad espacio-temporal de los elementos meteorológicos.

Las funciones de presión, temperatura, humedad del aire, etc., son funciones temporales y espaciales continuas. Un muestreo en el tiempo de cualquiera de ellas (f), se puede considerar como la convolución de f(x) con la función delta de Dirac, cuyo resultado es una función discreta y periódica.

$$f_j = f(x) \cdot \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(x-n\lambda) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(x-n\lambda) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(jD-n\lambda) \tag{1}$$

en el intervalo $0 \leq j \leq N-1$.

Los parámetros N, D y ND representan el número de intervalos de muestreo, el intervalo de muestreo y la longitud del registro (longitud de onda fundamental).

El procesamiento cuantitativo de datos en meteorología, se inicia representando la información en términos de una serie armónica, la cual permite un tratamiento matemático adecuado.

Para muestreos en una dimensión la longitud del registro es:

$$L = \lambda = ND$$

El vector de onda está dado por:

$$\vec{k} = k_n \cdot \hat{e}_x$$

$$\vec{k} = (2\pi n/L) \cdot \hat{e}_x \quad 0 \leq n \leq N-1$$

y el vector posición:

$$\vec{r} = x \cdot \hat{e}_x$$

$$\vec{r} = jD \cdot \hat{e}_x \quad 0 \leq j \leq N-1$$

Cada observación se puede representar en términos de la serie armónica:

$$F_j = \sum_{n=0}^{N-1} C_n \cdot e^{i2\pi n j/N}$$

$$F_j = \sum_{n=0}^{N-1} C_n \cdot e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \tag{2}$$

$i = \sqrt{-1}$

La suma de las desviaciones cuadráticas con respecto a la serie inicial

$$\sum_{j=0}^{N-1} (f_j - F_j)^2 = \sum_{j=0}^{N-1} \delta_j^2$$

es mínima, siempre y cuando los coeficientes C_n correspondan a los coeficientes discretos de Fourier

$$C_n = (1/N) \cdot \sum_{j=0}^{N-1} F_j \cdot e^{i2\pi nj / N}$$

$$C_n = (1/N) \cdot \sum_{j=0}^{N-1} F_j \cdot e^{ik_j r} \quad [3]$$

Las transformadas de Fourier se denotan abreviadamente así:

$$F_j \text{ «} \longleftrightarrow \text{» } C_n \quad [4]$$

Esto significa que se puede pasar del dominio del tiempo, al dominio de la frecuencia y viceversa, usando la transformada directa y la transformada inversa de Fourier.

Debido a la longitud finita de la señal en el dominio del tiempo, se hace necesario establecer límites en el dominio de la frecuencia, los cuales dependen de su longitud y de su intervalo de muestreo.

La longitud del registro define el límite inferior:
 $\Omega_1 = 1/L$

y el intervalo de muestreo define el límite superior llamado de frecuencia de Nyquist

$$\Omega_N = 1/2 D$$

De las dos condiciones anteriores se establece que el intervalo de frecuencia en el espectro es:

$$1/L \leq \Omega \leq 1/2 D$$

y el intervalo entre dos frecuencias consecutivas está dado por:

$$\Delta\Omega = 1/L$$

llamado también co-intervalo de Nyquist.

En la práctica, para lograr una óptima resolución, es necesario tomar la longitud del registro tan grande como sea posible.

Los datos de muestreo F_j son reales y los resultados que se desea obtener también deben ser reales; por lo tanto, al expresarlos en términos de una serie de Fourier, se debe tener en cuenta la siguiente propiedad:

$$F_j \text{ es real y par «} \longleftrightarrow \text{» } C_n \text{ es real y par} \quad [5]$$

En general F_j no cumple con esta condición pero, usando los datos de muestreo, es posible construir una nueva función F_1 , en el intervalo $0 \leq l \leq 2N-1$, que tenga simetría par con respecto al último punto de la serie haciendo:

$$F_1 = F_{2N-l} \quad (\text{ver Fig.1})$$

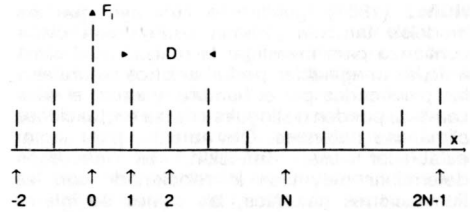


Figura 1. Función F_1 construida a partir de los datos de muestreo, con simetría par

$$F_1 = \sum_{j=0}^{2N-1} C_n \cdot e^{-ik_j r} \cdot e^{ik_j z} \quad [6]$$

$$C_n = (1/2N) \cdot \sum_{j=0}^{2N-1} F_1 \cdot e^{ik_j r} \quad [7]$$

Se puede construir también la función par, con respecto al origen de la misma, tomando:

$$F_1 = F_{-l}$$

En esta nueva función $2N$, D y $2ND$ representan respectivamente: el número de intervalos, el intervalo de muestreo y la longitud de la nueva función par.

Construida la función par y haciendo:

$$2C_n = a_n$$

las ecuaciones [6] y [7] se transforman en las ecuaciones [8] y [9] que son la base teórica para la determinación o construcción de modelos que representen las señales en el tiempo y la frecuencia de los diferentes elementos meteorológicos.

El espectro de potencia permite identificar las componentes en frecuencia de una señal y separarlas posteriormente en el dominio del tiempo.

$$F_1 = (a_0/2) + \sum_{n=1}^{N-1} a_n \cdot \cos(k \cdot r) + (a_N/2) \cdot \cos(\pi l) \quad [8]$$

$$a_n = (2/N) [F_0 + 2 \sum_{l=1}^{N-1} F_l \cdot \cos(k \cdot r) + F_N \cdot \cos(\pi n)] \quad [9]$$

El coeficiente a_n de Fourier, se define para cada mes, como:

$$a_n = 2 \cdot (1/24) \cdot \sum_{l=1}^{24} F_l \quad [10]$$

y corresponde a los valores que aparecen en las Tablas, como número de onda cero.

En todos los casos: el subíndice N significa el valor del punto 24 (hora 24 o cero), n es un punto cualquiera dentro de los límites señalados, F_0 valor del elemento a la hora cero (24 horas), F_l valor horas 1 a 23, F_N valor horas 1 a 24, F_N valor a la hora 24 (o cero).

4. ANALISIS DE LOS DATOS

Los datos utilizados corresponden a los valores medios para cada hora, de cada mes y año, de presión (Tabla 1), de temperatura (Tabla 7) y de humedad relativa del aire (Tabla 13), determinados por Eslava (1990, 1991, 1992) para la estación Observatorio Meteorológico Nacional, ubicada en el extremo NE de la Ciudad Universitaria de Santafé de Bogotá, en predios del Instituto Geográfico Agustín Codazzi (IGAC). Para definir esos valores se utilizaron los valores horarios medidos en ese sitio, durante el período 1941-1960, previa una verificación, homogeneización y procesamiento según los métodos meteorológicos y estadísticos más adecuados y comúnmente usados en estos casos.

4.1 Presión atmosférica

El coeficiente a_0 de Fourier, se define, para este caso y para cada mes, como:

$$a_0 = 2 \cdot (1/24) \cdot \sum_{i=1}^{24} P_i \quad [11]$$

y corresponde a los valores que aparecen en la Tabla 2, como número de onda cero.

4.1.1 Reproducción de la señal mediante la serie de Fourier

La señal P_i (ecuación [1]) se puede reproducir mediante \hat{P}_i (ecuación [7]), con desviaciones mínimas y se pueden lograr correlaciones que tienen un coeficiente de 0.9999. Con esto se hace muy confiable el método utilizado.

Como se señaló antes el coeficiente a_0 corresponde al doble del promedio diario determinado para cada mes con base en 24 observaciones horarias. Por su parte, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{24}$, definen la presencia de frecuencias en orden ascendente en el espectro y, por lo tanto, determinan la forma de la señal, mientras que a_0 solamente ubica un desplazamiento de la señal a partir del origen.

Los valores que aparecen en la Tabla 2, son coeficientes de Fourier obtenidos al aplicar la transformada de Fourier (ecuación [9]) a los datos de la Tabla 1.

4.1.2 Pronóstico de valores horarios

Mediante la ecuación [9], aplicando la serie de Fourier, se calculan los coeficientes de Fourier, para el mes que corresponda, (Tabla 2) y se evalúa la función, usando el promedio de las 24 horas anteriores, en cualquier punto (hora) aplicando la ecuación [8]. Se pueden determinar, con buena precisión, los valores horarios de presión atmosférica para las 6 horas siguientes

si el último dato utilizado, o sea el más reciente corresponde a las 07 o 13 horas, o para las 12 horas siguientes si el último dato utilizado corresponde a las 19 horas.

En caso de no disponer del valor promedio determinado con base en las 24 horas anteriores, se puede usar el promedio determinado por cualquiera de las fórmulas alternativas que existen, previa aplicación de una corrección para convertirlo en promedio de 24 horas.

Puesto que en Colombia se utiliza generalmente la fórmula:

$$P_d = (P_{07} + P_{13} + P_{19})/3 \quad [12]$$

entonces, el primer coeficiente de Fourier será:

$$a_0 = 2 \cdot [P_d + \Delta P] \quad [13]$$

P_d = presión atmosférica media diaria,

P_{07} = Presión atmosférica a las 07 horas, este dato puede ser el cronológicamente anterior o posterior al de las 13 o 19 horas que se utilice en la fórmula,

P_{13} = Presión a las 13 horas, este dato puede ser el cronológicamente anterior o posterior al de las 07 o 19 horas que se utilice en la fórmula,

P_{19} = Presión a las 19 horas, este dato puede ser el cronológicamente anterior o posterior al de las 07 o 13 horas que se utilice en la fórmula,

ΔP = diferencia media mensual entre la presión media diaria determinada con base en las observaciones de las 07, 13 y 19 horas, y la determinada con base en 24 horas.

El ΔP que se utiliza en este trabajo es el determinado por Eslava (1990b, 1991b,d) y que se relaciona para cada mes en la Tabla 3.

Un ejemplo de la aplicación del modelo al pronóstico se presenta en las Tablas 4 a 6 y Fig.2, en las cuales con los datos de presión atmosférica medidos a las 07, 13 y 19 horas en el Observatorio Meteorológico Nacional el 6 y 7 de octubre de 1960 (tomados de IGAC, 1961), se pronostican los valores horarios para períodos de 12 horas, en el primer caso, y de 6 horas en el segundo y tercer caso.

Las desviaciones (Δ) entre lo obtenido aplicando el modelo y lo medido son mínimas (la más alta no supera 1 (un) hPa), el análisis muestra que el modelo tiene tendencia a modificar la amplitud de la curva de variación real.

A pesar de que las desviaciones son mínimas, las pruebas muestran que es posible identificar las variables que originan esas desviaciones y diseñar un filtro que las corrija.

TABLA 1. Presión atmosférica media horaria (hPa), en Santafé de Bogotá

Hora	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	AÑO
01	751.9	752.1	752.2	752.5	752.7	753.0	753.3	753.3	753.0	752.2	751.5	751.3	752.4
02	751.5	751.7	751.8	751.9	752.3	752.6	752.9	752.9	752.6	751.8	751.3	750.9	752.0
03	751.3	751.4	751.5	751.7	752.1	752.5	752.7	752.6	752.3	751.7	751.1	750.7	751.8
04	751.4	751.4	751.7	751.8	752.1	752.5	752.6	752.6	752.3	751.7	751.1	750.7	751.8
05	751.7	751.8	751.8	752.1	752.3	752.6	752.7	752.7	752.6	752.1	751.5	751.1	752.1
06	752.1	752.2	752.2	752.5	752.6	752.9	753.0	753.0	753.0	752.5	751.9	751.5	752.4
07	752.7	752.6	752.7	753.0	753.1	753.4	753.5	753.5	753.4	753.0	752.5	752.2	753.0
08	753.0	753.0	753.1	753.4	753.5	753.7	753.8	753.9	753.8	753.4	752.9	752.5	753.3
09	753.1	753.3	753.4	753.7	753.7	753.8	753.9	754.1	754.1	753.5	752.9	752.6	753.5
10	753.0	753.1	753.3	753.5	753.5	753.5	753.8	753.9	753.9	753.4	752.7	752.3	753.3
11	752.5	752.6	752.7	753.1	753.3	753.4	753.7	753.7	753.4	752.9	752.2	751.9	753.0
12	751.9	752.1	752.2	752.6	752.7	753.0	753.3	753.3	752.9	752.2	751.4	751.3	752.4
13	751.1	751.4	751.4	751.8	751.9	752.7	752.7	752.3	752.1	751.3	750.7	750.6	751.7
14	750.6	750.9	750.9	751.1	751.4	751.9	752.2	751.8	751.5	751.0	750.2	749.8	750.7
15	750.3	750.5	750.3	750.6	750.9	751.4	751.8	751.5	751.0	750.2	749.8	749.8	750.6
16	750.3	750.2	750.2	750.5	750.7	751.3	751.5	751.4	750.7	750.2	749.8	749.8	750.6
17	750.6	750.3	750.5	750.7	751.0	751.4	751.8	751.5	751.1	750.5	750.1	750.1	750.8
18	751.0	750.9	750.9	751.3	751.5	751.9	752.1	751.9	751.5	751.0	750.5	750.3	751.2
19	751.4	751.4	751.7	751.9	752.2	752.6	752.6	752.5	752.2	751.7	751.3	751.0	751.9
20	752.1	752.1	752.1	752.5	752.7	753.0	753.1	753.1	752.7	752.2	751.8	751.5	752.4
21	752.7	752.6	752.6	753.1	753.1	753.4	753.7	753.7	753.3	752.7	752.3	751.9	752.9
22	752.9	752.9	753.0	753.3	753.4	753.7	754.1	754.1	753.7	753.0	752.5	752.2	753.2
23	752.7	752.9	753.0	753.3	753.4	753.7	754.1	753.9	753.5	752.9	752.3	752.1	753.1
24	752.5	752.6	752.7	753.0	753.1	753.4	753.8	753.8	753.3	752.5	751.9	751.8	752.9
M	751.8	751.9	752.0	752.3	752.5	752.8	753.0	753.0	752.7	752.1	751.5	751.3	752.2

TABLA 2. Coeficientes de Fourier, obtenidos al aplicar la transformada de Fourier (ecuación 9) a los promedios horarios de la presión atmosférica en Santafé de Bogotá (Tabla 1)

#	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Año
0	1503.72	1503.85	1503.85	1504.60	1504.95	1505.63	1506.08	1505.96	1505.42	1504.12	1504.69	1502.54	1504.48
1	0.02	0.07	0.07	0.03	0.07	0.03	-0.05	0.01	0.25	0.21	-0.39	0.04	0.07
2	0.39	0.37	0.37	0.37	0.39	0.35	0.38	0.43	0.49	0.41	-0.38	0.33	0.38
3	-1.05	-1.10	-1.10	-1.15	-1.02	-0.89	-0.90	-1.00	-1.09	-1.15	0.28	-1.02	-1.05
4	-0.24	-0.11	-0.11	-0.15	-0.12	-0.06	0.04	-0.01	-0.12	-0.27	0.07	-0.26	-0.14
5	0.46	0.47	0.47	0.54	0.52	0.43	0.42	0.48	0.49	0.54	-1.06	0.43	0.48
6	0.05	0.01	0.01	0.00	0.01	-0.06	-0.01	0.01	-0.05	0.02	0.82	0.07	0.02
7	0.14	0.17	0.17	0.11	0.09	0.11	0.13	0.15	0.05	0.10	1.28	0.17	0.12
8	-0.02	0.02	0.02	0.03	0.03	0.08	0.02	0.00	-0.06	0.00	-1.26	0.02	0.02
9	0.09	0.04	0.04	0.07	0.04	0.04	0.09	0.06	-0.02	0.08	-0.21	0.08	0.06
10	0.02	0.03	0.03	0.00	-0.01	-0.06	-0.03	0.01	-0.06	0.00	1.32	0.01	0.01
11	0.00	0.08	0.08	0.05	0.04	0.02	0.02	0.01	0.04	0.04	-0.54	0.01	0.02
12	-0.04	0.03	0.03	0.05	-0.01	0.01	0.00	0.01	0.05	0.00	-0.83	0.01	0.01
13	-0.01	0.02	0.02	0.04	0.03	0.05	0.01	0.02	0.04	0.02	1.00	0.04	0.03
14	0.05	0.02	0.02	0.03	0.04	0.01	0.05	0.07	0.09	0.02	0.15	0.02	0.03
15	0.02	-0.02	-0.02	0.00	0.02	0.00	0.02	0.00	0.06	0.01	-0.90	0.02	0.01
16	0.02	-0.01	-0.01	0.02	0.00	0.05	0.00	0.00	0.10	0.02	0.44	0.02	0.03
17	0.02	0.03	0.03	0.04	-0.01	-0.01	0.00	-0.01	0.08	-0.02	0.45	-0.02	-0.01
18	0.02	0.02	0.02	0.02	0.04	0.01	0.03	0.00	0.02	0.03	0.00	-0.04	-0.01
19	-0.01	-0.01	-0.01	0.02	0.01	0.00	0.03	0.01	-0.04	-0.02	0.00	0.42	-0.01
20	0.00	0.02	0.02	0.01	0.00	0.03	0.01	-0.04	-0.02	0.00	0.42	-0.01	-0.01
21	0.01	-0.01	-0.01	0.00	0.00	-0.01	0.01	0.00	0.00	0.02	-0.17	0.01	0.00
22	0.02	0.03	0.03	0.04	0.02	0.00	0.01	0.04	-0.05	0.05	-0.12	0.01	0.01
23	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	0.00	0.02	-0.08	0.01	0.09	0.01	0.02

Tabla 3
Diferencia media mensual (ΔP en hPa) entre la presión atmosférica media diaria determinada con base en 24 observaciones [1] y con observaciones de las 07, 13 y 19 horas [2]

Mes	Presión media [1]	Presión media [2]	ΔP [1]-[2]
Enero	751.8	751.7	0.1
Febrero	751.9	751.8	0.1
Marzo	752.0	751.9	0.1
Abril	752.3	752.2	0.1
Mayo	752.5	752.4	0.1
Junio	752.8	752.9	-0.1
Julio	753.0	752.9	0.1
Agosto	753.0	752.8	0.2
Septiembre	752.7	752.6	0.1
Octubre	752.1	752.0	0.1
Noviembre	751.5	751.5	0.0
Diciembre	751.3	751.3	0.0
Año	752.2	752.2	0.0

Tabla 4
Valores medios horarios de presión atmosférica (+750 hPa) en Santafé de Bogotá, medidos (M) y pronosticados (P) (6 y 7 de octubre de 1960) aplicando el modelo

\Dia	6	6-10-60	7-10-60	Δ		
Hora	M	P	M	P		
01				1.7	1.7	0.0
02				1.3	1.7	-0.4
03				1.2	1.5	-0.3
04				1.2	1.4	-0.2
05				1.6	1.7	-0.1
06				2.0	2.3	-0.3
07	2.5			2.5	3.1	-0.6
08	0.6					
09						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19	1.4					
20						
21		1.7	2.1	-0.4		
22		2.2	2.5	-0.4		
23		2.5	3.1	-0.6		
24		2.4	2.9	-0.5		
25		2.0	2.9	-0.9		

Tabla 5. Valores medios horarios de presión atmosférica (hPa) en Santafé de Bogotá, medidos (M) y pronosticados (P) (6 y 7 de octubre de 1960) aplicando el modelo

\\Día Hora	6 M	7 M	P	7-10-60 M	Δ
07		753.1			
08			753.1	753.4	-0.3
09			753.2	753.1	0.1
10			753.1	752.9	0.4
11			752.6	752.2	0.4
12			751.9	751.1	0.8
13	750.6		751.0	750.6	0.4
19	751.4				

Tabla 6. Valores medios horarios de presión atmosférica (hPa) en Santafé de Bogotá, medidos (M) y pronosticados (P) (6 y 7 de octubre de 1960) aplicando el modelo

\\Día Hora	6 M	7 M	P	7-10-60 M	Δ
07		753.1			
13		750.6			
14			750.4	750.2	0.2
15			749.9	749.4	0.5
16			749.9	749.3	0.6
17			750.2	749.7	0.5
18			750.7	750.2	0.5
19	751.4		751.4	750.9	0.5

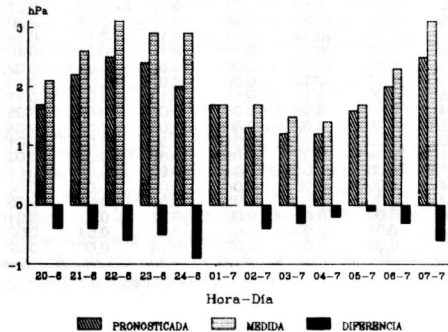


Figura 2. Valores de presión atmosférica medidos (6 y 7 de octubre-1960) y pronosticados con el modelo (Tabla 4)

4.2 Temperatura del aire

El coeficiente a_0 de Fourier, se define, para este caso y para cada mes, como:

$$a_0 = 2.(1/24) \sum_{i=1}^{24} T_i \quad [14]$$

los resultados están consignados en la Tabla 8 y corresponden al número de onda cero.

4.2.1 Reproducción de la señal mediante la serie de Fourier

Al igual que lo señalado para la presión atmosférica, la señal T_1 (ecuación [1]) se puede reproducir mediante T_1 (ecuación [7]) con desviaciones mínimas y se pueden lograr correlaciones que tienen coeficiente de 0.9999. El coeficiente a_0 es el doble del promedio diario de cada mes, con 24 observaciones horarias. Por su parte, a_1, a_2, \dots, a_4 , definen la presencia de frecuencias en orden ascendente en el espectro y, por lo tanto, determinan la forma de la señal, mientras que a_0 solamente ubica un desplazamiento de la señal a partir del origen. En la Tabla 8, se muestran los coeficientes de Fourier obtenidos al aplicar la transformada de Fourier (ecuación [9]) a los datos de la Tabla 7.

4.2.2 Pronóstico de valores horarios

Usando el promedio de 24 horas anteriores y aplicando la serie de Fourier: mediante la ecuación [9] se calculan los coeficientes, para el mes que corresponda, (Tabla 8) y se define la función en cualquier punto (hora) en la serie mediante la ecuación [8]. Se determinan con buena precisión los valores horarios de temperatura para períodos de 6 o 12 horas, según los datos de entrada. Si no se dispone del promedio de las 24 horas anteriores, se usa el determinado por cualquiera de las fórmulas alternativas, previa aplicación de una corrección para convertirlo en promedio de 24 horas.

En Colombia se utiliza generalmente la fórmula:

$$T_d = (T_{07} + T_{13} + 2.T_{19})/4 \quad [15]$$

entonces, el primer coeficiente de Fourier será:

$$a_0 = 2.(T_d + \Delta T) \quad [16]$$

El ΔT que se utiliza en este trabajo es el determinado por Eslava (1990a, 1991a), se relaciona para cada mes en la Tabla 9.

T_d = Temperatura del aire media diaria,

T_{07} = Temperatura del aire a las 07 horas, este dato puede ser el cronológicamente anterior o posterior al de las 13 o 19 horas que se utilice en la fórmula,

T_{13} = Temperatura a las 13 horas, este dato puede ser el anterior o posterior al de las 07 o 19 horas que se utilice en la fórmula,

T_{19} = Temperatura a las 19 horas, este dato puede ser el anterior o posterior al de las 07 o 13 horas que se utilice en la fórmula,

ΔT = diferencia media mensual entre la temperatura media diaria basada en las 07, 13 y 19 horas, y la temperatura media diaria determinada con base en 24 horas.

Un ejemplo de la aplicación del modelo al pronóstico se presenta en las Tablas 10-12 y Fig.3, en las cuales con los datos de temperatura del Observatorio Meteorológico Nacional del 6 y 7-Oct-1960 (tomados de IGAC, 1961), se pronostican los valores horarios para períodos de 12, 6 y 6 horas, respectivamente.

TABLA 7. Temperatura media horaria del aire, en Santafé de Bogotá, (°C)

Hora	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	AÑO
01	9.5	9.6	10.6	10.7	10.9	10.5	9.9	9.9	9.5	10.2	10.2	10.2	10.1
02	9.0	9.2	10.2	10.4	10.5	10.1	9.6	9.5	9.0	9.8	9.8	9.7	9.7
03	8.6	8.7	9.8	10.0	10.2	9.8	9.3	9.2	8.7	9.5	9.5	9.3	9.4
04	8.2	8.4	9.6	9.8	10.0	9.5	9.0	8.9	8.5	9.2	9.3	9.1	9.1
05	7.8	8.1	9.3	9.7	9.8	9.3	8.8	8.7	8.3	8.9	9.0	8.7	8.9
06	7.6	7.7	9.1	9.6	9.8	9.3	8.8	8.5	8.1	8.9	8.9	8.6	8.7
07	8.5	8.5	10.2	11.1	11.5	10.8	10.5	10.3	10.1	10.6	10.7	10.2	10.2
08	11.8	11.8	12.9	13.6	13.8	13.3	12.7	12.7	12.8	13.3	13.4	12.7	12.9
09	14.3	14.3	15.2	15.5	15.4	14.7	14.4	14.4	14.9	15.1	15.4	14.9	14.9
10	16.5	16.4	16.8	16.5	16.4	15.8	15.4	15.6	16.2	16.5	16.9	16.8	16.3
11	17.9	18.2	17.9	17.7	17.1	16.6	16.1	16.5	16.9	17.3	17.8	17.9	17.3
12	18.7	19.1	18.6	18.0	17.6	17.1	16.6	16.9	17.4	17.6	18.3	18.6	17.9
13	19.1	19.4	19.2	18.5	18.1	17.6	17.1	17.5	17.8	17.6	18.4	18.7	18.2
14	18.9	18.9	19.0	18.2	18.0	17.6	17.2	17.4	17.9	17.2	17.8	18.5	18.0
15	18.6	18.5	18.6	17.8	17.7	17.3	17.1	17.3	17.8	16.9	17.2	17.8	17.7
16	17.6	17.7	17.9	17.1	17.3	16.9	16.7	16.8	17.2	16.3	16.5	16.9	17.1
17	16.5	16.6	16.9	16.3	16.4	16.0	16.0	16.0	16.4	15.6	15.4	15.8	16.2
18	15.1	15.4	15.5	15.1	15.3	15.0	14.9	14.9	15.0	14.4	14.4	14.7	15.0
19	13.6	14.1	14.2	13.8	14.2	13.9	13.7	13.7	13.8	13.4	13.4	13.7	13.8
20	13.0	13.3	13.5	13.2	13.5	13.2	12.9	12.9	13.0	12.8	12.9	12.9	13.1
21	12.1	12.3	12.8	12.5	12.6	12.3	12.0	11.9	12.0	12.0	12.0	12.1	12.2
22	11.4	11.5	12.3	12.0	12.1	11.8	11.3	11.4	11.2	11.4	11.6	11.5	11.6
23	10.7	10.8	11.8	11.5	11.8	11.3	10.8	10.8	10.6	11.0	11.2	11.1	11.1
24	10.1	10.2	11.1	11.2	11.4	10.8	10.3	10.4	9.8	10.6	10.7	10.7	10.6
M	13.1	13.3	13.9	13.7	13.8	13.4	13.0	13.0	13.0	13.2	13.4	13.4	13.3

TABLA 8. Coeficientes de Fourier, obtenidos al aplicar la transformada de Fourier (ecuación 9) a los promedios horarios de la temperatura del aire en Santafé de Bogotá (Tabla 7)

#OND	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Año
0	26.26	26.58	27.77	27.50	27.64	26.72	25.94	26.03	26.09	26.38	26.75	26.78	26.67
1	-1.81	-1.84	-1.50	-1.11	-1.16	-1.22	-1.31	-1.38	-1.48	-1.09	-1.07	-1.31	-1.36
2	-4.95	-4.94	-4.38	-4.04	-3.81	-3.79	-3.87	-4.02	-4.53	-3.99	-4.22	-4.45	-4.25
3	0.71	0.76	0.56	0.27	0.34	0.46	0.57	0.53	0.54	0.12	0.02	0.29	0.44
4	1.44	1.43	1.20	0.96	0.77	0.75	0.66	0.80	0.77	0.89	1.06	1.25	0.99
5	0.81	0.89	0.61	0.54	0.46	0.50	0.48	0.53	0.66	0.73	0.78	0.75	0.65
6	0.27	0.19	0.27	0.35	0.42	0.38	0.44	0.43	0.47	0.44	0.33	0.27	0.37
7	-0.02	-0.10	0.08	0.11	0.15	0.17	0.16	0.13	0.19	0.07	0.07	0.02	0.07
8	-0.32	-0.25	-0.28	-0.16	-0.12	-0.12	-0.15	-0.15	-0.25	-0.20	-0.17	-0.15	-0.20
9	-0.14	-0.11	-0.11	-0.11	-0.14	-0.13	-0.14	-0.15	-0.18	-0.11	-0.15	-0.14	-0.14
10	-0.04	-0.05	-0.10	-0.11	-0.13	-0.13	-0.12	-0.12	-0.11	-0.11	-0.12	-0.06	-0.10
11	0.02	0.01	0.04	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.03	-0.01	-0.05	-0.04	0.01	-0.02
12	0.14	0.15	0.15	0.13	0.08	0.07	0.08	0.07	0.10	0.06	0.07	0.05	0.10
13	0.09	0.16	0.09	0.08	0.10	0.10	0.06	0.09	0.11	0.11	0.13	0.08	0.11
14	0.06	0.08	0.03	0.08	0.03	0.06	0.04	0.07	0.06	0.04	0.04	0.07	0.05
15	0.02	0.00	0.03	0.05	0.07	0.06	0.05	0.06	0.08	0.08	0.06	0.06	0.04
16	-0.05	-0.05	0.00	-0.03	0.02	0.01	0.00	0.03	0.01	-0.01	0.03	0.03	0.01
17	-0.03	-0.06	-0.03	-0.05	-0.02	-0.06	-0.01	-0.04	-0.02	-0.02	-0.02	0.00	-0.03
18	0.00	-0.02	0.00	-0.01	-0.01	-0.02	-0.01	-0.03	0.01	-0.01	-0.02	0.00	-0.01
19	-0.02	0.00	-0.02	-0.01	-0.02	-0.01	-0.04	-0.05	-0.06	-0.04	-0.04	-0.02	-0.03
20	0.12	0.10	0.06	0.05	0.04	0.06	0.02	0.05	0.02	0.05	0.05	0.01	0.05
21	0.05	0.02	0.00	-0.03	-0.02	0.00	-0.02	0.00	0.00	0.02	-0.01	0.01	0.01
22	0.01	0.00	0.00	-0.04	0.02	0.03	0.01	-0.01	0.03	0.02	0.02	0.04	0.02
23	-0.01	-0.02	-0.01	0.03	0.02	0.02	0.02	0.05	0.01	-0.02	0.03	0.00	0.02

Tabla 9

Diferencia media mensual (ΔT) entre la temperatura media diaria (°C) determinada con base en 24 observaciones [1] y la temperatura media diaria determinada con base en observaciones de las 07, 13 y 19 horas [2]

Mes	Tem Med		ΔT [1]-[2]
	[1]	[2]	
Enero	13.1	13.7	-0.6
Febrero	13.3	14.0	-0.7
Marzo	13.9	14.4	-0.5
Abril	13.7	14.3	-0.6
Mayo	13.8	14.5	-0.7
Junio	13.4	14.0	-0.6
Julio	13.0	13.8	-0.8
Agosto	13.0	13.8	-0.8
Septiem	13.0	13.9	-0.9
Octubre	13.2	13.8	-0.6
Noviemb	13.4	14.0	-0.6
Diciemb	13.4	14.1	-0.7
Año	13.3	14.0	-0.7

Tabla 10

Valores medios horarios de temperatura del aire en Santafé de Bogotá, medidos (M) y pronosticados (P) (6 y 7 de octubre de 1960) aplicando el modelo

Hora	6		06-10-60		07-10-60		
	M	P	M	Δ	P	M	Δ
01					9.4	7.7	1.7
02					9.0	7.4	1.6
03					8.7	6.4	2.3
04					8.4	6.2	2.2
05					8.1	5.3	2.8
06					8.1	5.8	2.3
07	6.2				9.8	7.2	2.6
08							
09							
10							
11							
12							
13	21.0						
14	12.4						
15							
16							
17							
18							
19							
20			12.0	12.2	-0.2		
21			11.2	12.6	-1.4		
22			10.6	11.1	-0.5		
23			10.2	10.3	-0.1		
24			9.8	9.4	0.4		

Tabla 11. Valores medios horarios de temperatura del aire °C en Santafé de Bogotá, medidos (M) y pronosticados (P) (6 y 7 de octubre de 1960) aplicando el modelo

Día Hora	6	7	P	7-10-60	Δ
	M	M		M	
07		7.2			
08			12.8	13.6	-0.8
09			14.6	14.6	0.0
10			16.0	16.8	-0.8
11			16.8	18.4	-1.6
12			17.1	18.9	-1.8
13	21.0		17.1	18.7	-1.6
19	12.4				

Tabla 12. Valores medios horarios de temperatura del aire °C en Santafé de Bogotá, medidos (M) y pronosticados (P) (6 y 7 de octubre de 1960) aplicando el modelo

Día Hora	6	7	P	7-10-60	Δ
	M	M		M	
07		7.2			
13		18.7			
14			16.1	18.0	-1.9
15			15.8	17.7	-1.9
16			15.2	17.0	-1.8
17			14.5	18.4	-3.9
18			13.3	15.6	-2.3
19	12.4		12.3	14.6	-2.3

Las desviaciones (Δ) entre los valores obtenidos aplicando el modelo y los medidos son relativamente altas (en algunos casos cercanas a 4°C), dependen de condiciones meteorológicas propias de cada día, en particular de la amplitud de la temperatura y/o de la presencia o no de nubosidad. Los ensayos indican que es posible llevar estas desviaciones a valores mínimos mediante la aplicación de un filtro que involucre las variables que las ocasionan. Esos ensayos también muestran que las desviaciones grandes pueden estar indicando errores en la serie original de datos o la presencia de una situación meteorológica particular o no usual; en este sentido el modelo puede ser usado como un control de calidad de la información.

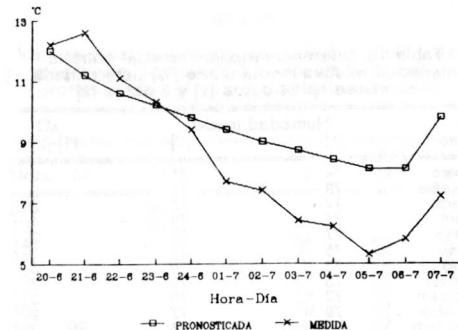


Figura 3. Valores de temperatura del aire medidos (6 y 7 de octubre-1960) y pronosticados con el modelo (Tabla 10)

4.3 Humedad relativa del aire

El coeficiente a_0 de Fourier, se define como:

$$a_0 = 2 \cdot (1/24) \cdot \sum_{i=1}^{24} U_i \tag{17}$$

los valores resultantes están consignados en la Tabla 14, en el número de onda cero.

4.3.1 Reproducción de la señal mediante la serie de Fourier

También, la señal U_i (ecuación [1]) se reproduce mediante U_i (ecuación [7]), con desviaciones mínimas y correlaciones con $r = 0.9999$.

Como se señaló antes el coeficiente a_0 corresponde al doble del promedio diario determinado para cada mes con base en 24 observaciones horarias. Por su parte, $a_1, a_2, a_3, \dots, a_{24}$, definen la presencia de frecuencias en orden ascendente en el espectro y, por lo tanto, determinan la forma de la señal, mientras que a_0 solamente ubica un desplazamiento de la señal a partir del origen.

Los valores que aparecen en la Tabla 14, son los coeficientes de Fourier obtenidos al aplicar la transformada de Fourier (ecuación [9]) a los datos de la Tabla 13.

4.3.2 Pronóstico de valores horarios

Usando el promedio de 24 horas anteriores y aplicando la serie de Fourier con la ecuación [9] se obtienen los coeficientes de Fourier (Tabla 14) y se determinan, con relativa buena precisión, los valores horarios de humedad para periodos de 6 y 12 horas, calculando el valor de la función en cualquier punto (hora) en la serie mediante la ecuación [8].

En caso de no disponer del valor promedio determinado con base en 24 horas anteriores, se puede usar el promedio definido por cualquiera de las fórmulas alternativas, previa corrección para convertirlo en media de 24 horas.

En Colombia se utiliza generalmente la fórmula: $U_d = (U_{07} + U_{13} + U_{19})/3$ [18]

el primer coeficiente de Fourier será:

$$a_0 = 2 \cdot [U_d + \Delta U] \tag{19}$$

$U_d, U_{07}, U_{13}, U_{19}$ = Humedad relativa media diaria, a las 07, 13 y 19 horas.

ΔU = diferencia media mensual entre la humedad relativa media diaria determinada con base en las observaciones de las 07, 13 y 19 horas, y la determinada con base en 24 horas. El ΔU que se utiliza en este trabajo (Tabla 15) fue determinado por Eslava (1991c, 1992).

Un ejemplo de la aplicación del modelo al pronóstico se presenta en las Tablas 16 a 18 y Fig.4, en las cuales con los datos de humedad relativa del aire medidos en el Observatorio Meteorológico Nacional el 6 y 7 de octubre de 1960 a las 07, 13 y 19 horas (tomados de IGAC, 1961), se pronostican los valores horarios para periodos de 12, 6 y 6 horas.

Tabla 13. Humedad Relativa media horaria del aire (%), en Santafé de Bogotá

Hora	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Año
01	88	88	87	87	90	87	88	87	90	92	92	90	89
02	89	88	88	90	90	91	89	89	90	93	93	90	90
03	90	89	89	91	91	91	90	90	91	94	94	91	91
04	91	90	90	91	92	92	91	91	92	94	94	92	92
05	92	91	90	91	92	92	92	92	92	95	94	92	92
06	92	92	90	91	92	93	92	92	92	95	93	91	92
07	89	90	89	89	89	87	87	87	87	91	79	88	89
08	80	80	79	80	79	78	77	76	77	80	79	80	79
09	67	65	67	69	70	69	68	67	65	68	68	67	67
10	57	58	58	63	65	63	62	61	58	62	61	59	61
11	51	52	54	60	62	60	59	57	55	58	58	54	57
12	48	49	51	59	61	58	56	55	53	58	56	52	55
13	48	50	51	59	60	57	55	54	53	60	58	54	55
14	50	52	54	60	60	57	55	54	53	63	61	56	56
15	53	55	58	62	62	58	55	55	54	65	66	60	59
16	58	58	61	65	64	60	56	56	56	68	70	65	61
17	62	62	64	69	67	63	59	59	59	71	73	69	65
18	69	68	70	74	72	68	63	64	65	76	77	75	70
19	75	73	74	79	77	73	68	70	71	81	81	79	75
20	79	76	77	82	81	76	73	74	75	84	84	82	79
21	82	79	79	85	83	79	77	77	79	87	86	85	82
22	84	82	81	86	85	82	80	80	82	89	88	86	84
23	86	84	83	87	87	86	83	83	85	90	90	87	86
24	87	86	85	88	88	87	86	85	87	91	91	88	87
M	74	73	74	77	77	75	73	73	73	79	79	76	76

Tabla 14. Coeficientes de Fourier, obtenidos al aplicar la transformada de Fourier (ecuación 9) a los promedios horarios de humedad relativa del aire en Santafé de Bogotá (Tabla 1)

#OND	Ene	Feb	Mar	Abr	May	Jun	Jul	Ago	Sep	Oct	Nov	Dic	Año
0	147.21	146.33	147.33	154.79	154.83	150.58	146.67	146.33	146.62	158.71	158.04	152.58	151.08
1	4.14	4.83	4.41	2.63	3.72	5.30	6.57	6.36	5.57	2.49	2.07	2.47	4.28
2	20.65	19.25	17.76	16.05	15.79	16.96	17.49	17.79	19.54	17.51	17.60	18.45	17.83
3	-1.59	-1.63	-0.72	-0.53	-1.26	-2.10	-3.21	-2.70	-2.09	0.63	1.39	0.57	-1.17
4	-6.65	-5.83	-5.58	-4.54	-3.64	-3.25	-2.83	-3.64	-3.67	-4.46	-4.64	-5.91	-4.64
5	-2.83	-3.52	-3.31	-2.18	-2.01	-2.53	-2.63	-2.65	-2.80	-3.42	-3.60	-2.95	-2.67
6	-0.69	-0.68	-0.37	-1.32	-1.52	-1.40	-1.66	-1.68	-1.78	-1.72	-0.75	-0.62	-1.26
7	0.92	0.98	0.85	0.43	0.10	-0.22	0.02	0.12	0.29	0.86	0.67	0.83	0.57
8	1.25	1.58	1.25	1.21	1.13	1.00	1.00	1.21	1.46	1.38	0.83	1.04	1.08
9	0.15	0.43	0.11	0.36	0.50	0.48	0.43	0.26	0.46	0.44	0.41	0.21	0.36
10	-0.11	0.00	0.02	-0.17	0.27	0.07	0.43	0.21	0.09	0.10	0.22	-0.22	0.07
11	-0.31	-0.23	-0.45	-0.63	-0.28	-0.01	-0.13	-0.13	-0.20	-0.16	-0.39	-0.39	-0.33
12	-0.46	-0.75	-0.83	-0.62	-0.58	-0.67	-0.33	-0.58	-0.54	-0.54	-0.71	-0.25	-0.58
13	0.05	-0.30	-0.11	-0.33	-0.06	-0.16	-0.33	-0.09	-0.07	-0.37	-0.14	-0.04	-0.18
14	0.05	0.23	0.32	0.00	-0.07	-0.34	-0.11	-0.10	0.07	-0.07	-0.04	0.23	0.04
15	0.08	0.33	0.08	0.03	0.11	-0.18	0.13	-0.01	0.09	0.03	0.15	0.17	0.13
16	-0.07	-0.02	0.14	-0.05	0.26	-0.04	0.02	-0.07	0.04	-0.04	0.02	0.01	0.16
17	-0.22	-0.32	-0.13	-0.26	0.02	-0.10	-0.01	-0.15	-0.13	-0.19	-0.16	-0.38	-0.08
18	0.09	-0.07	-0.02	-0.10	-0.11	0.04	0.09	-0.07	0.21	-0.03	-0.06	0.09	-0.11
19	-0.01	0.08	-0.09	-0.21	-0.03	-0.08	-0.09	-0.03	0.08	-0.13	-0.02	0.16	-0.02
20	-0.1	0.23	-0.20	-0.03	-0.02	-0.20	-0.01	0.12	0.05	0.07	-0.12	0.05	0.01
21	0.07	0.03	-0.10	-0.05	0.01	-0.19	-0.14	-0.07	-0.04	0.13	-0.10	0.04	-0.11
22	0.01	0.00	0.15	-0.12	0.06	-0.38	0.05	-0.14	-0.05	0.02	0.11	-0.01	-0.05

El análisis de los resultados obtenidos al aplicar el modelo muestra claramente que se pueden detectar posibles errores en la serie original o que las desviaciones grandes pueden estar indicando la presencia de una situación meteorológica no usual; por ello, el modelo puede utilizarse para efectuar un control de calidad de los datos.

Las desviaciones (Δ) entre los valores obtenidos aplicando el modelo y los valores medidos se consideran, en algunos casos, relativamente altas; ellas dependen de condiciones meteorológicas muy particulares condicionadas por la amplitud de la temperatura y la ausencia o presencia de nubosidad.

Los ensayos ya efectuados indican que el modelo tiene una tendencia a modificar la amplitud de la curva y que es posible llevar estas desviaciones a valores mínimos mediante la aplicación de un filtro que involucre las variables que ocasionan esas desviaciones.

Tabla 15. Diferencia media mensual entre la humedad relativa media diaria (%) determinada con base en 24 datos [1] y 3 datos [2]

Mes	Humedad media [1]	Humedad media [2]	ΔU [1]-[2]
Enero	74	71	3
Febrero	73	71	2
Marzo	74	72	2
Abril	77	76	1
Mayo	77	75	2
Junio	75	72	3
Julio	73	70	3
Agosto	73	70	3
Septiembre	73	70	3
Octubre	79	77	2
Noviembre	79	76	3
Diciembre	76	74	2
Año	76	73	3

Tabla 16

Valores medios horarios de humedad relativa del aire (%) en Santafé de Bogotá, medidos (M) y pronosticados (P) (6 y 7 de octubre de 1960) aplicando el modelo

Día Hora	6		6-10-60		7-10-60		
	M	P	M	Δ	P	M	Δ
01					96	95	1
02					97	98	-1
03					98	99	-1
04					98	100	-2
05					99	100	-1
06					99	100	-1
07	100				95	96	-1
13	42						
19	92						
20			88	94			-6
21			91	79			12
22			93	92			1
23			94	97			-3
24			95	98			-3

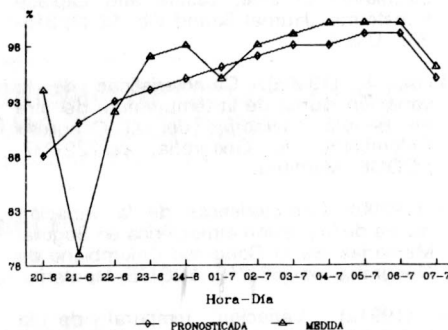


Figura 4. Valores de humedad relativa del aire medidos (6 y 7 de octubre-1960) y pronosticados con el modelo (Tabla 16)

Tabla 17

Valores medios horarios de humedad relativa del aire (%) en Santafé de Bogotá, medidos (M) y pronosticados (P) (6, 7 y 8 de octubre de 1960) aplicando el modelo

Día Hora	6		7		7-10-60		
	M	P	M	P	M	Δ	
07			96				
08				79	69	10	
09				67	72	-5	
10				61	62	-1	
11				57	53	4	
12				57	55	2	
13	42			59	53	6	
19	92						

Tabla 18

Valores medios horarios de humedad relativa del aire (%) en Santafé de Bogotá, medidos (M) y pronosticados (P) (6 y 7 de octubre de 1960) aplicando el modelo

Día Hora	6		7		7-10-60		
	M	P	M	P	M	Δ	
07			96				
13			53				
14				66	60	6	
15				68	62	6	
16				71	62	9	
17				74	57	17	
18				79	64	15	
19	92			84	67	17	

5. CONCLUSIONES

Los modelos definidos además de presentar una excelente correlación con los datos de entrada, se aplicaron como pronosticador a varios períodos y se encontró, en la mayor parte de los casos, una muy buena concordancia entre los valores generados y los observados.

Los resultados obtenidos son muy promisorios pues se trató de una aplicación preliminar de la metodología, que aún puede mejorarse mediante el manejo del procedimiento estadístico que determina los valores medios de los elementos meteorológicos, identificando las variables que generan las modificaciones en la amplitud de la señal y la utilización de filtros que contemplen las variables que originan esas diferencias y las disminuyan a un grado aceptable, previa definición de las variables que intervienen y la forma en que lo hacen.

REFERENCIAS

- Cooley, J.W., Lewis, P.A. & Welch, P.D.** (1970): The fast Fourier transform algorithm: Programming considerations in the calculation of sine, cosine and Laplace transforms. *Journal Sound Vib.* **12** (3):315-337. U.S.A.
- Eslava, J.** (1990a): Características de la variación diurna de la temperatura del aire en Bogotá. *Memorias del XI Congreso Colombiano de Geografía.* pp.222-237. ACOGE, Montería.
- (1990b): Características de la variación diurna de la presión atmosférica en Bogotá. *Memorias del XI Congreso Colombiano de Geografía.* pp.238-249. ACOGE, Montería.
- (1991a): Variación temporal de la temperatura del aire en Bogotá. *Rev. Acad. Colomb. Cienc.* **18** (68):65-74. Santafé de Bogotá.
- (1991b): Variación temporal de la presión atmosférica en Colombia. *Colombia Geográfica* **17** (1): 41-109. IGAC, Santafé de Bogotá.
- (1991c): Características de la variación diurna de la humedad relativa del aire en Santafé de Bogotá. *Memorias I Congreso Nal de Ing. Geográfica.* ACIG, Santafé de Bogotá.
- (1991d): Variación temporal de la presión atmosférica en Bogotá. *Rev. Acad. Colomb. Cienc.* **18** (69): 175-181. Santafé de Bogotá.
- (1992): Variación temporal de la humedad relativa del aire en Santafé de Bogotá. *Rev. Acad. Colomb. Cienc.* **18** (70):333-344. Santafé de Bogotá.
- Eslava, J. & Díaz, R.** (1991a): Modelo matemático para describir la variación horaria de la presión atmosférica en Santafé de Bogotá. *Memorias I Congreso Nal. de Ing. Geógrafos.* ACIG, Santafé de Bogotá.
- (1991b): Modelo matemático para describir la variación horaria de la temperatura del aire en Santafé de Bogotá. *Memorias I Congreso Nal. de Ing. Geog.* ACIG, Santafé de Bogotá.
- (1991c): Modelo matemático para describir la variación horaria de la humedad relativa del aire en Santafé de Bogotá. *Memorias I Congreso Nal. de Ing. Geog.* ACIG, Santafé de Bogotá.
- Instituto Geográfico "Agustín Codazzi"** (IGAC). (1961): *Anales del Observatorio Meteorológico Nacional-Ciudad Universitaria* 1960. 215pp. IGAC, Santafé de Bogotá.
- Núñez, M.N.** (1987): *Clima: Evolución y futuro.* Boletín informativo TECHINT N° 247: 3-43. TECHINT, Buenos Aires.