

## SOBRE EL P. h. D. EN MATEMÁTICAS(\*)

I. N. HERSTEIN

Casi todos los aspectos de la educación universitaria en los Estados Unidos están siendo examinados y revaluados en la época presente. Se siente una necesidad de echar una nueva ojeada a la naturaleza del grado de Ph.D. en Matemáticas así como a las premisas que lo han llevado a su forma presente .

Mis reflexiones sobre estos asuntos están condicionadas más por mi relación con el C U P M (Committee on the Undergraduate Program in Mathematics) que por el actual descontento y agitación estudiantiles en nuestras universidades. A través de mi asociación con el C U P M he tenido oportunidad de hablar con bastantes personas que enseñan en institutos con carreras de 4 años de estudios y en las llamadas universidades menores y me he dado cuenta de los problemas que ellas encaran. Sin embargo, mis palabras no reflejan de manera alguna el pensamiento o la posición del C U P M. Esta no es una mera disculpa; el caso es que no conozco las opiniones de los diferentes miembros del C U P M sobre los asuntos que voy a considerar.

---

(\*) Este artículo se publicó originalmente en "The American Mathematical Monthly", vol. 76 No. 7 bajo el título "On the Ph.D. in Mathematics", fue traducido por el Prof. J. Malpica y se publica aquí con autorización expresa del autor y de los editores de la revista citada . N. del E.

El Ph.D. en Matemáticas se considera en la actualidad como un grado en investigación. El adiestramiento del estudiante conducente a este grado está totalmente orientado a la producción de académicos investigadores. Quizás aún más significativo es el hecho de que todo el énfasis se sitúa en la importancia de hacer investigación. Ahora bien, ¿qué tan realista es ésta posición? Y aún más pertinente, ¿qué tan efectiva y constructiva es ella?

Afirmar con bastante precisión qué porcentaje de doctores (Ph.D) llegan a ser matemáticos investigadores es extremadamente difícil. Para empezar, no habría uniformidad de opinión sobre lo que constituye un matemático investigador ó aún sobre lo que es investigación en matemáticas. Aplicando los criterios más vagos, el juicio general es que entre el 20 y el 25 por ciento de nuestros Ph.D's prosiguen hasta llegar a ser investigadores. ¿Qué sucede con el otro 75%? La mayor parte de ellos termina enseñando en instituciones con carreras de 4 años y en las universidades menores.

¿En qué condiciones llegan los que componen este 75% a la institución donde comenzarán a ganarse la vida enseñando? Muy frecuentemente, llegan pobremente formados. Puesto que toda su preparación a nivel graduado se ha concentrado en la producción de una tesis de *investigación, original y publicable*, con demasiada frecuencia se han limitado o han sido obligados a limitarse a aprender lo suficiente de alguna partecita de las matemáticas para lograr escribir algo original. Han captado una imagen de las matemáticas a través de una estrechísima ranura y están muy lejos de tener una idea global de esta ciencia o del campo particular en el cual trabajaron. Ahora tienen que desempeñarse como profesores a través de todo el currículo de matemáticas a nivel pregraduado, el cual

incluye hoy en día numerosos temas no triviales, y éstos deben hacerlo no como algebristas, topólogos o analistas sino como matemáticos. ¿ Están preparados para ello? En muchos de los tópicos que tendrán que enseñar ellos sabrán muy poco más que sus alumnos y tendrán relativamente poca mayor apreciación de cómo estas cosas encajan en el cuadro general. ¿ Cómo pueden entonces guiar a sus alumnos e imbuirles una apreciación clara del asunto? Ciertamente ellos son más maduros, especialmente si se trata de, digamos, la estructura de los cuasi-semigrupos con condiciones de cadena (el tema de su tesis). Desafortunadamente esta sofisticación en un pequeñísimo rincón de las matemáticas no les ayuda a desempeñar su función cotidiana como buenos profesores ni a hablar a sus alumnos con alguna autoridad acerca de su disciplina .

Desgraciadamente la sofisticación en los cuasi-semigrupos con condiciones de cadena ni siquiera les ayuda mucho como investigadores. ¿ Qué tanto puede decirse acerca de tales chucherías y, de hecho, vale la pena decir algo de ellas? Su conocimiento especializado no es de uso alguno cuando se trata de llevar a cabo una investigación diferente .

Así pues, para una gran parte del 75%, la preparación recibida falla en ambos aspectos. No proporciona la amplitud de conocimientos y comprensión de las matemáticas para poder enseñarlas desde un consecuente punto de vista ni pone a la persona en posición de hacer investigación matemática .

Aún peor, todavía queda algo anómalo por mencionar. A muchos de los que conforman este 75% se les ha inculcado a través de toda su educación de posgrado la impresión de que ser matemático es sinónimo de ser matemático investiga-

dor . Cualquier cosa menor es ser un fracaso. Así pues, ahora se padece un complejo de culpa, una sensación de no ofrecer el rendimiento esperado, la impresión de ser un fracaso en su propia profesión. Esto frecuentemente conduce a una desmoralización, una indiferencia hacia las labores " menores " - esto es, enseñar - y un fracaso imaginario se convierte entonces en un fracaso real. ¿ Por qué personas que desempeñan el trabajo honrado de ser buenos profesores y miembros responsables de sus departamentos tienen que sentirse avergonzados de lo que están haciendo ?

Otro factor entra ahora en escena. Sus instituciones y universidades han sido condicionadas -desgraciadamente por nuestra propia profesión- a que deben tener matemáticos investigadores en sus departamentos. Es así como las directivas empiezan entonces a aplicar presiones, frecuentemente de naturaleza económica, para que los miembros de sus departamentos produzcan investigación. El efecto neto de esta actitud es intensificar la frustración y la sensación de fracaso en una gran parte de su cuerpo de profesores.

Con frecuencia recibo cartas de institutos aceptables, de buena reputación y con una tradición de producir buenos graduados en matemáticas, solicitandome nombres de matemáticos investigadores que puedan estar interesados en trabajar con ellas . Los requieren para embarcarse en un programa de Magíster ( M. A ) o de doctorado ( Ph.D. ). ¿ Por qué ? Tales programas no son escasos; un nuevo programa , igual a los ya existentes, no satisface un propósito particular. Posiblemente el aspecto económico de los aportes para investigación, condiciona en cierta medida sus opiniones. Algo más pertinente, sin embargo, es el deseo de alcanzar el prestigio y rango que, según ellas, conlleva un programa de posgrado. En este

caso nuestra propia profesión es de nuevo la culpable de endosarles un paquete , a saber, que el mejor (si no el único) camino hacia el éxito, el honor y todo aquello es tener un montón de esforzados investigadores matemáticos en su cuerpo de profesores. Y es así como uno resuelve embarcarse en un programa de posgrado . En el mejor de los casos éste está destinado a terminar como cualquier otro, a menudo mediocre, programa de estudios graduados indistinguible de tantos otros que hay por estos lados .

Muy frecuentemente el efecto es desastroso. Al emprender esta nueva actividad, otro objetivo muy noble, a saber, el preparar buenos graduados jóvenes en matemáticas, se distorsiona o se vicia. Un buen programa de pregrado es ahora segundo violín con respecto a una empresa de posgrado de n-ésima categoría. Y los profesores dedicados esencialmente al pregrado son dejados de lado e ignorados.

Aún en el caso en que el deseo de adquirir un cuerpo de profesores para graduados y de comprometerse en un programa de posgrado estuviere justificado, los dados están cargados en contra de tales venturas. ¿Dónde se encuentran los profesores necesarios ? ¿Dónde se reclutan estudiantes graduados competentes ? Existen ya demasiados programas rivales, mejor establecidos, que dificultan a los nuevos arraigarse y entrar exitosamente en la contienda .

En lo dicho anteriormente vemos en juego una escala distorsionada de valores. ¿ Dónde se originan dichos valores ? Proviene de la meta investigativa altamente activa de nuestra profesión y de las famosas y muy poderosas instituciones con una larga historia en la producción de Ph.D's de primera clase y su-

premieramente exitosos. Estas instituciones han impuesto una escala de valores, de arriba abajo, sobre todo el espectro de las instituciones que enseñan matemáticas en los Estados Unidos. Este pequeño grupo de matemáticos e instituciones no tiene dificultad en satisfacer los patrones establecidos pero han impuesto en el conglomerado matemático un nivel de normas y desempeños los cuales no pueden ser satisfechos por la profesión en general. Y es aún discutible si sería conveniente que ello fuese así .

Creo que es tiempo de que cuestionemos los objetivos de nuestro doctorado (Ph.D.) en matemáticas y que tratemos de atenuar la intensidad de este espíritu de " sólo investigación " que lo impregna.

¡ Que no haya malentendidos ! No estoy tratando de denigrar o reducir en modo alguno, la importancia de la investigación matemática. Muy por el contrario, la investigación es la savia misma de la matemática como ciencia y disciplina viviente. Pero el 25% de nuestros Ph.D's, los que llegan a investigadores, suministran un reemplazo más que adecuado para los matemáticos que se retiran debido a su edad o que abandonan la investigación. La verdad es que si de algo no carecemos es de jóvenes matemáticos de primera clase y altamente creativos. Nunca en la historia del país había habido un grupo tan grande capaz e inspirador de jóvenes investigadores matemáticos como el de hoy. Estoy sumamente orgulloso de ellos y de sus realizaciones. Estoy orgulloso de mis propios estudiantes que han llegado a ser investigadores de primera clase. Pero también me siento profundamente orgulloso de mis otros estudiantes que han llegado a ser excelentes profesores y miembros valiosos de sus departamentos .

Si nuestra única responsabilidad fuese producir matemáticos creativos, originales y activos, sin duda hemos realizado una tarea endiablidamente buena. Pero esa no es nuestra única responsabilidad. Debemos tener en cuenta el otro 75% de nuestros Ph.D's y tomar conciencia de las varias actividades -diferentes de la investigación- que el personal matemáticamente entrenado está llamado a desarrollar en el mundo de hoy. Si creyera por un instante que mis sugerencias pondrían en peligro la producción de investigadores no las haría. Creo que esta producción la mantendremos. Solamente quiero que cambiemos la actitud y formación de un grupo grande de gente por nosotros producida .

Ahora viene el punto de cómo podemos cambiar las cosas. Primero y ante todo debemos cambiar conscientemente nuestra actitud y crear un ambiente diferente en muchas de nuestras escuelas de graduados. Debe aceptarse que la producción de buenos profesores universitarios (college teachers), instruidos y deseosos y capaces de enseñar, es en sí misma una meta noble e importante. Insistir en que éste es un propósito no más ni menos valioso que la producción de otras clases de matemáticos. Debemos eliminar la impresión de que la enseñanza como un fin en sí misma, no es suficiente. Además, me parece que el lugar adecuado para llevar a cabo ésto es la tesis de doctorado.

No estoy pugnando por el establecimiento de un nuevo título; estuve y estoy inalterablemente opuesto al grado de Doctor of Arts propuesto hace varios años como un grado sin investigación. Yo sí creo que el estudiante deba realizar algo de investigación para obtener su grado, que por lo menos una vez en su vida se vea involucrado íntima y activamente en su propio campo. Esto es esencial tanto para su moral como para sus actitudes hacia su propia área. Mi controversia

es acerca del significado de la palabra " investigación " en la tesis de doctorado.

Tengo la impresión de que los requisitos impuestos por nosotros sobre la naturaleza de la disertación (tesis) doctoral son mucho más exigentes que en cualquier otro campo. Esto se refleja en el hecho de que en nuestras universidades los departamentos de matemáticas cuentan con un menor porcentaje de Ph.D's en relación con todos los demás departamentos. ¿ Por qué tenemos que insistir en que la tesis sea una obra seria y en extremo original ? De hecho no lo es -por lo menos ateniéndonos a las muchas tesis que he visto en diversas instituciones- pero nosotros invariablemente damos al estudiante esta impresión , es decir, que es precisamente lo que de él se espera. Esto conduce a un desgaste considerable, un desgaste de personas que podrían desempeñar funciones supremamente útiles en la matemática, de personas que ni siquiera se molestan en presentar los exámenes de doctorado ( qualifying exams ) pues no se consideran a la altura de las calidades exigidas en la tesis.

En cuanto a la mayoría de las tesis se refiere -y hablo aquí del 75% más bien que del 25%- la tesis es de importancia únicamente para su autor. Rara vez sus resultados representan una contribución importante al total de la matemática. Naturalmente siempre podrán citarse contraejemplos; más yo estoy hablando de la gran mayoría. En otras palabras, el propósito de la tesis -no su propósito nominal sino lo que al fin y al cabo resulta- es involucrar a su autor por primera, y probablemente última vez en su área, no como alguien que aprende sino como alguien que hace. Debe mostrar su llegada a la madurez, debe representar un punto de ruptura entre haber sido un estudiante por varios años y llegar



a ser un profesional capaz de hacer algo por sí mismo. Si esto es así -y estoy convencido de que es y debe serlo- entonces la naturaleza y el tipo de investigación exigida a nuestro aspirante a doctor son completamente errados.

Después de todo, ¿qué clase de investigación es realmente necesaria para lograr que el autor de una tesis tenga conciencia de estar compenetrado con su tema? No hay razón para que tenga que ser algo extremadamente original, ambicioso o, aquél santo de los santos, publicable. Debe únicamente representar un esfuerzo honesto del autor para desenvolverse independientemente en su rango intelectual. Para lograr esto casi cualquier esfuerzo investigativo sería adecuado. Una tesis en la cual el autor da una demostración nueva o novedosa de un viejo teorema, no necesariamente un viejo y famoso teorema sino aún algún resultado conocido y relativamente sin importancia, serviría los fines propuestos. Podría incluso ser corta - unas pocas páginas serían suficientes. Todo lo que quiero es que el autor aporte algo personal en su tesis. ¿Por qué no aceptar tesis de tipo compilativo? - en las cuales el autor rehace y reorganiza una cierta área, no meramente copiando palabra por palabra la literatura, sino dándole a esta re-estructuración sus propios toques personales.

En la mayoría de las instituciones con programas de doctorado, tales tipos de tesis serían inaceptables. ¿Es preferible un resultado nada importante pero *nuevo* y *original*, no importa cuán pobre o particular? Esta es, desgraciadamente, la actitud prevaleciente hoy en día.

Mi primera sugerencia sería entonces que el alcance científico -en general- sea reducido y que el tiempo que el estudiante invierte en ello sea sustan-

cialmente acertado. En el tiempo ahorrado el estudiante podría tomar algunos cursos especiales diseñados para darle una visión integral de la matemática. En ellos el énfasis estaría en los propósitos de lo que hoy se hace en matemáticas, cómo ello encaja en el cuadro general y cómo está relacionado con la matemática más clásica.

¿Dónde debería efectuarse tal cambio en la naturaleza de la tesis? Debe efectuarse en todo tipo de institución. Las grandes instituciones sienten muy poca presión o necesidad de cambio, por lo menos en lo relativo a una parte sustancial de su registro de graduados. Sin embargo, nada puede hacerse si ellas no dan el ejemplo desarrollando un tal programa y haciéndolo respetable. Son ellas quienes fijan las líneas directrices que todas las otras escuelas de graduados siguen o tratan de seguir. Y también en ellas hay un número no despreciable de estudiantes que no llegarán a ser investigadores; ellas tienen una responsabilidad para con estos estudiantes.

Estas instituciones podrían introducir un sistema dual. La primera línea sería más o menos la actual, con una disertación doctoral más bien exigente. En la segunda el alcance científico de la tesis sería menos ambicioso, de una naturaleza como la arriba esbozada. El énfasis en este caso estaría en la obtención de un producto altamente instruido pero no particularmente orientado hacia la investigación. Esta segunda línea favorecería a aquellos estudiantes que, después de haber visto bastante matemática, deciden que una carrera esencialmente como matemáticos investigadores no es para ellos y que preferirían dedicarse a la enseñanza universitaria. Una consecuencia de esta segunda alternativa sería la drástica del número de estudiantes graduados cuasi-permanentes a punto de ob-

tener la tenencia.

Una situación igualmente, si no más, importante para un tal programa se presenta en los nuevos planes de posgrados en las instituciones que emergen. Aquí, con pocos hábitos que aten las manos, tales programas podrían iniciarse y llevarse a cabo exitosamente. Lo único que se necesita es la voluntad de hacerlo, la aceptación de que la formación de buenos profesores universitarios no es una labor menor ni menos prestigiosa que otra cualquiera. El único que puede infundir esta opinión en el conglomerado matemático es quien hoy impone la moda -el matemático investigador. Debe ser él quien asegure a las escuelas en proceso de formación que es perfectamente respetable, honorable y que no es contentarse con menos el producir esta nueva clase de Ph.D. Esto tendría un efecto benéfico no solamente sobre los estudiantes graduados (estudiantes de posgrado) de estas instituciones sino también sobre sus cuerpos de profesores. El problema de ingeniar temas de tesis factibles y que valgan la pena para sus estudiantes -responsabilidad realmente sería hoy en día- sería drásticamente aliviado. Naturalmente, si en un tal programa surge un estudiante que verdaderamente quiere investigar y tiene el talento para ello, debe guiársele y alentársele para que lo haga.

Para que este programa de doctorado funcione en esas escuelas en formación sólo se necesita un cambio de actitud, sacudirse la norma del "tenemos que ser como Harvard". Debemos reconocer que en nuestra profesión se necesitan muchas clases de personas, todas importantes, y que una división del trabajo y asignación de esfuerzos, para su producción, es esencial y no implica orden jerárquico alguno.

MI segunda sugerencia vuelve sobre algo que mencioné brevemente antes, a saber, cursos a nivel graduado (posgrado) que proporcionen una visión amplia del tema. En la actualidad el estudiante tiene tendencia a considerar cada curso como una entidad en sí misma, con poca o ninguna inter-relación entre los diversos cursos que toma. Muy a menudo encuentra generalizaciones sin darse cuenta de dónde provienen o sin comprender la importancia de algunos casos particulares de ellas. Recuerdo el caso de un estudiante graduado -muy bueno, por cierto- quien en un examen oral expuso el teorema espectral para operadores normales en un espacio de Hilbert a secas, pero no sabía que una matriz hermitiana podía diagonalizarse. Cuando se le indicó que lo segundo era una consecuencia finita dimensional del primero lo comprendió inmediatamente. Sin embargo, cuando se le pidió demostrar el resultado matricial sólo pudo repetir el ritual que conocía, esto es, dar la demostración del teorema espectral en general. Claramente había una laguna en su formación, y la culpa de ello no era suya.

Recomendaría que un grupo de trabajo, por ejemplo el CUPM, emprendiese la redacción de sugerencias para varios cursos del tipo mencionado. Quizás algunos matemáticos distinguidos pudiesen incluso ser inducidos a escribir libros con esta tendencia.

MI tercera sugerencia se refiere a los programas de utilización de esta nueva clase de Ph.D's. Consistirían en la creación de cursos de verano tales como los desarrollados una vez en Cornell y dos en Bowdoin para poner al día profesores universitarios en un cierto número de tópicos matemáticos. El objetivo no debe ser convertir estos profesores en investigadores; más bien, deben tratarse tópicos que sean tanto científicamente interesantes como relativamente recientes y cuyo conte-

nido ayude a los participantes en su labor de enseñanza. El contacto con personas que están en la misma barca es tan importante como el contenido científico de los cursos. La sensación de estar aislado, de ser secundario y estar fracasando desaparece rápidamente en esta atmósfera. En el programa en el cual participé ( en Bowdoin) fue evidente que la moral de los asistentes era muchísimo más alta al final que al principio. De hecho, para mí fue la experiencia didáctica más grata que jamás tuviera .

En suma, lo que he querido hacer con esta argumentación ha sido levantar dudas acerca de algo que siempre hemos mirado con cierta presunción y complacencia, a saber, el éxito de nuestro programa de doctorado en matemáticas. Me complacería que se discutieran los posibles cambios en este programa.

\* \* \*

*Otro signo para pi*



Este signo para denotar el cociente de una circunferencia por su diámetro fue propuesto por Benjamín Pierce, de la Universidad de Harvard en 1859. No hay que confundir a este Pierce con el célebre C.S. Pierce, quien hizo contribuciones valiosas en Lógica y Álgebra de Boole .