

Colas Pesadas en el Análisis Probabilístico de la Lluvia y Exponente Hurst durante las Fases del ENSO

Hernán Alonso Moreno Ramírez
Ing Civil.
Estudiante de Posgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos
Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín
hamoreno@unalmed.edu.co

Germán Poveda Jaramillo
Ing Civil, MSc, PhD.
Profesor Asociado
Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín
gpoveda@unalmed.edu.co

Preparado para presentación en el
XVI Seminario Nacional de Hidráulica e Hidrología
Sociedad Colombiana de Ingenieros
Sociedad de Ingenieros del Quindío
Universidad del Quindío
Corporación Autónoma Regional del Quindío
Armenia 29, 30 y 31 de octubre de 2004

Resumen. Se investiga el efecto de las dos fases del fenómeno El Niño/Oscilación del Sur (ENSO) sobre el ajuste de funciones de distribución de probabilidad potenciales y sobre la estimación del exponente de Hurst en registros de intensidad de lluvia de 6 pluviógrafos sobre los Andes Colombianos, con resolución temporal de 15 minutos. Los resultados permiten concluir que se ajustan leyes potenciales del tipo ($Y=aX^b$), lo que significa invarianza de escala y existencia de colas pesadas en la magnitud y duración de las tormentas y en la duración de periodos secos. El análisis de la duración de los eventos de lluvia indica que el exponente (b_{T_E}) es mayor durante los años El Niño en comparación con los años de La Niña, lo cual se explica porque durante El Niño el número de tormentas de gran duración es menor en comparación con La Niña. El análisis de la duración de los periodos secos muestra que el exponente de escalamiento de la función de distribución de probabilidades de los periodos sin lluvia es mayor en los años La Niña que en El Niño, para las tres estaciones del suroeste antioqueño estudiadas. Este resultado se puede interpretar a la luz de la disminución de la advección de humedad por los vientos de la corriente del Chorro del Chocó (Poveda, 1998). Los exponentes de Hurst se mantienen casi constantes para todas las estaciones de estudio y no existe una clara diferencia de este exponente entre los años con y sin eventos ENSO. El análisis de los prefactores a del ajuste potencial, permiten concluir que a la escala de tiempo de análisis (15 minutos), los registros de precipitación presentan mayor (intermitencia) en los años La Niña que en los años El Niño. Estos resultados tienen importantes implicaciones para el estudio y modelación de la variabilidad espacio-temporal de la precipitación en los Andes de Colombia.

1. Introducción

Para lograr un mayor entendimiento de la complejidad del proceso de la precipitación, se hace necesario realizar análisis del comportamiento temporal de los eventos de lluvia en altas resoluciones temporales. Las dos fases del fenómeno El Niño-Oscilación del Sur (ENSO) afectan directamente la hidro-climatología de Colombia (Poveda, 1994, 2004; Poveda y Mesa, 1997; Poveda et al, 1998, 2001, 2004; Waylen y Poveda, 2002) . Tal influencia macroclimática debe verse reflejada en la estadística de los fenómenos hidro-climáticos.

Los eventos auto-organizados críticamente ofrecen una estructura de trabajo para estudiar los procesos de relajación cuyos estadísticos están determinados por una ley potencial que es invariante con la escala (*Jensen, 1998, Peters and Christensen, 2002; Peters and Hertlein, 2002*). Por ejemplo la ocurrencia de los sismos sigue la ley de potencias de Gutenberg-Richter que relaciona el momento sísmico (una medida de la energía liberada) con la probabilidad de ocurrencia (*Gutenberg and Richter, 1994*). Un comportamiento similar se ha observado en emisiones acústicas desde rocas volcánicas, las cuales han sido relacionadas con explosiones volcánicas (*Diodati et al, 2000*). En este trabajo se investigan las funciones de distribución de probabilidades de la magnitud y duración de los eventos de tormentas de lluvia, así como la duración de los periodos secos (sin lluvia) y el exponente de Hurst y su comportamiento durante las dos fases del fenómeno ENSO.

2. Datos y Metodología

Se cuenta con información de seis estaciones de registro pluviográfico con resolución temporal de 15 minutos y una precisión de 0.01 mm. La Tabla 1 resume las principales características de cada pluviógrafo perteneciente a la base de datos de Empresas Públicas de Medellín. Las estaciones están ubicadas sobre la vertiente occidental de la cordillera occidental (1, 2, 3) y sobre la cordillera central vertiente oriental las últimas (4,5 y 6).

3. Análisis de Datos

a. Tamaño de los eventos

Los eventos se definen como una secuencia de tasas de lluvia diferentes de cero, y su magnitud $M = \sum_i q(t)\Delta t$ con $\Delta t = 15$ minutos, es la columna de agua acumulada durante el evento. Los intervalos sin lluvia entre eventos se denominan periodos secos.

Tabla 1 Características principales de las estaciones pluviográficas de estudio.

Nº	Estación	Latitud (N)	Longitud (W)	Altitud (m)	Periodo de registro	Datos Precipitación		
						faltanes (%)	media (mm/año)	Municipio
1	Sireno	06°23'	75°40'	1210	22Mar78-29Abr99	0.0	1896	Urrao
2	Sta. Bárbara	06°24'	75°43'	2595	14Mar78-28Abr99	0.0	2044	Urrao
3	Mandé	06°27'	75°08'	495	05May78-29Abr99	0.0	3598	Urrao
4	Inmarco	06°17'	74°48'	260	02Aug71-23Ago92	0.0	2201	Caracolí
5	Bizcocho	06°18'	75°05'	1070	31Mar71-29Abr99	0.0	4534	San Rafael
6	Peñol	06°24'	75°51'	1880	05Ene65-28Feb99	0.0	2472	Peñol

La figura 1 ilustra la densidad del número de eventos de lluvia por año $N(M)$ versus el tamaño del evento M en escala log-log para las seis estaciones de estudio durante las fases cálida (El Niño) y fría (La Niña) del fenómeno ENSO, así como durante periodos normales.

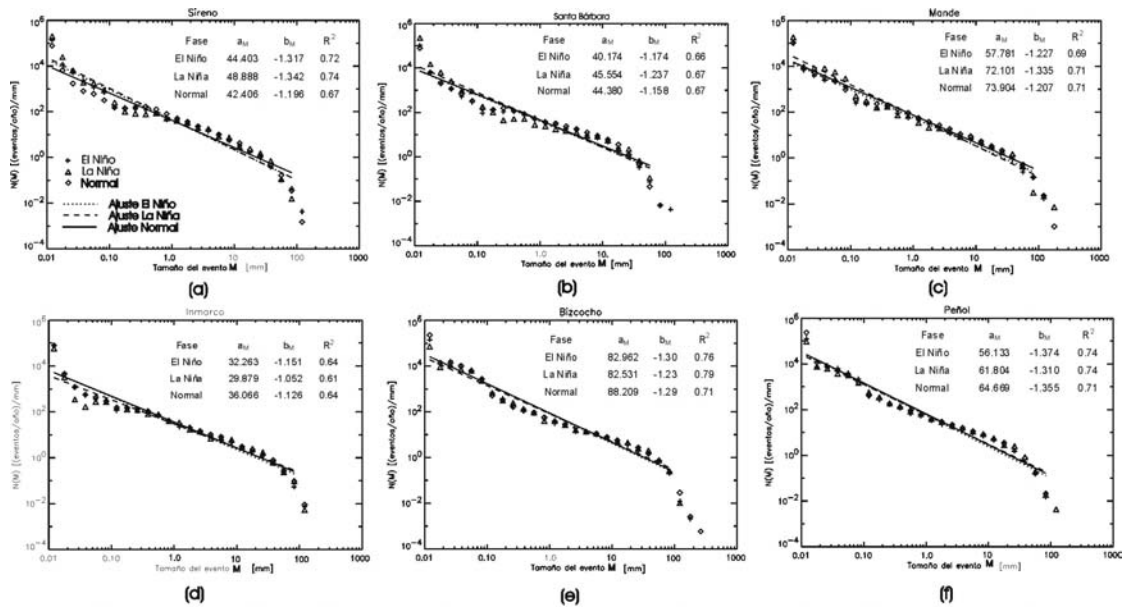


Figura 1 Funciones de distribución de la magnitud de los eventos. La coordenada en las abscisas de cada punto corresponde a la media geométrica entre el comienzo y final del intervalo de agrupamiento. La posición vertical es el número de eventos en el intervalo dividido por el tamaño del intervalo y además escalado a valores anuales a través de la división de este valor entre el número de años El Niño, La Niña o Normales considerados.

Dentro de cada grafica de la figura 1 se muestran los coeficientes de la ley potencial ajustada a cada una de las series de estudio y los coeficientes de ajuste obtenidos para las funciones de distribución.

Nótese que los eventos de precipitación mayores de 80 mm/15 minutos parecen exhibir una ley potencial con exponente de escalamiento diferente. Nótese también que el punto correspondiente a la magnitud 0.01 mm aparece como un umbral inferior para la ley de escalamiento. Esto indica la existencia de colas pesadas en la función de distribución.

La ley potencial que se quiere ajustar es de la forma,

$$N(M) = a_M M^{-b_M} \quad (1)$$

En donde $N(M)$ representa el número de eventos de magnitud M , a_M se denomina *pre-factor* y b_M es el exponente de escalamiento. El régimen de escalamiento se extiende sobre al menos tres ordenes de magnitud.

El hecho que haya una función de distribución potencial ajustada a los datos implica que no existe una escala típica de eventos de lluvia y la invarianza de escala prevalece. Por ejemplo, en la región de escalamiento, si se compara la frecuencia de eventos de tamaño M con los eventos de tamaño kM , durante un año Normal se obtiene la misma fracción independiente de M , de la forma,

$$\frac{N(M)}{N(kM)} = k^{-b_M} \quad M \in [M_{min}, M_{max}] \quad (2)$$

Asumiendo que el ajuste potencial se cumple, se puede calcular fácilmente el número de eventos esperados $N(M > M_1)$ que exceden una masa dada M_1 , mediante

$$N(M > M_1) = a_M \int_{M_1}^{\infty} M^{-b_M} dM = \frac{1}{b_M - 1} M^{-b_M+1} \quad (3)$$

de aquí que

$$N(M > M_2) = N(M > M_1) \left(\frac{M_2}{M_1} \right)^{-b_M+1} \quad (4)$$

Los valores del intercepto del ajuste lineal en el espacio logarítmico, corresponden a los prefactores a_M del ajuste potencial y están relacionados con la densidad de eventos de pequeña magnitud por año. Por su parte, la pendiente del ajuste, que corresponde a los exponentes b_M en la ley potencial, dan idea de la tasa de cambio de la función de probabilidades y el escalamiento entre los ordenes de la magnitud de los eventos y el número esperado de eventos por año. Para las tres estaciones ubicadas en el suroeste Antioqueño (Urao) el exponente b_M decae más rápido durante La Niña que para los años El Niño. Durante La Niña

existe una mayor cantidad de eventos de pequeña magnitud que durante el Niño. Esto es claro en las tres gráficas correspondientes a estas estaciones.

Para las estaciones del oriente Antioqueño, los valores del exponente de escalamiento, son mayores para los años El Niño que para los años sin eventos ENSO y La Niña. La explicación de este comportamiento se sustenta en que los eventos de gran magnitud suelen ocurrir durante La Niña (Álvarez y Toro, 2001).

B. Duración de los eventos

La densidad numérica de eventos $N(T_E)$ en función de la duración T_E , también satisface una ley potencial del tipo:

$$N(T_E) = a_{T_E} T_E^{-\beta_{T_E}} \quad (5)$$

El exponente de la ecuación (5), que relaciona la duración de los eventos de lluvia con su frecuencia, es diferente del correspondiente con el tamaño de los eventos. Esto implica una relación no trivial entre la duración y la tasa de lluvia promedio durante un evento. Si se pudiera simplemente asumir una tasa de lluvia promedio igual para todos los eventos de lluvia, el tamaño sería proporcional a la duración y las distribuciones tendrían el mismo exponente igual a 1.0. Aparentemente, mas largos eventos de lluvia serían más intensos.

La figura 2 ilustra las relaciones empíricas entre el tamaño promedio del evento y su duración. Dentro de cada gráfico se muestran los coeficientes del ajuste para la duración de los eventos durante los años ENSO y sin eventos ENSO para las seis estaciones de estudio. En este caso, los exponentes b_{T_E} son mayores en la totalidad de los casos para los años El Niño que para los años La Niña. Esto se debe básicamente a que durante los años El Niño el número de tormentas de gran duración es menor en relación con el número de la misma duración (mm) que ocurren durante la fase La Niña. Para los periodos sin eventos El Niño y La Niña no puede sacarse una conclusión determinante.

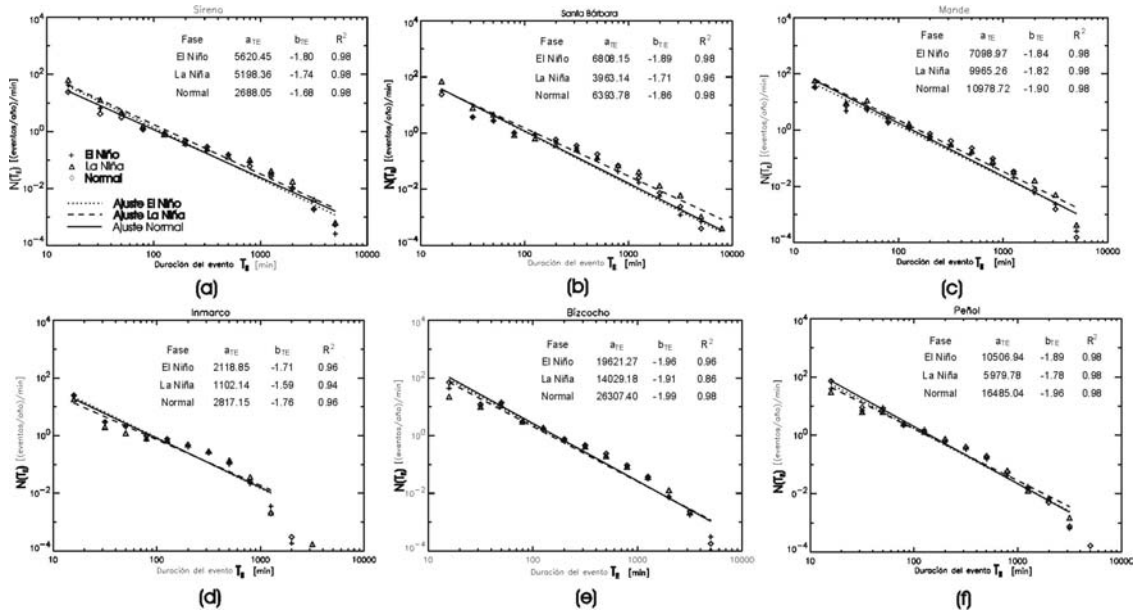


Figura 2 Distribución de la duración de los eventos y coeficientes de ajuste para la duración de los eventos vs el número de eventos por año por minuto.

C. Duración de los periodos secos

En la figura 3 se ilustra la distribución de probabilidad de las duraciones de los periodos secos $N(T_D)$ según la ley potencial dada por,

$$N(T_D) = \alpha_{T_D} T_{T_D}^{-\beta_D} \quad (6)$$

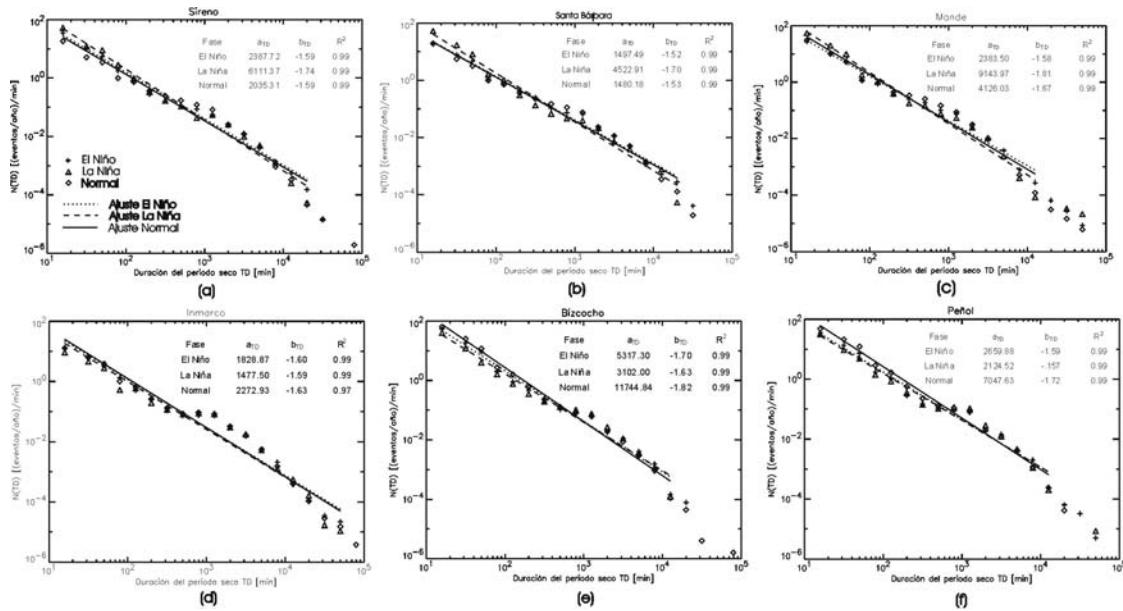


Figura 3 Densidad numérica $N(T_D)$ de los periodos secos por año vs la duración de dichos periodos T_D . El número de eventos está normalizado al número por año.

Debe observarse que todos los valores de R^2 de los ajustes, son mayores que 0.86, lo que supone un muy buen ajuste de la ley en el rango entre 15 min a 2×10^4 min (aprox. 13 días).

Las tres estaciones de suroeste antioqueño presentan exponentes mayores para la función de distribución de los periodos secos en los años La Niña que en El Niño. Esto es evidente si tenemos en cuenta que en esta zona del suroeste de Antioquia el impacto de la disminución de la corriente chorro del Chocó (Poveda, 1999) conlleva a un aumento en la duración de los periodos secos en los años El Niño. En la Niña, no se ven estos largos periodos de tiempo y por el contrario, la densidad de duraciones cortas de periodos entre tormentas es muy grande. En las estaciones del oriente de Antioquia los valores del exponente ajustado son ligeramente mayores durante El Niño que en La Niña.

D. Exponente de Hurst

En un intento por determinar el tamaño necesario de un embalse ideal, Hurst (1951) consideró una señal de entrada $q(t)$, correspondiendo a la intensidad de la lluvia en nuestro caso, que causa variaciones en el nivel del embalse. Usando los datos de este trabajo, la desviación del nivel promedio del agua en un tanque imaginario sería:

$$X(t, \tau) = \sum_{u=0}^t [q(t) - \langle q \rangle_{\tau}] \Delta t \quad (7)$$

Donde $\Delta t = 15$ min y

$$\langle q \rangle_{\tau} = \frac{1}{\tau} \sum_{t=1}^{\tau} q(t) \quad (8)$$

La cantidad $\langle q \rangle_{\tau}$ en la ecuación anterior puede ser pensada como una salida promedio del embalse y asegura que para cualquier periodo τ el nivel del agua comienza en cero. La figura 4 muestra $X(t, \tau)$ derivados de las series para la estación Sireno para un año El Niño y La Niña.

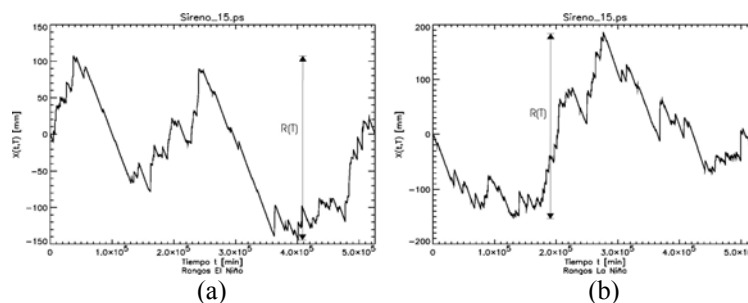


Figura 4 Nivel de agua $X(t, \tau)$ en mm en un embalse imaginario para $\tau = 525600$ min que constituye un año hidrológico para eventos (a) El Niño y (b) La Niña, para la estación Sireno.

En esta figura se observa que el tamaño del embalse requerido $R(\tau)$ para evitar déficit (El Niño) o vertimientos (La Niña) en ambas representaciones es diferente.

Este rango de niveles de agua está dado por:

$$R(\tau) = \max_{1 \leq t \leq \tau} X(t, \tau) - \min_{1 \leq t \leq \tau} X(t, \tau) \quad (9)$$

Hurst determinó la relación adimensional $R(\tau)/S(\tau)$ como una función de τ , donde $S(\tau)$ es la desviación estándar de la entrada $q(t)$ en el periodo τ . Puede ser mostrado que si $q(t)$ es cualquier señal aleatoria con varianza finita (Feller, 1951; Hurst, 1965) esta relación incrementa así:

$$R(\tau) / S(\tau) \propto \tau^H \quad (10)$$

donde $H=1/2$ es el exponente de Hurst. En la medida que el exponente vaya creciendo se dice que el proceso tiene mayor persistencia. La bibliografía sobre el efecto de Hurst es muy amplia en hidrología (Mesa y Poveda, 1993). Hurst encontró para las series de caudales medios en el Nilo un exponente de $H \approx 0.77$.

El exponente de Hurst fue estimado para los datos de trabajo de las seis estaciones pluviográficas en un año típico de El Niño (1997-1998), La Niña (1987-1988) y otro sin eventos ENSO (1989-1990). Para la estación Inmarco debido a su corta longitud de registro se tomó como año El Niño el periodo 1986-1987. La figura 5 ilustra los resultados del ajuste para el exponente de Hurst de los datos para la estación pluviográfica Sireno. Este exponente se calculó para ventanas de tiempo τ no traslapadas. La tabla 2 muestra los valores del exponente de Hurst para el año típico El Niño, La Niña y sin evento ENSO (normal) en todas las estaciones de estudio. La relación de ajuste es:

$$\frac{R(\tau)}{S(\tau)} = a\tau^H \quad (11)$$

Todos los exponentes de Hurst están entre 0.78 y 0.84 y no existe una clara diferencia entre los años ENSO y sin eventos ENSO.

Por su parte los prefactores a del ajuste son todos mayores o iguales para los años La Niña que para los años El Niño. Esto puede indicar que en las cortas escalas de tiempo (15 minutos) la lluvia presenta mayores rangos escalados (intermitencia) para los años La Niña que para los El Niño. Esto corrobora la conclusión que se había obtenido para las tres estaciones del suroeste Antioqueño en cuanto a la fdp de las magnitudes de los eventos.

Tabla 2 Coeficientes del ajuste para el rango escalado y el periodo de tiempo τ . El exponente de Hurst (H) y los coeficientes de correlación del ajuste.

Estación	Fase	a	H	R^2
Sireno $P_{\text{anual}} = 1896 \text{ mm}$	El Niño	0.052	0.80	0.81
	La Niña	0.053	0.81	0.88
	Normal	0.054	0.82	0.83
Santa Bárbara $P_{\text{anual}} = 2044 \text{ mm}$	El Niño	0.052	0.80	0.85
	La Niña	0.052	0.81	0.90
	Normal	0.057	0.80	0.90
Mandé $P_{\text{anual}} = 3598 \text{ mm}$	El Niño	0.044	0.84	0.74
	La Niña	0.051	0.82	0.86
	Normal	0.054	0.80	0.74
Inmarco $P_{\text{anual}} = 2201 \text{ mm}$	El Niño	0.058	0.78	0.86
	La Niña	0.059	0.78	0.86
	Normal	0.060	0.78	0.90
Bizcocho $P_{\text{anual}} = 4534 \text{ mm}$	El Niño	0.047	0.82	0.85
	La Niña	0.051	0.82	0.90
	Normal	0.055	0.82	0.86
Peñol $P_{\text{anual}} = 2472 \text{ mm}$	El Niño	0.046	0.83	0.77
	La Niña	0.053	0.82	0.90
	Normal	0.050	0.80	0.92

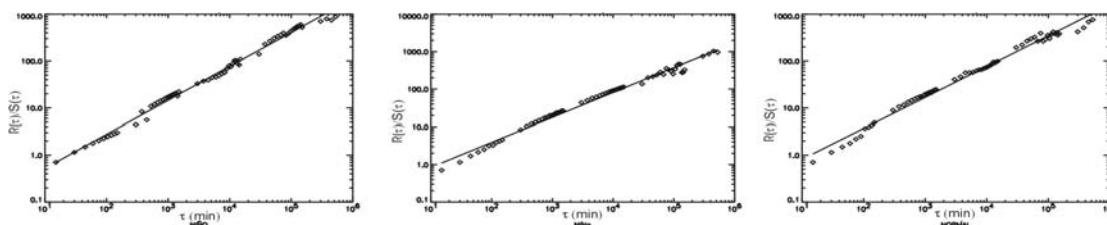


Figura 5 Relación adimensional $R(\tau)/S(\tau)$ versus τ en doble escala logarítmica para la estación Sireno.

El exponente de Hurst está íntimamente relacionado con la escala de fluctuación del fenómeno físico y la escala de tiempo del análisis. La intermitencia de las series juega un papel fundamental.

Conclusiones

El estudio de las series de tiempo de la lluvia de resolución temporal de 15 minutos en seis estaciones de registro en Antioquia, ha permitido estudiar las funciones de probabilidad de la magnitud de eventos y duración de tormentas así como la duración de los periodos secos.

Respecto de la magnitud de los eventos de lluvia y el número de eventos esperados por año, puede decirse que la fdp adquiere una forma potencial del tipo $N(M) = a_M M^{-b_M}$ cuyos exponentes varían entre -1.1 y -1.4. No parecen existir una conclusión definitiva para las diferencias del exponente de escalamiento entre las estaciones del suroeste de Antioquia y las del oriente en épocas de El Niño y La Niña.

La distribución de probabilidades de la duración de los eventos de lluvia presenta un exponente que, en general, varía -1.68 y -1.96 pero que ilustra que la tasa de variación del ajuste lineal entre los logaritmos de la duración en minutos y el número de eventos esperados por año (b_{T_E}) es mayor en la totalidad de los casos para los años El Niño que para los años La Niña. Esto se debe básicamente a que durante los años El Niño el número de tormentas de gran duración es menor en relación con el número de la misma duración (mm) que ocurren durante la fase La Niña. Para los periodos sin eventos El Niño y La Niña no puede sacarse una conclusión determinante.

El análisis de la duración de los periodos secos muestra que las tres estaciones del suroeste antioqueño presentan exponentes mayores para la función de distribución de los periodos secos en los años La Niña que en El Niño. Esto es evidente si tenemos en cuenta que en esta zona del suroeste de Antioquia el impacto de la disminución de la corriente chorro del Chocó (Poveda, 1999) conlleva a un aumento en la duración de los periodos secos en los años El Niño. En la Niña, no se ven estos largos periodos de tiempo y por el contrario, la densidad de duraciones cortas entre tormentas es muy grande. En las estaciones del oriente de Antioquia los valores de los exponentes son ligeramente mayores en los años El Niño comparados con La Niña. Los valores de los exponentes varían en general entre -1.57 y -1.81.

Todos los exponentes de Hurst se mantienen constantes para las estaciones de estudio y no existe una clara diferencia de este exponente entre los años con y sin eventos ENSO. Por su parte los prefactores α del ajuste son todos mayores o iguales para los años La Niña que para los años El Niño. Esto puede indicar que en las cortas escalas de tiempo (15 minutos) la lluvia presenta mayores rangos escalados (intermitencia) para los años La Niña que para los El Niño. Esto corrobora la conclusión que se había obtenido para las tres estaciones del suroeste Antioqueño en cuanto a la fdp de las magnitudes de los eventos siendo de mayor intermitencia en La Niña.

Referencias

- Álvarez J.F y V.G Toro. *Caracterización del ciclo diurno de precipitación en los Andes Tropicales de Colombia, Región Norte*, Trabajo Dirigido de Grado, Ingeniería Civil, Facultad de Minas (2001)
- Diodati P.; F. Marchesoni, and S. Piazza, Acoustic Emission from volcanic activity: an example of self-organized critically. *Phys. Rev. Lett.* 67, 2239 (1991)
- Feller, W. *The asymptotic distribution of the range of sums of independent random variables*. *Ann. Math. Statist.* 22 427 432. (1951)
- Gutenberg B. and C.F. Richter, *Bull. Seismol. Soc. Am.* 34, 185-188 (1944).
- Hurst H.E. *Long-Term Storage: An Experimental Study* (Cosntable, London, 1965)
- Jensen H.J. *Self Organized Criticality: Emergent Complex Behavior in Physical and Biological Systems* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1998)
- Mesa O., G. Poveda y L.F Carvajal. *Introducción al Clima de Colombia*. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, (1997).
- Poveda G. Cuantificación del efecto de El Niño y La Niña sobre los caudales en Colombia. *Memorias del XVI Congreso Latinoamericano de Hidráulica e Hidrología, IAHR, Santiago de Chile, vol 4, 107-117* (1994).
- Poveda G. *La Hidro-climatología de Colombia: Una síntesis desde la escala interdecadal hasta la escala diurna*. *Rev. Acad. Colom. Cienc.* 28 (107) 201:222, (2004).
- Poveda G; M. M. Gil y N. Quiceno. The relationship between ENSO and the annual cycle of Colombia's hydro-climatology. *Proc. Second International conference on climate and water. Helsinki, August 17-20, 1323-1331, (1998).*
- Poveda G. A. Jaramillo, M.M Gil, N Quiceno y R. Mantilla. Seasonality in ENSO related precipitation, river discharges, soil moisture and vegetation INDEX (NDVI) in Colombia. *Wat. Res. Res.* (2001)
- Peters O. and K. Christensen. Rain: Relaxations in the sky. *Phys Rev E* 66, 036120 (2002).
- Peters O.; C. Hertlein and K. Christensen. A Complexity View of Rainfall. *Phys Rev Lett.* 7 Jan-2002.
- Mesa O. and G. Poveda. The Hurst Effect: The Scale Of Fluctuation Approach. *Water Resources Reseach*, Vol. 29, NO.12. p3995-4002, Dec (1993).
- Waylen P. y G. Poveda. El Niño-Southern Oscillation and aspects of western south America hydro-climatology, *Hydrol. Proc.*, 16: 1247-1260 (2002).