

XIV SEMINARIO NACIONAL DE HIDRÁULICA E HIDROLOGÍA

SOBRE LA EXISTENCIA DE LA LEY DE HACK EN LAS CUENCAS HIDROGRÁFICAS DE COLOMBIA

Ricardo Mantilla, Oscar J. Mesa y Germán Poveda

*Posgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos
Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.*

Resumen

La comprensión de la dinámica que da forma a las cuencas hidrográficas y su red de drenaje es un tema fundamental en hidrología. Las crecidas modelan el paisaje y a su vez el paisaje conduce los caudales. En este trabajo se presenta una caracterización geomorfométrica de las cuencas hidrográficas de Colombia, en términos de un estudio detallado de la relación potencial encontrada por J. T. Hack [3], entre la longitud del cauce principal y el área de la cuenca, que busca determinar una explicación del exponente que se obtiene con datos muestrales para tal relación potencial. Nuestros resultados sugieren que en 1000 cuencas Colombianas, el exponente anómalo de Hack puede explicarse en términos de la elongación de las cuencas.

Abstract

Understanding the physical mechanisms underlying the formation of hydrological basins and their river networks is a fundamental topic in hydrology. Floods model landscapes and landscape conducts river flows. We present a geomorphometric characterization of river basins in Colombia, in terms of a detailed study of the power law found by J. T. Hack [3], existing between the main channel length and the drainage area. We attempt to explain the exponent found in sample data for such a power law. Our results indicate that for 1000 river basins throughout Colombia, the anomalous exponent can be explained in terms of basin elongation.

INTRODUCCIÓN

Las cuencas hidrográficas son sistemas altamente complejos, pues, su proceso de formación está ligado a factores tan variables en el tiempo y el espacio como el clima, la geología, la vegetación e incluso el tectonismo. Sin embargo, y contrario a lo que se podría pensar sobre el tema, los estudios cuantitativos que han sido realizados desde mediados de la década de los 40, han revelado las profundas simetrías embebidas en tales sistemas.

El estudio clásico realizado por [4] sobre la organización de la red de drenaje, puso en evidencia la regularidad de esta estructura al presentar los resultados de las que hoy son conocidas como las leyes de Horton, que resultan de un esquema de ordenamiento propuesto por él mismo. Mas adelante [3] presentó los resultados acerca de la relación potencial existente entre la longitud del canal principal y el área de drenaje en varios ordenes de magnitud, la cual puso en manifiesto, una vez más, que este sistema de aparente complejidad estaba organizado de una manera bastante simple. Estos trabajos motivaron a otros investigadores a determinar y cuantificar los parámetros que caracterizan la dinámica al interior de este sistema, tales como la geometría de los canales, la pendiente y el caudal ([6], [12]). En todos estos estudios el área de la cuenca aparece como el parámetro natural de escala de los procesos físicos.

Mas allá del interés práctico de las funciones potenciales, que relacionan algunos parámetros morfométricos de la cuenca con el área, está la pregunta acerca de los procesos físicos que dan origen a ellas y sobre las pistas que encierran acerca de la evolución del sistema. En este trabajo se tratarán específicamente dos de las relaciones potenciales que la hidrología, aun hoy, continua investigando. Estas son la ley de Hack y la relación entre los diferentes cuantiles de la función de distribución de probabilidades de los caudales máximos y el área de drenaje.

La ley de Hack es de especial interés, pues el exponente de la relación longitud – área que se encuentra usualmente entre 0.56 y 0.60, es significativamente mayor que el valor esperado por un análisis dimensional simple entre estas dos variables, que sería 0.5. Esta desviación anormal del exponente es mucho más que una curiosidad teórica, pues está relacionada según la física estadística con importantes características de invarianza de propiedades ante cambios de escala. Los estudios sobre grupos de renormalización y sistemas auto-organizados en estados críticos [1], han revelado que la presencia de exponentes de escala como el encontrado por Hack, están asociados de manera directa con características físicas de la distribución de la energía en diferentes escalas en el interior del sistema dinámico.

El reciente desarrollo de los computadores de gran capacidad de procesamiento y almacenamiento de información permite realizar mediciones detalladas de las variables geomorfológicas en cuencas de gran tamaño, lo que hasta hace algunos años podía parecer imposible. En este trabajo se desarrolla una caracterización y un análisis geomorfológico de las cuencas hidrográficas de Colombia [7], en busca de pistas sobre las razones físicas que conducen al valor anómalo del exponente de Hack.

1 DATOS UTILIZADOS

Los análisis están basados en modelos digitales de terreno (MDT), que son arreglos matriciales rectangulares, en los que cada posición corresponde a la elevación media de un área cuyo tamaño depende de la resolución del mapa. Estos modelos existen en una gran variedad de resoluciones y ofrecen un alto grado de confianza sobre los datos proporcionados. En 1996 se terminó un proyecto de escala mundial dirigido por el Servicio Geológico de los Estados Unidos (USGS), cuyo objetivo era generar mapas digitales para todo el planeta con resolución de 30 segundos de arco. Estos mapas están disponibles vía FTP en <ftp://edcftp.cr.usgs.gov/pub/data/gtopo30/> (para mayor información, consulte la página del USGS <http://edcwww.cr.usgs.gov/doc/edchome/ndcdb/ndcdb.html>) y se distribuyen como arreglos rectangulares, en código binario, en archivos que cubren diferentes partes del mundo. El mapa de interés para Colombia es el W100n40.tar. De allí se extrae una región que cubre completamente a Colombia: entre 5°S- 15°N de latitud y 65°W-80°W de longitud.

El modelo fue desarrollado a lo largo de un período de tres años con el esfuerzo del personal del USGS y la colaboración de instituciones como la NASA, el Instituto Nacional de Estadística Geográfica e Información de México, el Servicio de Información Geográfica del Japón, la Agencia para el Desarrollo Internacional de los EUA, el programa para el Desarrollo de Bases de Datos Ambientales de las Naciones Unidas, entre otros, que contribuyeron encontrando y/o permitiendo el uso de datos. Los datos básicos para la construcción fueron: datos digitales de elevación de terreno proporcionados por la agencia de defensa de los Estados Unidos (50% de la información), la Carta Digital del Mundo y la carta construida para navegación con una escala de 1:1'000.000. Para interpolar la topografía faltante se usó como parámetro de control las corrientes importantes de agua en el mundo, las cuales son fácilmente identificables desde satélites, y datos de elevación media tomados desde estos. Para lograr que la topología de la red de drenaje fuera similar a la que se conoce por fotografías aéreas del territorio Colombiano, fueron necesarias algunas correcciones manuales sobre el MDT, utilizando los módulos y controles para corregir MDT del programa CUENCAS desarrollado por el autor.

2 PROGRAMAS DESARROLLADOS PARA EL ANÁLISIS DE LOS DATOS

Como es evidente, el gran volumen de información que debía ser manejado para realizar este trabajo, condujo a la necesidad de diseñar programas de computador para la visualización, análisis y presentación de los resultados. Este tipo de programas se conocen como Sistemas de Información Geográfica (SIG) y aunque existe una gran variedad de ellos en el mercado se optó por el desarrollo de un programa propio, ya que las necesidades específicas de este trabajo pusieron en evidencia la falta de flexibilidad de los SIG comerciales, además se presenta como un paso hacia el desarrollo de futuros trabajos de este tipo. El programa desarrollado se ha llamado “CUENCAS” (Figura 1). El programa CUENCAS ha sido desarrollado en el Posgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos como parte del proyecto Balances Hidrológicos de Colombia [19], patrocinado por la UPME y por Colciencias. Está diseñado para el análisis de cuencas hidrográficas obtenidas a partir de modelos digitales de terreno y para la extracción de los parámetros geomorfológicos de mayor interés. El programa está basado en el análisis de la matriz de direcciones, la cual se crea usando la información contenida en el modelo digital de terreno usando el algoritmo de flujo en la dirección de la máxima pendiente. Este algoritmo asigna a cada pixel del mapa digital una dirección de drenaje. La dirección en la que “fluye” el agua desde cualquier pixel se marca con un identificador 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 partiendo de la dirección noreste y continuando en el sentido de las manecillas del reloj hasta completar el ciclo de direcciones.

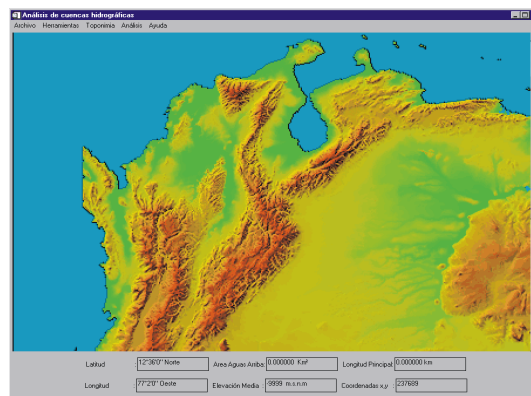


Figura 1. Interfaz principal de la versión final del programa CUENCAS

Con la información de la matriz de direcciones es posible determinar la cuenca hidrográfica de cualquier pixel del mapa, la estructura de su red de drenaje y los parámetros geomorfológicos básicos derivados de esta. En particular es posible determinar el área de drenaje de todos los pixeles de la red de drenaje y la longitud del canal principal que drena hasta dicho punto, los cuales se despliegan de manera interactiva durante la ejecución del programa. Las rutinas implementadas en este programa han sido modificadas para realizar el estudio que se presenta en este artículo.

3 ANÁLISIS DE LEY DE HACK EN COLOMBIA

Como se mencionó anteriormente, la ley de Hack es una relación potencial empírica entre la longitud del canal principal de la cuenca y su área de drenaje. Varios estudios sobre esta relación se han realizado desde que se formuló por primera vez en 1957, y se ha encontrado, consistentemente, que el exponente del área es superior a 0.5 – que es el valor esperado por un análisis dimensional simple – y generalmente oscila entre 0.55 y 0.60. Este resultado ha motivado a la comunidad hidrológica y geomorfológica a proponer diversas explicaciones para este comportamiento anómalo del exponente. En este capítulo se hará un resumen de las diferentes propuestas teóricas tendientes a explicar la anomalía del exponente encontrado en la ley de Hack, las cuales van desde explicaciones puramente geométricas, hasta explicaciones basadas en la forma de ramificación de la estructura topológica de la red de drenaje. Esta revisión de las explicaciones teóricas estará acompañada por un estudio de muestreo y medición de las características morfométricas en más de 1000 cuencas en el modelo digital de terreno de Colombia, que pretende verificar las explicaciones que se han propuesto hasta el momento. El objetivo de este capítulo es buscar una explicación física que resuelva satisfactoriamente el problema del exponente anómalo de Hack.

3.1 EXPLICACIONES PROPUESTAS PARA LA LEY DE HACK

3.1.1 Tendencias en la geometría de la cuenca y la red de drenaje.

3.1.1.1 Elongación.

Hack observó que si la forma de las cuencas se conserva invariable con el aumento de su tamaño el exponente en la relación debería ser 0.5. Al escribir la ecuación de Hack como

$$\frac{A}{L^2} = \frac{1}{2} A^{-0.2}$$

podía interpretarse que la forma de las cuencas de diferentes tamaño no es completamente similar, ya que un aumento del tamaño de la cuenca implica un decremento en la relación A/L^2 . Esto, según Hack, indica una tendencia a la elongación de las cuencas con el aumento de su tamaño; este tipo de crecimiento se conoce en el campo de la biología como *crecimiento alométrico*.

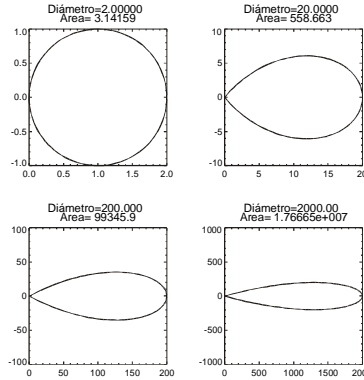


Figura 2. Secuencia de cuencas con la divisoría dada por la lemniscata $r(\phi) = \lambda \cos(c(\phi - \pi/2))$.

Para ilustrar esta idea, se ha propuesto el siguiente ejercicio teórico: demos una mirada a la secuencia de cuencas en la Figura 2, los bordes están dados por una sencilla curva conocida como la *lemniscata*, la cual está descrita por la fórmula $r(\phi) = \lambda \cos(c(\phi - \pi/2))$, donde ϕ varía desde $\pi(c-1)/2c$, hasta $\pi(c+1)/2c$. Acá el diámetro es λ , y la constante $c \geq 1$, determina el grado de elongación – lo que significa que el ancho es proporcional a (λ/c) . Cuando $c=1$ entonces la forma es completamente circular. El área de esta curva está dada por

$$A_\lambda = \pi \lambda^2 / 4c.$$

Para la secuencia de formas de la Figura 2, el diámetro crece como 10^n , mientras que la constante c esta dada por $c_\lambda = \lambda^\varepsilon$, con $\varepsilon = 1/4$. Poniendo esta expresión en la ley de Hack ($L \propto A^h$) y asumiendo que $L \propto \lambda$, obtenemos $h = 4/7 \approx 0.57$.

Este supuesto comportamiento de las cuencas ha sido observado en modelos teóricos como el introducido por Scheidegger [14] en el cual, “redes de drenaje aleatorias” son creadas en una malla triangular siguiendo una regla simple; y en modelos aún más elaborados como el propuesto por Rodríguez Iturbe et al. [13] de redes óptimas de canales, basado en principios de optimización en la conectividad de la red. Esta explicación sobre la ley de Hack ha sido aceptada durante mucho tiempo. Con el fin de hacer una correcta estimación de posibles tendencias en la forma de las cuencas es necesario definir el diámetro de la cuenca usando el concepto de la cáscara convexa [7] y hacer un estudio de su relación con el incremento del área. En la sección 4.3.2 se mostrarán los resultados de esta prueba.

3.1.1.2 Sinuosidad.

En la misma época en que Hack predicaba que la anomalía del exponente era debida principalmente a la elongación de las cuencas, otros autores [17] proponían que el incremento de la sinuosidad a lo largo del canal podía contribuir en gran medida a este resultado. La sinuosidad se define como la relación entre la longitud medida a lo largo del canal, L_c , y la longitud en línea recta desde su nacimiento hasta su desembocadura, L_r . Matemáticamente esto se expresa como

$$\text{Sinuosidad} = \frac{L_c}{L_r}.$$

Para ilustrar de manera precisa esta interpretación se ha propuesto el siguiente ejercicio teórico: Suponga un canal principal dado por la función

$$f(x) = A(x) \sin(2\pi x/T(x)),$$

esta curva oscila alrededor del eje x , con amplitud y periodo dados por $A(x)$ y $T(x)$, como se muestra en la Figura 3. Cuando $A(x)$ y $T(x)$ son constantes, $f(x)$ es una curva sinusoidal sencilla. Pero si suponemos que la amplitud y el periodo están dadas como funciones potenciales de x , es decir, $A(x) = cx^a$ y $T(x) = dx^b$ y asumiendo $a > 0$ y b entre 0 y 1, entonces la amplitud y el periodo aumentan hacia aguas abajo como se observa en las canales naturales [6].

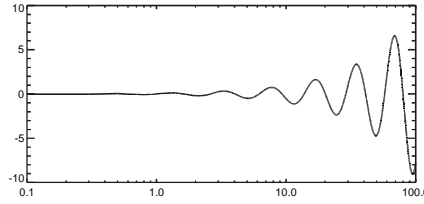


Figura 3. Función sinusoidal con amplitud y periodo dependientes de x de manera potencial. Este sencillo esquema, modela las observaciones de Leopold y Maddock (1953) sobre el incremento de la sinusoidad hacia aguas abajo del canal.

La longitud de esta curva esta dada por la *longitud de arco* de $f(x)$, que se calcula mediante la integral

$$L(x) = \int_0^x \sqrt{1 + f'(x)^2} dx,$$

la cual no puede ser resuelta de manera analítica, pero es claro que $L(x)$ es una función creciente de x . Es posible demostrar además, basados en los resultados del uso de límites superiores inferiores y superiores que dependiendo de los valores a y b , es posible que el valor de $L(x)$ crezca más rápido que x , de hecho es posible demostrar que $L(x) \sim x^{1+(a-b)}$, si $a > b$, y que $L(x) \sim x$, en cualquier otro caso.

Con base en este resultado analítico y el estudio realizado por Leopold [6] en el que se encontró que la amplitud y el periodo de los meandros estaban fuertemente ligados al ancho del canal w , en varios ordenes de magnitud por las formulas

$$A(w) \sim w^{1.1} \text{ y } T(w) \sim w^{1.0},$$

es posible derivar el exponente de Hack. Teniendo en cuenta los estudios de Schumm [16] que relacionan las características del canal con el caudal de banca llena, en particular se encontró que el ancho cumple la relación potencial $w \sim Q_{2.33}^{0.58}$ en varios ordenes de magnitud, y estudios sobre la variación del caudal con el área (Flood Studies Report, 1975), en los que se encontró que la creciente media estaba relacionada con el área por $Q_{2.33} \sim A^{0.73}$. De esta manera y bajo la hipótesis de que el diámetro de la cuenca escala con el área mediante un exponente de 0.5 (cuencas autosemejantes), resulta que el exponente de Hack en la ecuación $L \propto A^h$ es $h=0.55$, como consecuencia exclusiva de estas suposiciones.

3.1.1.3 Estructura topológica de la red de drenaje.

Otras explicaciones del exponente de Hack se relacionan con el efecto de la organización topológica de la red de drenaje. Para ello se establece la relación entre el diámetro topológico, D_t , definido como la mayor distancia topológica -en número de segmentos- entre una fuente y la salida y la magnitud de la cuenca, m ,

$$D_t = am^{h_t}.$$

Definido de esta manera, es posible derivar valores teóricos del exponente h_t a partir de los modelos topológicos de la red de drenaje.

3.1.1.3.1 Exponente de Hack derivado del modelo de Shreve.

Una de las conclusiones derivadas del modelo de Shreve [15] sobre la topología de las cuencas, es el resultado obtenido en [10] acerca de la ley de Hack. El resultado presentado en ese trabajo demuestra que si los postulados del modelo de Shreve son válidos, la observación del exponente anormal de Hack se debe a un efecto preasintótico. El exponente teórico calculado es

$$h_t(m) = \frac{1}{2} \left(\frac{\pi + (\pi/m)^{1/2}}{\pi - m} \right)$$

donde m es la magnitud de la cuenca. Los valores derivados de la curva teórica, $h_t(m)$, serán comparados con los valores observados en todas las cuencas de Colombia. Debe aclararse que en este caso la comparación se hará con el exponente topológico de Hack, que es el que resulta de la regresión potencial entre la magnitud de la cuenca y el diámetro topológico.

3.1.1.3.2 Exponente de Hack derivado del modelo de árboles autosimilares.

Como apuntó Peckham [11], si las redes de drenaje pueden ser consideradas como árboles autosemejantes, el exponente topológico de Hack derivado de esta estructura está dado por $h_t=1/D_{AAS}$ donde D_{AAS} es la dimensión fractal del árbol autosimilar, la cual se define por la relación $D_{AAS} = \frac{\log(R_B)}{\log(R_C)}$. En esta concepción, la explicación del exponente de Hack es topológica.

3.2 ANÁLISIS DE DATOS Y COMPARACIÓN DE RESULTADOS CON LAS INTERPRETACIONES TEÓRICAS

3.2.1 Estimación del exponente de Hack para cuencas de Colombia.

A continuación se presentan los resultados de la estimación del exponente de Hack con base en mediciones realizadas en aproximadamente 1000 cuencas hidrográficas de Colombia. La selección de las cuencas en que se hizo la medición fue diseñada para que hubiese suficiente información en todos los ordenes de magnitud involucrados en la regresión, con el fin de evitar los problemas estadísticos asociados a la falta o poca presencia de datos en regiones particulares de los datos (Figura 4).

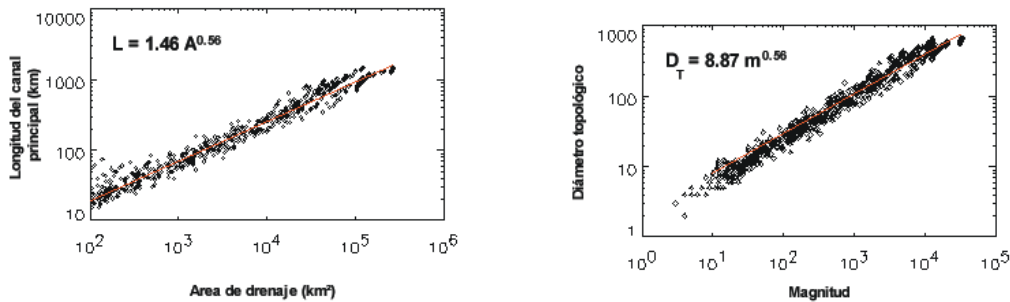


Figura 4. Regresiones de la longitud del cauce principal con el área y del diámetro topológico con la magnitud, para la determinación del exponente geométrico y topológico de Hack, respectivamente.

$$L=1.46A^{0.56} \text{ y } D_T=8.87m^{0.56}. \text{ (Medido en un mapa con resolución de 60 segundos de arco).}$$

3.2.2 Pruebas sobre la elongación de cuencas.

Para las 1000 cuencas seleccionadas se realizó un conjunto de mediciones, con el fin de revisar si la tendencia a la elongación de las cuencas con el incremento en el área es significativa para producir el efecto de la ley de Hack. Como se mostró en la sección 3.1.1.1, la tendencia a la elongación debe ser muy clara ya que el exponente de Hack encontrado en los datos es del orden de 0.56.

Usando la definición de diámetro y perímetro de la cáscara convexa [9] se realizaron las regresiones entre el diámetro y el área (que corresponde a la relación de elongación, [2]) y el perímetro contra el área (que corresponde al índice de Gravelius, [2]). Los resultados se muestran en la Figura 5.

Las regresiones muestran que, en las cuencas Colombianas, el efecto de la elongación tiene una influencia determinante sobre el exponente anormal de Hack. Además, revelan que existe una componente adicional para explicar el crecimiento anormal de la longitud del cauce, la cual puede estar asociada a la sinuosidad y/o a la conexión topológica existente en la red de drenaje. Esta conclusión se deriva del exponente distinto de 1.0 en la regresión L vs D , que muestra un crecimiento más rápido de la longitud con el cambio de tamaño.

Con base en estos resultados se derivan las formulas de relación de elongación e índice de compacidad para las cuencas de Colombia así:

$$\text{Escala 60 segundos arco: } K = 1.11A^{0.03} \text{ y } R_e = 0.91A^{-0.05}$$

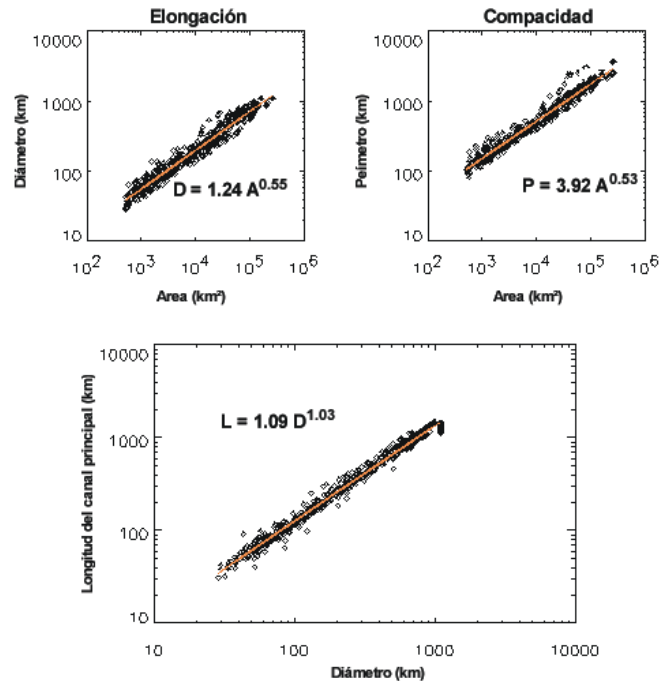


Figura 5. Regresión del diámetro y el perímetro contra el área de drenaje. De este resultado es posible derivar conclusiones sobre el índice de compacidad y la relación de elongación. $D=1.24A^{0.55}$ y $P=3.92A^{0.53}$. Además, la regresión $L=1.09D^{1.03}$ muestra que existe otra componente que ayuda a explicar el crecimiento anómalo de la longitud del cauce principal, L (resolución: 60 segundos de arco).

Las medidas de elongación son consistentes en ambas escalas, mostrando que las cuencas de Colombia, son en general, alargadas en todas las escalas y con una clara tendencia a aumentar su diámetro más rápido que su ancho. Esta observación se confirma cuando se escalan 3 cuencas de diferente tamaño con su diámetro y se comparan visualmente (Figura 6).

3.2.3 Pruebas sobre la sinuosidad de los canales.

Con el fin de demostrar la importancia del cambio de sinuosidad a lo largo del canal utilizaremos el criterio de ordenamiento de Horton - Strahler para clasificar los canales. Así, determinaremos la sinuosidad promedio de un canal de orden 1, 2, ..., Ω . Esta medición se hará en las cuencas de los ríos Arauca, Atrato, Baudó, Catatumbo, Patía, Putumayo, San Juan, Sinú, Tomo, Vaupés, Vichada, Caquetá, Guaviare, Magdalena y Meta.

En la Figura 7 se muestran los resultados para la cuenca del río Meta, en donde se revela que, en promedio, la sinuosidad de los canales crece hacia aguas abajo, o mejor con el orden del canal a una tasa aproximada de 0.35. Sin embargo, cuando se mira la variabilidad alrededor de los estados medios, se encuentra una gran dispersión, motivada principalmente por la presencia de controles geológicos en todas las escalas que impiden que la sinuosidad presente una variabilidad constante a lo largo del cauce. Un ejemplo de este tipo de controles se puede entender si comparamos la sinuosidad del río Atrato, con la del río Cauca a la altura de Ituango, ambos ríos han acumulado prácticamente la misma área, sin embargo es evidente que el Cauca no puede meandrear libremente por el control que ejerce el cañón interandino.

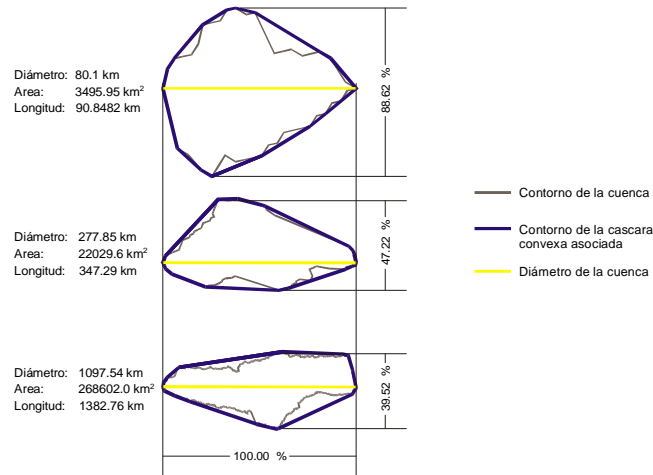


Figura 6. Contorno de 3 cuencas de diferente tamaño escaladas con la medida del diámetro. El ancho está dado como un porcentaje del diámetro con el fin de ilustrar la idea del crecimiento de la elongación en las cuencas con el cambio de tamaño.

En general podemos observar que la tendencia de la sinuosidad no es lo suficientemente sistemática para producir el efecto del exponente de Hack por sí sola, sin embargo se ha mostrado que su contribución al crecimiento de la longitud del cauce no es despreciable y que debe ser tomada en cuenta por modelos teóricos que expliquen la estructura geométrica de la red de drenaje de las cuencas hidrográficas.

3.2.4 Pruebas sobre el exponente topológico de Hack.

La búsqueda de la explicación del exponente de Hack en la topología de la red de drenaje ha sido uno de los esfuerzos matemáticos más significativos hasta el momento, desde que Shreve [15] presentó su modelo de topologías aleatorias. Sin embargo, el exponente topológico de Hack solo corresponde con el exponente geométrico para valores grandes de la magnitud de la red de drenaje como consecuencia de la ley de los grandes números, por esta razón acá se hará un esfuerzo por medir independientemente el exponente topológico y compararlo con los valores esperados por los modelos de Shreve [15] y Tokunaga [18].

En la Figura 8a se muestra el resultado de la comparación entre el valor de $\log(D_i)/\log(A)$ observado en los datos y el valor esperado según el modelo de Shreve, se incluyen además las bandas de 2 y 3 desviaciones estándar. El valor teórico de esta relación está dado por

$$\frac{\log(D_i)}{\log(m)} = \frac{1}{2} + \frac{\log(2\sqrt{\pi}(1 \pm \xi\sigma))}{\log(m)},$$

donde σ es la desviación típica y está dada por $\left(\frac{\pi-3}{3}\right)^{1/2}$ y ξ es una variable aleatoria con distribución normal.

Las observaciones están dentro de los rangos permisibles por el modelo. Esta prueba no es concluyente pues no hay ley de grandes números para la relación entre el diámetro y la magnitud, ya que la varianza no tiende a cero. En el capítulo siguiente se harán algunas pruebas adicionales del modelo de Shreve con el fin de obtener resultados más concluyentes sobre su validez.

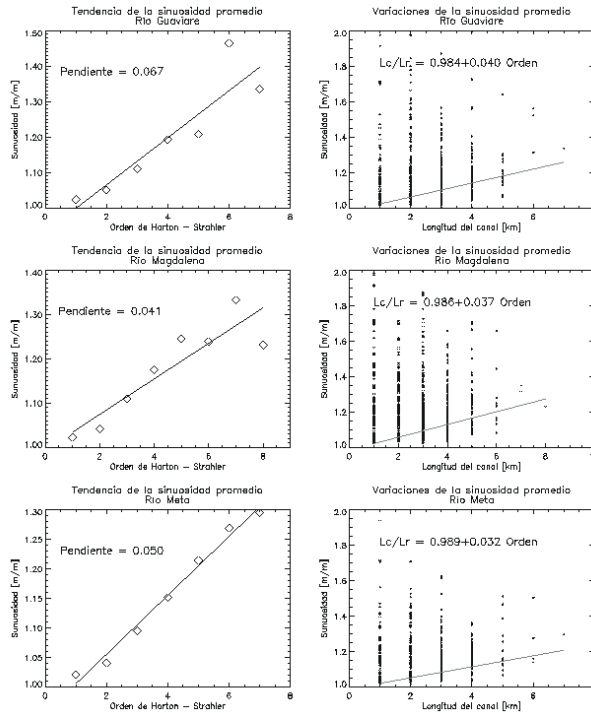


Figura 7. Gráficos de la sinuosidad de las corrientes de los principales ríos de Colombia

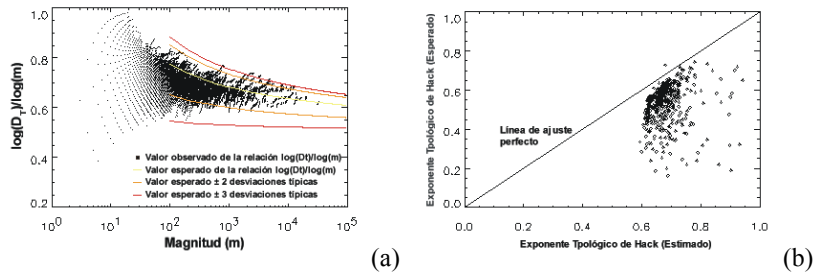


Figura 8. (a) Comparación entre el valor teórico esperado por el modelo de Shreve y el valor observado de la relación $\log(D_p)/\log(m)$ en todos los puntos de la red de drenaje extraída del modelo digital de terreno de Colombia. (b) Comparación entre el valor teórico esperado por el modelo de árboles autosimilares de Tokunaga y el observado del exponente topológico de Hack en la red de drenaje extraída del modelo digital de terreno de Colombia.

En la Figura 8b se presentan los resultados de la comparación entre el exponente de Hack estimado a partir de los datos de aproximadamente 1000 cuencas de Colombia y el valor esperado por el modelo de árboles autosimilares; se puede apreciar cómo el valor es claramente subestimado. Este resultado demuestra que la organización topológica de la red de drenaje aporta una cantidad significativa a la observación del crecimiento anómalo de la longitud del cauce principal con el incremento del área.

4. CONCLUSIONES

Se ha realizado un extenso estudio de medición en cuencas de Colombia, cuyas áreas varían en varios ordenes de magnitud, para examinar las teorías sobre la ley de Hack. Se demuestra que la tendencia de las cuencas a elongarse con el aumento de tamaño, es uno de los principales componentes en el crecimiento anómalo de la longitud del cauce principal con el aumento del área, observado en la ley de Hack. Además, se muestra el efecto no despreciable de la sinuosidad creciente hacia aguas abajo de los ríos en el crecimiento de la longitud del canal principal con el área y la importante contribución de la organización topológica, con base en los resultados del modelo de árboles autosimilares [18].

Se ha dado un paso significativo en el campo del desarrollo de herramientas computacionales para el análisis de cuencas hidrográficas extraídas de modelos digitales de terreno que permitió realizar este estudio sin precedentes en Colombia, de la caracterización geomorfológica de cuencas de gran tamaño que hasta hace algunos años parecían imposibles de medir

y analizar. Y se diseñó un programa con una interfaz gráfica amigable que permite la extracción de los parámetros geomorfométricos de cualquier cuenca hidrográfica de Colombia, obviamente con las limitaciones de escala que ofrecen los mapas trabajados.

REFERENCIAS

- [1] Bak, P. Self - Organized Criticality in non – conservative Models. *Physica A*, 191, 41-46. 1992.
- [2] Eagleson, P.S. *Dynamic Hydrology*, McGraw-Hill, New York. 1970.
- [3] Hack, J. T. Studies of longitudinal stream profiles in Virginia and Maryland. *U. S. Geol. Surv. Prof. Pap.* 294-B, 1957.
- [4] Horton, R. E. Erosional development of streams and their drainage basins: Hydrophysical approach to quantitative geomorphology. *Geol. Soc. Am. Bull.* 56. 275-370. 1945.
- [5] Houle, M. E. Computing the width of a set. *Symposium of Computational Geometry.* 1-7.1985.
- [6] Leopold, L.B. y Maddock, T. The hydraulic geometry of stream channels and some physiographic implications. *US. Geol. Surv. Prof. Paper.* 252. 1953.
- [7] Mantilla, R. *Análisis Multiescala de Propiedades Morfométricas y de Caudales Máximos de Cuencas Hidrográficas De Colombia.* Tesis de Grado. Facultad de Minas. Universidad Nacional de Colombia. 1999.
- [8] Mantilla, R., Mesa, O. y Poveda, G. Geometría, topología y morfometría de las cuencas Magdalena – Cauca y Atrato a partir de modelos digitales de terreno. *XIII Seminario Nacional de Hidráulica e Hidrología*, Cali, 155-172. 1998.
- [9] McCallum D. y Avis, D. A linear algorithm for finding the convex hull of a simple polygon. *Inform. Proces. Letters.* 9(5), 201-205. 1979.
- [10] Mesa, O. J. y Gupta, V.K. On the main channel length-area relationships for channel networks. *Water Resources Research.* No.23(11), 2119-2122. 1987.
- [11] Peckham, S. D. New results for self-similar trees with application to river networks, *Water Resour. Res.* 31(4). 1023-1029. 1995.
- [12] Richards, K. Fluvial geomorphology. *Progr. Phys. Geogf.* 12(3), 433-456. 1988.
- [13] Rodríguez Iturbe, I., y A. Rinaldo. *Fractal River Basins: Chance and Self Organization.* Cambridge University Press. p. 251 – 355. 1997.
- [14] Scheidegger, A.E. A stochastic model for drainage patterns into an intramontane trench. *Bull. Ass. Sci. Hydrol.* 12, 15-20. 1967.
- [15] Shreve, R. L. Statistical law of stream numbers. *J. Geol.* 74. 17-37. 1966.
- [16] Shumm, S.A. *The fluvial system.* J. Wiley. New York. 1977.
- [17] Smart, J. S., Surkan, A. J. y Considine, J. P. Digital simulation of channel networks. *IAHS. Publ. No.* 75, 87-98. 1967.
- [18] Tokunaga E. Consideration on the composition of drainage networks and their evolution. *Geograph. Rep. of Tokio Metropolitan University.* No 13. 1978.
- [19] Unidad de Planeación Minero Energética –UPME-, Colciencias y Posgrado de Recursos Hidráulicos. (1999) *Proyecto Balances Hidrológicos de Colombia.* Informe final.