



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Predicción del Consumo de Energía en Colombia con Modelos no Lineales

Viviana María Rueda Mejía, I.E.

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Minas, Escuela de la Organización
Medellín, Colombia

2011

Predicción del Consumo de Energía en Colombia con Modelos no Lineales

Viviana María Rueda Mejía, I.E.

Tesis o trabajo de investigación presentada(o) como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Ingeniería Administrativa

Director (a):

Ph.D. Juan David Velásquez

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas, Escuela de la Organización

Medellín, Colombia

2011

Agradecimientos

La autora desea agradecer a todas aquellas personas y entidades que fueron soporte para el desarrollo de este trabajo:

- Al profesor Juan David Velásquez, director de esta investigación, por su colaboración, paciencia y apoyo en el desarrollo de la misma.
- A mis profesores de maestría por su formación que fue fundamental para el desarrollo de este trabajo.
- A mis padres por su colaboración, apoyo y soporte que me dieron durante este tiempo de estudio.
- A todos mis amigos, compañeros y demás que me apoyaron durante la realización de este proyecto.

RESUMEN

La predicción de la demanda es un problema de gran importancia para el sector eléctrico, ya que a partir de sus resultados los agentes del mercado de energía toman las decisiones más adecuadas para su labor; por lo cual un buen pronóstico trae consigo grandes beneficios tanto técnicos como financieros. De ahí que se han desarrollado una gran cantidad de modelos tanto lineales como no lineales para el modelaje y pronóstico de la demanda. Sin embargo el proceso de pronóstico de la demanda presenta dificultades relacionadas con bases de datos cortas e insuficientes, las técnicas de predicción no modelan adecuadamente factores relacionados con ciclos y eventos dinámicos como cambios de temperatura. En relación con los modelos, no se tiene una metodología concreta para seleccionar un modelo específico, no se tiene claridad en que criterios de ajuste usar para seleccionar el mejor modelo dentro de varias alternativas, es difícil incorporar en los modelos variables subjetivas relacionadas con la experiencia y conocimiento de los pronosticadores. A partir de la identificación de las dificultades en el pronóstico, se desarrolla este trabajo con el fin de dar solución a algunas de ellas. Para esto, se realizó un análisis estadístico de la serie de demanda, se ajustaron modelos no lineales como SARIMA, MARS; DAN2, SRT y GSMN; adicionalmente se propuso un nuevo modelo híbrido que combina un modelo SARIMA y un modelo GSMN, finalmente se utilizó un modelo SARIMA ajustado previamente para comparar los resultados, para esto se calcularon los estadísticos de ajuste MAE y RMSE. Para el estudio se utilizó la serie de demanda mensual de Colombia para el periodo 1995:8 – 2010:4, el cual captura la historia desde el inicio del Mercado de Energía Mayorista de Colombia. Los resultados muestran que, de los cinco modelos no lineales ajustados para la serie de demanda mensual de Colombia, el modelo con mejor desempeño es el híbrido, ya que captura de mejor forma la dinámica de la serie y presenta los mejores estadísticos de ajuste (MAE y RMSE). Con el modelo híbrido se obtiene una reducción del 0,45% en error de entrenamiento respecto al modelo SARIMA, sin embargo, en el error de pronóstico se obtiene una reducción máxima del 11,25% respecto al SARIMA, lo cual indica que este modelo aumenta confiabilidad en los datos pronosticados.

Palabras Clave: Pronóstico, demanda de electricidad, modelos no lineales.

ABSTRACT

Electricity demand forecasting is a major problem for the electricity sector, because the energy market players use the results of the electricity demand forecasting to make the right decisions for their work, so a good forecasting brings great technical and financial benefits. Hence, there have been a number of models both linear and nonlinear for modeling and forecasting of demand. However, the demand forecasting process has difficulties related with short and insufficient data bases, forecasting techniques do not adequately model factors related with cycles and dynamic events such as temperature changes. In relation with models, do not have a specific methodology to select a specific model, it is unclear what criteria setting can be used to select the best model within several alternatives, it is difficult to incorporate into models subjective variables related with the experience and knowledge of predictors. From the identification of these difficulties in forecasting, we develop this work in order to find solutions to some of them. For this, we performed a statistical analysis of the electricity demand series, nonlinear models as MARS, DAN2, SRT and GSMN were adjusted; additionally we proposed a new hybrid model that combines a SARIMA model and a GSMN model, finally, we used a preset SARIMA model to compare the results, to this we calculated the MAE and RMSE errors. For this project, we used the monthly electrical power demand in Colombia from 1995:8 to 2010:4, this period capture the history from the beginning of the Wholesale Energy Market in Colombia. The results show that the best performing model is the hybrid, because it is the model that better capture the dynamics of the series and has better MAE and RMSE errors than the others non linear models fitted. The hybrid model gives a 0.45% reduction in training error compared with SARIMA results, however, the forecast error gives a maximum reduction of 11.25% compared to SARIMA results, indicating that this model increases reliability of forecast data.

Keywords: Forecasting, electricity demand, nonlinear models.

Contenido

1	Introducción	2
1.1	Predicción de demanda	2
1.2	Necesidad de pronosticar la demanda	3
1.3	Características de las series de demanda	4
1.3.1	Serie de demanda mensual de electricidad de Colombia	5
1.3.2	Serie de demanda mensual de electricidad de para la zona Suroeste/Centro de Brasil	8
1.3.3	Serie de demanda mensual de electricidad de España.....	9
1.4	Experiencia en el pronóstico de la demanda	10
1.5	Modelos y técnicas de pronóstico	16
1.5.1	Estudios en el ámbito internacional	16
1.5.2	Estudios en el ámbito colombiano	19
1.6	Dificultades en el pronóstico de la demanda.....	20
1.6.1	Proceso de pronóstico y variables influyentes.....	20
1.6.2	Uso de los modelos	21
1.7	Problemática identificada.....	22
1.8	Preguntas de investigación.....	23
1.9	Objetivo general y específicos	23
1.9.1	Objetivo general.....	24
1.9.2	Objetivos específicos	24
1.10	Aportes y contribuciones.....	24
1.11	Organización de este trabajo	24

1.12	Difusión de los resultados.....	25
2	Materiales y Métodos	26
2.1	Información utilizada.....	26
2.1.1	Descripción de la serie.....	26
2.1.2	Descomposición de la serie de demanda	26
2.1.3	Caracterización de la serie diferenciada	28
2.1.4	Detección de no linealidades	36
2.2	Modelos de pronóstico.....	39
2.2.1	Modelo de series de tiempo	39
2.2.2	Modelo de regresión multivariada adaptativa utilizando splines- MARS	40
2.2.3	Modelo de redes neuronales artificiales dinámicas- DAN2.....	42
2.2.4	Modelo de regresión de transición suave - STR	44
2.2.5	Neurona simple multiplicativa – GSMN	45
2.2.6	Modelo híbrido: SARIMA – Neurona simple multiplicativa	46
3	Resultados.....	48
3.1	Procedimiento empleado	48
3.2	Modelo SARIMA	49
3.3	Modelo MARS	51
3.4	Modelo DAN2	54
3.5	Modelo STR	56
3.6	Neurona simple multiplicativa.....	58
3.7	Modelo híbrido – SARIMA – Neurona simple multiplicativa.....	60
4	Discusión	62
4.1	Modelo SARIMA	62
4.2	Modelo MARS	62
4.3	Modelo DAN2	62
4.4	Modelo STR	63

4.5	Modelo GSMN.....	63
4.6	Modelo híbrido.....	63
4.7	Comentarios generales	64
5	Conclusiones	65
5.1	Solución a las preguntas de investigación	66
5.1.1	¿Cuáles son las características de la serie de demanda?.....	66
5.1.2	¿Cuál modelo pronostica mejor la demanda mensual de energía de Colombia de un grupo de modelos no lineales seleccionados?.....	66
5.1.3	Explicar las razones por las cuáles el modelo seleccionado pronostica mejor la demanda.....	67
5.2	Objetivos alcanzados.....	67
5.2.1	Objetivo 1.....	67
5.2.2	Objetivo 2.....	68
5.2.3	Objetivo 3.....	68
	Referencia	69

Lista de Figuras

Figura 1.1	Evolución de la demanda mensual de energía en GWh para Colombia (1995:8 – 2010:4)	5
Figura 1.2	Porcentaje de crecimiento trimestral del PIB y del consumo de electricidad (2001-2010).....	6
Figura 1.3	Evolución de la demanda diaria de electricidad (GWh) en Colombia (2010:3 y 2010:4)	7
Figura 1.4	Evolución de la demanda horaria de electricidad (GWh) en Colombia	8
Figura 1.5	Evolución de la demanda de electricidad (TWh) para la zona SE/CO Brasil (Enero 1996 – Octubre 2009)	9
Figura 1.6	Evolución de la demanda de electricidad (TWh) para España (Enero, 1996 – Diciembre, 2008)... ..	10
Figura 1.7	Publicaciones analizadas por año	11
Figura 1.8	Cantidad de estudios por país	12
Figura 1.9	Número de artículos por modelo	13
Figura 2.1	Componentes estructurales de la serie mensual de demanda	27
Figura 2.2	Periodos de ascenso descenso de la serie mensual de demanda	28
Figura 2.3	Serie mensual de demanda diferenciada Wt	29
Figura 2.4	Propiedades estadísticas de la serie diferenciada.....	30
Figura 2.5	Gráfica de dispersión de la serie diferenciada	31
Figura 2.6	Histograma de Wt vs $Wt - i$ para $i = 1, \dots, 16$. Serie diferenciada (estacionaria).....	32
Figura 2.7	Aproximación no paramétrica de la función de distribución de probabilidad de $wt, wt - i$ para $i = 1, \dots, 16$. Serie diferenciada (estacionaria)	33
Figura 2.8	Contorno de la de la función de distribución de probabilidad empírica $dewt, wt - i$ para $i = 1, \dots, 16$. Serie diferenciada (estacionaria).....	34

Figura 2.9	Estimado no paramétrico del $Ewtwt - i$ para $i = 1, \dots, 16$ y la varianza. Serie diferenciada (estacionaria)	35
Figura 2.10	Estimado no paramétrico de $Vwtwt - i$ para $i = 1, \dots, 16$. Serie diferenciada (estacionaria)..	36
Figura 2.11	Análisis de los residuos del modelo AR(14)	37
Figura 2.12	Arquitectura de la red DAN2.....	43
Figura 3.1	Predicción de la demanda mensual de electricidad usando el modelo SARIMA	51
Figura 3.2	Predicción de la demanda mensual de electricidad usando el modelo MARS-1.....	53
Figura 3.3	Predicción de la demanda mensual de electricidad usando el modelo MARS-2.....	54
Figura 3.4	Predicción de la demanda mensual de electricidad usando el modelo DAN2 - 1 con dos capas	56
Figura 3.5	Predicción de la demanda mensual de electricidad usando el modelo STR-1	57
Figura 3.6	Predicción de la demanda mensual de electricidad usando el modelo STR-2	58
Figura 3.7	Predicción de la demanda mensual de electricidad usando el modelo GSMN - 1	60
Figura 3.8	Predicción de la demanda mensual de electricidad usando el modelo híbrido SARIMA - GSMN	61

Lista de Tablas

Tabla 1.1	Número de artículos consultados por revista.....	14
Tabla 1.2	Artículos más citados	15
Tabla 1.3	Estudios representativos de pronóstico de demanda	17
Tabla 1.4	Estudios de pronóstico de demanda para el caso colombiano	20
Tabla 2.1	Resumen estadístico	27
Tabla 2.2	Pruebas de no linealidad.....	38
Tabla 2.3.	Pruebas de no linealidad con un modelo STR.....	38
Tabla 3.1	Estadísticos de ajuste para la serie de demanda mensual de electricidad de Colombia.....	49

1 Introducción

1.1 Predicción de demanda

Una predicción precisa de la demanda de electricidad para cada periodo de tiempo durante un horizonte determinado de análisis es un insumo fundamental para la toma de decisiones operativas y estratégicas de los agentes de un mercado de electricidad (Pai y Hong, 2005). Diferentes estudios han demostrado que las imprecisiones en el pronóstico tienen altos costos económicos; por ejemplo, Bunn y Farmer (1985) demuestran que un incremento de 1% en el error de pronóstico, puede causar un incremento de hasta diez millones de libras esterlinas en la operación del sistema.

Dos de los principales factores que dificultan la predicción de la demanda son la desregularización y liberalización de diferentes mercados de electricidad y las integraciones económicas regionales. La liberalización del mercado ha causado una gran incertidumbre sobre la evolución de los precios debido a la gran cantidad de factores que intervienen en el mercado (Velásquez, Dyner y Souza, 2007), los cuales también han aumentado la incertidumbre inherente al crecimiento de la demanda (Pai y Hong, 2005). Más aún, la competitividad inherente a los mercados liberalizados y el principio de racionalidad económica obligan a que los agentes busquen mejorar al máximo la calidad de la información utilizada para la toma de decisiones, la cual incluye los pronósticos de la demanda de electricidad.

Las razones expuestas justifican el alto interés de investigación sobre este tópico. La gran cantidad de publicaciones realizadas en la última década son una evidencia de los grandes esfuerzos que ha realizado la comunidad académica por desarrollar nuevos y mejores métodos para el pronóstico de la demanda de electricidad. El análisis de dicha información es uno de los objetivos de este trabajo.

Existen varias razones que pueden explicar la dificultad de realizar pronósticos acertados de la demanda; entre ellas se cuentan: las complejidades de sus factores determinantes, las características estructurales de los datos, el horizonte de pronóstico y las limitantes propias de las metodologías empleadas.

Existe un consenso general de que muchas series de demanda presentan evidencias de comportamiento no lineal. De ahí, que se haya presentado una proliferación del uso de metodologías no lineales para su pronóstico.

1.2 Necesidad de pronosticar la demanda

Desde el punto de vista de cada agente en un mercado de electricidad, existen diferentes razones que justifican la necesidad de pronosticar la demanda. Ellas están asociadas a los horizontes de pronóstico utilizados, los cuales son descritos a continuación (Gutiérrez, 2003):

- Corto plazo: corresponde a la predicción en tiempo real para la hora siguiente y con un horizonte de hasta una semana hacia delante; el pronóstico se basa en los datos históricos de demanda diaria y factores climáticos.
- Mediano plazo: corresponde al pronóstico mensual con un horizonte de hasta un año. Los datos usados son la demanda histórica de electricidad, y la predicción de diferentes variables explicativas como el crecimiento de la economía o el clima.
- El largo plazo abarca un periodo de uno a diez años. La predicción de la demanda en el largo plazo es usada para la planeación y expansión de la generación y de la transmisión. Los datos usados para este pronóstico son la demanda anual, el precio de la electricidad, el precio de productos sustitutos, la evolución demográfica e indicadores económicos, entre otros.

Las necesidades del pronóstico de la electricidad son las siguientes:

- Para los generadores (Medina y García, 2005; Valencia et al., 2007; Kheret et al., 1987): El pronóstico de demanda en el corto plazo permite definir la cantidad de energía a generar (ofertar) para el día siguiente, programar la operación de unidades y fijar el precio de oferta de la electricidad en el mercado spot. En el mediano plazo es un insumo fundamental para la definición de planes de mercadeo y ventas en contratos, y análisis de la evolución del mercado. En el largo plazo, permite detectar los periodos con excesos y faltantes de capacidad de generación y planificar las inversiones en la expansión del sistema de generación y adoptar medidas de conservación de la energía; en el largo plazo, este es un problema fundamental debido a que la construcción de una nueva planta generadora puede tomar varios años (Labys, 1999), afectando la confiabilidad del suministro de energía eléctrica.
- Para los distribuidores y transmisores (Medina y García, 2005; Valencia et al., 2007): En el corto plazo, permite realizar el monitoreo del comportamiento de la red con el fin de identificar puntos críticos que en el futuro pueden llevar a grandes fallas. Se utiliza, en el mediano plazo, para el planeamiento de los mantenimientos del sistema. Es un insumo fundamental para definir el programa de expansión del sistema de transmisión en el largo plazo.

- Para los comercializadores (Medina y García, 2005): En el mediano y largo plazo, es un insumo fundamental para el análisis del comportamiento del mercado y la definición de los planes estratégicos y operativos para la comercialización de la electricidad.
- Para el operador del mercado (Valencia et al., 2007): En el corto plazo es un insumo fundamental para la programación y operación de las unidades de generación, minimizando los ajustes del programa de operación en tiempo real, con el fin de evitar los sobrecostos en la producción de la electricidad.

1.3 Características de las series de demanda

Las series de demanda de electricidad presentan características particulares que se han identificado en diferentes estudios (Gutiérrez, 2003; Medina y García, 2005; Murillo et al., 2003):

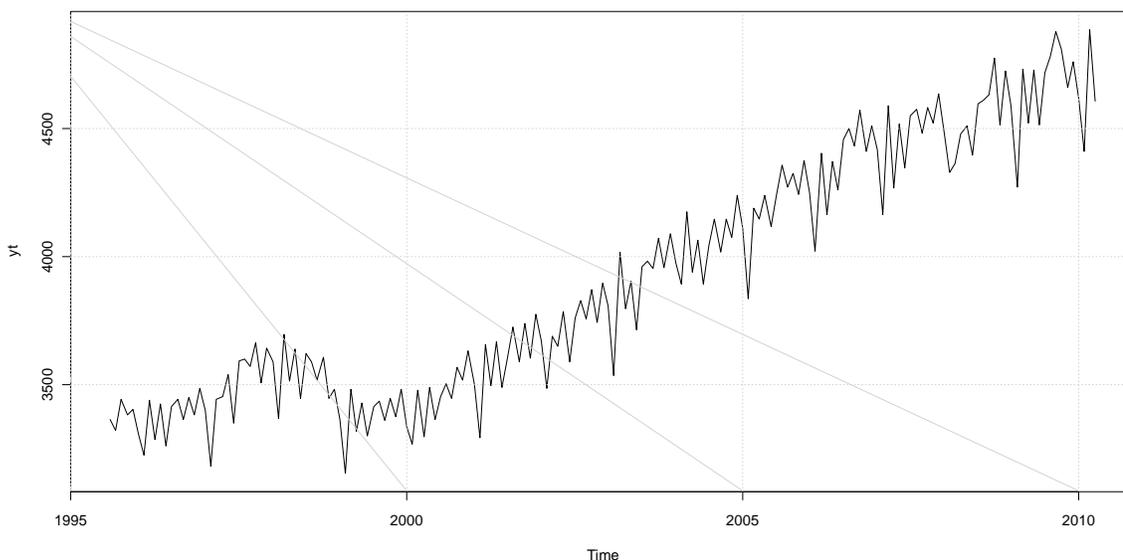
- El consumo de electricidad se puede considerar una variable continua en el tiempo y que puede estar agregada en diferentes escalas de tiempo. Se sabe que para diferentes niveles de agregación temporal, una misma serie puede exhibir complejidades particulares que dificultan el desarrollo de un modelo de predicción.
- Las series de demanda que presentan fuertes patrones cíclicos de periodicidad anual, mensual, semanal, diaria y horaria, y eventos atípicos como la presencia de días festivos.
- El consumo de electricidad varía de acuerdo con la estación del año, el día de la semana y la hora del día. Los mayores consumos se presentan durante las estaciones de invierno y verano (en los países que tienen cuatro estaciones), en los días laborales y en las horas pico (estas varían de acuerdo con las características de consumo e industrialización de cada país).
- Su evolución en el corto, mediano y largo plazo está influenciada por eventos climáticos extremos como el fenómeno de El Niño o La Niña; factores económicos como el crecimiento del PIB, los precios de energía o el crecimiento de la población.

Aunque se sabe que existen unas características comunes en las series de demanda de electricidad, las particulares de cada mercado eléctrico hacen cada serie presente características únicas que la identifican. Para ejemplificar lo anterior, se analizan a continuación las series de demanda para los países de Colombia, Brasil y España, donde cada una de ellas presenta comportamientos diferentes, marcados por el comportamiento de las variables específicas de cada país.

1.3.1 Serie de demanda mensual de electricidad de Colombia

La serie de demanda mensual de Colombia (en GWh) analizada comprende el periodo entre 1995:08 y 2010:04, la cual está disponible en el sistema Neón¹ y recogen las características históricas desde la creación del mercado mayorista de energía. En la Figura 1.1 se observa que la serie presenta una tendencia creciente y un patrón estacional que se repite cada 12 meses; se observa además la influencia de la crisis financiera del año 1998 con el decrecimiento de la demanda en ese año. Para el periodo 2007:07 a 2008:06 se presenta un crecimiento del 2.6% respecto a un 4.8% del mismo periodo anterior (2006-2007), esto se ve relacionado con la desaceleración económica reportada por el DANE. Para el año 2009 se presenta un crecimiento lento de la demanda que es afectado por la crisis que se inició en el año 2008, pero, para el año 2010 se muestra una tendencia al alza que indicaría la superación de la crisis.

Figura 1.1 Evolución de la demanda mensual de energía en GWh para Colombia (1995:8 – 2010:4)

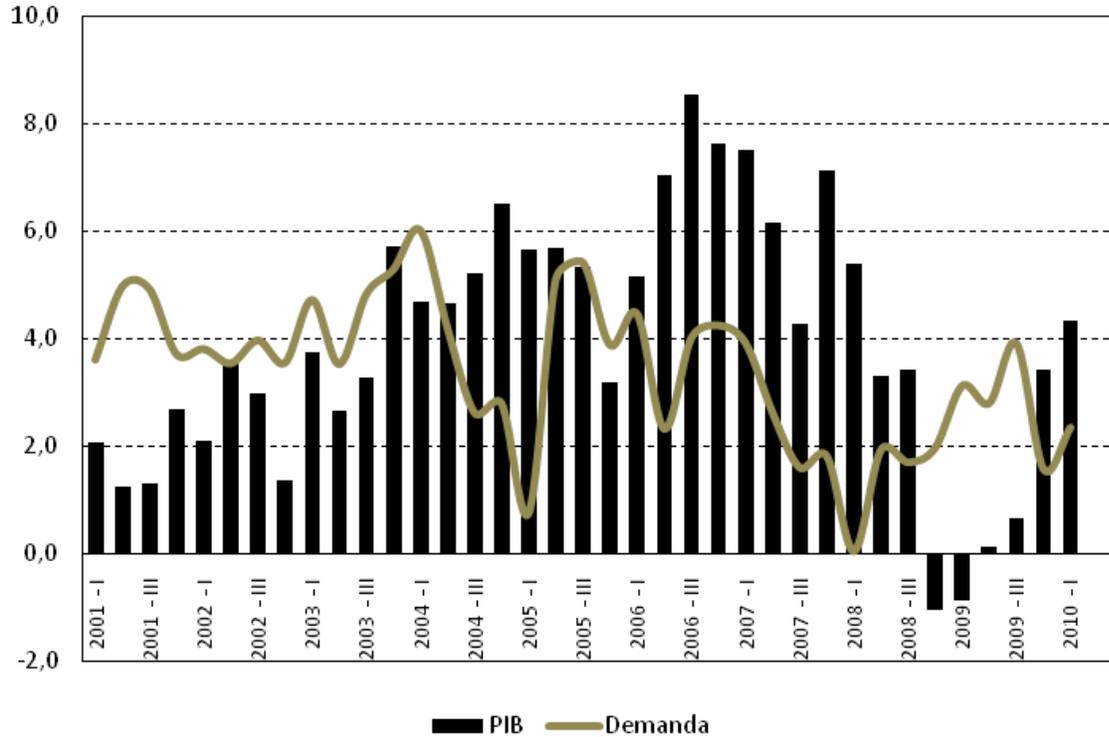


El crecimiento de la demanda de energía eléctrica está relacionado con el crecimiento económico, como se puede evidenciar de la información de la Figura 1.2, en el cual se presenta el crecimiento trimestral del PIB y de la demanda de energía para el periodo 2001-2010 (en trimestres). La elasticidad entre ambas variables se

¹Neón es un servicio de información sobre el Mercado de Energía Mayorista colombiano que permite obtener, en forma interactiva, información del proceso operativo y los resultados de la liquidación de las transacciones realizadas en la Bolsa de Energía, así como muchas otras variables que facilitan el seguimiento y comprensión de la dinámica del Mercado de Energía Mayorista, este servicio se encuentra en la página web de XM Compañía de Expertos en Mercados S.A. E.S.P.

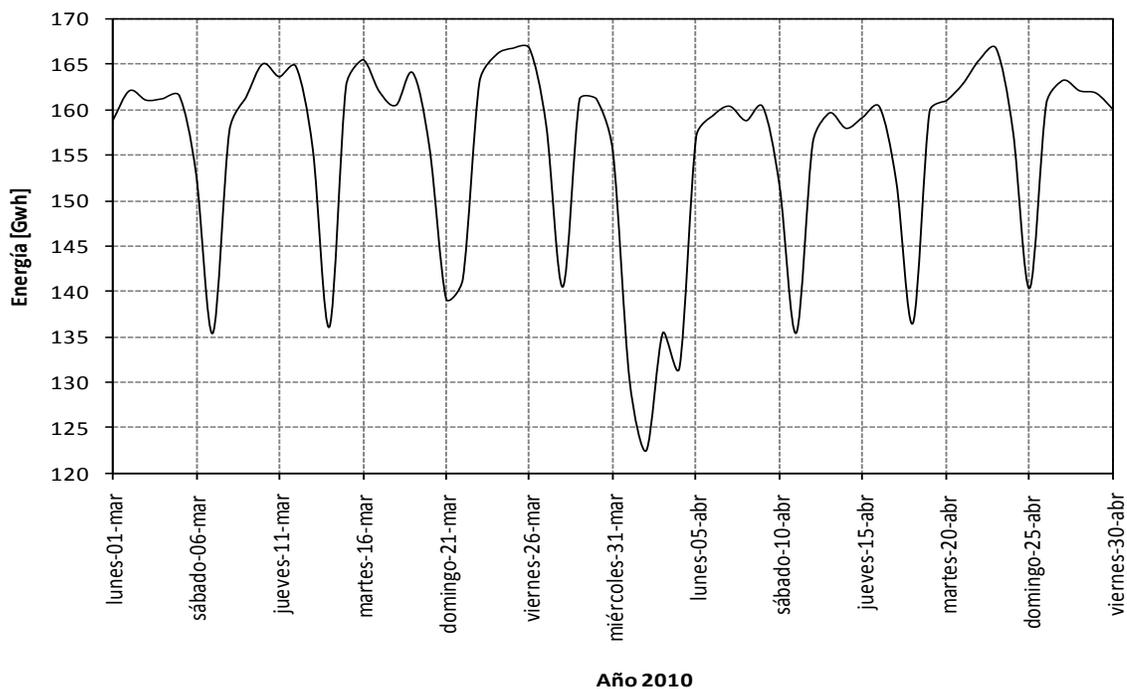
ha venido reduciendo en la última década. El aumento de la tasa de crecimiento de la demanda de energía eléctrica en el tercer trimestre de 2009 anticiparía una mejora en el desempeño económico del país para el cuarto trimestre de 2009, en relación con los trimestres anteriores (UPME, 2010).

Figura 1.2 Porcentaje de crecimiento trimestral del PIB y del consumo de electricidad (2001-2010)



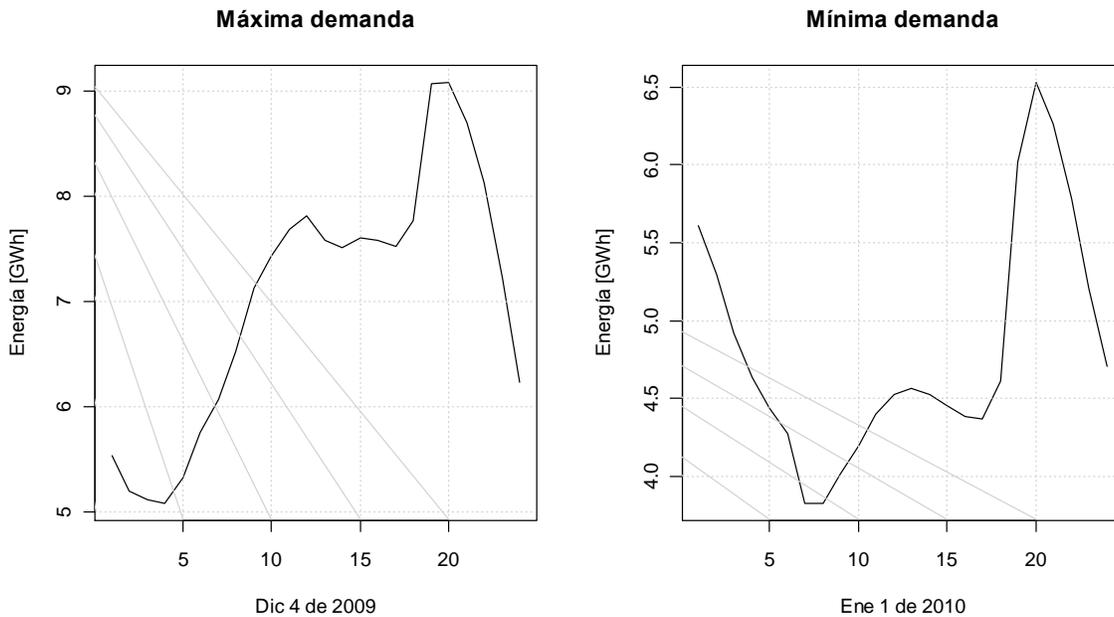
La serie de demanda mensual presenta un comportamiento diferente a la serie diaria u horaria. En la Figura 1.3 se presenta la serie de demanda diaria de energía para el periodo 2010:03 a 2010:04. En este caso los mayores consumos se presentan los días martes, miércoles, jueves y viernes, el día de menor consumo es el domingo y el consumo más variable se presenta el día lunes, ya que se puede ver afectado por los días festivos (Barrientos et al., 2007). Sin embargo, días especiales como los de la Semana Santa (abril 01 al 05 en la Figura 1.3), navidad y año nuevo, presentan los menores consumos del año y para tales fechas se requieren análisis especiales de pronóstico para garantizar una correcta operación del sistema en tiempo real.

Figura 1.3 Evolución de la demanda diaria de electricidad (GWh) en Colombia (2010:3 y 2010:4)



La curva horaria de demanda presenta dos picos de demanda que se conocen como punta 1 (alrededor de las 12 horas) y punta 2 (alrededor de las 18 horas). Estos horarios coinciden con costumbres y labores del consumidor final doméstico, es decir, horas de almuerzo y cena, salidas del trabajo, prime time de TV. Una característica importante de la curva horaria es su coincidencia con los días de la semana, es decir, las curvas de cada día de la semana son similares en magnitud y forma sin importar el día calendario en que se encuentre. La Figura 1.4 muestra la curva horaria para los días de máxima demanda (04/12/2009) y mínima demanda (01/01/2010) del año. Estas dos curvas tienen un comportamiento particular ya que muestran la influencia del día tipo de día (laboral o festivo) y festividades asociadas a la época.

Figura 1.4 Evolución de la demanda horaria de electricidad (GWh) en Colombia

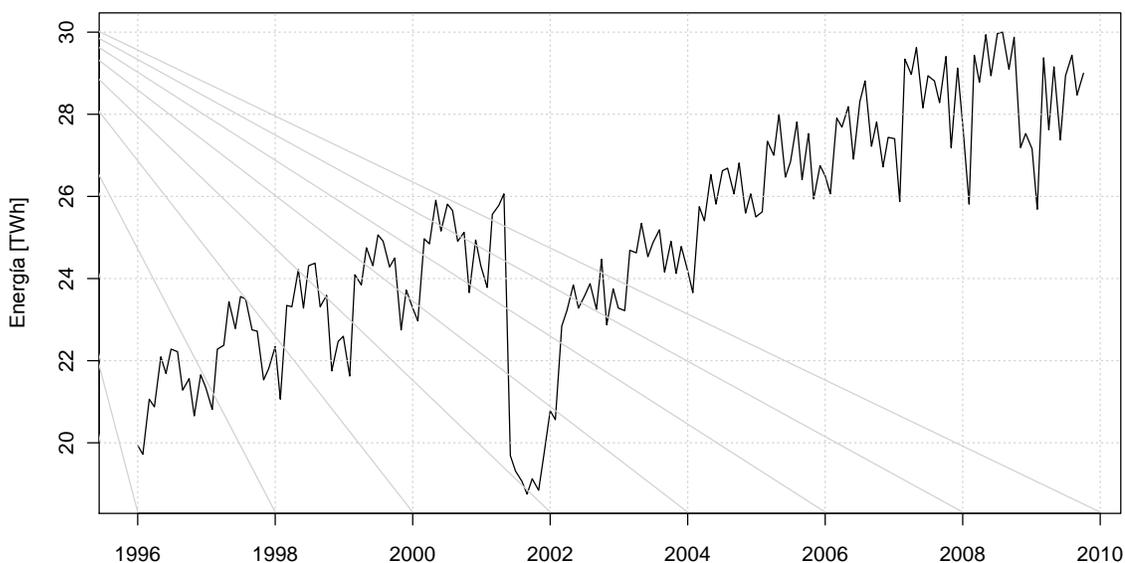


1.3.2 Serie de demanda mensual de electricidad de para la zona Suroeste/Centro de Brasil

En la Figura 1.5 se muestra la demanda mensual de electricidad para la zona Suroeste/Centro de Brasil entre 1996:01 y 2009:10 tomada de la página del Operador Nacional do Sistema Eléctrico de Brasil. El comportamiento de la demanda en Brasil se ve afectado principalmente por el día de la semana, la temporada del año y el perfil de consumo (residencial, industrial, comercial, etc.), además es influenciado por factores climáticos, económicos (estructura tarifaria, actividad industrial, crecimiento de la economía) y sociales (periodo de vacaciones, eventos deportivos y culturales) (Vellasco et al., 2004).

La serie presenta una tendencia creciente en el largo plazo; además se evidencia un ciclo estacional que se repite cada año. En el segundo semestre del año 2001, se observa una caída considerable en la curva, debido al racionamiento de cerca del 20% en el consumo de energía causado por una baja capacidad hidráulica de generación y al retraso en las inversiones de generación y transporte. La velocidad de crecimiento de la demanda después de finalizar el racionamiento en 2001:12 fue menor de la esperada y los niveles de carga no retornaron a los valores normales, siempre permanecieron por debajo de los pronósticos; esto ocurrió porque los consumidores residenciales e industriales principalmente, aprendieron a hacer uso eficiente de la energía (Carreno et al., 2006).

Figura 1.5 Evolución de la demanda de electricidad (TWh) para la zona SE/CO Brasil (Enero 1996 – Octubre 2009)

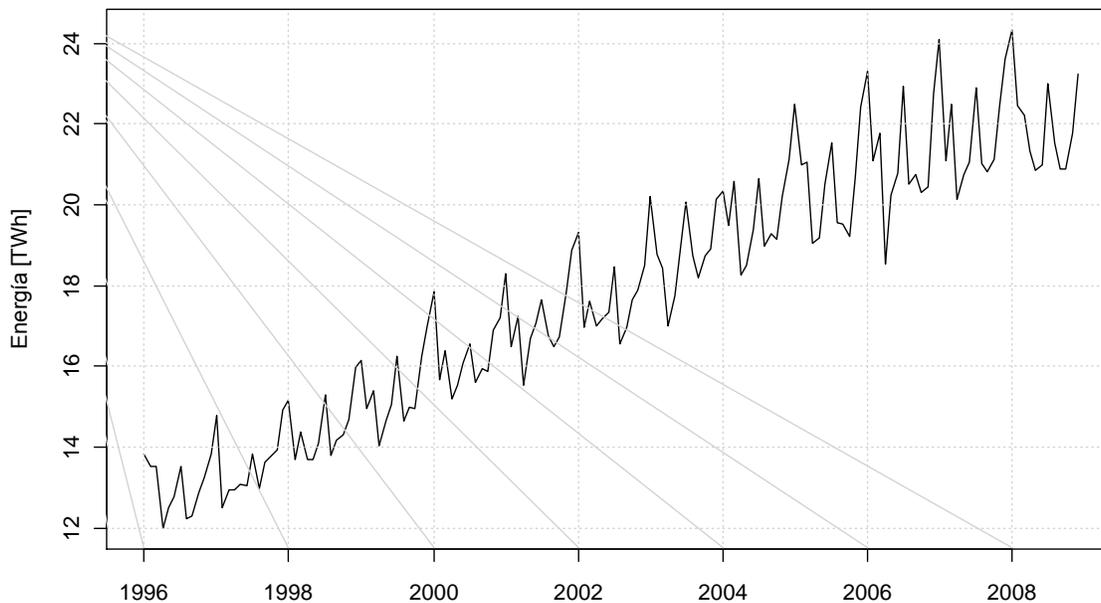


1.3.3 Serie de demanda mensual de electricidad de España

La demanda mensual de España para el periodo 1996:01 – 2008:12 (ver Figura 1.6) presenta una tendencia creciente debido a la influencia de la evolución económica y tecnológica del mercado de electricidad (González et al., 2007).

La demanda en España es afectada principalmente por la temperatura, los días laborales y la actividad económica. Esta serie presenta una componente estacional con periodo 12, lo que muestra un perfil fluctuante con valores máximos durante los meses de enero, julio, noviembre y diciembre. En el año 2000 se presentó un alto crecimiento de la demanda debido, principalmente, al elevado ritmo de crecimiento; sin embargo, el crecimiento en este año es inferior al de los años 1998 y 1999 debido a que las temperaturas durante el verano del año fueron más bajas que las de los años anteriores. En el año 2008 se presentó el crecimiento más bajo de la demanda desde el año 1993, el cual es explicado por la desaceleración de la economía que se intensifica para el último periodo del año; el crecimiento total fue de 0,8% frente al 3,2% del año anterior (www.ree.es, 2008).

Figura 1.6 Evolución de la demanda de electricidad (TWh) para España (Enero, 1996 – Diciembre, 2008)



El comportamiento de las gráficas presentadas muestra que los cambios en el comportamiento del consumidor pueden afectar notablemente la curva de demanda y crear incertidumbres en el pronóstico de la misma. Factores como desastres naturales, implementación del uso del gas natural como alternativa a la energía eléctrica y uso de nuevas tecnologías, pueden afectar el comportamiento de la curva de demanda (Carreno et al., 2006).

1.4 Experiencia en el pronóstico de la demanda

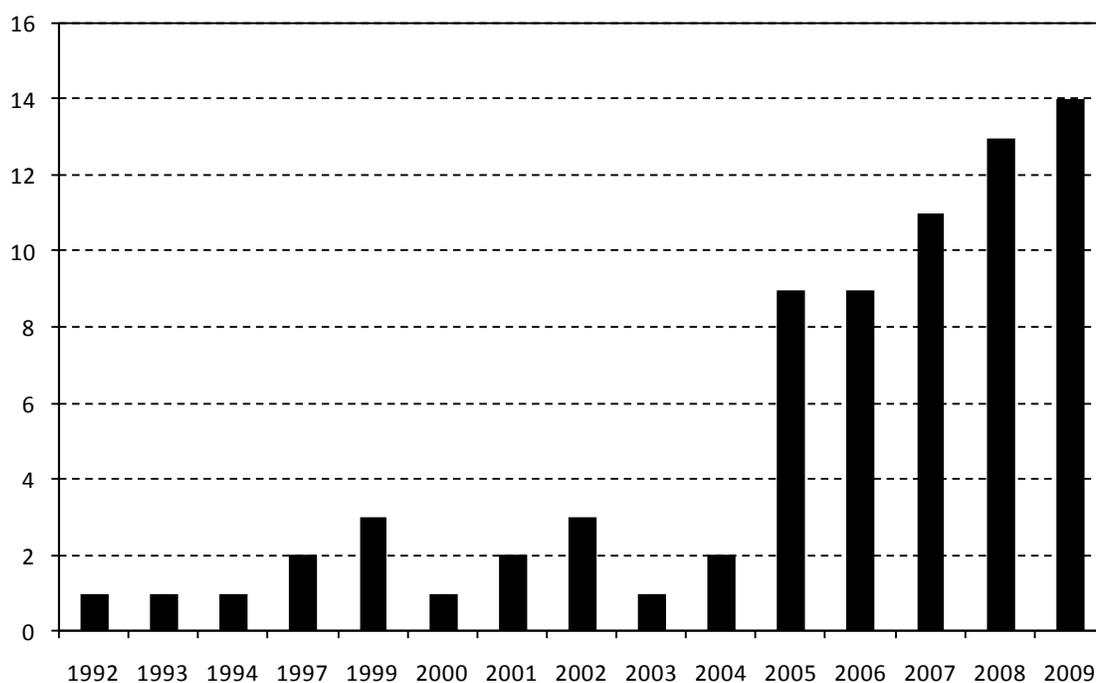
De forma general, se ha considerado que se distinguen tres periodos de desarrollo en el pronóstico de la demanda (Gutiérrez, 2003):

- Entre las décadas del 1950 y 1960 se utilizaban técnicas como la extrapolación de la tendencia para el pronóstico de la demanda, ya que en esta época se tenía estabilidad en los precios de los combustibles, y el crecimiento de la economía y de la población era predecible.
- A partir de 1970 empezó el interés por realizar modelos econométricos de la demanda de energía, debido, principalmente, a la crisis del petróleo de 1973 y de la recesión económica mundial de bienes de los años 1974 – 1975, que llevaron a políticas de conservación energética y modificaciones en el uso final de la energía eléctrica.

- En la década de 1990, la energía eléctrica se dejó de ver como un monopolio y empezó la desregularización del mercado, lo que aumentaba la incertidumbre en los pronósticos de la demanda, por lo cual a partir de ese momento se empiezan a desarrollar modelos complejos con el fin de garantizar una mejor predicción.

No obstante, es necesario identificar la evolución reciente de los estudios de pronóstico de demanda. Para ello, se analizaron diferentes artículos en el periodo 1992 – 2010; la revisión bibliográfica realizada consta de 74 artículos de diferentes revistas científicas nacionales e internacionales reconocidas por Colciencias como revistas que han alcanzado niveles de calidad y que hacen parte del Índice Bibliográfico Nacional Publindex o que han sido homologadas. La búsqueda se realizó en las bases de datos ScienceDirect, Scopus e IEEEXplore utilizando el término “load forecasting” y sus extensiones o sinónimos; adicionalmente, se consideró la revisión bibliográfica realizada por Franco et al. (Franco et al., 2008). La Figura 1.7 muestra como a partir del año 1992 se tiene una tendencia creciente en número de estudios de pronóstico, y se observa como en los últimos años el tema aún conserva vigencia.

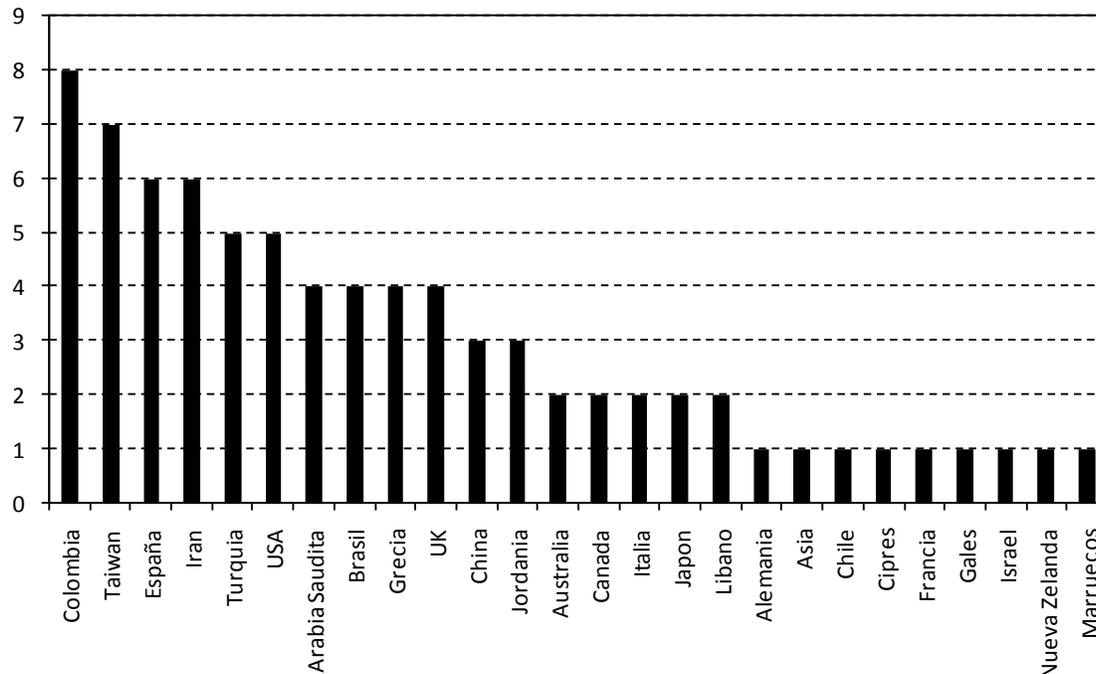
Figura 1.7 Publicaciones analizadas por año



En la Figura 1.8 se muestra la cantidad de estudios revisados por país; debido al interés particular sobre la serie de demanda de Colombia, se realizó un énfasis especial en la búsqueda de estudios para este país y se encontraron ocho propuestas de modelos de pronóstico. En países como Taiwán, España e Irán se han

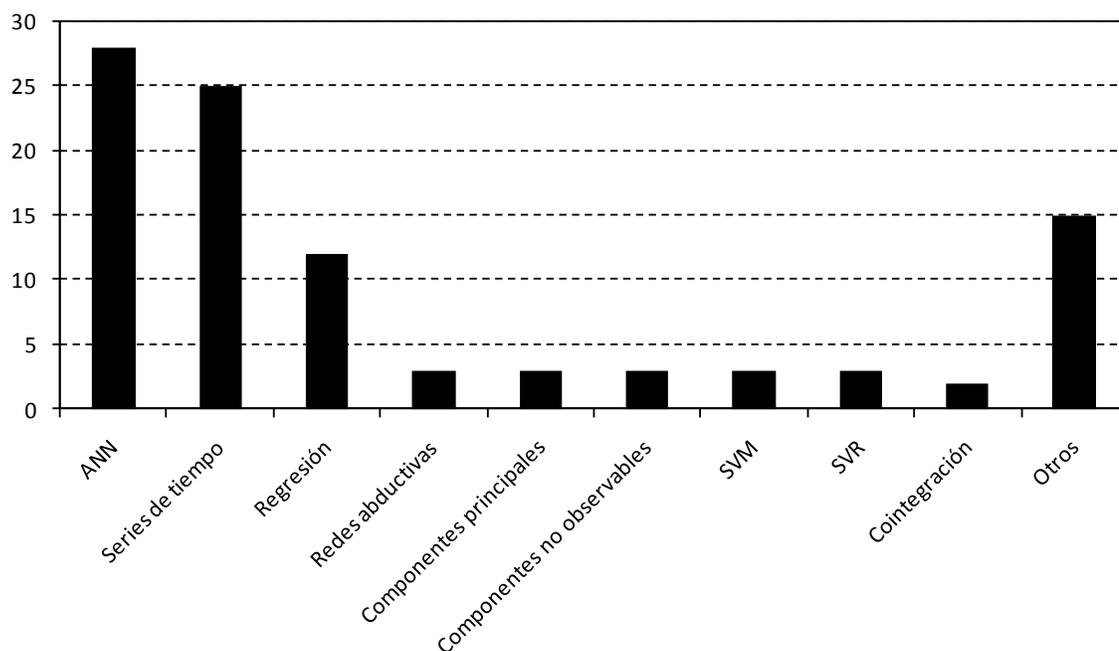
realizado la mayor cantidad de estudios de pronóstico de la serie de demanda de acuerdo con la revisión realizada.

Figura 1.8 Cantidad de estudios por país



De la revisión de la literatura realizada, se encuentra que la técnica de pronóstico más usada son las redes neuronales artificiales y de ellas, principalmente, el perceptrón multicapa; como segunda opción se tienen los modelos estadísticos de series de tiempo, siendo el modelo ARIMA el más utilizado, usualmente como modelo de comparación frente a técnicas más complejas. Se resalta además el uso de modelos híbridos, los cuales combinan técnicas de redes neuronales, lógica difusa, algoritmos genéticos y las técnicas tradicionales de serie de tiempo y regresión (ver Figura 1.9).

Figura 1.9 Número de artículos por modelo



Con base en la información recolectada se elaboró la Tabla 1.1, donde se muestran las revistas científicas consultadas y el número de artículos revisados que pertenecen a las mismas; adicionalmente se incluyeron dos medidas de la importancia de la publicación científica tomadas para el año 2009: factor de impacto² e impacto normalizado por fuente por artículo (SNIP)³. Es evidente que el tema de pronóstico de la demanda se publica principalmente en revistas del área de sistemas y de energía.

² Medida de la importancia de una publicación científica. Cada año es calculada por el ISI o Institute for Scientific Information para un cierto número de revistas y se publica en un informe llamado Journal Citation Report.

³ SNIP: Source Normalized Impact per Paper (tomado de Scopus) es la relación entre el promedio de citas por fuente por artículo y la potencial citación en su campo temático.

Tabla 1.1 Número de artículos consultados por revista

Título	Cantidad de artículos por revista	Factor de impacto	SNIP
Environmental Modelling & Software	1	2,659	2.000
Expert Systems with Applications	1	2,596	3.510
Energy Economics	3	2,248	2.640
Energy Conversion and Management	9	1,813	2.080
Energy Policy	6	1,755	2.050
Energy	14	1,712	2.380
International Journal of Forecasting	6	1,685	2.560
European Journal of Operational Research	1	1,627	3.510
Applied Energy	1	1,371	1.840
Neurocomputing	1	1,234	1.740
Computers & Industrial Engineering	2	1,057	2.360
Applied Mathematics and Computation	2	0,961	1.280
Electric Power Systems Research	6	0,952	2.180
Applied Mathematical Modelling	1	0,931	1.440
International Journal of Electrical Power & Energy Systems	6	0,714	2.480
IEEE Transactions on Industry Applications	2	No Registra	3.380
Revista Colombiana de Estadística	2	No Registra	No Registra
Artificial Intelligence in Engineering	1	No Registra	2.560 (2004)
Cuadernos de Administración	1	No Registra	No Registra
Cuadernos de Economía	1	No Registra	0.550
El Hombre y la Máquina	1	No Registra	No Registra
Estudios Gerenciales	1	No Registra	No Registra
IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution	1	No Registra	2.880
IEEE Transactions on Power Systems	1	No Registra	6.430
International Journal of Energy Research	1	No Registra	1.260
Revista Colombiana de Tecnologías Avanzadas	1	No Registra	No Registra
Revista Energética	1	No Registra	No Registra
Scientia et Technica	1	No Registra	No Registra
Simulation Practice and Theory	1	No Registra	2.230 (2005)

Finalmente, se identificaron los artículos de mayor relevancia en el tema de pronóstico de demanda utilizando como medida de influencia el número de citas, para esto se consultó la base de datos de Scopus (<http://info.scopus.com/>).

La lista de los principales artículos publicados en las revisitas consultadas se presenta en la Tabla 1.2, se seleccionaron los artículos que presentaban más de 25 citas.

Tabla 1.2 Artículos más citados

Artículo	Nro. Citaciones
Senjyu, T., Takara, H., Uezato, K. y Funabashi, T. (2002). One-hour-ahead load forecasting using neural network. <i>IEEE Transactions on Power Systems</i> , 17, 1, 113 – 118	86
Pai, P. y Hong, W. (2005). Forecasting regional electricity load based on recurrent support vector machines with genetic algorithms. <i>Electric Power Systems Research</i> , 74, 3, 417-425	67
Ediger, V. y Tatlidil, H. (2002). Forecasting the primary energy demand in Turkey and analysis of cyclic patterns. <i>Energy Conversion and Management</i> , 43(4), 473–487.	43
Al-Saba, T. y El-Amin, I. (1999). Artificial neural networks as applied to long-term demand forecasting. <i>Artificial Intelligence in Engineering</i> , 13(2), 189–197.	39
Yalcinoz, T. y Eminoglu, U. (2005). Short term and medium term power distribution load forecasting by neural networks. <i>Energy Conversion and Management</i> , 46, 9-10, 1393-1405	28
Beenstock, M., Goldin, E. y Nabot, D. (1999). The demand for electricity in Israel. <i>Energy Economics</i> , 21(2), 168–183.	28
Taylor, J., de Menezes, L. y McSharry, P. (2006). A comparison of univariate methods for forecasting electricity demand up to a day ahead. <i>International Journal of Forecasting</i> , 22, 1, 1-16	25

El análisis realizado muestra que el tema de predicción de la demanda de electricidad es de actualidad; se encuentra que: primero, la mayor parte de las investigaciones es realizada utilizando redes neuronales tipo perceptrón multicapa; otros tipos de redes neuronales son poco explorados, o no se han reportado experiencias en la literatura citada. Segundo, para la mayoría de las series, existen pocos estudios que permitan realizar una comparación clara entre modelos; más aún, existe muy poca información y una gran variedad de casos de aplicación, lo que no permite concluir sobre cuales tipos de modelos podrían ser más adecuados para pronosticar este tipo de series de tiempo. Tercero, la mayoría de los estudios están concentrados en el pronóstico de series diarias u horarias; existen muy pocas experiencias reportadas para series mensuales.

1.5 Modelos y técnicas de pronóstico

A lo largo de la historia, el estudio del pronóstico de la demanda ha utilizado modelos clásicos de pronóstico como los métodos basados en regresión, métodos estadísticos de series de tiempo, modelos de espacio de estados y filtros de Kalman. Algunos de estos modelos involucran la relación de la demanda con variables económicas, demográficas y climáticas, entre otras (Egelioglu et al., 2001).

Sin embargo, en los últimos años, se han venido aplicando, al caso de pronóstico, modelos de inteligencia computacional; dentro de los que se encuentran modelos como sistemas difusos, redes neuronales artificiales (ANN) y computación evolutiva, entre otros. De tales modelos, el más usado son las redes neuronales artificiales, tal como se mostró en la sección anterior. Estos modelos buscan dar una mejor aproximación del comportamiento de la serie de tiempo a partir variables explicativas y del histórico de consumo de energía.

En las siguientes subsecciones se presenta una revisión de estudios destacados en el ámbito internacional y nacional, donde se aplican los modelos de pronóstico mencionados a series de demanda de varios países y en diferentes escalas de tiempo.

1.5.1 Estudios en el ámbito internacional

Una gran cantidad de modelos han sido estudiados en la comunidad internacional y se han aplicado a diferentes series de demanda de acuerdo a la necesidad de cada país. Estos métodos se pueden clasificar a grandes rasgos en tres grupos (Barrientos et al., 2007; Hippert et al., 2001):

El primer grupo se basa en modelos estadísticos (regresión, series de tiempo y/o econométricos), los cuales modelan la serie de demanda en función sus valores pasados (modelos univariados) o en función de algunas variables exógenas como el tiempo o factores socio-económicos. Algunos modelos de este grupo se han aplicado a la serie mensual de Arabia Saudita (Abdel – Aal et al., 1997), de Chile (Benavente et al., 2005), serie anual de demanda de Ciprés (Egelioglu et al., 2001).

El segundo grupo reúne los modelos basados en inteligencia artificial. Esta técnica ha sido usada en los últimos años y se han elaborado estudios donde se comparan los resultados con métodos tradicionales como el caso de Taylor, et al (2006), en el cual pronostican la serie horaria de demanda de Rio de Janeiro, Inglaterra y Gales mediante un modelo de redes neuronales artificiales y comparan los resultados con modelos estadísticos (ARIMA, Suavizamiento exponencial, componentes principales). Dentro de las técnicas usadas se encuentran las redes neuronales artificiales (Al-Saba et al., 1999; Azadeh et al., 2007; Senjyu et al., 2004; Ghiassi et al., 2006), modelos de neuro – difusos y modelos híbridos (Vellasco et al., 2004; Azadeh et al., 2007; Pai y Hong, 2005; Mamlook et al., 2009)

El tercer grupo son modelos empíricos que dependen del juicio y la intuición humana.

En la Tabla 1.3 se muestran algunos estudios representativos donde se especifica la escala de tiempo de la serie y el modelo usado para pronóstico de demanda en diferentes países.

Tabla 1.3 Estudios representativos de pronóstico de demanda

Estudio	Serie	País	Modelo	Datos
Abdel-Aal, R. y Al-Garni, A. (1997)	Mensual	Arabia Saudita	Análisis univariado de series de tiempo (Box Jenkins) - ARIMA	5 años de historia.
Abdel-Aal, R., Al-Garni, A. y Al-Nassar, Y. (1997)	Mensual	Arabia Saudita	Redes abductivas	Parámetros climáticos e indicadores económicos y demográficos.
Abdel-Aal, R.E. (2008).	Mensual	Arabia Saudita	Redes abductivas Redes neuronales (Univariado)	
Al-Saba, T. y El-Amin, I. (1999)	Anual (1981 - 1996)	Arabia Saudita	Redes neuronales artificiales (ANN)	Producción de petróleo, clima, población.
Hippert, H.S., Bunn, D.W. y Souza, R.C. (2005)	Horaria (1996 - 1997)	Brasil	Redes neuronales	
Velasco, M., Pacheco, M. Ribeiro, L. y de Souza, F. (2004)	Horaria (1996 - 1998)	Brasil	Modelo híbrido neuro - difuso HNFBS (Hierarchical Neuro-Fuzzy BSP (Binary Space Partitioning))	Temperatura, índice de comodidad y el perfil de consumo. Estación del año Companhia Paulista de Forca e Luz (Sao Paulo Light and Power Company) in Campinas, and the LIGHT Company, in Río de Janeiro
Taylor, J., de Menezes, L.M. y McSharry, P. (2006)	Horaria Media -hora	Brasil, Inglaterra y Gales	ARMA de doble estacionalidad. Suavizamiento exponencial para doble estacionalidad. Redes neuronales ANN. Modelo de regresión con componentes principales PCA	
Benavente, J., Galetovic, A., Sanhueza, R. y Serra, P. (2005).	Mensual (1995 - 2001)	Chile	Variables rezagadas y datos panel	
Zhou, P., Ang, B.W. y Poh, K.L. (2006).	Anual - Trimestral (1981 - 2002)	China	trigonometric grey prediction (traditional grey model GM(1,1) with the trigonometric residual modification technique)	
Egelioglu, F., Mohamad, A. y Guven, H. (2001)	Anual (1988 - 1997)	Chipre	Regresión múltiple	Precio de la electricidad, número de consumidores y turistas.

Estudio	Serie	País	Modelo	Datos
Chaveza, S.G., Bernata, J.X. y Coallab, H.L. (1999).	Mensual (1980 - 1996)	España	ARIMA	
Harris, J. y Liu, L.M. (1993)	Mensual (1969 - 1990)	Estados Unidos	Funciones de transferencia	Clima, precios, ingresos.
Mirasgedis, S., Sarafidis, Y., Georgopoulou, E., Lalas, D., Moschovits, M., Karagiannis, F. y Papakonstantinou, D. (2006)	Diario y mensual	Grecia	Regresión múltiple	Variables climáticas
Tserkezos, E. (1992)	Mensual Trimestral	Grecia	Funciones de transferencia	Ingresos, temperatura, precios.
Azadeh, A., Ghaderi, S.F. y Sohrabkhani, S. (2007)	Mensual	Irán	Integración de ANN (MLP - perceptrón multi-capas), series de tiempo y ANOVA.	20 años de historia.
Azadeh, A., Ghaderi, S.F., Tarverdian, S. y Saberli, M. (2007)	Anual (1975 - 2005)	Irán	ANN y algoritmos genéticos	Precio de la electricidad, IVA, número de consumidores, consumo.
Beenstock, M., Goldin, E. y Nabot, D. (1999)	Trimestral	Israel	Regresión dinámica Cointegración	
Bianco, V., Manca, O. y Nardini, S. (2009).	Anual (1970 - 2007)	Italia	Regresión lineal	PIB, población
Senjyu, T., Mandal, P., Uezato, K. y Funabashi, T. (2004)	Horaria	Japón	Redes neuronales Concepto de día similar	Temperatura
Senjyu, T., Takara, H., Uezato, K. y Funabashi, T. (2002)	Horaria	Japón	Redes neuronales Concepto de día similar	Temperatura
Nasr, G., Badr, E. y Dibeh, G. (2000).	(1993 - 1997)	Líbano	Cointegración	Producto interno bruto (PIB), total importaciones
Saab, S., Badr, E. y Nasr, G. (2001).	Mensual (1970 - 1999)	Líbano	AR, ARIMA y filtro pasa alta.	
Mohamed, Z. y Bodger, P. (2005).	Anual (1965 - 1999)	Nueva Zelanda	Regresión lineal múltiple	PIB, precio promedio de electricidad y población, exportaciones
Pedregal, D.J. y Trapero, J.R. (2009).	Horaria y Mensual	Reino Unido	Modelo de componentes no observables	
Ghiassi, M. Zimbra, D. y Saidane, H. (2006)	Mensual (1982 - 1997)	Taiwán	Redes neuronales artificiales dinámicas (DAN2)	Clima. Se predice mensual, trimestral y anual.
Pai, P., Hong, W. (2005)	Anual (1981 - 2000)	Taiwán	Support vector machines (SVMs) y Algoritmos genéticos - RSVMG (recurrent support vector machines)	

Estudio	Serie	País	Modelo	Datos
Akay, D. y Atak, M. (2007)	Anual (1970 - 2004)	Turquía	Grey prediction with rolling mechanism	
Ediger, V. y Tatlidil, H. (2002).	Anual (1950 - 1999)	Turquía	Regresión Análisis de ciclos y aplicación del patrón cíclico	
Hamzaçebi, C. (2007)	Anual (1970 - 2004)	Turquía	Redes neuronales ANN	
Yalcinoz, T. y Eminoglu, U. (2005)	Diaria Mensual	Turquía	Redes neuronales	Temperatura
Al-Hamadi, H.M. y Soliman, S.A. (2005)	Horaria - Diaria		Regresión lineal simple - múltiple	Correlación de del comportamiento de la demanda en el corto plazo y crecimiento anual.

1.5.2 Estudios en el ámbito colombiano

En Colombia, la UPME que es la entidad encargada de realizar la planeación del sistema, elabora un pronóstico de la demanda de energía mensual y anual del país; sin embargo, este modelo, a pesar de ser el oficial, no se conoce públicamente; por lo cual quedan grandes interrogantes en cuanto a la forma de aplicación de las metodologías y los resultados obtenidos. Adicionalmente, en la literatura científica hay muy poca información relevante, con lo cual no se pueden tener conclusiones contundentes que permitan determinar cuál es el mejor modelo a seguir de acuerdo con el pronóstico requerido.

Dentro de la literatura revisada, en Colombia se ha utilizado principalmente modelos ARIMA para el pronóstico de la demanda de energía (Murillo et al., 2003; Barrientos, et al., 2007; Castaño, 2007); los modelos de inteligencia artificial como redes neuronales (perceptrón multicapa) o lógica difusa han sido poco aplicados (Medina et al., 2005; Velásquez et al., 2009). Estos estudios son realizados para escalas de tiempo mensual y horaria y considerando, en algunos casos, variables explicativas (ver Tabla 1.4).

Tabla 1.4 Estudios de pronóstico de demanda para el caso colombiano

Estudio	Serie	Modelo	Variables explicativas
Barrientos, A.F., Olaya, J. y González, V.M. (2007).	Horaria (2001:01 - 2004:11)	Funciones Spline ARIMA (Modelo para cada hora del día)	Hora, día, mes
Castañó, E. (2007).	Horaria	ARIMA con intervenciones	
Franco, C.J., Velásquez, J.D. y Olaya, Y. (2008).	Mensual	Modelo de componentes no observables	
Medina, S. y García, J. (2005).	Mensual (1999 - 2004)	Sistemas de inferencia borroso adaptativo – ANFIS Perceptrón multicapa Componentes principales	Tarifa promedio de energía, instalaciones domiciliarias de gas, consumo de ACPM, consumo de gas natural, PIB, etc.
Murillo, J., Trejos, A. y Carvajal, P. (2003).	Horaria (2001:01 - 2001:12)	ARIMA	
Sarmiento, H. y Villa, W. (2008)	Horaria	Perceptrón multicapa (MLP)	
Valencia, A.L., Lozano, C.A. y Moreno, C.A. (2007)	Horaria	Promedios móviles	Filtros por tipo de día
Velásquez, J.D., Franco, C.J. y García, H.A. (2009).	Mensual	ARIMA, Perceptrón multicapa, Red neuronal autorregresiva	

1.6 Dificultades en el pronóstico de la demanda

El pronóstico de la serie de demanda es una tarea difícil. Primero, porque las series de demanda son complejas y presentan diferentes niveles de estacionalidad. Segundo, porque hay muchas variables exógenas importantes que deben ser consideradas, especialmente las relacionadas con el clima. Una desviación grande en el pronóstico de demanda puede implicar grandes costos de operación, por lo cual se debe tener especial cuidado con el uso de los modelos (Hippert et al., 2001).

En las siguientes subsecciones se exponen las principales dificultades que se han encontrado los expertos relacionadas con el proceso de pronóstico, selección de variables influyentes y uso de los modelos.

1.6.1 Proceso de pronóstico y variables influyentes

Los mercados eléctricos son complejos debido al alto número de factores físicos, tecnológicos y sociales que influyen en su comportamiento. Las variables físicas como las condiciones climáticas tienen un comportamiento poco predecible en el mediano y largo plazo, al igual que los cambios tecnológicos y sociales

como innovaciones en la generación de electricidad o los cambios en los patrones de consumo (Velásquez, Dyner y Souza, 2007).

En áreas de rápido crecimiento, una dificultad para el pronóstico de la demanda es que la base de datos es corta e insuficiente, no se tiene experiencia con la cual se pueda comparar y las técnicas de predicción son incapaces de modelar adecuadamente factores relacionados con los ciclos y los eventos dinámicos tales como efectos lunares o cambios de temperatura. Es necesario involucrar el conocimiento de los expertos y los modelos matemáticos para realizar un buen pronóstico (Kandil, et al., 2002).

Es importante el conocimiento de eventos futuros que puedan afectar el pronóstico de la demanda ya que se pueden realizar intervenciones para mejorar la precisión del modelo; sin embargo, intervenir los modelos es difícil ya que los cambios deben ser justificados a partir de apreciaciones e hipótesis sobre eventos futuros, situaciones similares en el pasado, el comportamiento esperado de los factores determinantes de los precios y su influencia relativa.

Es necesario contar con herramientas que permitan analizar la información histórica para validar hipótesis sobre las condiciones del mercado y para construir pronósticos usándolas. Además, es importante validar si los ajustes basados en la experiencia son de valor para mejorar la precisión de los pronósticos.

Los pronósticos basados en juicios son más creíbles que aquellos basados en sofisticados modelos matemáticos (Bunn y Wright, 1991); sin embargo, la calidad del pronóstico se ve afectada por el hecho de que no se basa en un proceso sistemático de razonamiento, tal que ellos no son fácilmente defendibles, argumentables y sustentables en las evidencias, y resulta difícil documentar cómo fueron obtenidas las predicciones. Por esta razón, no es posible realizar procesos de realimentación y revisión con el ánimo de mejorar las prácticas y corregir las desviaciones y errores sistemáticos.

Las desviaciones y los errores sistemáticos degradan ostensiblemente la precisión y la calidad de los pronósticos basados en juicios. Las técnicas de modelado matemático ofrecen a los pronosticadores modelos sofisticados capaces de manejar cantidades considerables de información; pero en esta aproximación es difícil incorporar el conocimiento subjetivo, usualmente disponible a los pronosticadores (Velásquez, Dyner y Souza, 2007).

1.6.2 Uso de los modelos

El uso de modelos no lineales para el estudio del pronóstico de la demanda aún no ha sido completamente estudiado, ya que no se ha agotado la lista de los modelos posibles para usarse.

Velásquez et al (2007) en su estudio sobre pronóstico de precios de electricidad, menciona algunos problemas teóricos, metodológicos y empíricos sobre el uso de modelos no lineales, los cuales son validos para el pronóstico de la demanda. Estos problemas se listan a continuación:

- No existen razones empíricas, metodológicas o teóricas para preferir un modelo específico entre varias alternativas.
- Hay poco entendimiento de las propiedades estadísticas de muchos modelos.
- Falta claridad sobre cuáles son los procedimientos más adecuados para la estimación y la prueba de cada modelo particular.
- No hay concordancia en cómo seleccionar el modelo final cuando se consideran varios alternativos; ya que existen muchas críticas en el uso de criterios basados en alguna medida de error.
- Es confuso cuándo y cómo transformar los datos antes del modelado.
- No hay claridad en cómo combinar pronósticos provenientes de varios modelos alternativos y si existen ganancias derivadas de esta práctica.
- Es difícil incorporar información cualitativa, subjetiva y contextual en los pronósticos.
- Existen muchas críticas respecto a cómo establecer el desempeño de los modelos no lineales.
- En el caso particular de los sistemas difusos de inferencia y las redes neuronales artificiales, predecir series temporales es considerado, salvo unos cuantos casos particulares, como una parte integrante del problema general de regresión y desconocimiento de complejidades, como la estructura temporal y dinámica del modelo.

1.7 Problemática identificada

El estudio de la serie de consumo de energía presenta, en general, los siguientes problemas:

- No hay evidencia sobre cuál tipo de modelo es más adecuado y en qué casos.
- La literatura analiza distintos casos de los cuales no se pueden obtener conclusiones generales, es decir, presenta diferentes tipos de modelos para diferentes series y escalas de tiempo (mensual, diaria, horaria); adicionalmente, algunos modelos involucran variables exógenas (el clima, PIB, población, precio de energía) que hacen más complejo el mismo modelo e involucran los errores

asociados a los pronósticos de estas variables, agregando más incertidumbre en los resultados del modelo. En algunos casos la selección de estas variables no es adecuada, ya que se pueden utilizar variables que siendo analizadas desde el comportamiento real en el medio, no explican el consumo de energía.

- No hay una revisión completa de la literatura respecto al tema de predicción del consumo de energía, aún hay modelos sin explorar que se pueden aplicar a dicho tópico.
- No hay un estudio sistemático y ordenado respecto a cuáles modelos son mejores. Cada día se presentan nuevas metodologías y modelos para el pronóstico del consumo de energía desarrollados de forma independiente y la mayoría de las veces no se encuentran disponibles para comparación.
- Para el caso Colombiano, no hay un estudio consistente donde se indique cuál o cuáles modelos son los mejores de acuerdo con el pronóstico requerido.

1.8 Preguntas de investigación

A partir de la problemática identificada en el punto anterior, surgen las siguientes preguntas que se solucionarían en el presente trabajo:

- ¿Cuáles son las características de la serie de demanda?
- ¿Cuál modelo pronostica mejor la demanda mensual de energía de Colombia de un grupo de modelos no lineales seleccionados?
- Explicar las razones por las cuáles el modelo seleccionado pronostica mejor la demanda.

Para dar solución a las preguntas de investigación expuestas es necesario establecer objetivos generales y específicos. Estos se presentan en la siguiente sección.

1.9 Objetivo general y específicos

De los modelos desarrollados para el pronóstico de demanda a nivel mundial, pocos han sido aplicados al caso colombiano, dejando un panorama bastante amplio para innovar con nuevos modelos que permitan realizar comparación con los existentes y poder determinar cuál es el mejor modelo para pronosticar la demanda en el país.

De esta oportunidad identificada en la revisión de la literatura científica, se genera el presente proyecto el cual tiene los objetivos que se presenta a continuación.

1.9.1 Objetivo general

Realizar un estudio sistemático con el fin de determinar cuál o cuáles son los modelos no lineales consistentemente superiores para realizar la predicción del consumo de energía en Colombia a nivel mensual.

1.9.2 Objetivos específicos

1. Caracterizar estadísticamente la serie de tiempo del consumo de energía mensual de Colombia, con el fin de ganar una mayor comprensión sobre su comportamiento, la cual será capitalizada al desarrollar los modelos de pronóstico especificados en los objetivos restantes.
2. Ajustar los modelos de redes neuronales dinámicas (DAN2), regresión multivariada adaptativa utilizando splines (MARS), regresión de transición suave (STR), Neurona simple multiplicativa (GSMN) y un modelo híbrido (GSMN y SARIMA) con el fin de poder comparar posteriormente su desempeño.
3. Evaluar la calidad de los modelos respecto a su precisión en el pronóstico del consumo de energía por medio de los criterios estadísticos MAE y RMSE, con el fin de evaluar cuál de los modelos ajustados permite obtener mejores pronósticos de la demanda.

1.10 Aportes y contribuciones

En este trabajo de investigación se realizarán los siguientes aportes en el tema de pronóstico de la demanda:

- Mayor comprensión del comportamiento de la serie de demanda mensual de Colombia a partir de resultados de pruebas estadísticas.
- Se indaga sobre el ajuste de modelos no lineales existentes que no han sido aplicados al caso colombiano y se da señales de cuál es el mejor modelo.

1.11 Organización de este trabajo

En el Capítulo 2 se presentan los resultados de la caracterización estadística de la serie de demanda mensual de Colombia y la breve reseña de los modelos utilizados en la investigación. En el Capítulo 3 se muestran los resultados obtenidos con cada uno de los modelos considerados para pasar al Capítulo 4 a realizar la discusión de los resultados y finalmente concluir en el Capítulo 5.

1.12 Difusión de los resultados

Los resultados de este trabajo han sido difundidos mediante la publicación de artículos en revistas especializadas, tal como se cita a continuación.

Rueda V.M., Velásquez J.D. y Franco C.J. 2011. Avances Recientes en la Predicción de la Demanda de Electricidad usando Modelos no Lineales. Dyna. Nro. 167, pp. 7 – 16.

Velásquez J.D., Rueda V.M., y Franco C.J. 2011. Electricity Demand Forecasting Using a SARIMA-Multiplicative Single Neuron Hybrid Model. Applied Mathematics Letters. (En revisión).

2 Materiales y Métodos

2.1 Información utilizada

2.1.1 Descripción de la serie

Los datos tomados para la elaboración de este trabajo corresponden a la demanda total mensual de electricidad de Colombia dada en GWh, entre 1995:08 y 2010:04. Este periodo recoge los datos desde la creación del mercado de energía mayorista en Colombia.

Franco et al., (2008) encontraron que la serie presenta un patrón estacional de periodo anual y tiene una tendencia creciente a partir del año 2000. La tendencia subyacente de largo plazo está relacionada con el crecimiento porcentual del producto interno bruto.

Con el fin de determinar las características de la serie, se realizó un análisis estadístico utilizando el software libre R.

2.1.2 Descomposición de la serie de demanda

Con el fin de identificar claramente la componente estacional y de tendencia de la serie de tiempo se aplicó la descomposición clásica estacional con promedios móviles; esta técnica calcula la componente de tendencia usando promedios móviles y la remueve de la serie de tiempo. La figura de la estacionalidad se calcula por promedios, para cada unidad de tiempo, sobre todos los periodos. La componente irregular resulta de remover la componente estacional y de tendencia de la serie original.

La Figura 2.1 muestra una marcada componente de tendencia la cual es creciente en el tiempo, la componente estacional es de periodo 12 meses y sus valores están en el rango de -200 GWh/mes y 100 GWh/mes, alcanzando su mínimo valor en el mes de febrero. En la Tabla 2.1 se presenta un resumen estadístico de la serie diferenciada.

Figura 2.1 Componentes estructurales de la serie mensual de demanda

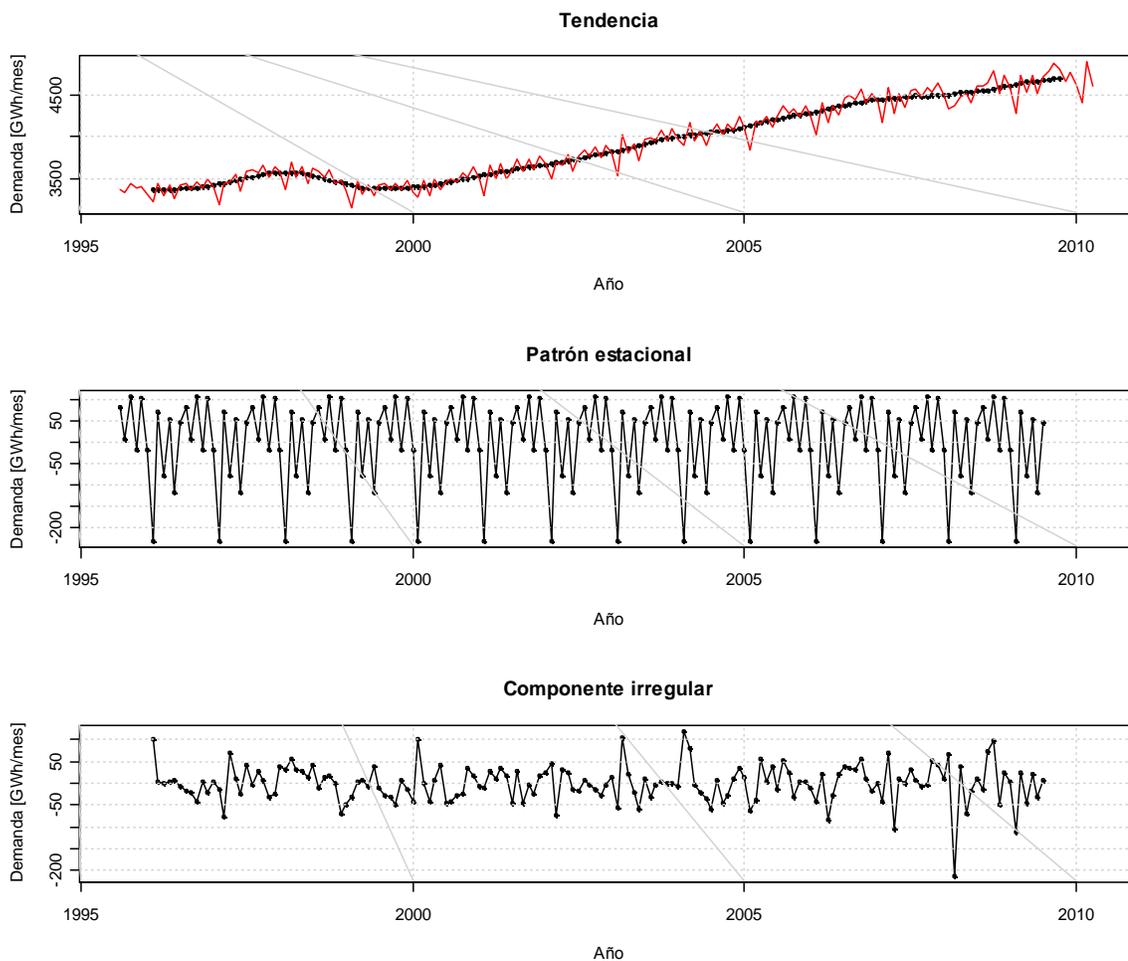
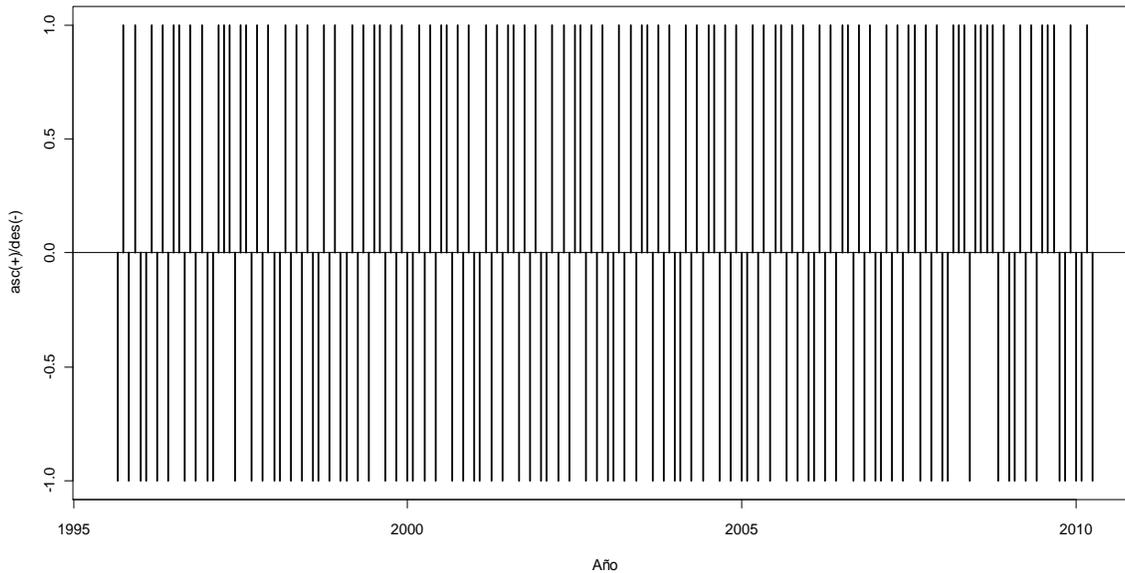


Tabla 2.1 Resumen estadístico

Estadístico	Valor
Mínimo	3153
Mediana	3798
Media	3913
Máximo	4889
Sesgo	0,3349845
Curtosis	-1,265848
Varianza	227401,6
Desviación estándar	476,8664

La Figura 2.2 muestra los periodos de ascenso y descenso de la serie mensual de demanda, en ella se observa que los periodos de ascenso son superiores a los periodos de descenso.

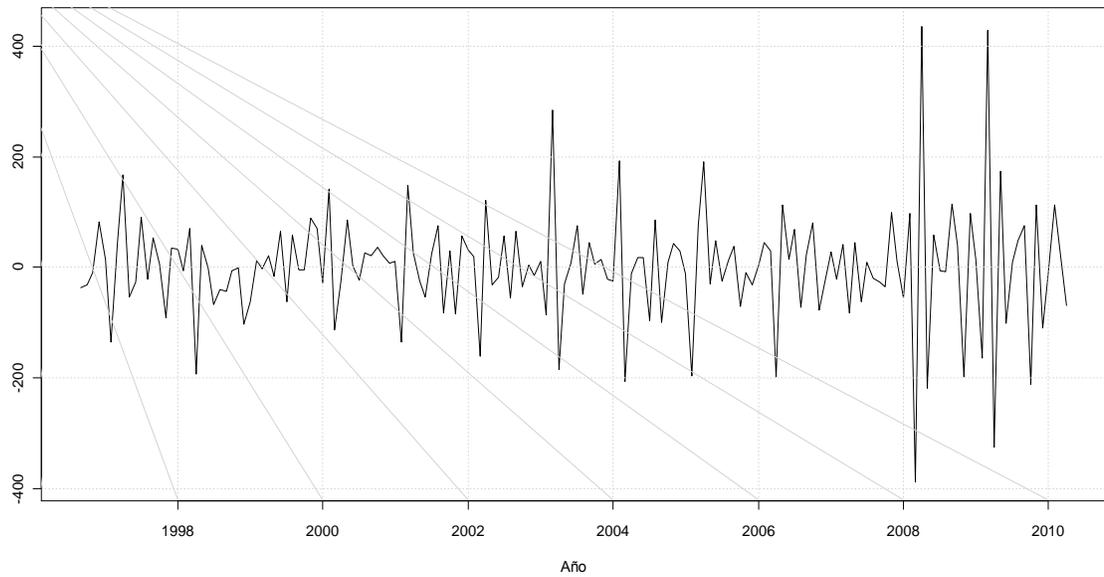
Figura 2.2 Periodos de ascenso descenso de la serie mensual de demanda



2.1.3 Caracterización de la serie diferenciada

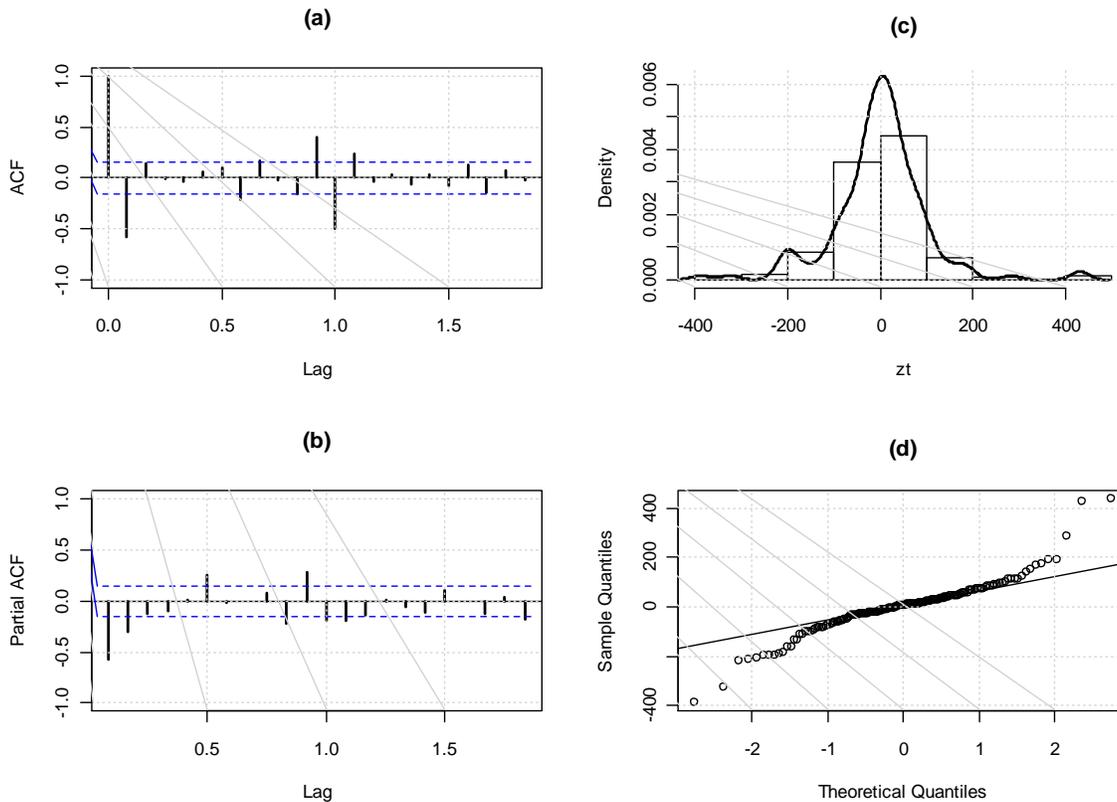
Se aplicó la diferenciación simple a la serie con el fin de remover la tendencia e inducir estacionaridad respecto a la media en el tiempo; y la diferenciación estacional con un periodo de 12 meses para eliminar los patrones cíclicos repetitivos de la serie e inducir estacionaridad respecto a las autocorrelaciones en el tiempo. La Figura 2.3 muestra la serie diferenciada.

Figura 2.3 Serie mensual de demanda diferenciada W_t



A partir de la serie diferenciada se realiza un análisis de las características de esta serie, para esto se graficaron las autocorrelaciones y las autocorrelaciones parciales, la función de densidad y la gráfica de cuartil – cuartil, tal como se muestra en la Figura 2.4.

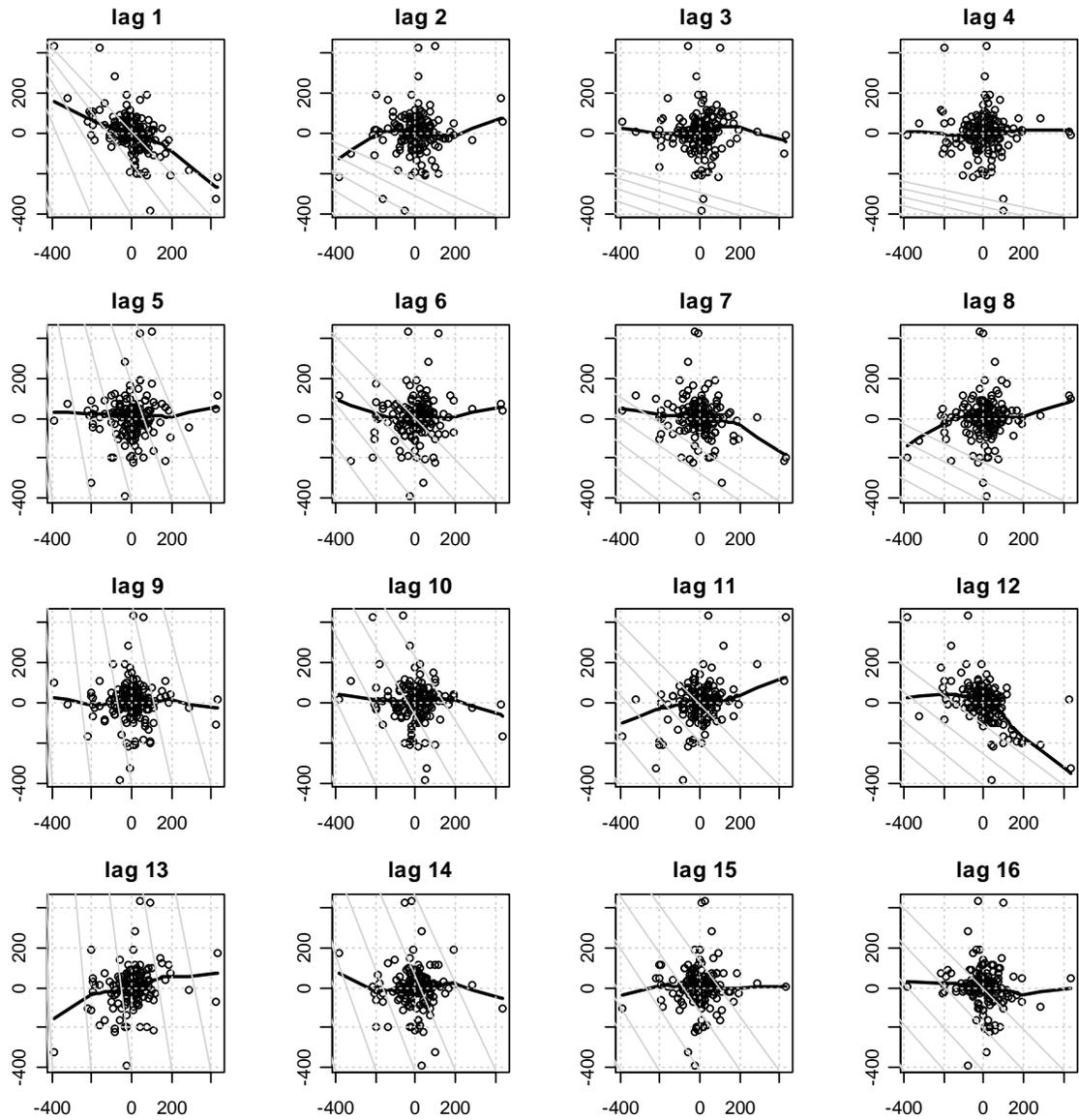
Figura 2.4 Propiedades estadísticas de la serie diferenciada



Los correlogramas de la serie diferenciada (Figura 2.4(a) y Figura 2.4(b)) muestran que aún existe una componente estacional que no se ha capturado. La función de autocorrelación tiene picos que rebasan las bandas de Bartlett, en los rezagos 2, 11, 12 y 13; las funciones de autocorrelación (ACF) y autocorrelación parcial (ACFP) presentan pequeñas oscilaciones y se observa además que la ACFP decrece rápidamente por lo que se podría decir que la serie diferenciada sigue un modelo autorregresivo. En la Figura 2.4(c) se muestra la distribución de probabilidad la cual parece simétrica, aunque muestra algunas irregularidades en las colas; en la Figura 2.4(d) se muestra la gráfica cuartil-cuartil, en la cual se aprecian datos extremos en la serie diferenciada que corresponden a los años 2008 y 2010 que hacen que la función de densidad se aleje de la normal principalmente en la forma de sus colas.

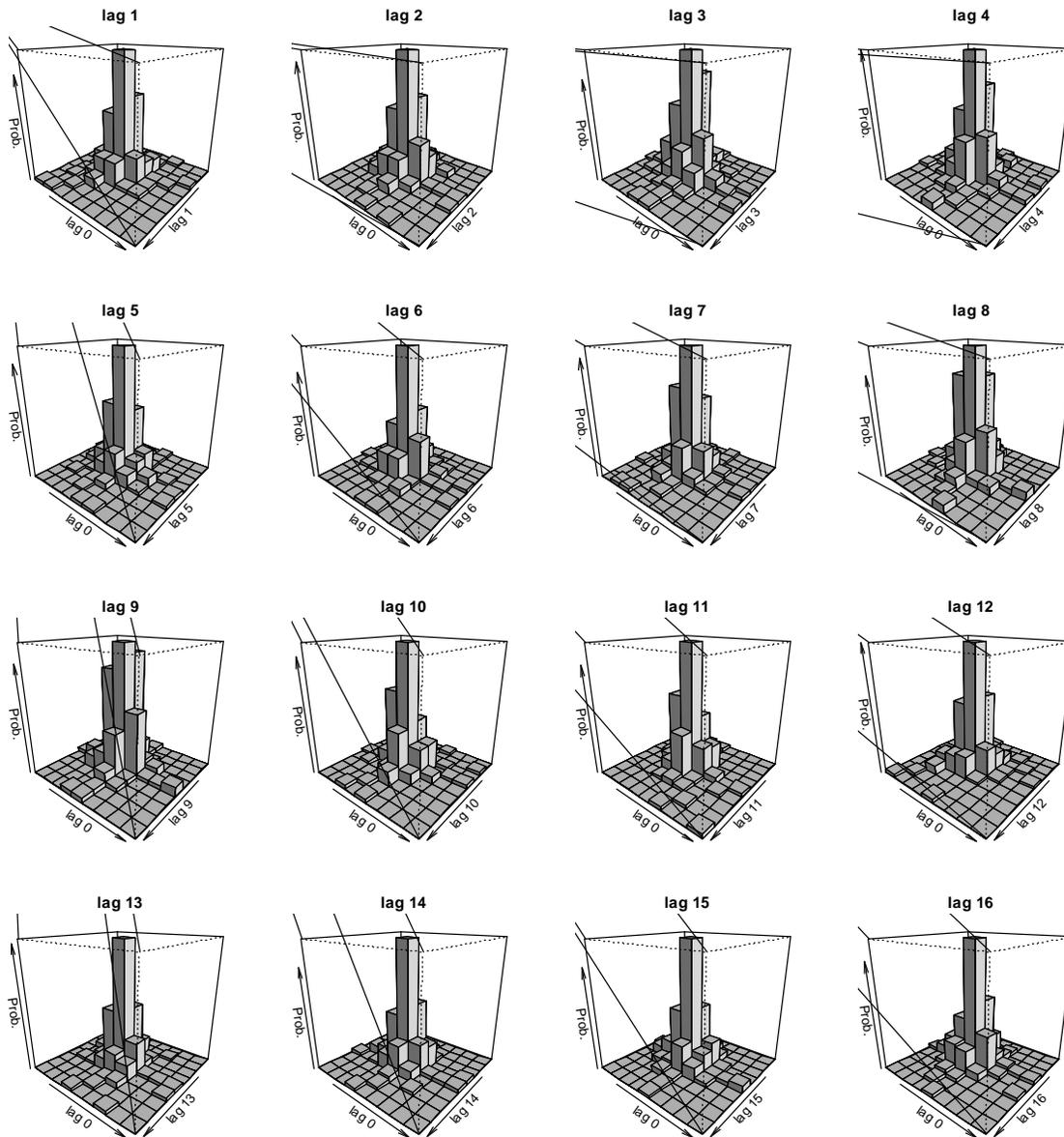
A partir de la gráfica de dispersión de la serie diferenciada se busca determinar no linealidades en la serie. La Figura 2.5 muestra que en algunos rezagos se tienen puntos lejanos con alta frecuencia, adicionalmente se presentan quiebres en las líneas lo que da indicios de no linealidad.

Figura 2.5 Gráfica de dispersión de la serie diferenciada



En el Figura 2.6se observa una relación clara entre el histograma y los diagramas de dispersión, donde hay mayor concentración de los datos hay una mayor probabilidad de ocurrencia, además el histograma muestra datos alejados que se han detectado en el diagrama de dispersión.

Figura 2.6 Histograma de W_t vs W_{t-i} para $i = 1, \dots, 16$. Serie diferenciada (estacionaria)



En la Figura 2.7 se muestra la distribución de probabilidad de la serie diferenciada (estacionaria), la cual sigue una función normal bivariada. La Figura 2.8 muestra los contornos de la distribución de probabilidad y permite confirmar que la serie diferenciada tiene una distribución de probabilidades normal bivariada, ya que se observa que el contorno es circular y concéntrico.

Figura 2.7 Aproximación no paramétrica de la función de distribución de probabilidad de $\{w_t, w_{t-i}\}$ para $i = 1, \dots, 16$. Serie diferenciada (estacionaria)

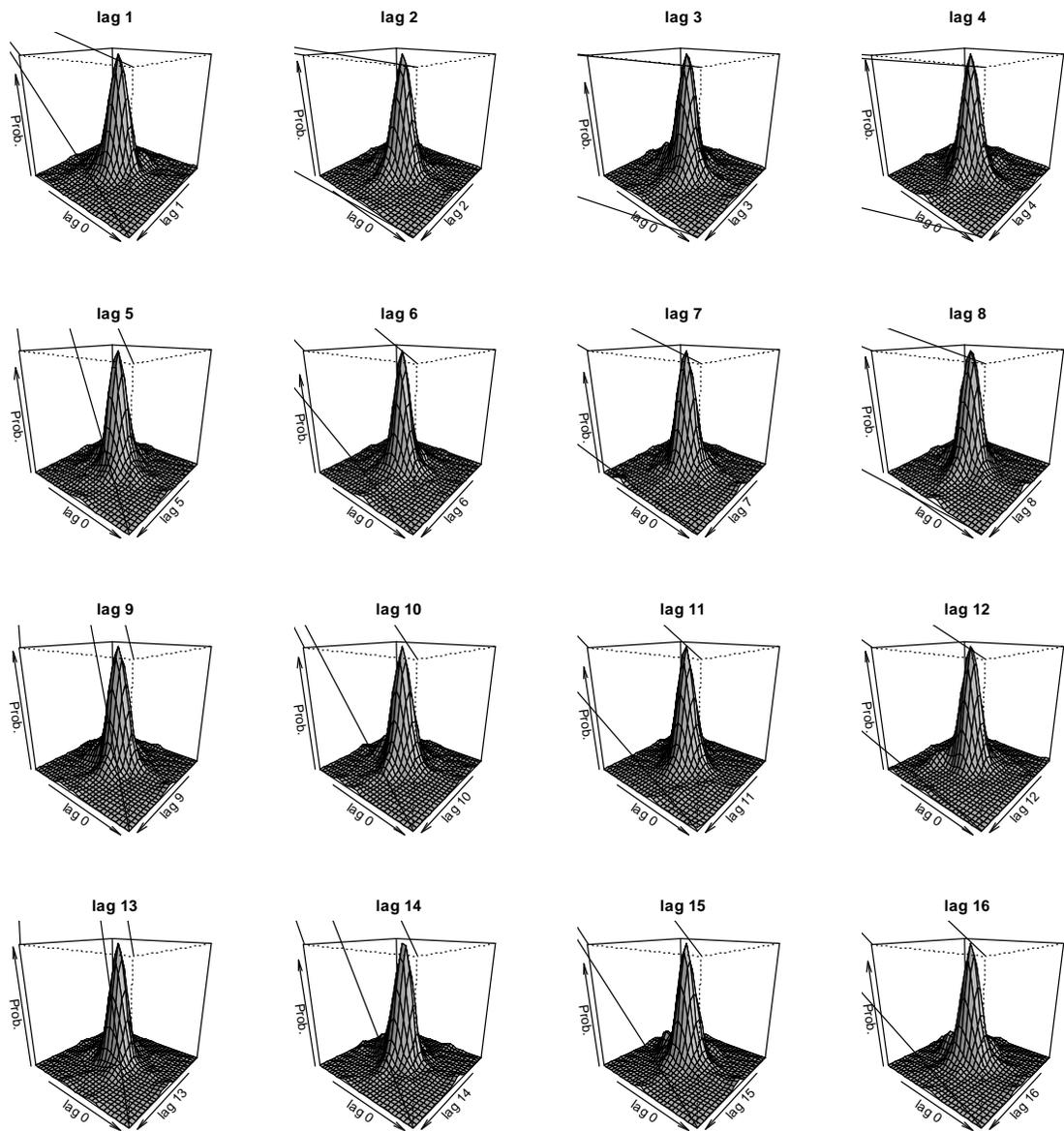
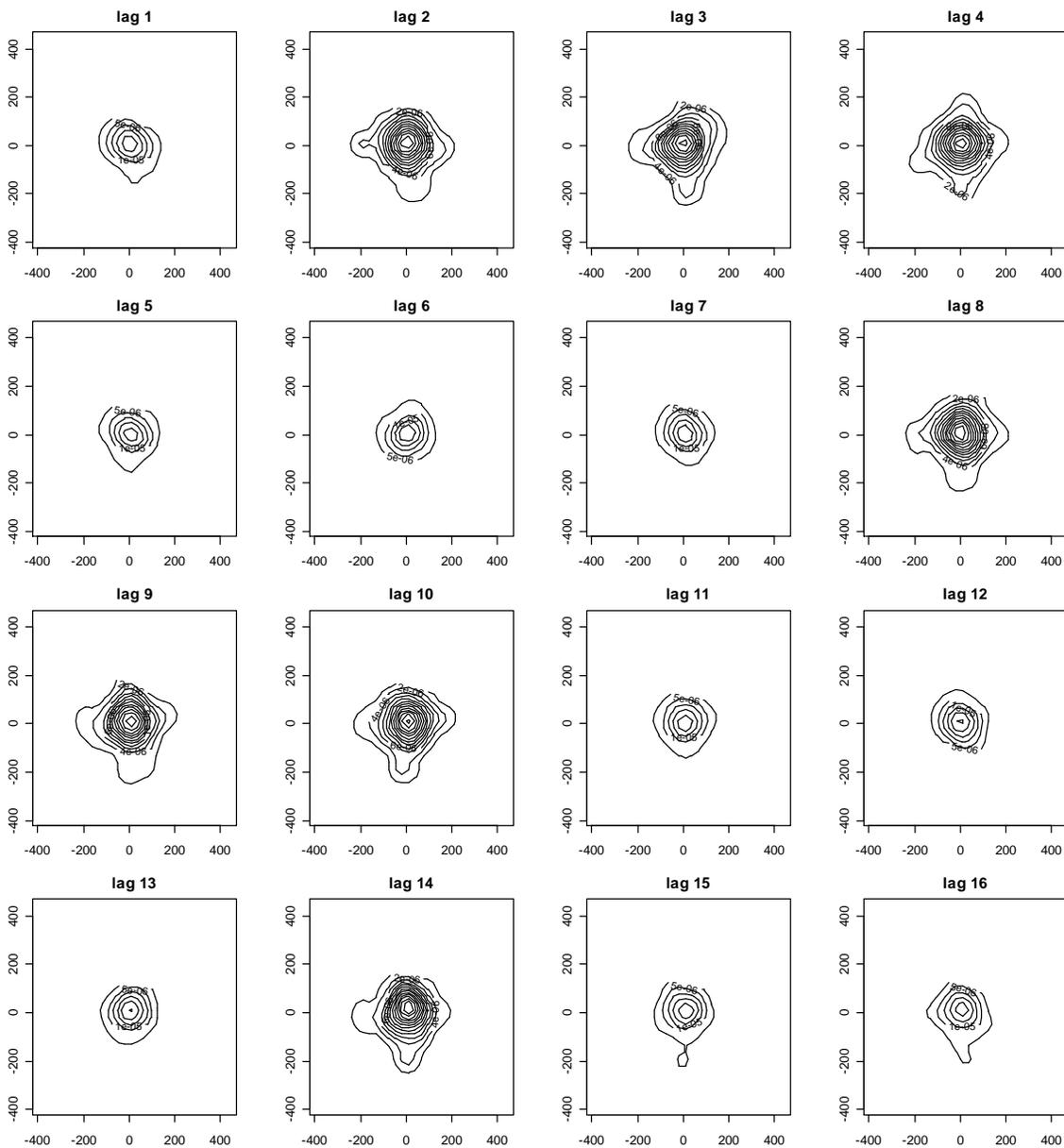


Figura 2.8 Contorno de la de la función de distribución de probabilidad empírica de $\{w_t, w_{t-i}\}$ para $i = 1, \dots, 16$. Serie diferenciada (estacionaria)



El estimado no paramétrico del $E[w_t|w_{t-i}]$ para $i = 1, \dots, 16$ para la serie diferencia (Figura 2.9) muestra que para algunos rezagos se tiene una tendencia lineal con la presencia de algunas jorobas. Sin embargo, en la mayoría de los rezagos se tienen curvas no lineales con varias montañas lo que da indicios que la serie no tiene comportamiento lineal. El estimado no paramétrico de $V[w_t|w_{t-i}]$ para $i = 1, \dots, 16$ se presenta en la Figura 2.10 y muestra curvas de varias jorobas.

Figura 2.9 Estimado no paramétrico del $E[w_t|w_{t-i}]$ para $i = 1, \dots, 16$ y la varianza. Serie diferenciada (estacionaria)

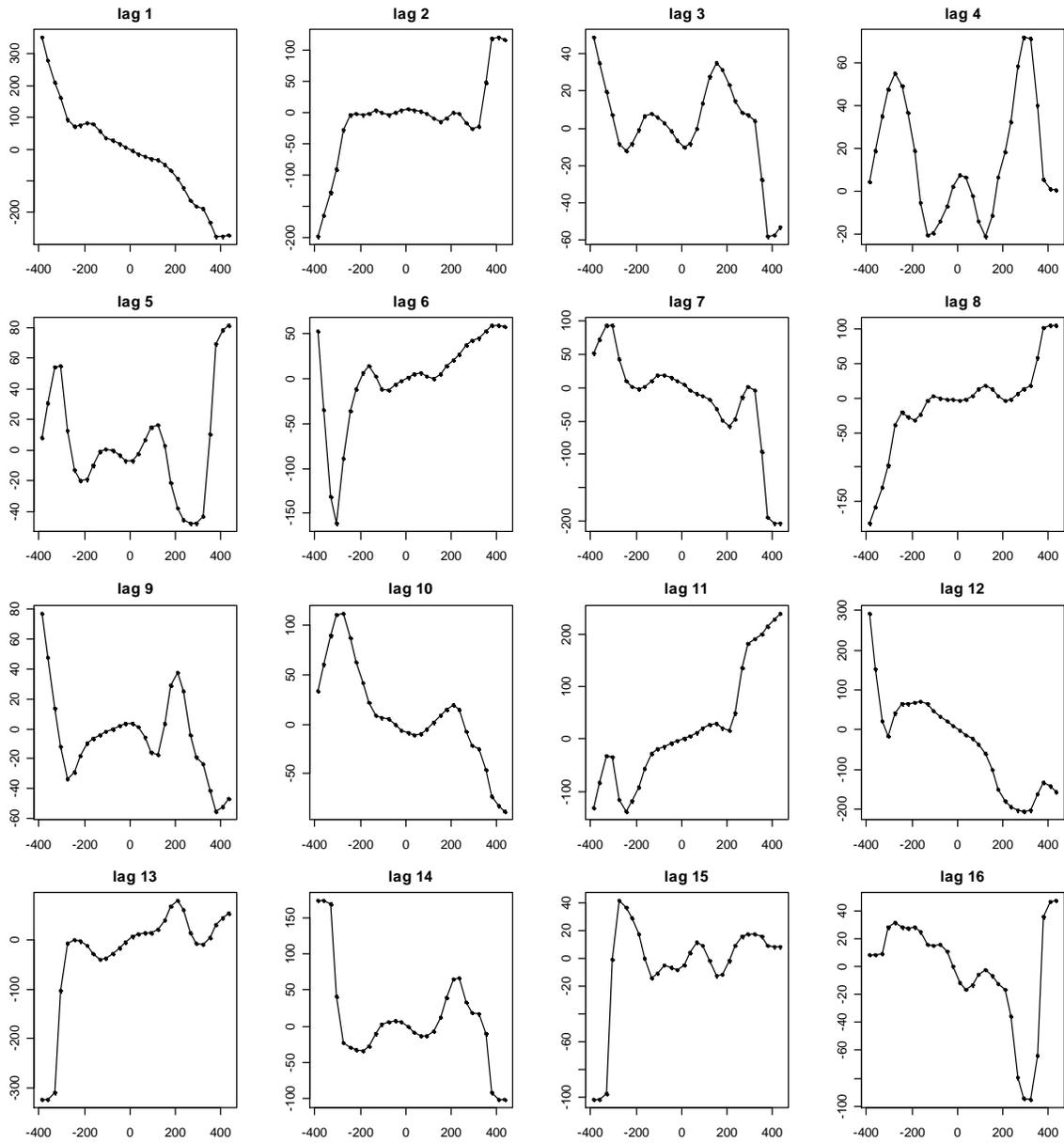
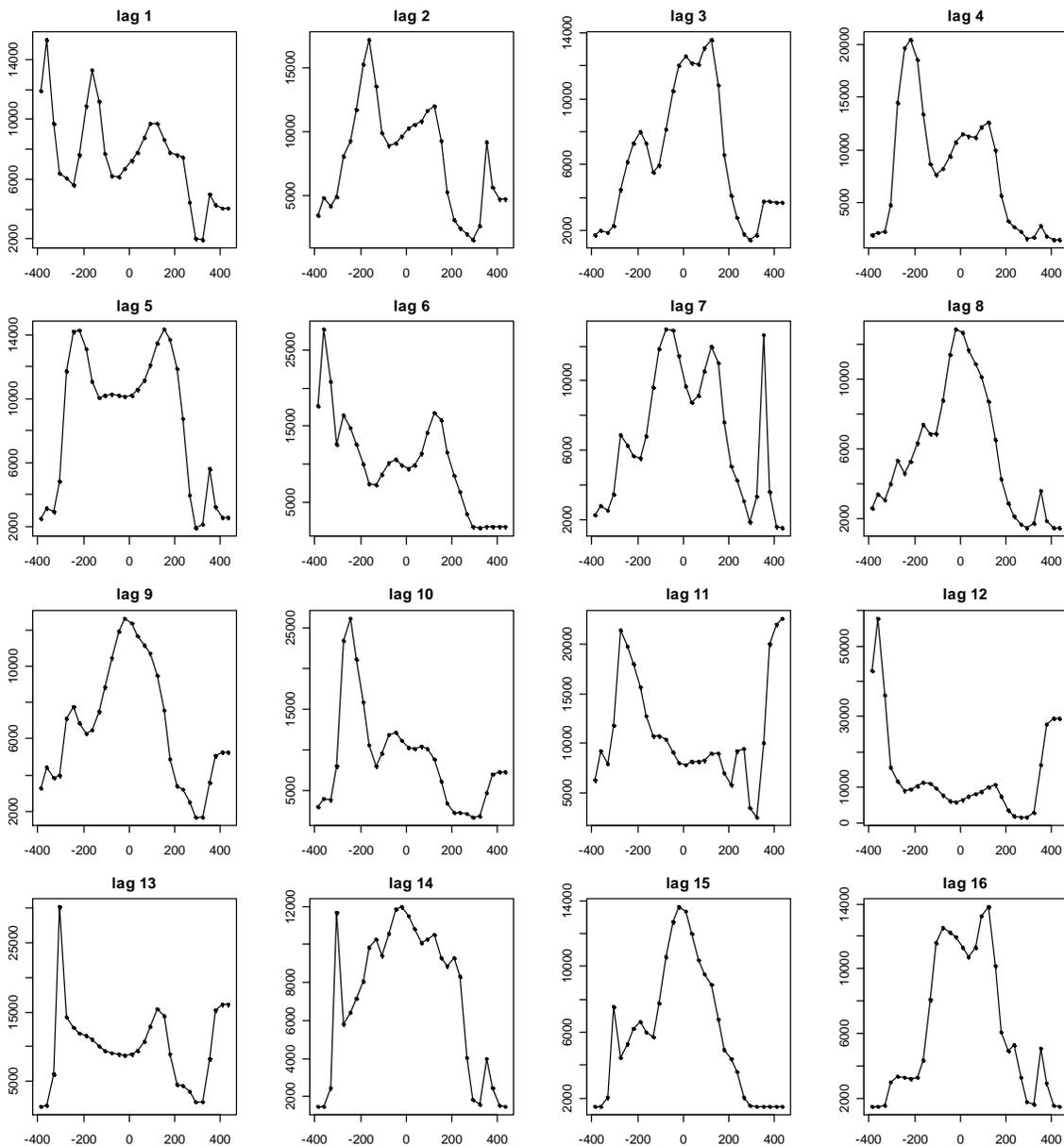


Figura 2.10 Estimado no paramétrico de $V[w_t|w_{t-i}]$ para $i = 1, \dots, 16$. Serie diferenciada (estacionaria)



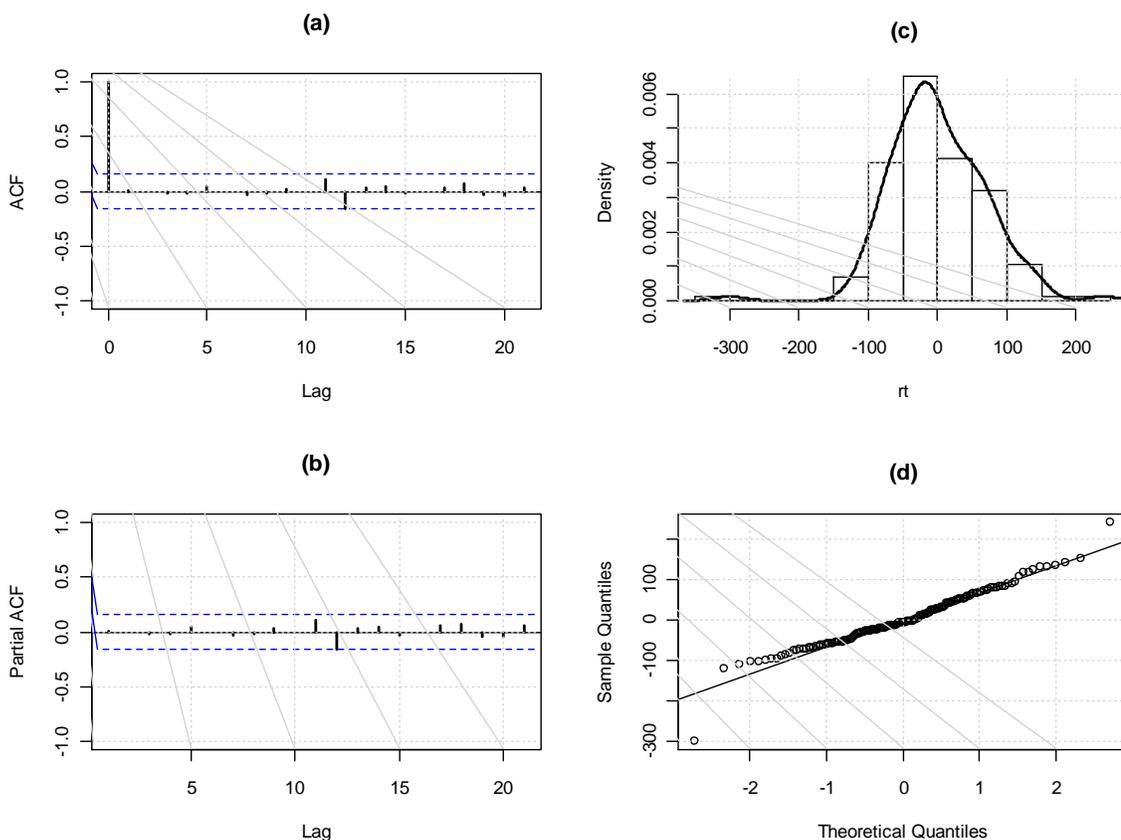
2.1.4 Detección de no linealidades

La detección de no linealidades se basa usualmente en la postulación de un modelo AR, el cual da cuenta de la dinámica lineal de los datos. Durante el análisis se busca detectar cualquier discrepancia respecto a ese modelo lineal. Para el caso de estudio se evaluaron diferentes modelos AR, el orden máximo evaluado fue 22 y se utilizó como criterio de selección el menor AIC de los modelos, finalmente, el mejor modelo que puede representar linealmente los datos de la serie diferenciada es un modelo AR(14). En la Figura 2.11 se presentan

los correlogramas y la función de densidad de los residuos de este modelo. El ACF y ACFP muestra que no existe correlación entre los residuos ya que las correlaciones se encuentran dentro de las bandas de Bartlett; adicionalmente en la gráfica de función de densidad (Figura 2.11(a)) se observa que los residuales tienen una tendencia normal con un ligero sesgo a la derecha, esto lo confirma la gráfica cuartil – cuartil, donde la nube de puntos sigue la línea recta.

A partir del modelo autorregresivo identificado se realizar pruebas de no linealidad con el fin de identificar dinámicas no lineales que permitan justificar el uso de modelos no lineales para el pronóstico de la serie mensual de demanda electricidad de Colombia. A continuación se listan las diferentes pruebas aplicadas a la serie diferenciada (simple + estacional), se agrupan de acuerdo con la método usado para el cálculo del estadístico de prueba.

Figura 2.11 Análisis de los residuos del modelo AR(14)



En la Tabla 2.2 se presentan las pruebas de no linealidad aplicadas a la serie. Las pruebas aplicadas sobre los residuales verifican la existencia de una componente no lineal de forma indeterminada en la serie de residuales del modelo autorregresivo de orden 13, dos de ellas señalan la existencia de no linealidades con una confianza del 5% pero no del 1%. En la prueba realizada con redes neuronales se compara un modelo AR versus una red neuronal autorregresiva, la prueba blanca indica la presencia de no linealidades. Las pruebas con el modelo STR (Tabla 2.3) son la comparación de un modelo AR vs un modelo de transición suave (STR): La prueba LM3 confirma la presencia de una componente STR. La prueba LM4 (con el valor crítico más bajo) indica un modelo ESTAR con variable de transición $y[t - 1]$.

Tabla 2.2 Pruebas de no linealidad

Prueba	F	p-value	X-squared	df
RESET test	0,5758	0,8800	-	-
Keenan non linearity test	4,5678	0,0344	-	-
Box-Ljung test sobre los residuales al cuadrado	-	0,0125	17,8766	7
Teraesvirta Neural Network Test		< 2.2e-16	Inf	546
White Neural Network Test		0,9503	0,1020	2

Tabla 2.3. Pruebas de no linealidad con un modelo STR

Prueba	p-value	LM	alternative hypothesis
STR LM1 test	0,0061	2,4166	Time series follows a LSTAR model ($d - lag = 5$)
STR LM2 test	0,0044	2,0917	Time series follows a ESTAR model ($d - lag = 12$)
STR LM3 test	0,0015	2,1207	Time series follows a STAR model ($d - lag = 12$)
STR LM4 test	0,0119	1,7794	Time series follows a LSTAR model ($d - lag = 12$)

Los resultados de las pruebas estadísticas muestran la presencia de no linealidades en la serie de demanda de electricidad, lo cual indica que es posible utilizar modelos no lineales como redes neuronales artificiales, modelos de regresión multivariada adaptativa utilizando splines, entre otros. En los siguientes capítulos se desarrollaran modelos no lineales como MARS (regresión multivariada adaptativa utilizando splines), STR (regresión de transición suave) y DAN2 (redes neuronales dinámicas) en el pronóstico de demanda mensual en Colombia.

2.2 Modelos de pronóstico

2.2.1 Modelo de series de tiempo

Los modelos de series de tiempo son los métodos modernos más antiguos que se han aplicado en el pronóstico del consumo de energía. Se pueden distinguir diferentes clasificaciones. Hay métodos univariados y multivariados. El primero es usado en pronósticos de muy corto plazo, y se basa en pronosticar el valor de la serie con base en sus propios valores pasados; y el segundo, se usa para incorporar el efecto de otras variables que explican el comportamiento de la variable pronosticada; su principal uso es el modelado, o sea, explicar el comportamiento histórico para ganar una mayor comprensión de la dinámica de la serie.

Un modelo simple de series de tiempo es el modelo ARMA (autorregresivo de medias móviles). Un proceso estacionario $\{X_t\}_{t \geq 0}$ es llamado un proceso ARMA(p,q) si

$$X_t - \sum_{k=1}^p \Phi_k X_{t-k} = Z_t + \sum_{m=1}^q \theta_m Z_{t-m} \quad (1)$$

El proceso Z_t debe ser ruido blanco con media cero y desviación estándar constante σ . El paso principal consiste en determinar el orden p de la parte autorregresiva AR, el orden q de la parte de medias móviles MA y los coeficientes Φ_k y θ_m . Para determinar los coeficientes se usa la aproximación de Probabilidad Máxima y variantes de los mínimos cuadrados.

El modelo ARMA(p,q) se puede extender al modelo ARIMA(p,d,q) (autorregresivo integrado de medias móviles), este modelo es un modelo ARMA(p,q) diferenciado d veces. El modelo ARIMA es usado generalmente para pronósticos de carga de corto plazo (Hahn, Meyer – Nieberg y Pickl, 2009).

Un modelo ARIMA de orden $(p, d, q)(P, D, Q)_m$ recibe el nombre de SARIMA de orden $(p, d, q)(P, D, Q)_m$ y se define como:

$$\Phi(B^m)\phi(B)(1 - B^m)^D(1 - B)^d y_t = c + \Theta(B^m)\theta(B)\varepsilon_t \quad (2)$$

donde:

- c es la media de la serie
- B es el operador de retardo, tal que: $B^k y_t = y_{t-k}$
- $\phi(B)$ es el operador autorregresivo, representado como un polinomio en el operador de retardo: $\phi(B) = 1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p$

- $\Phi(B)$ es el operador autorregresivo estacional de periodo m , representado como un polinomio en el operador de retardo: $\Phi(B) = 1 - \Phi_1 B^m - \Phi_2 B^{2m} - \dots - \Phi_p B^{pm}$
- $\theta(B)$ es el operador de promedios móviles, representado como un polinomio de orden q en el operador de retardo: $\theta(B) = 1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q$
- $\Theta(B)$ es el operador de promedios móviles estacional de periodo m , representado como un polinomio de orden Q en el operador de retardo: $\Theta(B) = 1 - \Theta_1 B^m - \Theta_2 B^{2m} - \dots - \Theta_Q B^{Qm}$
- d es el orden de la diferenciación simple.
- D es el orden de la diferenciación estacional de periodo m .

$\{\varepsilon_t\}$ son los residuos del modelo; son un conjunto de variables aleatorias normales independientes e idénticamente distribuidas con media cero y varianza σ^2 .

Los modelos ARMA/ARIMA son usados en los estudios de pronóstico de carga como modelo de comparación respecto a modelos más sofisticados (Hahn, Meyer – Nieberg y Pickl, 2009).

2.2.2 Modelo de regresión multivariada adaptativa utilizando splines-MARS

La regresión adaptativa multivariada por tramos (MARS – Multivariate Adaptative Regression Splines) es un método estadístico para modelamiento no paramétrico, el cual fue propuesto por Friedman (1991) con el fin de aproximar, de manera eficiente, la relación entre una variable dependiente y un conjunto de variables explicativas en una regresión definida por tramos (Zareipour, et al 2006). MARS utiliza la regresión definida por tramos para determinar un modelo no lineal, adicionando y eliminando términos no lineales del modelo basado en la significancia estadística, con un método de partición recursiva que divide el espacio de entrada en diferentes regímenes con diferentes comportamientos (Psichogios, et al., 1992).

Este método puede ser usado para modelar series de tiempo, tal como lo demuestra Lewis y Stevens (1991) en su estudio; adicionalmente, en los últimos años se han reportado múltiples estudios donde utilizan MARS para modelar diferentes datos, pronosticar series y para minería de datos. Estudios como modelamiento de velocidad (Haas, H et al, 1998), predicción de canales de radio móvil (Ekman y Kubin, 1999), detección de intrusos en un sistema de información (Mukkamala et al., 2003), describir el transporte de pesticidas en los suelos (Yanget al., 2003), predecir el promedio mensual de las divisas (Abraham, 2002), predecir el puntaje de crédito (Lee et al., 2005) y minería de datos en patrones de cáncer de seno (Chou et al., 2004).

Los modelos no paramétricos se desarrollan localmente sobre subregiones específicas de los datos; los datos son buscados para un número óptimo de subregiones y una función simple es ajustada de forma óptima para

comprender cada subregión. La regresión de partición recursiva (RPR – Recursive Partitioning Regression) es un algoritmo bastante estudiado en el modelamiento no paramétrico. MARS es una versión generalizada de RPR que supera algunas de las limitaciones de la versión original (Zareipour et al 2006).

El modelo de RPR tiene como objetivo desarrollar una secuencia de modelos de complejidad creciente para aproximar la función desconocida. Éste parte de una salida o respuesta y , la cual es una función desconocida de un predictor (entrada) variable $X = (x_1, \dots, x_n)$. Como se mencionó, el modelo crea un número de regiones (splits) en las cuales se ajusta una función base. El modelo de RPR es dado por la función (3).

$$E(y|x) = \sum_{k=1}^K c_k I(x \in R_k) \quad (3)$$

Donde, R_k son las regiones del espacio de entrada determinado por las particiones y c_k son los coeficientes estimados por la media de la respuesta en cada región. $I()$ son las funciones indicadoras que toman el valor de uno si sus argumentos son verdaderos y cero en otro caso, y corresponde a las funciones bases del modelo. Las funciones indicadoras introducen discontinuidad en las fronteras de las subregiones en el espacio predictor. Por el contrario, MARS produce modelos continuos con derivadas continuas, ya que los sustituye por un conjunto de funciones base de dos lados de la forma:

$$b_q^\pm(x - t) = [\pm(x - t)]_t^q \quad (4)$$

con $q = 1$ para empezar. Un modelo más continuo se puede obtener usando los knots como se seleccionaron, pero reemplazando la función base en la ecuación (4) por un grupo de funciones cúbicas ($q = 3$).

En MARS, el modelo RPR queda modificado como se muestra:

$$\hat{f}(X) = c_0 + \sum_{k=1}^K c_k B_k(X) \quad (5)$$

Donde B_k es la función base y se desarrolla así:

$$B_k(X) = \prod_{m=1}^{M_k} [\max(s_{m,k}(x_{v(m,k)} - t_{m,k}), 0)] \quad (6)$$

donde las variables explicativas asociadas con la función base B_k son niveladas por $v(m, k)$; M_k es el nivel de interacción entre las variables $v(m, k)$; $t_{m,k}$ indica la localización del knot para B_k ; y $s_{m,k}$ es una constante que toma valores de +1 o -1 (Zareipour et al., 2006).

Como resultado final, MARS escoge el número de variables que entran en cada función base, o equivalentemente el orden de interacción. Esto da una descripción muy local de la naturaleza de las interacciones de las variables, desde el modelo, y por lo tanto el orden de la interacción es (potencialmente) diferente en cada subregión del espacio predictor (Psichogios et al., 1992).

Para más información relacionada con algoritmos del modelo MARS se recomienda revisar el trabajo propuesto por Friedman (1991).

2.2.3 Modelo de redes neuronales artificiales dinámicas- DAN2

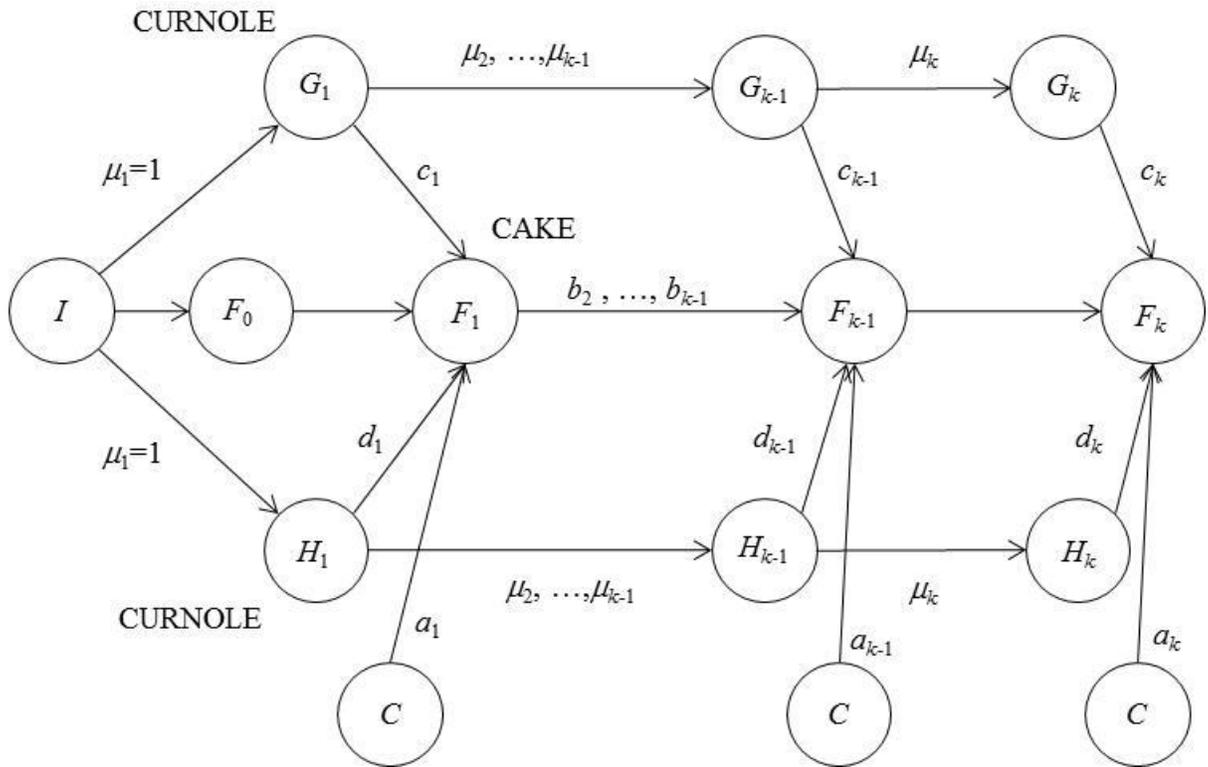
Ghiassi et al. (2006) presenta la propuesta del modelo de redes neuronales artificiales dinámicas y resalta las mejoras respecto del modelo de red neuronal tradicional.

La filosofía general del modelo DAN2 está basada en el principio de aprender y acumular conocimiento en cada capa, propagar y ajustar este conocimiento a la siguiente capa, y repetir este paso hasta alcanzar el criterio de desempeño deseado de la red.

La arquitectura del modelo DAN2 se compone de una capa de entrada, unas capas ocultas y una capa de salida. La capa de entrada recibe los datos externos en el modelo. Cuando los nodos de entrada son identificados, todas las observaciones son usadas simultáneamente para entrenar la red. La arquitectura general de un modelo DAN2 se muestra en Figura 2.12.

La Figura 2.12 muestra que cada capa oculta está compuesta por cuatro nodos. La primera es simplemente un nodo constante de entrada referido al nodo C. El segundo nodo es una función que incorpora el “Elemento Actual de Conocimiento Acumulado” (CAKE, por sus siglas en inglés) durante los pasos de entrenamiento referidos al nodo CAKE. El tercer y cuarto nodo representan las componentes no lineales residuales actuales del proceso a través de una función de transferencia que se define como la suma ponderada normalizada de las variables de entrada. Tales nodos representan el “elemento no lineal residual actual” y serán referidos como los nodos CURNOLE. El nodo I representa la entrada, los nodos C son los nodos constantes, los nodos G_k y H_k representan los nodos CURNOLE y los nodos F_k son los nodos CAKE. El nodo final CAKE representa la variable dependiente o la salida.

Figura 2.12 Arquitectura de la red DAN2



El proceso de entrenamiento inicia con una capa especial donde el nodo CAKE captura la componente lineal de los datos de entrada. De este modo, su entrada (contenido) es una combinación lineal (suma ponderada) de las variables de entrada y un nodo constante de entrada.

El algoritmo DAN2 se asegura que durante el entrenamiento de la red, el error residual sea reducido en cada iteración y el conocimiento acumulado es aumentado monótonamente. El proceso de entrenamiento mejora los ajustes del modelo y se detiene cuando se alcanza uno de los criterios de parada definidos. Aunque los parámetros del nodo CURNOLE son determinados a través de una optimización no lineal, de nuevo, los pesos son fácilmente obtenidos a través de una simple regresión lineal usando tres variables independientes (una CAKE y dos CURNOLE).

Las mejoras del modelo sobre una red neuronal artificial típica son:

- En el modelo DAN2 se utilizan todos los datos de entrada simultánea y repetitivamente en cada capa. El uso de todos los datos asegura el incremento del aprendizaje.
- DAN2 usa las funciones trigonométricas de seno y coseno, en vez de la tradicional función logística, para capturar la no linealidad del proceso bajo consideración. Cada componente no lineal se calcula en cada

capa, reduciendo la complejidad de la solución en cada capa y manteniendo el adecuado conocimiento de la capa anterior.

- El número de nodos ocultos se fija en cuatro y el modelo determina dinámicamente el número de capas ocultas hasta obtener el criterio de desempeño especificado.
- DAN2 reduce la selección de los parámetros del modelo sólo a los datos de entrada, lo que permite al investigador examinar un gran número de combinaciones de variables de entrada y dejar al modelo la configuración óptima de los demás parámetros.
- La arquitectura de la red DAN2 es sencilla, ya que solo usa cuatro nodos por capa y tiene pocos arcos, entonces los requerimientos computacionales para cada capa se reducen.

2.2.4 Modelo de regresión de transición suave - STR

El modelo STR (Smooth Transition Regression) modela la transición de un régimen a otro como un proceso continuo dependiente de la variable de transición. Esto permite incorporar el cambio y el comportamiento del régimen cuando el tiempo exacto del cambio no es conocido con certeza y cuando hay periodo corto de transición a un nuevo estado. Entonces, el modelo STR suministra información adicional en la dinámica de las variables que muestran sus valores incluso durante el periodo de transición.

Un proceso STR (Baccon y Watts, 1971; Maddala, 1977) se define como:

$$y_t = [1 - F(z_t)] \cdot \left(a_0^{(1)} + \sum_{j=1}^{P_1} a_j^{(1)} x_t^{(j)} \right) + F(z_t) \cdot \left(a_0^{(2)} + \sum_{j=1}^{P_2} a_j^{(2)} x_t^{(j)} \right) + v_t \quad (7)$$

Donde $\{y_t\}$, $\{z_t\}$ y $\{x_t\}$ son secuencias y $F(\cdot)$ es una función cuyo rango está restringido al intervalo $[0, 1]$.

La función $F(\cdot)$ permite definir dos regímenes de comportamiento asociados a $F(\cdot) = 0$ y $F(\cdot) = 1$, y una región de transición entre ellos. Cuando $F(\cdot)$ es especificada como la función logística:

$$S(u; \gamma, c) = \frac{1}{1 + e^{-\gamma(u-c)}} \quad (8)$$

el modelo se conoce como LSTR (logistic smooth transition regression). Cuando γ tiende a infinito, la función de transición converge a la función indicadora (9),

$$f(x) = \begin{cases} 1, & \text{Si } z \in R_k \\ 0, & \text{en cualquier otro caso} \end{cases} \quad (9)$$

tal que el modelo se reduce a un SETAR donde el parámetro c es el límite entre las dos regiones en que se divide el dominio de la variable de transición z .

Si $F(\cdot)$ es especificada como la función exponencial:

$$F(u; \gamma, c) = 1 - \exp[-\gamma(u - c)^2] \quad (10)$$

el modelo resultante es llamado ESTR (exponential smooth transition regression). Un problema de esta función es que converge a un valor constante cuando tiende a cero; cuando tiende a infinito se reduce a un modelo SETAR.

Algunas de las propiedades de los modelos STR son discutidas por Tong (1990, sec. 3.3.3); su proceso de especificación es presentado por Granger y Teräsvirta (1993, sec. 4.2), Teräsvirta (1994) y Eitrheim y Teräsvirta (1996), y se basa en los siguientes pasos:

1. Se especifica un modelo autoregresivo de orden p .
2. Se contrasta la hipótesis nula de linealidad versus la hipótesis alternativa de que la dinámica de la serie puede ser descrita por un modelo STR.
3. Si la hipótesis de linealidad es rechazada, se selecciona el tipo de función de transición $F(\cdot)$ (logística o exponencial) y la variable de transición, a partir de dos pruebas estadísticas que permiten determinar cuál de los dos modelos presenta la mejor aproximación.
4. Se realiza la estimación de los parámetros del modelo final, minimizando la sumatoria de los errores al cuadrado.
5. Como paso final se procede a realizar las pruebas de diagnóstico de modelo: se verifica que no existan autocorrelaciones y que no se presenten relaciones no lineales remanentes entre los residuos; la consistencia de los parámetros del modelo es verificada contrastándolos contra la hipótesis de que cambian en el tiempo.

2.2.5 Neurona simple multiplicativa – GSMN

Este modelo está basado en una arquitectura polinomial, por lo que se utiliza una función de agregación en vez de utilizar todos los términos de orden superior. La función de agregación utilizada es un producto de funciones lineales en diferentes dimensiones del espacio.

En el modelo generalizado de neurona simple multiplicativa (GSMN) (Yadav et al., 2007), el valor actual de una serie de tiempo se obtiene como una función de sus valores anteriores:

$$y_t = N_t = g \left[\prod_{i=1}^p (w_i y_{t-i} + b_i) \right] \quad (11)$$

Donde $g(u)$ es la función de activación y p es el orden del modelo autorregresivo no lineal.

Las ventajas de este modelo son:

El proceso de especificación del modelo GSMN se basa en la selección adecuada de los rezagos de la serie de tiempo modelada. Para el perceptrón multicapa tradicional, la especificación es más difícil: es necesario especificar el número de capas ocultas y el número de neuronas por capa, además los rezagos adecuados.

El modelo GSMN requiere menos parámetros que el perceptrón multicapa tradicional y tiene una mejor capacidad de generalización, tal como lo demuestran los datos empíricos presentados por Yadav et al. (2007). Por consiguiente, es necesario un menor número de iteraciones del algoritmo de optimización, para converger en el óptimo de la función de pérdida.

2.2.6 Modelo híbrido: SARIMA – Neurona simple multiplicativa

Al momento de realizar el análisis teórico de los modelos seleccionados para el ajuste, se encontró la oportunidad de fusionar dos modelos no lineales como son el SARIMA y el GSMN. Este modelo no se ha implementado hasta ahora en la literatura científica y se presenta como un modelo que tiene un mejor desempeño que los otros modelos estudiados, para el caso de pronóstico de la demanda. A continuación se describe el modelo híbrido propuesto.

El modelo híbrido propuesto es fusionar un modelo SARIMA con un modelo GSMN, el cual usa las mismas entradas de la componente del SARIMA. Entonces, el modelo GSMN se especifica como:

$$N_t = g \left[\prod_{i \in \Phi} (w_i y_{t-i} + b_i) \prod_{j \in \Theta} (u_j e_{t-j} + c_j) - 1 \right] \quad (12)$$

Donde: Φ es el conjunto que contiene los mismos rezagos de y_t usados para el modelo SARIMA; Θ es el conjunto que contiene los mismos rezagos de e_t usados para el modelo SARIMA; y $g(u) = \tanh u$.

Yadav et al. (2007), introduce el término $(u_j e_{t-j} + c_j)$ con el objetivo de representar dinámicas no lineales de la componente de medias móviles. Cuando se imponen las restricciones $w_i = u_j = 0$ y $b_i = c_j = 1$, el modelo propuesto se reduce a una aproximación SARIMA, como lo muestra la ecuación.

$$N_t = \tanh \left[\prod_{i \in \Phi} (0 \cdot y_{t-i} + 1) \prod_{j \in \Theta} (0 \cdot e_{t-j} + 1) - 1 \right] = \tanh \left[\prod_{i \in \Phi} 1 \prod_{j \in \Theta} 1 - 1 \right] = \tanh 0 = 0 \quad (13)$$

El planteamiento propuesto es un modelo no lineal para el pronóstico de series de tiempo. La componente (S)ARIMA es un método reconocido para el tratamiento de las componentes lineales de la serie de tiempo, el cual permite representar características tales como la tendencia o los patrones estacionales de la serie. La componente GSMN captura el resto de las no linealidades presente en los datos, las cuales no son capturadas por la metodología (S)ARIMA.

Los pasos para construir el modelo se describen a continuación:

Paso 1: Escalar: se escala la serie de tiempo y_t dentro del intervalo $[-1, +1]$ debido a la limitación en el rango de $g(u) = \tanh u$.

Paso 2: Modelamiento lineal: se obtiene la especificación de un modelo SARIMA para la serie de tiempo.

Paso 3: Modelamiento no lineal: se usan las mismas entradas (rezagos) del modelo SARIMA, obtenidas en el paso 2, para el modelo GSMN descrito en (12). Todos los parámetros del modelo híbrido (SARIMA y componentes de la red neuronal artificial) son optimizados simultáneamente minimizando la suma condicional de los residuales al cuadrado (SSE - sum of squared residuals) calculada como:

$$SSE = \sum e_t^2, \quad \text{with } e_t = y_t - L_t - N_t \quad (14)$$

mediante una técnica de optimización basada en gradientes. Donde y_t representa la serie original, L_t es la componente lineal no estacionaria y N_t es la componente no lineal.

Debido a la presencia de puntos locales óptimos, es necesario realizar varias corridas del algoritmo de optimización con diferentes valores iniciales para los parámetros del modelo. Para cada corrida, los valores iniciales para el modelo híbrido se especifican así:

- Para el modelo lineal (SARIMA), se utilizan los valores de los parámetros óptimos calculados en el *Paso 2*.
- Para el modelo GSMN, los valores iniciales son aleatorios siguiendo una distribución de probabilidad uniforme con $w_i, u_j \in [-\delta, \delta]$ y $b_i, c_j \in [1 - \delta, 1 + \delta]$. Se encontró que para $\delta = 0.1$, el algoritmo de optimización funciona bien.

El algoritmo de optimización utilizado fue Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno (BFGS).

3 Resultados

3.1 Procedimiento empleado

Todos los modelos son estimados para el logaritmo natural de la serie de tiempo, pero los estadísticos de ajuste del pronóstico están expresados en términos de los datos originales. Los primeros 155 datos (1995:8 a 2010:4) son usados para ajustar el modelo y los 24 datos restantes se utilizaron para evaluar la habilidad de pronóstico. Se usaron dos horizontes de pronóstico: de 2008:5 a 2009:4 (12 meses) y de 2008:5 a 2010:4 (24 meses). Para ambos horizontes, se calculó el pronóstico para un mes adelante.

Para cada modelo ajustado, se calculó el error medio absoluto (MAE – Mean Absolute Error) y la raíz del error cuadrático medio (RMSE - Root Mean Square Error) como criterios para medir su calidad respecto a la precisión del pronóstico. Las ecuaciones para el cálculo se presentan a continuación.

$$MAE = \frac{\sum |y_r - y_s|}{N} \quad (15)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum (y_r - y_s)^2}{N}} \quad (16)$$

Donde,

y_r es el dato real, y_s es el dato estimado y N es el número de observaciones de la serie.

Estas dos medidas de la exactitud o calidad del pronóstico son usadas comúnmente ya que sus resultados se dan en las mismas unidades de la serie pronosticada. El MAE da una medida más confiable del error debido a que se evalúa a partir de los estadísticos de primer orden, mientras que el RMSE está afectado por el aumento de los errores ya que se calcula a partir de los estadísticos de segundo orden (Kamgar-Parsi, B., 1998). A pesar de ser ampliamente utilizados estos estadísticos, presentan una desventaja y es que no tienen en cuenta la estructura estocástica del modelo, es decir, no informan sobre alguna característica estocástica supuesta sobre el periodo extramuestral.

Se debe aclarar que no se utilizaron otras pruebas o estadísticos de ajuste, ya que el interés principal del proyecto es mostrar la precisión del pronóstico y no el ajuste del modelo. Para verificar estas propiedades se cuentan con dos tipos de estadísticos o pruebas:

Un primer grupo de estadísticos evalúan qué tan bien el modelo ajusta los datos usados para obtener los coeficientes estimados; un ejemplo de ellos son R^2 , el criterio de información Hannan – Quinn, entre otros.

Los otros estadísticos se relacionan con las propiedades de los residuos de la regresión. Si el modelo es una buena opción, entonces no debe haber nada más que aprender de los residuos. Los residuos deben ser simplemente "ruido blanco", o no correlacionados. Para evaluar los residuos se usan pruebas como Durbin-Watson, t-value, valores p, prueba de normalidad y de igualdad de varianza, Ljung – Box, entre otros. (McNelis, P.D., 2005)

3.2 Modelo SARIMA

Vega (2010) determinó que el modelo SARIMA que mejor re representa la dinámica de la serie es de orden $(0,1,3) \times (1,1,2)_{12}$. Para ajustar este modelo, utilizó el paquete forecast y la función auto.arima() del software libre R. Los estadísticos de ajuste para el modelo se presentan en la Tabla 3.1.

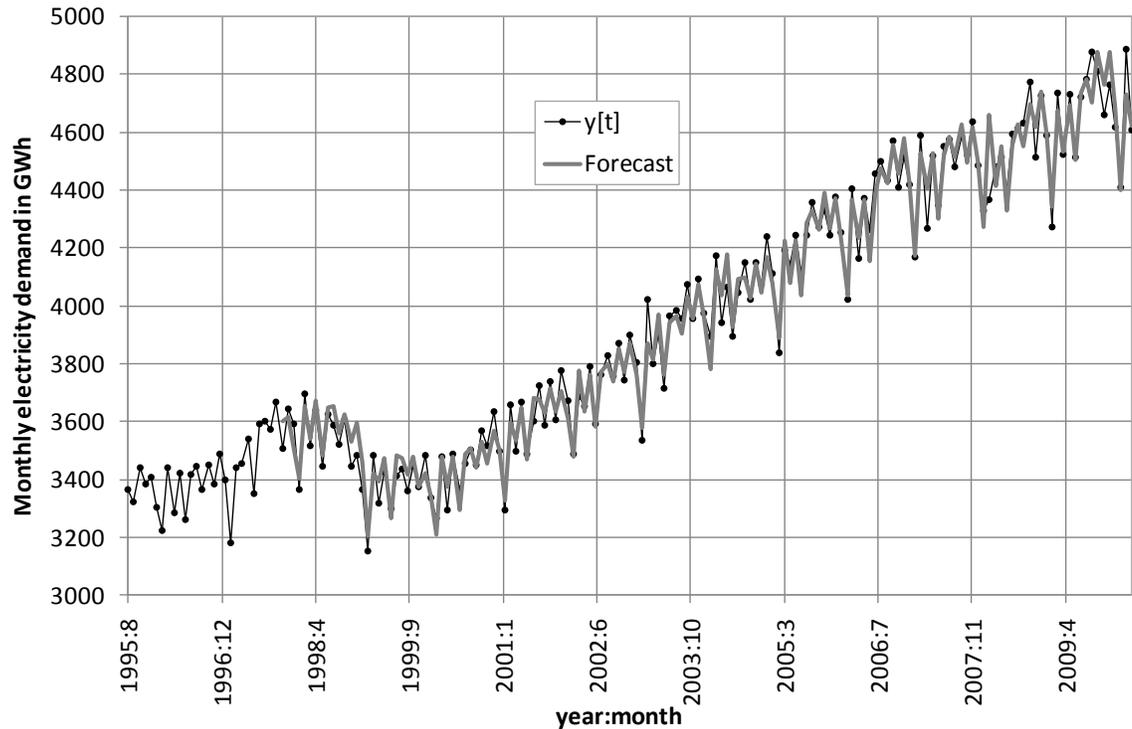
Tabla 3.1 Estadísticos de ajuste para la serie de demanda mensual de electricidad de Colombia

Modelo	Entrenamiento	Pronóstico 12 meses	Pronóstico 24 meses
	MAE (RMSE)	MAE (RMSE)	MAE (RMSE)
SARIMA	36,11 (52,30)	51,88 (60,20)	58,82 (76,29)
MARS – 1	49,58 (66,45)	91,67 (120,36)	96,78 (124,04)
MARS – 2	49,06 (69,13)	88,60 (108,18)	98,44 (141,36)
DAN2 – 1 K = 1	47,14 (63,7)	93,58 (125,23)	77,1 (103,09)
DAN2 – 1 K = 2	46,69 (63,05)	102,27 (132,01)	78,29 (106,12)
DAN2 – 2 K = 1	49,8 (68,85)	81,86 (115,82)	75,28 (100,65)
DAN2 – 2 K = 2	49,81 (67,64)	86,41 (119,01)	73,47 (99,65)
DAN2 – 2 K = 3	50,02 (66,71)	83,49 (113,35)	73,44 (96,64)
DAN2 – 2 K = 4	49,04 (65,69)	86,27 (119,82)	78,44 (103,7)
DAN2 – 3 K = 1	48,07 (68,21)	80,7 (114,08)	70,27 (97,4)
DAN2 – 3 K = 2	48,65 (67,49)	79,91 (115,36)	73,76 (103,18)

Modelo	Entrenamiento	Pronóstico 12 meses	Pronóstico 24 meses
	MAE (RMSE)	MAE (RMSE)	MAE (RMSE)
DAN2 – 4 K = 1	47,86 (65,28)	82,83 (113,59)	73,03 (96,81)
DAN2 – 4 K = 2	46,7 (64,78)	84,02 (115,65)	76,01 (100,35)
DAN2 – 5 K = 1	48,99 (69,28)	88,57 (127,36)	81,85 (113,07)
DAN2 – 5 K = 2	48,55 (68,17)	95,52 (134,9)	85,37 (115,86)
DAN2 – 6 K = 1	50,38 (69,72)	86,68 (131,68)	77,84 (111,72)
DAN2 – 6 K = 2	49,30 (67,27)	104,10 (139,39)	94,32 (123,17)
STR – 1	44,50 (58,40)	100,56 (120,56)	111,40 (151,01)
STR – 2	42,64 (58,91)	81,99 (107,55)	107,25 (159,24)
GSMN–1	63,15 (82,00)	81,14 (105,59)	76,10 (99,42)
GSMN–2	63,71 (81,83)	81,00 (106,62)	76,23 (100,31)
GSMN–3	65,42 (84,45)	75,12 (103,82)	76,19 (101,71)
GSMN–4	68,33 (87,53)	81,98 (104,53)	78,16 (100,60)
GSMN–5	64,01 (82,58)	83,22 (114,36)	78,56 (107,33)
GSMN–6	65,34 (86,50)	80,14 (112,04)	77,91 (108,29)
GSMN–7	64,70 (85,30)	89,29 (115,80)	79,94 (108,06)
SARIMA – Neurona simple multiplicativa	35,93 (50,89)	47,68 (60,06)	52,87 (74,42)

En la Figura 3.1 se presenta la predicción un mes adelante con el modelo SARIMA. La línea gris representa la predicción, mientras que los puntos negros representan los datos históricos de la serie.

Figura 3.1 Predicción de la demanda mensual de electricidad usando el modelo SARIMA



3.3 Modelo MARS

Para el caso utilizando MARS se ajustaron dos modelos, el primero con el logaritmo de los datos [MARS-1] y el segundo utilizando el logaritmo de la serie diferenciada (se aplicó la diferenciación simple y estacional con rezago 12) [MARS-2], con el fin de encontrar el mejor modelo que capturará la dinámica de la serie. En ambos casos, se aplicó el algoritmo sobre los rezagos 1 – 25. El modelo final ajustado para el logaritmo de los datos pronostica el valor actual como función de los rezagos 1, 2, 12, 13 y 14. Para el modelo ajustado a partir de la serie diferenciada, el valor actual se da en función de los rezagos 1, 11 y 12.

El modelo final de MARS obtenido para la serie sin diferenciar se presenta a continuación. Las funciones B_1 a B_8 representan las funciones bases del modelo y la función final se muestra en (18).

$$\begin{aligned}
 B_1 &= \max\{0; 8,3520 - y_{t-12}\} \\
 B_2 &= \max\{0; y_{t-12} - 8,3520\} \\
 B_3 &= \max\{0; y_{t-2} - 8,2423\} \\
 B_4 &= \max\{0; y_{t-14} - 8,1951
 \end{aligned}
 \tag{17}$$

$$B_5 = \max\{0; y_{t-1} - 8,2991\}$$

$$B_6 = \max\{0; 8,0561 - y_{t-13}\}$$

$$B_7 = \max\{0; 8,2826 - y_{t-13}\}$$

$$B_8 = \max\{0; 8,1855 - y_{t-2}\}$$

$$f(x) = 8,4596 + 0,4017B_1 - 0,8544B_2 - 0,3428B_3 + 0,3473B_4 - 0,5025B_5 - 0,4722B_6 + 0,5458B_7 + 0,1640B_8 \quad (18)$$

El modelo final de MARS obtenido para la serie diferenciada $w_t = (1 - B)(1 - B^{12})y_t$, se presenta a continuación. Las funciones B_1 a B_3 representan las funciones bases del modelo y la función final se muestra en (20).

$$\begin{aligned} B_1 &= \max\{0; 0,018604 - w_{t-12}\} \\ B_2 &= \max\{0; w_{t-1} - 0,017674\} \\ B_3 &= \max\{0; 0,014543 - w_{t-11}\} \end{aligned} \quad (19)$$

$$w(x) = -0,00975 - 1,28739B_1 + 0,528403B_2 + 0,613026B_3 \quad (20)$$

Los estadísticos de ajuste para ambos modelos se presentan en la Tabla 3.1. Se observa que se presenta un mejor ajuste con la serie sin diferenciar. En la Figura 3.2 se muestra el pronóstico de un mes adelante con el modelo MARS-1 y en la Figura 3.3 se muestra el pronóstico con el modelo MARS-2.

Figura 3.2 Predicción de la demanda mensual de electricidad usando el modelo MARS-1

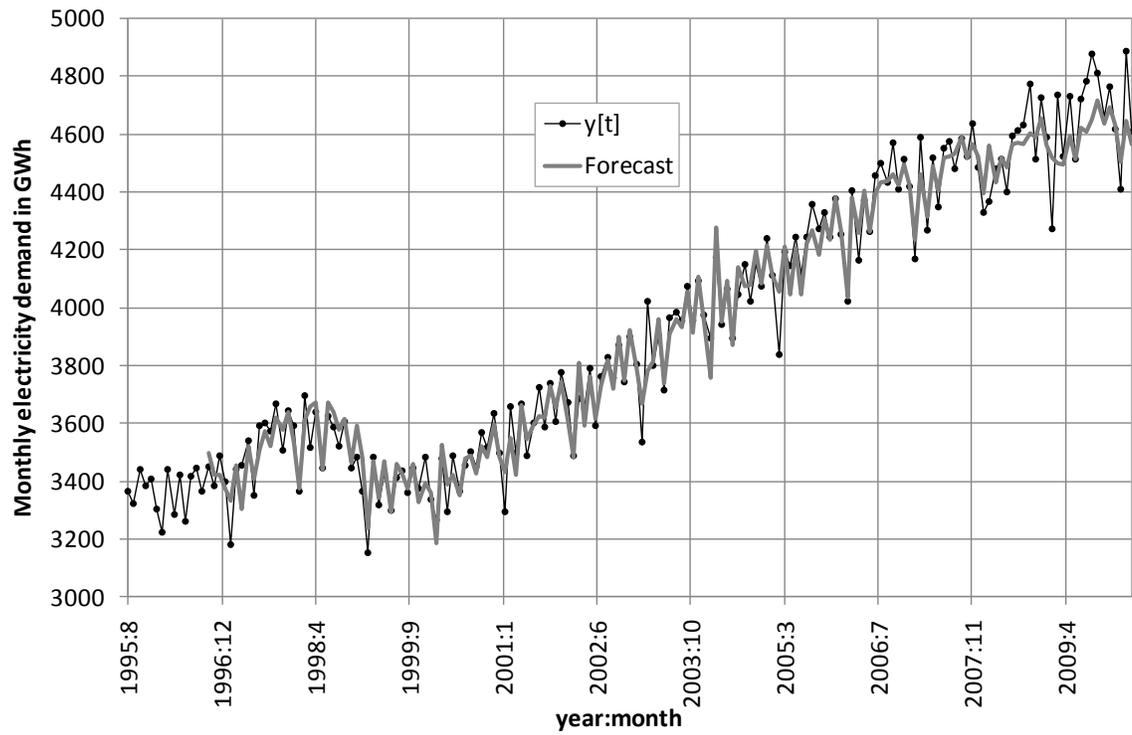
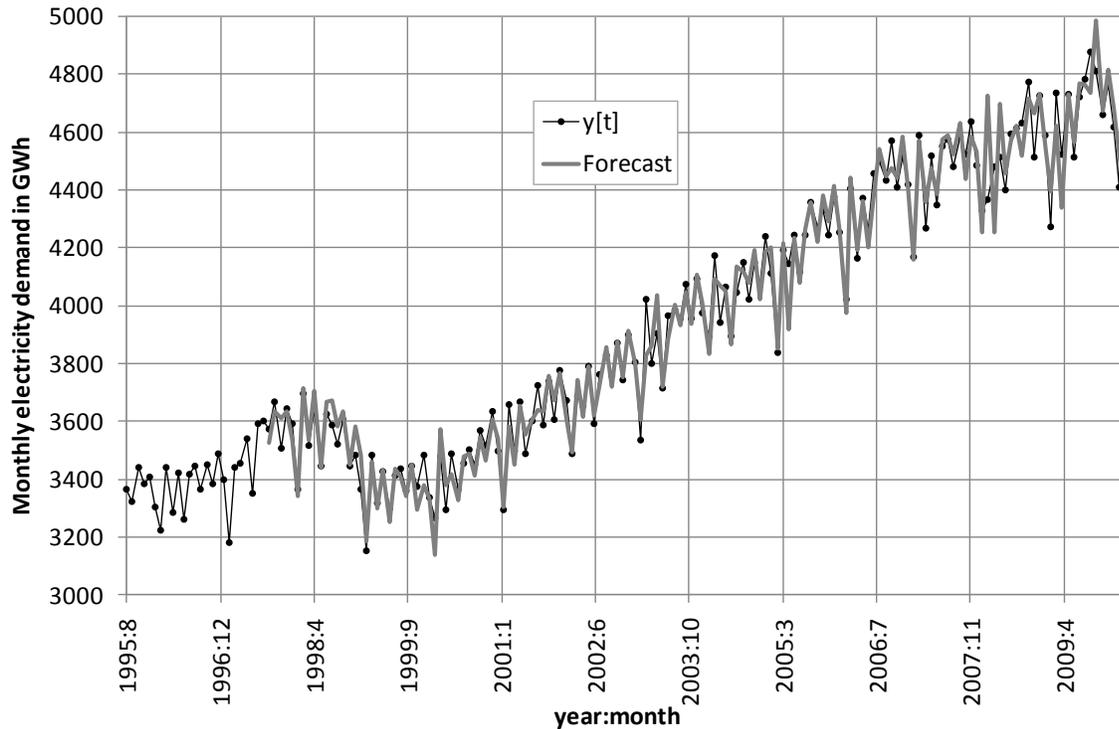


Figura 3.3 Predicción de la demanda mensual de electricidad usando el modelo MARS-2



3.4 Modelo DAN2

Se especificaron varios modelos en que se difiere en los rezagos utilizados y en el número de capas ocultas de la red neuronal, están varían con $K = 1$ hasta 5.

- Grupos de rezagos $\{1 - 21\}$, $\{1 - 15\}$, $\{1 - 14\}$: corresponden al orden óptimo de un modelo autorregresivo de acuerdo con los criterios de información de Akaike, Bayes y Schuartz respectivamente.
- Grupos de rezagos $\{1 - 4, 6, 7, 12 - 16, 19 - 21\}$, $\{1-3, 6, 12-15\}$, $\{1-4, 6, 12-14\}$: Son los rezagos significativos de un modelo autorregresivo obtenidos usando los de información de Akaike, Bayes y Schuartz respectivamente.

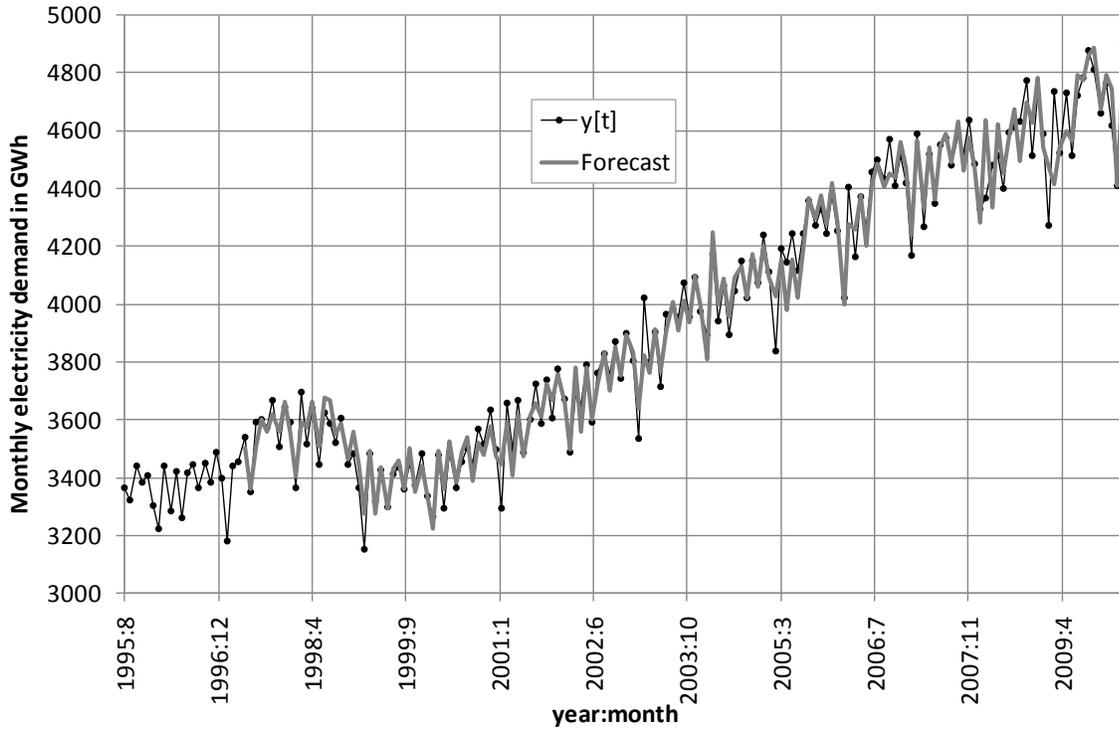
Los modelos especificados se nombraron de la siguiente forma:

- DAN2 - 1 $K = 1$: rezagos $(1 - 21)$ y una capa oculta.
- DAN2 - 1 $K = 2$: rezagos $(1 - 21)$ y dos capas ocultas.
- DAN2 - 2 $K = 1$: rezagos $(1 - 15)$ y una capa oculta.

- DAN2 – 2 K = 2: rezagos (1 – 15) y dos capas ocultas.
- DAN2 – 2 K = 3: rezagos (1 – 15) y tres capas ocultas.
- DAN2 – 2 K = 4: rezagos (1 – 15) y cuatro capas ocultas.
- DAN2 – 3 K = 1: rezagos (1 – 14) y una capa oculta.
- DAN2 – 3 K = 2: rezagos (1 – 14) y dos capas ocultas.
- DAN2 – 4 K = 1: rezagos (1 – 4, 6, 7, 12 – 16, 19 – 21) y una capa oculta.
- DAN2 – 4 K = 2: rezagos (1 – 4, 6, 7, 12 – 16, 19 – 21) y dos capas ocultas.
- DAN2 – 5 K = 1: rezagos (1–3, 6, 12–15) y una capa oculta.
- DAN2 – 5 K = 2: rezagos (1–3, 6, 12–15) y dos capas ocultas.
- DAN2 – 6 K = 1: rezagos (1–4, 6, 12–14) y una capa oculta.
- DAN2 – 6 K = 2: rezagos (1–4, 6, 12–14) y dos capas ocultas.

Los estadísticos de ajuste calculados para estos modelos se presentan en la Tabla 3.1. En la Figura 3.4 se presenta la predicción un mes adelante con el modelo DAN2 – 1 con dos capas ocultas, que es el modelo con mejores MAE y RMSE en el entrenamiento.

Figura 3.4 Predicción de la demanda mensual de electricidad usando el modelo DAN2 – 1 con dos capas



3.5 Modelo STR

Para el ajuste del modelo STR se utilizó la serie diferenciada $w_t = (1 - B)(1 - B^{12})y_t$, donde el orden del modelo autoregresivo w_t es 12.

Se aplicó el método de Teräsvirta y sugiere un modelo ESTR con un rezago de la variable de decisión $d = 12$. Para este modelo, los parámetros γ y c son 300 y -0,00581274 respectivamente.

Al aplicar el método de Escribano-Jordá (EJP), este sugiere ajustar un modelo ESTR con un rezago de la variable de decisión $d = 1$. Para el ajuste de este modelo se usaron los parámetros $\gamma = 320,6905206$ y $c = 0,012872424$.

Los estadísticos de ajuste para estos casos se presentan en la Tabla 3.1. En la Figura 3.5 se muestra la predicción un mes adelante con el modelo STR – 1 y en la Figura 3.6 se muestra para el modelo STR – 2.

Figura 3.5 Predicción de la demanda mensual de electricidad usando el modelo STR-1

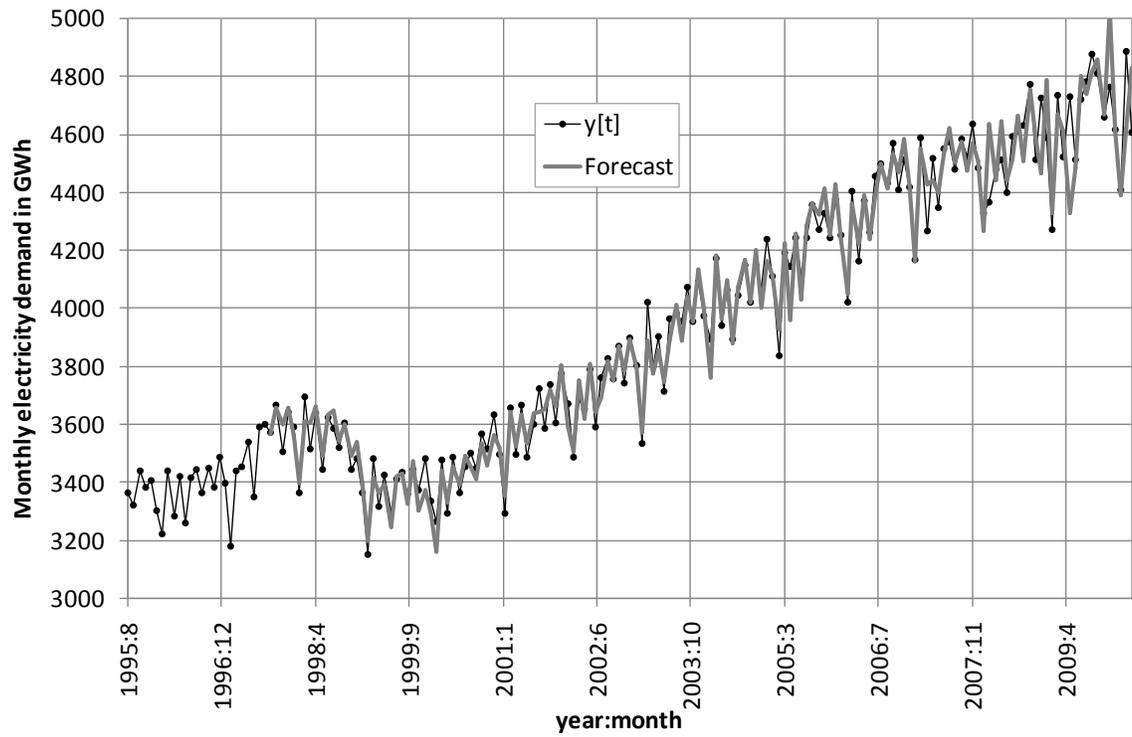
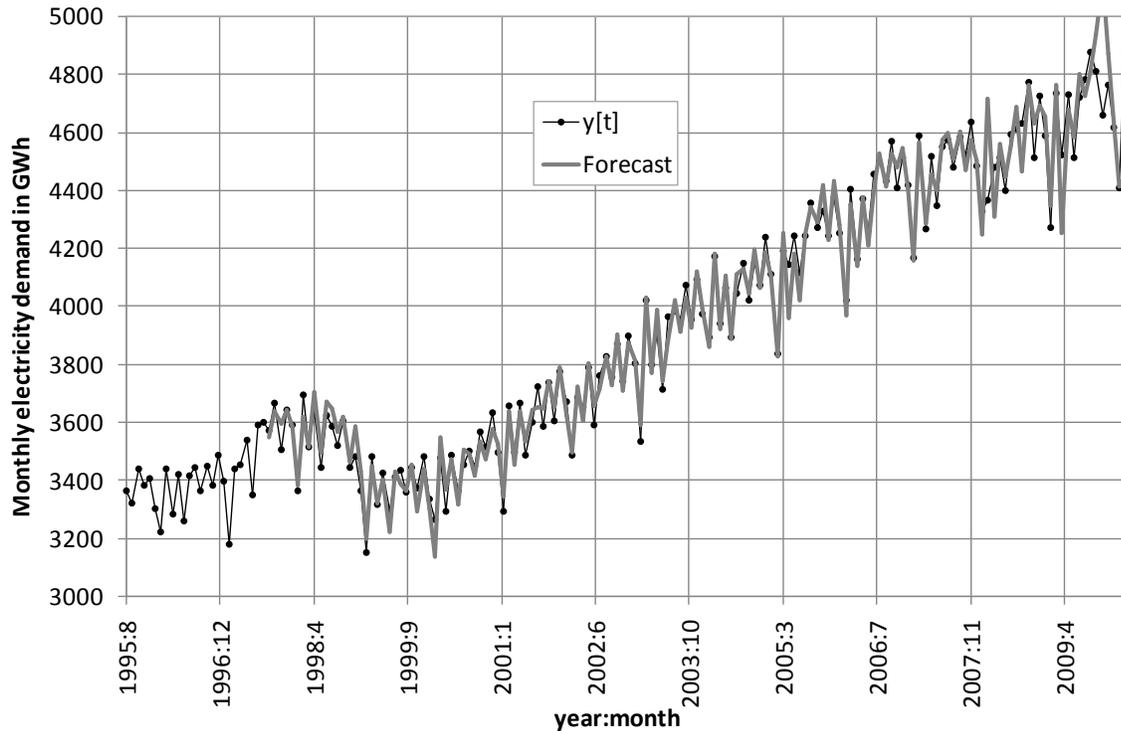


Figura 3.6 Predicción de la demanda mensual de electricidad usando el modelo STR-2



3.6 Neurona simple multiplicativa

Se especificaron varios modelos en que se difiere en los rezagos utilizados:

- Rezagos 1 – 27. Este grupo de rezagos se consideraron al tener en cuenta que el máximo rezago en el modelo SARIMA fue 27.
- Grupos de rezagos {1 – 21}, {1 – 15}, {1 – 14}: corresponden al orden óptimo de un modelo autorregresivo de acuerdo con los criterios de información de Akaike, Bayes y Schuartz respectivamente.
- Grupos de rezagos {1–7, 12–16, 19–21}, {1–3, 6, 12–15}, {1–4, 6, 12–14}: Son los rezagos significativos de un modelo autorregresivo obtenidos usando los de información de Akaike, Bayes y Schuartz respectivamente.

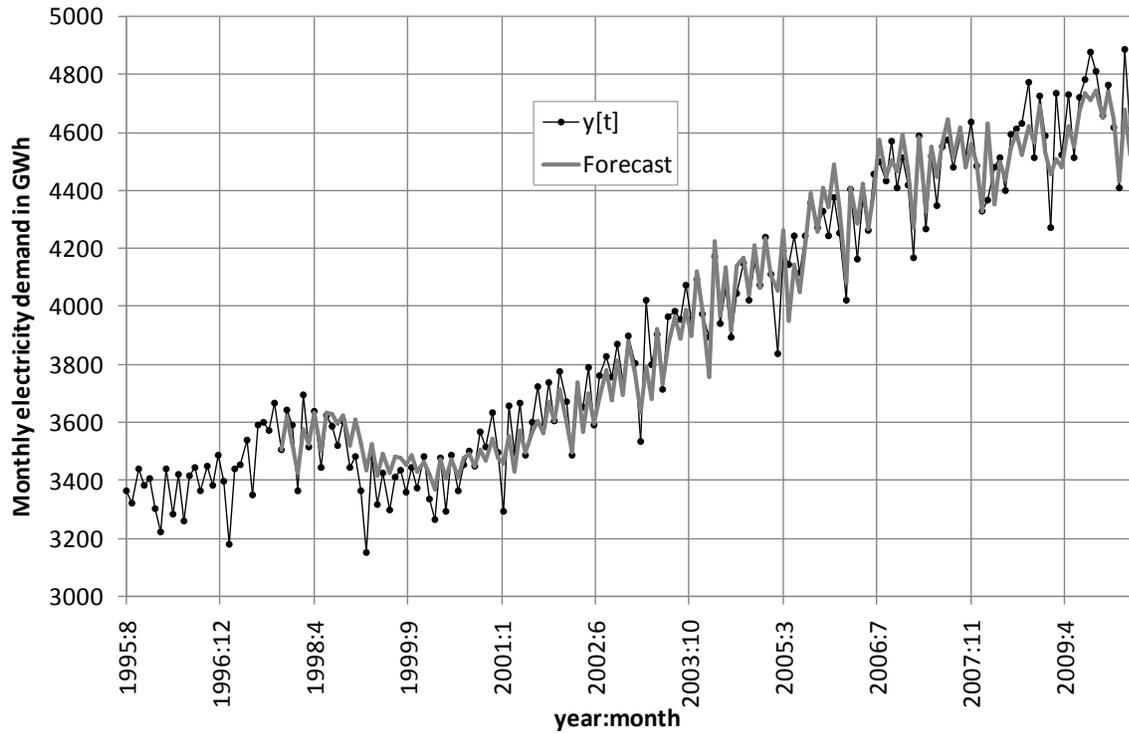
Los parámetros de los modelos fueron estimados minimizando la suma condicional de los cuadrados de los residuales para $t = k + 1, \dots, 155$ y $e_1 = \dots = e_k = 0$, donde k es el máximo rezago considerado en las entradas de cada modelo.

Los modelos especificados se nombraron de la siguiente forma:

- GSMN-1 para los rezagos (1-27)
- GSMN-2 para los rezagos (1-21)
- GSMN-3 para los rezagos (1-15)
- GSMN-4 para los rezagos (1-14)
- GSMN-5 para los rezagos (1-7, 12-16, 19-21)
- GSMN-6 para los rezagos (1-3, 6, 12-15)
- GSMN-7 para los rezagos (1-4, 6, 12-14)

Los estadísticos de ajuste calculados para estos modelos se presentan en la Tabla 3.1. En la Figura 3.7 se presenta la predicción un mes adelante con el modelo GSMN-1 que fue el modelo con mejores MAE y RMSE.

Figura 3.7 Predicción de la demanda mensual de electricidad usando el modelo GSMN – 1



3.7 Modelo híbrido – SARIMA – Neurona simple multiplicativa

La metodología propuesta se aplicó de la siguiente forma:

Paso 1. La serie de tiempo transformada se escaló al intervalo $[-0.93, 0.93]$.

Paso 2. El mejor modelo SARIMA que se ajusta a la serie es $(0,1,3) \times (1,1,2)_{12}$ de acuerdo con Vega (2010).

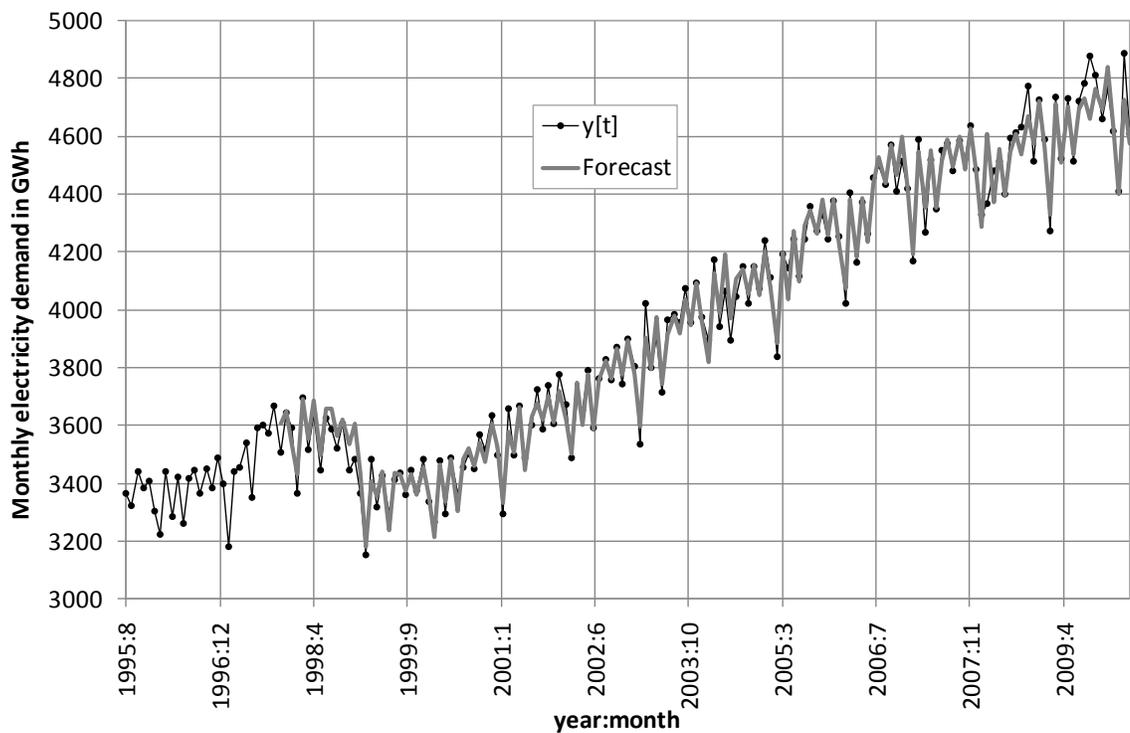
Paso 3. El modelo SARIMA de orden $(0,1,3) \times (1,1,2)_{12}$ se puede escribir de la forma:

$$\begin{aligned}
 (1 - B)(1 - B^{12})(1 - \phi_{12}B^{12})y_t \\
 = \mu + (1 + \theta_1B + \theta_2B^2 + \theta_3B^3)(1 + \pi_1B^{12} + \pi_2B^{24})e_t
 \end{aligned} \tag{21}$$

Expandiendo ambos lados de la ecuación (21) se encuentra que los rezagos para las componentes autorregresiva y de medias móviles son: $\Phi = \{1, 12, 13, 24, 25\}$ y $\Theta = \{1, 2, 3, 12, 13, 14, 15, 24, 25, 26, 27\}$, respectivamente.

Los valores finales del modelo híbrido son calculados optimizando simultáneamente los parámetros del modelo SARIMA y del GSMN. Los parámetros de los modelos fueron estimados minimizando la suma condicional de los cuadrados de los residuales para $t = 28, \dots, 155$ y $e_1 = e_2 = \dots = e_{27} = 0$. Los estadísticos de ajuste se presentan en la Tabla 3.1 y en la Figura 3.8 se presenta la predicción un mes adelante.

Figura 3.8 Predicción de la demanda mensual de electricidad usando el modelo híbrido SARIMA – GSMN



4 Discusión

En este capítulo se discuten los resultados observados con los modelos no lineales de pronóstico ajustados a la serie de demanda mensual de Colombia.

4.1 Modelo SARIMA

El modelo SARIMA ajustado presenta una fuerte componente de medias móviles de orden 3 y no presenta componente autorregresiva. De acuerdo con la teoría de medias móviles (MA), estos procesos presentan mejores ajustes y pueden capturar dinámicas más ricas, lo cual se puede aprovechar para tener mejores pronósticos. En la Figura 3.1 se observa como el modelo captura en forma adecuada la dinámica de la serie mensual de demanda, obedeciendo a lo expuesto en la teoría.

4.2 Modelo MARS

Para el caso de MARS se ajustaron dos modelos como explica en el capítulo 3. El mejor modelo MARS es el que utiliza la serie diferencia en la cual se elimina la componente de tendencia y estacional para realizar ajuste. Este modelo consta de tres funciones bases las cuales están en función de los rezagos 1, 11 y 12.

Los estadísticos de ajuste (ver Tabla 3.1) muestran altos valores en el pronóstico, lo que indica que el modelo está sobre ajustado, además muestra un desempeño pobre comparado con el modelo SARIMA, esto quiere decir que los modelos MARS ajustados no capturan en forma adecuada la dinámica de la serie.

4.3 Modelo DAN2

En los modelos ajustados con este método se encontró que a medida que aumentaba el número de capas ocultas en la red neuronal, los estadísticos de ajuste aumentaban su valor en el pronóstico, esto indica, que a mayor cantidad de capas se puede tener una red sobreentrenada que lleva a pronósticos pobres.

El modelo DAN2 – 1 con dos capas ocultas presenta el mejor ajuste en el entrenamiento, sin embargo, en el pronóstico se presenta un mejor comportamiento en el modelo DAN2 – 3 con una capa oculta, el cual utiliza los rezagos de 1 – 14. Comparando estos dos modelos con el modelo MARS, el modelo de red neuronal dinámico presenta un desempeño superior capturando de mejor forma la dinámica de la serie; sin embargo, este modelo no supera el resultado obtenido con el modelo SARIMA.

4.4 Modelo STR

Se aplicó las pruebas de no linealidad de Teräsvirta y Escribano-Jordá a la serie diferenciada con el fin de identificar cual es el mejor modelo STR que se debe aplicar; el resultado de las mismas indica que se debe ajustar un modelo ESTR pero con parámetro d diferente para cada prueba como se indicó en la sección 3.5.

Al analizar los estadísticos de ajuste presentados en la Tabla 3.1 para los dos modelos, se observa que el mejor modelo es el STR – 2. Este modelo fue ajustado de acuerdo con los parámetros obtenidos con la prueba de Escribano-Jordá.

4.5 Modelo GSMN

Se ajustaron siete modelos GSMN variando el número de rezagos utilizados en cada uno de ellos, de los modelos especificados el mejor ajuste se logra con el modelo GSMN – 1, el cual considera los rezagos 1 – 27. Sin embargo, este modelo no supera el desempeño de los demás modelos ajustados, en la Tabla 3.1 se observa que este modelo es el que tiene los estadísticos de ajuste más bajos.

4.6 Modelo híbrido

El modelo híbrido es una propuesta desarrollada en esta investigación en la cual se fusiona un modelo SARIMA con una neurona simple multiplicativa. Este modelo toma como entrada los mismos datos de entrada del SARIMA y se optimizan conjuntamente para obtener el modelo adecuado. El modelo final tendrá una fuerte componente de medias móviles como la tiene el modelo SARIMA, lo cual permite capturar de forma adecuada la dinámica de la serie y tener mejores pronósticos que los calculados con los demás modelos ajustados en este estudio.

De acuerdo con los estadísticos de ajuste calculados (ver Tabla 3.1), se puede decir que el modelo propuesto, el cual combina un modelo SARIMA con el modelo de neurona simple multiplicativa, pronostica mejor la demanda mensual de Colombia.

Este modelo presenta varias ventajas sobre los demás:

- Es capaz de capturar el comportamiento no lineal en los datos de la serie.
- El modelo SARIMA es una metodología bien conocida y aceptada que ayuda a la especificación del modelo.

- No es necesario el uso de conocimientos expertos o heurísticos para seleccionar la red neuronal porque el GSMN usa las mismas entradas del modelo SARIMA y no es necesario especificar capas de procesamiento como en otras arquitecturas de red neuronal.

4.7 Comentarios generales

En el Capítulo 2 se presentan las ventajas de modelos más sofisticados que el SARIMA para el pronóstico de la demanda, sin embargo al realizar el ajuste de estos modelos a la serie de demanda mensual de Colombia se encuentra que sólo uno de ellos supera el comportamiento y ajuste obtenido con el modelo SARIMA. El modelo que presenta un mejor desempeño es el híbrido, el cual combina un modelo SARIMA y un modelo de neurona simple multiplicativa.

De los modelos ajustados, el SARIMA presenta una fuerte componente de medias móviles, lo que indica que el pronóstico es ajustado con base en rezagos distribuidos de choques actuales y futuros; mientras que los otros modelos presentan un comportamiento autorregresivo lineal, es decir, el valor actual de la serie esta linealmente relacionada con sus valores en el pasado, más un choque estocástico aditivo.

En el modelo híbrido y en el SARIMA se tiene una componente MA con rezagos altos lo que proporciona un mejor ajuste que los demás modelos con componentes autorregresivas únicamente. Esto se evidencia en los resultados de los estadísticos de ajuste mostrados en la Tabla 3.1, donde los mejores resultados para entrenamiento y pronóstico se dan con el modelo híbrido seguido del modelo SARIMA. Con el modelo híbrido se obtiene una reducción del 0,45% en error de entrenamiento respecto al modelo SARIMA, sin embargo, en el error de pronóstico se obtiene una reducción máxima del 11,25% respecto al SARIMA, lo cual indica que este modelo aumenta confiabilidad en los datos pronosticados.

5 Conclusiones

El alcance del este proyecto se limitó a mostrar las técnicas más usadas para el pronóstico de la demanda e identificar las falencias o problemas que se tienen con las mismas, adicionalmente se mostró la pertinencia de utilizar modelos no lineales para el pronóstico y, la relevancia y vigencia del tema en la actualidad. En los siguientes párrafos se exponen las conclusiones halladas de esta revisión bibliográfica y se recomienda, para futuros trabajos, realizar una investigación más profunda donde se analicen otras características particulares de los modelos aquí analizados.

La predicción de la demanda es un problema de gran importancia para el sector eléctrico, ya que a partir de sus resultados los agentes del mercado de energía toman las decisiones más adecuadas para su labor; por lo cual un buen pronóstico trae consigo grandes beneficios tanto técnicos como financieros. De ahí que se han desarrollado una gran cantidad de modelos tanto lineales como no lineales para el modelaje y pronóstico de la demanda.

La predicción de la demanda es un proceso complejo que presenta dificultades como bases de datos cortas e insuficientes, las técnicas de predicción no modelan adecuadamente factores relacionados con ciclos y eventos dinámicos como cambios de temperatura. En relación con los modelos, no se tiene una metodología concreta para seleccionar un modelo específico, no se tiene claridad en que criterios de ajuste usar para seleccionar el mejor modelo dentro de varias alternativas, es difícil incorporar en los modelos variables subjetivas relacionadas con la experiencia y conocimiento de los pronosticadores.

La revisión de la literatura muestra que el tema de predicción de demanda aún se encuentra vigente y cada vez son más los modelos que se aplican en este tema. Se encontró que la técnica de pronóstico más usada es la red neuronal de tipo perceptrón multicapa y el modelo ARIMA es usado como modelo de comparación de desempeño con otros modelos más sofisticado.

La literatura analiza distintos casos de los cuales no se pueden obtener conclusiones generales, es decir, presenta diferentes tipos de modelos para diferentes series y escalas de tiempo (mensual, diaria, horaria); algunos modelos involucran variables exógenas (el clima, PIB, población, precio de energía) que hacen más complejo el mismo modelo e involucran los errores asociados a los pronósticos de estas variables, agregando más incertidumbre en los resultados del modelo. Adicionalmente, se identificó que la mayoría de los estudios están concentrados en el pronóstico de series diarias u horarias; existen muy pocas experiencias reportadas para series mensuales.

El tema de predicción de demanda a pesar de ser altamente estudiado aun presenta dificultades y falencias en aspectos como los mencionados en el párrafo anterior. De la identificación de dichas falencias surgen importantes problemas de investigación, sin embargo, no es posible darle solución a todos ellos por lo que esta investigación ha sido limitada a:

- Elaborar una comparación objetiva, basada en criterios estadísticos, de los modelos de pronóstico aplicados a la serie de consumo de energía mensual de Colombia entre agosto de 1995 y abril de 2010.
- Se utilizaran implementaciones de modelos que hayan sido previamente desarrolladas y validadas por terceros, y que se encuentren codificadas en el lenguaje R.
- Se realizaran predicciones, al menos, para los siguientes modelos: redes neuronales dinámicas (DAN2), métodos de regresión multivariada adaptativa utilizando splines (MARS) y modelos de regresión de transición suave (STR).

5.1 Solución a las preguntas de investigación

5.1.1 ¿Cuáles son las características de la serie de demanda?

Se realizó un estudio estadístico para caracterizar la serie mensual de demanda de electricidad de Colombia en el periodo 1995:8 – 2010:4, con el fin de comprender su comportamiento histórico. Este análisis se realizó utilizando las funciones estadísticas aplicables al análisis de series de tiempo del software libre R.

5.1.2 ¿Cuál modelo pronostica mejor la demanda mensual de energía de Colombia de un grupo de modelos no lineales seleccionados?

Se seleccionaron y se ajustaron los siguientes modelos no lineales para pronóstico de demanda: Modelo autorregresivo y de medias móviles (SARIMA), regresión multivariada adaptativa utilizando splines (MARS), modelo de redes neuronales dinámicas (DAN2), modelo de regresión de transición suave (STR), modelo de neurona multiplicativa simple (GSMN). Adicionalmente, se propuso un modelo híbrido que combina el SARIMA y el GSMN y que aún no ha sido estudiado en la literatura científica internacional.

5.1.3 Explicar las razones por las cuáles el modelo seleccionado pronostica mejor la demanda.

Se analizaron las propiedades estadísticas y estructurales de cada modelo para comprender su comportamiento en el ajuste y pronóstico de la demanda.

De acuerdo con el alcance del proyecto, para la comparación del desempeño de los modelos se utilizó como criterio de ajuste el error medio absoluto (MAE) y la raíz del error cuadrático medio (RMSE). Sin embargo, se sugiere para trabajos futuros realizar un análisis adicional con base en otros criterios de comparación tales como el porcentaje medio absoluto del error (MAPE), el método de pronóstico simple o ingenuo (SIMP), entre otros.

Adicionalmente, se sugiere para trabajos futuros, evaluar otros estadísticos que miden la calidad del ajuste de los datos en el modelo y las propiedades de los residuos; tales como R^2 , el criterio de información Hannan – Quinn, Durbin-Watson, t-value, valores p, prueba de normalidad y de igualdad de varianza, Ljung – Box, entre otros.

5.2 Objetivos alcanzados

5.2.1 Objetivo 1

Caracterizar estadísticamente la serie de tiempo del consumo de energía mensual de Colombia, con el fin de ganar una mayor comprensión sobre su comportamiento, la cual será capitalizada al desarrollar los modelos de pronóstico especificados en los objetivos restantes.

Para el estudio se utilizó la serie de demanda mensual de Colombia para el periodo 1995:8 – 2010:4, el cual captura la historia desde el inicio del Mercado de Energía Mayorista de Colombia. Para todos los casos analizados, se utilizó el logaritmo de los datos para el ajuste del modelo y la serie se dividió en dos conjuntos, el primero con 153 datos para el ajuste del modelo y los restantes 24 datos para pronóstico.

En el análisis estadístico realizado se descompuso la serie en sus componentes estructurales y se aplicaron diferentes pruebas con el fin de identificar no linealidades. Los resultados muestran una tendencia creciente en la serie afectada en algunos periodos de tiempo por las recesiones económicas de los años 1998 y 2008; también se identifica que el crecimiento de la demanda y el crecimiento del PIB están relacionados. Adicionalmente, los resultados de las pruebas estadísticas muestran la presencia de no linealidades en la serie de demanda de electricidad, lo que indica que es posible utilizar modelos no lineales para su modelamiento y pronóstico.

5.2.2 Objetivo 2

Ajustar los modelos de redes neuronales dinámicas (DAN2), regresión multivariada adaptativa utilizando splines (MARS), regresión de transición suave (STR), Neuronas simple multiplicativa (GSMN) y un modelo híbrido (GSMN y SARIMA) con el fin de poder comparar posteriormente su desempeño.

Se ajustaron los modelos propuestos y se realizó la comparación de su desempeño con un modelo SARIMA propuesto en un estudio previo. Los resultados obtenidos con los modelos MARS, DAN2, STR y GSMN son pobres comparados con el modelo SARIMA; a pesar de ser modelos complejos no capturan de forma adecuada la dinámica de la serie, como si lo hace el modelo SARIMA.

En esta investigación se propuso además un nuevo modelo híbrido, el cual combina un modelo SARIMA y un modelo GSMN, el cual tiene como datos de entrada los mismos del modelo SARIMA. Los resultados de este modelo son superiores comparados con los otros modelos especificados en el trabajo; este modelo supera el desempeño del modelo SARIMA, como lo muestran los estadísticos de ajuste.

5.2.3 Objetivo 3

Evaluar la calidad de los modelos respecto a su precisión en el pronóstico del consumo de energía por medio de diferentes criterios estadísticos, con el fin de evaluar cuál de los modelos ajustados permite obtener mejores pronósticos de la demanda.

De los cinco modelos no lineales ajustados para la serie de demanda mensual de Colombia, se encontró que el mejor modelo es el híbrido, ya que captura de mejor forma la dinámica de la serie y presenta los mejores estadísticos de ajuste (MAE y RMSE). El modelo híbrido mejora el comportamiento obtenido con el modelo SARIMA ya que utiliza como entrada los mismos datos de entrada del modelo SARIMA y no es necesario definir procesamientos de capas como en otras redes neuronales, además captura la dinámica de la serie que los demás modelos no son capaces de capturar.

Con el modelo híbrido se obtiene una reducción del 0,45% en error de entrenamiento respecto al modelo SARIMA, sin embargo, en el error de pronóstico se obtiene una reducción máxima del 11,25% respecto al SARIMA, lo cual indica que este modelo aumenta confiabilidad en los datos pronosticados.

Es posible que los resultados obtenidos con los modelos MARS, DAN2 y STR sean pobres respecto a los resultados obtenidos con el modelo SARIMA y el híbrido debido al algoritmo de especificación del modelo, es decir, la estructura matemática del modelo final obtenido usando estos modelos es diferente de la obtenida utilizando el modelo SARIMA o el híbrido, y esto impacta en el desempeño del modelo.

Referencia

- [1.] ABDEL-AAL, R., AL-GARNI, A. Y AL-NASSAR, Y. (1997). Modelling and forecasting monthly electric energy consumption in eastern Saudi Arabia using abductive networks. *Energy*, 22(9), 911–921.
- [2.] ABDEL-AAL, R.; AL-GARNI, A. (1997). Forecasting monthly electric energy consumption in eastern Saudi Arabia using univariate time series analysis. *Energy*, 22(11), 1059–1069.
- [3.] ABDEL-AAL, R.E. (2008). Univariate modeling and forecasting of monthly energy demand time series using abductive and neural networks *Computers & Industrial Engineering*, 54(4), 903-917
- [4.] ABRAHAM, A. (2002). Analysis of hybrid soft and hard computing techniques for forex monitoring systems. *IEEE Proc. International Conference on Fuzzy Systems*, 2, 1616 – 1622.
- [5.] AKAY, D. Y ATAK, M. (2007). Grey prediction with rolling mechanism for electricity demand forecasting of Turkey. *Energy*, 32(9), 1670-1675.
- [6.] AL-HAMADI, H.M. Y SOLIMAN, S.A. (2005). Long-term/mid-term electric load forecasting based on short-term correlation and annual growth. *Electric Power Systems Research*, 74(3), 353-361.
- [7.] AL-SABA, T.; EL-AMIN, I. (1999). Artificial neural networks as applied to long-term demand forecasting. *Artificial Intelligence in Engineering*, 13(2), 189–197.
- [8.] AZADEH, A., GHADERI, S.F. Y SOHRABKHANI, S. (2007). Forecasting electrical consumption by integration of Neural Network, time series and ANOVA. *Applied Mathematics and Computation*, 186(2), 15 1753-1761.
- [9.] AZADEH, A., GHADERI, S.F., TARVERDIAN, S. Y SABERI, M. (2007). Integration of artificial neural networks and genetic algorithm to predict electrical energy consumption. *Applied Mathematics and Computation*, 186(2), 1731-1741.
- [10.] BACCON, D. Y WATTS, D. (1971). ‘Estimating the transition between two intersecting straight lines’, *Biometrika* 58, 525–534.

- [11.] BARRIENTOS, A.F.; OLAYA, J.; GONZÁLEZ, V.M. (2007). Un modelo spline para el pronóstico de la demanda de energía eléctrica. *Revista Colombiana de Estadística*, 30(2), 187-202.
- [12.] BASTIDAS, L.M.; MONTOYA, S.F.; VELÁSQUEZ, J.D. (2008). ¿Hacia dónde irán los sectores eléctricos de los países de la región Andina? Tendencias posibles. *Cuadernos de Administración*, 21(35), 307-325.
- [13.] BEENSTOCK, M.; GOLDIN, E.; NABOT, D. (1999). The demand for electricity in Israel. *Energy Economics*, 21(2), 168-183.
- [14.] BENAVENTE, J., GALETOVIC, A., SANHUEZA, R. Y SERRA, P. (2005). Estimando la demanda residencial por electricidad en Chile: El consumo es sensible al precio. *Cuadernos de Economía*, 42, 31-61.
- [15.] BIANCO, V.; MANCA, O.; NARDINI, S. (2009). Electricity consumption forecasting in Italy using linear regression models. *Energy*, 34, 9, 1413-1421.
- [16.] BUNN, D.; WRIGHT, G. (1991). Interaction of Judgemental and Statistical Forecasting Methods: Issues & Analysis. *Management Science*, 37(5), 501-518, DOI: 10.1287/mnsc.37.5.501.
- [17.] BUNN, D.W.; FARMER, E. D. (1985). *Comparative models for electrical load forecasting*. New York: John Wiley.
- [18.] CARRENO, E.M.; SANCHES, T.I.; PADILHA-FELTRIN, A. 2006. Consumer behavior after the Brazilian Power Rationing in 2001. *Transmission & Distribution Conference and Exposition: Latin America*, 1 – 6.
- [19.] CASTAÑO, E. (2007). Reconstrucción de datos de series de tiempo: una aplicación a la demanda horaria de electricidad. *Revista Colombiana de Estadística*, 30(2), 247-263.
- [20.] CHAVEZA, S.G., BERNATA, J.X. Y COALLAB, H.L. (1999). Forecasting of energy production and consumption in Asturias (northern Spain). *Energy*, 24(3), 183-198.
- [21.] CHOU, S.-M., LEE, T.-S., SHAO, Y. E. y CHEN, I.-F. (2004). Mining the breast cancer pattern using artificial neural networks and multivariate adaptive regression splines. *Expert Systems With Applications*, 27(1), 133-142.
- [22.] EDIGER, V.; TATLIDIL, H. (2002). Forecasting the primary energy demand in turkey and analysis of cyclic patterns. *Energy Conversion and Management*, 43(4), 473-487.

- [23.] EGELIOGLU, F., MOHAMAD, A. Y GUVEN, H. (2001). Economic variables and electricity consumption in northern Cyprus. *Energy*, 26(4), 355–362.
- [24.] EITRHEIM, O. y TERÄSVIRTA, T. (1996). ‘Testing the adequacy of smooth transition autoregressive models’, *Journal of Econometrics* (74), 59–76.
- [25.] EKMAN, T. Y KUBIN, G. (1999). Nonlinear prediction of mobile radio channels: measurements and MARS model designs. *IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1999. ICASSP '99. Proceedings.* 5, 2667 – 2670.
- [26.] FRANCO, C.J.; VELÁSQUEZ, J.D.; OLAYA, Y. (2008). Caracterización de la demanda mensual de electricidad en Colombia usando un modelo de componentes no observables. *Cuadernos de Administración*, 21, 36, 221-235.
- [27.] FRIEDMAN, J.H. (1991). Multivariate adaptive regression splines (with discussion). *Annals of statistics*19, 1 – 141.
- [28.] GHIASSI, M. ZIMBRA, D. Y SAIDANE, H. (2006). Medium term system load forecasting with a dynamic artificial neural network model. *Electric Power Systems Research*, 76(5), 302-316.
- [29.] GONZALEZ, E.; JARAMILLO, M. A.; CARMONA, D. (2007). Forecasting of the electric energy demand trend and monthly fluctuation with neural networks. *Computers & Industrial Engineering*, 52, 3, 336-343
- [30.] GRANGER, C. y TERÄSVIRTA, T. (1993). *Modeling Nonlinear Economic Relationships*, Oxford University Press.
- [31.] GUTIÉRREZ, E. (2003). La demanda residencial de energía eléctrica en la Comunidad Autónoma de Andalucía: un análisis cuantitativo. Tesis de Doctorado. Facultad de Ciencias Económicas y empresariales, Universidad de Sevilla.
- [32.] HAAS, H. Y KUBIN, G. (1998). A multi-band nonlinear oscillator model for speech. *Conference Record of the Thirty-Second Asilomar Conference on Signals, Systems & Computers*, 1, 338 – 342.
- [33.] HAHN, H., MEYER-NIEBERG, S. y PICKL, S. (2009). Electric load forecasting methods: Tools for decision making. *European Journal of Operational Research*, 199, 3, Pages 902-907.
- [34.] HAMZAÇEBI, C., (2007). Forecasting of Turkey's net electricity energy consumption on sectoral bases. *Energy Policy*, 35(3), 2009-2016.

- [35.] HARRIS, J. Y LIU, L.M. (1993). Dynamic structural analysis and forecasting of residential electricity consumption. *International Journal of Forecasting*, 9(4), 437–455.
- [36.] HIPPERT, H. S.; PEDREIRA, C. E.; Souza, R.C. (2001). Neural Networks for short – term load forecasting: A review and evaluation. *IEEE Transactions on Power Systems*, 16, 1, 44 – 55.
- [37.] HIPPERT, H.S., BUNN, D.W. Y SOUZA, R.C. (2005). Large neural networks for electricity load forecasting: Are they overfitted? *International Journal of Forecasting*, 21(3), 425-434.
- [38.] KAMGAR-PARSI, B. (1998). Quantization Error in Regular Grids: Triangular Pixels. *IEEE Transactions on Image Processing*, 7, 10, 1496 – 1500.
- [39.] KANDIL, M.S.; EL-DEBEIKY, S.M.; HASANIEN, N.E. (2002). L. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17, 2, 491 – 496.
- [40.] KHER, L.K.; SIOSHANSHI, F.P.; SOROOSSHIAN, S. (1987). Energy demand modelling with noisy input – output variables. *The Energy Journal*, 8, 4, 33 – 49.
- [41.] LABYS, W. (1999). *Modelling Mineral and Energy Markets*. Kluwer Academic Publishers.
- [42.] LEE, T.-S. y CHEN, I.-F. (2005). A two-stage hybrid credit scoring model using artificial neural networks and multivariate adaptive regression splines. *Expert Systems With Applications*, 28(4), 743–752.
- [43.] LEWIS, P.A.W. Y STEVENS, J.G. (1991). Nonlinear modelling of time series using multivariate adaptive regression splines. *Journal of American Statistical Association* 86(416), 864 – 877.
- [44.] MADDALA, G. S. (1977). *Econometrics*, McGraw–Hill.
- [45.] MAMLOOK, R.; BADRAN, O.; ABDULHADI, E. (2009). A fuzzy inference model for short-term load forecasting. *Energy Policy*, 37, 4, 1239-1248.
- [46.] McNELIS, P.D. (2005). *Neural Networks in Finance: Gaining Predictive Edge in the Market*. Academic Press Advanced Finance Series.
- [47.] MEDINA, S.; GARCÍA, J. (2005). Predicción de demanda de energía en Colombia mediante un sistema de inferencia difuso neuronal. *Revista Energética*, 33, 15–24.
- [48.] MIRASGEDIS, S.; SARAFIDIS, Y.; GEORGOPOULOU, E.; LALAS, D.; MOSCHOVITS, M., KARAGIANNIS, F.; PAPAKONSTANTINOY, D. (2006). Models for mid-term electricity demand forecasting incorporating weather influences. *Energy*, 31(2–3), 208–227.

- [49.] MOHAMED, Z.; BODGER, P. (2005). Forecasting electricity consumption in New Zealand using economic and demographic variables. *Energy*, 30(10), 1833–1843.
- [50.] MUKKAMALA, S. y SUNG, A.H. (2003). A comparative study of techniques for intrusion detection. *IEEE Proceedings 15th International Conference on Tools with Artificial Intelligence*, 570 – 577.
- [51.] MURILLO, J.; TREJOS, A.; CARVAJAL, P. (2003). Estudio del pronóstico de la demanda de energía eléctrica utilizando modelos de series de tiempo. *Scientia et Technica*, 23, 37–42.
- [52.] NASR, G.; BADR, E.; DIBEH, G. (2000). Econometric modelling of electricity consumption in post-war Lebanon. *Energy Economics*, 22(6), 627–640.
- [53.] PAI, P.; HONG, W. (2005). Forecasting regional electricity load based on recurrent support vector machines with genetic algorithms. *Electric Power Systems Research*, 74(3), 417–425.
- [54.] PEDREGAL, D.J. Y TRAPERO, J.R. (2009). Mid-term hourly electricity forecasting based on a multi-rate approach *Energy Conversion and Management*, doi:10.1016/j.enconman.2009.08.028.
- [55.] PSICHOGIOS, D.C., DE VEAUX, R.D., UNGAR, L.H., (1992). Non-Parametric System Identification: A Comparison of MARS and Neural Networks. *American Control Conference*, 1992, 1436 – 1441.
- [56.] SAAB, S., BADR, E. Y NASR, G. (2001). Univariate modelling and forecasting of energy consumption: the case of electricity in Lebanon. *Energy*, 26(1), 1–14.
- [57.] SARMIENTO, H.; VILLA, W. (2008). Inteligencia artificial en pronóstico de demanda de energía eléctrica: una aplicación en optimización de recursos energéticos. *Revista Colombiana de Tecnologías Avanzadas*, 2, 12, 94 – 100.
- [58.] SENJYU, T., MANDAL, P., UEZATO, K. Y FUNABASHI, T. (2004) Next day load curve forecasting using recurrent neural network structure. *IEE Proceedings-Generation, Transmission and Distribution*, 151(3), 388 – 394.
- [59.] SENJYU, T.; TAKARA, H.; UEZATO, K.; FUNABASHI, T. (2002). One-hour-ahead load forecasting using neural network. *IEEE Transactions on Power Systems*, 17, 1, 113 – 118.
- [60.] TAYLOR, J.; DE MENEZES, L.; MCSHARRY, P. (2006). A comparison of univariate methods for forecasting electricity demand up to a day ahead. *International Journal of Forecasting*, 22, 1, 1-16.

- [61.] TERÄSVIRTA, T. (1994). 'Specification, estimation, and evaluation of smooth transition autoregressive models', *Journal of the American Statistical Association* (89), 208–218.
- [62.] TONG, H. (1990). *Non-linear Time Series, a dynamical system approach*, Oxford Statistical Science Series, Clarendon Press Oxford.
- [63.] TSERKEZOS, E. (1992). Forecasting residential electricity consumption in Greece using monthly and quarterly data. *Energy Economics*, 14(3), 226–232.
- [64.] UNIDAD DE PLANEACIÓN MINERO ENERGÉTICA. (2010). *Proyección de demanda de energía eléctrica y potencia*. Revisión, marzo de 2010.
- [65.] VALENCIA, A.L.; LOZANO, C.A.; MORENO, C.A. (2007) Modelo de promedios móviles para el pronóstico horario de potencia y energía eléctrica. *El Hombre y la Máquina*, 29, 96 - 105
- [66.] VEGA, W., VELÁSQUEZ, J.D. y FRANCO, C.J. (2010). Pronóstico de la demanda mensual de electricidad en el mercado energético Colombiano usando un modelo ARIMA, Reporte técnico. Escuela de Sistemas, Universidad Nacional de Colombia.
- [67.] VELÁSQUEZ, J.D.; DYNER, I.; SOUZA, R.C. (2007). ¿Por qué es tan difícil obtener buenos pronósticos de los precios de la electricidad en mercados competitivos? *Cuadernos de Administración*, 20, 34, 259 – 282.
- [68.] VELÁSQUEZ, J.D.; FRANCO, C.J.; GARCÍA, H.A. (2009). Un modelo no lineal para la predicción de la demanda mensual de la electricidad en Colombia. *Estudios Gerenciales*, 25, 112, 37-54
- [69.] VELLASCO, M.; PACHECO, M.; RIBEIRO, L.; DE SOUZA, F. (2004) Electric load forecasting: evaluating the novel hierarchical neuro-fuzzy BSP model. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 26, 2, 131-142.
- [70.] YADAV, R.N., KALRA, P.K., JOHN, J. (2007). Time series prediction with single multiplicative neuron model, *Applied Soft Computing*, 7, 1157–1163.
- [71.] YALCINOZ, T.; EMINOGLU, U. (2005). Short term and medium term power distribution load forecasting by neural networks. *Energy Conversion and Management*, 46, 9-10, 1393-1405.
- [72.] YANG, C.-C., PRASHER, S. O., LACROIX, R. y KIM, S. H. (2003). A multivariate adaptive regression splines model for simulation of pesticide transport in soils. *Biosystems Engineering*, 86(1), 9–15.

- [73.] ZAREIPOUR, H., BHATTACHARYA, K., CANIZARES, C.A. (2006). Forecasting the hourly Ontario energy price by Multivariate adaptive regression splines. IEEE Power Engineering Society General Meeting, 2006.
- [74.] ZHOU, P., ANG, B.W. Y POH, K.L. (2006). A trigonometric grey prediction approach to forecasting electricity demand. Energy, 31(14), 2839-2847.