

XXIV CONGRESO LATINOAMERICANO DE HIDRÁULICA
PUNTA DEL ESTE, URUGUAY, NOVIEMBRE 2010

GENERACIÓN DE SERIES SINTÉTICAS DE OLAJE EN LUGARES CON
INSTRUMENTACIÓN ESCASA EN EL MAR CARIBE COLOMBIANO

Ortega S.¹, Osorio A.F.¹, Agudelo P.^{1,2}, Velez J.I.¹

¹Grupo de Investigación en Oceanografía e Ingeniería Costera (OCEÁNICOS). Escuela de Geociencias y Medio Ambiente. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. Carrera 80 No 65-223, Bloque M2 piso 3. Medellín, Colombia Tel: + (574) 4255123. Email: sortega@unaledu.co

²I-Consult S.A. Cra 25 No.12 Sur-59. Complex Los Balsos. Medellín, Colombia Filiación, País, e-mail

RESUMEN: (1^{era}. hoja)

La falta de instrumentación, tanto en número de dispositivos como en longitud de registros, representa un vacío de información muy grande para un país con necesidades de desarrollo costero como lo es Colombia. Ante la necesidad de contar con información para diseños de obras ingenieriles actuales, se busca generar las series de oleaje por medio de simulación numérica, usando modelos de propagación de oleaje de tercera generación, con vientos de re análisis y batimetrías como insumos. Una vez generadas, las series sintéticas son comparadas con la instrumentación existente. A partir de esta comparación, y de análisis en los dominios del tiempo y de la probabilidad, se determinan las ecuaciones de corrección para las series. Esta investigación presenta la aplicación de este esquema al Caribe Colombiano, y compara las series sintéticas con las correspondientes a las boyas ubicadas en el territorio nacional. Los resultados sugieren que las series sintéticas reproducen bastante bien la realidad, y pueden convertirse en una herramienta muy útil para conocer los regímenes medios de oleaje en las costas colombianas, y de otros lugares del Mar Caribe.

ABSTRACT: (1^{era}. hoja)

The lack of oceanographic instrumentation, both in numbers of devices and in record lengths, represents a large information void for a country with great needs of coastal development as Colombia. Before the challenge of this lack of instrumentation, this research strives to generate synthetic wave series by means of numeric simulation using third generation wave models that reanalysis winds and bathymetries as inputs. Once generated, these series are compared with the existing instrumentation. This comparison and analysis in time and probability domains determine the corrective equations for the synthetic series. This article presents the application of this scheme to the Colombian Caribbean, comparing the synthetic series with buoys located in Colombian waters. Results suggest that these series reproduce properly the physical phenomena and may become a useful tool to know the mean wave regimes in the Colombian coast, and in other places of the Caribbean.

PALABRAS CLAVES: (1^{era}. hoja)

Vientos de Reanálisis, Series sintéticas de oleaje, Modelo SWAN

INTRODUCCIÓN

La falta de instrumentación en el Mar Caribe hace que sea muy difícil conocer el clima marítimo de oleaje de la zona, y por consiguiente a que no exista o haya muy poca información disponible para el diseño de obras marítimas, la navegación y la identificación de sitios con potencial de generación de energía de. En términos de información de oleaje, la NOAA tiene solamente una boya en aguas profundas cercana a Colombia, y la DIMAR, por su cuenta, tiene 3 boyas ubicadas en el Caribe Colombiano lo cual es insuficiente para la cantidad de información de oleaje necesaria para poder diseñar confiablemente en el territorio nacional. La presente investigación busca generar series sintéticas de oleaje a partir de datos y modelos de propagación de oleaje de libre acceso, para ponerlas al servicio de la investigación y la ingeniería nacional. Esta metodología es replicable en otros países caribeños.

El objetivo general de la presente investigación es generar series sintéticas de oleaje en zonas donde la instrumentación oceanográfica es escasa o inexistente, a partir de un modelo de oleaje de 3era generación y de vientos de reanálisis. Como objetivos específicos se enumeran, entre otros, generar series de oleaje usando modelos numéricos, comparar las series sintéticas con los registros existentes, analizar los ajustes presentados, usar procedimientos de corrección de datos y definir ecuaciones de corrección. Finalmente presentar series corregidas a lo largo del litoral Caribe Colombiano.

DATOS Y MODELOS UTILIZADOS

Se usó una batimetría general del Mar Caribe, tomada del modelo ETOPO1, un modelo de relieve global desarrollado por la NOAA Estos datos se encuentran disponibles, con en internet en la página de la misión ETOPO1 de la NOAA <http://www.ngdc.noaa.gov/mgg/global/global.html>. Las batimetrías locales fueron sacadas del Sistema de Modelado Costero – SMC desarrollado por la Universidad de Cantabria (González et al., 2007) el cual contiene bases de datos de las batimetrías de las costas colombianas elaboradas y recopiladas por la Dirección General Marítima – DIMAR (DIMAR, 2005).

Los datos de vientos a 10 metros de altura fueron tomadas de la serie de la base de datos generada por el North American Regional Reanalysis – NARR (Mesinger et al., 2006). Estos se encuentran a una resolución espacial de 0.25° por 0.25° , a una resolución temporal de 3 horas, y con una longitud de registro de 30 años. Miembros del Grupo de Oceanografía en Ingeniería Costera – OCEANICOS – de la Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín, realizaron un recorte e interpolación de los mismos para la región Caribe, entre las latitudes 6°N y 22°N , y las longitudes 82°E y -66°E . Estos datos de viento se ajustan a la hidroclimatología de la región mostrando los patrones de circulación en las épocas húmedas y secas, donde se destaca la presencia de chorro de San Andrés en la época seca (Ortega, 2010). Adicionalmente, el NARR refleja el paso de los huracanes y la circulación de los vientos asociada a ellos, aunque subestima muchos los vientos generados. Para un huracán categoría 4, los datos de reanálisis registran vientos hasta de 72 km/h , cuando en la realidad está categoría de huracanes cuenta con velocidades mayores a los 200 km/h . Sin embargo, el hecho de considere vientos fuertes asociados al paso de los huracanes ayuda a que estos fenómenos sean tenidos en cuenta, aunque de forma imprecisa, en la modelación.

Para la corrección de los datos se utilizaron los registros de dos boyas oceanográficas ubicadas en el Caribe Colombiano, propiedad de la Dirección General Marítima - DIMAR. Estas boyas están ubicadas en Barranquilla, al oeste de Bocas de Ceniza, y en Puerto Bolívar al norte de la Bahía Portete. A pesar de que las boyas tienen información actual, solamente se usa el registro hasta el periodo hasta el 31 de diciembre del año 2008, que es la misma fecha donde termina la simulación

numérica. La ubicación de las boyas se muestra en la Figura 1, y las características de las mismas se exponen en la Tabla 1.

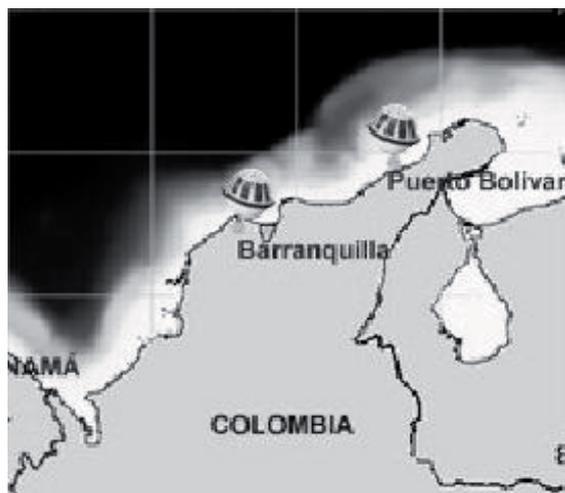


Figura 1.- Ubicación Boyas DIMAR

Tabla 1.- Características Boyas DIMAR

Boya	Latitud	Longitud	Profundidad [m]	Parametros Medidos	Periodo de Registro
Barranquilla	11.161 °N	74.681 °W	150	Hs, Tp, Dir, Temp	Marzo 2006 - Actual
Puerto Bolívar	12.351 °N	72.218 °W	150	Hs, Tp, Dir, Temp	Noviembre 2007 - Actual

El modelo escogido para hacer las propagaciones es el modelo SWAN - Simulating Waves Nearshore un modelo de oleaje de 3era generación desarrollado en la Delft University of Technology en Holanda (Booij et al., 1999). Este modelo se escoge principalmente está diseñado para hacer propagaciones cerca a la costa, al tiempo que puede usarse para propagar oleaje en aguas profundas. Adicionalmente, permite propagar a partir de una secuencia de campos de viento para generar series en distintas escalas temporales.

METODOLOGIA

En principio ejecución general del Caribe, y luego se baja la escala mediante el uso de mallas anidadas Para bajar de la escala oceánica del Caribe hasta la escala local de Barranquilla y de Puerto Bolívar, se requirió el uso de diversas mallas anidadas, donde una ejecución creaba una condición de contorno para una ejecución subsecuente en una malla más detallada. El modelo SWAN permite el uso de estas mallas, pero exige que el factor de escala de la resolución de una malla a la de otra sea máximo de 3.

Para la modelación numérica, el modelo SWAN se corrió bajo las siguientes consideraciones:

- Las ejecuciones del modelo se realizaron en la Unidad de Cálculo Numérico Avanzado – UNICA – de la Facultad de Minas de la Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. Este clúster tiene 36 CPU tipo EMT64T con un CPU Clock de 3.6 GHz y una Peak Performance de 259.2 GFLOPS.
- Se corrió un periodo de 30 años, desde el primero de enero de 1979 a las 0:00 h hasta el 31 de diciembre a las 23:00 horas.
- Por limitaciones capacidad de espacio en el clúster UNICA de la Universidad Nacional, los 30 años de ejecución se partieron en 15 ejecuciones de 2 años cada una. El paso de tiempo

se tomó de una hora, según con la duración de los estados de mar considerados. La modelación es dinámica ya que para correr un estado de mar se usan los resultados de la ejecución del estado de mar inmediatamente anterior.

- No se impusieron condiciones de contorno para la ejecución general del Caribe, lo que implica que todo el oleaje que se genera se hace en la cuenca del Caribe, y que no se consideran flujos de energía provenientes del Atlántico Norte a través de las Antillas Menores. Las condiciones de contorno de las mallas anidadas se sacan de la ejecución anterior en la malla que las contiene.
- Se utilizó una propagación en dos direcciones espaciales x y y, un espacio de direcciones θ y un espacio de frecuencias ω . El espacio θ se discretizó tomando 36 direcciones (con 10° de separación), y el espacio ω en 30 frecuencias, desde los 0.0412 Hz hasta los 0.6536 Hz, las cuales se encuentran distribuidas logarítmicamente según la relación $\omega_{i+1} = 1.1\omega_i$.
- Se tomó un nivel de marea constante, al considerarse insignificante la variación de la marea. Esto se toma en base a las condiciones de marea características del Caribe
- Todas las mallas son regulares y tienen forma rectangular. Se usaron coordenadas esféricas para facilitar el anidamiento de las mallas al bajar de escalas oceánicas a escalas costeras.
- No se consideró la presencia de corrientes, al no tener información detallada y cuantificada de las mismas
- Para el crecimiento del oleaje por viento se utilizó la parametrización según Kommen et al (1984)
- Se considera la rotura en agua profundas o whitecapping según Kommen et al (1984)
- Se considera la rotura inducida por fondos según Se considera la fricción de fondo, y se considera un valor constante para todas las mallas. JONSWAP (Hasselmann et al, 1973)
- Se consideraron las interacciones no lineales de triadas (Edeberkly, 1996) y cuádrupletas (Hasselmann et al, 1985)
- El esquema de propagación numérico fue BSBT - back space back time
- No se considera el setup inducido por el oleaje.

El modelo SWAN es configurado para que entregue resultados de H_s , T_p , y Dir , en la misma ubicación de las 2 boyas de la DIMAR en el Caribe. Estos resultados estarán en forma de series horarias con una duración total de 30 años. Adicional a las boyas de comparación, se generan 9 boyas virtuales a lo largo del litoral Caribe Colombiano, para tener información oceanográfica en estos puntos. La ubicación de esos puntos se ilustra en la Figura 2.

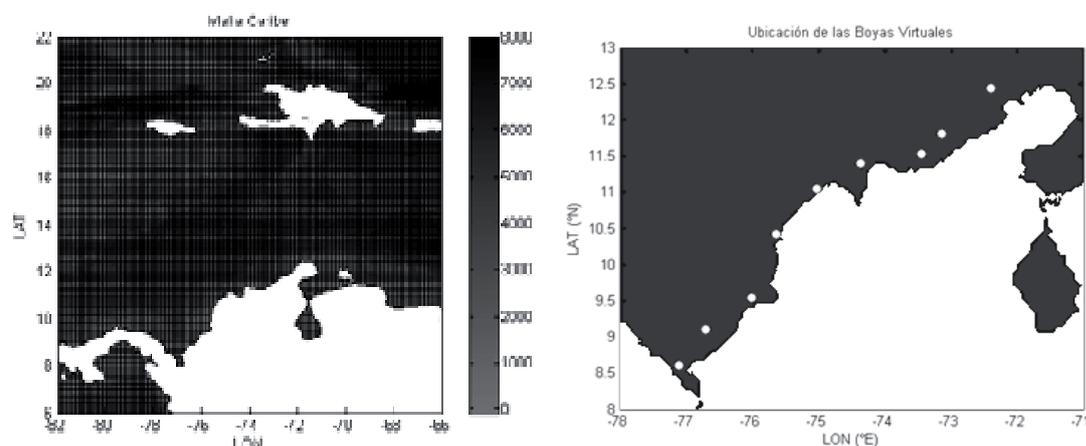


Figura 2.- Malla computacional y ubicación de las boyas virtuales

RESULTADOS

Las series modeladas y las series de las boyas fueron comparadas en el dominio del tiempo y de la probabilidad. Hacer el análisis en dichos dominios, permite comparar la modelación en varios frentes y arroja luces acerca de la comparación entre ambas series que no es posible ver a simple vista en el dominio del tiempo. Para estos análisis se eliminaron datos considerados como outliers y errores de medición así:

- Mediciones de altura de ola iguales a 0 m
- Mediciones de periodo mayores a 17 s
- Errores de modelación – datos inconsistentes

Dominio del Tiempo

Al comparar los registros con las series simuladas con el modelo SWAN en el dominio del tiempo, se ve que en las series de Hs la modelación se ajusta bastante bien a los datos de la boya y que ambas series se encuentran en fase, aunque con algunas diferencias y cierta dispersión. En el caso de Barranquilla el modelo no reproduce los casos de oleaje extremo, pero en términos generales el modelo sigue la tendencia de las variaciones de la boya, dando buenos resultados (Figura 3).

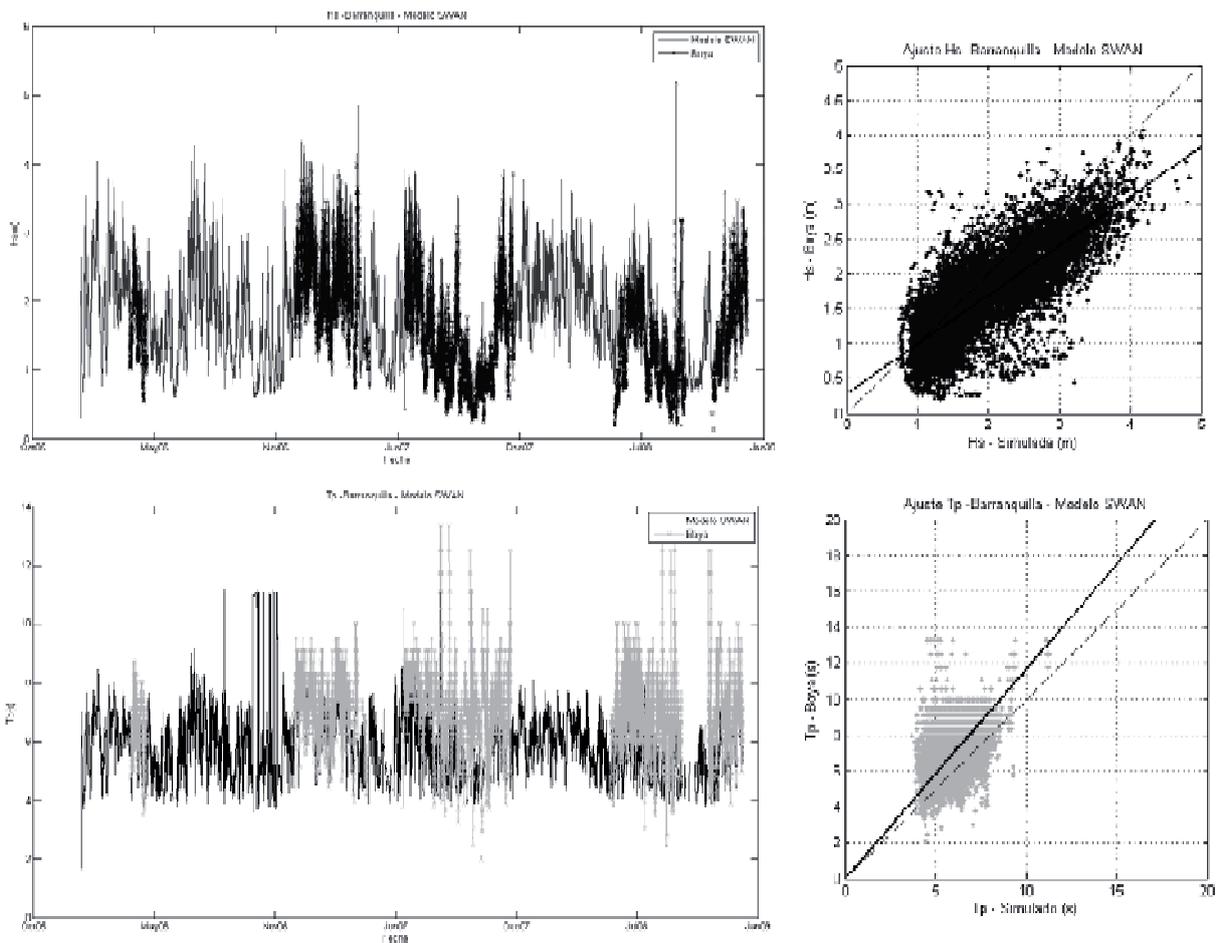


Figura 3.- Comparación Hs y Tp en Barranquilla- Modelo vs Boya

Al realizar un ajuste lineal a los datos de Hs se observa dispersión entre los datos del modelo y la boya, y se encuentra que ajustan linealmente según la Ecuación [1]:

$$Hs_{BOYA_{BQLL}} = 0.7089Hs_{SWAN_{BQLL}} + 0.2816 \quad [1]$$

Este ajuste tiene un R^2 medio de 0.6251 y un error cuadrático medio de 0.40m, el cual corresponde al 25% del valor promedio de la serie instrumentada. En el caso de los periodos, la realización del ajuste lineal se fijó el intercepto igual a cero, La Ecuación [2] presenta de ajuste lineal de los datos de periodo.

$$Tp_{BOYA_{BQLL}} = 1.167Tp_{SWAN_{BQLL}} \quad [2]$$

Este ajuste tiene un R^2 medio de -1.27 y un error cuadrático medio de 1.3 s, que corresponde al 17% del valor medio del periodo. El hecho de contar con un R^2 negativo significa que el ajuste lineal de los datos no es para nada bueno, mucho menos comparado con el valor de 0.65 del R^2 de las alturas de ola.

La comparación con la boya de Puerto Bolívar se hace con el registro de la boya desde que empezó a funcionar en Noviembre de 2007, hasta el 31 de diciembre de 2008. Este es un periodo significativamente menor que el de la boya de Barranquilla.

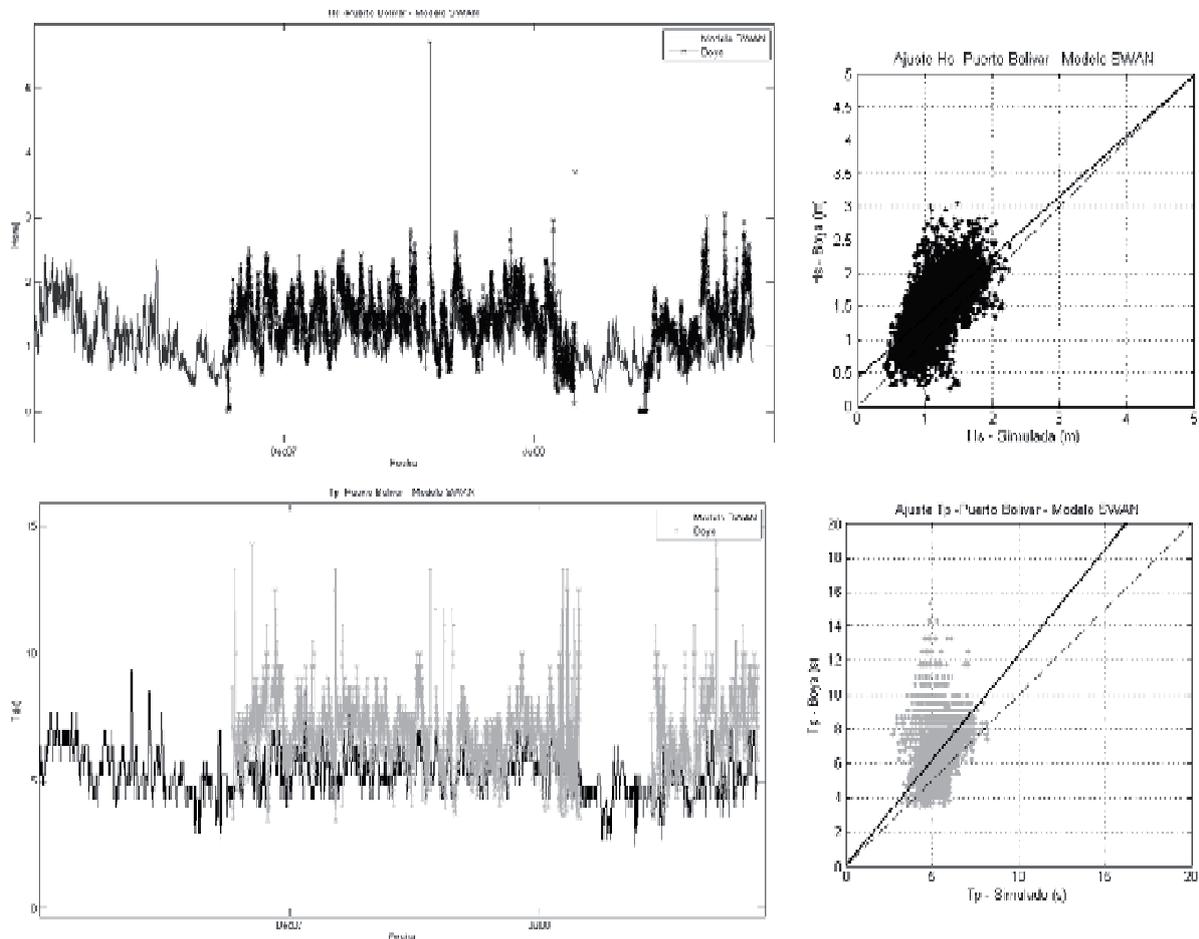


Figura 4.- Comparación Tp en Puerto Bolívar- Modelo vs Boya

Al comparar la serie de Puerto Bolívar en el dominio del tiempo con la modelación se observa que, al igual como ocurre con la serie de Barranquilla, ambas series son muy similares y se encuentran en fase (Figura 4). A diferencia de Barranquilla, la gráfica muestra que la altura de ola simulada con el SWAN está algo subestimada. Se realiza un ajuste lineal de los puntos, el cual se muestra en la gráfica. La ecuación del ajuste se muestra en la Ecuación [3]

$$Hs_{BOLIVAR} = 0.9108Hs_{BARRANQUILLA} + 0.423 \quad [3]$$

Este ajuste tiene un R^2 de 0.4 y un error cuadrático medio de 0.32m , que corresponde al 22% del valor medio de las alturas de ola. El ajuste lineal de los periodos, se hace fijando el intercepto con el eje “y” igual a cero. Con estas condiciones, la ecuación de ajuste se muestra en la Ecuación [4]. Este ajuste tiene un R^2 de -0.06 y un error cuadrático medio de 1.36 s que corresponde al 16% del valor promedio del periodo. Como en el caso de Barranquilla, el R sugiere que el ajuste lineal a estos datos no es bueno.

$$T'_{PDR} = 1.2307T_{SWAN} \quad [4]$$

Dominio de la Probabilidad

Para comparar las series en el dominio de la probabilidad, se ajustan ambas series a una distribución Gumbel, y se grafican en escala logarítmica. En el caso de H_s , la Figura 5 muestra que las distribuciones de altura de ola de acuerdo con la probabilidad de ocurrencia presentan similitudes importantes, incluso en los casos extremos. Acá se confirma la situación que se presentaba en el dominio de la frecuencia, donde para los valores de H_s en Barranquilla el modelo sobreestima las alturas de ola, mientras que en Puerto Bolívar se subestiman.

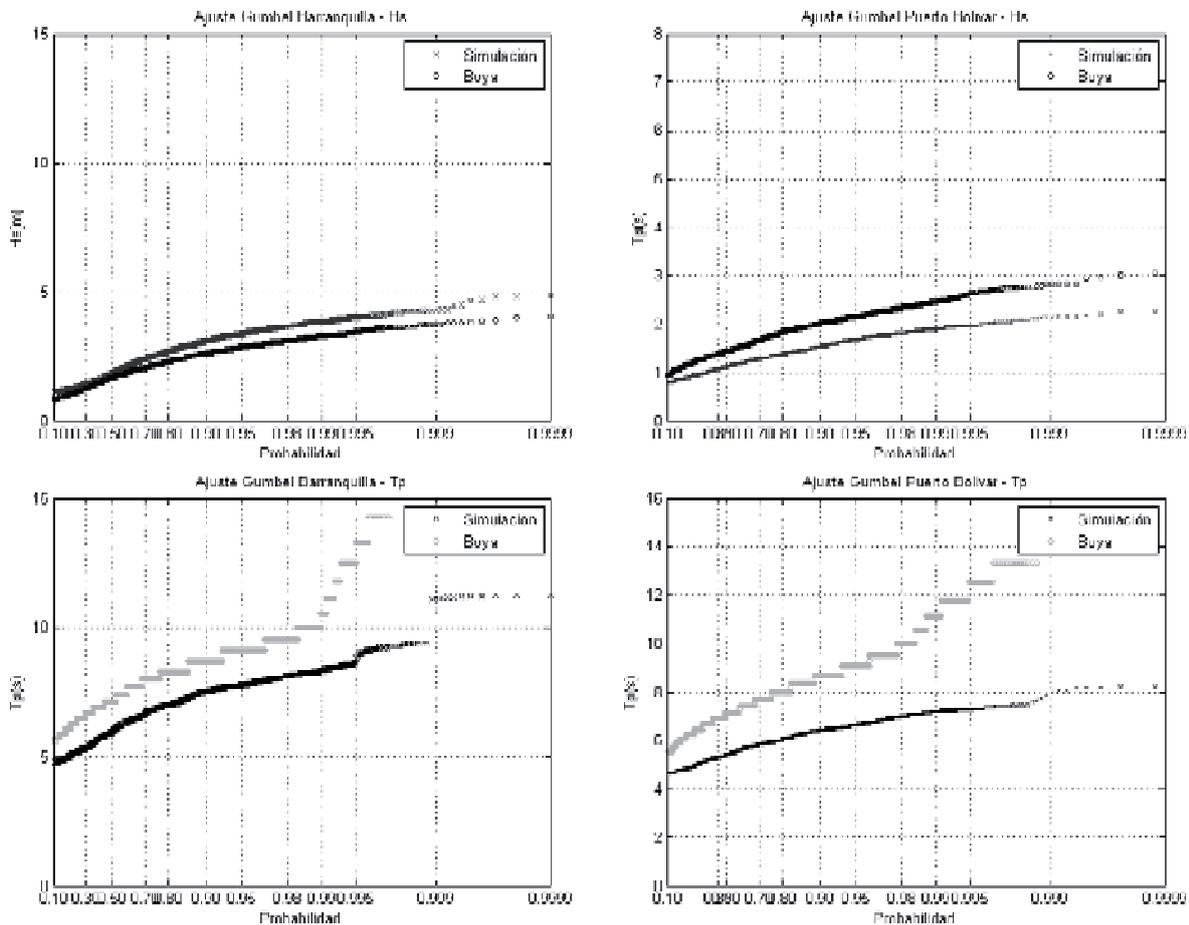


Figura 5.- Comparación Dominios de Probabilidad.

En el caso de T_p , se observa que los periodos simulados están siempre subestimados, y que las distribuciones son similares hasta cierto rango de periodos, mayores al 10%. Esto ocurre para ambas comparaciones. Los casos extremos, que corresponden a periodos mayores de 10 segundos y que ocurren el 1 por ciento del tiempo, presentan un punto de quiebre en la distribución. Esto muestra que el modelo es incapaz de simular los T_p extremos.

CORRECCIÓN DE LOS DATOS

Se escoge una corrección en vez de una calibración por la poca longitud de los registros de oleaje, que imposibilitaba dejar un periodo de registro por fuera del análisis para hacer las comparaciones con la serie calibrada. Se hace entonces una corrección en el dominio de la probabilidad por medio de un ajuste de cuantiles, tanto para H_s como para T_p . Dado que los ajustes en el dominio del tiempo no tenían buenos valores en los estadísticos del ajuste, se decide realizar una corrección por medio de la comparación de cuantiles de valores de la series de altura de ola y periodo para la simulación y para la boya. Un cuantil es una medida estadística que representa la posición de un valor en una distribución, y la divide en intervalos iguales. Para realizar las correcciones se sacaron cuantiles de 0.1% de ambas series, y se graficaron uno contra otro. Al hacerlo, se obtienen unas gráficas las cuales se asemejan a una línea recta, y se les aplica un ajuste lineal (Figura 5). Este método provee ecuaciones de calibración con valores de R^2 mayores de 0.9 y errores cuadráticos medios de decimas de metro en el caso de H_s , y decimas de segundo en el caso de T_p .

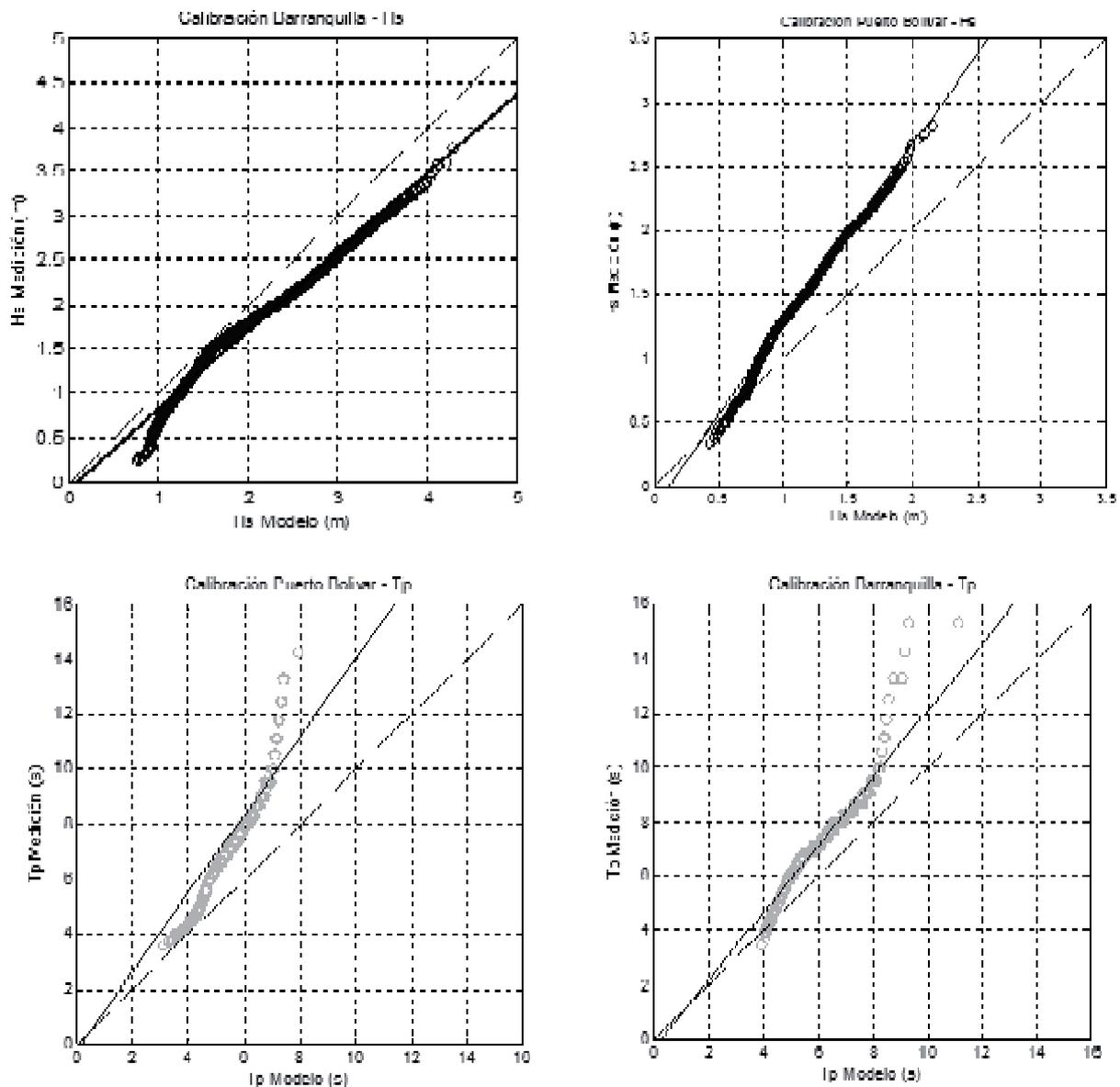


Figura 6.- Corrección por un ajuste de cuantiles.

Así como se vió en el análisis del dominio de la probabilidad, los periodos medidos mayores de 10 segundos, no comparten el ajuste del resto de la distribución. La Tabla 2 muestra las ecuaciones de corrección para ambas ubicaciones de Hs y Tp, con sus respectivos estadísticos del ajuste R² y el erro cuadrático medio (RMS).

Tabla 2.- Ecuaciones de Corrección para las boyas virtuales

Ubicación	Variable	Ecuación de Corrección	R ²	RMS
Barranquilla	Hs	$H_s = 0.889H_{s_{SWAN}} - 0.075$	0.98	0.1 m
Barranquilla	Tp	$T_p = 1.241T_{p_{SWAN}} - 0.297$	0.93	0.33 s
Puerto Bolívar	Hs	$H_s = 1.417H_{s_{SWAN}} - 0.156$	0.98	0.41 m
Puerto Bolívar	Tp	$T_p = 1.818T_{p_{SWAN}} - 2.846$	0.96	0.2

Vale la pena resaltar que si bien los periodos están subestimados para ambas boyas virtuales, la simulación en Barranquilla sobreestima las alturas de ola, mientras que la de Puerto Bolívar las subestima. Esta situación se puede deber principalmente a las consideraciones de modelación que tienen que ver con las condiciones de contorno. Se propone el uso entonces de ambas ecuaciones, dependiendo de la zona del país, de acuerdo con el “fetch” dominante de la zona. Para las zonas de la costa Caribe al noroeste de la Sierra Nevada de Santa Marta, se propone el uso de las ecuaciones de corrección encontradas para Puerto Bolívar. Para las zonas de la costa al Sureste de la Sierra Nevada, se propone el uso de las ecuaciones de corrección usadas para Barranquilla.

Figura 4.- Comparación Tp en Puerto Bolivar- Modelo vs Boya

DISCUSIÓN

Al hacer el análisis de error, salta a la vista la subestimación de los periodos en ambas boyas se encuentran subestimados, lo cual era una situación esperada ya que es bien conocido que el SWAN subestima el periodo de pico (TUDelft, 2009). Por otro lado, se presenta una situación particular al mirar el caso de las alturas de ola. En la boya de barranquilla, se puede ver que la altura de ola del modelo es mayor que la registrada por la boya, lo cual se confirma y se ve de forma más clara al comparar las series en el dominio de la probabilidad. Para el caso de la boya de Puerto Bolívar, se presenta la situación inversa ya que las mediciones de la boya son mayores a los resultados que presenta el modelo lo que se confirma asimismo en la comparación en el dominio de la probabilidad.

Esta particularidad puede deberse principalmente a las consideraciones de modelación que tienen que ver con las condiciones de contorno, donde no se consideran flujos a través de las Antillas

menores. Esto sugiere que para el oleaje en Puerto Bolívar estos flujos pueden ser importantes, mientras que el oleaje presente en Barranquilla es generado enteramente en la cuenca Caribe por la acción de los alisios. Adicionalmente, la malla computacional corta la zona de estudio por el meridiano 66° W y esto ocasiona que se pierda parte del “fetch” para la zona de Puerto Bolívar, y consecuentemente presente alturas de ola menores.

Al propagar en todo el Caribe, se toma como un supuesto que las dinámicas oceánicas del Atlántico Norte son interrumpidas por las Antillas, de forma que no entran al Caribe. Sería recomendable utilizar una condición de contorno que considere esta dinámica porque si bien las Antillas interrumpen el flujo de energía, se cree que parte de esta energía es capaz de transmitirse a la cuenca por en forma de “swells” con altura de olas bajas y periodos largos. Adicionalmente, para modelaciones futuras del Caribe, es necesario expandir el dominio de cálculo de tal forma que abarque la totalidad de la cuenca Caribe, ya que en el presente estudio se omitió un sector que incluía a las Antillas menores, más al este del meridiano 66° W. Usar condiciones de contorno externas y ampliar el dominio de cálculo podría mejorar significativamente los resultados en la costa norte de Colombia, donde la energía que atraviesa la Antillas puede tener mayor relevancia

Las ecuaciones de corrección escogidas muestran buenos ajustes en los casos donde se está en el régimen medio de oleaje. En el régimen extremal, tanto las alturas de ola extremas como los periodos pico extremos no se ajustan a los resultados del modelo. Esto es más visible en los periodos extremos, donde hay una distribución completamente distinta de las probabilidades de ocurrencia para los periodos mayores de 10 segundos. Esta situación se puede deber principalmente a que los vientos de reanálisis del NARR, si bien siguen la distribución espacial en los huracanes, subestiman en gran medida las velocidades del viento.

Estas series pueden entonces convertirse en una información importante a la hora de hacer diseños de obras y evaluación de potenciales energéticos, ya que se contarán con series confiables en los regímenes medios, que se pueden generar y corregir en cualquier lugar del litoral Caribe Colombiano. Este enfoque podría replicarse en otros sitios del Mar Caribe, donde las series se corregirían con registros existentes en otros países.

AGRADECIMIENTOS

Los autores quieren agradecer al Centro de Investigación en Oceanografía e Hidrología CIOH, asociado a la Dirección General Marítima de la República de Colombia, por facilitar las series de oleaje de las boyas de Barranquilla y Puerto Bolívar, las cuales hicieron posible esta investigación.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Booij, N., Ris, R.C. & Holthuijsen, L.H., (1999). A third generation wave model for coastal regions. *Journal of Geophysical Research*, 104(C4), pp.7649-66.
- DIMAR, (2005). Atlas Cartográfico de los Océanos y Costas de Colombia. Bogotá, Colombia: República de Colombia - Armada Nacional- Dirección General Marítima DIMAR - Centro de Investigaciones Oceanográficas e Hidrográficas CIOH.
- Eldeberky, Y. and J.A. Battjes, (1996): Spectral modelling of wave breaking: Application to Boussinesq equations, *J. Geophys. Res.*, 101, No. C1, 1253-1264
- González, M. et al., (2007). An integrated coastal modeling system for analyzing beach processes and beach restoration projects, *SMC. Computers & geosciences*, (33), pp.916-31.
- Komen, G.J., S. Hasselmann, and K. Hasselmann, (1984): On the existence of a fully developed wind-sea spectrum, *J. Phys. Oceanogr.*, 14, 1271-1285
- Hasselmann, K., T.P. Barnett, E. Bouws, H. Carlson, D.E. Cartwright, K. Enke, J.A. Ewing, H. Gienapp, D.E. Hasselmann, P. Kruseman, A. Meerburg, P. Müller, D.J. Olbers, K. Richter, W. Sell

and H. Walden, (1973): Measurements of wind-wave growth and swell decay during the Joint North Sea Wave Project (JONSWAP), Dtsch. Hydrogr. Z. Suppl., 12, A8

Hasselmann, S., K. Hasselmann, J.H. Allender and T.P. Barnett, (1985): Computations and parameterizations of the nonlinear energy transfer in a gravity wave spectrum. Part II: Parameterizations of the nonlinear transfer for application in wave models, J. Phys. Oceanogr., 15, 11, 1378-1391

Mesinger, F. et al., (2006). North American Regional Reanalysis: A long-term, consistent, high-resolution climate dataset for the North American domain, as a major improvement upon the earlier global reanalysis datasets in both resolution and accuracy. Bulletin of American Meteorological Society.

Ortega, S., (2010). Estudio de aprovechamiento de la energía del oleaje en Isla Fuerte (Caribe Colombiano). Tesis de Maestría en Ingeniería de Recursos Hidráulicos. Posgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos - Universidad Nacional de Colombia - Sede Medellín.

TU Delft, (2009). SWAN - User Manual (Version 40.72AB). [Online] Delft University of Technology - Environmental Fluid Mechanics Section. available from <http://www.swan.tudelft.nl>.