



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# **Pronóstico del Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia (IGBC) usando modelos de inferencia difusa**

**Adriana Arango Londoño**

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Minas, Departamento de Ingeniería de la Organización  
Medellín, Colombia

2012



# **Pronóstico del Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia (IGBC) usando modelos de inferencia difusa**

**Adriana Arango Londoño**

*Ingeniera electrónica, Especialista en ingeniería financiera*

Trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de:

**Magister en Ingeniería Administrativa**

Director

Juan David Velásquez Henao, M.Sc., Ph.D.

Profesor Titular

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas, Departamento de Ingeniería de la Organización

Medellín, Colombia

2012



## **Agradecimientos**

La autora desea agradecer a todas aquellas personas y entidades que fueron un soporte importante para el desarrollo de este trabajo:

- Al profesor Juan David Velásquez, por su paciencia, apoyo y orientación.
- A mi familia académica.
- A mis padres, por su confianza y apoyo incondicional.
- A mis amigos, los de ahora y los de siempre.



## Resumen

El pronóstico de índices de mercados de valores es un insumo necesario para tomar decisiones adecuadas de inversión. En este sentido, estudios recientes han señalado la influencia de los indicadores de los principales mercados bursátiles y de otros indicadores económicos sobre los índices de los mercados emergentes. El primer objetivo de este trabajo es determinar si el valor esperado de los rendimientos logarítmicos del Índice General de la Bolsa (IGBC) puede ser explicado por el comportamiento de los rendimientos logarítmicos del S&P500, NASDAQ, el precio del petróleo WTI y la tasa representativa del mercado. El segundo objetivo es comparar la precisión del pronóstico cuando se consideran los siguientes tipos de modelos: regresión lineal múltiple, ANFIS, Hyfis y redes neuronales autorregresivas con variables explicativas. Los resultados muestran que el pronóstico más preciso es obtenido con una red neuronal autorregresiva que usa como entradas el NASDAQ, el S&P500, el precio del petróleo WTI, las interacciones del NASDAQ, el S&P500 y el precio del petróleo WTI con la tasa representativa del mercado y las interacciones del NASDAQ y el S&P500 con el precio del petróleo WTI. Además se concluye que la influencia de las variables explicativas sobre el índice no es lineal.

**Palabras clave:** IGBC, predicción, lógica difusa, redes neuronales, regresión no lineal.

## Abstract

In this article, the daily Colombian exchange market index (IGBC) is forecasted using linear models, artificial neural networks and adaptive neuro-fuzzy inference systems with the aim of evaluate the accuracy of the forecasts when nonlinear models are used. In addition, we evaluate the explanatory power of other international market indexes, oil prices and exchange rates. Our

findings are the following: first, an autoregressive neural network better captures the behavior of the IGBC in comparison with linear and adaptive neuro-fuzzy models; second, the preferred explanatory variables are able to explain complex properties as heteroskedasticity and non-normality of the residuals. And third, it is necessary consider as inputs not only the explanatory variables alone but also their interactions.

**Keywords:** ANFIS; HyFIS; linear regression; financial prediction; nonlinear models.

# Contenido

	Pág.
<b>Resumen</b> .....	<b>VII</b>
<b>Lista de figuras</b> .....	<b>XI</b>
<b>Lista de tablas</b> .....	<b>XII</b>
<b>Introducción</b> .....	<b>1</b>
Objetivo general .....	2
Objetivos específicos .....	2
<b>1. Revisión sistemática de literatura</b> .....	<b>5</b>
1.1 Proceso de la búsqueda .....	5
1.1.1 Criterios de inclusión y exclusión de estudios.....	6
1.1.2 Recolección y análisis de datos.....	6
1.2 Resultados obtenidos .....	6
1.3 Discusión de la revisión sistemática de literatura .....	10
1.4 Conclusiones de la revisión sistemática de literatura .....	11
<b>2. Materiales y métodos</b> .....	<b>13</b>
2.1 Información utilizada.....	13
2.2 Modelos considerados y metodología de especificación .....	14
2.2.1 Modelo de regresión lineal múltiple .....	14
2.2.2 Red neuronal autorregresiva.....	14
2.2.3 Adaptive-network-based fuzzy inference system (ANFIS) .....	16
2.2.4 Sistema adaptativo neuro-difuso de Bekiros [40] .....	18
2.2.5 Hibrid neural Fuzzy Inference System (Hyfis).....	18
<b>3. Resultados</b> .....	<b>21</b>
3.1 Análisis de datos .....	23
3.2 Modelos considerados.....	24
3.2.1 Modelo lineal (LM-1).....	24
3.2.2 Modelo lineal considerando únicamente variables significativas (LM-2).....	27
3.2.3 Modelo lineal con interacciones(LM-3).....	28
3.2.4 Modelo lineal con interacciones considerando únicamente factores significativos (LM-4) .....	30
3.2.5 Adaptive-network-based fuzzy inference system (ANFIS) .....	32
3.2.6 Modelo neuro-difuso propuesto por Bekiros (2010) .....	33
3.2.7 Hybrid neural Fuzzy System (Hyfis) .....	34
3.2.8 Red neuronal autorregresiva.....	35

---

3.3	Conclusiones.....	36
<b>4.</b>	<b>Conclusiones y discusión .....</b>	<b>37</b>
4.1	Solución a las preguntas de investigación.....	37
4.1.1	P1: ¿Es posible realizar un pronóstico del IGBC usando información de otros índices? .....	37
4.1.2	P2: ¿La relación entre el IGBC y los índices es lineal? .....	38
4.1.3	P3: Si relación es lineal, ¿Cuáles modelos podrían ser más adecuados para el pronóstico?.....	38
4.2	Objetivos .....	38
4.2.1	Objetivo general.....	38
4.2.2	Objetivo específico 1 .....	38
4.2.3	Objetivo específico 2 .....	39
4.2.4	Objetivo específico 3 .....	39
4.2.5	Objetivo específico 4.....	39
4.2.6	Objetivo específico 5 .....	39
	<b>Bibliografía .....</b>	<b>41</b>

## Lista de figuras

	<b>Pág.</b>
Figura 1. Distribución de los artículos por año de publicación.....	7
Figura 2. Estructura de una red neuronal autorregresiva. ....	15
Figura 3. Estructura de ANFIS para un modelo con dos variables y dos reglas. ....	16
Figura 4. Estructura modelo neuro-difuso propuesto por Bekiros (2010) .....	18
Figura 5. Estructura de HyFIS para un modelo con dos reglas.....	19
Figura 6. Rendimientos de las series de datos.....	22
Figura 8. Gráficos de dispersión entre los rendimientos del IGBC y las variables explicativas.....	24
Figura 9. Rendimientos reales y pronosticados usando el modelo LM-1. ....	26
Figura 10. Rendimientos reales y pronosticados usando el modelo LM-2 .....	28
Figura 11. Rendimientos reales y pronosticados usando el modelo LM-3 .....	30
Figura 12. Rendimientos reales y pronosticados usando el modelo LM-4. ....	32

## Lista de tablas

	<b>Pág.</b>
Tabla 1. Artículos seleccionados ordenados por cantidad de citasiones.....	8
Tabla 2. Resumen estadísticos calculados para los parámetros del modelo LM-1 .....	25
Tabla 3. Precisión del pronóstico.....	26
Tabla 4. Resumen estadísticos calculados para los parámetros del modelo LM-2 .....	27
Tabla 5. Resumen estadísticos calculados para los parámetros del modelo LM-3 .....	29
Tabla 6. Resumen estadísticos calculados para los parámetros del modelo LM-4 .....	31
Tabla 7. Modelos ANFIS .....	33
Tabla 8. Modelos neuro-difusos propuestos por Bekiros (2010).....	34
Tabla 9. Modelos Hyfis.....	35

## Introducción

El modelado y el pronóstico de la evolución de los precios de las acciones son tópicos de gran interés en el área financiera [1]. Estos son un insumo fundamental para los sistemas de apoyo a la toma de decisiones, ya que son la base para la formulación de estrategias de operación en el mercado de valores, que a su vez conducen al logro de beneficios económicos [2]. No obstante, la preparación de pronósticos, de modelos explicativos, y la formulación de estrategias de operación son tareas bastante difíciles debido a la complejidad de los mercados de valores [3].

En la literatura se han presentado diferentes aproximaciones a este problema de predicción, las cuales que pueden clasificarse dependiendo de la variable pronosticada y la metodología empleada; es así como se encuentran trabajos que pronostican el nivel de los precios [4], los rendimientos de los precios [2], o el signo de los rendimientos [5]. Las metodologías reportadas en la literatura se basan, principalmente, en modelos econométricos y estadísticos [6], en modelos de computación blanda (tales como las redes neuronales artificiales [7] [8][9] o la lógica difusa) y en modelos híbridos que combinan diferentes aproximaciones. El uso de técnicas de inteligencia computacional está fundamentado en las evidencias empíricas que muestran que dichas técnicas pueden producir predicciones más precisas que las metodologías convencionales [7] [8] [9].

Diferentes mercados financieros internacionales, como el S&P500, el NYSE, el FTSE100, entre otros, han sido tomados como casos de aplicación en diversos estudios, donde además de pronosticar la evolución del índice accionario, se analiza el beneficio de la aplicación del modelo propuesto en términos financieros.

Sin embargo, la revisión más reciente, véase [11], sobre esta temática analiza únicamente hasta las publicaciones realizadas en el año 2008, de tal forma que no es posible obtener una visión global sobre sus más avances, ni sobre la importancia que ha tomado este tópico de investigación; por ende, surge la necesidad de realizar una revisión sistemática de literatura, con el fin de sintetizar y analizar el material disponible, para determinar los principales aportes y contribuciones reportados en la literatura más reciente.

Respecto al caso Colombiano, existe, comparativamente, pocos trabajos sobre el tema. En [12], se estudia el comportamiento de los retornos del IBB, IBOMED y el IGBC usando un modelo STAR-GARCH y se concluye que el mercado no es eficiente en información. En [13], se concluye que el pronóstico del IGBC usando redes neuronales es más preciso que el usado utilizando modelos de tendencia o crecimiento. En [14], se estudia la dinámica del IGBC usando un modelo EGARCH. Finalmente, en [15], se utiliza un modelo TGARCH para pronosticar los rendimientos del IGBC usando datos de alta frecuencia, el cual tiene en cuenta el patrón del día de la semana y el comportamiento asimétrico de la varianza. Así, el análisis presentado permite concluir que no hay trabajos que reporten resultados sobre el pronóstico de los rendimientos del mercado accionario Colombiano mediante sistemas de inferencia borrosa y neuro-difusos.

Por lo tanto, es necesario establecer las tendencias de investigación en estas metodologías para el caso Colombiano. Consecuentemente, el objetivo de este trabajo es responder las siguientes preguntas de investigación sobre el Índice General de la Bolsa de Colombia (IGBC):

- P1: ¿Es posible realizar un pronóstico del IGBC usando información de otros índices?
- P2: ¿La relación entre el IGBC y los índices es lineal?
- P3: Si la relación es lineal, ¿Cuáles modelos podrían ser más adecuados para el pronóstico?

Para dar solución a las preguntas de investigación se plantearon los siguientes objetivos generales y específicos.

## **Objetivo general**

Determinar si los métodos de inferencia borrosa son más precisos que los modelos lineales tradicionales, HYFIS y las redes neuronales de propagación hacia adelante para el pronóstico de los rendimientos del Índice General de la Bolsa de Colombia.

## **Objetivos específicos**

1. Pronosticar los rendimientos mensuales usando los métodos de inferencia borrosa propuestos por: Bekiros, S. D. (2010).
2. Pronosticar los rendimientos usando HYFIS.

3. Pronosticar los rendimientos usando modelos lineales.
4. Pronosticar los rendimientos usando redes neuronales artificiales tipo perceptrón multicapa.
5. Comparar las predicciones anteriores usando criterios estadísticos con el fin de determinar cuáles son las aproximaciones más precisas.

Este trabajo está organizado de la siguiente forma: en el Capítulo1 se describe la metodología de revisión sistemática de literatura. En el Capítulo 2 se describen los materiales y métodos. En el Capítulo 3 se presentan y discuten los resultados obtenidos. Finalmente se concluye y se responden las preguntas de investigación el Capítulo 4.



# 1. Revisión sistemática de literatura

La revisión sistemática de literatura es un método de investigación, cuyo objetivo principal es identificar, evaluar y analizar las fuentes de información primaria, para así dar respuesta a una pregunta específica de investigación [16]. Mediante el proceso de búsqueda, evaluación y recopilación de evidencias en el tópico de interés, la revisión sistemática de literatura proporciona información sobre las líneas de investigación existentes y permite identificar posibles vacíos de investigación para trabajos futuros [16].

## 1.1 Proceso de la búsqueda

Para realizar la búsqueda se utilizó el sistema de indexación SCOPUS. En el proceso de pre-revisión, se concentró en encontrar la información disponible para el tema de pronóstico del mercado de valores; a partir de esta búsqueda inicial, se extrajeron palabras clave, referencias bibliográficas, así como artículos de interés. Las palabras clave utilizadas fueron:

```
("trading"OR("stock"AND("index"OR"market"))AND(("forecast"OR"predict") AND ("fuzzy" ))
```

La búsqueda fue restringida a las siguientes áreas de conocimiento: decision sciences; computer science; economics, econometrics and finance; business, management and accounting.

El periodo considerado para realizar la búsqueda está comprendido entre enero de 2008 y noviembre de 2011.

### 1.1.1 Criterios de inclusión y exclusión de estudios

Se incluyeron los artículos que cubren el pronóstico de los indicadores bursátiles mediante lógica difusa, sistemas de inferencia borrosa y sistemas neuro-difusos. Se excluyeron los artículos relacionados con el análisis fundamental o que se pronostiquen los precios de acciones particulares.

### 1.1.2 Recolección y análisis de datos

Los datos extraídos de cada estudio fueron:

- Fecha de publicación.
- Autores.
- Revista.
- Técnica utilizada.
- Mercado de valores, como objeto de estudio.
- Series de datos financieras.
- Indicadores bursátiles.
- Cantidad de citaciones del artículo.

## 1.2 Resultados obtenidos

Al aplicar la metodología descrita en la sección anterior, se recuperaron de forma automática 44 artículos en el sistema de indexación SCOPUS; estos artículos se depuraron manualmente, lo que permitió la selección final de 25 documentos, los cuales son reportados en la Tabla 1.

En la Figura 1 se presenta la cantidad de artículos por año de publicación. Se observa que la producción de estudios se incrementa en cada año, resaltando que para el periodo comprendido desde enero de 2010 hasta diciembre de 2011, se publicó la mayor cantidad de artículos (67% del total de los estudios seleccionados).

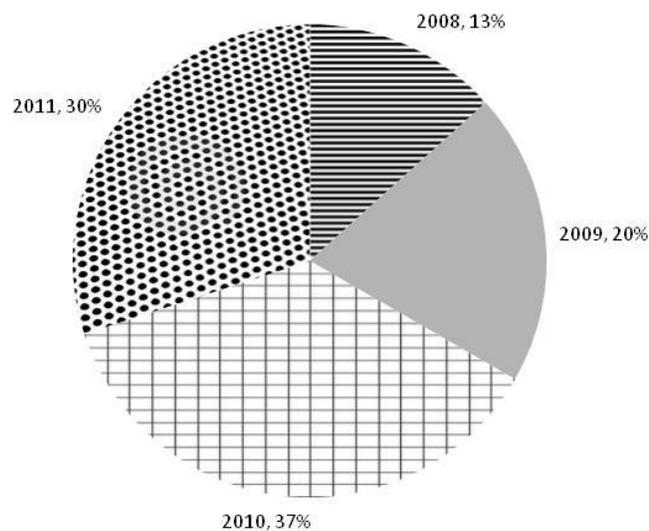
En relación al mecanismo de difusión, se observa que la revista Expert Systems with Applications publicó la mayoría de artículos seleccionados (14 documentos en total), mientras que 8 artículos fueron publicados en otras revistas y 3 fueron difundidos mediante ponencias en congresos.

Respecto a la cantidad de citas observa que 12 documentos no han obtenido ninguna citación, y que los 13 restantes han sido citados al menos una vez. Desde este punto de vista, sobresale la revista *Expert Systems with Applications* al tener los cuatro artículos más citados para el período analizado.

Igualmente, se evidencia una continuidad en la investigación sobre la temática abordada: para los 25 artículos seleccionados hay 63 autores diferentes; y de este total, dos autores participan con tres artículos y cinco autores participan en dos artículos; los demás autores participan sólo con un artículo.

La mayor parte del trabajo investigativo es realizado sobre información diaria, para un total de 18 artículos, sobre información mensual se reportaron 4 artículos, sobre información semanal 2 artículos, y solo hay un trabajo que usa información anual.

Figura 1. Distribución de los artículos por año de publicación



Fuente: elaboración propia

Tabla 1. Artículos seleccionados ordenados por cantidad de citas

<b>Autores y año</b>	<b>Título</b>	<b>Metodología</b>	<b>Citaciones</b>	<b>Mercado accionario</b>	<b>Frecuencia</b>
Yu y Huarng[17], 2008	A bivariate fuzzy time series model to forecast the TAIEX.	Fuzzy	34	TAIEX (Taiwan)	Diario
Chenget <i>al.</i> [27], 2008	Fuzzy time-series based on adaptive expectation model for TAIEX forecasting.	Fuzzy	29	TAIEX (Taiwan)	Mensual
Atsalakis y Valavanis[37], 2009	Forecasting stock market short-term trends using a neuro-fuzzy based methodology.	ANFIS	26	NYSE (New York)	Diario
Chuet <i>al.</i> [24], 2009	Fuzzy dual-factor time-series for stock index forecasting	Fuzzy	18	TAIEX (Taiwan), NASDAQ (New York)	Anual
Teohet <i>al.</i> [26], 2008	Fuzzy time series model based on probabilistic approach and rough set rule induction for empirical research in stock markets.	Fuzzy	14	NYSE (New York), TAIEX(Taiwan)	Mensual
Kuoet <i>al.</i> [23], 2010	Forecasting TAIFEX based on fuzzy time series and particle swarm optimization	Fuzzy	5	TAIFEX (Taiwan)	Diario
Boyacioglu y Avci[35], 2010	An Adaptive Network-Based Fuzzy Inference System (ANFIS) for the prediction of stock market return: The case of the Istanbul Stock Exchange.	ANFIS	3	ISE Nacional 100 Index	Mensual
Ansari <i>et al.</i> [39], 2010	Sequential combination of statistics, econometrics and Adaptive Neural-Fuzzy Interface for stock market prediction.	ANFIS	3	NASDAQ (New York)	Diario
Chang et <i>al.</i> [32], 2011	A hybrid ANFIS model based on AR and volatility for TAIEX forecasting.	ANFIS	2	TAIEX (Taiwan)	Diario
Yu y Huarng[21], 2010	A neural network-based fuzzy time series model to improve forecasting.	Fuzzy	2	TAIEX (Taiwan)	Diario
Chen y Chen [31], 2011	TAIEX Forecasting Based on Fuzzy Time Series and Fuzzy Variation Groups.	Fuzzy	1	TAIEX (Taiwan)	Diario
Lee y Lim[22], 2011	Forecasting KOSPI based on a neural network with weighted fuzzy membership functions.	Fuzzy	1	KOSPI (Corea del Sur)	Diario

Bekiros[38], 2010	Fuzzy adaptive decision-making for boundedly rational traders in speculative stock markets	ANFIS	1	S&P500 and NYSE, FTSE100 (UK) , CAC40 (France) , KLCI (Malaysia), Stock Exchange Weighted (Taiwan), HangSeng (Hong Kong), Jakarta Stock Exchange Composite (Indonesia), Straits Times (New) (Singapore) and SET 100 Basic Industries (Thailand)	Diario
Abdullah y Ling[18], 2011	A fuzzy time series model for Kuala Lumpur Composite Index forecasting	Fuzzy	0	KLCI (Malaysia)	Semanal
Qiu <i>et al.</i> [19], 2011	A generalized method for forecasting based on fuzzy time series	Fuzzy	0	SHI (Shangai)	Diario
Bai <i>et al.</i> [20], 2011	A heuristic time-invariant model for fuzzy time series forecasting.	Fuzzy	0	TAIFEX (Taiwan)	Diario
Wei <i>et al.</i> [33], 2011	A hybrid model based on adaptive-network-based fuzzy inference system to forecast Taiwan stock market.	ANFIS	0	TAIEX (Taiwan)	Mensual
Nair <i>et al.</i> [34], 2010	A Stock Market Trend Prediction System Using a Hybrid Decision Tree-Neuro-Fuzzy System.	ANFIS	0	BSE-SENSEX (India), FTSE 100 (Londres), NASDAQ 100 (New York), NIKKEI 225 (Japón)	Diario
Esfahanipour y Mardani[36], 2011	An ANFIS model for stock price prediction: The case of Tehran stock exchange	ANFIS	0	TEPIX (TehranIran)	Diario
Hwang y Oh [25], 2010	Fuzzy models for predicting time series stock price index.	Fuzzy	0	KOSPI (Corea del Sur)	Diario y semanal
Chen y Chen[28], 2011	Handling forecasting problems based on high-order fuzzy logical relationships.	Fuzzy	0	TAIEX (Taiwan)	Diario
Parisiet <i>al.</i> [41], 2006	Modelos de lógica y lógica borrosa en la predicción del IPSA.	Fuzzy	0	IPSA (Chile)	Semanal
Cheng <i>et al.</i> [29], 2011	Multi-factor fuzzy time series model based on stock volatility for forecasting taiwan stock index	Fuzzy	0	TAIEX (Taiwan), NASDAQ (New York)	Diario
Chen y Tanuwijaya[30], 2011	Multivariate fuzzy forecasting based on fuzzy time series and automatic clustering techniques	Fuzzy	0	TAIEX (Taiwan)	Diario
Bekiros[40], 2011	Sign Prediction and Volatility Dynamics With Hybrid Neurofuzzy Approaches	ANFIS	0	FTSE100 (Londres), NYSE (New York)	Diario

Fuente: elaboración propia.

### **1.3 Discusión de la revisión sistemática de literatura**

En esta sección se responden las preguntas de investigación.

#### **1.3.1 P1: ¿Cuáles son los principales sistemas de inferencia borrosa y neuro-difusos que se han utilizado?**

Las metodologías aplicadas al pronóstico de índices accionarios son:

- Series de tiempo difusas (15 estudios) [17] [18] [19] [20] [21] [22] [23] [24] [25] [26] [27] [28] [29] [30] [31]. Es necesario enfatizar que esta no es una única metodología, sino que agrupa todos aquellos métodos que construyen un sistema de inferencia difusa a partir de los datos.
- Adaptive neuro-fuzzy inference system (ANFIS)(9 estudios)[32] [33] [34] [35] [36] [37] [38] [39] [40].Este es un tipo de red neuro-difusa adaptativa usada principalmente en aplicaciones de ingeniería de control.
- Lógica difusa [41].

#### **1.3.2 P2: ¿Cuáles casos de aplicación (indicador y mercado) se han reportado sobre el pronóstico usando técnicas de inferencia borrosa y neuro-difusos?**

A continuación se presenta los indicadores por mercado para los cuales se han reportado estudios en la literatura.

- TAIEX (Taiwan) (13 estudios) [17] [20] [32][33] [21] [23] [24] [26] [27] [28] [29] [30] [31].
- NYSE[37] [38] [26] [40].
- NASDAQ (New York) [34] [24] [29] [39].
- KOSPI (Corea del Sur)[22] [25].
- KLCI (Malaysia) [18] [38].
- S&P500 (New York) [40] [38].
- FTSE (Londres) [34] [38].
- ISE Nacional 100 Index (Estambul) [35].

- NIKKEI 225 (Japón) [34].
- IPSA (Chile) [41].
- SHI (Shangai): [19].
- TEPIX (TehranIran) [36]

### 1.3.3 P3: ¿Qué conclusiones se han reportado en los estudios?

Las principales conclusiones reportadas son las siguientes:

- Los modelos de pronóstico basados en sistemas de inferencia borrosa y neuro-difusos, superan a los modelos econométricos [18], [39], [37], [25], [34], [17] y las redes neuronales [32], [30], [36], [19], [32], ya que se obtienen mejores resultados y mayor precisión en los modelos de pronóstico del mercado de valores.
- Los resultados obtenidos en los modelos de predicción mediante ANFIS (adaptive neuro fuzzy inference system) demuestran que esta técnica es muy efectiva para la predicción de los precios de las acciones, gracias a su rapidez, bajo costo y precisión en los resultados [35].
- Una estrategia de inversión basada en lógica difusa, permite a los inversionistas obtener rendimientos más altos que con otros métodos como las redes neuronales o sistemas de negociación [30].
- La precisión de los resultados experimentales de los modelos pronóstico del precio de los índices bursátiles, utilizando datos históricos, debilita la hipótesis de mercado eficiente [36] [37].
- La capacidad predictiva de los modelos basados en sistemas de inferencia borrosa, superan en rentabilidad la estrategia buy-and-hold, lo que los sitúa como una alternativa para el análisis técnico [37], [38], [41], [40].

## 1.4 Conclusiones de la revisión sistemática de literatura

En este capítulo se indagó sobre el estado actual de la investigación relacionada con el pronóstico de los índices de mercados accionarios usando metodologías basadas en lógica difusa y sistemas neuro-difusos de inferencia; para ello, se empleó la metodología de revisión sistemática de literatura, la cual es uno de los métodos de investigación basados en evidencias.

Los hallazgos encontrados en esta investigación permiten concluir que: primero, hay un gran interés en el uso de las metodologías basadas en inferencia borrosa para el pronóstico de índices accionarios. Segundo, las evidencias reportadas demuestran que las técnicas de softcomputing consideradas pueden arrojar pronósticos de igual o mayor precisión que las técnicas tradicionales.

Tercero, la mayor parte de la investigación está concentrada en las metodologías de series de tiempo borrosas, pero, existen otras metodologías competitivas que no han sido consideradas en las experiencias reportadas en la literatura más relevante. Cuarto, para el caso Colombiano, priman los estudios relacionados con el pronóstico de su volatilidad, y son pocos los avances que se han dado en torno a la predicción de su evolución.

Como trabajo futuro, se evidencia la necesidad inmediata de realizar estudios sobre la aplicación de técnicas basadas en softcomputing para la predicción del IGBC, así como también, sobre la evaluación de otras metodologías alternativas que son propias de la Inteligencia Computacional.

## **2. Materiales y métodos**

### **2.1 Información utilizada**

Las series estadísticas utilizadas fueron tomadas de la base de datos de la página Web del Grupo Aval. El periodo considerado está comprendido desde 29 de agosto de 2009 hasta 27 de agosto de 2012, para un total de 1095 observaciones. No se tuvieron en cuenta los días sábados, domingos o festivos.

Como variable explicada se seleccionó el Índice de la Bolsa de Valores de Colombia (IGBC), ya que es el instrumento más representativo para evaluar la evolución y tendencia del mercado accionario Colombiano.

Como variables explicativas se seleccionaron:

- La tasa de cambio representativa del mercado Colombiano (TRM).
- El índice bursátil Nasdaq.
- El índice bursátil Standard & Poor's 500.
- El precio del petróleo (WTI).

En cuanto a la selección de las variables explicativas, se tomaron los índices bursátiles de la bolsa de New York (S&P500 y NASDAQ) y precio del petróleo (WTI), ya que de acuerdo a la revisión sistemática de literatura, muchos autores recomiendan agregar estas variables a los modelos ya que tienen una fuerte influencia sobre mercados emergentes [31][34][39], como es el caso Colombiano. Adicionalmente, se seleccionó la TRM, por su repercusión sobre el IGBC [47].

## 2.2 Modelos considerados y metodología de especificación

### 2.2.1 Modelo de regresión lineal múltiple

Para esta investigación se considera el modelo clásico de regresión lineal múltiple definido como:

$$f = \eta + \sum_{p=1}^l \varphi_p x_p \quad (1)$$

donde  $f$  es la variable de respuesta (los rendimientos diarios del IGBC en nuestro caso particular),  $x_p$  representa las variables explicativas consideradas; y  $\eta$  representa el intercepto de la regresión.

El modelo anterior puede ser extendido como se indica a continuación para considerar las interacciones entre las variables explicativas:

$$f = \eta + \sum_{p=1}^l \varphi_p x_p + \sum_{i=1}^{l-1} \sum_{j=i+1}^l \omega_{ij} x_i x_j \quad (2)$$

Nótese que el modelo definido en la ecuación (2) es no lineal en variables, pero es lineal en parámetros, por lo que estos últimos, al igual que para el modelo de regresión lineal simple, pueden ser estimados usando mínimos cuadrados ordinarios.

### 2.2.2 Red neuronal autorregresiva

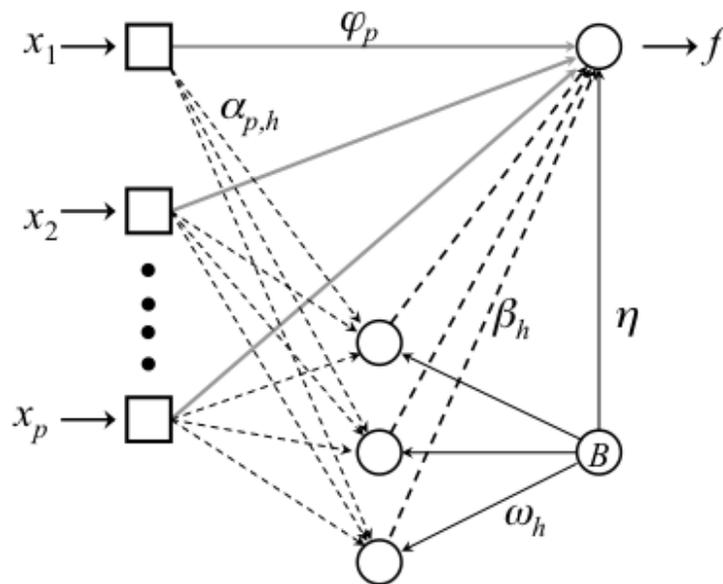
Las redes neuronales autorregresivas [48][49][50] (ARNN por su sigla en inglés), se obtienen al considerar la fusión de un modelo de regresión lineal con un perceptrón multicapa. Su arquitectura típica es presentada en la Figura 2. La salida del sistema puede ser calculada como:

$$f = \eta + \sum_{p=1}^I \varphi_p x_p + \sum_{h=1}^H \beta_h G \left( \omega_h + \sum_{p=1}^I \alpha_{p,h} x_p \right) \quad (3)$$

Los parámetros  $\eta$ ,  $\varphi_p$ ,  $\beta_h$ ,  $\omega_h$  y  $\alpha_{p,h}$ , con  $p = 1, \dots, I$  y  $h = 1, \dots, H$  son estimados minimizando el error de ajuste a la muestra de calibración;  $H$  representa la cantidad de neuronas en la capa oculta,  $I$  es el número total de variables explicativas y  $G(\cdot)$ , es la función sigmoidea definida como:

$$G(u) = [1 + \exp(-u)]^{-1} \quad (4)$$

Figura 2. Estructura de una red neuronal autorregresiva.



Fuente: adaptado de Velásquez (2011)

### 2.2.3 Adaptive-network-based fuzzy inference system (ANFIS)

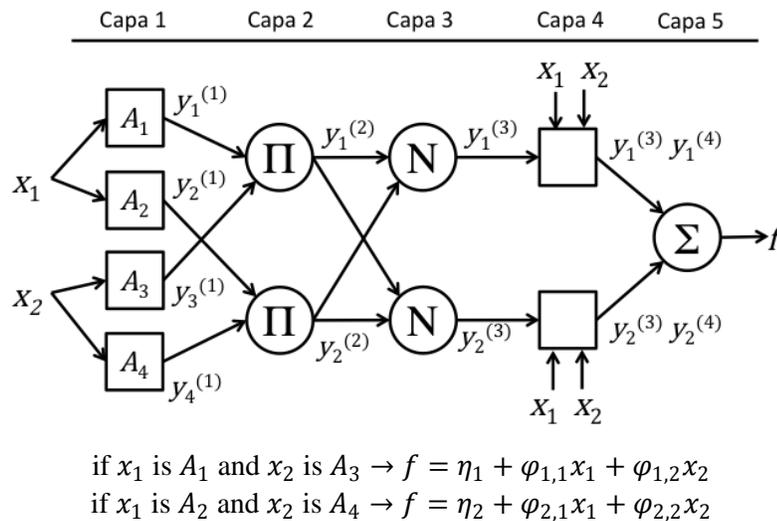
Esta es una red neuronal adaptativa funcionalmente equivalente a un sistema de inferencia difusa con reglas tipo Takagi-Sugeno-Kang [32]. En este sistema, las mismas variables que conforman los antecedentes de las reglas difusas hacen parte de los correspondientes consecuentes; y el dominio de las variables de entrada es dividido en, al menos, dos conjuntos borrosos, haciendo que el espacio de entrada sea particionado en varias regiones multidimensionales que son cubiertas, al menos, por una de las reglas difusas [51].

La arquitectura típica de ANFIS para un sistema con dos entradas y dos reglas difusas es presentada en la Figura 3. En dicha figura,  $A_1, A_2, A_3$  y  $A_4$  son conjuntos borrosos y  $f$ , que es la salida del sistema, es una función de  $x_1$  y  $x_2$ . Cada capa del modelo representa un proceso del cálculo, tal como se describe a continuación para un sistema general.

En cada nodo de la Capa 1 se calcula la pertenencia de la entrada  $x$  al conjunto borroso  $A$ , notada como  $y_i^{(1)}$ , usando la función de campana generalizada definida por los parámetros  $a, b$  y  $c$ :

$$y_i^{(1)} = \frac{1}{1 + \left| \frac{x - c}{a} \right|^{2b}} \quad (5)$$

Figura 3. Estructura de ANFIS para un modelo con dos variables y dos reglas.



Cada nodo de la Capa 2 representa el antecedente de cada una de las reglas de inferencia. En ANFIS, el operador lógico AND en el antecedente de cada regla (véase la Figura 3) es implementado mediante la inferencia tipo producto; de esta forma, la salida para cada uno de los nodos de la Capa 2 – esto es, el resultado del antecedente para cada una de las reglas–es calculada como:

$$y_r^{(2)} = \prod_{i \in I_r} y_i^{(1)} \quad (6)$$

Donde  $I_r$  representa los índices de los nodos que conforman el antecedente de la regla  $r$ . Seguidamente se calcula la activación neta de cada regla, la cual es representada como un nodo en la Capa 3:

$$y_r^{(3)} = \frac{y_r^{(2)}}{\sum_j y_j^{(2)}} \quad (7)$$

Cada nodo de la Capa 4 representa el resultado de evaluar el consecuente de la correspondiente regla difusa. Así, la salida de cada nodo es calculada como:

$$y_r^{(4)} = \eta_r + \sum_{p=1}^I \varphi_{r,p} x_p \quad (8)$$

Nótese que la ecuación (8) es el mismo modelo de regresión lineal definido en la ecuación (2). Finalmente, la salida del sistema es calculada en la Capa 5 como el promedio ponderado de los consecuentes de las reglas:

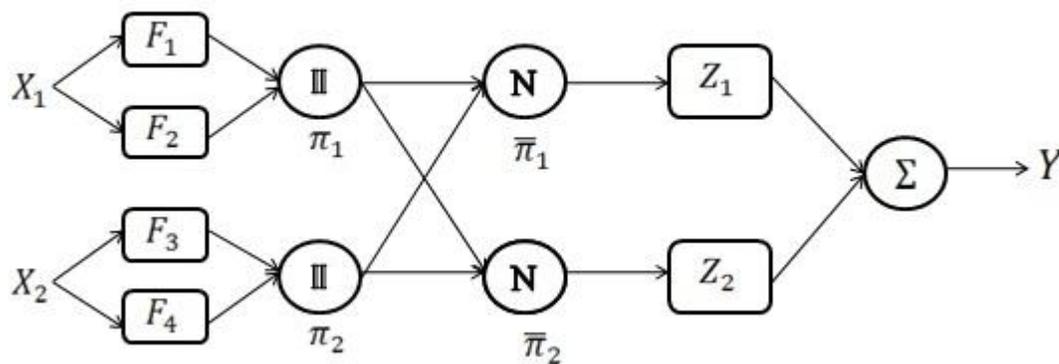
$$f = \sum_r y_r^{(3)} y_r^{(4)} \quad (9)$$

### 2.2.4 Sistema adaptativo neuro-difuso de Bekiros [40]

La arquitectura de este sistema adaptativo neuro-difuso es idéntica a ANFIS, excepto que las funciones de pertenencia son triangulares simétricas, en que el parámetro  $a$  representa el pico del triángulo y parámetro  $b$  representa el soporte del conjunto borroso; de esta forma, la pertenencia de la variable  $x$  al conjunto difuso  $A$  se define como:

$$y_i^{(1)} = \max\left(0, 1 - \frac{|x - a|}{b/2}\right) \quad (10)$$

Figura 4. Estructura modelo neuro-difuso propuesto por Bekiros (2010)



Fuente: adaptado de Bekiros (2010)

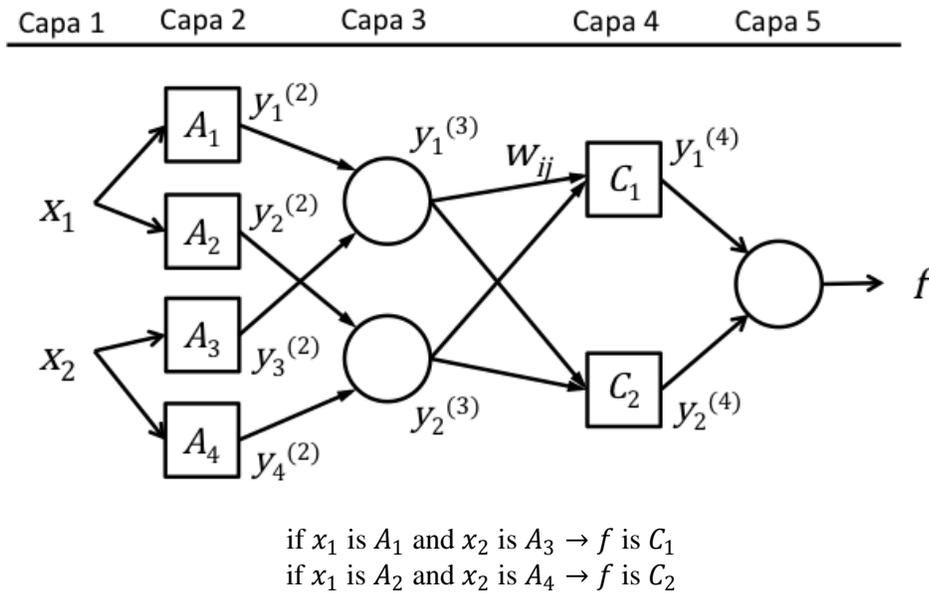
### 2.2.5 Hibrid neural Fuzzy Inference System (Hyfis)

Esta es una red neuronal de cinco capas que es funcionalmente equivalente a un sistema de inferencia borrosa con reglas de Mandani y factores de certeza[46]. Una representación pictórica para un sistema con dos entradas y dos reglas difusas es presentada en la Figura 5. La Capa 1 transmite directamente la información de las variables de entrada a la Capa 2. En la Capa 2 se

evalúan las funciones de pertenencia, las cuales son modeladas usando una función exponencial de parámetros  $c$  y  $\sigma$ , que representan en centro y el ancho respectivamente; así, la salida de cada nodo de esta capa representa la pertenencia de  $x$  al conjunto borroso  $A$ :

$$y_i^{(2)} = \exp \left[ -\frac{(x - c)^2}{\sigma^2} \right] \quad (11)$$

Figura 5. Estructura de HyFIS para un modelo con dos reglas



Fuente: adaptado de Kim y Kasabov (1999)

Cada nodo de la Capa 3 representa el antecedente de cada una de las reglas del sistema y su salida se calcula como:

$$y_r^{(3)} = \min_{j \in I_r} y_j^{(2)} \quad (12)$$

$I_r$  representa los índices de los nodos de la Capa 2 que conforman los antecedentes de la regla  $r$ .

La Capa 4 representa los factores de confianza asociados a los consecuentes de las reglas del sistema neuro-difuso. Los nodos de las Capas 3 y 4 están completamente conectados por conexiones cuyos pesos son adaptativos. Así, la salida de cada nodo en la Capa 4 se calcula como:

$$y_r^{(4)} = \max_{j \in I_r} (w_{rj}^2 y_j^{(3)}) \quad (13)$$

donde  $I_r$  representa los índices de los nodos de la Capa 3 que están unidos al nodo  $r$  de la Capa 4. La Capa 5 representa la variable de salida del sistema, cuyo dominio es cubierto por varios conjuntos borrosos. En HyFIS el nodo de la Capa 5 realiza un proceso de concretación de la salida al calcular el centro del área del conjunto borroso resultante:

$$y_l^{(5)} = \frac{\sum_{k \in I_k} y_k^{(4)} \sigma_{lk} c_{lk}}{\sum_{k \in I_k} y_k^{(4)} \sigma_{lk}} \quad (14)$$

### 3. Resultados

A continuación se describen los resultados obtenidos al aplicar los modelos descritos en el Capítulo 2 a las series de datos.

Tal como ya se indicó las series utilizadas corresponden al IGBC, S&P 500, NASDAQ, TRM y WTI, para el rango de fecha desde el 29 de agosto de 2009 hasta el 27 de agosto de 2012. Los primeros 1000 datos (29 de agosto de 2009 a 24 de mayo de 2012) son utilizados para ajustar el modelo y los 95 datos restantes (25 de mayo de 2012 a 27 de agosto de 2012) se utilizaron para evaluar la capacidad predictiva de los modelos.

Todos los modelos son estimados para los rendimientos de las series de tiempo, los cuales fueron calculados como:

$$r_t = \log z_t - \log z_{t-1} \quad (15)$$

En la Figura 6 se presenta la evolución en el tiempo de los retornos de cada una de las series consideradas. Nótese que en la ecuación anterior, la función  $\log(\cdot)$  representa el logaritmo natural;  $z_t$  y  $z_{t-1}$  son los valores de la serie de tiempo en los periodos  $t$  y  $t - 1$  respectivamente.

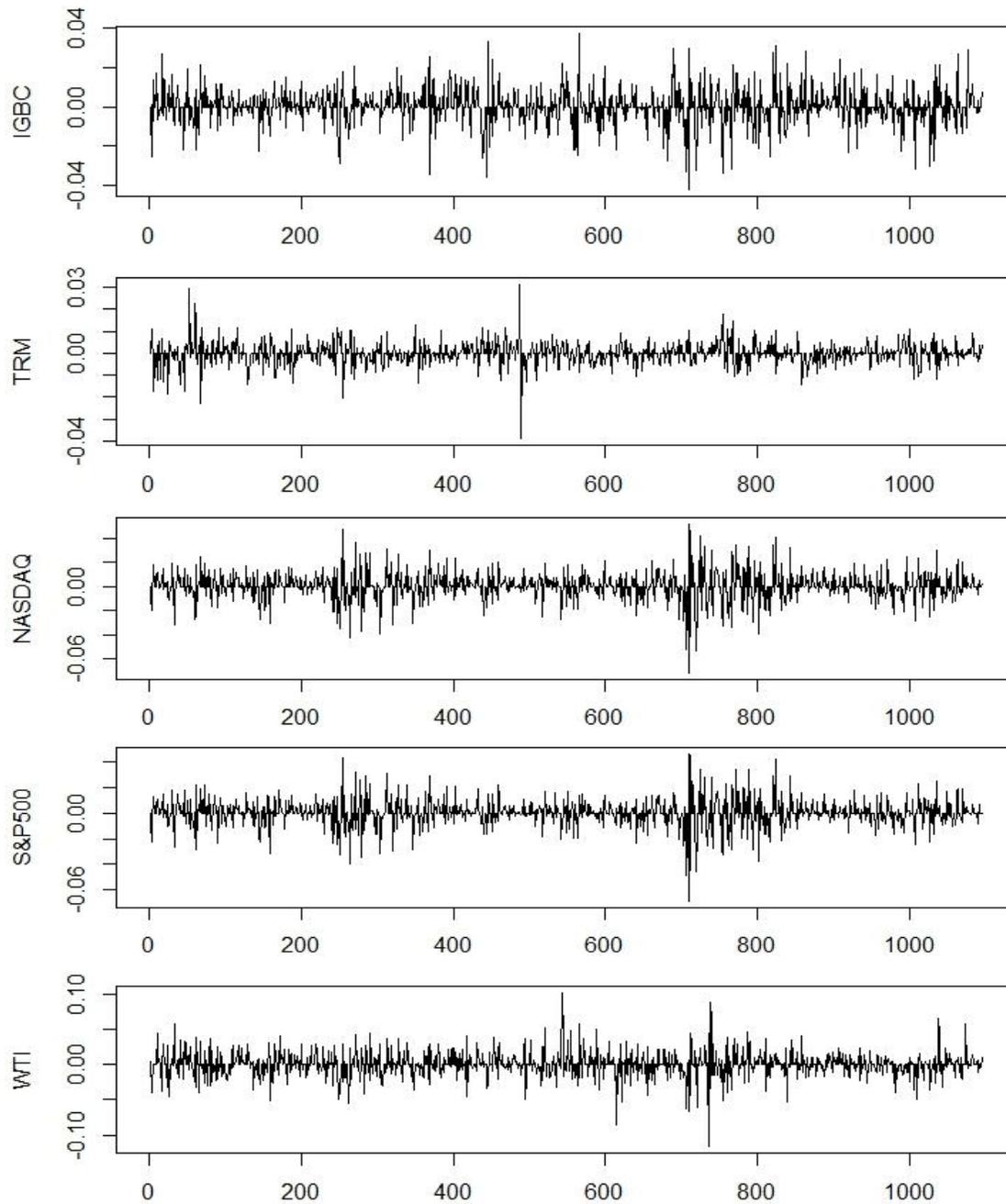
Para las muestras de estimación y pronóstico se calcularon el error cuadrático medio (MSE, por su sigla en inglés):

$$\text{MSE} = \frac{\sum (y_i - \hat{y}_i)^2}{N} \quad (16)$$

y la desviación media absoluta (MAD, por su sigla en inglés):

$$\text{MAD} = \frac{\sum |y_i - \hat{y}_i|}{N} \quad (17)$$

Figura 6. Rendimientos de las series de datos.



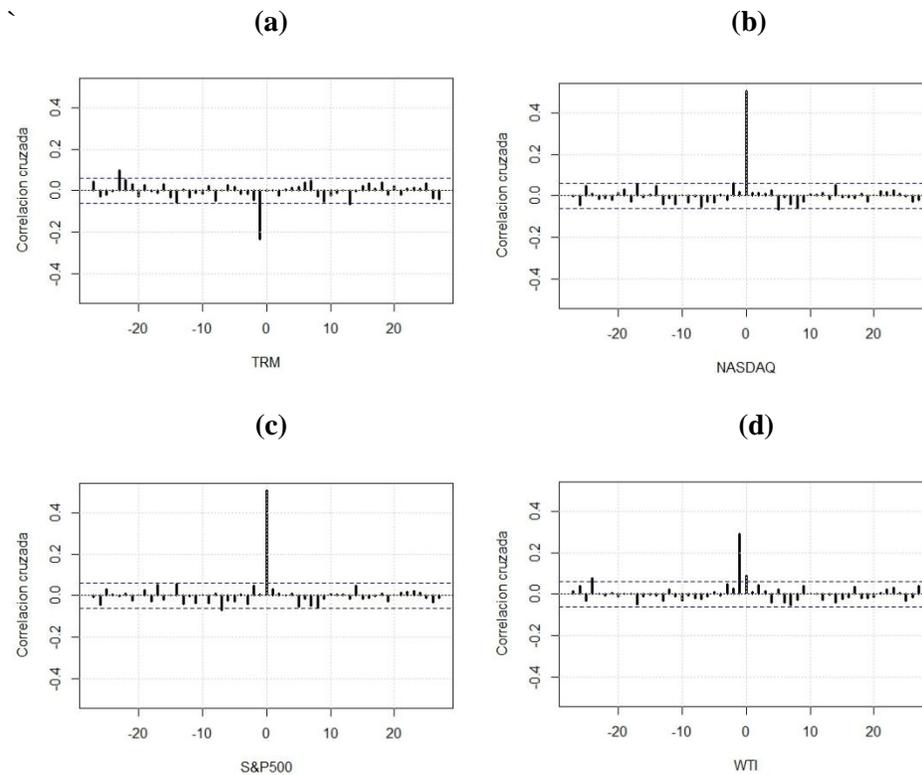
Fuente: elaboración propia.

### 3.1 Análisis de datos

Como primer paso se realizó un análisis de las dependencias lineales entre los rendimientos de las series (WTI, TRM, NASDAQ y S&P500) y los rendimientos del IGBC; para ello se calcularon las correlaciones cruzadas entre los rendimientos de las variables explicativas y los rendimientos del IGBC. Los resultados obtenidos son presentados en la Figura 7. De dicha figura se concluye que:

- Para las series WTI, NASDAQ y S&P500, sólo es significativo el rezago de orden cero.
- Para la serie TRM sólo es significativo el rezago de orden uno.

Figura 7. Correlación cruzada entre los rendimientos del IGBC y las variables explicativas.

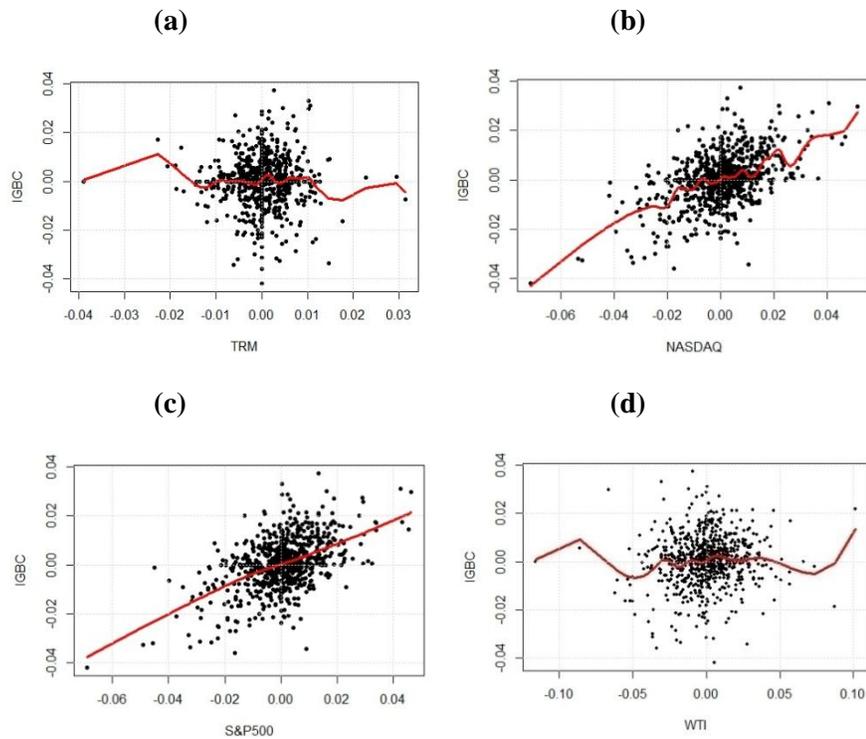


Fuente: elaboración propia

Para determinar el tipo de relación, se realizaron los gráficos de dispersión, con una regresión entre cada variable explicativas y los rendimientos del IGBC usando splines. Los resultados obtenidos son presentados en la Figura 8. De dicha figura se concluye que:

- Existe una tendencia lineal entre el IGBC y el S&P500, y el IGBC y el NASDAQ.
- Las gráficas del IGBC vs TRM y IGBC vs WTI, no muestra una tendencia clara, esto se debe a que aparecen varios puntos dispersos muy alejados.

Figura 7. Gráficos de dispersión entre los rendimientos del IGBC y las variables explicativas.



Fuente: Elaboración propia.

## 3.2 Modelos considerados

### 3.2.1 Modelo lineal (LM-1)

Este modelo considera como variables explicativas las series de los rendimientos de: el primer retardo de la TRM (notado como TRM1), el S&P500, el NASDAQ y el precio del petróleo (WTI). En la Tabla 2, se presenta el resumen de los estadísticos calculados para el modelo LM-1. Este modelo contiene variables estadísticamente no significativas, pero es la base para la comparación de modelos más elaborados.

Tabla 2. Resumen estadísticos calculados para los parámetros del modelo LM-1

Modelo LM-1:

$$r_t = \beta_0 + \beta_1 \text{TRM}_t + \beta_2 \text{NASDAQ}_t + \beta_3 \text{S\&P500}_t + \beta_4 \text{TRM}_{t-1} + \beta_5 \text{WTI}_t + \xi_t$$

Coefficientes	Valor	Error estándar	Valor-t	Valor-p
$\beta_0$	0,0125	0,0225	0,557	0,5778
$\beta_1$	0,0241	0,0484	0,499	0,6177
$\beta_2$	0,1303	0,0774	1,682	0,0928 .
$\beta_3$	0,3048	0,0845	3,605	0,0003 ***
$\beta_4$	-0,0059	0,0472	-0,126	0,9000
$\beta_5$	0,0368	0,0136	2,688	0,0073 **

. Significativo al 0,1; \* significativo al 0,05; \*\* significativo al 0,01; \*\*\* significativo al 0,001

Fuente: elaboración propia.

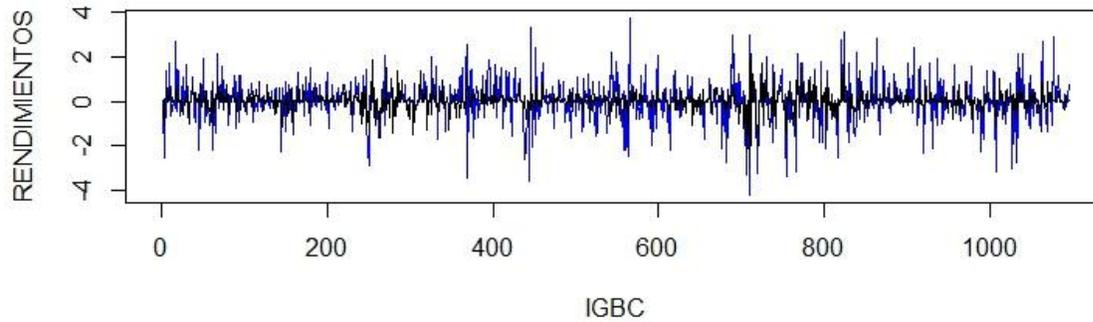
Los resultados de las pruebas estadísticas permiten concluir que:

- Los residuales no están correlacionados puesto que el estadístico de Durbin-Watson es muy cercano a 2.
- Los residuales son heterocedásticos [BP=13,1289; valor-p = 0,0222 , para una distribución  $\chi^2(5)$ ].
- Los residuales no siguen una distribución normal ya que  $W = 0,9347$  y el valor-p =  $2,2 \times 10^{-16}$ .

La Figura 9 muestra los rendimientos de la serie original (línea azul) y los rendimientos estimados por el modelo LM-1 (línea negra).

En la Tabla 3, se presentan los estadísticos de ajuste y pronóstico obtenidos para este modelo.

Figura 8. Rendimientos reales y pronosticados usando el modelo LM-1.



Fuente: elaboración propia

Tabla 3. Precisión del pronóstico

Modelo	R2	Entrenamiento		Pronóstico	
		MSE	MAD	MSE	MAD
Regresión lineal LM-1	0,2624	0,5439	0,4769	0,6187	0,5153
Regresión lineal LM-2	0,2635	0,5438	0,4763	0,6212	0,5162
Regresión lineal LM-3	0,2758	0,5264	0,4736	0,6311	0,5231
Regresión lineal LM-4	0,2771	0,5280	0,4726	0,6429	0,5241
ARNN-1	0,2541	0,5373	0,4722	0,6249	0,5137
ARNN-2	0,2620	0,5297	0,4679	0,6148	0,5093
ARNN-3	0,2542	0,5271	0,4660	0,6433	0,5237
ARNN-4	0,2822	0,5131	0,4566	0,6518	0,5113
ARNN-5	0,2995	0,5037	0,4518	0,6254	0,4997
ARNN-6	* 0,3373	**0,4924	**0,4468	**0,5953	**0,4980
ARNN-7	0,2975	0,4746	0,4383	0,6120	0,5118
ANFIS	0,2869	0,5121	0,4564	0,6403	0,5197
Neuro-difuso	0,2789	0,5189	0,4569	0,6236	0,5038
Modelo Hyfis	0,2364	0,5424	0,4746	0,6362	0,5182

\* R2 más alto obtenido; \*\* menor valor del estadístico por columna

Fuente: elaboración propia.

### 3.2.2 Modelo lineal considerando únicamente variables significativas (LM-2)

Este modelo solo considera las variables significativas del modelo anterior, las cuales son: NASDAQ, S&P500 y WTI. Del modelo LM-1 se hizo una eliminación backward, en la que se fueron eliminando las variables no significativas, una por una, hasta que el modelo solo contuvo variables significativas. Como resultado se eliminó la variable TRM1 y el intercepto del modelo de regresión y se conservaron las variables S&P500, NASDAQ y WTI. La especificación del modelo y los valores de los parámetros y sus estadísticos son presentados en la Tabla 4.

Tabla 4. Resumen estadísticos calculados para los parámetros del modelo LM-2

Modelo LM-2:

$$r_t = \beta_0 + \beta_1 \text{NASDAQ}_t + \beta_2 \text{S\&P500}_t + \beta_3 \text{WTI}_t + \xi_t$$

Coefficientes	Valor	Error estándar	Valor-t	Valor-p
$\beta_0$	0,0124	0,0224	0,551	0,5815
$\beta_1$	0,1293	0,0773	1,672	0,0948 .
$\beta_2$	0,3059	0,0844	3,623	0,0003 ***
$\beta_3$	0,0352	0,0130	2,647	0,0082 **

. Significativo al 0,1; \* significativo al 0,05; \*\* significativo al 0,01; \*\*\* significativo al 0,001

Fuente: elaboración propia.

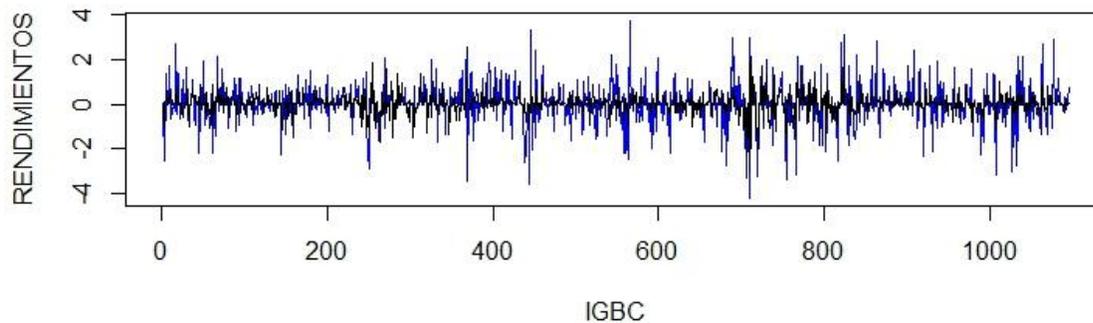
Los resultados de las pruebas estadísticas permiten concluir que:

- Los residuales no están correlacionados puesto que el estadístico de Durbin-Watson es muy cercano a 2.
- Los residuales son homocedásticos [BP=3,4905; valor-p = 0,322 , para una distribución  $\chi^2(3)$ ].
- Los residuales no siguen una distribución normal ya que  $W = 0,9331$  y el valor-p =  $2,2 \times 10^{-16}$ .

La Figura 10 muestra los rendimientos de la serie original (línea azul) y los rendimientos estimados por el modelo LM-2 (línea negra).

En la Tabla 3, se presentan los estadísticos de ajuste y pronóstico obtenidos para este modelo.

Figura 9. Rendimientos reales y pronosticados usando el modelo LM-2



Fuente: elaboración propia.

### 3.2.3 Modelo lineal con interacciones(LM-3)

En este modelo se investiga la posibilidad de relaciones no lineales entre las variables explicativas; para ello, se examina si las interacciones entre las variables explicativas son significativas. En la Tabla 5 se presentan los estadísticos calculados para el modelo LM-3.

Tabla 5. Resumen estadísticos calculados para los parámetros del modelo LM-3

Modelo LM-3:

$$\begin{aligned}
 r_t = & \beta_0 + \beta_1 \text{TRM}_t + \beta_2 \text{NASDAQ}_t + \beta_3 \text{S\&P500}_t + \beta_4 \text{TRM}_{t-1} + \beta_5 \text{WTI}_t \\
 & + \beta_6 \text{TRM}_t * \text{NASDAQ}_t + \beta_7 \text{TRM}_t * \text{S\&P500}_t + \beta_8 \text{TRM}_t \\
 & * \text{TRM}_{t-1} + \beta_9 \text{TRM}_t * \text{WTI}_t + \beta_{10} \text{NASDAQ}_t * \text{S\&P500}_t \\
 & + \beta_{11} \text{NASDAQ}_t * \text{TRM}_{t-1} + \beta_{12} \text{NASDAQ}_t * \text{WTI}_t + \beta_{13} \text{S\&P500}_t \\
 & * \text{TRM}_{t-1} + \beta_{14} \text{S\&P500}_t * \text{WTI}_t + \beta_{15} \text{TRM}_{t-1} * \text{WTI}_t + \xi_t
 \end{aligned}$$

Coefficientes	Valor	Error estándar	Valor-t	Valor-p
$\beta_0$	0,0345	0,0242	1,423	0,1550
$\beta_1$	0,0205	0,0486	0,422	0,6729
$\beta_2$	0,1362	0,0773	1,762	0,1034 .
$\beta_3$	0,2849	0,0848	3,360	0,0008 ***
$\beta_4$	-0,0038	0,0481	-0,079	0,9372
$\beta_5$	0,0302	0,0138	2,184	0,0292 *
$\beta_6$	-0,4351	0,1581	-2,752	0,0060 **
$\beta_7$	0,5157	0,1773	2,909	0,0037 **
$\beta_8$	-0,0642	0,0587	-1,093	0,2748
$\beta_9$	0,0491	0,0252	1,946	0,0519 .
$\beta_{10}$	-0,0096	0,0077	-1,244	0,2138
$\beta_{11}$	0,0994	0,1582	0,628	0,5300
$\beta_{12}$	-0,0941	0,0384	-2,452	0,0143 *
$\beta_{13}$	-0,0488	0,1649	-0,296	0,7671
$\beta_{14}$	0,0764	0,0431	1,773	0,0765
$\beta_{15}$	0,0184	0,0301	0,609	0,5427

. Significativo al 0,1; \* significativo al 0,05; \*\* significativo al 0,01; \*\*\* significativo al 0,001

Fuente: elaboración propia.

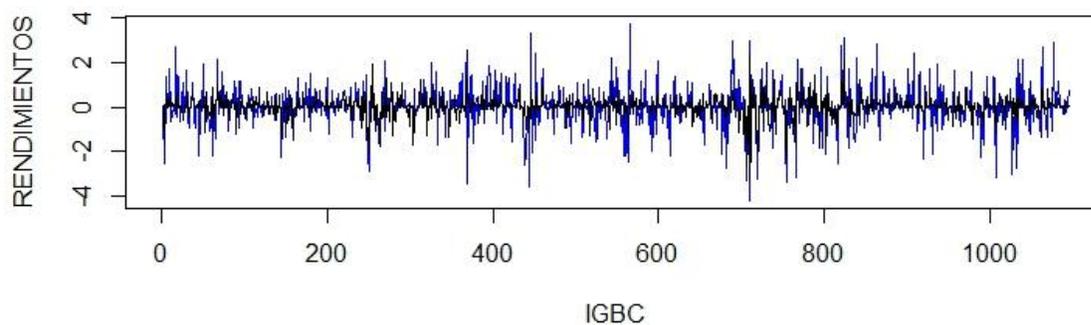
Los resultados de las pruebas estadísticas permiten concluir que:

- Los residuales no están correlacionados puesto que el estadístico de Durbin-Watson es muy cercano a 2.
- Los residuales son homocedásticos [BP=37,7354; valor-p = 0,0019 , para una distribución  $\chi^2(15)$ ].
- Los residuales no siguen una distribución normal ya que  $W = 0,9329$  y el valor-p =  $2,2 \times 10^{-16}$ .

La Figura 11 muestra los rendimientos de la serie original (línea azul) y los rendimientos estimados por el modelo LM-3 (línea negra).

En la Tabla 3, se presentan los estadísticos de ajuste calculados para las muestras de calibración y pronóstico. Se observa que al tomar las interacciones entre las variables el estadístico de ajuste MSE se reducen en un 3,2%, sobre el modelo de regresión LM-1.

Figura 10. Rendimientos reales y pronosticados usando el modelo LM-3



Fuente: elaboración propia.

### 3.2.4 Modelo lineal con interacciones considerando únicamente factores significativos (LM-4)

Este modelo se obtiene del modelo LM-3, usando la eliminación backward con el fin de que el modelo final solo conserve aquellas variables individuales e interacciones estadísticamente significativas. En la Tabla 6, se presenta el resumen los estadísticos calculados para los parámetros del modelo LM-4.

Tabla 6. Resumen estadísticos calculados para los parámetros del modelo LM-4

Modelo LM-4:

$$r_t = \beta_0 + \beta_1 \text{NASDAQ}_t + \beta_2 \text{S\&P500}_t + \beta_3 \text{WTI}_t + \beta_4 \text{NASDAQ}_t * \text{TRM}_t \\ + \beta_5 \text{S\&P500}_t * \text{TRM}_t + \beta_6 \text{WTI}_t * \text{TRM}_t \\ + \beta_7 \text{NASDAQ}_t * \text{WTI}_t + \beta_8 \text{S\&P500}_t * \text{WTI}_t + \xi_t \sigma_t$$

Coefficientes	Valor	Error estándar	Valor-t	Valor-p
$\beta_0$	0,0227	0,0226	1,004	0,3157
$\beta_1$	0,1368	0,0770	1,776	0,0760 .
$\beta_2$	0,2924	0,0841	3,475	0,0005 ***
$\beta_3$	0,0311	0,0134	2,324	0,0203 *
$\beta_4$	-0,4570	0,1460	-3,129	0,0018 **
$\beta_5$	0,5493	0,1638	3,353	0,0008 ***
$\beta_6$	0,0545	0,0240	2,266	0,0237 *
$\beta_7$	-0,0913	0,0376	-2,425	0,0154 .
$\beta_8$	-0,0758	0,0421	1,802	0,0718 .

. Significativo al 0,1; \* significativo al 0,05; \*\* significativo al 0,01; \*\*\* significativo al 0,001

Fuente: elaboración propia.

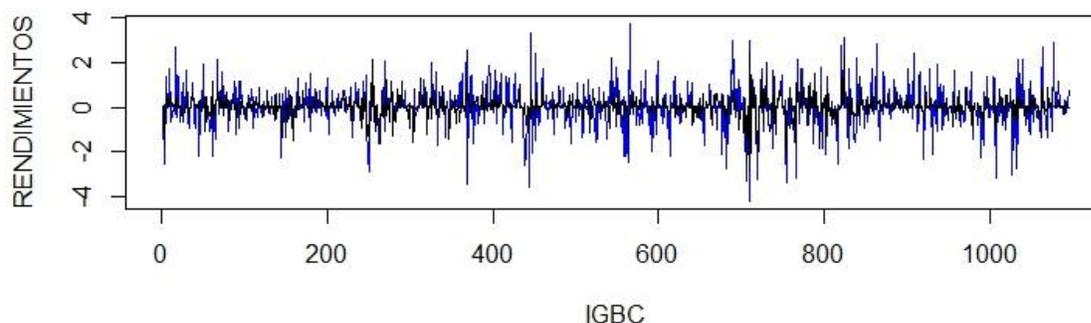
Los resultados de las pruebas estadísticas permiten concluir que:

- Los residuales no están correlacionados puesto que el estadístico de Durbin-Watson es muy cercano a 2.
- Los residuales son homocedásticos [BP=17,1892; valor-p = 0,0282 , para una distribución  $\chi^2(8)$ ].
- Los residuales no siguen una distribución normal ya que  $W = 0,9328$  y el valor-p =  $2,2 \times 10^{-16}$ .

La Figura 12 muestra los rendimientos de la serie original (línea azul) y los rendimientos estimados por el modelo LM-4 (línea negra).

En la Tabla 3, se presentan los estadísticos de ajuste calculados para las muestras de calibración y pronóstico. Se observa que el estadístico MSE para la muestra de calibración se reduce en un 2,9%, y el estadístico MAD se reduce un 0,78% comparado con el modelo LM-2.

Figura 11. Rendimientos reales y pronosticados usando el modelo LM-4.



Fuente: elaboración propia

### 3.2.5 Adaptive-network-based fuzzy inference system (ANFIS)

Se consideró un modelo ANFIS que usa como entradas las mismas variables explicativas del modelo LM-2. Para cada variable su dominio está dado por un tres, dos o un sólo conjunto borroso. Los consecuentes de las reglas tienen la misma estructura matemática del modelo LM-2. Los parámetros del modelo fueron calculados mediante optimización numérica usando un algoritmo de segundo orden. Los estadísticos de ajuste y pronóstico de los modelos considerados se muestran en la Tabla 7.

El modelo que entrega mejores resultados es el modelo ANFIS 2-2-2. Comparando los resultados de este modelo respecto al modelo de regresión lineal LM-4, se observa que se reducen los estadísticos de ajuste MSE en un 3% y MAD en un 3,4%, y los estadísticos de pronóstico MSE en un 0,4% y MAD en un 0,8%.

Tabla 7. Modelos ANFIS

Modelo	Entrenamiento		Pronóstico	
	MSE	MAD	MSE	MAD
ANFIS 2-1-1	0,53905	0,46972	0,66376	0,52067
ANFIS 1-2-1	0,53758	0,46829	0,61519	0,50806
ANFIS 1-1-2	0,53717	0,46809	0,61761	0,50818
ANFIS 2-2-1	0,53637	0,46724	0,64695	0,51714
ANFIS 2-1-2	0,55698	0,47897	*0,61199	0,51305
ANFIS 1-2-2	0,54208	0,47353	0,62125	0,50922
ANFIS 2-2-2	*0,51210	*0,45640	0,64030	0,51970
ANFIS 3-2-2	0,51421	0,46798	0,61556	0,51317
ANFIS 2-3-2	0,52827	0,46609	0,62463	0,50375
ANFIS 2-2-3	0,52670	0,47406	0,62609	0,51975
ANFIS 3-3-2	0,53498	0,47361	0,63005	0,51335
ANFIS 3-2-3	0,55879	0,47643	0,62607	0,51068
ANFIS 2-3-3	0,53466	0,47399	0,64109	0,51233
ANFIS 3-3-3	0,52298	0,46275	0,61975	*0,49538

La notación x-y-z indica la cantidad de conjuntos borrosos por cada variable;

\* menor valor del estadístico por columna

### 3.2.6 Modelo neuro-difuso propuesto por Bekiros (2010)

Al igual que para ANFIS, este modelo neuro-difuso usa como entradas las mismas variables explicativas del modelo LM-2. Para cada variable su dominio esta dado por un tres, dos o un sólo conjunto borroso. Los consecuentes de las reglas tienen la misma estructura matemática del modelo LM-2. Los parámetros del modelo fueron calculados mediante optimización numérica usando un algoritmo de segundo orden.

Los estadísticos calculados para las muestras de calibración y pronóstico se reportan en la Tabla 8. Se observa que el modelo que presenta mejores resultados es el modelo Neuro-difuso 2-2-2; además este modelo presenta una reducción del 1,7% para la muestra de ajuste y del 3,3% para la muestra de pronóstico, respecto al modelo de regresión LM -4. En comparación con ANFIS, este modelo tiene mejor capacidad predictiva (menor MSE), pero tiene un MSE ligeramente superior para la muestra de calibración.

Tabla 8. Modelos neuro-difusos propuestos por Bekiros (2010)

Modelo	Entrenamiento		Pronóstico	
	MSE	MAD	MSE	MAD
Neuro-difuso 2-1-1	0,58750	0,49035	0,68912	0,53844
Neuro-difuso 1-2-1	0,69213	0,50700	0,86987	0,55625
Neuro-difuso 1-1-2	0,54320	0,47283	0,62543	0,50899
Neuro-difuso 2-2-1	0,53520	0,47000	0,64171	0,52010
Neuro-difuso 2-1-2	0,54004	0,47358	0,61800	0,50997
Neuro-difuso 1-2-2	0,53322	0,47279	0,62566	0,51386
Neuro-difuso 2-2-2	*0,51898	*0,45689	0,62357	*0,50383
Neuro-difuso 3-2-2	0,51693	0,51872	0,62812	0,59002
Neuro-difuso 2-3-2	0,53230	0,47021	0,62435	0,51605
Neuro-difuso 2-2-3	0,52533	0,47937	0,63631	0,52350
Neuro-difuso 3-3-2	0,53155	0,46668	0,63455	0,51971
Neuro-difuso 3-2-3	0,53620	0,47133	*0,61136	0,50675
Neuro-difuso 2-3-3	0,54690	0,48262	0,61201	0,51256
Neuro-difuso 3-3-3	0,55163	0,46785	0,62585	0,50864

La notación x-y-z indica la cantidad de conjuntos borrosos por cada variable;

\* menor valor del estadístico por columna

### 3.2.7 Hybrid neural Fuzzy System (Hyfis)

Se usaron las mismas variables de entrada que para los modelos neuro-difusos anteriores, se dividió el dominio de cada variable en dos y tres conjuntos borrosos, y se consideraron las combinaciones entre estos. Seguidamente, los parámetros fueron calculados un algoritmo de optimización de segundo orden.

En la Tabla 9 se presentan los estadísticos calculados para las muestras de ajuste y pronóstico. Se observa que el modelo que presenta mejores resultados es el modelo Hyfis 3-3-2. Comparando este modelo con el modelo de regresión LM-4, se observa que HyFIS no reduce los estadísticos para la muestra de calibración, pero, para la muestra de pronóstico presenta una reducción del 1% en el MSE y el MAD disminuye en un 1,1%.

Tabla 9. Modelos Hyfis

Modelo	Entrenamiento		Pronóstico	
	MSE	MAD	MSE	MAD
Hyfis 2-2-2	0,55197	0,48895	*0,61669	*0,50751
Hyfis 3-2-2	0,67231	0,50563	0,85162	0,56959
Hyfis 2-3-2	0,65964	0,49772	0,85797	0,56433
Hyfis 2-2-3	0,62644	0,48978	0,84916	0,57252
Hyfis 3-3-2	*0,54243	*0,47464	0,63617	0,51822
Hyfis 3-2-3	0,54455	0,47884	0,62739	0,51822
Hyfis 2-3-3	0,54536	0,47895	0,62912	0,51732
Hyfis 3-3-3	0,55002	0,48204	0,62881	0,52482

La notación x-y-z indica la cantidad de conjuntos borrosos por cada variable;

\* menor valor del estadístico por columna

### 3.2.8 Red neuronal autorregresiva

Se consideraron los siguientes modelos de redes neuronales artificiales: los modelos del primer grupo, notados como ARNN-1, ARNN-2 y ARNN-3, usan las mismas variables explicativas del modelo LM-1 y tienen 1, 2 y 3 neuronas en la capa oculta respectivamente.

Los modelos del segundo grupo, notados como ARNN-4, ARNN-5, ARNN-6, y ARNN-7, usan las mismas variables explicativas del modelo lineal con interacciones (LM-4) y tienen 1, 2, 3 y 4 neuronas en la capa oculta respectivamente. Nótese que para los modelos del segundo grupo, y a diferencia de la mayoría de casos presentados en la literatura, las entradas de la red neuronal están conformadas tanto por cada una de las variables explicativas consideradas como también por las interacciones entre ellas.

Para obtener los parámetros óptimos de cada modelo se optimizó cada red neuronal 50 veces mediante un algoritmo de gradiente de segundo orden partiendo de pesos iniciales aleatorios en el intervalo  $[-1,+1]$  y se seleccionó el modelo ARNN con mejores estadísticos de ajuste a la muestra de calibración de parámetros.

Para cada una de las configuraciones consideradas para la red ARNN se estimaron los estadísticos de ajuste y pronóstico, los cuales son reportados en la Tabla 3. De los siete modelos de redes neuronales, el que presenta un mejor desempeño es el modelo ARNN-6, el cual reduce los estadísticos MSE de ajuste y pronóstico en un 6,7% y 7,4% respectivamente, sobre el modelo de regresión LM-4. El modelo de inferencia difusa que presenta mejores resultados comparativamente con el modelo ARNN-6 es el modelo neuro-difuso propuesto por Bekiros, se observa que el ARNN-6 reduce el error en un 5,4% para la muestra de ajuste y del 4,8% para la muestra de

pronóstico. Por lo tanto, el modelo ARNN-6 presenta los mejores resultados de los estadísticos de ajuste y pronóstico y el mejor coeficiente de determinación ajustado  $R^2$ .

### 3.3 Conclusiones

De este análisis se concluye que:

- El valor esperado de los rendimientos es explicado por las siguientes variables: TRM, S&P500, NASDAQ y WTI.
- La influencia de las variables explicativas consideradas sobre los rendimientos del índice son no lineales.
- Hay una mejora del 9,47% en ajuste y 3,78% en predicción del modelo LM-1 al modelo de redes neuronales ARNN-6.

## 4. Conclusiones y discusión

El pronóstico de la tendencia, precio y rendimiento de un índice bursátil o de las acciones del mercado de valores es un tema de gran importancia, sin embargo, resulta difícil realizar pronósticos confiables debido a la complejidad del mercado de valores. No obstante, muchos trabajos han desarrollado técnicas de predicción que logran explicar el comportamiento del mercado y pronosticar el índice bursátil o precio de la acción, centrandose en mercados internacionales, pero economías más pequeñas carecen de estos modelos. Es por esto, que este trabajo se enfoca en la evaluación de los métodos de inferencia borrosa y los modelos lineales tradicionales aplicados al IGBC.

La primera parte de este trabajo muestra la revisión sistemática de literatura, en la cual se determina un vacío de investigación en el tema de técnicas de predicción del mercado de valores Colombiano, ya que las evidencias encontradas reportan investigaciones en las que se estudia la volatilidad, pero no se reportan estudios que se enfoquen en el pronóstico del índice mediante técnicas de softcomputing, que es a su vez, la metodología seleccionada por muchos trabajos ya que entrega mejores pronósticos que los modelos lineales.

Este trabajo se utilizaron diferentes métodos de pronóstico, tanto lineales como de inferencia borrosa, para determinar cual modelo entrega mejores resultados; para este fin se plantearon las preguntas de investigación y los objetivos general y específicos.

### 4.1 Solución a las preguntas de investigación

#### 4.1.1 P1: ¿Es posible realizar un pronóstico del IGBC usando información de otros índices?

Si es posible realizar un pronóstico del IGBC usando información de otros índices, ya que como se evidencia a lo largo de este trabajo, los modelos que incluyen variables de mercado que repercuten sobre el índice entregan mejores resultados de pronóstico, que los modelos que no consideran la inclusión de estas variables.

### **4.1.2 P2: ¿La relación entre el IGBC y los índices es lineal?**

No. Según los resultados obtenidos, se puede concluir que la relación no es lineal entre el IGBC y las variables explicativas, ya que se obtuvieron mejores resultados con el modelo de redes neuronales ARNN-6, las cuales capturan tanto la parte lineal como no lineal.

### **4.1.3 P3: Si relación es lineal, ¿Cuáles modelos podrían ser más adecuados para el pronóstico?**

Se encontró que la relación no es lineal ni en parámetros ni en variables. Se recomiendan los modelos de redes neuronales, ya que entregan mejores resultados y son más precisos, que los modelos de inferencia difusa y los modelos lineales.

## **4.2 Objetivos**

### **4.2.1 Objetivo general**

El objetivo general de este trabajo es el siguiente:

*Determinar si los métodos de inferencia borrosa son más precisos que los modelos lineales tradicionales, HYFIS y las redes neuronales de propagación hacia adelante para el pronóstico de los rendimientos del Índice General de la Bolsa de Colombia.*

Tal como es presentado en las Sección 3.2.8. El modelo de pronóstico que entrega mejores resultados es el modelo basado en redes neuronales (ARNN-6), mostrando así que redes neuronales tienen un mejor desempeño que los modelos lineales convencionales y los sistemas de inferencia borrosa.

### **4.2.2 Objetivo específico 1**

*Pronosticar los rendimientos mensuales usando los métodos de inferencia borrosa propuestos por: Bekiros (2010).*

El sistema adaptativo neuro-difuso propuesto por Bekiros, S.D (2010) se encuentra descrito en la Sección 2.2.4, en la cual se expone la construcción del modelo y metodología del mismo. La aplicación de este modelo al caso del mercado de valores Colombiano se encuentra en la Sección 3.2.6, los resultados obtenidos se presentan en la Tabla 8.

### 4.2.3 Objetivo específico 2

*Pronosticar los rendimientos usando HYFIS.*

El modelo de pronóstico mediante Hyfis, se encuentra descrito en la Sección 2.2.5, en la cual se expone la arquitectura del modelo y metodología del mismo. La aplicación de este modelo al caso del mercado de valores Colombiano se encuentra en la Sección 3.2.7. Los resultados obtenidos con este modelo se muestran en la Tabla 9.

### 4.2.4 Objetivo específico 3

*Pronosticar los rendimientos usando modelos lineales.*

Los modelos de regresión lineal se encuentran en las Secciones 3.2.1,3.2.2,3.2.3 y 3.2.4. En total, se realizaron cuatro modelos de regresión lineal, de los cuales, el modelo que entrega mejores resultados es el modelo LM-3, el cual considera las iteraciones entre las variables explicativas. Los resultados de los cuatro modelos lineales se presentan en la Tabla 3.

### 4.2.5 Objetivo específico 4

*Pronosticar los rendimientos usando redes neuronales artificiales tipo perceptrón multicapa.*

Los modelos de pronóstico usando redes neuronales se encuentran en la Sección 3.2.8. En total, se obtuvieron siete modelos mediante redes neuronales, en los cuales se toma como entrada las mismas variables explicativas de los modelos de regresión LM-2 y LM-4, y para la primera configuración 1,2,3 neuronas en la capa oculta, para la segunda configuración se tomaron 1,2,3 y 4 neuronas en la capa oculta . El modelo más preciso es el modelo ARNN-6 que toma la componente lineal del modelo de regresión 4 y tiene 3 neuronas en la capa oculta. Los resultados de los siete modelos de redes neuronales se presentados en la Tabla 3.

### 4.2.6 Objetivo específico 5

*Comparar las predicciones anteriores usando criterios estadísticos con el fin de determinar cuáles son las aproximaciones más precisas.*

Para cada modelo de pronóstico se calcularon los errores (MAD y MSE), tanto para el ajuste como para el pronóstico y el coeficiente de determinación ajustado R<sup>2</sup>. Los resultados de estos estimadores se encuentran en la Tabla 3. De estos resultados se concluye que el modelo basado en redes neuronales ARNN-6 es más preciso que los modelos lineales y los métodos basados en inferencia borrosa.



## Bibliografía

- [1] K. V. Sujatha y S. M. Sundaram, "Stock index prediction using regression and neural network models under non normal conditions", in International Conference on "Emerging Trends in Robotics and Communication Technologies", INTERACT-2010, pp. 59-63, 2010.
- [2] R. Vashisth y A. Chandra, "Predicting stock returns in Nifty index: An application of artificial neural network", *International Research Journal of Finance and Economics*, vol. 49, pp. 15-24, 2010.
- [3] Q. Wen, Z. Yang, Y. Song y P. Jia, "Automatic stock decision support system based on box theory and SVM algorithm", *Expert Systems with Applications*, vol. 37, no. 2, pp. 1015-1022, 2010.
- [4] E. Hadavandi, H. Shavandi y A. Ghanbari, "Integration of genetic fuzzy systems and artificial neural networks for stock price forecasting", *Knowledge-Based Systems*, vol. 23, pp. 800-808, 2010.
- [5] L. Wang y Q. Wang, "Stock Market Prediction Using Artificial Neural Networks Based on HLP", International Conference on Intelligent Human-Machine Systems and Cybernetics (IHMSC), pp. 116-119, 2011.

- [6] I. Moosa y L. Li, "Technical and Fundamental Trading in the Chinese Stock Market: Evidence Based on Time-Series and Panel Data", *Emerging Markets Finance and Trade*, vol. 47, no. 1, pp. 23-31, 2011.
- [7] Y. Kara, M. AcarBoyacioglu y O. K. Baykan, "Predicting direction of stock price index movement using artificial neural networks and support vector machines: The sample of the Istanbul Stock Exchange", *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 5, pp. 5311-5319, 2011.
- [8] J.-Z. Wang, J.-J. Wang, Z.-G. Zhang y S.-P. Guo, "Forecasting stock indices with back propagation neural network", *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 11, pp. 14346-4355, 2011.
- [9] E. Guresen, G. Kayakutlu y T. U. Daim, "Using artificial neural network models in stock market index prediction", *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 8, pp. 10389-10397, 2011.
- [10] G. S. Atsalakis y K. P. Valavanis, "Surveying Stock Market Forecasting Techniques - Part I: Conventional Methods", *Journal of Computational Optimization in Economics and Finance*, vol. 2, no. 1, pp. 45-92, 2010.
- [11] G. S. Atsalakis y K. P. Valavanis, "Surveying stock market forecasting techniques – Part II: Soft computing methods", *Expert Systems with Applications*, vol. 36, no. 3, pp. 5932-5941, 2009.
- [12] D.M. Rivera, "Modelación del efecto del día de la semana para los índices accionarios de Colombia mediante un modelo STARGARCH", *Revista de Economía del Rosario*, vol. 12, no. 1, pp. 1-24, 2009.

- [13] E.D. Cruz, J. H. Restrepo y P. Medina. “Pronóstico del Índice General de la Bolsa de Valores de Colombia usando redes neuronales”, *Scientia et Technica*, vol. 15, no. 41, pp. 129-134,2009.
- [14] H. Fernández,“EGARCH: un modelo asimétrico para estimar la volatilidad de series financieras”, *Revista Ingenierías Universidad de Medellín*, vol. 9, no. 16, pp. 49-60,2010.
- [15] J.C. Alonso y J.C. García,“¿Qué tan buenos son los patrones del IGBC para predecir su comportamiento?: una aplicación con datos de alta frecuencia“, *Estudios Gerenciales*, vol. 25, no. 112, pp.13-36, 2009.
- [16] B. Kitchenham, “Procedures for Performing Systematic Reviews”, Joint Technical Report, Computer Science Department, Keele University (TR/SE-0401) and National ICT Australia Ltd. ( 0400011T.1), 2004.
- [17] T. Yu y K. Huarng,“A bivariate fuzzy time series model to forecast the TAIEX”, *Expert Systems with Applications*, vol. 34, no. 4, pp. 2945-2952, 2008.
- [18] L. Abdullah y C. Y. Ling,“A fuzzy time series model for Kuala Lumpur Composite Index forecasting”, 4th International Conference on Modeling, Simulation and Applied Optimization (ICMSAO), pp. 1-5, 2011.
- [19] W. Qiu, X. Liu y H. Li. “A generalized method for forecasting based on fuzzy time series”, *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 8, pp. 10446-10453, 2011.
- [20] E. Bai, W. K. Wong, W. C. Chu, M. Xia y F. Pan.“A heuristic time-invariant model for fuzzy time series forecasting”, *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 3, pp. 2701-2707, 2011.
- [21] T. H.-K. Yu y K.-H. Huarng. “A neural network-based fuzzy time series model to improve forecasting”, *Expert Systems with Applications*, vol. 37, no. 4, pp. 3366-3372, 2010.

- [22] S.-H. Lee y J. S. Lim. “Forecasting KOSPI based on a neural network with weighted fuzzy membership functions”, *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 4, pp. 4259-4263, 2011.
- [23] I.-H.Kuo, S.-J.Horng, Y.-H.Chen, R.-S. Run, T.-W.Kao, R.-J.Chen, J.-L. Lai y T.-L. Lin, “Forecasting TAIEX based on fuzzy time series and particle swarm optimization”, *Expert Systems with Applications*, vol. 37, no. 2, pp. 1494-1502, 2010.
- [24] H.-H. Chu, T.-L.Chen, C.-H. Cheng y C.-C. Huang, “Fuzzy dual-factor time-series for stock index forecasting”, *Expert Systems with Applications*, vol. 36, no. 1, pp. 165-171, 2009.
- [25] H. Hwang y J. Oh, “Fuzzy models for predicting time series stock price index”, *International Journal of Control, Automation and Systems*, vol. 8, no. 3, pp. 702-706, 2010.
- [26] H. J. Teoh, C.-H.Cheng, H.-H.Chu y J.-S.Chen, “Fuzzy time series model based on probabilistic approach and rough set rule induction for empirical research in stock markets”, *Data & Knowledge Engineering*, vol. 67, no. 1, pp. 103-117, 2008.
- [27] C. Cheng, T. Chen, H. Teoh y C. Chiang, “Fuzzy time-series based on adaptive expectation model for TAIEX forecasting”, *Expert Systems with Applications*, vol. 34, no. 2, pp. 1126-1132, 2008.
- [28] S.-M. Chen y C.-D. Chen, “Handling forecasting problems based on high-order fuzzy logical relationships”, *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 4, pp. 3857-3864, 2011.
- [29] C. H. Cheng, J. W. Liu y T. H. Lin, “Multi-Factor Fuzzy Time Series Model Based on Stock Volatility for Forecasting Taiwan Stock Index”, *Advanced Materials Research*, vols. 211-212, pp. 1119-1123, 2011.
- [30] S.-M. Chen y K. Tanuwijaya, “Multivariate fuzzy forecasting based on fuzzy time series and automatic clustering techniques”, *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 8, pp. 10594-10605, 2011.

- [31] S.-M. Chen y C.-D. Chen, "TAIEX Forecasting Based on Fuzzy Time Series and Fuzzy Variation Groups", *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 19, no. 1, pp. 1-12, 2011.
- [32] J.-R. Chang, L.-Y. Wei y C.-H. Cheng, "A hybrid ANFIS model based on AR and volatility for TAIEX forecasting", *Applied Soft Computing*, vol. 11, no. 1, pp. 1388-1395, 2011.
- [33] L.-Y. Wei, T.-L. Chen y T.-H. Ho. "A hybrid model based on adaptive-network-based fuzzy inference system to forecast Taiwan stock market", *Expert Systems with Applications*, vol. 38, no. 11, 2011.
- [34] B. B. Nair, N. M. Dharini y V. P. Mohandas. "A Stock Market Trend Prediction System Using a Hybrid Decision Tree-Neuro-Fuzzy System", International Conference on Advances in Recent Technologies in Communication and Computing (ARTCom), pp. 381-385, 2010.
- [35] M. A. Boyacioglu y D. Avci. "An Adaptive Network-Based Fuzzy Inference System (ANFIS) for the prediction of stock market return: The case of the Istanbul Stock Exchange", *Expert Systems with Applications*, vol. 37, no. 12, pp. 7908-7912, 2010.
- [36] A. Esfahanipour y P. Mardani. "An ANFIS model for stock price prediction: The case of Tehran stock exchange", International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications (INISTA), pp. 44-49, 2011.
- [37] G. S. Atsalakis y K. P. Valavanis. "Forecasting stock market short-term trends using a neuro-fuzzy based methodology", *Expert Systems with Applications*, vol. 36, no. 7, pp. 10696-10707, 2009.
- [38] S. D. Bekiros, "Fuzzy adaptive decision-making for boundedly rational traders in speculative stock markets", *European Journal of Operational Research*, vol. 202, no. 1, pp. 285-293, 2010.
- [39] T. Ansari, M. Kumar, A. Shukla, J. Dhar y R. Tiwari, "Sequential combination of statistics, econometrics and Adaptive Neural-Fuzzy Interface for stock market prediction", *Expert Systems with Applications*, vol. 37, no. 7, pp. 5116-5125, 2010.

- [40] S. D. Bekiros, "Sign Prediction and Volatility Dynamics With Hybrid Neurofuzzy Approaches", *IEEE Transactions on Neural Networks*, vol. 22, no. 12, pp. 2353-2362, 2011.
- [41] A. Parisi, J. Rebolledo y E. Cornejo, "Modelos de lógica y lógica borrosa en la predicción del IPSA", *Revista de Estudios de Administración*, vol. 13, no. 1, pp. 37-66, 2006.
- [42] H. S. Hippert, C. E. Pedreira, y R. C. Souza, «Neural networks for short-term load forecasting: a review and evaluation», *Power Systems, IEEE Transactions on*, vol. 16, no. 1, pp. 44 –55, feb. 2001.
- [43] Velásquez J.D, Zambrano C Veléz L, «ARRN: un paquete para la predicción de series de tiempo usando redes neuronales autorregresivas», *Avances en sistemas e informática*, vol. 8, no 2, 2011.
- [44] Velásquez J.D, «Pronóstico de la serie de Mackey-Glass Usando modelos de regresión no lineal», *Dyna revista facultad de minas*, vol. 7, no 142, pp. 85-95, jul. 2004.
- [45] R. Mikut, J. Jäkel, and L. Gröll, «Interpretability issues in data-based learning of fuzzy systems», *Fuzzy Sets Syst.*, vol. 150, no. 2, pp. 179–197, Mar. 2005.
- [46] J. Kim y N. Kasabov, «HyFIS: adaptive neuro-fuzzy inference systems and their application to nonlinear dynamical systems», *Neural Networks*, vol. 12, n° 9, pp. 1301–1319, nov. 1999.
- [47] Toro E.M y Molina A, «Pronóstico de la de la bolsa de valores empleando técnicas inteligentes», *revista tecnura*, vol. 9, no 18, pp. 57-66, 2006.
- [48] H. White, "An additional hidden unit test for neglected nonlinearity in multilayer feedforward networks", in *Proceedings of the International Joint Conference on Neural Networks*, vol 2, pp. 451-455. Washington, DC, IEEE Press, NY., 1989,
- [49] T.-H. Lee, H. White and C.W.J. Granger, "Testing for neglected nonlinearity in time series models", *Journal of Econometrics*, vol. 56, pp. 269-290, 1993.

- 
- [50] T. Teräsvirta, C.-F. Lin, and C.W.J. Granger, "Power of the neural network linearity test", *Journal of Time Series Analysis*, vol. 14, pp. 209-220, 1993.
- [51] Jang, J.-S.R., "ANFIS: adaptive-network-based fuzzy inference system," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol.23, no.3, pp.665-685, May/Jun 1993
- [52] Velásquez J.D, Zambrano C, Veléz L, «ARNN: Un paquete para la predicción de series de tiempo usando redes neuronales autorregresivas», *Revista Avances en Sistemas e Informática*, vol. 8, no 2, Jul. 2011.