



Determination of the topological charge of a Bessel-Gauss beam using the diffraction pattern through of an equilateral aperture

Cristian Hernando Acevedo ^a, Carlos Fernando Díaz ^b & Yezid Torres-Moreno ^c

^a Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia. crstncvd8@gmail.com

^b Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia. trusk101@yahoo.es

^c Escuela de Física, Grupo de Óptica y Tratamiento de Señales, Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia. ytorres@uis.edu.co

Received: June 10th, 2014. Received in revised form: August 20th, 2014. Accepted: September 3rd, 2014.

Abstract

The topological charge TC of an electromagnetic wave is related with their wavefront spatial distribution. Electromagnetic waves with factor azimuthal $\exp(i\ell\theta)$ in its phase, have TC integer ($\ell=m$) or non-integer ($\ell=M$). These electromagnetic waves with a well-defined of TC can be produced in the visible regime by computer generated holographic masks with fork shaped. In this paper, we study the formed triangle lattice distribution in the intensity Fraunhofer regime using numerical simulations of the Bessel-Gauss beams with integer and non-integer TC. The beam is diffracted by equilateral triangular aperture to measure both their sign and magnitude. In addition, we showed the experimental results of the intensity in far field regime product of diffraction of Bessel-Gauss beams with integer and non-integer TC by the equilateral triangular aperture. Partial and qualitative explanations have been proposed for the diffraction of electromagnetic beams with topological charge. This paper presents a complete analysis for qualitative and quantitative explanation of diffraction of a beam with topological charge by a triangular aperture. The results of such diffraction are obtained by numerical simulation or experimentally.

Keywords: Bessel-Gauss beam, Topological charge of the light (TC), integer TC, non-integer TC, Triangular aperture.

Determinación de la carga topológica de un haz Bessel-Gauss mediante el patrón de difracción a través de una abertura triangular equilátera

Resumen

La carga topológica de una onda electromagnética CT, está relacionada con su distribución espacial en el frente de onda. Ondas electromagnéticas con un factor acimutal $\exp(i\ell\theta)$ en su fase, tienen CT entera ($\ell=m$) o no entera ($\ell=M$). Estas ondas electromagnéticas con un valor definido de carga topológica pueden ser producidas en el régimen visible utilizando máscaras tenedor holográficas generadas por computador. En este artículo se estudia mediante simulaciones numéricas la red triangular formada en el régimen de intensidad de Fraunhofer de haces Bessel-Gauss con CT entera y no entera que han difractado sobre una rendija en forma triangular para determinar su signo y su magnitud. También se presentan los resultados experimentales de la intensidad en campo lejano obtenidos al difractar una onda luminosa Bessel-Gauss con CT entera y no entera a través de una rendija triangular equilátera. Argumentos cualitativos parciales han sido expuestos para explicar el fenómeno de difracción de estos haces con carga topológica. Aquí se presentan argumentos cualitativos y cuantitativos que permiten explicar todos los resultados de la difracción por una abertura triangular de haces con carga topológica obtenidos ya sea por simulación numérica o mediante su realización experimental.

Palabras clave: Haz Bessel-Gauss, Carga topológica (CT) entera y no entera de la luz, Abertura triangular.

1. Introducción

En 1992 Allen et al [1] y posteriormente Berry [2] en 2004, demostraron que haces ópticos con estructura de fase

$\exp(im'\theta)$ poseen un momento angular orbital MAO, entero y no entero, respectivamente. Donde m' es la carga topológica del haz CT, que puede tomar valores enteros m o no enteros M . Estos haces con carga topológica entera y no entera proveen nuevas herramientas en los campos de

manipulación de la luz [3-6], comunicaciones en el espacio libre [7-9], procesamiento de imágenes [10,11], entre otras [12,13,25]. Debido a la alta aplicabilidad de estos haces con momento angular orbital, su caracterización implica la detección de la CT contenida en la estructura de fase de su campo óptico. Generalmente para la determinación de la CT son usadas técnicas interferométricas [14,15], sin embargo es posible encontrar la CT transportada por un haz, de una manera sencilla, a partir de su patrón de difracción a través de una abertura triangular anular [16-17].

Simulaciones numéricas y resultados experimentales de la intensidad en el régimen de Fraunhofer de una onda electromagnética visible con carga topológica entera m a través de una abertura triangular equilátera, son presentadas a continuación. Para haces con carga topológica no entera M se muestra su origen y evolución entre los valores de CT: 0-1 y 1-2, mediante su modelo de difracción numérico y experimental en campo lejano. Es bien conocido que el patrón de difracción de un campo electromagnético por una abertura triangular es el resultado de la interferencia entre las ondas provenientes de los bordes [18]. Hasta ahora sólo ha podido explicarse claramente la rotación que sufre el patrón triangular al difractar el haz con MAO en particular el desplazamiento lateral de cada uno de los bordes de la abertura difractante, así como la influencia del signo del modo MAO en el patrón de difracción [16]. En este artículo adicionalmente se expone con todo el detalle no sólo la manera como se determinó el valor de la carga topológica y su signo, sino su explicación fenomenológica.

2. Formulación teórica

Consideramos un haz Bessel-Gauss con carga topológica m como haz incidente, la amplitud de campo del haz incidente antes y en el plano de una abertura triangular equilátera (es decir en $z = z_0$) puede ser escrito [19] como:

$$U(\rho, \theta, z_0) = c_0 e^{-\frac{\rho^2}{2w^2(z_0)}} e^{im\theta} \rho \left[I_{\left(\frac{m-1}{2}\right)} \left(\frac{\rho^2}{2w^2(z_0)} \right) - I_{\left(\frac{m+1}{2}\right)} \left(\frac{\rho^2}{2w^2(z_0)} \right) \right], \tag{1}$$

Con

$$c_0 = t \sqrt{\pi} / 2w_0 e^{i\frac{z_0}{z_r}} e^{i\frac{3\pi}{2}m} e^{+ikz_0}, \tag{2}$$

una constante compleja, además $w(z_0)$ es el radio del haz a la altura del plano de la abertura, $R(z) = z \left[1 + \left(\frac{z_r}{z} \right)^2 \right]^{1/2}$, $z_r = \frac{kw_0^2}{2}$ es el rango de Rayleigh, k es número de onda del haz monocromático e $I_{\left(m \pm 1/2\right)}$, son las funciones modificadas de Bessel [20]. Sustituyendo la anterior ecuación y la función de transmitancia de la abertura triangular equilátera en la integral de difracción de Fraunhofer [23] tendremos que la amplitud de campo difractado es:

$$U(r, \varphi, z) = \frac{e^{-ik(z-z_0)}}{i\lambda(z-z_0)} e^{i\frac{k}{2(z-z_0)}r^2} \left[(-i)^m e^{im\varphi} H_n \{ U_\rho(\rho) \} \right]_{r \rightarrow r/\lambda(z-z_0), \theta \rightarrow \varphi} \tag{3}$$

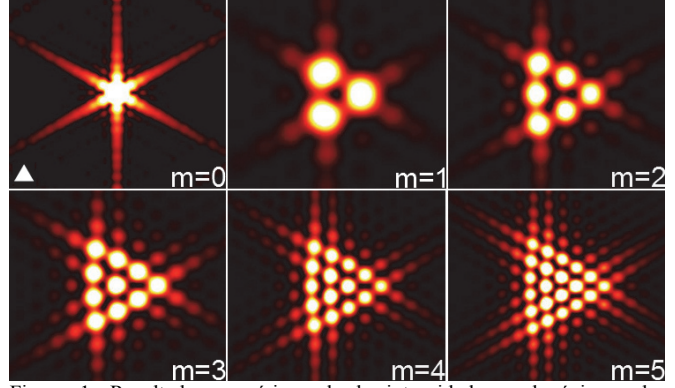


Figura 1. Resultados numéricos de la intensidad en el régimen de Fraunhofer de una onda electromagnética Bessel-Gauss con carga topológica entera positiva desde $m=0$ hasta $m=5$ difractada a través de una abertura triangular equilátera, insertada en la parte superior izquierda. Fuente: Los autores.

Donde $H_n\{\}$ es la transformada de Hankel de orden n :

$$H_n \{ U_\rho(\rho) \} = 2\pi c_0 \int \rho^2 e^{-\frac{\rho^2}{2w^2(z_0)}} \left[I_{\left(\frac{m-1}{2}\right)} \left(\frac{\rho^2}{2w^2(z_0)} \right) - I_{\left(\frac{m+1}{2}\right)} \left(\frac{\rho^2}{2w^2(z_0)} \right) \right] J_m(2\pi r \rho) d\rho. \tag{4}$$

La anterior integral puede ser resuelta numéricamente asumiendo que la función de transmitancia de la abertura triangular equilátera es igual a la unidad para los puntos interiores y cero para los puntos exteriores a ella. La orientación de la abertura triangular utilizada en los cálculos numéricos es mostrada en la parte superior izquierda de la Fig. 1. En esta misma figura se muestran los patrones de difracción del haz Bessel-Gauss con valores de carga topológica entera positiva $m=1, 2, 3, 4$ y 5 , obtenidos al difractar, por simulación numérica, sobre la abertura triangular equilátera.

Así en la Fig. 1 se aprecia que el aumento en la CT implica un incremento del número de regiones o manchas brillantes en el triángulo resultante. El número de manchas brillantes a lo largo de un lado del triángulo resultante

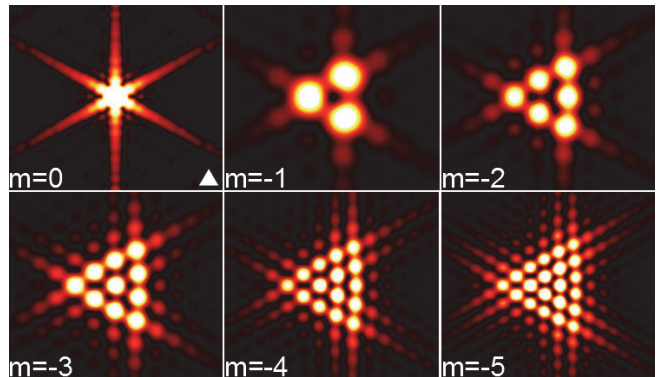


Figura 2. Resultados numéricos de la intensidad en el régimen de Fraunhofer de una onda electromagnética Bessel-Gauss con valores de carga topológica entera negativa $m=0,-1,-2,-3,-4$ y $m=-5$ difractada a través de una abertura triangular equilátera, insertada en la parte superior izquierda. Fuente: Los autores.

menos uno representa la CT del haz difractado en la abertura triangular. También puede notarse como el número total de manchas brillantes en el triángulo resultante puede ser escrito en función de la CT como $(|m| + 1)(|m| + 2)/2$ [18]. Si los valores de CT del haz Bessel-Gauss son cambiados a enteros negativos: $m=-1,-2,-3,-4$ y -5 , entonces el patrón de intensidad del campo difractado en la abertura triangular equilátera tiene la misma forma que el patrón de intensidad obtenido para los enteros positivos pero con una rotación de 180° originada por el desfase de Gouy [21], como se muestra en la Fig. 2.

Por otra parte si se cambia del haz Bessel-Gauss de la ecuación (1) la CT entera positiva m por la CT no entera positiva M , y se evalúa, por ejemplo, de nuevo la integral numérica para valores de M en el intervalo $[0,3]$ a paso de $0,2$, se obtendrá que la intensidad de campo difractado rompe la simetría de triángulo para los valores no enteros y es un triángulo para los valores extremos enteros de los intervalos, tal como se aprecia en la Fig. 3 para $[0,3]$. Adicionalmente en la Fig. 3 puede notarse como el patrón de difracción obtenido para los valores de CT entre m y $m+1/2$ tiende a ser al patrón de difracción del valor m , mientras el patrón de difracción para los valores de CT entre $m+1/2$ y $m+1$ tiende a ser el patrón de difracción de $m+1$. Lo anterior puede ser entendido si se tiene en cuenta que un haz Bessel-Gauss no entero es la suma ponderada infinita de haces Bessel-Gauss enteros [22], donde los coeficientes de ponderación toman valores en el rango de $[0,1]$, $[1,2]$ y $[2,3]$ y tienen su mayor valor alrededor del entero más cercano a M .

Finalmente se halla la intensidad de campo difractado teórica a través de la abertura triangular equilátera para valores de CT no entera negativa en los intervalo $[0,-3]$ a pasos de $-0,2$, como se muestra en la Fig. 4. En esta figura se aprecia como el cambio del signo en la CT no entera produce de nuevo una rotación de 180° al patrón de difracción obtenido con respecto de la CT no entera positiva de la Fig. 3.

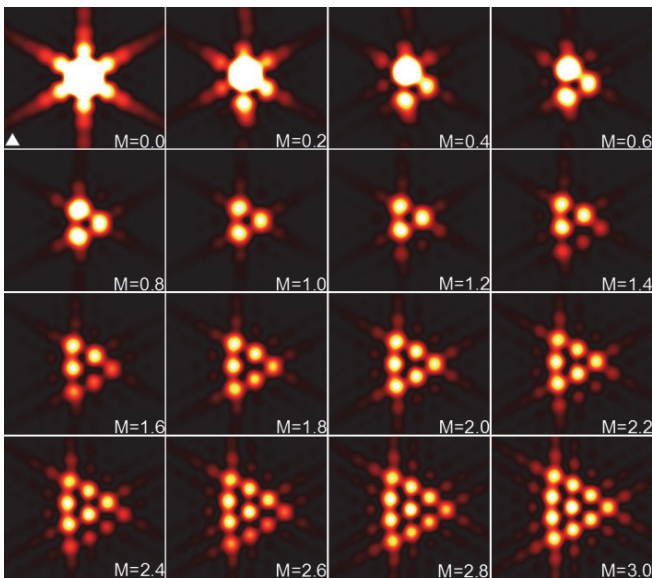


Figura 3. Resultados numéricos para la difracción en campo lejano de una onda electromagnética Bessel-Gauss con carga topológica no-entera positiva en los intervalo $[0,3]$. Fuente: Los autores.

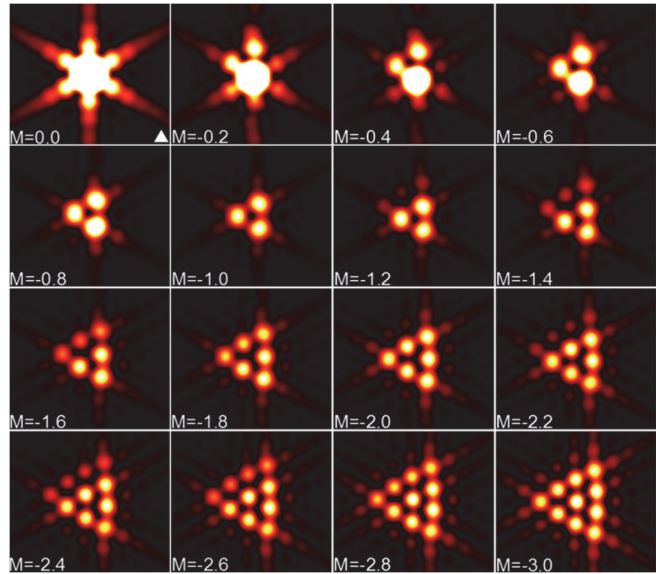


Figura 4. Resultados numéricos para la difracción en campo lejano de una onda electromagnética Bessel-Gauss con carga topológica no-entera negativa en el intervalo $[0,-3]$. Fuente: Los autores.

Puesto que la difracción por los bordes es el aspecto clave de su explicación, es posible comprender la difracción si inicialmente se modela la misma por cada uno de los bordes. Para la fase acimutal $\exp(im\theta)$ del modo MAO con carga topológica $+m$ y para el anillo ajustado a la abertura triangular, ver la Fig. 5, los valores de la diferencia de fase a la altura de los puntos de contacto entre el anillo y los bordes son los indicados. Ahora, la fase a lo largo de una cualquiera de las aristas puede escribirse como:

$$\theta(l) = m \left[\frac{(4(n-1) + 1)}{6} + \tan^{-1} \left(\frac{2\sqrt{3}}{L_0} l \right) \right], \quad (5)$$

donde $n=1, 2, 3$ es la etiqueta de la arista. La variable l es la coordenada a lo largo de la arista con origen el centro de la respectiva arista, ésta coordenada toma valores en el rango $\left[-\frac{L_0}{2}, \frac{L_0}{2}\right]$.

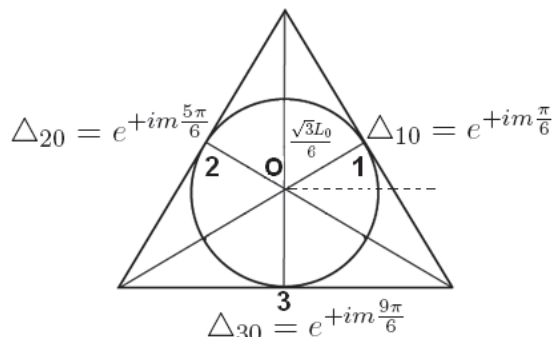


Figura 5. Diferencias de fase, respecto del origen O a 0° con la horizontal, de los puntos de intersección de la abertura triangular y el modo con carga topológica $+m$. L_0 es la longitud de la arista del triángulo. Fuente: Los autores.

La expresión (5) para la fase a lo largo de la arista puede ser aproximada utilizando la expansión en serie de Taylor, sin embargo el error introducido en la fase en el extremo de cualquiera de las aristas es superior al 65% [16]. Si ahora, en un primer modelo, se aproximan los bordes del triángulo a rendijas finitas delgadas ignorando las variaciones locales del campo electromagnético, cada una de las rendijas puede ser modelada por una distribución de Dirac bidimensional. Así, la arista horizontal modelada como una rendija de longitud finita e infinitamente delgada toma la forma:

$$\delta\left(y_0 + \frac{\sqrt{3}L}{6}\right) e^{im\left[\frac{3\pi}{2} + \tan^{-1}\left(2\sqrt{\frac{3x_0}{L}}\right)\right]} \text{rect}\left(\frac{x_0}{L_0}\right). \quad (6)$$

el campo electromagnético difractado en la ecuación (2) luego de realizar la primera integral teniendo en cuenta las propiedades de la distribución de Dirac será [23]:

$$U_{hor}^{(f)}(x, y, z_0) = -\frac{i}{\lambda z_0} e^{i\left[\frac{2\pi}{\lambda}z_0 + \frac{3\pi}{2}m + \frac{\sqrt{3}\pi y}{3\lambda z_0}L_0 + \frac{\pi(x^2+y^2)}{\lambda z_0}\right]} \times \int e^{im \tan^{-1}\left(\frac{2\sqrt{3}x_0}{L_0}\right) \text{rect}\left(\frac{x_0}{L_0}\right) e^{-i\frac{2\pi}{\lambda z_0}xx_0}} dx_0. \quad (7)$$

Donde $U_0^{(f)}$ es la amplitud del campo electromagnético constante a la altura del plano de observación ubicado a una distancia lo suficientemente grande, tal que $z_0 \gg \frac{\pi(x_0^2+y_0^2)_{\max}}{\lambda}$, como para que las aproximaciones sean válidas [23]. Si se hace un ligero cambio de variable $u \equiv \frac{x_0}{\lambda z_0}$, la integral a la derecha de la ecuación anterior toma la forma:

$$\lambda z_0 \int e^{im \tan^{-1}\left(\frac{2\sqrt{3}\lambda z_0 u}{L_0}\right) \text{rect}\left(\frac{\lambda z_0}{L_0}u\right) e^{-i2\pi x u}} du. \quad (8)$$

La función en la exponencial puede ser aproximada usando serie de Taylor, al primer orden como:

$$\tan^{-1}\left(\frac{2\sqrt{3}\lambda z_0}{L_0}u\right) \approx \frac{\sqrt{3}L}{6}u, \quad (9)$$

Con,

$$L \equiv \frac{12\lambda z_0}{L_0}. \quad (10)$$

Sin embargo tal aproximación es válida para el intervalo que cumple con la condición: $|u| \leq \frac{2\sqrt{3}}{L}$. Es decir que la integral en (8) puede ser aproximada a:

$$\lambda z_0 \int e^{im\left(\frac{\sqrt{3}L}{6}u\right) \text{rect}\left(\frac{L}{12}u\right) e^{-i2\pi x u}} du \quad (11)$$

Donde $u \in \left[-\frac{\sqrt{3}}{L}, \frac{\sqrt{3}}{L}\right]$, que a su vez, puede ser evaluada utilizando las propiedades de la distribución de Dirac como [23]

$$\approx \lambda z_0 \delta\left(x - \frac{\sqrt{3}L}{6}m\right) * \frac{12}{L} \text{sinc}\left(\frac{12}{L}x\right), \quad (12)$$

* simboliza la operación convolución. Finalmente la figura de difracción para el borde horizontal toma la forma:

$$U_{hor}^{(f)}(x, y, z_0) \approx -iU_0^{(f)} e^{ik\left[\frac{2\pi}{\lambda}z_0 + \frac{3\pi}{2}m + \frac{4\sqrt{3}\pi y}{3\lambda z_0}L + \frac{\pi(x^2+y^2)}{\lambda z_0}\right]} \times \delta\left(x - \frac{\sqrt{3}L}{6}m\right) * \frac{12}{L} \text{sinc}\left(\frac{12}{L}x\right), \quad (13)$$

para puntos del plano de difracción que satisfacen la condición que:

$$|x_0| \leq \frac{\sqrt{3}}{12}L_0. \quad (14)$$

lo cual corresponde con el experimento realizado, donde debido a la forma de rosquilla del haz con carga topológica incidente no es posible iluminar toda la arista, sólo una parte de ella. La Fig. 6 muestra la geometría de iluminación de la abertura triangular.

Para un espesor de la rosquilla el ángulo máximo de iluminación de la arista es

$$e = R_{ext} - R_{int}; \quad \alpha_{max} = \cos^{-1}\left(\frac{R_{int}}{R_{int} + e}\right). \quad (15)$$

comparando con la restricción impuesta en la aproximación en serie de Taylor, el ángulo máximo para que tal aproximación sea válida es $\alpha_{max} = \tan^{-1}\left(\frac{1}{2}\right)$; $2\alpha_{max} \approx 53,13^\circ$, Esto es, que el espesor de la rosquilla debe cumplir la condición:

$$e \leq \left(\frac{\sqrt{5}}{2} - 1\right)R_{int} \approx 0.12R_{int}, \quad (16)$$

para que la aproximaciones sobre la integral de difracción y la ecuación (13), sean válidas. El resultado como era de esperarse, corresponde a una línea vertical modulada por una función sinc, desplazada a la derecha a partir del eje de propagación, origen del plano de observación, una cantidad proporcional a la carga topológica del haz luminoso y a la longitud de la arista equivalente del triángulo que se forma como figura de

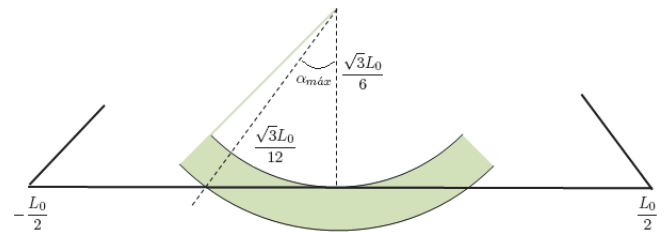


Figura 6. Geometría de iluminación, se puede observar la imposibilidad de iluminar toda la arista de la abertura triangular, obsérvese que el espesor define el ángulo máximo de la rosquilla de iluminación con carga topológica que subtiende la parte de la arista que difracta.

Fuente: Los autores.

difracción, ya que el modelo se aplica a cada una de las aristas de la abertura triangular que difracta. El tamaño de la figura de difracción triangular es también inversamente proporcional al tamaño de la abertura triangular como era de esperarse, véase la ecuación (9); que a su vez es gobernado por el radio del haz con carga topológica, el cual crece a medida que la carga aumenta[24]. La figura de difracción triangular presenta variaciones locales de fase que dependen cuadráticamente de la posición relativa a su origen:

$$\varphi_{hor}^{(f)}(x, y, z_0) = \frac{3\pi}{2}m + \frac{4\sqrt{3}\pi y}{3L} + \frac{\pi(x^2 + y^2)}{\lambda z_0}, \quad (17)$$

donde se ha dejado a un lado las fases constantes debidas a la difracción y en particular la asociada a la propagación de la onda hasta el plano de observación.

Para el caso en que la carga topológica sea de igual valor pero de signo negativo, la línea vertical se desplazará en la misma cantidad pero al lado izquierdo. Esto permite claramente, una manera de determinar sin equívoco el signo de la carga topológica, si la base del triángulo está en posición vertical al lado derecho del plano de observación, la carga tiene signo positivo, y si está al lado izquierdo la carga topológica es negativa. En otras palabras el triángulo sufre una rotación desde el plano de difracción al plano de observación de 90° en el sentido contrario de las manecillas del reloj si la carga es positiva o en sentido contrario si la carga es negativa, ver Fig. 7.

Si se analiza en detalle el resultado del campo electromagnético en la ecuación (14) para el lado horizontal, se puede concluir que a la altura del plano de observación se tendrá también una figura triangular de lado L , al centro del plano, producto de multiplicar la difracción por los tres lados de la abertura triangular. Esta figura, matemáticamente hablando, es de dimensiones infinitas.

3. Resultados experimentales

Se ha usado el montaje mostrado en la Fig. 8 para hallar experimentalmente el patrón de difracción de haces Bessel-Gauss con CT entera m y no entera M al difractar sobre una

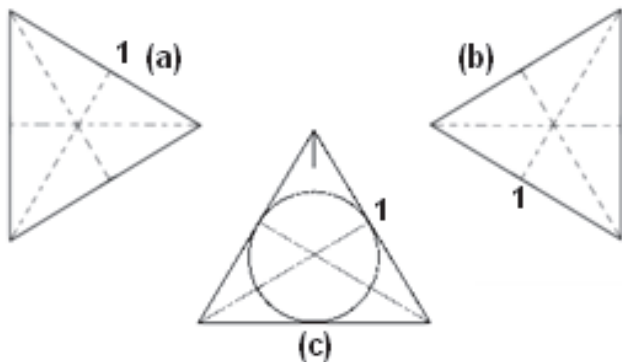


Figura 7. (a) Efecto de la difracción de un haz con carga topológica positiva por una abertura triangular equilátera. (b) Cuando el haz lleva una carga igual en valor pero negativa. La observación se realiza de manera tal que el eje de propagación sale hacia el lector. (c) Posición de la abertura triangular en el plano de difracción. Fuente: Los autores.

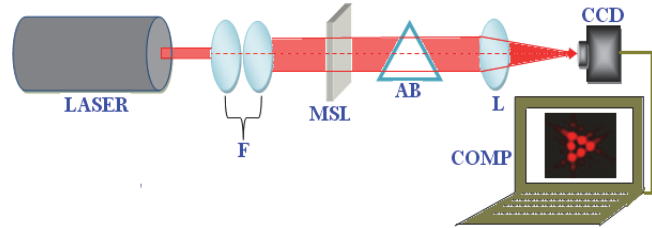


Figura 8. Montaje experimental para la difracción en campo lejano de un haz Bessel con CT: Láser, filtrado espacial (F), modulador espacial de luz (MSL), abertura triangular equilátera (AB), lente de Fourier (L), CCD y Computador (COMP). Fuente: Los autores.

abertura triangular equilátera. Un láser de gas (Research optics, 633nm, $P_{m\acute{a}x}=1mW$) como fuente de luz monocromática es filtrado y colimado al atravesar F. Para generar los haces Bessel-Gauss con CT entera y no entera, la onda colimada incide sobre hologramas numéricos en forma de tenedor, desplegados sobre un modulador espacial de luz (MSL, Holoeye, resolución espacial: 800(H)x600(V) pixeles). El haz Bessel-Gauss generado con CT entera o no entera difracta a través de la abertura triangular equilátera (AB) colocada a una distancia de 75.6 [cm] medida desde el modulador espacial. Finalmente una lente de Fourier (L) es utilizada para obtener el patrón de difracción de campo lejano sobre la distancia focal de la lente: 38.5 [mm], en la cual se encuentra una cámara CCD para la adquisición y posterior almacenamiento de las imágenes en el computador (COMP).

De esta manera son obtenidos los perfiles de intensidad en el régimen de Fraunhofer de una onda electromagnética Bessel-Gauss con CT entera positiva $m=0, 1, 2, 3$ y 4 (Fig. 9) y entera negativa $m=0,-1,-2,-3$, y $m=-4$ (Fig. 10). En estas figuras de difracción se aprecia la equivalencia con la forma triangular obtenida teórica y numéricamente. De la formación triangular resultante de manchas brillantes es posible deducir la CT del haz difractado mediante la abertura triangular como el número de manchas brillantes de un lado menos uno.

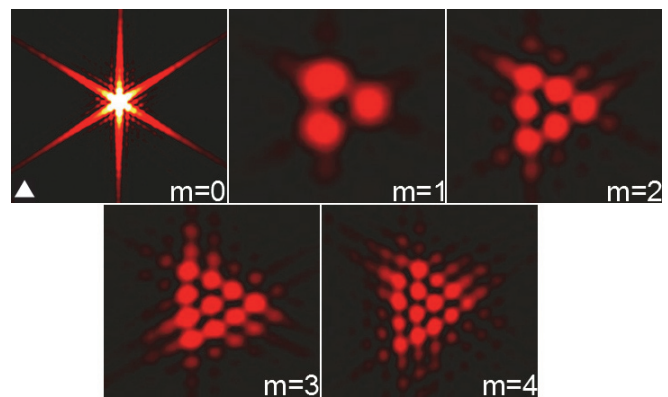


Figura 9. Resultados experimentales para la intensidad en el régimen de campo lejano de una onda electromagnética Bessel-Gauss con carga topológica entera positiva desde $m=0$ hasta $m=4$ a través de una abertura triangular equilátera. Fuente: Los autores.

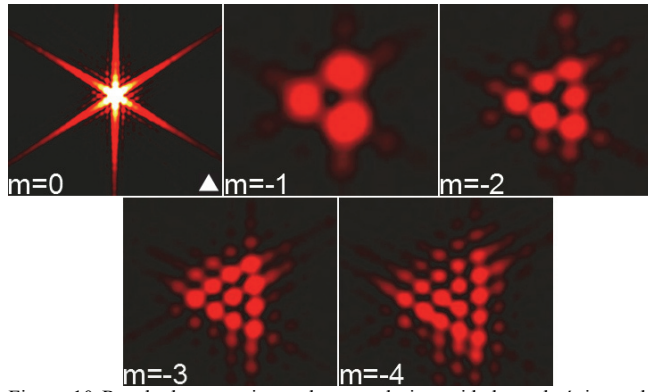


Figura 10 Resultados experimentales para la intensidad en el régimen de campo lejano de una onda electromagnética Bessel-Gauss con carga topológica entera negativa desde $m=0$ hasta $m=-4$ a través de una abertura triangular equilátera.
Fuente: Los autores.

Además de estas dos figuras puede notarse de la topológica del haz Bessel difractado, que para los valores de CT entera negativa el patrón de difracción resultante se encuentra rotado 180° respecto del patrón de intensidad obtenido para los correspondientes valores de CT entera positiva, en concordancia con lo obtenido en las simulaciones numéricas y en el modelo teórico.

Si se utiliza de nuevo el montaje experimental descrito en la Fig. 8, entonces son obtenidos las intensidades en campo lejano de una onda electromagnética Bessel con CT no entera positiva en el intervalo $[0,3]$ (Fig. 11) y no entera negativa en el intervalo $[0,-3]$ (Fig. 12). Estas figuras de intensidad muestran la equivalencia entre los resultados obtenidos usando las simulaciones numéricas de las Figs. 3 y 4 y lo hallado en las intensidades experimentales de las Figs. 11 y 12 respectivamente, respecto del rompimiento de la simetría del patrón de difracción resultante de manchas brillantes para los valores no enteros.

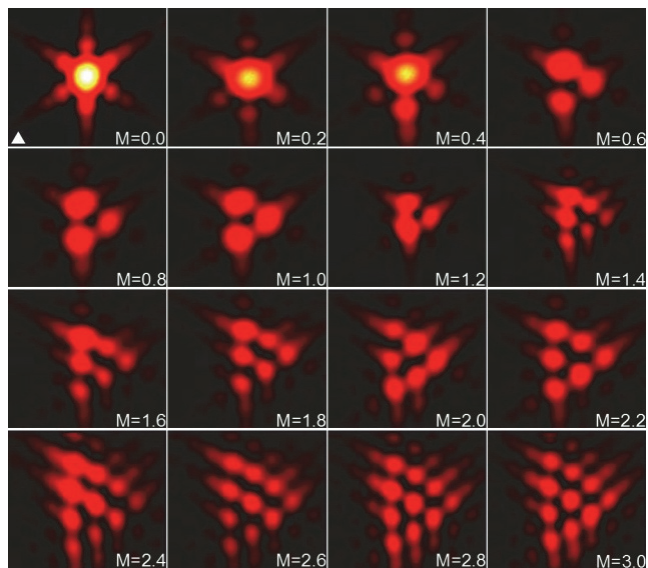


Figura 11. Resultados experimentales para la difracción en campo lejano de una onda electromagnética Bessel-Gauss con carga topológica no entera positiva en el intervalo $[0,3]$ con paso de 0,2.
Fuente: Los autores.

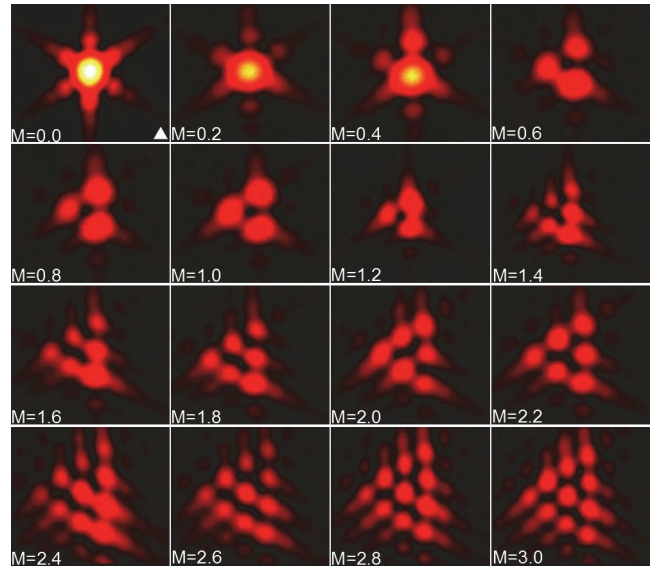


Figura 12. Resultados experimentales para la difracción en campo lejano de una onda electromagnética Bessel-Gauss con carga topológica no entera negativa en el intervalo $[0,-3]$ con paso de 0,2.
Fuente: Los autores.

Conviene señalar que la aparición de las manchas nuevas en el patrón de difracción se hace para la CT positiva abajo del patrón previo existente y para la CT negativa arriba del patrón previo existente, cuando el haz con CT no entera se hace difractar y la fracción se aproxima al entero siguiente.

4. Conclusiones

Se demostró mediante argumentos cuantitativos el patrón de difracción obtenido experimentalmente para difracción de un haz con momento angular orbital a través de una abertura triangular equilátera. A diferencia de otros trabajos que utilizan haces elípticos o Laguerre-Gauss como distribuciones con momento angular orbital, en nuestra implementación utilizamos una distribución Bessel-Gauss para demostrar que es posible discernir el valor y signo de CT entera a partir de su modelo de intensidad, pero no se puede determinar el valor de CT a partir del patrón de intensidad para CT no enteras, aunque si su signo. La explicación fenomenológica de ambos patrones de intensidad para haces Bessel-Gauss pudo ser entendida utilizando la óptica de Fourier.

Agradecimientos

Esta investigación es soportada por la Vicerrectoría de Investigación y Extensión, VIE, de la Universidad Industrial de Santander a través de los proyectos con financiación interna “Modelo optoelectrónico generador de momentos angulares orbitales enteros y/o fraccionales”, código 5191/5803 y “Momento angular orbital y momento angular spin de la luz en la base de funciones vectoriales de ondas cilíndricas”, con código 5708, programa de apoyo a la consolidación de grupos de investigación años 2012 y 2013. Colciencias apoya la realización de la presente investigación

con financiación a través del proyecto “Dispositivos ópticos para sistemas de alta dimensionalidad QKD (Quantum Key Distribution) basados en el momento angular orbital de la luz”, con código 110256934957 resultados de la convocatoria nacional para la conformación de un banco de proyectos elegibles de ciencia, tecnología e innovación año 2012.

Referencias

- [1] Allen, L., Beijersbergen, M., Spreeuw, R. and Woerdman, J., Orbital angular momentum of light and transformation of Laguerre-Gaussian laser modes, *Physical Review A*, 45 (11), pp. 8185-8189, 1992. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevA.45.8185>
- [2] Berry, M.V., Optical vortices evolving from helicoidal integer and fractional phase steps, *Journal of Optics A: Pure and Applied Optics*, 6 (2), pp. 259-268, 2004. <http://dx.doi.org/10.1088/1464-4258/6/2/018>
- [3] Sato, S., Ishigure, M. and Inaba, H., Optical trapping and rotational manipulation of the microscopic particles and biological cells using higher-order mode nd: Yag laser beams, *Electronic Letters*, 27 (20), pp. 1831-1832, 1991. <http://dx.doi.org/10.1049/el:19911138>
- [4] Parkin, S., Knoner, G., Nieminen, A. and Rubinsztein, H., Measurement of the total optical angular momentum transfer in optical tweezers, *Optics Express*, 14 (15), pp. 6963-6970, 2006. <http://dx.doi.org/10.1364/OE.14.006963>
- [5] Tao, T., Jing, J., Qina, L. and Xiaoping, W., 3D trapping and manipulation of micro-particles using optical tweezers with optimized computer-generated holograms, *Chinese Optics letters*, 9 (12), pp. 120010-120015, 2011.
- [6] Arias, A., Etcheverry, S., Solano, P., Staforelli, J., Gallardo, M. and Rubinsztein, H., Simultaneous rotation, orientation and displacement control of birefringent microparticles in holographic optical tweezers, *Optics Express*, 21 (1), pp. 102-111, 2013. <http://dx.doi.org/10.1364/OE.21.000102>
- [7] Molina, G., Torres, J. and Torner, L., Management of the angular momentum of light: Preparation of photons in multidimensional vector states of angular momentum, *Physical Review Letters*, 88 (1), 4 P., 2001. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.88.013601>
- [8] Gatto, A., Tacca, M., Martelli, P., Boffi, P. and Martinelli, M., Free-space orbital angular momentum division multiplexing with Bessel-Gauss beams, *Journal of Optics*, 13 (6), 2 P., 2011. <http://dx.doi.org/10.1088/2040-8978/13/6/064018>
- [9] Karimi, E., Marruci, L., Corrado, L. and Santamato, E., Time-division multiplexing of the orbital angular momentum of light, *Optics letters*, 37 (2), pp. 127-129, 2012. <http://dx.doi.org/10.1364/OL.37.000127>
- [10] Crabtree, K., Davis, J. and Moreno, I., Optical processing with vortex-producing lenses, *Applied Optics*, 43 (6), pp. 1360-1367, 2004. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.43.001360>
- [11] Augustyniak, I., Masajada, J. and Drobcynski, S., New scanning technique for the optical vortex microscope, *Applied Optics*, 51 (10), pp. C117-C124, 2012. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.51.00C117>
- [12] Foo, G., Palacios, D. and Swartzlander, G., Optical vortex coronagraph, *Optics Letters*, 30 (24), pp. 3308-3310, 2005. <http://dx.doi.org/10.1364/OL.30.003308>
- [13] Moh, K., Yuan, X., Bu, J., Low, D. and Burge, R., Direct noninterference cylindrical vector beam generation applied in the femtosecond regime, *Applied Physics Letters*, 89 (25), 2 P., 2006. <http://dx.doi.org/10.1063/1.2420777>
- [14] Sztul, H. and Alfano, R., Double-slit interference with Laguerre-Gaussian beams, *Optics Letters*, 31 (7), pp. 999-1001, 2006. <http://dx.doi.org/10.1364/OL.31.000999>
- [15] Liu, Y., Piu, J. and Lu, B., Method for exploring the orbital angular momentum of an optical vortex beam with a triangular multipoint plate, *Applied Optics*, 50 (24), pp. 4844-4847, 2011. <http://dx.doi.org/10.1364/AO.50.004844>
- [16] Hickmann, J., Fonseca, E., Soares, W. and Chavez, S., Unveiling a truncated optical lattice associated with a triangular aperture using light's orbital angular momentum, *Physical Review Letters*, 105 (5), 2 P., 2010. <http://dx.doi.org/10.1103/PhysRevLett.105.053904>
- [17] Yongxin, L., Hua, T., Jixiong, P. and L. Baida., Detecting the topological charge of vortex beams using an annular triangle aperture, *Optics and Laser Technology*, 43 (7), pp. 1233-1236, 2011. <http://dx.doi.org/10.1016/j.optlastec.2011.03.015>
- [18] Araujo, L. and Anderson, M., Measuring vortex charge with triangular aperture, *Optics Letters*, 36 (6), pp. 787-789, 2011. <http://dx.doi.org/10.1364/OL.36.000787>
- [19] Janicijevic, L. and Topuzoski, S., Fresnel and Fraunhofer diffraction of a Gaussian laser beam by fork-shaped gratings, *Journal Optical Society of America A*, 25 (11), pp. 2659-2669, 2008. <http://dx.doi.org/10.1364/JOSAA.25.002659>
- [20] Arfken, G.B., *Mathematical methods for Physics*, Third Edition, San Diego, Academic Press, pp. 604-634, 1985. ISBN: 978-0-12-059820-5
- [21] Mourka, A., Baumgartl, J., Shanor, C., Dholakia, K. and Wright, E., Visualization of the birth of an optical vortex using diffraction from a triangular aperture, *Optics Express*, 19 (7), pp. 5760-5771, 2011. <http://dx.doi.org/10.1364/OE.19.005760>
- [22] Gotte, J., O'holleran, K., Preece, D., Flossmann, S., Franke-Arnold, S., Barnett, S. and Padgett, M., Light beams with fractional orbital angular momentum and their vortex structure, *Optics Express*, 16 (2), pp. 993-1006, 2008. <http://dx.doi.org/10.1364/OE.16.000993>
- [23] Goodman, J.W., *Introduction to Fourier optics*, Second Edition., New York, McGraw-Hill Co., pp. 60-169, 1996. ISBN: 0-07-024254-2
- [24] Diaz, C.F., Acevedo, C., Torres, Y. y Barrero, J., Modelado preliminar de un codificador optoelectrónico para la transferencia de datos sobre el momento angular orbital de la luz, *Revista UIS Ingenierías*, 11 (1), pp. 35-43, 2012.
- [25] Rueda-Parada, J.E. y Romero-Becerra, A.L., Criptografía óptica mediante difracción de Fresnel y conjugación de fase, *DYNA*, 80 (181), pp. 25-30, 2013.

C.H. Acevedo, recibió el título de Físico en 2010, por la Universidad Industrial de Santander, Colombia. A partir de agosto del 2010 se convirtió en estudiante de Maestría en Física en la misma universidad y desarrollo un proyecto de investigación sobre la parte teórica y experimental de haces luminosos con momento angular orbital, obtuvo el título de MSc en Física en 2012 de la Universidad Industrial de Santander, Colombia. Participó de una estancia de investigación en el 2012, sobre el momento angular en campos electromagnéticos en CREOL, The College of Optics and Photonics en la Universidad central de Florida, USA. Actualmente se desempeña como estudiante de doctorado en la Universidad Industrial de Santander, parte del grupo de óptica y tratamiento de señales, desarrollando temas de investigación relacionados con las aplicaciones del momento angular orbital en comunicaciones.

C.F. Díaz, recibió el título de Ingeniero Electrónico en 2008, por la Universidad Industrial de Santander. En el año 2012 obtuvo el título de MSc en Ingeniería Electrónica de la misma institución, desarrollando un modelo optoelectrónico para la codificación de información con momento angular orbital en un haz luminoso. Actualmente se desempeña como gestor de proyectos de investigación relacionados con las aplicaciones del momento angular orbital de la luz en química.

Y. Torres-Moreno, recibió su grado de Dr en óptica y tratamiento de la señal en 1983, en la Universidad de Franche-Comté, Besançon, Francia. Se vinculó a la escuela de Física de la Universidad Industrial de Santander, Bucaramanga, Colombia en 1984, donde es profesor titular de física. Ha realizado varias estancias postdoctorales, en el Laboratoire d'Optique P. M. Duffieux, Besançon, France, Le centre d'Optique, Photonique et Laser COPL, Quebec, Canadá, Laboratorio de Procesado de Imágenes, Terrassa, España, École Normale Supérieure de Télécommunications de Bretagne, Brest, Francia y la Florida Atlantic University, Boca Ratón, USA. Su campo de interés actual, en donde orienta su investigación, es el de los haces con momento angular orbital y las aplicaciones de la técnica de la Telescopía de Fourier de tiempo promedio.