

**SEGMENTACION DE IMAGENES EMPLEANDO EL ESPACIO DE
ESCALA GAUSSIANO**

NEIL GUERRERO GONZALEZ

*TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TITULO DE MAESTRO EN
INGENIERIA - AUTOMATIZACION INDUSTRIAL*

Director:
Ph.D. PIERRE BOULANGER
Codirector:
Ph.D. FLAVIO PRIETO

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA
MANIZALES
2006**

**SEGMENTACION DE IMAGENES EMPLEANDO EL ESPACIO DE
ESCALA GAUSSIANO**

NEIL GUERRERO GONZALEZ

*TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR AL TITULO DE MAESTRO EN
INGENIERIA - AUTOMATIZACION INDUSTRIAL*

**MAESTRIA EN INGENIERIA - AUTOMATIZACION
INDUSTRIAL
DEPARTAMENTO DE INGENIERIA ELECTRICA,
ELECTRONICA Y COMPUTACION
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE
MANIZALES**

2006

Resumen

La visión por computador trata con el problema de encontrar interpretaciones o descripciones significativas a partir de datos visuales y se pueden pensar tres preguntas que conduzcan a la interpretación significativa de los mismos. ¿Cuál es la información relevante de la imagen? ¿Cómo debe extraerse la información relevante? ¿Qué medidas o características pueden obtenerse? Este trabajo pretende responder a la segunda pregunta, así como de identificar desde la imagen qué objetos están en el mundo y donde están en él. Se recurre a la representación en el espacio de escala para el análisis de los datos en diferentes niveles de la imagen y se propone una metodología de segmentación basada en la relación de cada uno de los píxeles con su vecindario. Los espacios de escala son reducciones sucesivas de características de la imagen que permiten identificar las propiedades más significativas de la misma, aplicando un filtro Gaussiano cuyos parámetros son variados a medida que la escala aumenta. Para las pruebas se emplearon imágenes de café y los resultados muestran regiones más completas con respecto a otras técnicas de segmentación

The vision by computer deals with the problem to find interpretations or significant descriptions from visual data and can be thought three questions that lead to the significant interpretation of such. Which is the excellent information of the image? How must be extracted the excellent information of the data? What measures or characteristics can be obtained from the extracted information? This work tries to respond to the second question, as well as to identify from the image what objects are in the world and where they are in him. One resorts to the representation in the space of scale for the analysis of the data in different levels from the image and a methodology of segmentation based on the relation of each one of pixels with its neighbourhood sets out. The scale spaces are successive reductions of characteristics of the image that allow to identify the most significant properties of the same one, applying a Gaussian filter whose parameters are varied as the scale increases. For the tests coffee images were used and the results show more complete regions with respect to another techniques of segmentation

Palabras Clave: Segmentación de Imágenes, Espacios de Escala .

Contenido

Resumen	III
Contenido	V
Lista de Tablas	VII
Lista de Figuras	VIII
Introduction	1
Capítulo 1. Espacios de Escala: Antecedentes, Estado del Arte y Definición	4
1.1. Antecedentes	4
1.2. Estado del Arte	6
1.2.1. Trabajos Relacionados en el 2004	7
1.3. Definición: Los Espacios de Escala Gaussianos	9
1.3.1. Axiomas del Espacio de Escala	11
1.3.2. El Espacio de Escala para Señales Discretas	12
1.4. La Implementación	14
1.4.1. Espacios de Escala Discretos a partir del Kernel Gaussiano Muestreado	14
1.4.2. El Espacio de Escala para Imágenes de Color	16
1.4.3. Espacios de Escala Discretos a partir de las Funciones de Bessel Modificadas de Orden Entero	16
1.4.4. Reconocimiento Automático de Primeras Regiones	17
Capítulo 2. La Metodología de Segmentación Propuesta	27
2.1. Definiciones Básicas: Criterios de Agrupación y Segmentación por Criterios de Agrupación	27
2.1.1. Un Problema: Conjuntos no Conexos y Ruido	30
2.2. Lógica Intuicionista: La Semántica de Kripke	31

	V
2.2.1. Segmentación Empleando El Espacio de Escala: Una Aplicación . . .	32
2.3. Las Probabilidades de Pertenencia y el Proceso de Segmentación	34
2.3.1. La Aplicación	35
2.4. Consideraciones acerca del Método de Segmentación Propuesto	37
2.5. El Algoritmo de Segmentación y su Implementación	38
2.5.1. Cálculo de las Probabilidades de Pertenencia	38
2.5.2. Suavizado del Color empleando el Espacio de Escala Gaussiano . . .	40
2.5.3. La Etapa Iterativa	41
2.5.4. El Desplazamiento de Bordes	41
2.5.5. El Filtro de Variación Total	41
Capítulo 3. Resultados de la Segmentación de Imágenes	47
3.1. Imágenes Sintéticas	48
3.2. Imágenes de Café	53
3.2.1. El Espacio de Escala Gaussiano y las Probabilidades de Pertenencia	53
3.2.2. El Espacio de Escala de Variación Total y las Probabilidades de Pertenencia	57
3.2.3. Comparación de Resultados con otras Metodologías de Segmentación	62
3.3. Imágenes Médicas: Segmentación de Imágenes Capilaroscópicas	67
3.3.1. Segmentación con Etapa de Preproceso	67
3.3.2. Segmentación sin Etapa de Preproceso	67
3.4. Imágenes de Rango: Codificación y Espacio de Escala Gaussiano	71
3.4.1. Detección de los Gradientes de Profundidad	71
3.4.2. Construcción del Espacio de Escala Gaussiano y Segmentación . . .	72
3.5. Otros Resultados	76
Bibliografía	86

Lista de Tablas

3.1. Medidas para la Figura 3.2	52
3.2. Medidas para la Figura 3.3	52
3.3. VA, FA y FR para la Fig. 3.5 a través de la escala Gaussiana	56
3.4. VA, FA y FR para la Fig. 3.5 a través de la escala de Variación Total	59
3.5. Comparación de resultados con otros métodos de segmentación	64
3.6. Índices de Segmentación de la Fig. 3.16	65
3.7. Índices de Segmentación de la Fig. 3.17	65
3.8. Índices de Segmentación de la Fig. 3.16	70
3.9. Índices de Segmentación de la Fig. 3.30 empleando el Espacio Gaussiano	77
3.10. Índices de Segmentación de la Fig. 3.30 empleando el Espacio V.T.	77
3.11. Índices de Segmentación de la Fig. 3.32 empleando el Espacio Gaussiano	79
3.12. Índices de Segmentación de la Fig. 3.32 empleando el Espacio V.T.	79
3.13. Índices de Segmentación de la Fig. 3.34 empleando el Espacio Gaussiano	81
3.14. Índices de Segmentación de la Fig. 3.34 empleando el Espacio V.T.	81

Lista de Figuras

1.1. Imágen original y segmentada por medio del espacio de clase de escala . . .	6
1.2. Filtración empleando la transformada Hat (arriba) y la filtración Gaussiana (abajo).	8
1.3. Imágenes filtradas y sus histogramas	9
1.4. Imágen original y segmentada por texturas	10
1.5. Espacio de Escala generado con variación sobre el kernel Gaussiano	14
1.6. Pérdida de bordes en el espacio de escala	15
1.7. Imágenes de color en el espacio de escala	16
1.8. Espacio de Escala generado con los coeficientes de Bessel modificados	18
1.9. Imagen Original y sus componentes	19
1.10. Histograma del Componente Rojo	20
1.11. Huella Digital del Espacio de Escala	21
1.12. Huellas Digitales del Espacio de Escala	22
1.13. Regiones Agrupadas a Partir de los Valores de Umbrales	23
1.14. Procedimiento para Calcular los Umbrales	24
1.15. Algunas Regiones encontradas	25
1.16. Algunas Regiones encontradas	26
2.1. Imagen Conjunto	28
2.2. Píxeles solución para dos umbrales	29
2.3. Subconjunto Segmentación	29
2.4. Segmentación Esperada	31
2.5. Construcción del Conjunto Solución a través de la Escala	33
2.6. Imagen de Color	34
2.7. Construcción del conjunto solución para la Fig. 2.6	36
2.8. Diagrama del proceso completo de segmentación	37
2.9. Imágenes de Prueba para Ilustrar el Proceso Completo de la Segmentación .	39
2.10. Regiones conformadas por pixeles rojos al 65 por ciento	40
2.11. Imágenes de Prueba Escaladas	41

2.12. Proceso Completo para la Fig. 2.9(b)	42
2.13. Ilustración de la conservación espacial de los bordes	44
2.14. Ilustración del desempeño frente a ruido gaussiano	45
2.15. Ilustración del desempeño frente a ruido gaussiano en una imagen de color	45
3.1. Imagen de Prueba	49
3.2. Segmentación de Rojos en Imagen Sintética con ruido Sal y Pimienta	50
3.3. Segmentación de Rojos en Imagen Sintética con ruido Speckle	51
3.4. Ground Truth para la Fig. 3.1(a)	52
3.5. Imagen de Prueba	53
3.6. Segmentación a través de la escala	54
3.7. Curva de VA para el espacio Gaussiano	55
3.8. Curva de FA para el espacio Gaussiano	55
3.9. Curva de FR para el espacio Gaussiano	56
3.10. Segmentación a través del espacio de Variación Total	58
3.11. Curva de Porcentaje de Verdadera Aceptación para Variación Total	59
3.12. Curva de Porcentaje de Falsa Aceptación para Variación Total	60
3.13. Curva de Porcentaje de Falso Rechazo para Variación Total	60
3.14. Comparación de los porcentajes de FR para los espacios Gaussiano y de Variación Total	61
3.15. Comparación de Resultados de Segmentación	63
3.16. Resultados de Segmentación sobre Espacio de Escala Gaussiano por Crecimiento	64
3.17. Resultados de Segmentación sobre Espacio de Escala Gaussiano por Watersheds	65
3.18. Imagen Caipiaroscópica	67
3.19. Preproceso de las Imágenes Capilaroscópicas	68
3.20. Resultados de Segmentación	68
3.21. Espacio Gaussiano para la Figura 3.21(a)	69
3.22. Fotografía de la escena	71
3.23. Imagen 3D e Imagen Codificada	72
3.24. Detección de Gradientes de Profundidad	72
3.25. Espacio de Escala Gaussiano para Imágenes de Rango	73
3.26. Huella Digital de la Figura 3.23(b)	74
3.27. Histograma de la imagen escalada $t = 10$	75
3.28. Histograma de la imagen escalada $t = 50$	75
3.29. Imagen segmentada de la Fig. 3.22	76
3.30. Primera Imagen de Prueba	76
3.31. Segmentación de la Imagen 3.30(a)	78

	IX
3.32. Segunda Imagen de Prueba	78
3.33. Segmentación de la Imagen 3.32(a)	80
3.34. Tercera Imagen de Prueba	80
3.35. Segmentación de la Imagen 3.34(a)	82
3.36. Comparación VA [%] para el espacio Gaussiano. Figs. 3.30(a), 3.32(a), 3.34(a)	82
3.37. Comparación VA [%] para el espacio V.T. Figs. 3.30(a), 3.32(a), 3.34(a) . . .	83

Introduction

La visión por computador trata con el problema de encontrar interpretaciones o descripciones significativas a partir de datos visuales. Pero determinar cuáles de esas interpretaciones son realmente significativas, depende del objetivo del análisis y de la aplicación. Para comenzar, es válido responder a la pregunta general, qué es visión. Lindeberg en su tesis doctoral *Discrete Scale Space Theory and the Scale Space Primal Sketch* [26], está de acuerdo con que *la visión es el proceso por el cual se descubre desde la imagen, qué está presente en el mundo y donde está.*

Se pueden pensar tres preguntas que conduzcan a la interpretación significativa de datos visuales. Cuál es la información relevante de la imagen? Cómo debe extraerse la información relevante de los datos sensados? Qué medidas o características pueden obtenerse de la información extraída?

Este trabajo pretende responder a la segunda pregunta, así como de identificar desde la imagen qué objetos están en el mundo y donde están en él. Se recurre a la representación en el espacio de escala para el análisis de los datos en diferentes niveles de la imagen y operar directamente sobre los valores de los píxeles sin algún preprocesamiento previo.

La Naturaleza del Problema

Cuando se obtiene una imagen desde una cámara digital, bien sea un video o una fotografía, toda la información en principio, está contenida en los valores de los píxeles representados como una matriz de datos numéricos. Si ésta información es presentada a un ser humano codificada en niveles de gris, en general éste no tendrá problemas en asociar píxeles y reconocer entidades con sentido dentro de la imagen. Pero si la información es presentada como una matriz de datos, el reconocimiento de entidades con sentido se complica. El procesamiento digital de imágenes presenta por lo menos tres problemas fundamentales:

- **La representación matricial de la imagen:** La descomposición de la información visual en una matriz de datos, plantea el problema de pensar las imágenes como conjuntos de datos discretos y separados entre sí.

- **La agrupación de los píxeles:** Un problema fundamental consiste en identificar cuáles píxeles están relacionados entre sí y corresponden a objetos en la escena. La descomposición de la información en píxeles conlleva al problema de la formulación de criterios de agrupación que los vuelva a reunir. Pero existen varios niveles de agrupación de píxeles de acuerdo al detalle que se requiera.
- **Tamaño del vecindario a analizar:** El problema de la agrupación sustenta el problema del tamaño del vecindario a analizar. Cada píxel toma sentido en el momento de ser interpretado dentro de un vecindario. Por otro lado, la convolución de una imagen con una ventana finita de tamaño menor agrega errores de truncamiento.
- **Extracción de las características más significativas:** Como se mencionó en el segundo problema, existen varios niveles de agrupación de acuerdo al detalle que se requiera. Se hace necesario encontrar una metodología que extraiga dichas características de acuerdo a su grado de significancia dentro de la imagen, que permita precisamente la agrupación a diferentes niveles.

Básicamente el problema, es la identificación de entidades con sentido (píxeles que representen objetos dentro de la escena) y los criterios de agrupación.

El Objetivo

Este trabajo tiene como primer objetivo identificar entidades con sentido dentro de la imagen, de acuerdo a la probabilidad de pertenencia de cada píxel a cada componente de color. Esta agrupación clásica de pertenencia o no pertenencia de los píxeles a un conjunto solución esperado, no es la mejor sobre la imagen original debido a los efectos de la iluminación o variaciones naturales de color de los objetos reales. Estas características se suman a las más significativas de cada píxel y es el problema de la umbralización sin etapas previas de preproceso.

Se recurre a la representación multiescala para manejar las estructuras de las imágenes en diversas escalas, de una manera tal que las características puedan ser suprimidas sucesivamente asociadas a un parámetro t en cada nivel de la representación en el espacio. La finalidad es extraer sucesivamente las características más significativas y así proceder a la aplicación de la misma regla de agrupación. El espacio de escala Gaussiano es construido a partir de filtrados sucesivos empleando el filtro Gaussiano. Entre los objetivos específicos de este trabajo están la generación del espacio de escala empleando el filtro Gaussiano, la segmentación de las imágenes en el espacio de escala por tres métodos de segmentación diferentes y la selección del mejor segmentador, la selección de la mejor escala para la segmentación utilizando imágenes de diferentes tipos y la evaluación del resultado con respecto a segmentaciones de imágenes sin preprocesamiento.

La Estructura del Informe

El primer capítulo hace una introducción teórica de los espacios de escala y presenta algunos trabajos de los últimos cinco años, relacionados a esta metodología. Se muestra la implementación de los espacios de escala Gaussianos para imágenes digitales y se explican las huellas digitales de los mismos como un procedimiento para encontrar las escalas en donde se encuentran las características más significativas. Luego se procesan los histogramas y se encuentran regiones al interior de él para proceder con la segmentación. Se procesaron inicialmente dos imágenes de color y se encontraron las primeras regiones.

El segundo capítulo presenta las definiciones preliminares de la metodología de segmentación que se propone, empleando las probabilidades de pertenencia al color como criterio de agrupación y se menciona el aporte de los espacios de escala a la misma. Se presenta la segmentación empleando los espacios de escala como una aplicación de los modelos de Kripke de la lógica intuicionista, y se formula la construcción del conjunto solución. Se desarrolla el algoritmo de segmentación y se identifica el problema del corrimiento de bordes del espacio de escala Gaussiano. Se presenta como alternativa de solución el espacio de escala de Variación Total, utilizando sucesivamente el filtro que lleva el mismo nombre.

Finalmente en el tercer capítulo, se realizan todas las pruebas correspondientes sobre imágenes sintéticas, de color y de rango. Se compara el método de segmentación empleando los espacios de escala contra el método de crecimiento de regiones y watersheds y se propone una discusión hacia el cálculo de las escalas óptimas para cada uno de estos tipos de imágenes. En general, los espacios de escala como etapa previa a la metodología de segmentación por probabilidades de pertenencia mejoran su desempeño y la muestran como una herramienta a tener en cuenta para esta tarea en diferentes aplicaciones.

Capítulo 1

Espacios de Escala: Antecedentes, Estado del Arte y Definición

La teoría del espacio de escala proporciona una metodología de trabajo bien estructurada en el tratamiento de imágenes, porque permite encontrar características en diferentes escalas. Este espacio potencializa la mejor extracción de la información al remover gradualmente aspectos de la imagen.

Por otro lado la segmentación denota el proceso por el cual, una imagen es dividida en regiones que normalmente corresponden a diferentes pedazos de superficie de un objeto físico en una escena. Consiste en una asignación de píxeles a uno de varios conjuntos disjuntos de tal manera que éstos compartan una propiedad común.

Los primeros esquemas de segmentación se basaron en la detección de aquellos puntos cuyo gradiente de intensidad (para las imágenes de intensidad) o de profundidad y orientación (para las imágenes de rango) fuera muy alto. Aunque esta metodología se mantiene, se requiere estudiar previamente la imagen que será sometida al proceso. Una etapa previa es necesaria para disminuir los efectos de ruido, suavizar la imagen y mejorar el proceso de la segmentación. Los espacios de escala son aplicados en esta etapa previa a la segmentación.

1.1. Antecedentes

El espacio de escala es un formalismo aceptado en el procesamiento de imágenes y la visión por computador. En él es necesario especificar explícitamente la escala visual ya que la naturaleza de los bordes (esquina o borde) puede variar de una escala a otra, definiendo en el momento del procesamiento los operadores que se van a utilizar.

La noción de los operadores multiescala tiene una historia larga en el procesamiento de imágenes. La primera referencia *estándar* es el artículo de Witkin [3] en el que se muestra la convolución Gaussiana como el único operador que satisface los principios generales de la simetría espacial y la invarianza de escala. Koenderink [1] fué el primero que mostró que esa simetría y los principios de invarianza son compatibles con el principio de causalidad requerido en el sentido de que nuevos detalles en la imagen no pueden ser formados cuando se hace la transición en el filtrado de una escala tosca a una más fina.

Lindeberg [43] es el primero que considera el equivalente discreto de los espacios de escala Gaussianos lineales. En lugar de especificar un operador de espacio de escala en el dominio continuo para luego discretizarlo, Lindeberg *discretiza* el espacio de escala requerido. Afortunadamente, solo para escalas pequeñas, las dos metodologías difieren significativamente. Weickert [15] luego, de los posibles caminos para derivar los espacios de escala Gaussianos desde los principios básicos, muestra que el concepto de espacio de escala lineal en un sentido es sobredeterminado. Pauwels [31] encuentra una buena cantidad de operadores lineales multiescala.

En morfología matemática, la noción de observaciones de escala—dependiente comenzó con Matheron [29] en su estudio de granulometría. La clase de operadores morfológicos no lineales de escala—dependiente que sigue a su estudio, son luego sugeridos en la literatura como los operadores de espacio de escala morfológicos. Usar la operación de apertura y su contraria para construir operadores de escala morfológicos conlleva a una clase especial de operadores denominados **espacios de escala supremos**.

Brockett and Maragos [6] fueron los primeros en mostrar que los operadores morfológicos como las dilataciones y las erosiones pueden ser descritos en términos de PDEs. Jackway [21] y Van den Boomgaard [44] mostraron de manera independiente que existe un análogo morfológico del espacio de escala lineal Gaussiano: las erosiones y dilataciones parabólicas. También muestran que el espacio de escala parabólico (morfológico) puede verse como la solución de la ecuación diferencial parcial.

Por otra parte, para la segmentación de imágenes de rango han sido presentados varios algoritmos y algunos de ellos han sido sometidos a comparaciones experimentales [36, 14, 9, 23] y nuevas metodologías han sido presentadas para mejorar sus rendimientos. Por ejemplo en [33] se presenta un algoritmo de cierre de bordes para mejorar el rendimiento en la segmentación de regiones basada en bordes. En [12] se usa un algoritmo genético para ubicar de manera óptima los parámetros del algoritmo de segmentación de rango. En [28] se presenta un mejoramiento usando una técnica de detección de bordes y otras técnicas [7, 35, 30] también han sido usadas para mejorar la segmentación de rango. Sin embargo se hace necesario, mejorar hacia la calidad de la segmentación como hacia el costo computacional. La segmentación de superficies curvas está menos madura [14].

Como la segmentación de imágenes es un proceso crucial del análisis de imágenes

de rango, un número de técnicas de segmentación de imágenes de rango han sido propuestas en la literatura. Estas podrían ser clasificadas básicamente en tres categorías: basadas en *bordes* [22, 41, 4], basadas en *regiones* [48, 5] y técnicas *híbridas* [47, 24].

1.2. Estado del Arte

Brian Lofy y Jack Sklansky [27] introducen el espacio de clase de escala para segmentación automática de imágenes aéreas desde diversos sensores. Describen la realización de un algoritmo de segmentación, compuesto de tres procesos en sucesión: un extractor de características multiescala, un clasificador de patrones multiclase y una lógica de clase de escala. El extractor de características multiescala lo hace en tres niveles de precisión. El clasificador de patrones multiclase es un arreglo de clasificadores neuronales, un clasificador para cada par de clase de escala y son optimizados por selectores de características genéticas e inicializadores de pesos genéticos. El arreglo de clasificadores neuronales producen un arreglo de imágenes segmentadas. La lógica de escala de clase opera sobre éstas imágenes para producir una imagen final segmentada que combina las regiones detectadas a partir de escalas toscas y curvas y puntos detectados a partir de escalas finas. La Fig 1.1 muestra una prueba del algoritmo implementado.

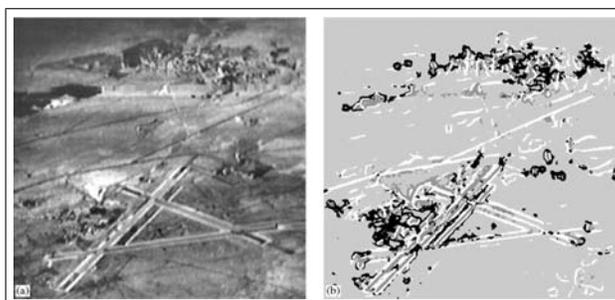


Figura 1.1: Imagen original y segmentada por medio del espacio de clase de escala

Yuanjin Zheng, David B.H. Tay, Lemin Li [25] introducen dos métodos para extracción de señales y denoising a través del uso de la transformada wavelet filtrando el espacio de escala y el reductor de Bayes. En el primer método, la señal de ruido es descompuesta en múltiples escalas por medio de la transformada wavelet dyadica. El algoritmo de filtrado del espacio de escala extrae luego el módulo máximo de la señal original basándose en las propiedades de la señal y el módulo máximo del ruido a través de la escala. Finalmente, el método de denoising reduce el ruido en un alto grado preservando las características más importantes de la señal como los bordes y otras singularidades. En el segundo método se

emplea un modelo de mezclado Gaussiano jerárquico por los coeficientes wavelet de diferentes escalas y se obtiene la mejor señal estimada a través de una técnica Bayesiana de análisis posterior. En un ejemplo de aplicación se implementa el algoritmo para estimar la densidad espectral de potencia suave y de alta resolución para una señal de periodograma.

Meyer y Maragos [32] presentan una representación en el espacio de escala no lineal basada en una clase de filtros morfológicos fuertes, los niveladores, que incluyen apertura y *closing* para la reconstrucción. Estos filtros son muy usados para simplificación de imágenes y segmentación. De una escala a la siguiente, algunos detalles desaparecen pero los contornos de los objetos que permanecen son preservados y localizados perfectamente. Son analizadas las propiedades de los espacios de escala y los niveladores. También se desarrolla una ecuación diferencial parcial no lineal que modela la generación de los niveladores como el límite de un crecimiento de regiones controlado.

Bosworth J. y Acton S. [37] proporcionan una amplia revisión del estado del arte en las técnicas de generación de espacios de escala para procesamiento de imágenes, incluyendo métodos lineales, métodos basados en difusión y métodos morfológicos. Luego introducen una nueva metodología para los espacios de escala denominada los *lomo* espacios de escala. Esta técnica introduce una generalización en dos dimensiones de el concepto de señales monotónicas localmente. El lomo espacio de escala es una secuencia de representaciones de imágenes monotónicas localmente, donde la escala es especificada por el grado de la monotonicidad local. El proceso morfológico usado para generarlo conserva varias propiedades de los otros métodos morfológicos tal como la localización de los bordes y la suavización de los extremos. En contraste con los métodos previos de espacios de escala, los filtros empleados aquí no introducen un valor de *offset* a los niveles de gris en la representación de la señal escalada. El método es aplicado a diversas tareas de procesamiento de imágenes multiescala tal como segmentación, compresión, seguimiento de video, etc.

Jalba A., Wilkinson M., Roerdink J. [19] presentan un método multiescala basado en morfología matemática que puede ser usado exitosamente en tareas de clasificación de patrones. Se define un operador similar a la transformada Hat morfológica y se contruyen dos representaciones de espacios de escala. A partir de éstas se extraen las características más importantes por medio de análisis de cluster no supervisado y los vectores de patrones resultantes alimentan un clasificador en árbol. También reportan los resultados obtenidos en características de contornos, de texturas y la combinación de estas. La Fig. 1.2 muestra una diferencia entre la representación del espacio de escala Hat y el Gaussiano.

1.2.1. Trabajos Relacionados en el 2004

Kuijper [2] muestra en el registro de una imagen la información mutua como una buena medida basada en el principio de la incertidumbre. Similarmente, el espacio de escala Gaussiano en el análisis de la imagen basado en las suposiciones mínimas de la imagen, se



Figura 1.2: Filtración empleando la transformada Hat (arriba) y la filtración Gaussiana (abajo).

usa para derivar las propiedades intrínsecas de la misma. El artículo abre una investigación de una combinación de ambos métodos. Esta combinación termina en una doble medida de información mutua parametrizada usando la información local de la imagen. La Fig. 1.3 muestra una imagen en el espacio de escala y sus respectivos histogramas. Sobre ésta información se procederá a la combinación.

Cheng H., Wang J. y Shi X. [45] presentan una técnica para detectar microcalcificaciones basada en lógica difusa y espacios de escala. Las microcalcificaciones y las masas son los síntomas de los carcinomas de mama y su detección temprana es la clave para un tratamiento adecuado. Se proporciona una ayuda asistida por computador a los radiólogos en cuanto a ganancia de precisión. Primero se emplean principios de entropía difusa y teoría de conjuntos para *fuzzify* las imágenes. Luego, las técnicas de espacio de escala y filtrado Gaussiano se usan para detectar la localización y el tamaño de las microcalcificaciones.

A. Petrosino y G. Salvi [40] presentan un método multiescala basado en una noción híbrida de conjuntos difusos amplios, a partir de la combinación de dos modelos de incertidumbre como los conjuntos difusos amplios manejados por vaguedades (variables lingüísticas) y los manejados por suposiciones. Estas dos nociones posibilitan considerar una aproximación de estos conjuntos por medio de relaciones de similaridad o particiones difusas. Las características más importantes son extraídas desde los espacios de escala por análisis de agrupamiento no supervisado. Se reportan algunos resultados alcanzados en segmentación de imágenes multiclase y a problemas de discriminación de texturas. En la Fig 1.4 se muestra una segmentación por textura empleando la metodología propuesta.

Mokhtarian y Abbasi [38] mencionan el asunto de la selección automática del mejor y más óptimo número de vistas representativas para cada objeto en una base de datos que puede ser habilitada para reconocimiento exacto de objetos a partir de cualquier vista arbitraria y simple del objeto. El objeto acotado en cada vista está representado por su imagen de curvatura en el espacio de escala. También se presenta un método para la fu-

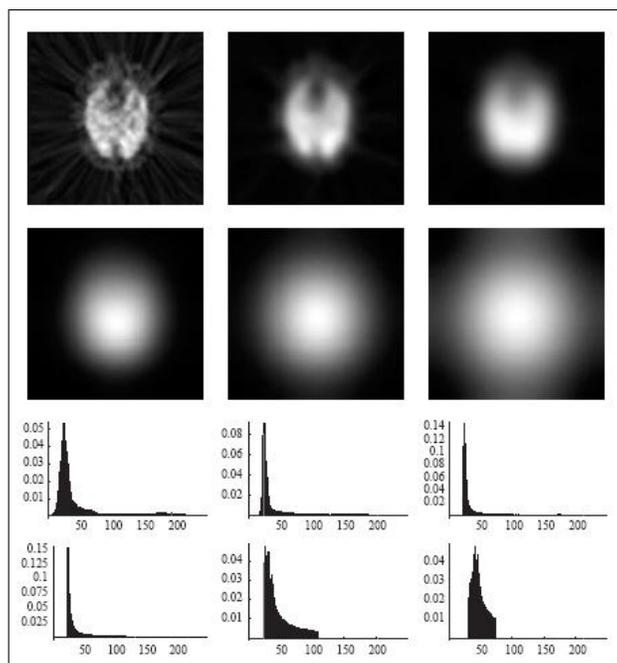


Figura 1.3: Imágenes filtradas y sus histogramas

sión de los resultados a partir de la combinación de descriptores de forma. Se explora la utilización del método para reconocimiento de objetos tridimensionales en múltiples vistas. El objeto acotado de cada vista es representado efectivamente usando la técnica CSS, momentos invariantes y descriptores de Fourier. Se muestra que los resultados obtenidos por el método de fusión son mejores ue los obtenidos a partir de una técnica simple. El método fué probado con una colección de objetos 3 – D de forma libre y fué modelado usando un número óptimo de siluetas obtenidas a partir de diferentes puntos de vista. Este número varía dependiendo de la complejidad del objeto y la medida de precisión esperada.

1.3. Definición: Los Espacios de Escala Gaussianos

La teoría del espacio de la escala es un marco para la representación multiescala de la señal, desarrollada por las comunidades de la visión artificial, del procesamiento de imágenes y del procesamiento de señales. Es una teoría formal para manejar las estructuras de la imagen en diversas escalas [10] de una manera tal que las características puedan ser suprimidas sucesivamente asociadas a un parámetro t en cada nivel de la representación del espacio.

La noción del espacio escalar es general y se aplica en dimensiones arbitrarias. Para



Figura 1.4: Imágen original y segmentada por texturas

la simplicidad de la presentación, sin embargo, se describe el caso con imágenes de dos dimensiones. Para una imagen dada $f(x, y)$, su representación lineal del espacio escalar, es una familia de las señales derivadas $L(x, y, t)$ definidas por la convolución de $f(x, y)$ (ecuación 1.1) con el kernell Gaussiano (ecuación 1.2).

$$L(x, y, t) = g(x, y, t) * f(x, y) \quad (1.1)$$

$$g(x, y, t) = \frac{1}{2\pi t} e^{-(x^2+y^2)/2t} \quad (1.2)$$

Equivalentemente, la familia del espacio escalar, se puede generar a partir de la solución de la ecuación del calor (ecuación 1.3).

$$\partial_t L = \frac{1}{2} \nabla^2 L \quad (1.3)$$

Con la condición inicial $L(x, y, 0) = f(x, y)$ y el requisito esencial de que nuevas estructuras no deben crearse de una escala fina a una más gruesa [3, 1, 15, 31, 29, 6].

La motivación para generar una representación del espacio de escala se origina del hecho básico de que los objetos del mundo real están compuestos de diversas estructuras en diversas escalas. Esto implica que los objetos del mundo real, en contraste con entidades matemáticas idealizadas tales como puntos o líneas, pueden aparecer de diversas maneras dependiendo de la escala de la observación. Por ejemplo, el concepto de un árbol es apropiado en la escala de metros, mientras que los conceptos tales como hojas y moléculas son más apropiados en escalas más finas. Para un sistema de visión que analiza una escena desconocida, no hay manera de saber a priori qué escalas son apropiadas para describir los datos. Por lo tanto, el único acercamiento razonable es considerar descripciones en todas las escalas simultáneamente.

La representación en el espacio de escala apoya operaciones en el procesamiento de imágenes como la caracterización, clasificación y segmentación [10], basadas posiblemente en derivadas gaussianas de escalas múltiples (ecuación 1.5).

$$L_{x^m y^n}(x, y, t) = \partial_{x^m y^n} (g(x, y, t) * f(x, y)) \quad (1.4)$$

Una característica altamente útil de la representación del espacio de escala es que las representaciones de la imagen se pueden hacer invariantes a las escalas, para manejar las variaciones del tamaño que se presentan de objetos de diversos tamaños o de distancias que varían entre el objeto y la cámara fotográfica. La invariación de la escala puede ser alcanzada realizando la selección de la escala basadas en las escalas locales del excedente de los máximos (o los mínimos) de derivadas normalizadas [21], [44].

$$L_{\xi^m \eta^n}(x, y, t) = t^{(m+n)\gamma/2} L_{x^m y^n}(x, y, t) \quad (1.5)$$

Donde $\gamma \in [0, 1]$ es un parámetro que se relaciona con la dimensionalidad de las características de la imagen. Particularmente, los niveles de la escala obtenidos de la selección automática de la escala se pueden utilizar para determinar regiones de interés, como regiones más homogéneas (por ejemplo en el color) para una posterior aplicación de alguna metodología bien sea de caracterización, clasificación o segmentación. Esta última es la aplicación que se le da a los espacios de escala en este trabajo.

Hay relaciones interesantes entre la representación del espacio de escala y la visión biológica. Los estudios neurofisiológicos han demostrado que hay perfiles receptivos del campo en la retina mamífera y la corteza visual, que se pueden modelar bien por los operadores lineales o no lineales del espacio de escala [37, 19]. Las extensiones de la teoría lineal del espacio de escala se refieren a la formulación de los conceptos no lineales del espacio de escala, confiados más a los propósitos específicos [43], [43].

1.3.1. Axiomas del Espacio de Escala

La representación lineal del espacio de escala dada en la ecuación 1.6 de la señal $f(x, y)$ obtenida después de la convolución con el núcleo Gaussiano $g(x, y, t)$, satisface un número de axiomas que la define como una representación multiescala [10].

$$L(x, y, t) = (Tt f)(x, y) = g(x, y, t) * f(x, y) \quad (1.6)$$

1. Linealidad:

$$Tt(af + bh) = aTt f + bTt h \quad (1.7)$$

2. Invarianza al cambio:

$$TtS(\Delta x, \Delta y)f = S(\Delta x, \Delta y)Tt f \quad (1.8)$$

Donde $S(\Delta x, \Delta y)$ denota el operador de cambio y:

$$(S(\Delta x, \Delta y)f)(x, y) = f(x - \Delta x, y - \Delta y) \quad (1.9)$$

3. Estructura de semigrupo. Sea:

$$(S(\Delta x, \Delta y)f)(x, y) = f(x - \Delta x, y - \Delta y) \quad (1.10)$$

entonces:

$$L(x, y, t_2) = g(x, y, T_1 - t_2) * L(x, y, T_1) \quad (1.11)$$

4. Existencia de un generador infinitesimal A :

$$\partial_t L(x, y, t) = (AL)(x, y, t) \quad (1.12)$$

5. No creación de extremos locales en una dimensión.

6. No realce de extremos locales en ninguna dimensión.

7. Positividad:

$$g(x, y, t) \geq 0 \quad (1.13)$$

8. Normalización:

$$\int_{x=-\infty}^{\infty} \int_{y=-\infty}^{\infty} g(x, y, t) dx dy = 1 \quad (1.14)$$

1.3.2. El Espacio de Escala para Señales Discretas

La representación lineal del espacio de escala de una señal continua de dimensión N $f_c(x_1, x_2, \dots, x_N, t)$ es obtenida por la convolución de f_c con un núcleo Gaussiano también de dimensión N . La implementación de esta definición, necesita de una aproximación muestreada para el caso de señales discretas de dimensión N [10].

Posibilidad de Separación

Una de las características principales del núcleo Gaussiano es su posibilidad de separación definida como:

$$g_N = (x_1, x_2, \dots, x_N, t) = G(x_1, t)G(x_2, t)\dots G(x_N, t) \quad (1.15)$$

Y que permite la operación dimensional:

$$L(x_1, \dots, x_N, t) = \int_{u_1=-\infty}^{\infty} \dots \int_{u_N=-\infty}^{\infty} f_c(x_1 - u_1, \dots, x_N - u_N, t) G(u_1, t) du_1 \dots G(u_N, t) du_N \quad (1.16)$$

Donde:

$$G(x, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} e^{-\frac{x^2}{2t}} \quad (1.17)$$

Y la desviación estándar del núcleo Gaussiano se relaciona con el parámetro t de la escala.

El Núcleo Gaussiano muestreado para señales 1D

La representación lineal de una señal discreta fD en el espacio de escala, se obtiene al realizar la convolución de fD con el núcleo Gaussiano muestreado (ecuación 1.18).

$$L(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(x-n)G(n, t) \quad (1.18)$$

La ecuación 1.19 presenta el núcleo Gaussiano muestreado, el cuál cuando es truncado en los extremos se convierte en un filtro con respuesta finita al impulso.

$$G(n, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi t}} e^{-n^2/2t} \quad (1.19)$$

Utilizar el núcleo Gaussiano muestreado, puede presentar problemas en el momento de la implementación debido al truncamiento de la ventana del filtro. Para reducir el error introducido al proceso, se recomiendan ventanas de gran tamaño, lo que afecta el tiempo del procesamiento en la construcción del espacio de escala. Otra forma de utilizar un núcleo Gaussiano apropiado para espacios de señales discretas, es el núcleo Gaussiano discreto.

El Núcleo Gaussiano Discreto

Una imagen filtrada empleando el núcleo Gaussiano discreto $T(n, t)$ se define como:

$$L(x, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f(x-n)T(n, t) \quad (1.20)$$

Donde:

$$T(n, t) = e^{-t} I_n(t) \quad (1.21)$$

Denotando $I_n(t)$ la funciones de Bessel modificadas de orden n . Con el núcleo Gaussiano discreto es posible truncar la serie descrita en la ecuación 1.20 y escribir:

$$L(x, t) = \sum_{n=-M}^M f(x-n)T(n, t) \quad (1.22)$$

1.4. La Implementación

1.4.1. Espacios de Escala Discretos a partir del Kernel Gaussiano Muestreado

El operador Gaussiano es un operador de convolución 2D usado para distorsionar imágenes y remover detalles y ruido. En ese sentido es similar al filtro de media, pero usa un núcleo diferente para representar la forma de la campana Gaussiana. La idea del suavizado Gaussiano es usar una distribución 2D a partir de una función que dispersa un punto fijo y este es empleado para la convolución.

Debido a que la imagen es almacenada como una colección de píxeles discretos es necesario producir una aproximación discreta de la función Gaussiana antes de realizar la convolución. En teoría, la distribución Gaussiana requiere una máscara infinita pero en la práctica se hace necesario truncarla. Este truncamiento afecta considerablemente la generación de los espacios y se debe encontrar un punto de compromiso entre el tamaño de la máscara y el tiempo de procesamiento de la máquina para la operación. La ecuación 1.2 muestra la aproximación muestreada del núcleo Gaussiano.

La Fig. 1.5 muestra tres imágenes pertenecientes al espacio de escala gaussiano, a partir de la convolución entre el núcleo gaussiano muestreado y la imagen original.



Figura 1.5: Espacio de Escala generado con variación sobre el kernel Gaussiano

El filtrado progresivo de una imagen para generar el espacio de escala suaviza los puntos críticos de la misma reduciendo los máximos, aumentando los mínimos y provocando pérdidas graduales de algunas estructuras. En una imagen de intensidad en escala de grises, los píxeles borde desaparecen como consecuencia del filtrado a medida que la escala aumenta. La Fig. 1.6 muestra la pérdida de los bordes menos significativos con el aumento de la escala. No hay que olvidar que la imagen original 1.6(a) es una imagen con escala $t = 0$.



(a) Imagen Original



(b) Bordes de la Imagen 1.6(a)

(c) Imagen esacalada ($t=10$)

(d) Bordes de la Imagen 1.6(c)

Figura 1.6: Pérdida de bordes en el espacio de escala

1.4.2. El Espacio de Escala para Imágenes de Color

La construcción del espacio de escala para imágenes de color puede realizarse aplicando el filtrado a cada una de las componentes *RGB* por separado para luego integrarlas de nuevo. La Fig. 1.7 muestra dos imágenes en el espacio de escala. En la Fig. 1.7(b), los *parches* provocados por la iluminación y las regiones dentro de la flor que difieren del color principal por su misma naturaleza, son suavizados con respecto a sus vecinos más próximos.



(a) Imagen Original



(b) Imagen esalada (t=20)

Figura 1.7: Imágenes de color en el espacio de escala

1.4.3. Espacios de Escala Discretos a partir de las Funciones de Bessel Modificadas de Orden Entero

La función de Bessel modificada de orden n y argumento x se puede definir como lo muestra la ecuación 1.23.

$$I_n(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} \exp(x \cos(\theta)) \cos(n\theta) d\theta \quad (1.23)$$

Una forma de obtener una relación útil entre $I_n(x)$ y x es la de realizar el cálculo integral de forma numérica en ordenador y después tabular los resultados en función de x para varios valores de n . Resulta que $I_n(x)$ es una función monótona creciente respecto a x . Para valores pequeños de x se puede expandir el término exponencial por MacLauren y mantener sólo los primeros términos de la serie. Así, para valores pequeños de x podemos aproximar la función como lo muestra la ecuación 1.24.

$$I_n(x) = \frac{(x/2)^n}{n!} \quad (1.24)$$

Ahora, para valores de x mayores a 10 se puede llegar a una expresión aproximativa como la mostrada en la ecuación 1.25.

$$I_n(x) = \frac{\exp(x)}{\sqrt{2\pi x}} \left(1 - \frac{n^2}{2x}\right) \quad (1.25)$$

Estas aproximaciones nos entregan el primer valor de la serie. Es necesario calcular de manera iterativa los coeficientes de Bessel del resto de la serie. Esta serie es el Kernel que se va a emplear en la convolución. Para esto, se sigue la ecuación 1.26.

$$2nI_n(x) = x [I_{n-1}(x) - I_{n+1}(x)] \quad (1.26)$$

Una vez calculados los coeficientes, se realiza la convolución entre la imagen original y ésta serie. La convolución es ilustrada en la ecuación 1.27 en donde $T(\cdot; t)$ representa:

$$T(n; t) = e^{-t} I_n(t)$$

$$L(x, y; t) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} T(m; t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} T(n; t) * f(x - m, y - n) \quad (1.27)$$

Este procedimiento de realizar las convoluciones por separado, es decir, primero la serie recorriendo las filas y luego las columnas, se conoce como el caso separable y es válido para calcular la derivada de la imagen en el espacio de escala cuando solo se aplica el operador *five-point*. Esto se explicará en la sección siguiente. La Fig. 1.8 muestra dos imágenes en el espacio de escala Besseliano.

1.4.4. Reconocimiento Automático de Primeras Regiones

El histograma es una herramienta valiosa en el procesamiento de imágenes por la relación entre número de pixeles dentro de la misma que comparten alguna característica en común, como por ejemplo el color o la distancia. Por otro lado, el color en las imágenes de color, es una superposición de tres planos, a saber, el plano que contiene la información roja, el que contiene la información verde y el que contiene la información azul. Cada uno de ellos equivale a una imagen de intensidad en escala de grises por separado. En primera instancia, el histograma está definido solo para este tipo de imágenes. Es necesario entonces procesar cada uno de los planos por separado. Los picos y los valles del histograma, indican la existencia de regiones suaves dentro de la imagen y un análisis simple de primera y segunda derivada permite la identificación completa de los máximos y los mínimos. Los mínimos más fuertes serán los más opcionados para ser valores de umbral. De esta manera, agrupamos por regiones de características similares, pixles dentro de la imagen. La Fig. 1.9 muestra la imagen de color que será procesada y sus respectivos componentes.

Scaled Image whit $t=0.5$ 

(a) Imagen Original

Scaled Image



(b) Imagen escalada con una serie de 5 términos y una escala de 0.2

Scaled Image



(c) Imagen escalada con una serie de 5 términos y una escala de 9.5

Figura 1.8: Espacio de Escala generado con los coeficientes de Bessel modificados



(a) Imagen Original



(b) Componente Rojo



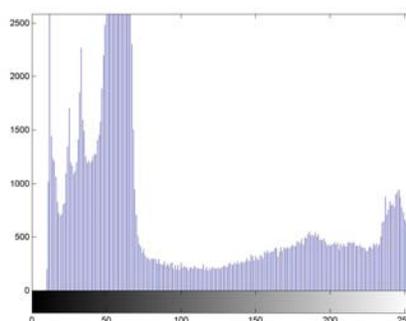
(c) Componente Verde



(d) Componente Azul

Figura 1.9: Imagen Original y sus componentes

La Fig. 1.10 muestra el histograma para el componente rojo. Como se puede apreciar, es un histograma que presenta una cantidad considerable de máximos y mínimos y por consiguiente una gran cantidad de regiones. Para una segunda etapa en un proceso de segmentación jerárquico, el tiempo de procesamiento por regiones es muy grande. Se necesita entonces un suavizado para el histograma, con la capacidad de conservar los picos y los valles más significativos. Este suavizado se puede alcanzar a través de un filtro gaussiano de escala n . La pregunta inmediata es, cual es el valor de esa escala n ? Para responder a ella, se emplean los espacios de escala gaussianos ya explicados brevemente en la sección anterior y el llamado *fingerprint* del mismo.



(a) Histograma Puro

Figura 1.10: Histograma del Componente Rojo

La Huella Digital del Espacio de Escala

El Fingerprint o huella digital del espacio del escala, es una imagen que contiene información de los cruces por cero de la segunda derivada del histograma a través de una región de escalas. En otras palabras, es un gráfico cartesiano donde el eje x indica el valor de intensidad entre 0 y 255 en el que sucede el cruce por cero y el eje y el valor de la escala en el que estos cruces suceden. Antes de continuar es prudente recordar algunas cosas. En primer lugar, los cruces por cero de la primera derivada del histograma indican los puntos críticos dentro del mismo (máximos o mínimos) sin especificar su naturaleza. Para saber con precisión cual es ella, se evalúa la segunda derivada del histograma en esos puntos críticos. Si el valor es positivo, el punto crítico es un mínimo, y viceversa. Los puntos mínimos son los del interés de este trabajo. Ahora bien, los cruces por cero de la segunda derivada del histograma indican las regiones dentro del histograma, es claro que el cambio de valores positivos a negativos indican un paso de una región propia de un mínimo a una región propia de un máximo.

La escala del filtro gaussiano afecta directamente la cantidad de estructuras relevantes dentro de la imagen. A mayor escala, mayor cantidad de estructuras son removidas. Escalas pequeñas mantienen muchas estructuras y el número de regiones uniformes sigue siendo a su vez muy grande. La Figura 1.11 muestra la huella digital especificando sus ejes y las rectas que identifican las escalas donde hay pérdida de información. La escala óptima debe ubicarse en una de éstas rectas y es propuesta por el programador dependiendo de la aplicación.

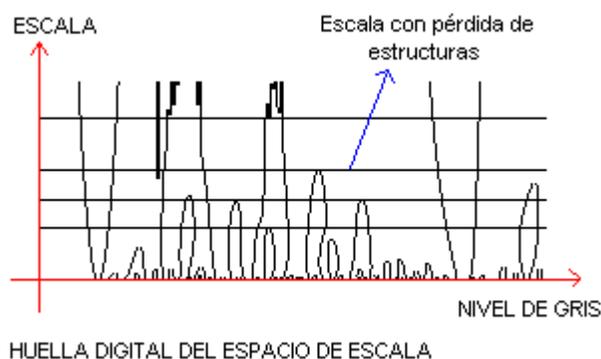


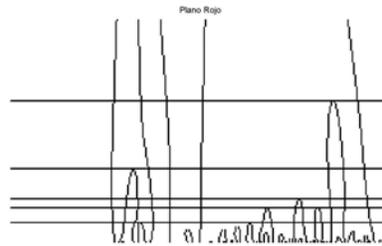
Figura 1.11: Huella Digital del Espacio de Escala

La Fig. 1.12 muestra las huellas digitales para los componentes rojo, verde y azul de la imagen original y unas escalas seleccionadas como los picos de las estructuras más grandes dentro las mismas.

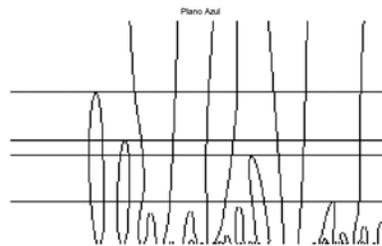
Como puede observarse en las figuras, existen estructuras dentro de la imagen que no se cierran, es decir, que no alcanzan un máximo a medida que el valor de las escalas aumenta sino que caen por fuera del rango de representación. Pero son aquellas estructuras que sí alcanzan un máximo las que indican los valores de las escalas óptimas. En [3], se menciona seleccionar como escalas opcionadas aquellos máximos de las huellas *más separados* de los demás, en otras palabras, los máximos de las huellas más grandes. Mientras más grande sea la escala, menos estructuras principales tiene la imagen filtrada y por consiguiente menos regiones iniciales. Este es uno de los objetivos de la primera etapa de la segmentación. Para este trabajo, se han seleccionado como escalas óptimas las más grandes dentro de las opcionadas y se agruparon los píxeles por regiones dentro del histograma. Para la Figura 1.14(a) se seleccionó una escala de $t = 45$, para la Figura 1.12(b) una escala de $t = 52$ y para la Figura 1.12(c) una escala de $t = 55$.

El Procedimiento

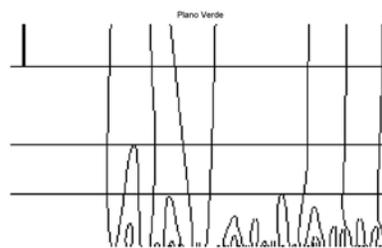
Una vez encontradas las escalas óptimas para cada una de las componentes, se procede a encontrar los umbrales para las mismas. En primera instancia, se filtra con la escala



(a) Fingerprint del Componente Rojo



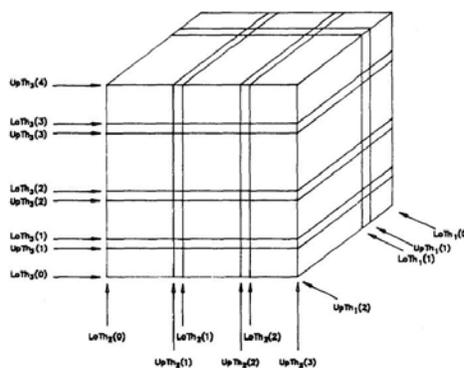
(b) Fingerprint del Componente Azul



(c) Fingerprint del Componente Verde

Figura 1.12: Huellas Digitales del Espacio de Escala

seleccionada cada uno de los histogramas. Luego se calculan la primera y segunda derivada de los mismos. Con la primera derivada se detectan los valores de intensidad críticos detectando los cruces por cero. Y finalmente, evaluando esos puntos en la segunda derivada, se escogen como umbrales aquellas intensidades con valores positivos. Detectados los umbrales en cada uno de los ejes del espacio del color, se procede a dividir el espacio como se ilustra en la Fig. 1.4.4.



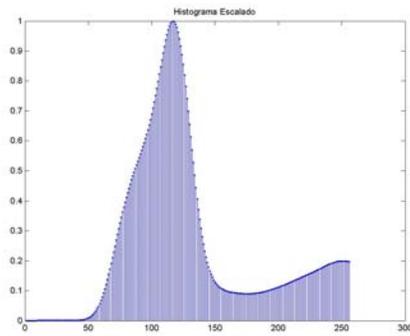
(a) División del Espacio del Color

Figura 1.13: Regiones Agrupadas a Partir de los Valores de Umbrales

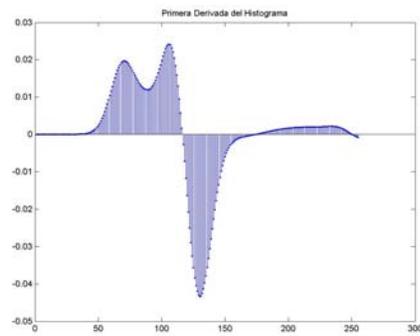
Para calcular los umbrales, la Fig. 1.14 ilustra los pasos a seguir. Escalamiento del histograma con la escala óptima, y cálculos de primera y segunda derivada. La figura muestra el proceso para el componente rojo.

Una vez encontrados los umbrales, se procede al agrupamiento de píxeles por regiones en cada uno de los componentes. En general, n valores de umbral genera $n - 1$ regiones. Al final, cada región de cada componente es sometida a una operación lógica *and* con cada región de las otras componentes. De esta manera se integran los tres componentes y las primeras regiones identificadas en la segmentación son obtenidas. La Fig. 1.15 muestra algunas regiones identificadas por medio de este procedimiento para la imagen que se ha venido trabajando a lo largo de este informe.

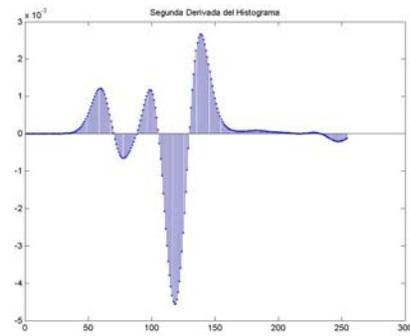
Las figuras muestran regiones no compactas debido a la naturaleza misma de la imagen. Como se aprecia en la Fig. 1.9(a), las flores que son los objetos a reconocer tienen muchos colores en su interior, y como el algoritmo detecta regiones de homogeneidad en esta característica el resultado no es el mejor. Se prueba el algoritmo ahora con una imagen un poco más homogénea en el color. La imagen original y algunas zonas detectadas se muestran en la Fig. 1.16. Como se aprecia en la figura, algunas zonas dentro de las regiones detectadas son irregulares con respecto al resto de la región, se propone un filtro de media para suavizar la imagen.



(a) Histograma Escalado del Componente Rojo



(b) Primera Derivada del Histograma Escalado del Componente Rojo



(c) Segunda Derivada del Histograma Escalado del Componente Rojo

Figura 1.14: Procedimiento para Calcular los Umbrales

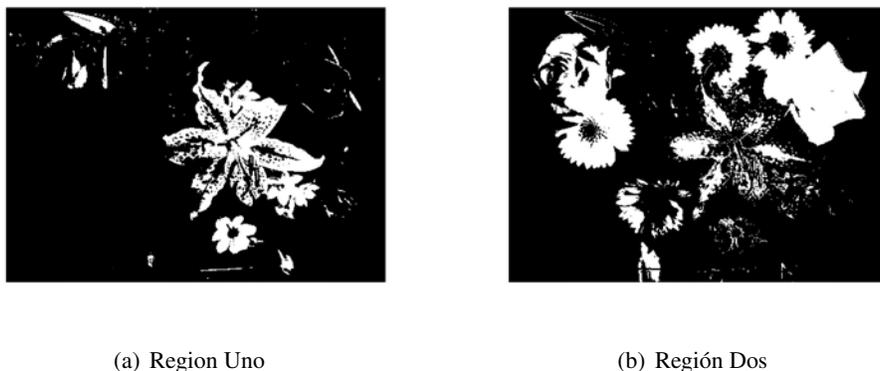


Figura 1.15: Algunas Regiones encontradas

Análisis de Resultados y Discusión

- La segmentación de imágenes de color empleando la huella digital del espacio de escala, calcula regiones iniciales no compactas y establece los primeros criterios de agrupación como umbrales en los histogramas de los diferentes componentes del color y particiona el espacio sin tener en cuenta criterios de proximidad espacial. Se hace necesario un análisis de proximidad espacial para continuar el proceso de la segmentación.
- La determinación de la escala óptima sobre las huellas digitales (fingerprint), sigue presentando parámetros de ajuste por parte del usuario dependiendo de la aplicación. Sin embargo, muestra las regiones de píxeles que desaparecen tempranamente a lo largo de la escala y permite encontrar regiones gruesas (segmentación previa).
- Para la segmentación de imágenes de color, se propone una metodología por probabilidades de pertenencia a los componentes RGB y se agrupan los píxeles de acuerdo a esta característica (capítulo 2), sobre las imágenes pertenecientes al espacio de escala. Se aprovecha la propiedad fundamental de la eliminación secuencial de las características más débiles y se alcanzan regiones más compactas que las mostradas en en las Figuras 1.15 y 1.16.



(a) Imagen Original



(b) Región Uno



(c) Región Dos



(d) Región Tres



(e) Región Cuatro



(f) Región Cinco

Figura 1.16: Algunas Regiones encontradas

Capítulo 2

La Metodología de Segmentación Propuesta

Este capítulo presenta las definiciones preliminares de la metodología de segmentación que se propone para este trabajo y menciona el aporte de los espacios de escala a la misma una vez sean incluídos. La primera sección define los conceptos generales. La segunda sección particulariza los conceptos a la metodología que se propone, la tercera sección presenta algunas consideraciones necesarias a tener en cuenta para la segmentación y la cuarta sección presenta el algoritmo e ilustra un proceso completo de segmentación.

2.1. Definiciones Básicas: Criterios de Agrupación y Segmentación por Criterios de Agrupación

Sea $\Omega \subset \mathbf{Z}^2$ el dominio de definición de una imagen y ρ un píxel en ella, de tal manera que $\rho \in \Omega$. Sea λ un criterio de agrupación de píxeles y aquellos píxeles que cumplan con dicho criterio **píxeles solución**. Defínase la función $I : \Omega \rightarrow \mathbf{Z}$ como función de intensidad que entrega en el caso de una imagen en escala de grises un valor por píxel entre 0 y 255 y en el caso de imágenes de color tres valores por píxel entre el mismo rango cada uno.

Permítase definir λ_0 como un umbral que debe ser superado del criterio de agrupación A : p es un píxel solución. Escrito de manera formal:

$$(\exists \lambda_0)(I(\rho) > \lambda_0 \rightarrow A) \quad (2.1)$$

Considérese ahora un segundo umbral λ_1 y en principio menor que λ_0 tal que:

$$\lambda_0 > \lambda_1 \rightarrow I(\rho) > \lambda_1 \quad (2.2)$$

Se definen como conjuntos aquellos píxeles solución que superan los umbrales λ_0 y λ_1 como X_0 y X_1 respectivamente.

$$\begin{aligned} X_0 &= \{\rho \in \Omega | I(\rho) > \lambda_0\} \\ X_1 &= \{\rho \in \Omega | I(\rho) > \lambda_1\} \end{aligned} \quad (2.3)$$

Se puede concluir siguiendo las reglas de inferencia lógica [39] que si $\lambda_0 > \lambda_1$ entonces $X_0 \subset X_1$.

$$\begin{array}{lll} (1) & I(\rho) > \lambda_0 \rightarrow A & P \\ (2) & \lambda_0 > \lambda_1 \rightarrow I(\rho) > \lambda_1 & P \\ (3) & \lambda_0 > \lambda_1 & P \\ (4) & I(\rho) > \lambda_1 & PP - (2), (3) \\ (5) & I(\rho) > \lambda_0 & P \\ (6) & (I(\rho) > \lambda_0) \wedge (I(\rho) > \lambda_1) & A - (4), (5) \\ (7) & A & PP - (1), (5) \\ (8) & (I(\rho) > \lambda_0) \wedge (I(\rho) > \lambda_1) \rightarrow A & CP - (6), (7) \end{array} \quad (2.4)$$

La demostración 2.4 en la línea 8, muestra que ρ es un píxel solución siempre y cuando supere el umbral λ_0 y λ_1 . Así, cada umbral inferior a un umbral referencia definirá un conjunto *más general* que el definido por el umbral referencia. Se establece una relación de contención entre subconjuntos de una imagen.

Como ejemplo de esto considérese la imagen de la Fig. 2.1 como un conjunto de píxeles, al cual se aplicarán dos umbrales del criterio de agrupación: *píxeles rojos*. El primer umbral es de 40% y el segundo de 70%. Como se aprecia en la Fig. 2.2, el subconjunto formado en 2.2(b) está contenido en el subconjunto formado en 2.2(a).



Figura 2.1: Imagen Conjunto

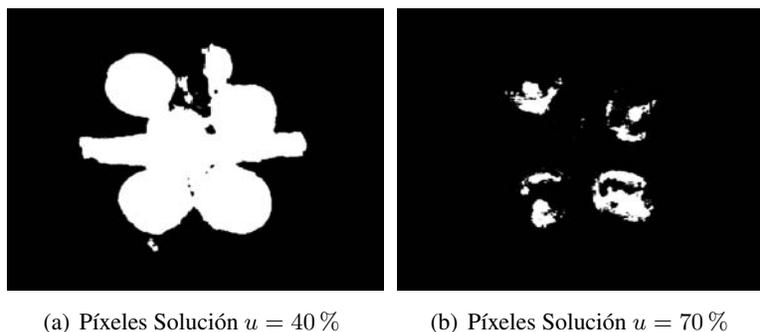
(a) Píxeles Solución $u = 40\%$ (b) Píxeles Solución $u = 70\%$

Figura 2.2: Píxeles solución para dos umbrales

El criterio de agrupación *píxeles rojos*, podría emplearse para una aplicación de reconocimiento de granos maduros de café. Sin embargo, ninguno de los dos subconjuntos representa adecuadamente los granos rojos como objetos de la imagen original que se quieren resaltar. Esta tarea conocida como **segmentación** depende como mínimo de dos factores: el criterio de agrupación de píxeles y el cumplimiento de dicho criterio de agrupación (umbral).

En el segundo subconjunto, nótese que los píxeles solución ya son pocos. Si el umbral aumenta por encima del 70 % es posible que el conjunto de píxeles solución sea vacío. Es necesario entonces encontrar el valor de cumplimiento adecuado (umbral) para conformar los subconjuntos de la segmentación. Para el conjunto de la Fig. 2.1, se tiene que dicho umbral puede ser 57 %. La Fig. 2.3 muestra el subconjunto segmentación para éste umbral.

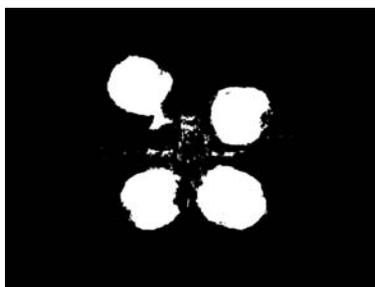


Figura 2.3: Subconjunto Segmentación

Ahora, siendo los píxeles blancos el subconjunto segmentación, puede aplicarse sobre el un segundo criterio de agrupación que permita acercarse más al objetivo de reconocimiento de granos maduros de café. Este segundo criterio puede ser el de *conexividad entre elementos*. Pero si el objetivo es encontrar *todos* los objetos dentro de la imagen,

podría aplicarse de manera recursiva otros criterios de agrupación a los subconjuntos segmentación complemento, es decir, sobre aquellos píxeles que no cumplan con los criterios de agrupación evaluados, para generar nuevos subconjuntos.

Sea Ω el conjunto de todos los píxeles de la imagen, X_1 el conjunto de todos los píxeles que superan el umbral μ del criterio de agrupación 1 y $\overline{X_1}$ el conjunto de todos los píxeles que no superan el umbral μ del criterio de agrupación. Se tiene entonces:

$$\begin{aligned}\overline{X_1} \cup X_1 &= \Omega \\ \overline{X_1} \cap X_1 &= \emptyset\end{aligned}\quad (2.5)$$

De manera recursiva, si sobre $\overline{X_1}$ se aplica un segundo criterio de agrupación, se obtendrá otro subconjunto X_2 y su respectivo complemento $\overline{X_2}$. Se tiene entonces:

$$\begin{aligned}\overline{X_2} \cup X_2 &= \overline{X_1} \\ \overline{X_2} \cap X_2 &= \emptyset\end{aligned}\quad (2.6)$$

Y la imagen puede reconstruirse como:

$$X_1 \cup X_2 \cup \overline{X_2} = \Omega \quad (2.7)$$

Y de manera general:

$$\overline{X_2} = \bigcup_{i=3}^k X_i \quad (2.8)$$

Donde se ve $\overline{X_2}$ como la unión de aquellos conjuntos que cumplen con criterios de agrupación por definir y de número finito. Como puede verse en la Ec. 2.6 ningún elemento puede pertenecer a dos conjuntos al mismo tiempo. Esta es una de las premisas fundamentales de la lógica clásica.

2.1.1. Un Problema: Conjuntos no Conexos y Ruido

La segmentación esperada por parte de la metodología se muestra en la Fig. 2.4.

Haciendo una comparación con el Subconjunto Segmentación de la Fig. 2.3, se observan dos problemas fundamentalmente:

1. Los píxeles solución que superan el 57% del criterio de agrupación no son conexos entre sí, dejando *huecos* al interior de los objetos.
2. Son clasificados como píxel solución, algunos píxeles que no pertenecen al objeto de interés (en este caso los granos rojos de café). Así, una vez sea aplicado el segundo criterio de agrupación *conectividad entre píxeles*, se identificarán más de cuatro objetos siendo éste un resultado incorrecto.



Figura 2.4: Segmentación Esperada

Para solucionar este problema, se recurre a una segmentación en diferentes niveles de la imagen. En Matemática, los **mundos posibles** y la verdad en ellos se conoce como Lógica Intuicionista y sus principios son explicados a continuación.

2.2. Lógica Intuicionista: La Semántica de Kripke

El concepto de mundo posible fué, al principio, el resultado de una intuición que tuvo Saul Aaron Kripke cuando, a mediados de los sesenta, intentaba proponer un sistema o modelo explicativo (una semántica) al funcionamiento de los operadores modales de necesidad y de posibilidad. Basado en la capacidad de los seres humanos de proyección, es decir, de concebir una situación que no ha ocurrido o que nunca hubiera podido ocurrir con individuos muy reales (en algún mundo posible), se piensa que los objetos tienen una esencia distinta de la materia con la que están compuestos [11]. En el procesamiento de imágenes, aquellos píxeles que no cumplen en la imagen original con un criterio de agrupación, pueden hacerlo en otro nivel de la misma una vez se han ajustado a su vecindario. Debe tenerse en cuenta que una imagen escalada, es una imagen posible pero no la real.

Esto se puede ver desde los modelos de Kripke. De manera informal [13], un modelo de Kripke es un conjunto K de *estados posibles de conocimiento* que son vinculados por el tiempo: $k \leq k'$ significa *k' es un tiempo posterior a k* . Por otro lado se cuenta con la relación $k \mapsto X$ que significa *X es establecido, probado, conocido, en el estado k* . Por supuesto, si una sentencia es conocida en un tiempo, lo es en todo tiempo futuro. En símbolos:

$$(k \mapsto X) \wedge (k \leq k') \rightarrow k' \mapsto X \quad (2.9)$$

Formalmente, un modelo de Kripke será un triple (K, \leq, \mapsto) donde K es un conjunto cuyos elementos son llamados nodos, \leq es un orden parcial y \mapsto es una relación binaria que vincula elementos de K con variables proposicionales y que satisface la Ec. 2.9.

2.2.1. Segmentación Empleando El Espacio de Escala: Una Aplicación

Si se observa la Fig. 2.3, podría pensarse que aquellos píxeles que pertenecen al conjunto solución esperado y que no se encuentran en la Figura, están en él en algún mundo posible. Se propone como mundo posible, el resultado de la convolución entre la imagen original y el kernell Gaussiano, por la similitud en la mayoría de las estructuras aún cuando se han perdido algunas estructuras débiles dependiendo de la escala. Como se menciona anteriormente (sección 1.3), el espacio de escala es un conjunto de imágenes producto de filtrados sucesivos que van aumentando su escala, y que dependiendo de ella se pierden gradualmente estructuras conservando las más fuertes. Si se considera la escala como un factor *temporal y ordenado* y el espacio de escala como el conjunto de *estados posibles de conocimiento*, sólo falta el cumplimiento del criterio de agrupación $p > \lambda_0 \rightarrow A$ como la relación binaria que vincula elementos de K con variables proposicionales (\mapsto) para tener un modelo de Kripke.

Para satisfacer la Ec. 2.9, es necesario que el conjunto final (la segmentación de la imagen) una vez aplicada la umbralización en cada una de las imágenes del espacio de escala, esté conformado por aquellos píxeles que son píxeles solución en cada una de las escalas posteriores a su primera escala de aparición. Es de esperarse que desaparezcan los huecos y los píxeles ruido debido al suavizado inherente al filtro y que ajusta cada píxel a su vecindario. Un ejemplo de la evolución de la segmentación a lo largo del espacio de escala se muestra en la Fig. 2.5.

Nótese como el conjunto solución construido a largo de la escala se aproxima mejor a la segmentación esperada (Fig. 2.4), que la encontrada en la Fig. 2.3. Sin embargo, al aplicar el filtro Gaussiano como kernell de generación del espacio de escala, los objetos son desplazados espacialmente en la imagen. Esto se debe a la naturaleza derivativa de la operación, que *traslada el borde hacia el lado más fuerte de los separados por él mismo*. Aparecen en este momento dos puntos a considerar:

1. La segmentación de imágenes debe agrupar los píxeles de la imagen original de acuerdo a criterios de agrupación. En la segmentación empleando el espacio de escala Gaussiano, se observa (Fig. 2.5(h)) que los píxeles detectados como píxel solución en una imagen escalada, no tienen la misma ubicación espacial en la imagen original generando un error en el momento de la evaluación de la segmentación. Es necesario encontrar un kernell de generación de espacios de escala que reduzca el desplazamiento de los bordes.
2. La umbralización a partir de un solo criterio de agrupación (*píxeles rojos*), no encontrará los objetos de interés cuando éstos presenten diferentes tonalidades en su interior. La Fig. 2.6 muestra un ejemplo si se requiere reconocer la flor. Para mejorar

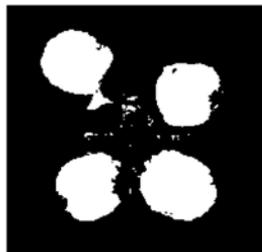
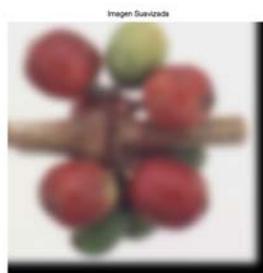
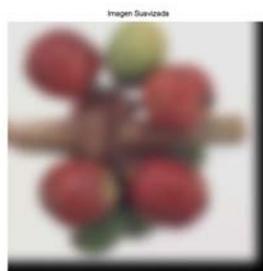
(a) Imagen Escalada con $t = 0$ (b) Región Detectada para $t = 0$ (c) Imagen Escalada con $t = 2$ (d) Región Detectada para $t = 2$ (e) Imagen Escalada con $t = 10$ (f) Región Detectada para $t = 10$ (g) Imagen Escalada con $t = 20$ (h) Región Detectada para $t = 20$

Figura 2.5: Construcción del Conjunto Solución a través de la Escala

el proceso de detección de píxeles solución, se plantean a continuación las probabilidades de pertenencia de los píxeles a cada uno de los componentes de color.

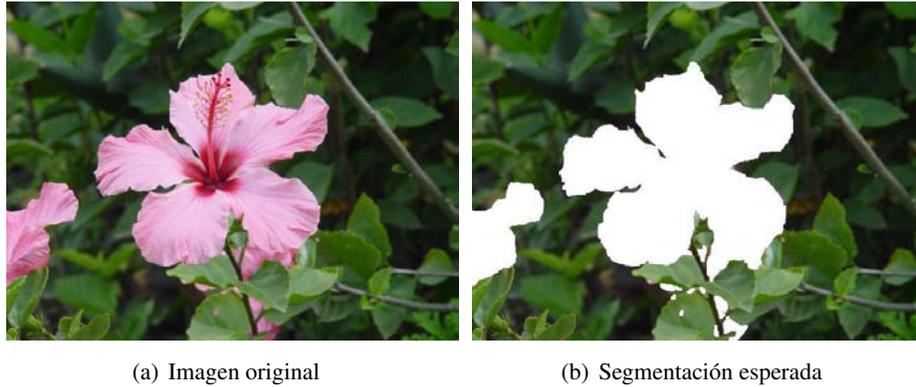


Figura 2.6: Imagen de Color

2.3. Las Probabilidades de Pertenencia y el Proceso de Segmentación

Sea $f(\cdot)$ una función $f : Z^2 \rightarrow Z^n$ denominada función de descomposición tal que:

$$f(\rho) = \overline{\rho_j} \quad \rho \in \Omega, j \in N \quad (2.10)$$

Siendo j una de las componentes del resultado de la función. Particularmente defínase $f_c(\cdot)$ como una función de descomposición de color $f : Z^2 \rightarrow Z^3$ con tres componentes específicas:

- $\overline{\rho_R}$: Componente rojo.
- $\overline{\rho_G}$: Componente verde.
- $\overline{\rho_B}$: Componente azul.

Sea la función $\varphi_d(\cdot)$ llamada como cálculo de probabilidades de pertenencia a los colores rojo, verde y azul:

$$\varphi_d(\overline{\rho_d}) = \left(\frac{\overline{\rho_d}}{(\sum_{\forall d} \overline{\rho_d^2})^{\frac{1}{2}}} \right) \quad d = \{R, G, B\} \quad (2.11)$$

Y que cumple con las condiciones:

- Los resultados de la función se encuentran entre 0 y 1.

$$\varphi_d(\cdot) \in [0, 1] \quad (2.12)$$

- La suma de los resultados de la función evaluada en todo el espacio de aplicación es 1.

$$\sum_{\forall d} \varphi_d(\cdot) = 1 \quad (2.13)$$

Las probabilidades de pertenencia permiten construir conjuntos de píxeles solución que superan umbrales (cumplimiento) de criterios de agrupación compuestos como *píxeles rojos y azules* o *píxeles verdes y azules y rojos* dependiendo de la imagen a procesar. Cada criterio tiene su propio umbral y es necesario durante la construcción de la regla de agrupación ajustar el algoritmo. El conjunto de píxeles solución se definirá como:

$$X_0 = \{\rho \in \Omega | (\overline{\rho_R} > \lambda_{0,R}) \wedge (\overline{\rho_G} > \lambda_{0,G}) \wedge (\overline{\rho_B} > \lambda_{0,B})\} \quad (2.14)$$

Donde $\lambda_{0,R}$ significa *umbral del primer criterio de agrupación para el componente Rojo del píxel*. En general, el umbral $\lambda_{0,d}$ para $d = R, G, B$ se definirá como:

$$\lambda_d = \text{móda}(M_d) \pm \mu_d \quad \forall d \quad (2.15)$$

Donde $\text{moda}(\cdot)$ es una función $f : R^n \rightarrow R^1$ que entrega el valor que más se repite en el conjunto que evalúa, y M_d es el conjunto de todos los componentes mayores de los píxeles para cada color y μ_d es un valor que regula el rango en el que se mueve el umbral y depende de la aplicación.

$$M_d = \{\overline{\rho_d} | \overline{\rho_d} > \overline{\rho_e}\} \quad \forall d, e \in \{R, G, B\} \quad d \neq e \quad \forall \rho \quad (2.16)$$

2.3.1. La Aplicación

Ya se ha planteado el problema cuando los objetos al interior de la imagen presentan distintos colores como la flor en la Fig. 2.6. Utilizando las probabilidades de pertenencia y el criterio de agrupación compuesto *píxeles rojos que superen el 30 % y píxeles verdes que*

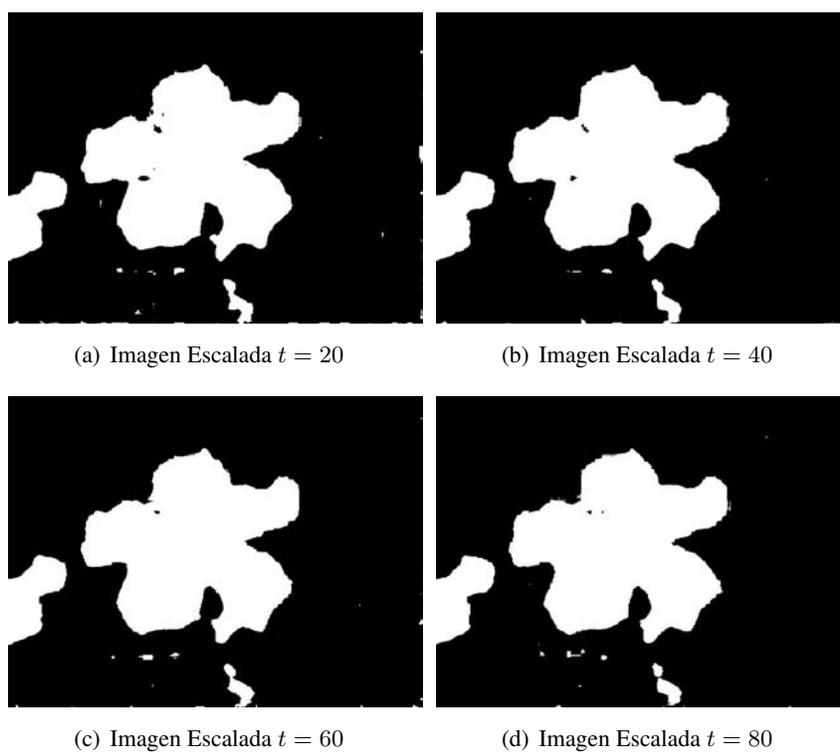


Figura 2.7: Construcción del conjunto solución para la Fig. 2.6

no superen el 30 %, se construye el conjunto solución (la imagen segmentada) a lo largo de la escala como se muestra en la Fig. 2.7.

2.4. Consideraciones acerca del Método de Segmentación Propuesto

En resumen, el método que se propone calcula regiones a partir de las probabilidades de pertenencia de cada píxel de la imagen a cada uno de los componentes RGB. Sin embargo, es necesario tener en cuenta las consideraciones que se presentan a continuación, para que el proceso de segmentación esté completo.

1. El número de regiones por color para una segmentación de este tipo puede tener más de tres criterios de agrupación. Estos se deben construir combinando las probabilidades de pertenencia a los colores básicos, rojo, verde y azul.
2. Debido a que las imágenes pueden presentar objetos que no son completamente rojos, completamente azules, completamente verdes, etc., sino que en su interior pueden presentar subregiones como las manchas en una imagen de frutas, se hace necesario un suavizado de color antes de aplicar la metodología de segmentación que se propone. La Figura 2.8 muestra un diagrama de bloques del proceso.

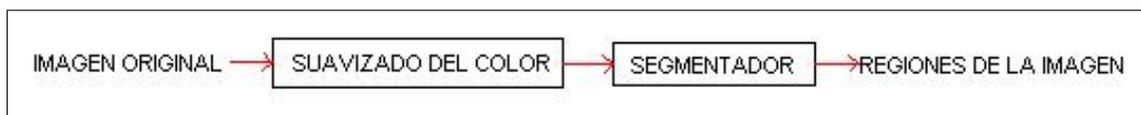


Figura 2.8: Diagrama del proceso completo de segmentación

3. Mientras más fuerte sea el suavizado, regiones más compactas son identificadas por la metodología propuesta ya que ésta no incluye criterios de agrupación por distancia espacial en la imagen. Para esta etapa de suavizado, se proponen entonces los espacios de escala específicamente el espacio Gaussiano y el espacio de Variación Total. Esta herramienta permite controlar el suavizado por medio de un parámetro t denominado parámetro de escala.
4. Una vez encontrada la región que cumple con el valor mínimo de cumplimiento del criterio de agrupación, es necesario aplicar un algoritmo de identificación de regiones conexas para separar los objetos de la misma naturaleza de acuerdo a su ubicación espacial en la imagen. Este algoritmo se basa en estudios de conectividad de vecinos.

5. El conjunto de píxeles solución (la imagen segmentada) estará conformada por aquellos píxeles que superen el umbral en todas las imágenes del espacio de escala que estén por encima (de escala mayor), de la imagen en donde empieza a cumplir con el criterio. Es decir, que satisfaga la Ec. 2.9 de la lógica intuicionista. Es necesario considerar que a medida que la escala aumenta en el espacio Gaussiano, los objetos se desplazan en la imagen y el error al evaluar la segmentación el error se ve incrementado. El conjunto K de mundos posibles se ve acotado dentro del modelo de Kripke. Para mejorar el problema del desplazamiento, se propone construir el espacio de escala a partir del filtro de Variación Total.

2.5. El Algoritmo de Segmentación y su Implementación

El Algoritmo 1 ilustra la metodología de segmentación empleando el espacio de escala gaussiano y las probabilidades de pertenencia como criterio de agrupación, que se propone. La Fig. 2.9 muestra las imágenes de prueba que serán empleadas para los algoritmos de segmentación desarrollados por este trabajo. Las subsecciones siguientes describen cada uno de los pasos del algoritmo.

Algorithm 1 Segmentación empleando el Espacio de Escala Gaussiano

Paso 1: Cálculo de las probabilidades de pertenencia

Paso 2: Suavizado del color empleando el espacio de escala gaussiano {Filtrado}

Paso 3: Iterar hasta que el número de píxeles detectados se encuentre por debajo de un umbral μ

2.5.1. Cálculo de las Probabilidades de Pertenencia

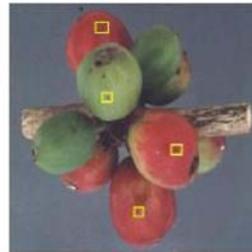
Los píxeles son puntos en un espacio tridimensional con tres componentes, el primer valor hace referencia al componente rojo, el segundo al componente verde y el tercero al componente azul. La Ec. 2.17 define un píxel i de la imagen.

$$p(i) = (R, V, A) \quad (2.17)$$

La primera etapa del proceso consiste en calcular las probabilidades de pertenencia de cada píxel a cada uno de los planos del color. Para las imágenes de intensidad, es



(a) Imagen de prueba 1



(b) Imagen de prueba 2

Figura 2.9: Imágenes de Prueba para Ilustrar el Proceso Completo de la Segmentación

natural pensar en agrupar píxeles de acuerdo a su color. Así, cada píxel tendrá una **fuerza** de pertenencia a cada uno de los tres componentes fundamentales y su color se definirá como una combinación lógica de esas pertenencias. Se definen entonces probabilidades de pertenencia a cada uno de los componentes 2.18 con la restricción mostrada por la Ec. 2.19.

$$P_R(i) \geq 0, P_V(i) \geq 0, P_A(i) \geq 0 \quad (2.18)$$

$$P_R(i) + P_V(i) + P_A(i) = 1 \quad (2.19)$$

Para el cálculo de las probabilidades de pertenencia y dada la restricción mostrada arriba, se proponen los cosenos directores en el espacio tridimensional RGB para éstas medidas. La Ec. 2.20 muestra el cálculo de la probabilidad de pertenencia al componente rojo.

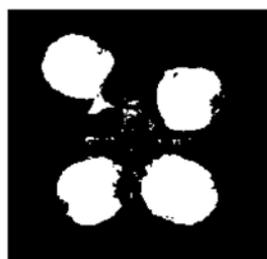
$$P_R = \left(\frac{R}{\sqrt{R^2 + V^2 + A^2}} \right)^2 \quad (2.20)$$

Como puede comprobarse siguiendo un procedimiento algebraico, la suma de las tres probabilidades de pertenencia es igual a 1. Ahora se procede a la primera etapa de la segmentación, agrupando los píxeles en clases definidas previamente de acuerdo a la combinación de sus probabilidades. Para el desarrollo de este trabajo, se definieron las clases como lo muestra la Ec. 2.21.

$$C_i = \begin{array}{l} P_R > P_V \quad \wedge \quad P_R > P_A \quad i = 1 \\ P_V > P_R \quad \wedge \quad P_V > P_A \quad i = 2 \\ P_A > P_R \quad \wedge \quad P_A > P_V \quad i = 3 \end{array} \quad (2.21)$$

Sin embargo teniendo en cuenta la imagen a segmentar, es necesario definir una mayor cantidad de regiones debido a que la interpretación geométrica del color (puntos en un espacio tridimensional) agrupa varios colores en una misma familia y perceptualmente no es correcta la segmentación.

La Figura 2.10 muestra los píxeles que tienen una probabilidad de pertenencia al componente rojo por encima del sesenta y cinco por ciento. Esta primera etapa de la segmentación, entrega regiones no compactas y píxeles aislados.



(a) Rojos de la Fig. 2.9(a)



(b) Rojos de la Fig. 2.9(b)

Figura 2.10: Regiones conformadas por píxeles rojos al 65 por ciento

2.5.2. Suavizado del Color empleando el Espacio de Escala Gaussiano

Para solucionar el problema de los píxeles aislados y las regiones no compactas, se emplea el filtro gaussiano como herramienta de suavizado. Estos filtros atenúan las componentes de alta frecuencia presentes en la imagen las cuales son responsables de los bordes y los detalles finos, por este motivo son utilizados para la reducción de ruido. El efecto de aplicar un filtro suavizante sobre una imagen, es el de hacerla más borrosa. El filtro gaussiano en dos dimensiones tiene la forma descrita por la ecuación 1.2 donde σ es la desviación estandar de la distribución y se ha asumido una media igual a cero.

Para las imágenes de intensidad, se realiza el filtrado por separado a cada uno de los componentes de la imagen. Se recomienda un kernel gaussiano (ventana) de tamaño alrededor de 20 píxeles, es decir no muy pequeño porque el suavizado entrega imágenes muy oscuras para escalas pequeñas y no se puede apreciar el efecto del filtrado para un conjunto considerable de escalas. Por otro lado, un kernel de tamaño más grande aumenta el costo computacional y provoca problemas en los límites de la imagen. Por estas razones, se recomienda un tamaño entre 20 y 30. Para este trabajo, se utilizó una ventana de tamaño igual a 21. La Fig. 2.11 muestra dos imágenes escaladas, una para cada imagen de prueba de esta sección.

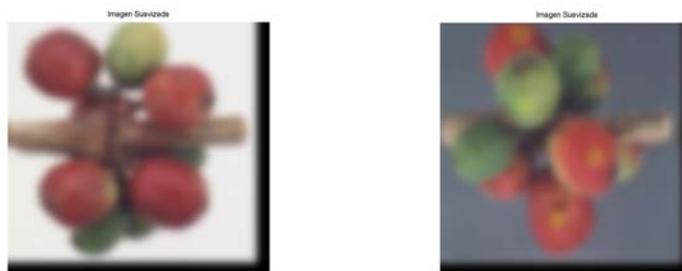
(a) Fig. 2.9(a) escalada con $t = 10$ (b) Fig. 2.9(b) escalada con $t = 10$

Figura 2.11: Imágenes de Prueba Escaladas

2.5.3. La Etapa Iterativa

La imagen filtrada es una imagen suavizada en el color. Si se vuelven a calcular probabilidades de pertenencia para cada píxel y se reagrupan de acuerdo al criterio expresado anteriormente, se puede observar una segmentación más apropiada a medida que la escala aumenta. Como criterio de parada se propone entonces la estabilización del número de píxeles detectados. Para ilustrar el proceso, se han calculado las regiones de píxeles rojos que superen un (65) por ciento de pertenencia. La Fig. 2.12 muestra el proceso completo de la segmentación para la Fig. 2.9(b), tomando de igual manera solo algunos valores de escala. La Fig. 2.5 muestra el proceso completo de la segmentación para la Fig. 2.9(b), tomando de igual manera solo algunos valores de escala.

2.5.4. El Desplazamiento de Bordes

Los filtros derivativos como el gaussiano, suavizan el color en las imágenes tomando ventanas de tamaños considerables sin importar la distancia en el color a la que se encuentren los vecinos del píxel de interés. Esto lleva al corrimiento de los bordes espacialmente. Cuando la escala es alta (las consideraciones de escalas bajas o altas son relativas) los bordes se han desplazado tanto que los objetos pierden sus formas. Por esta razón, no es recomendable avanzar mucho a lo largo del espacio de escala. Para solucionar este problema, se implementó el filtro de Variación Total y se realizaron filtrados sucesivos a la imagen como etapa previa al cálculo de probabilidades de pertenencia como criterio de agrupación.

2.5.5. El Filtro de Variación Total

El filtro conocido como de Variación Total, es un filtro pasabajos adaptativo capaz de conservar la posición geométrica de los bordes. A diferencia de los filtros basados en

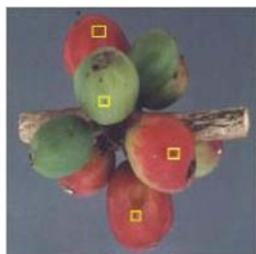
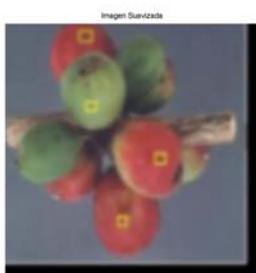
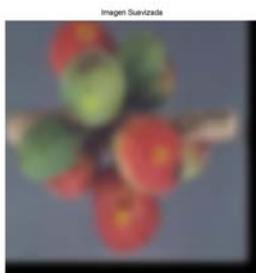
(a) Imagen Escalada con $t = 0$ (b) Región Detectada para $t = 0$ (c) Imagen Escalada con $t = 2$ (d) Región Detectada para $t = 2$ (e) Imagen Escalada con $t = 10$ (f) Región Detectada para $t = 10$ (g) Imagen Escalada con $t = 20$ (h) Región Detectada para $t = 20$

Figura 2.12: Proceso Completo para la Fig. 2.9(b)

derivadas como el Gaussiano, el filtro de Variación Total no aumenta el error relativo de la segmentación a medida que aumenta la escala. Esto se debe al corrimiento espacial de los objetos dentro de la imagen.

La Figura 2.13 ilustra la conservación espacial de los bordes de la imagen una vez la imagen ha sido escalada un factor de 150 (Fig. 2.13(c)) y muestra el desplazamiento de los bordes una vez es aplicado el filtro Gaussiano (Fig. 2.13(f)) y que se no se ve en la aplicación del filtro de Variación Total.

Las principales características del filtro de Variación Total pueden resumirse en:

- El filtro tiene una estructura fija y simple con una fórmula exacta para los coeficientes del filtro que intrínsecamente codifican la información de los bordes.
- En términos de soporte matemático, a diferencia de otros filtros estadísticos, está basado en análisis funcional y geométrico.
- En términos de aplicación, el filtro puede ser adaptado a señales unidimensionales y bidimensionales como imágenes de color y de cromaticidad.

En cuanto a desempeño frente a ruido en la imagen, el filtro presenta muy buenos resultados como se muestra en la Figura 2.14. La Figura 2.15 muestra el desempeño del ruido para una imagen a la que se le ha sumado ruido gaussiano con un desviación estándar de 40.

El Algoritmo 2 ilustra el proceso de filtrado empleando la Variación Total [42]. El filtro se basa en una serie de derivadas sobre la imagen, donde I_x denota la primera derivada de la imagen en la dirección x , I_{xx} denota la segunda derivada de la imagen en la dirección x y I_x^2 la primera derivada de la imagen en la dirección x elevada al cuadrado. El filtro es un pasabajos recursivo (IIR para señales bidimensionales) y adaptativo.

Para las imágenes de rango, el filtro de Variación Total puede aplicarse sobre la componente de profundidad. Sin embargo para este trabajo, solo se muestra la construcción del espacio de escala Gaussiano y se propone una metodología de segmentación para ellas. El proceso se ilustra en la sección 3.4.



(a) Imagen Original



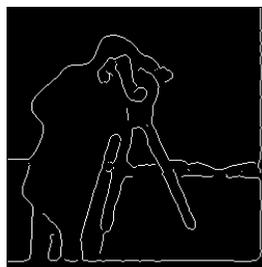
(b) Bordes de la Imagen original



(c) Imagen escalada en 150 (Variación Total)



(d) Bordes de la Imagen escalada

(e) Imagen escalada con el Filtro Gaussiano $t = 3$ 

(f) Bordes de la Imagen 2.13(e)

Figura 2.13: Ilustración de la conservación espacial de los bordes



(a) Imagen con ruido gaussiano

(b) Imagen filtrada con escala de 80

Figura 2.14: Ilustración del desempeño frente a ruido gaussiano



(a) Imagen con ruido gaussiano

(b) Imagen filtrada con escala de 120

Figura 2.15: Ilustración del desempeño frente a ruido gaussiano en una imagen de color

Algorithm 2 Filtro digital de Variación Total

Paso 1: Calcular para la imagen I :

$$Num = I_{xx}I_y^2 + I_{xx} + I_{yy} + I_{yy}I_x^2 - 2I_xI_yI_{xy} \quad (2.22)$$

$$Den = (1 + I_x^2 + I_y^2)^{\frac{3}{2}} \quad (2.23)$$

Paso 2: Cálculo de la imagen de paso I_p

$$I_p = \frac{Num}{Den} \quad (2.24)$$

Paso 3: Cálculo de la nueva imagen I_n

$$I_n = I + A * I_p \quad (2.25)$$

Donde A es un factor de ponderación definido por el usuario. Se recomienda un valor a 0,2

Paso 4: Se repiten los pasos anteriores un número de veces igual a la escala que se desea

Capítulo 3

Resultados de la Segmentación de Imágenes

Este capítulo presenta la evaluación del método de segmentación que se propone y compara sus resultados con otros métodos de segmentación como el de crecimiento de regiones y watersheds. La primera parte de este capítulo presenta unas pruebas preliminares sobre imágenes sintéticas. La segunda parte muestra la segmentación sobre una imagen de café y compara sus resultados contra otros segmentadores. La tercera parte ilustra la segmentación sobre imágenes capilaroscópicas. Finalmente la cuarta parte muestra la aplicación de la metodología propuesta para imágenes de rango.

Las técnicas de segmentación por agrupamiento de píxeles tienen como objetivo la identificación de grupos de objetos similares y además ayudan a descubrir distribuciones de patrones y correlaciones interesantes en conjuntos de datos muy grandes [46]. El agrupamiento de píxeles es el proceso por el cual se divide el espacio de entrada en grupos significativos, los cuales son alcanzados por cumplimiento de criterios de agrupación. Para el caso del agrupamiento en el espacio de color RGB, los grupos corresponden a colores representativos de la escena.

Una manera de evaluar la segmentación (agrupamiento) es empleando la segmentación manual (**Ground Truth**) como referencia. En [18] los descriptores usados son Verdadera Aceptación (VA), Falsa Aceptación (FA), Verdadera Rechazo (VR) y Falso Rechazo (FR). Los descriptores VA y FR están correlacionados: $VA = 100\% - FR$.

- VA: Porcentaje de píxeles del objeto de la imagen segmentada que pertenecen a su correspondiente en la imagen referencia (Ground Truth). El valor ideal es 100 %.
- FA: Porcentaje de píxeles del objeto en la imagen segmentada que realmente no pertenecen a su correspondiente en el GT. El valor ideal es 0 %.

- VR: Porcentaje de píxeles que no pertenecen al objeto en análisis en la imagen segmentada que tampoco pertenecen a su correspondiente en GT. El valor ideal es 100 %.
- FR: Porcentaje de píxeles que no pertenecen al objeto en análisis en la imagen segmentada que realmente son parte del objeto correspondiente en GT. El valor ideal es 0 %

Aunque estos descriptores ofrecen mayor información sobre lo que sucede con cada objeto, y su grado de ajuste con el objeto que se desea segmentar, es difícil obtener una generalización respecto del comportamiento de la herramienta de segmentación en análisis [17]. El valor medio de estos descriptores junto con sus varianzas, la cual da un estimado de sus confiabilidades, son utilizados para describir el desempeño. Sin embargo, no existe una metodología que permita determinar los casos puntuales donde la herramienta falla.

3.1. Imágenes Sintéticas

Para éstas pruebas se diseñó una imagen con figuras geométricas de diferente número de lados y color, a la cual se le agregó ruido de Sal y Pimienta, Poisson y Speckle, como se muestra en la Figura 3.1.

Se agruparon los píxeles que superaran el 60 % de probabilidad de pertenencia al color rojo para la imagen de la Figura 3.1(b), para una imagen correspondiente al espacio de escala Gaussino ($t = 11$) y para una correspondiente al espacio de Variación Total ($t = 60$). Los resultados se muestran en la Figura 3.2. Como puede observarse, el espacio de escala Gaussiano presenta un corrimiento de bordes de los objetos a medida que la escala aumenta. El espacio de Variación Total por su parte no presenta este problema, pero necesita de un valor de escala muy grande para lograr una segmentación aceptable. En la Figura 3.2(f), aun se encuentran píxeles no deseados en la segmentación.

Se realizaron las pruebas correspondientes para las imágenes con adición de otro tipo de ruidos (Fig. 3.3) y se calcularon los porcentajes con respecto al Ground Truth (Fig. 3.4), de VA, FA y FR, para cada una de las imágenes del espacio.

La Tabla 3.1 muestra las medidas de VA, FA y FR para las imágenes sintéticas de la Figura ?? y la Tabla 3.1 muestra las mismas medidas para las imágenes sintéticas de la Figura 3.3.

Análisis de Resultados y Discusión

- El método de segmentación por probabilidades de pertenencia (P.P.) es altamente sensible al ruido del tipo sal y pimienta pero se corrige inmediatamente con la aplicación de los espacios de escala tanto Gaussianos como de Variación total. La tabla 3.1

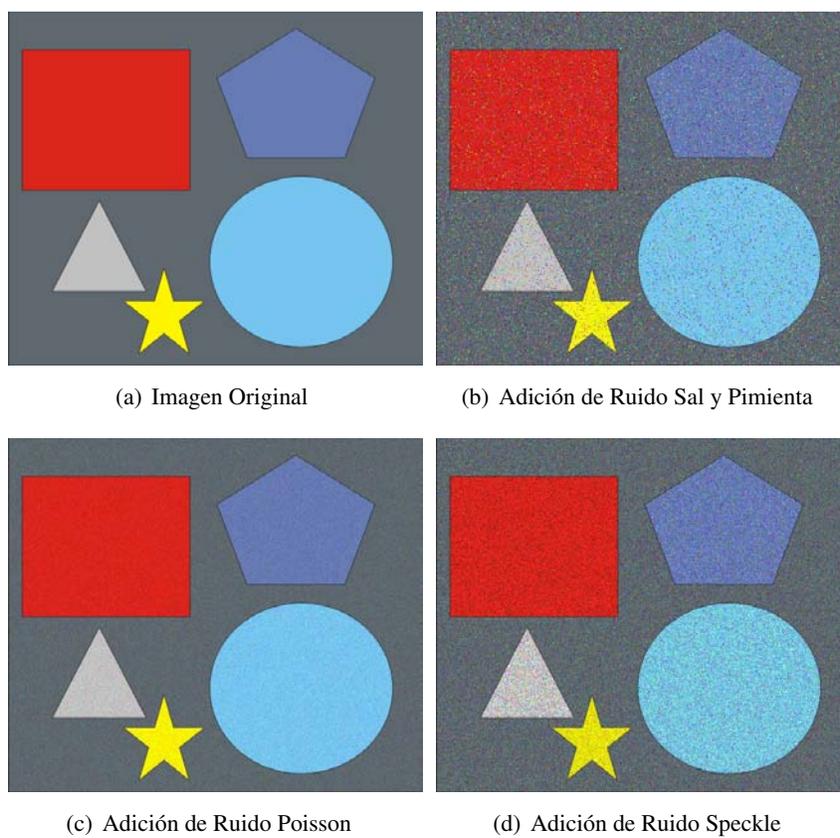
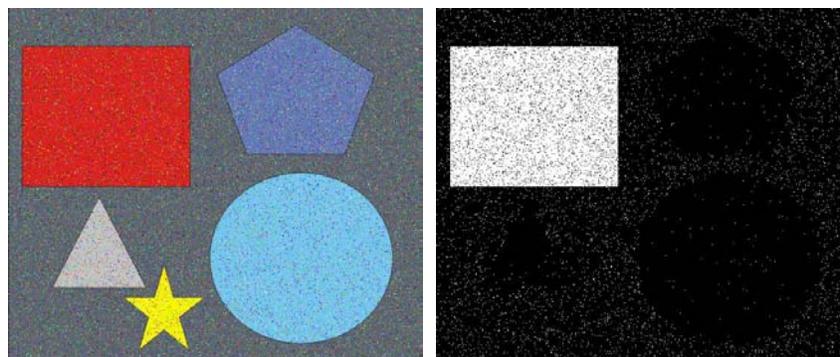
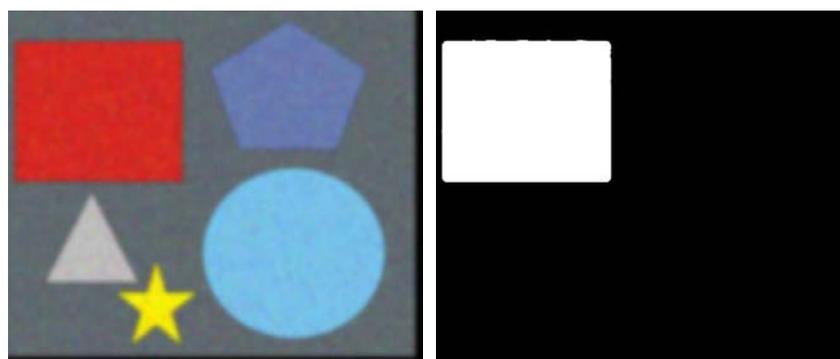


Figura 3.1: Imagen de Prueba

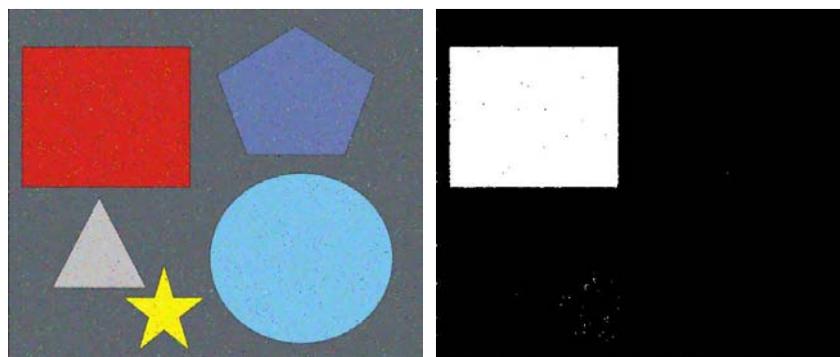


(a) Imagen Original

(b) Imagen Segmentada Fig. 3.2(a)

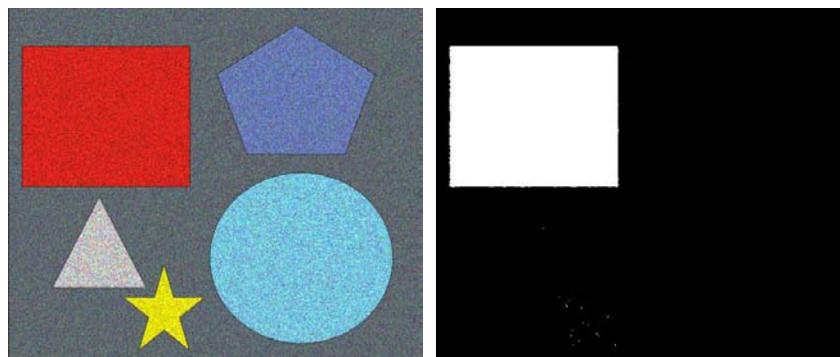
(c) Imagen en el Espacio Gaussiano ($t = 11$)

(d) Imagen Segmentada Fig. 3.2(c)

(e) Imagen en el Espacio de Variación Total ($t = 60$)

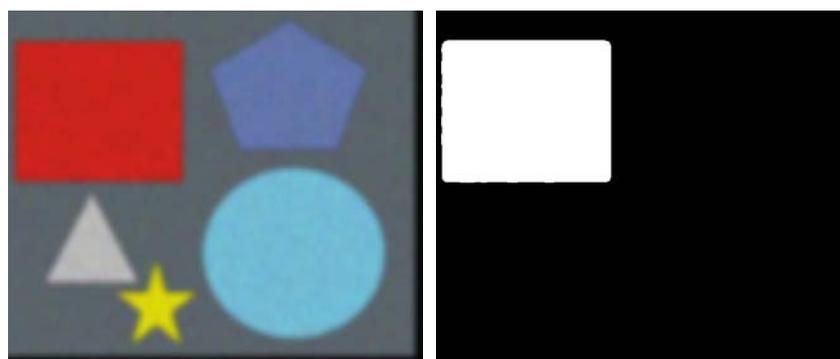
(f) Imagen Segmentada Fig. 3.2(e)

Figura 3.2: Segmentación de Rojos en Imagen Sintética con ruido Sal y Pimienta

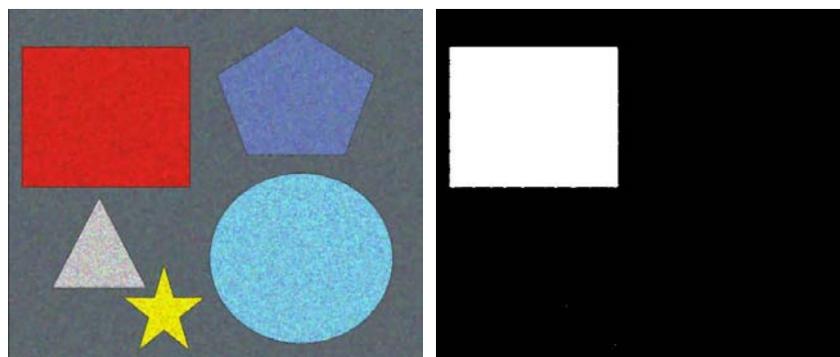


(a) Imagen Original con ruido Speckle

(b) Imagen Segmentada Fig. 3.3(a)

(c) Imagen en el Espacio Gaussiano ($t = 21$)

(d) Imagen Segmentada Fig. 3.3(c)

(e) Imagen en el Espacio de Variación Total ($t = 70$)

(f) Imagen Segmentada Fig. 3.3(e)

Figura 3.3: Segmentación de Rojos en Imagen Sintética con ruido Speckle

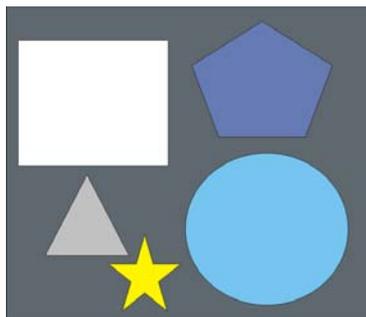


Figura 3.4: Ground Truth para la Fig. 3.1(a)

Figura	VA	FA	FR
Figura 3.2(b)	47.68	5.44	52.25
Figura 3.2(d)	89.86	10.45	10.07
Figura 3.2(f)	94.57	0.82	5.42

Tabla 3.1: Medidas para la Figura 3.2

Figura	VA	FA	FR
Figura 3.3(b)	95.78	0.79	4.21
Figura 3.3(d)	89.93	10.85	10.06
Figura 3.3(f)	95.81	0.86	4.18

Tabla 3.2: Medidas para la Figura 3.3

muestra como los valores de VA, FA y FR se acercan a sus valores ideales una vez la metodología de segmentación por (P.P.) es aplicada sobre los espacios de escala.

- A pesar de que se muestra una segmentación visualmente aceptable al aplicar el método de P.P. a las imágenes del espacio Gaussiano (Fig. 3.2(d)), el valor de FA consignado en la tabla 3.1 es grande. Esta relación puede explicarse por el corrimiento de bordes que se presenta en las imágenes del espacio de escala Gaussiano. Así mismo, se ve como el valor de FA para el filtro de Variación total es bajo para una escala grande, mostrando como éste conserva espacialmente los objetos dentro de la imagen.
- Para un buen funcionamiento (porcentajes aceptables para los índices de segmentación) del segmentador por P.P., se puede utilizar una escala mayor ($t = 60$, $t = 70$) para el espacio de Variación Total. El espacio Gaussiano ($t = 11$, $t = 21$) no debería llegar hasta escalas muy altas por el problema del corrimiento de los bordes.

3.2. Imágenes de Café

Para evaluar el algoritmo propuesto por este trabajo 2, segmentación de imágenes empleando el espacio de escala y las probabilidades de pertenencia como criterio de agrupación, se utilizaron las imágenes mostradas en la Figura 3.5. La Figura 3.5(a) muestra la imagen original y la 3.5(b) la imagen segmentada manualmente (Ground Truth).



(a) Imagen Original



(b) Imagen Ground Truth

Figura 3.5: Imagen de Prueba

3.2.1. El Espacio de Escala Gaussiano y las Probabilidades de Pertenencia

Se construyeron las regiones con aquellos píxeles de la imagen que superaban el 57% de la probabilidad de pertenencia al color rojo, para cada una de las imágenes pertenecientes al espacio de escala Gaussiano. Se utilizó una ventana cuadrada de 21×21 y se calcularon los porcentajes de VA, FA y FR con respecto al Ground Truth. La tabla 3.3 muestra éstos valores.

La Figura 3.6 muestra la segmentación para cuatro imágenes del espacio de escala. Como puede observarse, se detectan regiones más compactas a medida que la escala aumenta aunque como se ve en la tabla 3.3, el porcentaje de píxeles correctos no detectados aumenta. Esto se debe al corrimiento de los granos de café en este caso, por el filtrado Gaussiano que es un filtro derivativo.

Las Figuras 3.7, 3.8, 3.9 muestran las tres curvas para las medidas de VA, FA, FR. Como puede observarse, a medida que la escala aumenta aun cuando las regiones pueden observarse más compactas, el porcentaje de píxeles correctos no detectados automáticamente crece, así como el porcentaje de píxeles correctos detectados automáticamente decrece aunque en menor proporción. Para solucionar este problema, se implementó el filtro de variación total y se construyó el espacio de escala.

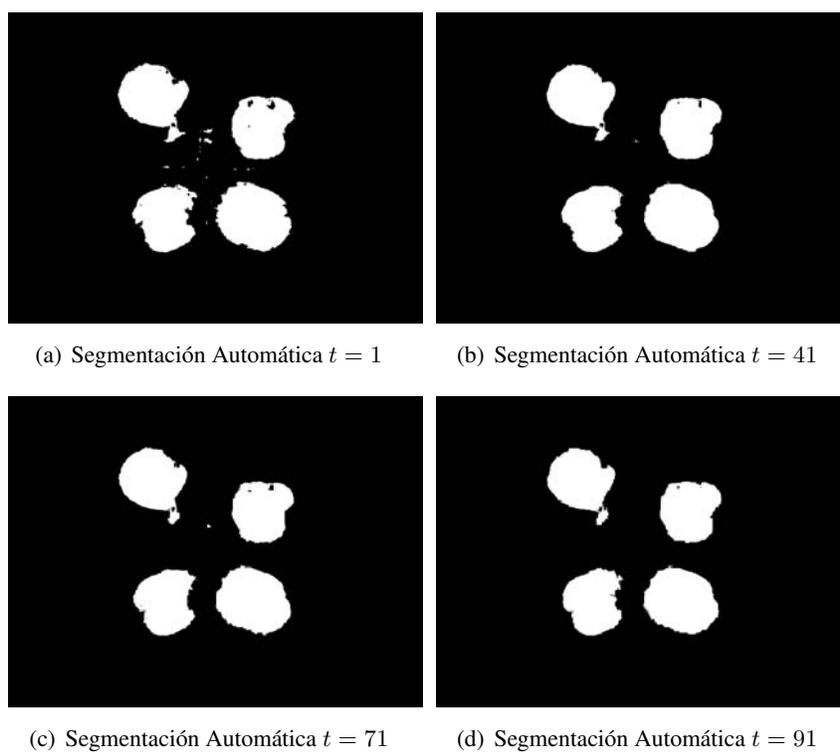


Figura 3.6: Segmentación a través de la escala

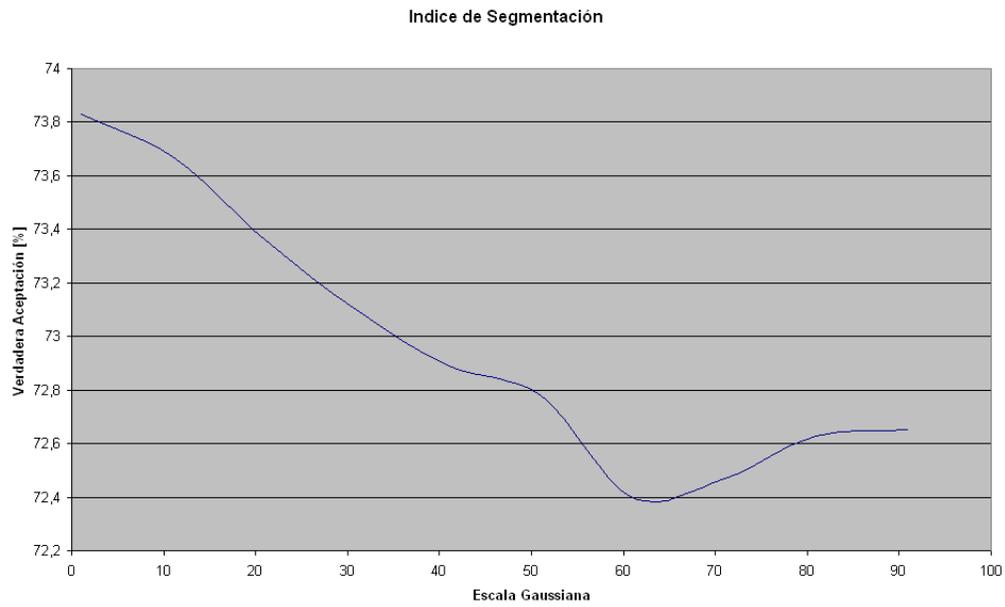


Figura 3.7: Curva de VA para el espacio Gaussiano

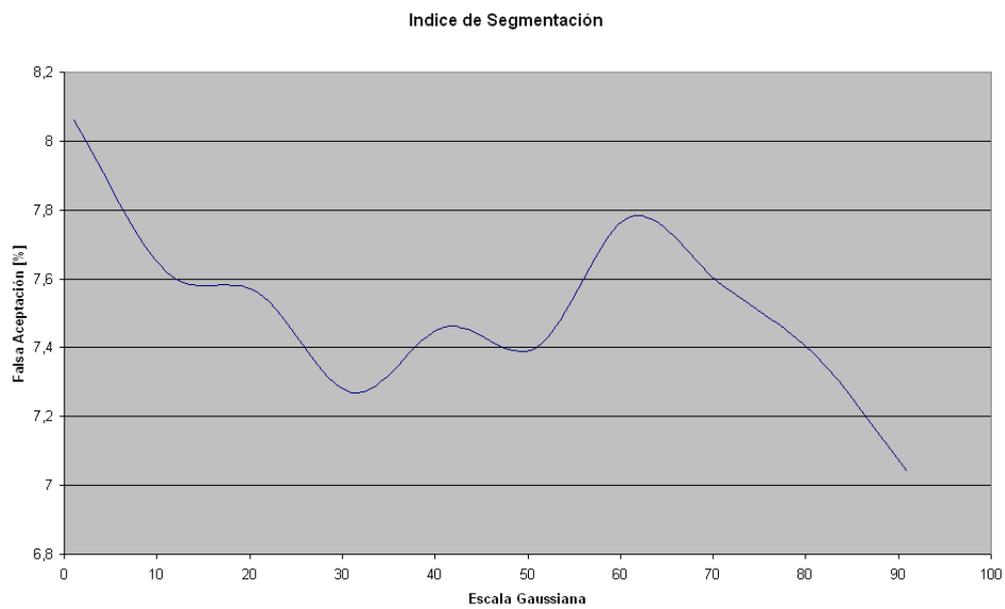


Figura 3.8: Curva de FA para el espacio Gaussiano

Escala	VA	FA	FR
1	73.83	8.06	26.16
11	73.67	7.62	26.32
21	73.36	7.56	26.63
31	73.10	7.27	26.89
41	72.89	7.46	27.10
51	72.78	7.40	27.21
61	72.40	7.78	27.59
71	72.47	7.58	27.52
81	72.63	7.38	27.36
91	72.65	7.04	27.34

Tabla 3.3: VA, FA y FR para la Fig. 3.5 a través de la escala Gaussiana

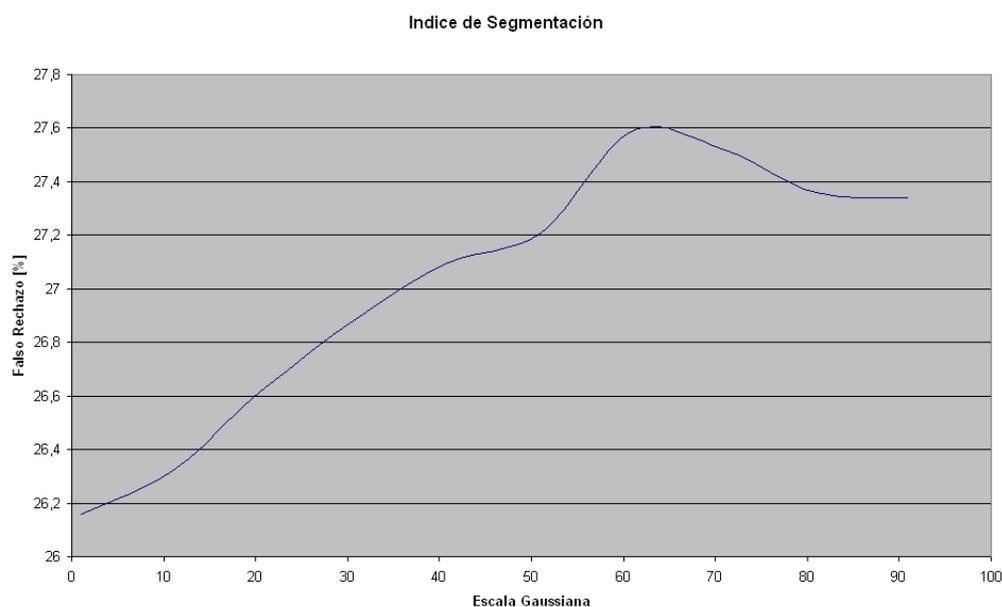


Figura 3.9: Curva de FR para el espacio Gaussiano

Análisis de Resultados y Discusión

- La segmentación por P.P. sobre imágenes pertenecientes al espacio Gaussiano disminuye el porcentaje de Verdadera Aceptación a medida que la escala aumenta. Así mismo el porcentaje de Falso Rechazo aumenta hasta que alcanza una etapa de estabilidad (variaciones pequeñas con respecto a un eje horizontal como se ve en la Fig.

3.9), y el porcentaje de Falsa Aceptación aumenta a lo largo de la escala hasta alcanzar un máximo. Esto significa que el segmentador baja su rendimiento a medida que la escala aumenta, reconoce regiones más pequeñas y aumenta el número de píxeles incorrectos en la segmentación para escalas grandes.

- Al analizar las curvas de los índices de segmentación 3.7, 3.8, 3.9, se puede observar que la escala óptima es un parámetro que requiere compromisos entre los porcentajes de verdadera aceptación, falsa aceptación y falso rechazo según la aplicación. En las curvas se observa que aunque para escalas altas los objetos se presentan más compactos y visualmente más cercanos a la segmentación manual (Fig. 3.6), los índices presentan desmejoramiento al aumentar la escala.
- Para una escala baja ($t = 2$) el porcentaje de VA es el más alto en el espacio de escala y después disminuye. Este comportamiento se presenta por el corrimiento de bordes del filtro Gaussiano.
- Si los dos últimos índices reflejan una buena segmentación, se espera que disminuyan con la escala pero este no es el caso. Sin embargo, se puede apreciar un máximo en las dos curvas 3.8, 3.9 a la altura de la escala 60 y una tendencia a disminuir con escalas más grandes. El problema es que ya a ésta altura, el porcentaje de VA ha caído hasta un 72,45 %.
- Se recomienda trabajar con imágenes en escala bajas en el espacio Gaussiano (no mayores a $t = 20$) para aplicar el algoritmo de segmentación por P.P.

3.2.2. El Espacio de Escala de Variación Total y las Probabilidades de Pertenencia

Se aplicó el filtrado sucesivo de la imagen descrito en el Algoritmo 2 para las imágenes de la Figura 3.5. Las medidas de VA, FA y FR para el espacio de Variación Total se muestran en la tabla 3.4.

La Figura 3.10 muestra la segmentación a lo largo del espacio de Variación total. Se observan regiones levemente más compactas a medida que la escala aumenta y a diferencia del espacio de escala Gaussiano, no hay corrimiento de bordes como lo muestran los resultados consignados en la tabla 3.4 en la columna referente a FR.

Las gráficas de los índices de VA, FA y FR se muestran en las Figuras 3.11, 3.12, 3.13. Una gráfica interesante es la mostrada en la Figura 3.14 donde se comparan los porcentajes de Falsos Rechazos de los espacios Gaussiano y de Variación Total. Mientras en el primero el porcentaje de píxeles aumenta indicando que a medida que la escala aumenta el segmentador se vuelve más impreciso aún cuando se observan regiones más compactas,

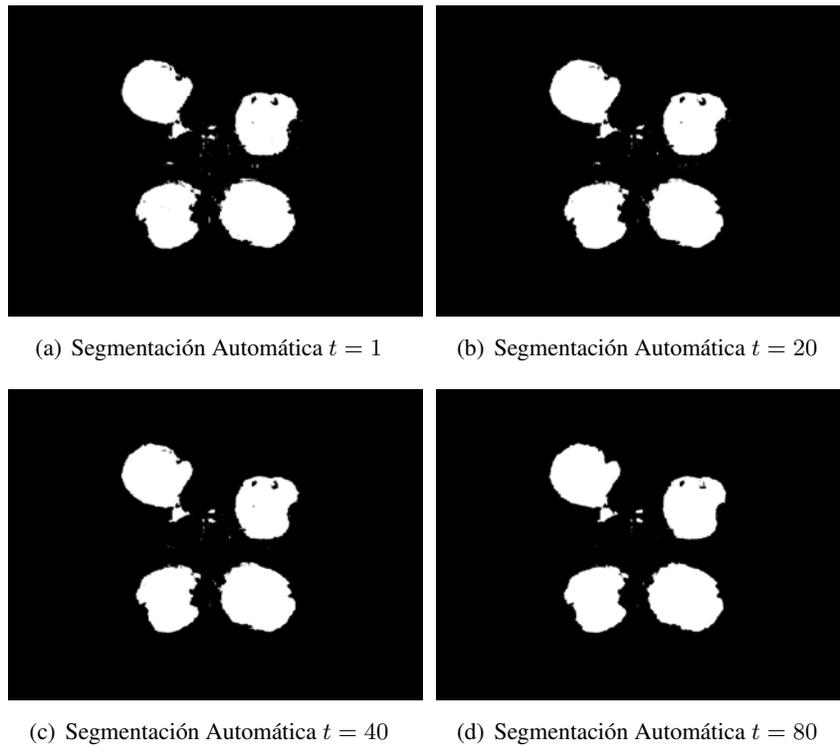


Figura 3.10: Segmentación a través del espacio de Variación Total

Escala	VA	FA	FR
1	76.11	5.93	23.88
11	76.34	5.95	23.65
21	76.61	5.88	23.38
31	76.59	5.86	23.40
41	76.69	5.87	23.30
51	76.87	5.86	23.12
61	76.83	5.83	23.16
71	76.89	5.78	23.10
81	76.80	5.73	23.19
91	76.84	5.61	23.15

Tabla 3.4: VA, FA y FR para la Fig. 3.5 a través de la escala de Variación Total

en el segundo se ve lo contrario. Se muestra entonces como el problema del corrimiento de bordes se corrige con el espacio de Variación Total.

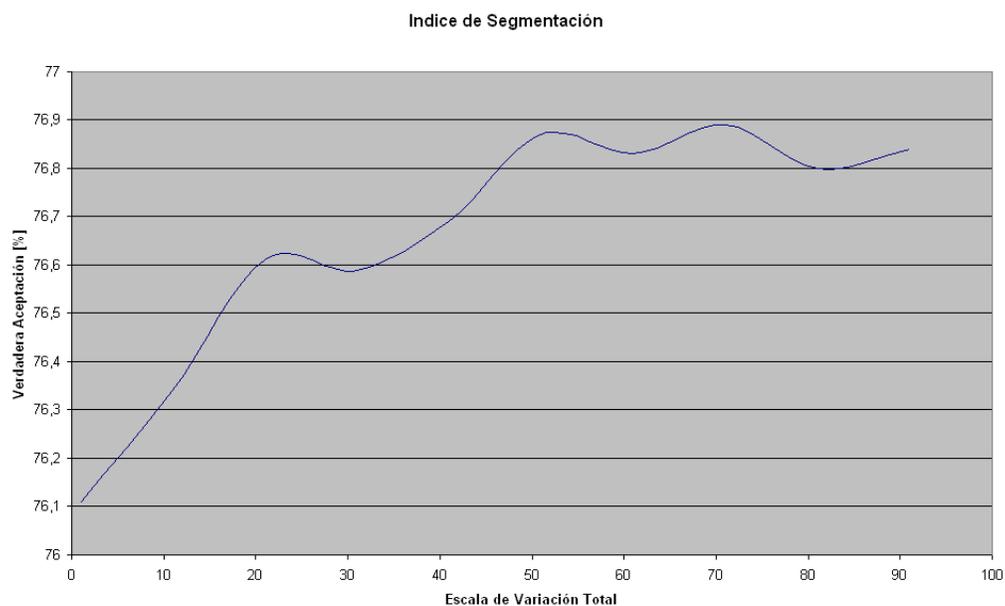


Figura 3.11: Curva de Porcentaje de Verdadera Aceptación para Variación Total

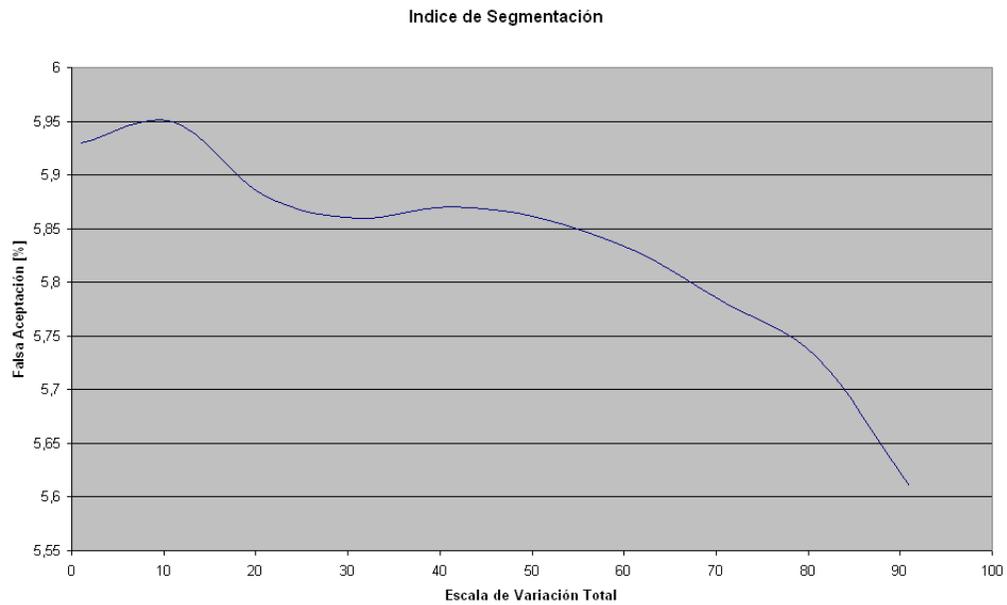


Figura 3.12: Curva de Porcentaje de Falsa Aceptación para Variación Total

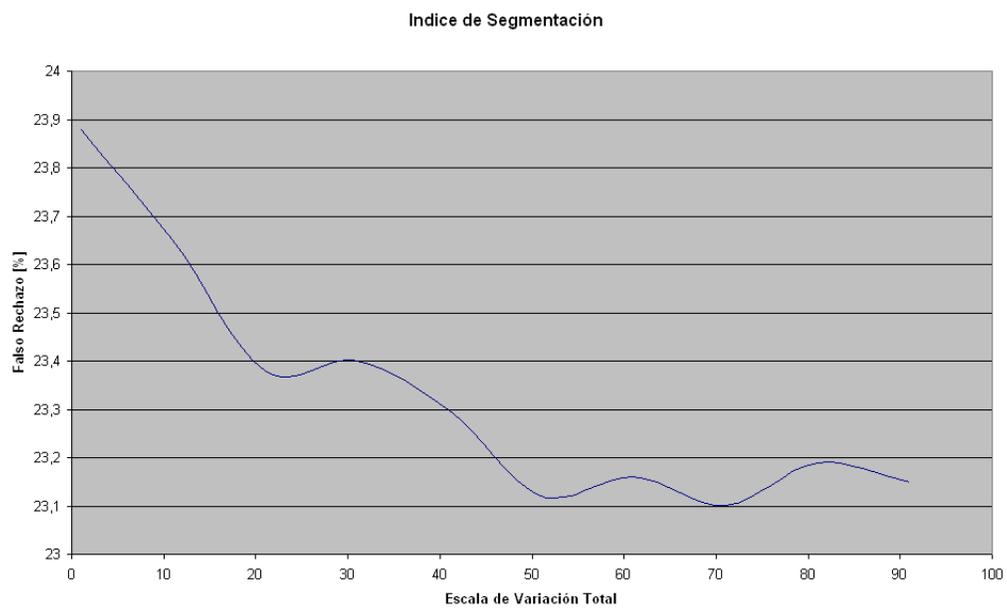


Figura 3.13: Curva de Porcentaje de Falso Rechazo para Variación Total

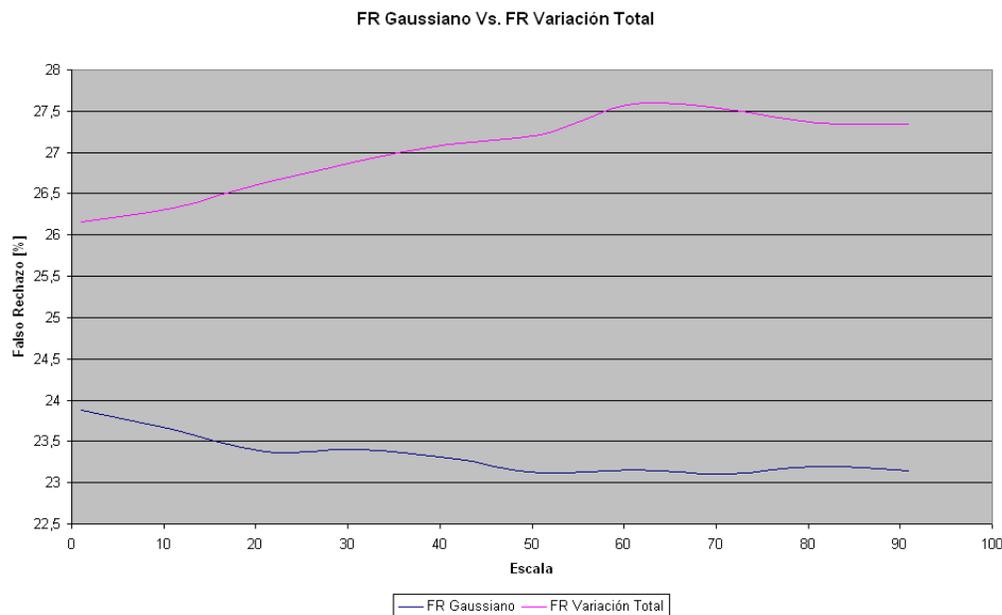


Figura 3.14: Comparación de los porcentajes de FR para los espacios Gaussiano y de Variación Total

Análisis de Resultados y Discusión

1. La segmentación por P.P. sobre imágenes pertenecientes al espacio de Variación Total aumenta el porcentaje de Verdadera Aceptación a medida que la escala aumenta. Así mismo el porcentaje de Falso Rechazo disminuye como se ve en la Fig. 3.13), y el porcentaje de Falsa Aceptación disminuye a lo largo de la escala. Esto significa que el segmentador aumenta su rendimiento a medida que la escala aumenta, reconociendo regiones más aproximadas a las detectados por el Ground Truth (3.10) y disminuye el número de píxeles incorrectos en la segmentación para escalas grandes.
2. Al analizar las curvas de los índices de segmentación 3.11, 3.12, 3.13, se puede observar que la escala óptima podría ubicarse en aquella que estabiliza el porcentaje de Verdadera Aceptación, aun cuando los porcentajes de Falsa Aceptación y Falso Rechazo siguen mejorando (disminuyendo). Para la imagen mostrada por este documento, la escala óptima está alrededor de $t = 55$. Nótese así mismo que para este valor de escala, el porcentaje de Falso Rechazo también presenta una estabilización.
3. La curva mostrada en la Figura 3.14 muestra una comparación interesante del método de segmentación por P.P. al ser aplicado tanto para el espacio Gaussiano como para el de Variación Total. Mientras para el primero el porcentaje de Falsos Recha-

zos aumenta, para el segundo disminuye. Esto significa que el espacio de Variación Total conserva los objetos espacialmente dentro de la imagen y a su vez disminuye el número de píxeles reconocidos a lo largo de la escala (Fig. 3.12).

3.2.3. Comparación de Resultados con otras Metodologías de Segmentación

Ahora se compararán los resultados obtenidos para la misma imagen con los algoritmos de segmentación por crecimiento de regiones, específicamente por conexión de confianza en vectores de píxeles y watersheds. Sus metodologías se explican brevemente a continuación, pero pueden consultarse con más detalle en [34], [20], [8]. Las imágenes de prueba siguen siendo las mostradas en la Figura 3.5.

Watersheds

La segmentación por watersheds clasifica píxeles en regiones usando el gradiente descendiente sobre características de la imagen como el color, y haciendo un análisis sobre los puntos débiles a lo largo de una región acotada. Se puede imaginar como un fluido de agua cayendo a un pozo topológico debido a la gravedad hasta envasarse en él. El tamaño de estos depósitos de agua se incrementará proporcionalmente con el aumento de la cantidad de precipitación, hasta que se genere un desborde y se presente una unión entre pozos adyacentes. Las regiones dentro de la imagen son formadas usando estructuras geométricas locales, para asociar puntos de la imagen con extremos locales en alguna medida característica tal como la curvatura o la magnitud del gradiente. Esta técnica es menos sensible a umbralizaciones definidas por el usuario como en los métodos clásicos de crecimiento de regiones. La técnica de Watershed también puede entenderse como más flexible, por su capacidad de detectar todas las regiones al mismo tiempo, aunque esto requiere un proceso jerárquico de segmentación. Finalmente, esta técnica puede considerarse como una etapa intermedia en un proceso de segmentación híbrido, donde la primera etapa calcule el mapa de bordes de la imagen a procesar y la etapa final sea una etapa de optimización. Para evaluar los resultados, se separaron de manera supervisada las regiones que correspondían a los granos rojos de café de la Figura 3.5, luego de varias iteraciones hasta alcanzar la segmentación más apropiada según el criterio del autor de este documento.

Conexión de Confianza en Imágenes Vectoriales

El algoritmo de conexión de confianza, emplea la versión vectorial de las imágenes en lugar de la versión escalar. En las imágenes vectoriales, los píxeles asociados a ella tienen magnitud y dirección, calculada esta última entre píxeles adyacentes en un espacio de características determinado. Así, se utiliza la matriz de covarianza en lugar de la varianza y una medida de media vectorial en lugar de la media escalar. La membresía del valor

del píxel vector a la región, es medida usando la distancia de Mahalanobis. Para evaluar los resultados se tomaron las imágenes de color como una imagen vectorial, y la distancia asociada a los píxeles vector se calculó como la distancia euclidiana en el espacio RGB.

Resultados y Comparación contra Probabilidades de Pertenencia y Espacios de Escala

Se aplicó el algoritmo de crecimiento de regiones ubicando manualmente las semillas sobre los granos rojos de café y se obtuvo la imagen mostrada en la Figura 3.15(a). Así mismo, se aplicó el algoritmo de Watersheds y se obtuvo la imagen mostrada en la Figura 3.15(c). La Figura 3.15 compara los resultados obtenidos entre los algoritmos de crecimiento de regiones y Watersheds, con el propuesto por este trabajo para una escala Gaussiana de $t = 1$ y una escala de Variación Total de $t = 91$.

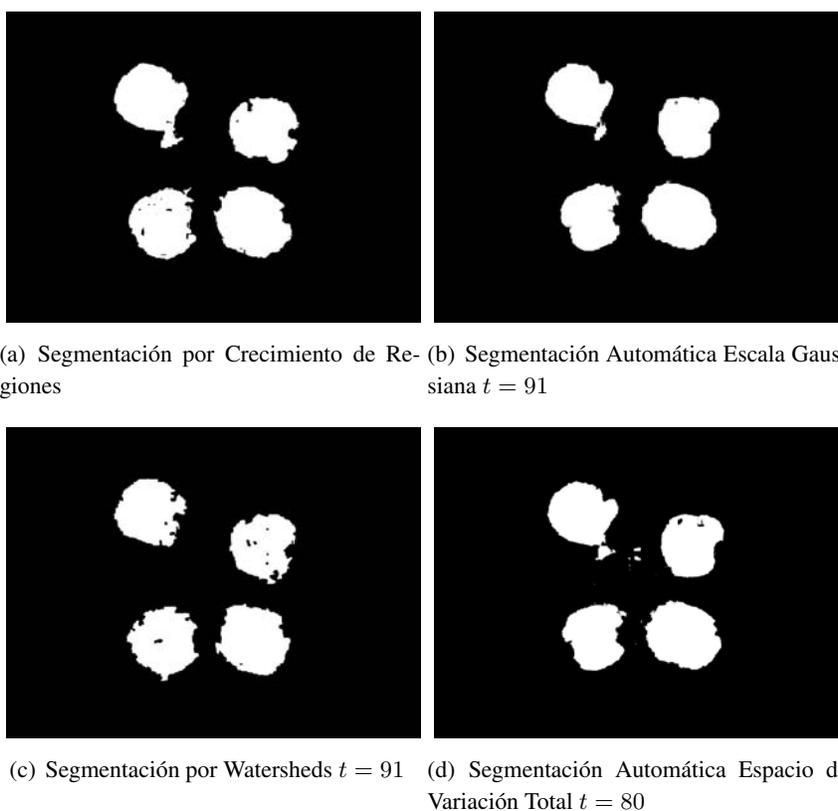


Figura 3.15: Comparación de Resultados de Segmentación

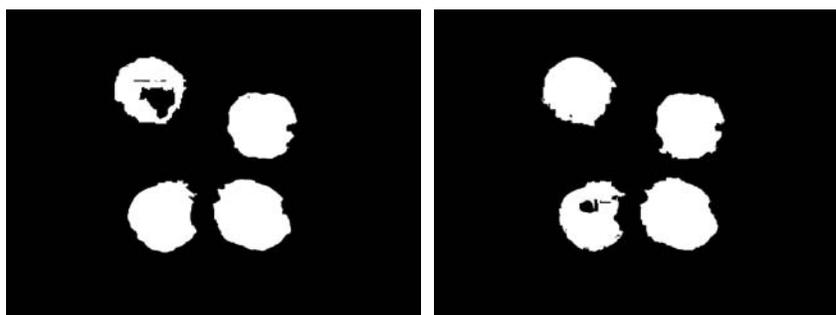
Se calcularon las medidas de VA, FA y FR para las Figuras 3.15(a) y 3.15(c), y se realiza una comparación contra los índices obtenidos por el método propuesto, con el

preproceso tanto por espacio de escala Gaussiano ($t = 1$) como por espacio de Variación Total ($t = 200$). La tabla 3.5 muestra los resultados.

Método de Segmentación	VA	FA	FR
P. P. Espacio Gaussiano	73.83	8.06	26.16
P. P. Espacio de Variación Total	77.48	4.55	22.52
Crecimienro de Regiones	78.27	3.85	21.72
Watersheds	73.60	2.96	26.39

Tabla 3.5: Comparación de resultados con otros métodos de segmentación

Se aplicó el algoritmo de crecimiento de regiones sobre dos imágenes pertenecientes al espacio de escala Gaussiano de escala $t = 11$ y $t = 91$ y los resultados se muestran en la Figura 3.16. Debido a que estos métodos de segmentación son altamente sensibles a parámetros de ajuste como la ubicación de la semilla y los criterios de crecimiento, se hace necesario reajustar los parámetros manualmente dificultando el proceso automático de segmentación a lo largo de la escala. Esta desventaja con respecto al método de las probabilidades de pertenencia es la razón por la cual no se utilizan los espacios de escala como etapa previa de segmentación en crecimiento de regiones y watersheds. La Tabla 3.6 muestra los índices de segmentación para dos imágenes en el espacio Gaussiano segmentadas por crecimiento de regiones (Fig. 3.16).



(a) Segmentación por Crecimiento de Regiones ($t = 11$) (b) Segmentación por Crecimiento de Regiones ($t = 91$)

Figura 3.16: Resultados de Segmentación sobre Espacio de Escala Gaussiano por Crecimiento

De igual manera se aplicó el método de watersheds sobre las mismas dos imágenes en el espacio Gaussiano. La Figura 3.17 muestra los resultados de la segmentación y la tabla 3.7 los índices de segmentación.

Escala	VA	FA	FR
11	71.97	7.46	28.02
91	73.96	7.60	26.03

Tabla 3.6: Índices de Segmentación de la Fig. 3.16



(a) Segmentación por Watersheds ($t = 11$) (b) Segmentación por Watersheds ($t = 91$)

Figura 3.17: Resultados de Segmentación sobre Espacio de Escala Gaussiano por Watersheds

Escala	VA	FA	FR
11	77.70	4.89	22.29
91	80.76	6.02	19.24

Tabla 3.7: Índices de Segmentación de la Fig. 3.17

Análisis de Resultados y Discusión

- El método de segmentación por probabilidades de pertenencia aplicado sobre imágenes pertenecientes al espacio de escala Gaussiano, disminuye su eficiencia a medida que la escala aumenta y su rendimiento es menor que los métodos de crecimiento de regiones y watersheds. Sin embargo como se muestra en la Figura 3.15, los objetos identificados son compactos y bastante cercanos a los obtenidos por los otros métodos de segmentación.
- El método de segmentación por probabilidades de pertenencia aplicado sobre imágenes pertenecientes al espacio de Variación Total, aumenta su eficiencia a medida que la escala aumenta. En la tabla 3.5 se ve como para una escala de $t = 200$ se alcanza una segmentación muy cercana a la obtenida por el método de crecimiento de regiones. Cabe destacar que éste último método fué ajustado manualmente mientras que

el de P.P. fué de ajuste automático.

- El método de segmentación propuesta en el capítulo 2, no requiere de etapas intermedias de ajuste como para el crecimiento de regiones y watersheds y su rendimiento es aceptable en comparación con estos dos métodos, aunque es necesario un etapa posterior de estudio de conexividad para separar espacialmente los objetos en conjuntos conexos.
- La tabla 3.6 muestra como el espacio de escala gaussiano disminuye un pequeño porcentaje la eficiencia del método de crecimiento de regiones con respecto a los consignados en la tabla 3.5. Esto se debe a que se hace necesario la reubicación de las semillas y el ajuste de la regla de crecimiento para cada imagen.
- En cambio para el método de watersheds, las imágenes en el espacio de escala Gaussiano mejoran su eficiencia como se puede ver al comparar los resultados de las tablas 3.5 y 3.7. Esto se debe a las homogenizaciones del color a lo largo de la escala. Se puede pensar en los espacios de escala como etapa previa para éste método de segmentación. La Figura 3.17 muestra los objetos identificados.

3.3. Imágenes Médicas: Segmentación de Imágenes Capilaroscópicas

3.3.1. Segmentación con Etapa de Preproceso

Las imágenes capilaroscópicas son fotografías microscópicas del lecho ungueal proximal. Los pacientes con enfermedades vasculares del tejido conectivo presentan alteraciones macroscópicas en el área, y su estado en la enfermedad es avanzado en esos momentos. Sin embargo, las alteraciones microscópicas son los primeros síntomas de estas enfermedades (lupus, fenómeno de Raynaud, etc.). Una imagen capilaroscópica se muestra en la Figura 3.18.



Figura 3.18: Imagen Capilaroscópica

Para segmentar este tipo de imágenes, fue necesario aplicar un preproceso que incluía ajuste de blancos sobre la imagen original, ajuste de iluminación, realce de contraste y filtrado. Los detalles del procedimiento se pueden encontrar en [16]. La Figura 3.19 muestra las imágenes resultantes a lo largo del preproceso.

Sobre la imagen resultante (Fig. 3.19(d)), se aplicó la metodología de segmentación propuesta y se agruparon los píxeles que estaban por encima de la probabilidad de pertenencia al rojo de 53 %. El espacio utilizado fue el de variación total para una escala de $t = 2$. La Figura 3.20(a) muestra el resultado de la segmentación. Para comparar contra otra metodología de segmentación, se procedió a segmentar la imagen de la Figura 3.19(d) por el método de crecimiento de regiones ubicando las semillas automáticamente por el cálculo del Laplaciano [16]. La Figura 3.20(b) muestra el resultado de esta segmentación.

3.3.2. Segmentación sin Etapa de Preproceso

Para analizar el desempeño de la metodología de segmentación propuesta, se construye sobre una imagen sin preproceso el espacio de escala gaussiano y se agrupan los píxeles que están por encima del 51 % de la probabilidad de pertenencia al rojo. La Figura 3.21(a) muestra la imagen capilaroscópica original a segmentar en esta sección. La Figura 3.24 muestra la segmentación de algunas imágenes del espacio Gaussiano para esta imagen.

Para evaluar los resultados, se realizó la segmentación manual y se calcularon los índices de VA, FA y FR. La Figura 3.21(b) muestra el Ground Truth y la tabla 3.8 muestra los resultados.



(a) Ajuste de Blancos



(b) Corrección de Iluminación



(c) Realce de Contraste



(d) Filtrado

Figura 3.19: Preproceso de las Imágenes Capilaroscópicas



(a) Segmentación por Probabilidades de Pertenencia



(b) Segmentación por Crecimiento de Regiones

Figura 3.20: Resultados de Segmentación



(a) Imagen Caipiaroscópica



(b) Ground Truth de la Imagen [3.21\(a\)](#)



(c) Segmentación $t = 1$



Escala	VA	FA	FR
1	90.8	39.16	9.19
10	91.58	40.67	8.41
20	92.99	40.74	7.00
30	67.51	28.43	32.48
40	80.19	27.76	19.80
50	90.38	58.77	9.61
60	77.80	43.75	22.19
70	90.23	69.80	9.76
80	94.09	45.28	5.90

Tabla 3.8: Índices de Segmentación de la Fig. 3.16

Para este tipo de imágenes el espacio de escala como preproceso puede ser una etapa peligrosa por el bajo contraste dentro de la imagen. Debido al filtrado sucesivo, la segmentación oscila en su eficiencia con respecto a la segmentación manual (Ground Truth). La tabla 3.8 muestra las variaciones a lo largo del espacio para los tres índices. Por lo tanto, se recomienda continuar en la construcción de la etapa de preproceso por ajustes de blancos e iluminación y realce de contraste, como se mencionó en la sección 3.3.1.

3.4. Imágenes de Rango: Codificación y Espacio de Escala Gaussiano

Las imágenes de rango proporcionan la información de profundidad de cada píxel. Así, es posible reproducir en un espacio tridimensional una vista del objeto. Es necesario integrar todos los puntos generados por las diferentes vistas para obtener el modelo completo. La Figura 3.22 muestra una fotografía de la escena y la Figura 3.23(a) muestra la vista de la imagen original en el espacio.



Figura 3.22: Fotografía de la escena

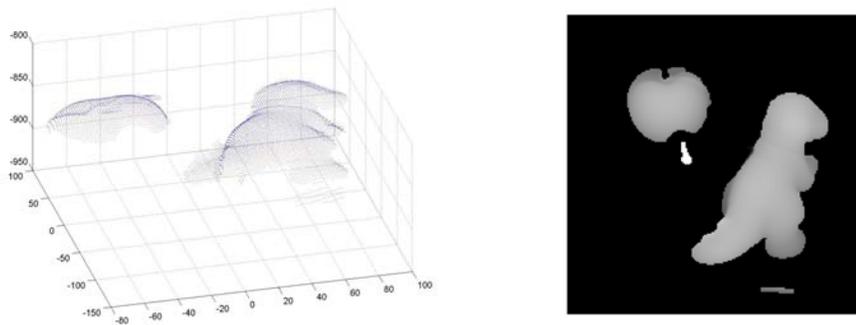
Para aplicar la metodología de segmentación por probabilidades de pertenencia y espacios de escala a este tipo de imágenes, se realiza previamente la codificación de la información de profundidad de la imagen a un rango entre 0 y 255, con el resultado final de una imagen en escala de grises. Para codificar la imagen se realizan los siguientes pasos:

- Se calculan los valores máximo y mínimo de profundidad de la imagen de rango.
- Se calcula el paso dividiendo la diferencia entre la cantidad máxima y mínima entre 256.
- Con una simple regla de tres cada valor de profundidad es asignado a una de las 255 posiciones.

La imagen codificada se muestra en la Fig. 3.23(b). Nótese que las intensidades de gris varían levemente dentro del objeto, lo cual sugiere un prefiltrado para homogenizar. Sin embargo, se puede correr el riesgo de perder pequeños bordes dentro del mismo objeto.

3.4.1. Detección de los Gradientes de Profundidad

La imagen en escala de grises puede ser procesada siguiendo las técnicas clásicas. Un buen ejemplo es la detección de los gradientes de profundidad de la imagen de rango. La Fig. 3.24(a) muestra los bordes encontrados por el operador Prewitt y la Fig. 3.24(b) los



(a) Matriz cargada en un espacio tridimensional (b) Imagen de rango codificada en escala de grises

Figura 3.23: Imagen 3D e Imagen Codificada

encontrados por el operador Canny. Los gradientes de profundidad posibilitan delimitar los objetos dentro de la imagen.



(a) Bordes detectados por Prewitt

(b) Bordes detectados por Canny

Figura 3.24: Detección de Gradientes de Profundidad

3.4.2. Construcción del Espacio de Escala Gaussiano y Segmentación

En este caso, el espacio de escala es construido para una imagen en escala de grises. El procedimiento fué descrito en 1.4. La Figura 3.25 muestra el espacio de escala Gaussiano para la Figura 3.23(b).

Para agrupar los píxeles en regiones, se procede a una umbralización clásica y a diferencia de las imágenes en escala de grises, los objetos son identificados sin disconti-

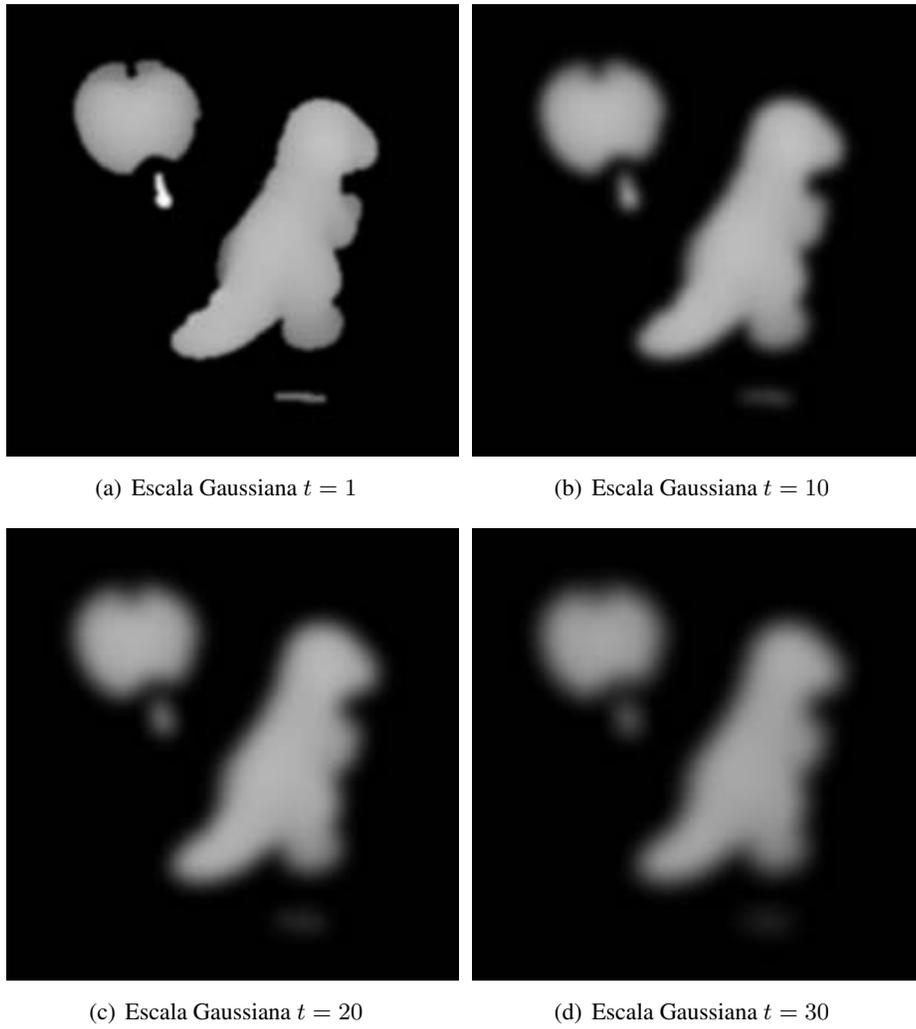


Figura 3.25: Espacio de Escala Gaussiano para Imágenes de Rango

nidades al interior debido a que espacialmente (en la profundidad) sus píxeles están más cercanos que en el espacio del color. El cálculo automático de los umbrales empleando el espacio de escala se puede alcanzar siguiendo los pasos:

- Construcción de la huella digital del espacio de escala y determinación de la escala óptima.
- Filtrado de la imagen codificada en escala de grises con la escala óptima.
- Cálculo del histograma de la imagen codificada y filtrada.
- Cálculo de la primera derivada e identificación de los puntos de cruce por cero.
- Cálculo de la segunda derivada y determinación de máximos y mínimos.
- Agrupación de píxeles por umbralización.

La huella difital del espacio de escala para la Figura 3.23(b) se muestra en la Figura 3.26. Se ha calculado para 100 escalas y se ha seleccionado como escala óptima $t = 52$. El valor del nivel de gris correspondiente al punto entre el máximo de la huella más grande y la recta horizontal de esta escala es de 107. Esto significa que el nivel de 107 no un umbral lo suficientemente fuerte y seguramente los umbrales estarán ubicados en otros puntos. Estos se calcularon procesando el histograma de la Figura 3.28. Nótese el pico alrededor del valor 140 a medida que la escala aumenta, el máximo más prominente se define mejor. Las Figuras 3.27 y 3.28 muestran los respectivos histogramas de la imagen codificada en escala de grises después de ser filtrada con el núcleo Gaussiano.

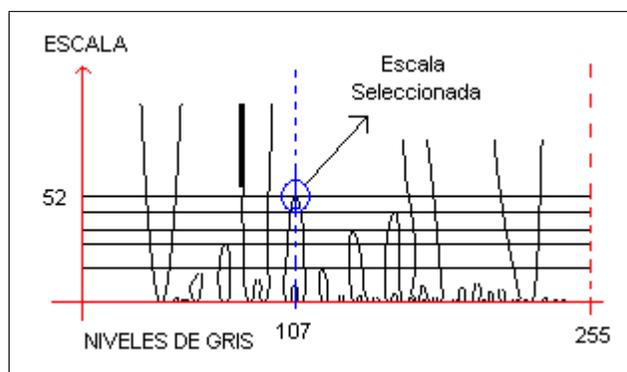


Figura 3.26: Huella Digital de la Figura 3.23(b)

La imagen segmentada siguiendo el proceso descrito, se muestra en la Figura 3.29.

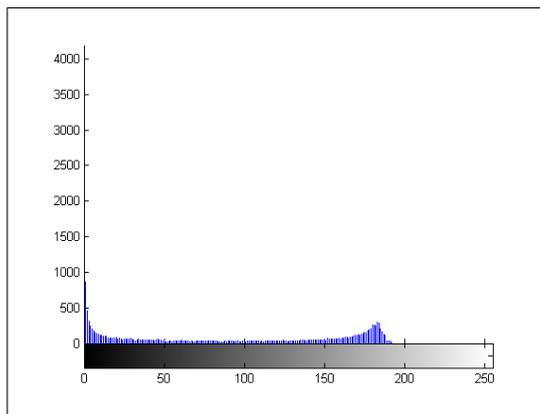


Figura 3.27: Histograma de la imagen escalada $t = 10$

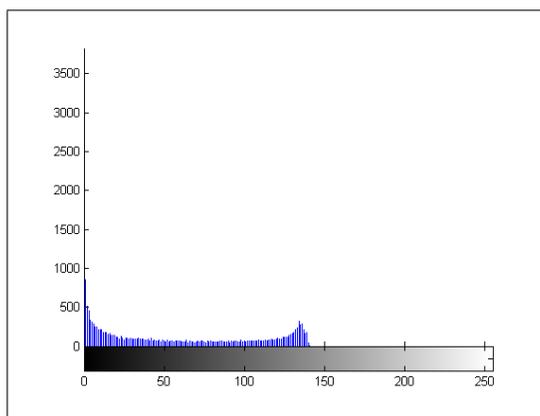


Figura 3.28: Histograma de la imagen escalada $t = 50$

Análisis de Resultados y Discusión

- El método de segmentación empleando el espacio de escala Gaussiano requiere codificar las imágenes de rango en niveles de gris.
- La huella digital del espacio de escala permite seleccionar la escala óptima de acuerdo al grado de segmentación que se quiera. Para la imagen de prueba de este documento, se seleccionó como escala óptima la mayor por el contraste entre los objetos y el fondo.
- La segmentación de imágenes de rango por este método puede presentar mejores resultados que la segmentación de imágenes en escala de grises por las variaciones menos fuertes en la profundidad de los objetos que en el mismo color.



Figura 3.29: Imagen segmentada de la Fig. 3.22

3.5. Otros Resultados

Se probó la metodología de segmentación por Probabilidades de Pertenencia y Espacios de Escala con otras imágenes de color. Se calcularon los porcentajes de VA, FA y FR y se dibujaron las curvas correspondientes. La Figura 3.30 muestra la primera imagen de prueba y su segmentación manual (Ground Truth). La tabla 3.9 los índices de segmentación para la Figura 3.30 empleando el espacio de escala Gaussiano y la tabla 3.10 los índices de segmentación empleando el espacio de Variación Total.



(a) Imagen original

(b) Groud Truth de la Fig. 3.30(a)

Figura 3.30: Primera Imagen de Prueba

La Figura 3.31 muestra dos imágenes segmentadas por P.P. empleando tanto el espacio de escala Gaussiano como de Variación total.

La Figura 3.32 muestra la segunda imagen de prueba y su segmentación manual (Ground Truth). La tabla 3.11 los índices de segmentación para la Figura 3.32 empleando

Escala	VA	FA	FR
1	90.53	26.99	9.46
10	91.24	27.74	8.75
20	91.65	27.96	8.35
30	91.89	27.89	8.10
40	91.88	27.77	8.11
50	92.10	27.74	7.89
60	91.93	28.25	8.06
70	91.91	28.02	8.08
80	92.10	28.53	7.89
90	92.15	28.37	7.84
100	91.95	28.26	8.04

Tabla 3.9: Índices de Segmentación de la Fig. 3.30 empleando el Espacio Gaussiano

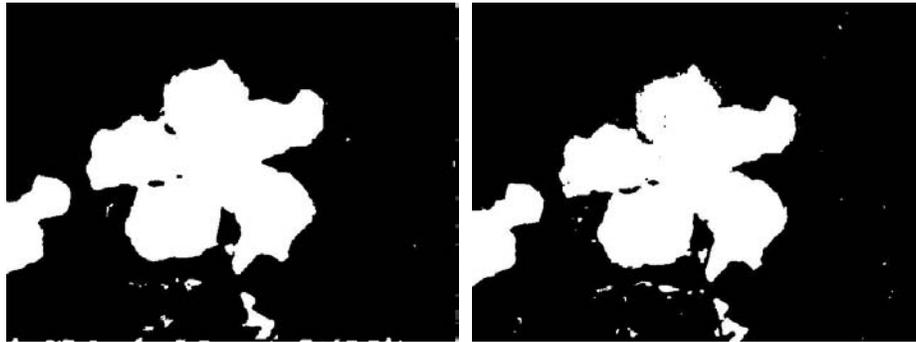
Escala	VA	FA	FR
1	90.53	26.99	9.46
10	98.18	19.44	1.81
20	98.32	19.55	1.67
30	98.29	19.48	1.70
40	98.27	19.40	1.72
50	98.43	19.41	1.56
60	98.36	19.09	1.63
70	98.37	19.09	1.62
80	98.35	19.30	1.64
90	98.45	19.24	1.54
100	98.50	19.11	1.49

Tabla 3.10: Índices de Segmentación de la Fig. 3.30 empleando el Espacio V.T.

el espacio de escala Gaussiano y la tabla 3.12 los índices de segmentación empleando el espacio de Variación Total.

La Figura 3.33 muestra dos imágenes segmentadas por P.P. empleando tanto el espacio de escala Gaussiano como de Variación total.

La Figura 3.34 muestra la tercera imagen de prueba y su segmentación manual (Ground Truth). La tabla 3.13 los índices de segmentación para la Figura 3.34 empleando el espacio de escala Gaussiano y la tabla 3.14 los índices de segmentación empleando el



(a) Empleando el Espacio Gaussiano ($t = 10$) (b) Empleando el Espacio de Variación Total ($t = 60$)

Figura 3.31: Segmentación de la Imagen 3.30(a)



(a) Imagen original

(b) Groud Truth de la Fig. 3.32(a)

Figura 3.32: Segunda Imagen de Prueba

Escala	VA	FA	FR
1	92.67	46.03	7.32
10	82.32	73.47	17.67
20	84.49	75.68	15.51
30	85.30	73.91	14.69
40	85.90	73.77	14.09
50	87.13	74.17	12.86
60	86.89	75.10	13.10
70	86.86	75.32	13.14
80	87.13	75.26	12.86
90	87.20	75.49	12.79
100	86.62	75.19	13.38

Tabla 3.11: Índices de Segmentación de la Fig. 3.32 empleando el Espacio Gaussiano

Escala	VA	FA	FR
1	92.67	46.03	7.32
10	93.26	48.75	6.74
20	93.25	49.16	6.74
30	93.38	49.31	6.61
40	93.40	49.09	6.59
50	93.75	49.59	6.25
60	93.76	49.97	6.23
70	93.77	49.49	6.22
80	93.73	49.81	6.26
90	94.29	49.89	5.71
100	94.42	50.39	5.58

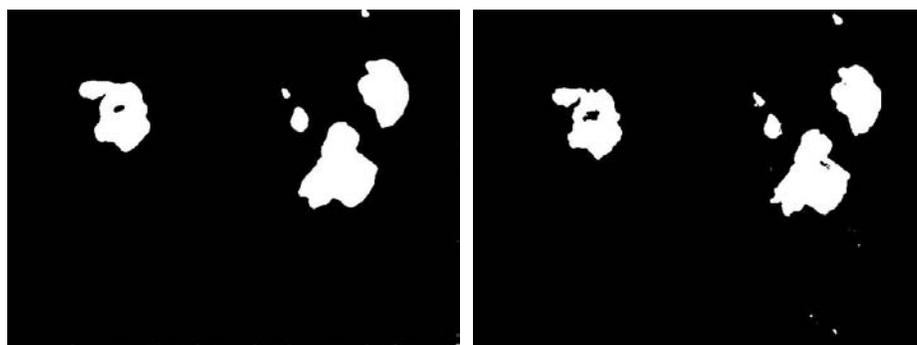
Tabla 3.12: Índices de Segmentación de la Fig. 3.32 empleando el Espacio V.T.

espacio de Variación Total.

La Figura 3.35 muestra dos imágenes segmentadas por P.P. empleando tanto el espacio de escala Gaussiano como de Variación total.

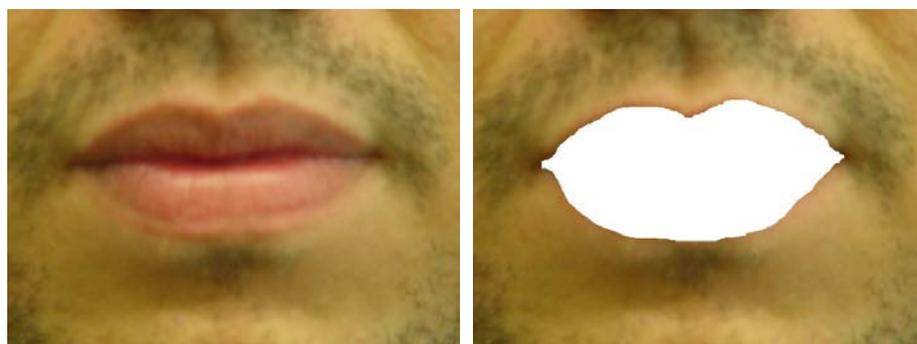
Análisis de Resultados y Discusión

Las pruebas anteriores muestran el patrón de comportamiento de los índices de segmentación descritos en la secciones 3.2.1 y 3.2.2. Las fotografías etiquetadas como **Flor**



(a) Empleando el Espacio Gaussiano ($t = 10$) (b) Empleando el Espacio de Variación Total ($t = 60$)

Figura 3.33: Segmentación de la Imagen [3.32\(a\)](#)



(a) Imagen original

(b) Groud Truth de la Fig. [3.34\(a\)](#)

Figura 3.34: Tercera Imagen de Prueba

Escala	VA	FA	FR
1	98.63	16.41	1.36
10	94.25	22.02	5.74
20	94.28	21.94	5.72
30	94.53	20.60	5.47
40	94.39	20.65	5.61
50	94.41	21.47	5.56
60	94.59	20.72	5.40
70	94.51	20.89	5.48
80	94.29	21.66	5.70
90	98.81	21.14	5.19

Tabla 3.13: Índices de Segmentación de la Fig. 3.34 empleando el Espacio Gaussiano

Escala	VA	FA	FR
1	98.63	16.41	1.36
10	97.90	17.24	2.09
20	97.97	17.41	2.02
30	97.92	17.50	2.08
40	98.13	17.33	1.86
50	98.24	17.74	1.75
60	98.30	17.34	1.70
70	98.53	17.55	1.46
80	98.57	17.47	1.43
90	98.47	17.18	1.52
100	98.44	17.20	1.55

Tabla 3.14: Índices de Segmentación de la Fig. 3.34 empleando el Espacio V.T.

1, Flores y Boca fueron tomadas en el Campus La Nubia de la Universidad Nacional. Se escogió la primera imagen (Fig. 3.30(a)) por su variedad de colores al interior de la flor y se llegó a una segmentación aceptable como lo muestran las tablas y la Figura 3.31. Esto se logró combinando en una operación lógica las probabilidades de pertenencia a los colores rojo (píxeles mayores al 30) y verde (píxeles menores al 30). La segunda imagen (Fig. 3.32(a)) agrega problemas de iluminación en las flores que se pretenden segmentar y son corregidos estos problemas a lo largo de la escala de mejor manera en el espacio Gaussiano. Los resultados se muestran en las tablas y la Figura 3.33. La tercera imagen (Fig. 3.34(a))



(a) Empleando el Espacio Gaussiano ($t = 10$) (b) Empleando el Espacio de Variación Total ($t = 60$)

Figura 3.35: Segmentación de la Imagen 3.34(a)

no tiene muy claro el contorno entre el objeto a segmentar (los labios) y la sección del rostro. Sin embargo se llega también a una segmentación aceptable (Fig. 3.35).

Las Figuras 3.36, 3.37 muestran como el índice de segmentación de Verdadera Aceptación para las tres imágenes de prueba que se escogieron, presentan el patrón de comportamiento descrito anteriormente.

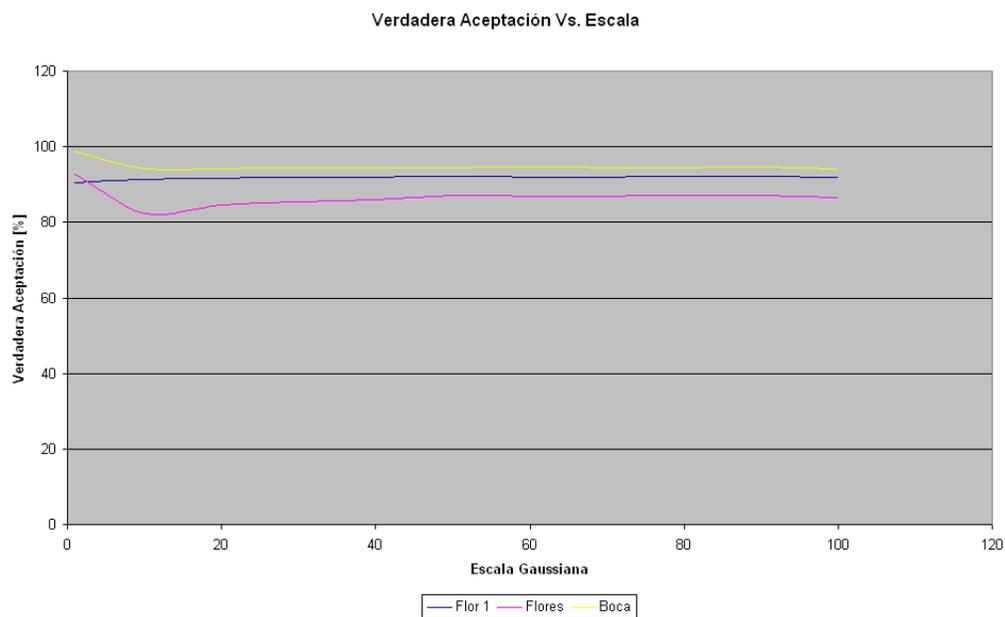


Figura 3.36: Comparación VA [%] para el espacio Gaussiano. Figs. 3.30(a), 3.32(a), 3.34(a)

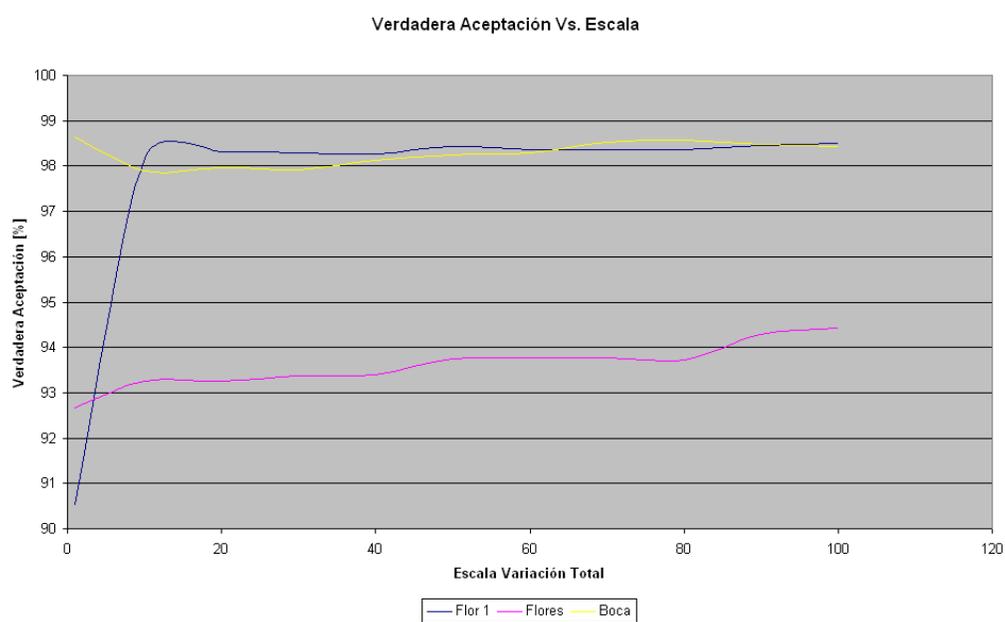


Figura 3.37: Comparación VA [%] para el espacio V.T. Figs. 3.30(a), 3.32(a), 3.34(a)

1. La metodología de segmentación propuesta proporciona regiones iniciales compactas y cercanas a las regiones detectadas por segmentación manual, siempre y cuando los objetos de la imagen presenten homogeneidad en el color. Para otros criterios de agrupación distintos a las probabilidades de pertenencia al color, se pueden realizar transformaciones de espacios a la imagen como por ejemplo al plano HSV , $YCbCr$ y $NTSC$. Los criterios de agrupación por probabilidades de pertenencia se pueden construir siguiendo el procedimiento presentado y pueden hacer parte de reglas multicriterio para la agrupación (color, iluminación, saturación, etc.).
2. A diferencia de otras metodologías de segmentación como por crecimiento de regiones, watersheds, entre otras, la metodología no construye las regiones adhiriendo un píxel a la vez [34], [20], luego de hacer el recorrido de la imagen partiendo de píxeles iniciales (semillas). Construye regiones al resaltar *al mismo tiempo* los píxeles que cumplen con la condición mínima de agrupamiento. Se muestra insensible a cambios de iluminación una vez se ha aplicado el espacio de escala.
3. Es necesario implementar una etapa adicional que realice un estudio de conectividad entre píxeles, con el fin de reconocer regiones conexas. Este debe ser el resultado final de un proceso completo de segmentación.
4. Se estudian los espacios de escala Gaussianos y se encuentra una forma de integrarlos a las metodologías clásicas de segmentación como etapa previa, específicamente a las metodologías de Crecimiento de Regiones y Watersheds. En la primera, debido a su sensibilidad a los parámetros de ajuste (semilla y criterio de crecimiento) la integración de los espacios de escala Gaussianos (el filtrado previo sucesivo) reduce su eficiencia. En la segunda, debido a la característica de flexibilidad ante los parámetros de ajuste mencionados anteriormente, la integración de los espacios de escala mejora la eficiencia de la segmentación.
5. Se identifica el problema del desplazamiento de los bordes y corrimiento espacial de los objetos de la imagen al aplicar el filtro Gaussiano, y se propone como solución el filtro de Variación Total. Se estudia su definición y se construye el espacio de escala.
6. Debido a que las metodologías clásicas de segmentación necesitan de un reajuste de parámetros cada vez que se aplican sobre las imágenes del espacio de escala, se propone una metodología de segmentación por Probabilidades de Pertenencia y su fundamento matemático. Este método a diferencia del de crecimiento y watersheds, no adhiere píxeles a regiones que van creciendo sino que analiza por separado (no estudia conexión entre semilla y vecinos) la pertenencia al color de todos los píxeles. Las regiones encontradas inicialmente pueden no ser compactas pero a medida

que crece la escala en el espacio, van eliminando los huecos a su interior. Esta metodología requiere de un ajuste inicial y permite su aplicación sobre las imágenes pertenecientes al espacio sin reajustes posteriores.

7. El método por Probabilidades de Pertenencia y Espacios de Escala es robusto al ruido y brillo y también posibilita su integración con otros métodos de segmentación. La evaluación de la segmentación del método muestra resultados buenos (incluso mejores) en la segmentación de imágenes sintéticas y de color, con respecto a las otras metodologías estudiadas.
8. Se proponen los criterios de selección de escala óptima tanto para los espacios de escala Gaussianos como de Variación Total.
9. Se presentan los espacios de escala como una alternativa de segmentación de imágenes de rango, empleando la huella digital del espacio como herramienta de cálculo de la mejor escala.

Bibliografía

- [1]
- [2] Kuijper A., *Mutual information aspects of scale space images*, Pattern Recognition 37, 2361~2373 (2004).
- [3] A.Witkin., *Scale space filtering*, in Proc. 8th Intern. Joint Conf. Art. Intell., pp. 1019~1022, Morgan–Kaufmann, Palo Alto, CA. (1983).
- [4] L. Bellon, O.R.P. , Silva, *New improvements to range image segmentation by edge detection*, IEEE Signal Process. Lett.9,43~45. (2002).
- [5] R.C. Besl, P.J. , Jain, *Segmentation through variable order surface fitting*, IEEE Trans.PAMI 10,167~192. (1988).
- [6] R.W. Brockett and P. Maragos., *An extended class of scale-invariant and recursive scale space filters*, IEEE Trans. Signal Process. 42., (1994).
- [7] M.Bock , C.Guerra., *Segmentation of range images through the integration of different strategies*, Vision, Modeling, and Visualization, pp.27~33. (2001).
- [8] Ibañez L., Schroeder W., Lydia N., Cates J., Insight Software Consortium, *The itk software guide. second edition. updated for itk version 2.4*, ITK (2005).
- [9] X.Jiang , K.Bowyer , Y.Morioka , S.Hiura , K.Sato , S.Inokuchi , M.Bock , C.Guerra , R.Loke , J. du. Buf., *Some further results of experimental comparison of range image segmentation algorithms*, Int.Conf. on Pattern Recognition, vol.IV, pp.877~881. (2000).
- [10] Sporring J. , Nielsen M., Florack L., Johansen P (Eds.), *Gaussian scale-space theory*, Kluwer Academic Publishers, 1997.
- [11] S. Le Gall, *Mundos posibles y objetos incompletos: Prolegómenos a una ontología de los individuos ficticios*, Entelequia, revista interdisciplinar, nº 2 (2006).

- [12] L.Cinque , R.Cucchiara , S.Levialdi , S.Martinz , G.Pignalberi., *Optimal range segmentation parameters through genetic algorithms*, Int.Conf. on Pattern Recognition, vol.I, pp.474~477. (2000).
- [13] H. Gramaglia, *Notas de lógica matemática*, Internet (2000).
- [14] M.Powell , K.Bowyer , X.Jiang , H.Bunke., *Comparing curved–surface range image segmenters*, Int. Conf. on Computer Vision, pp.286~291. (1998).
- [15] J.Weickert , S. Ishikawa , A. Imiya., *On the history of gaussian scale-space axiomatics*, In Gaussian Scale–Space Theory (J. Sparring, M. Nielsen, L. Florack, and P. Johansen, Eds.), pp. 45~58. Kluwer Academic, Dordrecht. (1997).
- [16] Morantes L., Guerrero N., Riaño J., .
- [17] Betancur J., *Segmentación de imágenes mediante estrategias de lógica y conjuntos difusos*.
- [18] ———, *Segmentación de granos de café mediante métodos de crecimiento de regiones*, Universidad Nacional de Colombia. Manizales (2002).
- [19] Jalba A., Wilkinson M., Roerdink J., *Morphological hat transform scale spaces and their use in pattern classification*, Pattern Recognition 37, 901~915. (2004).
- [20] Russ J., *The image processing handbook. fourth edition.*, CRC Press (2000).
- [21] P. T. Jackway., *Morphological scale space*, in Proceedings 11th IAPR International Conference on Pattern Recognition, pp. 252~255, IEEE Computer Society Press, Los Alamitos, CA., (1992).
- [22] H. Jiang, X.Y. , Bunke, *Edge detection in range images based on scan line approximation*, Computer Vision and Image Understanding 73,183~199. (1999).
- [23] J.Min , M.Powell , K.Bowyer., *Automated performance evaluation of range image segmentation algorithms*, Empirical Evaluation Methods in Computer Vision, World Scientific Press, pp. 1~22. (2002).
- [24] M. Koster, K. , Spann, *Mir: An approach to robust clustering application to range image segmentation*, IEEE Trans.PAMI 22,430~444. (2000).
- [25] BYuanjin Zheng , David B.H. Tay , Lemin Li., *Signal extraction and power spectrum estimation using wavelet transform scale space filtering and bayes shrinkage*, Signal Processing 80, 1535–1549. (2000).

- [26] T. Lindeberg, *Discrete scale space theory and the scale space primal sketch*, Computational Vision and Active Perception Laboratory (CVAP). Royal Institute of Technology. Ph.D. Thesis (1991).
- [27] Brian Lofy and Jack Sklansky., *Segmenting multisensor aerial images in class scale space*, Pattern Recognition 34, 1825–1839. (2001).
- [28] O.Bellon , L.Silva., *New improvements to range image segmentation by edge detection*, IEEE Signal Process. Lett. 9 (2) 43~45. (2002).
- [29] G. Matheron., *Random sets and integral geometry*, Wiley, New York. (1995).
- [30] I.Khalifa , M.Moussa , M.Kamel., *Range image segmentation using local approximation of scan lines with application to cad model acquisition*, Mach. Vis. Appl. 13 (5–6) 263~274. (2003).
- [31] E. J. Pauwels , L. J. Van Gool , P. Fiddelaers , T. Moons., *An extended class of scale-invariant and recursive scale space filters*, IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. 17, 691~701. (1995).
- [32] Meyer F. , Maragos P., *Nonlinear scale–space representation with morphological levelings*, Journal of Visual Communication and Image Representation 11, 245~265 . (2000).
- [33] X.Jiang , P.Kuhni., *Search-based contour closure in range images*, Int.Conf.on Pattern Recognition, pp.16~18. (1998).
- [34] González R., Woods R., *Digital image processing. second edition*, Prentice Hall (2001).
- [35] L.Cinque , F.Corzani , S.Levialdi , R.Cucchiara., *Improvement in range segmentation parameters tuning*, Int.Conf. on Pattern Recognition, vol.I, pp.176~179. (2002).
- [36] A.Hoover , G.Jean-Baptiste , X.Jiang , P.Flynn , H.Bunke , D.Goldgof , K.Bowyer , D.Eggert , A. Fitzgibbon , R.Fisher., *An experimental comparison of range image segmentation algorithms*, IEEE Trans.Pattern Anal.Mach.Intell.18 (7)673~689. (1996).
- [37] Bosworth J. , Acton S., *Morphological scale–space in image processing*, Digital Signal Processing 13, 338~367 (2003).
- [38] Mokhtarian F , Abbasi S., *Robust automatic selection of optimal views in multi-view free form object recognition*, Pattern Recognition 38, 1021 ~ 1031. (2005).

- [39] Suppes P. , Hill S., *Introducción a la lógica matemática*, Editorial Reverte S.A, Bogotá. Colombia, 1976.
- [40] A. Petrosino , G. Salvi., *Rough fuzzy set based scale space transforms and their use in image analysis*, International Journal of Approximate Reasoning (2006).
- [41] M. Sappa, A.D. , Devy, *Fast range image segmentation by an edge detection strategy*, Proc.Int.Conf.on 3–D Digital Imaging and Modeling, pp.292~299. (2001).
- [42] T. Chan , S. Osher , J. Shen, *The digital tv filter and nonlinear denoising*, IEEE Transactions on Image Processing. Vol. 10, No. 2 (2001).
- [43] Lindeberg T., *Scale space theory in computer vision*, Kluwer Academic, Dordrecht, . (1994).
- [44] R. van den Boomgaard., *Mathematical morphology: Extensions towards computer vision*, Ph.D. thesis, University of Amsterdam,. (1992).
- [45] Cheng H. , Wang J. , Shi X., *Microcalcification detection using fuzzy logic and scale space approaches*, Pattern Recognition 37, 363~375 (2004).
- [46] Vazirgiannis Michalis, Halkidi Maria, Batistakis Yannis, *On clustering validation techniques*, Department of Informatics, Athens University of Economics and Business. Athens, Greece (2000).
- [47] M.D. Yokoya, N. , Levine, *Range image segmentation based on differential geometry: A hybrid approach*, IEEE Trans.PAMI 11,634~649. (1989).
- [48] A. Zhu, S.C. , Yuille, *Region competition: Unifying snakes, region growing, and bayes/mdl for multi–band image segmentation*, IEEE Trans.PAMI 18,884~900. (1996).