

CAMBIOS DE LAS ANOMALIAS MAGNETICAS DE CAMPO TOTAL DEBIDOS A LAS VARIACIONES DE LA INCLINACION Y DE LA DECLINACION

RAMIRO LEON DIAZ CAMPOS

Profesor Asociado

Departamento de Geociencias-Facultad de Ciencias-Universidad Nacional de Colombia

Díaz, R. (1995): Cambios de las Anomalías Magnéticas de Campo Total debidos a las Variaciones de la Inclinação y de la Declinación. Geofís. Colomb. 3:51-57. ISSN 0121-2974

RESUMEN

En este trabajo se plantea un método para rotar datos magnéticos, con el fin de reducir a las mismas condiciones, datos muestreados en diferentes épocas. El proceso se realiza en el dominio de la frecuencia, teniendo como base los cambios producidos en los parámetros declinación e inclinación magnética en el área de muestreo.

ABSTRACT

A method for rotation of magnetic data is presented. It allows to reduce, to the same temporary conditions, data sampled at different times. The process is done in the frequency domain, and it has as a base, the observed changes in magnetic declination and inclination in the sampled area.

1. INTRODUCCION

En cualquier punto sobre la superficie de la tierra, el campo que genera una roca magnetizada por efectos de inducción del campo geomagnético, cambia en forma y amplitud en la medida que cambia la posición de los polos magnéticos de la Tierra.

La dirección y sentido del campo geomagnético es función de los parámetros declinación e inclinación magnética; así que cualquier cambio en estos parámetros, refleja un cambio en el vector campo magnético total.

El objeto de este trabajo es plantear un método para rotar datos magnéticos, teniendo como guía los cambios producidos en los parámetros declinación e inclinación magnética en el sitio de muestreo.

2. CONSIDERACIONES TEORICAS

El campo magnético y el campo gravitacional de la Tierra, son campos vectoriales conservativos, asociados a una función de potencial; estos campos se comportan en forma semejante, por lo tanto, se puede establecer una relación entre el campo magnético y el campo gravitacional producidos por una misma fuente, si se conocen algunos parámetros magnéticos y gravitacionales, como la susceptibilidad magnética, el momento dipolar magnético, la densidad etc. El campo magnético es muy sensible al cambio en la ubicación de los polos geomagnéticos, mientras que el campo gravitacional presenta una relativa estabilidad temporal.

La ecuación de Laplace, la definición de la función de potencial asociada y la relación entre el campo y la función de potencial, determinan el comportamiento de los campos magnético y gravimétrico (Telford, 1980).

Para el Campo magnético:

$$\begin{aligned}\nabla^2 A(r) &= 0 \\ A(r) &= - \int_{v_0} M(r_0) \cdot \nabla \left[\frac{1}{R} \right] dv_0 \\ \Delta T(r) &= - \nabla A(r)\end{aligned}\quad [1]$$

Para el campo gravitacional:

$$\begin{aligned}\nabla^2 U(r) &= 0 \\ U(r) &= - \int_{v_0} G_p(r_0) \left[\frac{1}{R} \right] dv_0 \\ \Delta g(r) &= - \nabla U(r)\end{aligned}\quad [2]$$

Los cambios en la magnitud del campo magnético total debido a rocas magnetizadas, se pueden expresar por:

$$\Delta T(r) = \hat{i}_0 \cdot \Delta T(r) = - \frac{\partial}{\partial r_0} A(r)\quad [3]$$

Considerando que $M(r) = M_t$ y las ecuaciones [1] y [2], se obtienen las siguientes relaciones:

$$A(r) = \frac{M}{G\rho} \frac{\partial}{\partial t_r} U(r)$$

$$\Delta T(r) = - \frac{M}{G\rho} \frac{\partial}{\partial t_o} \frac{\partial}{\partial t_r} U(r)$$

[4]

$$\hat{\theta}_x \cdot \nabla \Delta T(r) \longleftrightarrow ik_m CT(\bar{k})$$

$$\hat{\theta}_y \cdot \nabla \Delta T(r) \longleftrightarrow ik_n CT(\bar{k})$$

$$\hat{\theta}_z \cdot \nabla \Delta T(r) \longleftrightarrow ik_{mn} CT(\bar{k})$$

$$\hat{i} \cdot \nabla \Delta T(r) \longleftrightarrow q_{mn} CT(\bar{k})$$

[9]

El campo geomagnético se puede expresar en términos de la siguiente serie armónica:

$$\Delta T(r) = \frac{1}{NM} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} [CT(\bar{k}) e^{z\bar{k}}] e^{i\bar{k} \cdot r}$$

[5]

cuya transformada discreta de Fourier está dada por:

$$CT(\bar{k}) = \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{M-1} \Delta T(r) e^{-i\bar{k} \cdot r}$$

[6]

Como la serie es finita, el primer coeficiente de Fourier se debe calcular usando los datos de muestreo mediante la siguiente relación en el dominio del espacio (Geckinli & Davra 1983):

$$CT(O) = \sum_{j=0}^{N-1} \sum_{k=0}^{M-1} \Delta T(r)$$

[7]

o la siguiente relación en el dominio de la frecuencia (Laurenco, 1970):

$$CT(O) = - \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} CT(\bar{k})$$

[8]

Es claro que la transformada de Fourier permite pasar del dominio del espacio al dominio de la frecuencia y viceversa; en forma esquemática se representa de la siguiente manera:

$$\Delta T(r) \longleftrightarrow CT(\bar{k})$$

en donde:

\bar{k} : Vector de onda

$$\bar{k} = \bar{k}_m + \bar{k}_n \quad |\bar{k}|^2 = k_{mn}^2 = k_m^2 + k_n^2$$

D : Intervalo de muestreo

r : Vector de posición

$$r = x\hat{\theta}_x + y\hat{\theta}_y = jD\hat{\theta}_x + kD\hat{\theta}_y$$

$$0 \leq j, m \leq M-1; \quad 0 \leq k, n \leq N-1$$

Es posible plantear en el dominio de la frecuencia, operaciones equivalentes a las derivadas direccionales en el dominio del espacio:

con:

$$\hat{i} = \alpha \hat{\theta}_x + \beta \hat{\theta}_y + \gamma \hat{\theta}_z$$

$$\alpha = \cos(D) \cos(I); \quad \beta = \text{sen}(D) \cos(I); \quad \gamma = \text{sen}(I)$$

$$q_{mn} = [\gamma k_{mn} + i(\alpha k_m + \beta k_n)]$$

La serie armónica que representa a la ecuación [5] será:

$$\sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} [(CT(\bar{k}) + \frac{M}{G\rho} q_{mn} s_{mn} CU(\bar{k})) e^{z\bar{k}}] e^{i\bar{k} \cdot r} = 0$$

Lógicamente:

$$CT(\bar{k}) = - \frac{M}{G\rho} q_{mn} s_{mn} CU(\bar{k})$$

debido a que ningún otro término en los coeficientes se anula:

$$\Delta T(r) \longleftrightarrow - \frac{M}{G\rho} [q_{mn} s_{mn}] CU(\bar{k})$$

[10]

Es conveniente usar subíndices, ya que el método se aplicará a series discretas.

Se consideran dos situaciones magnéticas diferentes en un proceso de variación, que se pueden relacionar con una tercera situación, la gravimétrica, cuyo comportamiento es relativamente estable.

Condiciones para la situación inicial:

ΔT_{jk} : Anomalía inicial de campo magnético total,
 CU_{mn} : Coeficientes de Fourier para el potencial gravitacional,

I_o, D_o : Declinación e inclinación iniciales,

I'_o, D'_o : Declinación e inclinación del momento dipolar magnético.

Se asume que toda la magnetización es inducida si $I_o = I'_o$ y $D_o = D'_o$.

M : Momento dipolar magnético por unidad de volumen,
 ρ : Densidad,

$q_{mn} = [\text{sen}(I_o)] k_{mn} + i\{[\cos(D_o) \cos(I_o)] k_m + [\text{sen}(D_o) \cos(I_o)] k_n\}$
 $s_{mn} = [\text{sen}(I'_o)] k_{mn} + i\{[\cos(D'_o) \cos(I'_o)] k_m + [\text{sen}(D'_o) \cos(I'_o)] k_n\}$

$$\Delta T_{jk} \longleftrightarrow CT_{mn} \quad CT_{mn} = - [M/G\rho] [q_{mn} s_{mn}] CU_{mn} \quad [11]$$

$0 \leq j, k \leq M-1; \quad 0 \leq k, m \leq N-1$

Condiciones para la situación final:

ΔT_{jk}^* : Anomalia final de campo magnético total,

CU_{mn} : Coeficientes de Fourier para el potencial gravitacional,

I_i, D_i : Declinación e inclinación finales,

I'_i, D'_i : Declinación e inclinación del momento dipolar magnético.

$$q_{mn}^* = [\text{sen}(I_i)] k_{mn} + i\{[\text{cos}(D_i) \text{cos}(I_i)] k_m + [\text{sen}(D_i) \text{cos}(I_i)] k_n\}$$

$$s_{mn}^* = [\text{sen}(I'_i)] k_{mn} + i\{[\text{cos}(D'_i) \text{cos}(I'_i)] k_m + [\text{sen}(D'_i) \text{cos}(I'_i)] k_n\}$$

$$\Delta T_{jk}^* \longleftrightarrow CT_{mn}^* \quad CT_{mn}^* = -[M/Gp][q_{mn}^* s_{mn}^*] CU_{mn} \quad [12]$$

$$0 \leq j, k \leq M-1; \quad 0 \leq m, n \leq N-1$$

De las relaciones [11] y [12], se obtiene una nueva relación entre los coeficientes de Fourier para la serie anomalía de campo magnético total inicial y los coeficientes de Fourier para la serie final correspondiente. Como son series finitas, se deben tener en cuenta las relaciones [7] y [8] en el cálculo del coeficiente CT_{00} , ya que éste depende de los datos de muestreo en el dominio del espacio y de los cambios en los coeficientes de Fourier en el dominio de la frecuencia.

$$CT_{00} = \frac{a \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{k=1}^{M-1} \Delta T(j, k) + b [- \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=0}^{M-1} CT(\bar{K})]}{(a + b)}$$

a y b son constantes reales.

Concretamente:

$$\Delta T_{jk}^* \longleftrightarrow CT_{mn}^*$$

$$\Delta T_{jk}^* \longleftrightarrow CT_{mn}^*$$

$$CT_{mn}^* = \frac{q_{mn}^* s_{mn}^*}{q_{mn} s_{mn}} CT_{mn}$$

[13]

$$0 \leq m, j \leq M-1; \quad 0 \leq n, k \leq N-1$$

Queda así planteado el algoritmo que permite efectuar la rotación de datos magnéticos en función de los cambios en los parámetros, inclinación y declinación magnéticas.

3. VALIDACION DEL METODO

Con el fin de validar el método propuesto, se usa el siguiente modelo teórico que simula un dique magnetizado y permite calcular el campo total producido como efectos de inducción del campo geomagnético (Reford & Summer, 1964):

$$\Delta T_j^c = 2pb^2 \text{sen}(d) \{ \text{sen}(2I - d) + \text{Ln} \left[\frac{R_2}{R_1} \right] \cos(2I - D) \}$$

[14]

En donde:

d: Angulo de busamiento del dique,

p: Polarización magnética,

b: $b^2 = 1 - \text{cos}^2(i) \text{sen}^2(A)$

A: Angulo entre el eje positivo de las "x" y el meridiano magnético,

i: Inclinación del campo magnético de la tierra,

\odot, R_1, R_2 : Parámetros que determinan la posición del punto de muestreo, con respecto al dique,

l: $\tan(l) = \tan(i)/\text{cos}(A)$

Se considera un campo inductor de 35.000 γ, un intervalo de muestreo D = 3.8 m, un número de intervalos de muestreo $N = 2^n = 2^8 = 256$ y una longitud del registro $L = ND$.

El modelo [14], permite calcular las series que representan los perfiles de campo magnético total inicial y final. Estas series tienen por objeto: la primera, servir como condiciones iniciales para el método propuesto y la segunda como punto de comparación para los datos obtenidos mediante el desarrollo del algoritmo [13]. En la Fig.1 se muestran los datos del modelo, en línea continua, y los del método, en línea punteada.

En la validación del método y en sus aplicaciones, se usa el algoritmo de la Transformada rápida de Fourier (FFT), planteado por Cooley & Tukey (1965) y Cooley, Lewis & Welch (1969) para calcular los Coeficientes de Fourier.

Usando como condiciones iniciales los promedios de inclinación y declinación para el mes de junio de 1993 en el Observatorio de Fúquene ($D = -4.0^\circ 28'$; $I = 32.0^\circ 7'$), se consideran siete rotaciones diferentes con el fin de hacer comparaciones estadísticas entre los resultados obtenidos con el modelo [14] y el método [13]. Para cada caso se calcula:

a) El coeficiente de correlación cruzada normalizado $\hat{C}_{12}(0)$, entre la función campo magnético total ΔT_j^c calculado con la ecuación [14] y la función campo magnético total ΔT_j^* calculado con el método propuesto en [13]. Este coeficiente involucra comparaciones en frecuencia de las señales.

$$\overline{C}_{12}(0) = \frac{C_{12}(0)}{[C_{11}(0) C_{22}(0)]^{1/2}} \quad -1 \leq \overline{C}_{12}(0) \leq 1$$

$$C_{12}(\tau) = \frac{1}{N-\tau} \sum_{j=1}^{N-\tau} \Delta T_j^c \Delta T_{j+\tau}^* - \frac{1}{(N-\tau)^2} \sum_{j=1}^{N-\tau} \Delta T_j^c \sum_{j=1}^{N-\tau} \Delta T_j^*$$

$$C_{11}(\tau) = \frac{1}{N-\tau} \sum_{j=1}^{N-\tau} \Delta T_j^c \Delta T_{j+\tau}^c - \frac{1}{(N-\tau)^2} \left[\sum_{j=1}^{N-\tau} \Delta T_j^c \right]^2$$

$$C_{22}(\tau) = \frac{1}{N-\tau} \sum_{j=1}^{N-\tau} \Delta T_j^* \Delta T_{j+\tau}^* - \frac{1}{(N-\tau)^2} \left[\sum_{j=1}^{N-\tau} \Delta T_j^* \right]^2$$

b) La relación entre el σ típico de estimación de ΔT_j^c y la desviación típica de la función ΔT_j^c con respecto a su media ($\frac{\sigma_k}{\sigma}$).

Se considera que ΔT_j^* representa a

ΔT_j^c , si $\frac{\sigma_k}{\sigma}$ se aproxima a cero.

$$\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [\Delta T_j^c - \overline{\Delta T_j^c}]^2$$

$$\sigma^{2k} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N [\Delta T_j^c - \overline{\Delta T_j^c}]^{2k}$$

c) La desviación media de ΔT_j^* con respecto a ΔT_j^c .

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N |\Delta T_j^* - \Delta T_j^c|$$

d) El promedio de ΔT_j^c y el promedio de ΔT_j^* .

$$\overline{\Delta T_j^c} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \Delta T_j^c$$

$$\overline{\Delta T_j^*} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \Delta T_j^*$$

Se realizó el proceso, primero sin tener en cuenta ninguna simetría de la matriz de datos (Tabla 1), luego se construyó una matriz palíndroma vertical (Fandiño & Cepeda, 1983), con simetría par (Díaz, 1983) y se realizó el mismo proceso; los resultados se muestran en la Tabla 2.

TABLA 1
RESULTADOS EN LA COMPARACION DE LAS SERIES
 ΔT_{jk}^c y ΔT_{jk}^* , CUANDO NO EXISTE SIMETRÍA PAR EN LA
MATRIZ DE DATOS

	$I_0=32^\circ$ $D_0=-4,5^\circ$	$I_1=32^\circ$ $D_1=20^\circ$	$I_2=45^\circ$ $D_2=5^\circ$	$I_3=15^\circ$ $D_3=-2^\circ$	$I_4=75^\circ$ $D_4=-5^\circ$	$I_5=25^\circ$ $D_5=0^\circ$	$I_6=90^\circ$ $D_6=0^\circ$
$C_{12}(0)$	1.0000	0.9999	0.9983	0.9974	0.9913	0.9995	0.9932
σ_k/σ	0.0000	0.0562	0.1099	0.1356	0.2922	0.0589	0.2299
δ	0.0000	1.2226	3.3055	3.9477	8.5429	1.7314	8.7934
ΔT^*	-5.2645	-3.9495	3.0733	-14.1100	18.5626	-9.4028	20.6922
ΔT^c	-5.2645	-4.5621	0.0777	-10.6070	10.5781	-7.8632	12.2702

TABLA 2
RESULTADOS EN LA COMPARACION DE LAS SERIES
 ΔT_{jk}^c y ΔT_{jk}^* , CUANDO EXISTE SIMETRÍA PAR EN LA
MATRIZ DE DATOS

	$I_0=32^\circ$ $D_0=-4,5^\circ$	$I_1=32^\circ$ $D_1=20^\circ$	$I_2=45^\circ$ $D_2=5^\circ$	$I_3=15^\circ$ $D_3=-2^\circ$	$I_4=75^\circ$ $D_4=-5^\circ$	$I_5=25^\circ$ $D_5=0^\circ$	$I_6=90^\circ$ $D_6=0^\circ$
$C_{12}(0)$	1.0000	0.9999	0.9997	0.9993	0.9981	0.9998	0.9983
σ_k/σ	0.0000	0.0521	0.0265	0.0426	0.0620	0.0196	0.0770
δ	0.0000	1.2057	0.7246	1.1559	1.5872	0.5266	1.7418
ΔT^*	-5.2645	-4.9228	-0.2279	-9.8870	11.0328	-7.5594	13.8868
ΔT^c	-5.2645	-4.5621	0.0777	-10.6070	10.5781	-7.8632	12.2702

En los resultados de las Tablas 1 y 2, se observa que cuando se construye a partir de los datos de muestreo una matriz palíndroma con simetría par, los coeficientes $C_{12}(0)$ son mayores, las relaciones entre las desviaciones típicas

(σ_k/σ) son menores (Bath, 1974), las desviaciones medias son menores y los promedios ΔT_j^* se acercan más a los promedios ΔT_j^c ; estas observaciones muestran que se puede mejorar sustancialmente la convergencia del método, si el proceso se realiza organizando los datos en una matriz palíndroma vertical con simetría par.

Los sectores del registro que presentan mayores desviaciones, son los extremos, debido a los efectos de truncación de la serie, en el resto del registro las desviaciones no presentan una tendencia definida, por lo que se puede considerar que tienen carácter aleatorio (Fig.1).

Al comparar los espectros de energía correspondientes a ΔT_j^* y a ΔT_j^c , se ve claramente que presentan el mismo contenido de frecuencias e igual amplitud espectral (Fig.2).

El método es muy rápido, emplea aproximadamente 30 segundos en procesar 2^{10} puntos muestra.

Como se ve en las Tablas, se puede tomar para una situación final, los valores $I_f = 90^\circ$ y $D_f = 0^\circ$, que son las condiciones de reducción al polo, siendo entonces este método general y la reducción al polo un caso particular.

4. APLICACIONES

Como una aplicación directa se toma un perfil de campo magnético total, muestreado el 26 de marzo de 1.990 en el área de Planeta Rica (Córdoba) (Montaña & Pimiento, 1991), cuando el campo magnético en la zona tenía una declinación $D = -2.49^\circ$, $I = 36.29^\circ$, la variación de la anomalía es relativamente pequeña, teniendo en cuenta que la inclinación ha tenido un cambio de aproximadamente 5° en los últimos 10 años, pero podemos proyectar la anomalía y observar las variaciones cuando el campo alcance un ángulo $I = 45^\circ$ o un ángulo de 75° .

Estos resultados se muestran en las Figs.2 y 4, los datos representados con líneas continuas corresponden a los datos originales observados y filtrados, las gráficas representadas por líneas punteadas corresponden a los datos observados rotados y sus correspondientes filtrados.

5. CONCLUSIONES

El algoritmo planteado es muy eficiente; presenta una buena y rápida convergencia, que se manifiesta en los coeficientes de correlación cruzada normalizados $C_{12}(0)$, en los valores para las relaciones σ_k/σ , en las desviaciones de los promedios, en los espectros de energía y en el tiempo de cálculo.

La proyección de datos magnéticos, usando el algoritmo propuesto y la FFT, se convierte en un proceso sencillo que se realiza en el dominio de la frecuencia, mediante operaciones elementales con números complejos.

Colocar los datos magnéticos bajo las mismas condiciones, permite obtener ideas claras sobre las fuentes magnéticas en labores de interpretación. En Colombia se puede realizar el proceso de proyección de levantamientos magnéticos en forma muy aproximada, ya que en el observatorio de Fúquene, se tiene suficiente información sobre el cambio real de los parámetros inclinación y declinación magnéticas.

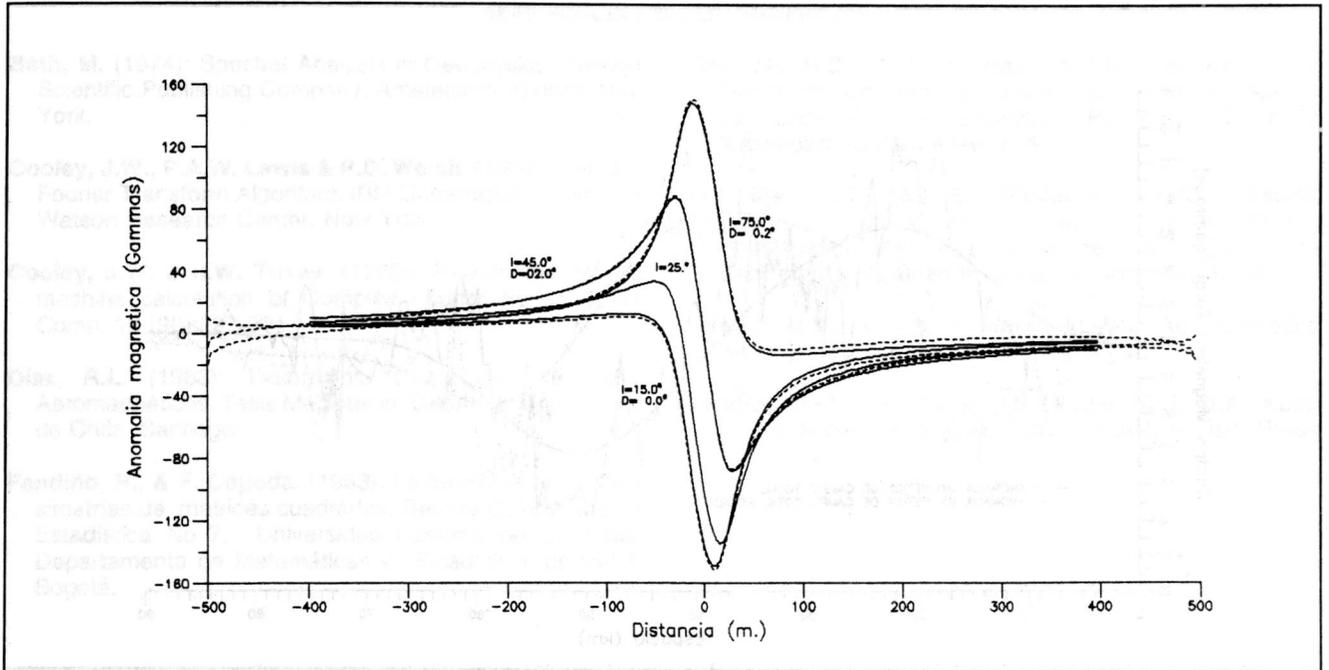


Figura 1. Rotación de datos Magnéticos

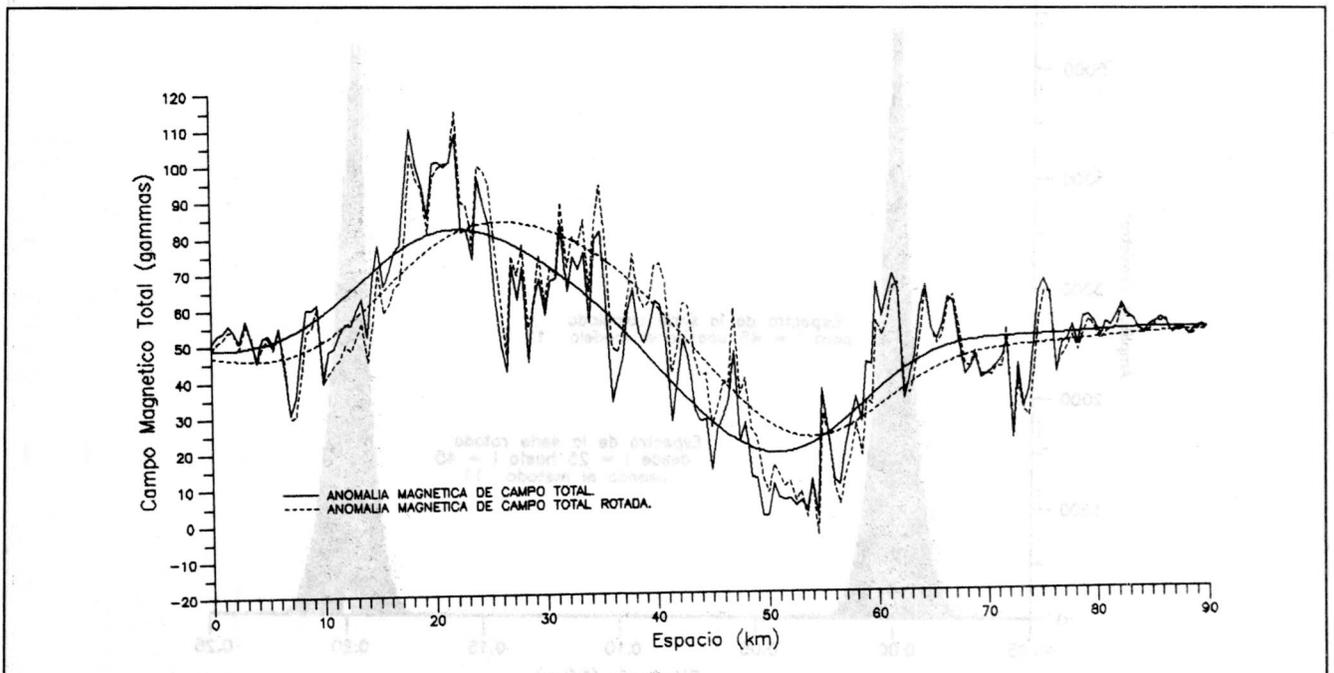


Figura 2. Anomalia de Campo Magnético Total. Planeta Rica (Cordova). Registro Original y rotado hasta $I=45^\circ$,

$D=5^\circ$

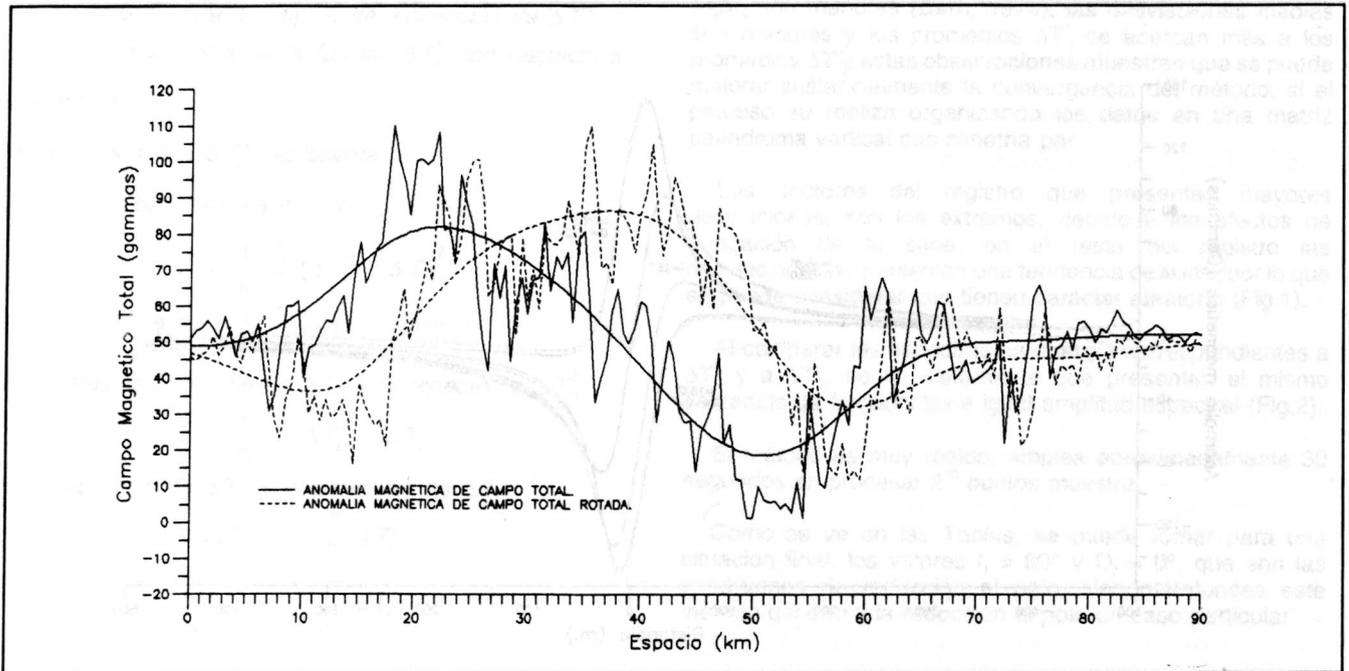


Figura 3. Anomalia de Campo Magnético Total. Planeta Rica (Cordova). Registro Original y Rotado hasta $l=75^\circ$, $D=5^\circ$

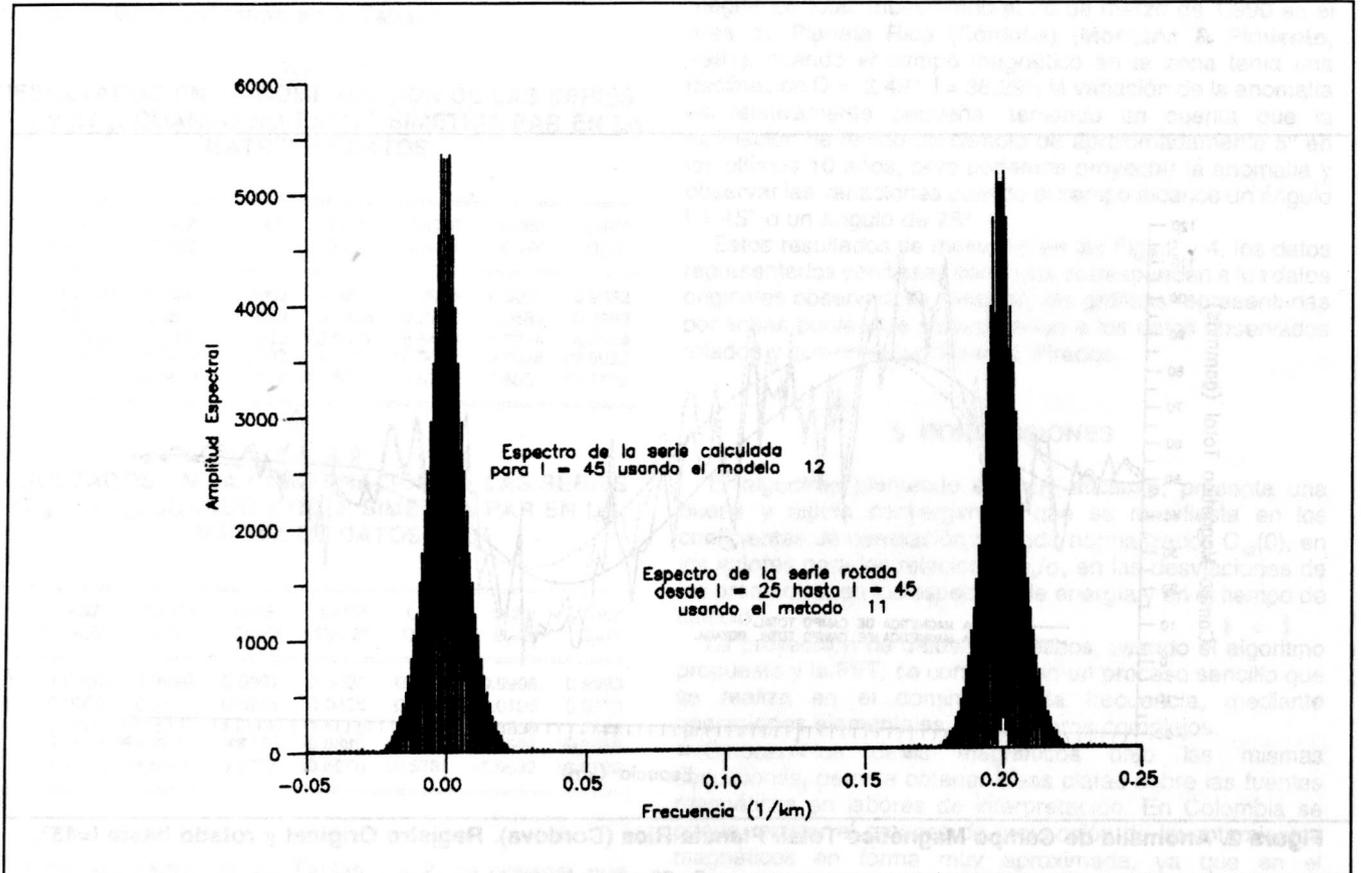


Figura 4. Espectros de Energía

