



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA POTENCIAR EL PENSAMIENTO  
VARIACIONAL A TRAVÉS DE SITUACIONES PROBLEMA, DE LOS  
ESTUDIANTES DEL GRADO NOVENO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
“SAN JOSÉ DEL MUNICIPIO DE BETULIA”**

**WILSON ANDRES GUZMAN RESTREPO**

**Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de ciencias  
Medellín, Colombia  
2012**



**ESTRATEGIAS DIDÁCTICAS PARA POTENCIAR EL PENSAMIENTO  
VARIACIONAL A TRAVÉS DE SITUACIONES PROBLEMA, DE LOS  
ESTUDIANTES DEL GRADO NOVENO DE LA INSTITUCIÓN EDUCATIVA  
“SAN JOSÉ DEL MUNICIPIO DE BETULIA”**

**Tesis de Maestría presentada como requisito parcial para optar al título de:  
Magister en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales**

**Director**

**PhD Alcides Montoya Cañola**

**Profesor asistente de la escuela de física**

**de la Universidad Nacional de Colombia**

**Universidad Nacional de Colombia**

**Facultad de Ciencias**

**Medellín, Colombia**

**2012**



## **Dedicatoria**

A mi amada madre Doris Restrepo, a mi hermana ,por el apoyo, confianza, dedicación y amor que han infundido en mí, además por ser personas incondicionales en todos los momentos y circunstancias de mi vida laboral, personal y social.

A Dios por haberme bendecido día a día.

## **Agradecimientos**

A la Universidad Nacional de Colombia -  
Sede Medellín, por haberme brindado las  
herramientas y el apoyo para realizar mis estudios de Maestría.

A todos aquellos que contribuyeron de una u otra forma al desarrollo de mi Maestría,  
profesores y compañeros.

Gracias

**Resumen**

En este trabajo se señala la implementación de estrategias didácticas que faciliten los procesos de enseñanza y aprendizaje de las ecuaciones en el grado noveno de la institución educativa San José del municipio de Betulia, basadas estas estrategias en el apoyo tecnológico de la plataforma moodle, la implementación de software educativo como Geogebra y en situaciones problemas tomando otros saberes y aplicándolos en el aula de clase del grado noveno.

**Abstract**

This paper highlights the implementation of teaching strategies that facilitate the teaching and learning of the equations in the ninth grade of the institution educativa San Jose Betulia Township, based their strategies on technology support moodle platform, implementation educational software like Geogebra situations and other problems taking knowledge and applying them in the classroom of ninth grade.

---

<b>Contenido</b>	<b>Pág.</b>
<b>Resumen.....</b>	<b>VVI</b>
<b>Introducción.....</b>	<b>1</b>
<b>1. Capítulo 1 .....</b>	<b>2</b>
1.1 Motivación.....	2
1.2 Aportes.....	3
1.3 Definición del problema.....	4
1.4 Planteamiento del problema .....	7
1.5 Pregunta de Investigación.....	7
1.6 Objetivos .....	8
1.6.1 Objetivo General .....	8
1.6.2 Objetivos específicos .....	8
1.7 Objetivos.....	9
<b>2. Capítulo 2 .....</b>	<b>12</b>
2.1 Marco conceptual.....	12
2.1.1 Educación Matemática.....	12
2.1.2 Teorías de Aprendizaje .....	14
2.1.3 Concepto de Matemática.....	24
2.1.4 Aprendizaje de las Matemáticas.....	26
2.1.5 Didáctica en el aprendizaje de las Matemáticas .....	28
2.1.6 Ecuación lineal o de primer grado .....	29
2.1.7 Representación gráfica de una ecuación lineal .....	29
2.1.8 Representaciones en Matemáticas .....	30

2.1.9 La tecnología.....	33
2.1.10 Moodle .....	34
2.2 Estado del Arte.....	35
<b>3. Capítulo 3.....</b>	<b>42</b>
3.1 Herramientas utilizadas.....	42
3.1.1 Voki .....	42
3.1.2 Moodle .....	43
3.2 Programa de actividades .....	45
3.3 Caso de estudio .....	50
3.3.1 Escenario .....	50
3.4 Metodología para la evaluación de la Unidad Didáctica .....	51
3.4.1 Aplicación de instrumentos con el grupo de control.....	52
3.4.2 Aplicación de instrumentos con el grupo experimental.....	53
<b>4. Capítulo 4.....</b>	<b>54</b>
4. Analisis de resultados.....	54
4.1 Resultados obtenidos del grupo experimental .....	54
4.2 Resultados obtenidos del grupo de control .....	57
4.3 contraste de datos.....	60
<b>5. conclusiones .....</b>	<b>54</b>
<b>Bibliografía.....</b>	<b>54</b>



---

## INTRODUCCION

El presente trabajo surge como una propuesta para el uso de las nuevas tecnologías que propician el desarrollo del pensamiento variacional presente en una función cuadrática en estudiantes de grado noveno. Tomando como premisa que dentro de las prácticas educativas se ha considerado como un punto crucial el desarrollo de este pensamiento matemático. Se pretende brindar elementos que apoyen el estudio en torno al tratamiento de las ecuaciones como elementos indispensables para el fortalecimiento de la conceptualización de las matemáticas y la aplicación en el entorno inmediato, y las implicaciones en el contexto global.

Por tal razón, no se debe desconocer la necesidad de adaptar los contenidos a las nuevas necesidades de los estudiantes, a los cambios tecnológicos y a la evolución que con el paso del tiempo afecta a cualquier ciencia y lógicamente a quienes tratan de entenderla y por ende se van a beneficiar de todos aquellos progresos y reformas que puedan generar.

Es por ello que el compromiso de los docentes en el área de matemáticas, no debe ser otro que adaptarse a las nuevas exigencias y a las nuevas tecnologías que se encuentran en el medio, para lograr esta adaptación es indispensable generar nuevas estrategias de enseñanza y aprendizaje basadas en la didáctica y en las metodologías con las cuales cada docente pretende asombrar clase tras clase a un grupo de estudiantes con sed de conocimiento, pero no solo basado en métodos tradicionales sino con actividades que le conlleven a poner a prueba sus capacidades cognitivas y todas sus potencialidades.

# Capítulo 1

## 1.1 Motivación

Como estudiante de maestría en la enseñanza de las ciencias exactas y naturales, era necesario abordar un proyecto que impacte los aspectos procedimentales, actitudinales y cognitivos. No solo del docente sino también de los estudiantes y comunidad educativa. Para esto se cumplió se propone abordar las temáticas de clase desde un componente virtual y con la creación de un curso que responda a los siguientes aspectos:

1. Incrementar la motivación por parte de los estudiantes en temas de matemáticas con estrategias de enseñanza y aprendizaje diferente a la tradicional utilizando las herramientas tecnológicas.
2. Utilizar adecuadamente las nuevas tecnologías de información y comunicación, especialmente las que ofrece el internet en el momento, como las diferentes redes sociales, los chat y el aprendizaje de diferentes contenidos educativos a través de plataformas virtuales.
3. Analizar los resultados no satisfactorios en cuanto a la calidad de la educación en la básica secundaria.
4. Renovar las estrategias didácticas en el aula encausando las nuevas formas de interpretar la realidad de los educandos hacia el mejoramiento del aprendizaje en beneficio de la formación para la vida de los alumnos.

5. Contribuir directamente al mejoramiento del desarrollo de la calidad de la educación de la institución así como indirectamente también fuera de ella.

## 1.2 Aportes

El presente proyecto de investigación se pretende proponer algunas estrategias didácticas en la perspectiva de potenciar el pensamiento variacional en estudiantes de Noveno grados de la institución educativa San José del municipio de Betulia, a través de situaciones problemas utilizando la plataforma moodle, con la implementación de este primer curso virtual se busca aportar a la institución una nueva visión desde el ámbito tecnológico y virtual, para que de esta forma se adapten nuevos contenidos de las diferentes áreas y asignaturas como una nueva estrategia pedagógica y metodológica dentro de la institución, la cual tendrá un impacto directo fuera de la institución, ya que los estudiantes pueden tener acceso a diferentes contenidos educativos desde sus casas o espacios diferentes a las aulas de clase.

Desde otro punto de vista, los aportes serán significativos para la institución San José, debido al impacto que este proyecto puede tener desde el cambio de paradigma de los estudiantes con relación al sistema educativo tradicional, en el cual el docente llega al aula de clase a impartir los contenidos, las actividades y los diferentes objetivos de cada una de las áreas, sin embargo con estos tipos de cursos se busca que los estudiantes generen un compromiso más autónomo, ya que estos dichos cursos invitan al estudiante a avanzar a su propio ritmo y a generar preguntas y cuestionamientos los cuales pueden ser investigados por el mismo desde la virtualidad sin necesidad de tener constantemente el docente explicando contenidos y eliminando o suprimiendo el espíritu investigativo que cada estudiante debe desarrollar.

En mediano plazo si este tipo de proyectos se ejecutan con mayor regularidad en diferentes áreas, se aportará a la sociedad estudiantes más independientes, más comprometidos con su proceso de formación personal e intelectual. Además la I.E San José debe aprovechar inicialmente este tipo de propuestas que en este caso está enfocado a implementar estrategias didácticas para desarrollar el pensamiento variacional, para tomarlo como punto de partida para un cambio de currículo en el cual se adapten los contenidos a las plataformas virtuales y a las TICs.

### **1.3 Definición del problema**

En la Institución Educativa San José del municipio de Betulia en el área de matemáticas en el grado noveno se evidencia un problema muy recurrente cuando se requiere analizar una situación problema en la cual se debe plantear una ecuación para encontrar los valores de las diferentes variables o incógnitas. Ya que los estudiantes interpretan este tipo de situaciones con actividades sumamente complejas e innecesarias desconociendo la aplicación que tiene en muchas áreas del conocimiento.

Al resolver una regla de tres, en la cual se debe encontrar un dato que es proporcional a otros datos conocidos, se están utilizando estos conceptos fundamentales en las matemáticas y que tendrán una implicación directa en muchas profesiones. Como por ejemplo en la medicina cuando de acuerdo al peso y la edad de las personas se les suministra cierta cantidad de medicamentos o cuando en el campo económico se quiere saber las ganancias si se invierte cierta cantidad de dinero.

Las dificultades específicas radican en que los estudiantes:

- Tienen una alta dependencia del profesor al momento de resolver situaciones problema, ya que se les dificulta traducirlos al lenguaje algebraico.

- No logran identificar la articulación de los contenidos del área para fortalecer la práctica de las situaciones problemas adaptándolos con nuevos conceptos. Por ejemplo saben despejar variables en ejercicios cerrados, pero cuando se les plantea una situación problema en la cual tiene que analizar datos y estructurar una ecuación no saben ubicar los datos correspondientes.(ecuaciones de cinemáticas)
- Los estudiantes tienen un alto rechazo a la resolución de problemas, ya que muchas veces se encuentran alejados de la realidad. Prefieren resolver ejercicios cerrados, ya que saben resolverlos “mecánicamente” y más aún cuando todos se resuelven de la misma manera.
- Prefieren un taller con muchos ejercicios que investigar o analizar posibles soluciones a un caso determinado.
- No les gusta cuando se relacionan los temas con otras asignaturas o se busca la aplicación en otros campos del saber. Cuando se plantean problemas de física, de economía, de biología, de geometría en los cuales se les invita a pensar un poco más, se evidencia el desagrado y frases de rechazo como “y eso que tiene que ver con las matemáticas”, “es clase de matemáticas y no de ...(biología, física,)”, “es mejor un taller de ejercicios”, entre otras.
- No comprenden los problemas. Tienen dificultades para definir las variables.
- Problemas al graficar en el plano cartesiano de acuerdo a los posibles valores para la variable  $x$  y la variable  $y$ .
- Problemas al despejar ciertas variables de una serie de ecuaciones predeterminadas.

Sin embargo es necesario resaltar los errores más frecuentes que se presentan al momento de resolver los problemas:

- Se les dificulta diferenciar entre opuesto aditivo y multiplicativo.
- Multiplicación y suma de números enteros. (ley de signos)
- Al resolver las ecuaciones realizan las operaciones solo a un miembro de la igualdad, así los términos no sean semejantes.
- Confunden las operaciones con términos fraccionarios y despejan mal las variables.

Todas estas dificultades generan una problemática que requiere mucha atención y generar estrategias de enseñanza que faciliten la comprensión de los conceptos y sirvan de herramientas para solucionar problemas con aplicación a diferentes contextos, ya sean en el ámbito de las matemáticas o de cualquier ciencia que ponga a prueba los pensamientos que como estudiantes en esta área deben desarrollar, los cuales son el pensamiento métrico, variacional, aleatorio, geométrico y numérico, con los que se garanticen transversalizar las áreas en torno a problemas de aplicación.

#### **1.4 Planteamiento del problema**

En la institución educativa San José del municipio de Betulia, en el grado noveno del nivel de educación básica secundaria, específicamente en el área de matemáticas, se ha evidenciado a través de la observación de clases, diálogo con los estudiantes que durante los procesos de enseñanza y aprendizaje se les dificulta plantear las ecuaciones que les faciliten darle respuesta a diferentes situaciones problema.

En la enseñanza de la matemática los estudiantes deben realizar actividades mentales muy diversas: resolver problemas, demostrar proposiciones (puede que sean teoremas), realizar construcciones de gráficas, hallar áreas y perímetros, lo cual exige de ellos una planificación adecuada del trabajo, como lo es extraer datos, identificar estrategias de solución, dirigida hacia el objetivo que se quiere alcanzar, de modo que se racionalice el esfuerzo mental y práctico y el tiempo disponible se utilice con efectividad.

#### **1.5 Pregunta de investigación**

¿Qué estrategias didácticas y metodológicas se deben utilizar en la enseñanza de las ecuaciones para potenciar en los estudiantes del grado noveno de la institución educativa San José el pensamiento variacional, el cual le permita desarrollar habilidades para la solución de situaciones problema?

## 1.6 Objetivos

### 1.6.1 Objetivo general:

Implementar estrategias didácticas basadas en las herramientas tecnológicas que garanticen un mejor ambiente de aprendizaje dentro y fuera del aula de clase, para fortalecer las habilidades de los estudiantes y aportar al mejoramiento y actualización de los procesos de enseñanza de las ecuaciones apoyado en la geometría y en la plataforma moodle.

### 1.6.2 Objetivos específicos

- Utilizar los recursos tecnológicos de la institución en el área de matemáticas, lo cual dinamice las clases y motive a los estudiantes.
- Aplicar los diferentes conceptos sobre las ecuaciones matemáticas en la solución de problemas específicos en su contexto.
- Modelar situaciones matemáticas desde la plataforma moodle, la cual servirá de herramienta para practicar conceptos y fortalecer los procesos de enseñanza y aprendizaje.
- Implementar el software Geogebra como estrategia didáctica, el cual permita por medio de la geometría y análisis de situaciones problema identificar la utilidad de las ecuaciones en procesos y experiencias de la vida cotidiana.



## 1.7 Alcances

El continuo que hacer pedagógico, nos lleva a establecer nuevas estrategias que faciliten el aprendizaje de las matemáticas, motivando el uso de la tecnología y de herramientas apropiadas que sirvan como instrumento pedagógico y como el medio para mejorar continuamente los procesos de enseñanza aprendizaje, basados en las experiencias de aula y las necesidades frente a la formación de nuevas generaciones de estudiantes. Podemos así aprovechar recursos como las Tics en el aula de clase, y la motivación de los jóvenes por los medios informáticos para implementar una herramienta que permita facilitar la comprensión y la aplicación de las funciones cuadráticas en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Desde las matemáticas se busca que los jóvenes aprendan contenidos científicos y globales que conduzcan a la instrucción y a la formación en competencias, tal como lo indica la legislación educativa colombiana.

Mediante este trabajo se propone crear un curso virtual como herramienta pedagógica que permita al docente contar con un nuevo recurso didáctico a partir del cual se puedan abordar los diferentes contenidos, además, motivar la enseñanza aprendizaje de las funciones cuadráticas, logrando un ambiente de aprendizaje de continua interacción entre educandos y estudiantes, permitiendo incrementar el desarrollo de destrezas y habilidades de los jóvenes para que logren mejorar su rendimiento académico. de esta forma podremos analizar las fortalezas y debilidades que puede implicar el uso de estos medios educativos y la relevancia que tienen en la apropiación del conocimiento para la formación de un verdadero aprendizaje significativo.

Partiendo de este análisis podemos realizar una serie de preguntas que nos ayudaran a establecer la importancia que puede tener el uso de este tipo de herramientas en la apropiación del conocimiento por parte de nuestros educandos. ¿Cuáles son las ventajas y desventajas que tienen los medios informáticos como herramientas de

aprendizaje? ¿Cómo podemos implementar el uso de las tics para enseñar las funciones cuadráticas a los estudiantes del grado noveno?, ¿Qué bondades puede tener el uso del computador en la enseñanza de las funciones cuadráticas? Este trabajo mostrará una estrategia sobre el uso de las Tics en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las funciones cuadráticas permitiendo lograr que el estudiante visualice los contenidos temáticos para el aprendizaje de Matemática lo cual es de gran importancia y la utilización de las tecnologías es una alternativa que puede ayudar a lograrlo.

### **1.8 Metodología.**

Esta propuesta se trabajará con los grados novenos de la Institución educativa San José del municipio de Betulia, estarán involucrados en los procesos de enseñanza y aprendizaje un total de 75 estudiantes pertenecientes al área urbana y rural del municipio.

Se llevará teniendo en cuenta las siguientes características Institucionales:

1. El lugar es: la Institución Educativa San José Betulia
2. Área de : Matemáticas
3. El tema de enseñanza aprendizaje es: ecuaciones lineales y cuadráticas
4. Dirigida a: Estudiantes del grado noveno
5. Estrategia de enseñanza: Apoyada en las TICs
6. Tiempo: segundo semestre 2012 (Periodo III y IV)
7. Una plataforma virtual: moodle
8. Servidor de moodle montado en un computador de la institución
9. Curso diseñado en la plataforma moodle.
10. Utilización del tablero digital para capacitar a los estudiantes en el manejo y aplicación del software Geogebra e integrarlo también en la plataforma moodle.

La implementación de la plataforma moodle en la institución educativa San José del municipio de Betulia facilitará el aprendizaje de las ecuaciones ya que va a servir de herramienta didáctica para proporcionar un nuevo ambiente de aprendizaje donde los estudiantes deban indagar, buscar e investigar acerca de las situaciones problemas que de acuerdo a las temáticas abordadas con relación al plan de estudios institucional se propongan periódicamente en dicha plataforma. Por tal razón al crear las unidades didácticas utilizando los medios tecnológicos se convierten en una oportunidad para que los estudiantes puedan observar videos, imágenes, relacionarse con otros enlaces virtuales que le ayuden a fortalecer sus conocimientos y a generar espacios que de manera voluntaria o programada le ayuden a generar un hábito de estudio diferente al tradicional.

Por medio de esta plataforma se complementa el trabajo en clase, las explicaciones, los talleres y actividades evaluativas, ya que esta herramienta virtual permite llevar a cabo todas estas estrategias. Debido a la diversidad de estudiantes y de las capacidades cognitivas de cada uno de ellos se hace necesario también contar con una estrategias adicional y es la implementación de un software educativo para complementar las explicaciones y fortalecer los procesos, se propone implementar el programa “Geogebra”, ya que permite de una manera didáctica y llamativa analizar ecuaciones, graficar funciones y utilizar la geometría como eje generador de situaciones problema que conlleven a un análisis grupal e individual de diferentes gráficas y figuras geométricas que faciliten la interpretación de las ecuaciones y su aplicación con otras asignaturas y lo más importante la aplicación en el contexto y la vida cotidiana.

# Capítulo 2

## 2. MARCO CONCEPTUAL Y ESTADO DEL ARTE

### 2.1 Marco conceptual

La Matemática y la tecnología formará integralmente educandos para así poder descubrir potencialidades intelectuales para formar grandes pensadores y profesionales a través de trabajos y actividades que involucren estrategias de enseñanza y metodologías académicas apoyadas en los principios éticos e institucionales y de esta manera formar educandos útiles para la comunidad educativa y para la sociedad.

El propósito de este marco teórico es aportar a la parte conceptual pero al mismo tiempo, a la interpretación de los resultados de esta propuesta, Modelos de situaciones problema para la movilización de competencias matemáticas en la formación básica de los estudiantes de la Institución educativa San José, en el cual se incluye una referencia sobre la Educación Matemática, se plantea además algunas teorías sobre el aprendizaje, la evaluación; conceptos sobre competencias, habilidades y categorías de las mismas con sus respectivos indicadores de logro y en general, todo aquello que tiene que ver con competencias y planteamiento de situaciones problema al igual que la vinculación de la tecnología en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

#### 2.1.1 Educación Matemática

La educación tal y como se mira actualmente, con todo el desarrollo tecnológico de por medio y el escenario condicionado por el fenómeno de la globalización, debe asegurar la formación de ciudadanos competentes para el trabajo

productivo y la vida en sociedad, es por eso que el replanteamiento de la educación desde esta perspectiva y, particularmente en el campo de la Educación Matemática, como disciplina relativamente nueva, ha cobrado la importancia que actualmente se le da.

La Educación Matemática como disciplina aborda, entre otros aspectos, los relacionados a la didáctica, aprendizaje y enseñanza de las matemáticas con la implementación de tendencias curriculares que deben adecuarse a los tiempos que se viven y a las relaciones de enseñanza y aprendizaje de las mismas en los diferentes contextos socioculturales, en todos los niveles educativos pero justamente, en los niveles básico y medio donde se presentan las mayores dificultades que posteriormente se reflejan en la Educación Matemática de los niveles superiores. Ahora bien, el carácter global y dialéctico de la Educación Matemática como disciplina pero también como sistema social, se relaciona de manera compleja con otras disciplinas, en este apartado se referencian algunos ejemplos: la historia y la epistemología aportan la génesis y evolución del conocimiento científico; la sociología la interdependencia entre ciencia y sociedad y su influencia en la formación de los individuos; la lingüística tributa la comprensión de los problemas conceptuales propios de las dificultades del aprendizaje; la psicología el conocimiento del desarrollo de las personas y de los modelos teóricos para el análisis del conocimiento a enseñar y en general, todo lo que tiene que ver con el aprendizaje humano y, la pedagogía que analiza las relaciones de la enseñanza en el marco de las instituciones escolares.

Sin embargo, en lo planteado anteriormente no puede dejarse de lado la tecnología, que en Educación Matemática está centrada fundamentalmente en el empleo de calculadoras, computadoras y en general, de herramientas que ayudan a ampliar y extender el pensamiento crítico y el espacio de los conocimientos.

Como puede verse esta relación de disciplinas le permite a la Educación Matemática avanzar y obtener resultados, producto de investigación, cambios en las metodologías, replanteamientos de las didácticas, cambios curriculares, práctica docente, procesos de aprendizaje, empleo de la tecnología, renovación curricular y, últimamente lo que tiene que ver con la implementación de programas para intervenir los altos índices de deserción y pérdida de los estudiantes.

### **2.1.2 Teorías de aprendizaje**

Sin entrar a ahondar mucho en estas teorías de aprendizaje es bueno abordar, como una manera de contextualizar los resultados de la investigación, los aportes de J. Piaget en la psicología cognitiva y la elaboración del pensamiento matemático, de G.Pólya en el planteamiento y solución de problemas y de D. Ausubel en lo que a aprendizaje significativo se refiere. Para Piaget, son fundamentales los cambios que se producen en la formación de la inteligencia del ser humano desde el nacimiento hasta adquirir el estado de madurez, los cambios en la estructura mental son permanentes y se refinan progresivamente.

En la teoría de Piaget se encuentran una ruta de significados precisos para abordar el pensamiento matemático que pueden llegar a ser fundamentales en el intento de solucionar problemas.

El principio de reversibilidad, por ejemplo, referida a un par de operaciones matemáticas básicas donde no se puede comprender una de ellas sin la otra, verbigracia suma y resta, multiplicación y división; es un aporte de Piaget que ayuda a buscar relaciones entre las mismas para abordar la solución de problemas matemáticos.

Otra característica cognitiva a la que hace alusión Piaget y que conduce al mismo fin, es decir, solucionar problemas, es la flexibilidad. “La flexibilidad o toma de conciencia es la manifestación de la abstracción reflectora -como un espejo- que los humanos realizamos sobre las acciones y relaciones con los objetos de cualquier clase, incluyendo los simbólicos”<sup>1</sup>. Esta característica según esta apreciación, permite descubrir la relación existente entre las propiedades físicas de los objetos y la propiedad matemática, así por ejemplo cuando se cuenta un conjunto de objetos se trata, el resultado es independiente de cómo se disponga el orden de conteo, es decir, la conmutatividad de los elementos no influye en el resultado; esto es lo que en el lenguaje matemático de los estudiosos del pensamiento lógico se conoce como las experiencias físicas y las experiencias lógico-matemáticas. Las primeras hacen referencia a la experiencia sensorial y física sobre los objetos y las segundas son el resultado de las reflexiones que hace el individuo sobre estas acciones.

Además de las anteriores Piaget plantea otras características cognitivas que ayudan a la solución de problemas matemáticos, así entonces, la indagación por lo posible, la habilidad para manejar algoritmos, la estructuración y la capacidad de anticipación son elementos cruciales a tener en cuenta para hallar una solución inteligente a un problema.

Para Pólya la formulación de situaciones problemáticas adecuadas que pongan a prueba la curiosidad de los estudiantes y la posible solución mediante preguntas estimulantes, puede derivar en el gusto por el pensamiento

---

<sup>1</sup> MESA B, Orlando. Contextos para el desarrollo de situaciones problema en la enseñanza de las matemáticas. Instituto de Educación no formal—Centro de Pedagogía Participativa, 1998. P. 9.

independiente y una buena oportunidad para que las matemáticas adquirieran el mejor de los sentidos.

Las matemáticas presentadas a la manera euclidiana, ponen de manifiesto una ciencia rigurosa, sistemática y deductiva. Apostar por la propuesta de George Pólya, es recuperar la estrategia heurística como posibilidad de mediar los procesos de aprendizaje. En la propuesta de Pólya el término estrategia que procede del griego *stratégia*, utilizado en la vida militar para indicar el arte de dirigir las operaciones militares, es fundamental, aquí las estrategias heurísticas constituyen la táctica que se utiliza para lograr encontrar los medios necesarios al resolver un problema.

Los métodos heurísticos, con los reparos que se les pueda encontrar, son una enorme oportunidad para abordar situaciones problema por parte de profesores y estudiantes; preguntas reiterativas como: ¿Cuál es la incógnita?, ¿Cuáles son los datos?, ¿Cuál es la condición?, ¿Es un problema por resolver?, ¿Es un problema por demostrar?, ¿Es un problema rutinario?, ¿Conoces un problema relacionado con este?, ¿Algún teorema o concepto es útil?, ¿Te hace falta un elemento auxiliar?, ¿Podrías imaginarte un problema análogo?, ¿Has empleado todos los datos?, entre otras; median los procesos del aprendizaje y como en la mejor de las redes se entretrejen para relacionar y poner en conversación constante a profesores y estudiantes.

En el intento de resolver situaciones problema, a la manera de Pólya, cuatro reglas de oro emergen en el mejor de los juegos: La comprensión del problema, la configuración de un plan o estrategia, la ejecución u operatividad de la estrategia y la visión retrospectiva para examinar la solución obtenida.

Emplear las estrategias de solución atinando una lista de preguntas pertinentes para resolver nuestros propios problemas de la vida cotidiana y acogernos



siempre con pasión y alegría a nuevas situaciones y preguntas que puedan revelarnos nuevos aspectos de estos y otros problemas, que despierten nuestro interés y nos haga trabajar y reflexionar, son una excelente oportunidad para encontrar una matemática en constante dinámica y evolución.

Para David Ausubel, es en el aprendizaje donde el alumno relaciona lo que ya sabe con los nuevos conocimientos, es decir sus experiencias representan un factor de mucho peso, es por ello que el docente debe enfocar su labor facilitadora y enseñar en consecuencia de lo que descubra sobre lo que el alumno ya conoce.

Ausubel plantea que, "...el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por estructura cognitiva, al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización."<sup>2</sup>

Para la matemática este tipo de aprendizaje representa un modo eficaz para lograr que los conocimientos sean aprendidos significativamente con base en experiencias del alumno, ello significa que antes del aprendizaje de un concepto matemático el docente debe explorar lo que el alumno conoce sobre el tema, solo así determinará si los conocimientos previos le permitirán construir con mayor facilidad los nuevos conocimientos e integrarlos a sus estructuras cognitivas.

Para aprender significativamente, se debe buscar que el alumno construya su propio aprendizaje, llevándolo hacia la autonomía, al momento de pensar de modo tal, que desarrolle su inteligencia, relacionando de manera integral lo que tiene y conoce respecto a lo que quiere aprender.

---

<sup>2</sup> [www.educainformatica.com.ar/docentes/tuarticulo/educacion/ausubel/](http://www.educainformatica.com.ar/docentes/tuarticulo/educacion/ausubel/)

Desde esta perspectiva, todo docente de matemáticas debe promover que el alumno trabaje y construya sus propios aprendizajes, buscar su autonomía es un fin fundamental para que integren sus experiencias a otras ya conocidas y elijan lo que desean aprender y no buscar sólo el desarrollo de la memoria y la repetición como alternativa de aprendizaje.

El aprendizaje significativo persigue entre otros aspectos, romper con el tradicionalismo memorístico que busca y desarrolla solamente la memoria y la repetición; de igual manera, se preocupa por los intereses, necesidades y otros aspectos para que el deseo de aprender del alumno tenga significado y sea valioso para él, de allí se derivan, claro está, el interés por el trabajo y las experiencias en el aula.

Se sabe además que si el aprendizaje se logra de modo memorístico y mediante la repetición, al poco tiempo se olvidará siendo este efecto más notorio en la parte matemática; esto obedece a que los nuevos conocimientos se incorporarían en forma arbitraria en la estructura cognitiva del alumno y, él no lograría integrar los nuevos conocimientos con los previos, es por esto entonces, que el alumno no concede valor a los contenidos presentados por el profesor y solo estudian para el momento. Por su parte, el aprendizaje significativo mediado por la construcción de lo que conoce puede las habilidades de pensamiento más rápidamente.

Por su importancia se puntualizan algunas características del aprendizaje significativo:

1. Los nuevos conocimientos se fijan más fácilmente en las estructuras cognitivas del alumno.
2. Relaciona los nuevos conocimientos con los conocimientos previos que tiene el estudiante.

3. Toma en cuenta los intereses, necesidades y realidades del alumno, de ahí su interés por aprenderlo, porque lo considera valioso.

Ahora bien, algunas de las ventajas del aprendizaje significativo para la enseñanza de las matemáticas son:

1. El alumno tiene una retención más duradera del concepto matemático; este tipo de aprendizaje modifica la estructura cognitiva del alumno mediante reacomodos de la misma para integrar la nueva información.

2. El que aprende puede adquirir nuevos conocimientos de la matemática con mayor facilidad, relacionando los ya aprendidos con los nuevos, en forma significativa, ya que al estar claramente presentes en la estructura cognitiva se facilite su relación con los nuevos contenidos.

Para empezar con este aparte se hace necesario comentar que la enseñanza-aprendizaje de las matemáticas en Colombia se ha caracterizado en las últimas décadas por privilegiar el enfoque algorítmico e incluir temas recargados, donde el estudiante muestra conocimientos fragmentados y comportamentalizados. El profesor asume el papel de poseedor y transmisor del conocimiento y el estudiante el receptor de dicho conocimiento (MEN, 1997). Un caso particular es el álgebra, que algunas veces se asume como un campo de extensión de las operaciones realizadas en la aritmética, dejando de lado su relación natural con situaciones o fenómenos relativos a la variación y el cambio, generando así un énfasis en la enseñanza de las matemáticas para el grado octavo y noveno que no posibilita el tratamiento del pensamiento variacional propiamente dicho (Camargo, 2005).

El objeto función, se presenta como una potente herramienta en la modelización de fenómenos de cambio y considerando que el desarrollo de esta noción ha llevado consigo el estudio a situaciones (de atributos variables) propias a distintos periodos de

la historia, que lo han convertido a la vez en un objeto fruto del aporte de otras nociones matemáticas, lo cual ha determinado ciertas categorías en la comprensión de la noción de función en correspondencia con su desarrollo a través del tiempo. Es así, como Sierpinska (1992) plantea 19 categorías en la comprensión de la noción basadas en el desarrollo epistemológico-histórico, entre las cuales se destaca el estudio de: la identificación de los cambios, los objetos que cambian, regularidades entre los cambios presentados, determinación de las cantidades conocidas y desconocidas, discriminación entre los diferentes significados de la representación de funciones y la función misma, entre otros.

Dotando de esta manera, un papel muy importante al tratamiento de la variación en el desarrollo de la noción de función. Además, resalta que en el proceso de aprendizaje los estudiantes deben tener la oportunidad de adquirir cierta flexibilidad en el uso de diferentes modos de representación, aclarando que en la comprensión del concepto de función no siempre se sigue una evolución paulatina, sino que éste es producto de las rupturas con otros conocimientos adquiridos anteriormente, lo cual conlleva a la no superación de obstáculos.

Por su parte Zubieta (1998), relaciona un estudio realizado con estudiantes universitarios de primeros semestres, donde se presentan dos situaciones de cambio a los estudiantes, para que sean modeladas mediante el uso de un registro con el fin de determinar el tratamiento dado a la variación proporcional y la variación que presenta cambios acelerados. Para que posteriormente se establezca su relación con los procesos desarrollados por Oresmes XV, otorgando un carácter interesante al tratamiento de situaciones de cambio, que ayuda al estudio de las diferencias entre variación proporcional y acelerada, y al desarrollo de la noción de función. Se concluye que hay un encasillamiento en el esquema proporcional por parte de los estudiantes,

aun cuando se les ha hecho explícito en la situación de estudio la presencia de un cambio incrementado para la variable dependiente.

Por último, dentro de los estudios epistemológicos se recogió el documento realizado por Camargo (2005), ésta publicación trata de un contexto propio en la historia a los elementos característicos de la variación en situaciones de cambio, desde el cual recoge los elementos propios a la razón de cambio y su paso a la razón de cambio instantánea. Establece que el trabajo realizado en los cursos de cálculo es donde se exige con mayor ahínco el tratamiento de la variación y en el cual se ha visto que una de las falencias está en el reconocimiento de la pendiente como un algoritmo que permite establecer un número el que determina la inclinación de una recta, dejando de lado el significado de variación que ésta comporta cuando es determinada como una razón de cambio.

Además, deja entrever que el trabajo planteado para el pensamiento variacional en los textos escolares es muy escaso y que en ocasiones solo se centra al trabajo de algoritmos mas no al estudio de la variación, o a la relación entre los cambios que sufren las variables dependientes a partir de los cambios dados en las independientes además el posible uso de diferentes representaciones en tal estudio.

Desde aquí, se puede caracterizar un camino independiente relacionado con el estudio de la variación desde el punto histórico-epistemológico en el cual se privilegia un enfoque de situaciones de cambio. Estas situaciones son el aspecto relevante que promovieron el desarrollo de la noción de función, aspecto que sí se destaca en los estudios de Sierpinska y Ruiz L, lo cual da un viraje o permite ver dos consideraciones, una entorno a la noción de función y otro para la variación, que en los primeros textos consultados (MEN, 2004),

(Ruiz,1998) parecían dar una idea de la variación como elemento propio al estudio de la noción de función.

De acuerdo a la anterior revisión desde lo histórico-epistemológico se ha de señalar:

1. El hombre desde sus inicios ha buscado la modelación de las diferentes situaciones que lo rodean, es así como busca regularidades entre los movimientos de los planetas que permitan predecirlos y que puedan ser usados para nuevas situaciones que lo necesiten, para lo cual genera herramientas que permitan el registro de lo observado y de alguna manera permitan organizar la información obtenida para comprender un poco más de la situación, razón por la cual en los diferentes periodos se hace uso de tablas para recopilación de estos registros, que hacen corresponder los datos de una misma fila y para varias columnas.
2. Se reconocen los aspectos constantes y variables, determinando que el estudio sobre los atributos cambiantes determinan las formas que puede tener la situación.
3. Frente a la proporción se establece ésta desde la variación como aumentos constantes en la variable independiente la cual genera aumentos o cambios constantes en la variable dependiente, así se puede determinar que si hay un aumento en  $x$  unidades para un primer atributo, para un segundo atributodependiente corresponden un aumento o disminución en  $kx$  unidades, como lo deja ver la construcción de las pirámides egipcias.

4. Las situaciones estudiadas que generan el avance son propias a fenómenos reales, aunque, después de Descartes se empieza a dar un viraje hacia el estudio de situaciones no necesariamente cotidianas, como lo realizado en la edad antigua por Pitágoras en su estudio de la espiral.

5. Para Oresme, el acercamiento a la variación presentada en una situación de cambio, lo realiza mediante la utilización de segmentos consecutivos, separados a cierta distancia que representan la cantidad de atributo en un instante dado de la situación, determinando así representaciones que dejan establecer el aumento o disminución del atributo observado, con lo cual se genera una clasificación de acuerdo a si existe un cambio o no del atributo en el transcurso de la situación.

Así, si la representación da la idea de un rectángulo, se establece que todos los segmentos tienen igual medida por lo cual el atributo no ha cambiado y se clasifica como un movimiento uniformemente uniforme. Para los cambios clasificados como uniformemente deforme se establecen segmentos cuya medida es diferente, pero la diferencia entre segmentos consecutivos se conserva, lo cual genera una gráfica que da la idea de un triángulo rectángulo cuando el atributo observado empieza a ser representado con un segmento de medida cero, y da la idea de un trapecio cuando la observación del atributo deja ver que este empieza a ser analizado cuando ya presenta una medida. Y la clasificación de deforme, se da para atributos que van cambiando a lo largo de la situación y no presenta una regularidad entre los cambios que sufren. Las anteriores ideas dadas por Oresme develan un acercamiento al estudio a la variación de una variable en sí misma.

6. En los documentos referidos a las pautas seguidas para el desarrollo del pensamiento variacional y del tratamiento de la función como una relación de dependencia, se observa como para Vasco y Guacaneme, se debe encaminar sobre:

- Una relación entre lo susceptible al cambio en una situación,

- El trabajo de múltiples registros que logra diferentes significaciones de la situación, el trabajo de lo simbólico como producto que cohesiona una relación entre variables y establecer un modelo de comportamiento García (1996) considera a la función como una dependencia entre variables, para lo cual propone un estudio de la función proporcional y su paso a la función lineal destacando la transformación de lo estático a lo dinámico.

Siguiendo esta línea Perry et al (2003) señalan que el desarrollo del pensamiento variacional es una de las metas a alcanzar en la educación colombiana y que este tipo de pensamiento se debe ubicar en múltiples disciplinas matemáticas, además que se debe generar una secuencia temática la cual debería incluir el estudio de sucesiones de íconos, números o cantidades, el estudio de las correspondencias entre conjuntos que comportan de manera interdependiente algún tipo de variación además de los estudios de los tipos de variación y covariación.

### **2.1.3 Concepto de Matemática**

La matemática acerca al mundo científico y tecnológico, representando así el lenguaje de la ciencia. La civilización moderna exige a todo individuo una formación matemática indispensable para integrarse inteligentemente a las actividades que definen dicha civilización. El mundo de la matemática es un lenguaje de abstracciones, símbolos y relaciones inventados por el hombre para dar explicación a las estructuras y organizaciones del universo.

La matemática, en conjunto con el lenguaje, constituye una de las áreas básicas e instrumentales para el éxito escolar y el desenvolvimiento productivo en nuestra sociedad, de allí su importancia para el desarrollo de cualquier individuo, al respecto Poincare (1.963) afirma lo siguiente:

Llámense matemáticas las ciencias que tienen por objeto el estudio de la cantidad. Algunos matemáticos y filósofos rechazan esta definición,



que les parece poco clara. Según ellos las matemáticas comprenden todos los fenómenos físicos en su forma; y por tanto pueden definirse como la ciencia que trata de las leyes de la forma del mundo físico; y considerando que en realidad el mundo físico solo presenta a nuestro estudio las dos primeras propiedades, el tiempo y el espacio, que son las formas de lo físico, puede decirse que las matemáticas tienen por objeto las leyes del tiempo y del espacio. La ley de la cantidad aplicada al tiempo da la sucesión de instantes, es decir, el número, y aplicada al espacio da la sucesión de puntos unidos, o sea la extensión<sup>3</sup>.

De tal manera, que en sentido figurado se precisa que en el fondo, matemática es el nombre que se le asigna a la colección de todas las pautas e interrelaciones posibles. Algunas de estas pautas son entre formas, otras en secuencias de números, en tanto que otras son relaciones más abstractas entre estructuras. La esencia de la matemática está en la relación entre cantidades y cualidades, Por lo tanto, su existencia no es un misterio; es inevitable. En cualquier universo en el que exista un orden de cualquier clase, y por lo tanto un Universo soporte de vida, debe haber pauta, y por lo tanto debe haber matemática

Actualmente los maestros reconocen la importancia de la matemática en el currículo escolar porque constituye una ciencia de gran utilidad para el hombre en su vida diaria. Por otro lado, es indispensable una buena formación del docente en ésta área para que pueda cumplir a cabalidad con su rol de facilitador de experiencias y portador de conocimientos matemáticos, es así como la presente investigación está adherida a la conceptualización de la matemática en razón de que plantea una propuesta que bien

---

<sup>3</sup> [http://upcommons.upc.edu/video/bitstream/2099.2/247/6/247\\_Article.pdf](http://upcommons.upc.edu/video/bitstream/2099.2/247/6/247_Article.pdf)

permitirá facilitar el aprendizaje de la ecuaciones, entendiendo que esta temática es pertinente para la resolución de problemas que atañen el espacio y tiempo de la realidad educativa de las instituciones de educación secundaria y la vida cotidiana de docentes y estudiantes, de allí su importancia para ambos actores los cuales convergen en la práctica educativa.

#### **2.1.4 El Aprendizaje de la Matemática.**

El aprendizaje de las matemáticas hoy en día es un problema real que requiere de soluciones adecuadas al nivel del conocimiento humanístico de la sociedad. Pero también que se encuentre al nivel de la tecnología con la que se cuenta, buscando no solamente facilitar el proceso de aprendizaje, sino también, generar nuevas expectativas y estrategias dentro del aprendizaje. Permitiendo preparar a las nuevas generaciones con un conocimiento adecuado a los tiempos venideros y plenamente soportados e integrados al mundo tecnológico en el que nos encontramos ya inmersos. Al respecto plantea lo siguiente:

La matemática escolar se aprende, al entender, siguiendo el modelo de construcción mediada simbólicamente, del que el mayor o menor dominio de los instrumentos semióticos de mediación, por ejemplo, los signos lingüísticos y notacionales, favorecerá o no el avance de este aprendizaje.<sup>4</sup>

---

<sup>4</sup> <http://www.saber.ula.ve/bitstream/123456789/20294/1/articulo9.htm>

En consecuencia enfatiza que los estudiantes en todas las culturas tienen experiencias de matemática informal que se articulan fácilmente con sus capacidades naturales para observar y comprender los fenómenos del dominio de la matemática, por ejemplo, la estimación de cantidades y el cálculo no verbal. En tal sentido, se entiende que la matemática constituye un dominio natural del pensamiento humano, heredado de millones de años de evolución de nuestro cerebro en un contexto cultural en el que los números (al igual que las palabras) son un parámetro esencial.

En consideración a esto muchos investigadores se han dado a la tarea de tratar de identificar los problemas Pedagógicos y psicológicos que están relacionados con la formación de un pensamiento matemático en los alumnos. En este sentido, existen varias tendencias y escuelas del pensamiento que toman el problema y tratan de analizarlo bajo diferentes puntos de vista. Destaca la visión de que el pensamiento matemático que se desea inculcar en el educando sea orientado a la resolución de problemas.

Tal es el caso de, Schoenfeld (1.999) quien propone que “el educador explique claramente, y en la medida de lo posible, aquellas situaciones o casos en donde las teorías matemáticas tengan una aplicación práctica visible y viable”. El docente debe de comprender no solamente el concepto matemático que está tratando de propiciar para el aprendizaje a los estudiantes, sino también la manera en que se aprenden estos conceptos. Es notable que no exista una estructura teórica que esté orientada a comprender los mecanismos del aprendizaje del conocimiento, y mucho menos, en lo que se refiere al aprendizaje de las matemáticas, lo cual es un hecho lamentable.

### **2.1.5 Didáctica en el Aprendizaje de la Matemática.**

La didáctica de la matemática estudia las actividades didácticas, es decir las actividades que tienen por objeto el aprendizaje, evidentemente en lo que el mismo tiene de específico de la matemática. Brousseau (1.990). Los didactas que comparten esta concepción de la didáctica relacionan todos los aspectos de su actividad con las matemáticas es lo que parece.<sup>5</sup> Se argumenta, para basar ese enfoque, que el estudio de las transformaciones de la matemática, bien sea desde el punto de vista de la enseñanza o del aprendizaje, siempre ha formado parte de la actividad del matemático, de igual modo que la búsqueda de problemas y situaciones que requieran para su solución una noción matemática o un teorema.

Así también la resolución de problemas es la estrategia básica para el aprendizaje de la matemática. En ella se destacan características y bondades que la hacen compatible con los planteamientos que han venido desarrollando. La estrategia de resolución de problemas permite que se considere y respete la realidad del estudiante, se le escuche, se le invite a razonar y llegue a conclusiones por sí mismo, y no por imposición del docente. Esta recomendación es válida y constante en cada uno de los pasos o etapas que constituyen esta estrategia. La resolución de problemas plantea retos, exige perseverancia, es un ejercicio permanente de creatividad e inventiva, lo cual ejercita la autoestima, la motivación al logro y valores que han sido declarados esenciales en la formación del estudiante.

---

<sup>5</sup> [http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/tradiciones-de-ensenanza/-sintesis-del-desarrollo-de-algunas-teorias-sobre-la-ensenanza-de-la-matematica/la\\_didactica\\_de\\_la\\_matematica.php](http://aportes.educ.ar/matematica/nucleo-teorico/tradiciones-de-ensenanza/-sintesis-del-desarrollo-de-algunas-teorias-sobre-la-ensenanza-de-la-matematica/la_didactica_de_la_matematica.php)

### **2.1.6 Ecuación Lineal o de Primer Grado**

Particularmente, la ecuación lineal es la más elemental de las ecuaciones y la más utilizada en la actividad diaria. Es la ecuación fundamental en casi todos los modelos de los procesos reales, naturales y sociales. Esta ecuación, representa los fenómenos en donde aparece la linealidad, por lo tanto, está presente en Problemas diversos que involucran la proporcionalidad directa.

La comprensión del concepto de ecuación es fundamental, porque aquí intervienen otros factores, como el concepto de variable de la ecuación, ya que se debe de entender que las variables son cantidades mensurables que cambian, que pueden representar cuando los fenómenos cambian. Las variables por si solas no tienen importancia, sólo en relación con otras, en relación funcional. La tarea fundamental no es encontrar el valor de una variable  $x$  que satisfaga ciertas condiciones, lo esencial es analizar la relación entre  $x$  y  $y$  (dos variables) para todo valor  $x$ . Cuando se tiene claro este tipo de conexiones y se es capaz de percibir una relación directa, inversa o cuadrática, realmente se están identificando las relaciones estructurales de situaciones que están variando y sólo entonces es posible modelarlas.

### **2.1.7 Representación Gráfica de una Ecuación Lineal.**

Para graficar una ecuación lineal existen varios métodos o formas, los métodos más utilizados son los siguientes:

1. Haciendo una tabla de valores para  $X$  y  $Y$ .
2. Calculando el Intercepto en  $X$  y el intercepto en  $Y$ .

Cuando al alumno se le enseña a graficar una ecuación lineal, se comete un error porque se le enseña todos los pasos o las formas de cómo graficar, pero no se le enseña que significado tiene la gráfica, la inclinación de la recta y como bien sabemos a esa inclinación se le llama pendiente.

De la pendiente podemos decir que es la razón de cambio entre los valores de X y los valores de Y, aunque si le preguntamos a muchos ¿Qué es la pendiente? Su respuesta sería, “Es la inclinación de una recta” y su respuesta no estaría mal, lo malo es que no saben lo que significa esa inclinación.

Analizando algunos modelos de enseñanza de las ecuaciones lineales puede observarse que éste proceso se inicia partiendo del concepto para luego llegar a la representación gráfica. El otro caso, que implica el uso de la representación gráfica como punto de partida para el análisis conceptual, es poco explorado en nuestro medio. Sin embargo a través de este tipo de abordaje podría lograrse un aprendizaje más significativo del concepto de ecuación lineal.

### **2.1.8 Representaciones en Matemática**

De los estudios de Piaget sabemos que, en un sentido, la génesis del conocimiento está en las acciones, esto es, la actividad del sujeto es esencial para que este conozca, descubra el mundo a su alrededor, lo haga suyo. De acuerdo a lo anterior, la manipulación de los objetos, incluidos los objetos matemáticos, es una actividad que apoya el aprendizaje. En el caso de los objetos matemáticos, su naturaleza ideal, determina que la manipulación de éstos sólo puede realizarse a través de sus distintas representaciones externas e internas. En este trabajo el interés se centra en las

representaciones externas, en su manipulación y efectos en el aprendizaje.<sup>6</sup>

La naturaleza ideal de los objetos matemáticos obliga a trabajar con ellos, a conocerlos y aprenderlos, por la vía de sus representaciones, especialmente por aquellas de tipo externo. Esta situación, impone un problema central, que el sujeto no confunda el objeto con alguna de sus representaciones externas (Duval)<sup>7</sup>. Situación, que más bien, es una condición necesaria, no suficiente, para conocer, entender a estos objetos, las ecuaciones.

La teoría de Duval plantea en lo general que las representaciones semióticas utilizadas normalmente en matemáticas, no se generan de manera aislada, sino que pertenecen a sistemas de representación que tienen su propia estructura interna, sus propias limitaciones de funcionamiento y de significado, que pueden ser caracterizadas en función de las actividades cognitivas que permiten desarrollar. Estas actividades cognitivas condicionan la estructura misma del sistema de representación. Duval (1998, pp. 177-178) lo establece en los términos siguientes:

Para que un sistema semiótico sea un registro de representación, debe permitir las tres actividades cognitivas ligadas a la semiósis:

- 1) La formación de una representación identificable como una representación de un registro dado...
  
- 2) El tratamiento de una representación que es la transformación de la representación dentro del mismo registro donde esta ha sido formada. El tratamiento es una transformación interna a un registro

---

<sup>6</sup> <http://www.monografias.com/trabajos16/teorias-piaget/teorias-piaget.shtml>

<sup>7</sup> <http://www.dm.unibo.it/rsddm/it/articoli/damore/479%20Conceptualizacion.pdf>

3) La conversión de una representación que es la transformación de la representación en otra representación de otro registro en la que se conserva la totalidad o parte del significado de la representación inicial.

De acuerdo con Duval, un estudiante que aprende el tema de ecuaciones tiene que tener claro que existen varias representaciones para un mismo objeto, para una misma ecuación. La aprehensión de un objeto matemático demanda entonces que éste sea identificado en sus diversas formas de representación. Además, para conocer, para entender el objeto, es necesario manipularlo, hacer manipulaciones de éste dentro de un sistema o registro de representación, por ejemplo, en el registro algebraico podemos realizar manipulaciones con la ecuación  $y = 3x - 7$ , así como también podemos representar con una gráfica esa ecuación.

Una representación, pensemos en la gráfica de una ecuación lineal o sea la gráfica de una recta, entra en una cierta relación con el sistema o registro de representación en que se produce, esto es, la gráfica está relacionada con las unidades y escalas, con el sistema de coordenadas en que se representa. Ahora bien que tomamos el ejemplo de una gráfica lineal pensemos en que es lo que representa esa gráfica y cuáles son los elementos que hacen posible que esa gráfica exista, entonces es aquí donde entran los términos pendiente e interceptos, es muy fundamental saber que es cada uno de estos elementos y poderlos identificar en la gráfica.

Nosotros sabemos que los modelos lineales son muy importantes en matemática y principalmente en el área de Economía ya que mediante una grafica pueden deducir muchas cosas ya sea, la oferta y demanda de algún producto, así como también el crecimiento de la empresa o pérdidas de la misma.



### 2.1.9 La tecnología

La tecnología, como actividad humana, busca resolver problemas y satisfacer Necesidades individuales y sociales, transformando el entorno y la naturaleza mediante la utilización de recursos e implementos.

Así el compromiso de la educación en tecnología ha de ser el de orientar el conocimiento tecnológico basado en experiencias y construcciones tanto del saber empírico como del saber científico, en esta medida es necesario definir su concepto:

“Tecnología es el proceso mediante el cual un equipo de personas busca un problema, lo define, prevé, experimenta, aprende de los errores, construye, ensaya, verifica e intenta resolverlo”<sup>8</sup>.Entendido de este modo como la relación entre la teoría y la práctica en la que ambas se complementan en la creación de aparatos, artefactos; con el fin de dar solución a problemas y satisfacer necesidades podríamos decir que también se convierte en un medio por el cual se perfecciona el conocimiento de manera practica. Es importante tener en cuenta que a nivel educativo también hace su aporte en la creación del aprendizaje. La siguiente es una definición relacionada con el campo educativo:

Para Sarmiento (1998)<sup>9</sup>, es un saber práctico e interdisciplinario desarrollado a través de la relación teórico-práctica que permite logros de calidad en los procesos aplicados a objetos e instrumentos tecnológicos y a la producción de bienes y

---

<sup>8</sup> MORENO,Op.cit., p.11.

<sup>9</sup> SARMIENTO,Op cit., p.28.

servicios con el fin de dar solución a problemas y necesidades humanas. La utilización de la tecnología se muestra como una estimulación de las capacidades creativas por medio de la cual se puede producir conocimiento en el que intervienen varios factores tales como: los recursos, las herramientas, los procesos y la transformación que permite lograr objetivos y mejorar servicios desde su enfoque interdisciplinario.

#### **2..1.10 Moodle**

Según la página virtual de moodle <http://www.moodle.org> “Moodle es un Sistema de Gestión de Cursos de Código Abierto (*Open Source Course Management System, CMS*), conocido también como Sistema de Gestión del Aprendizaje (*Learning Management System, LMS*) o como Entorno de Aprendizaje Virtual (*Virtual Learning Environment, VLE*). Es una aplicación web gratuita que los educadores pueden utilizar para crear sitios de aprendizaje efectivo en línea”.

En resumen Moodle es un completo sistema de administración de cursos, su nombre es el acrónimo de Modular Object – Oriented Dynamic Learning Environment (Entorno de Aprendizaje Dinámico Orientado a Objetos y Modular). Es un Ambiente Educativo Virtual, sistema de gestión de cursos, de distribución libre, que ayuda a los profesores y demás interesados en la educación virtual a crear comunidades de aprendizaje en línea originado tipos de plataformas tecnológicas conocidas como LMS (Learning Management System). Este sistema fue creado por Martin Dougiamas, quien basó su diseño en las ideas del constructivismo en pedagogía que afirman que el conocimiento se construye en la mente del estudiante en lugar de ser transmitido sin cambios a partir de libros o enseñanzas y en el aprendizaje colaborativo.

Las bondades del moodle son numerosas y muy variadas porque van desde la edición de páginas de texto o páginas web, enlaces a archivos o páginas web, mostrar un directorio, hasta añadir una etiqueta, video ,enlaces a páginas virtuales, archivos en formatos pdf, Word, Excel y otros, permite visualizar videos, imágenes, permite realizar actividades y evaluaciones en la misma plataforma de una forma más ágil tanto para docentes como para estudiantes, permite un trabajo individual, de comunicación, colaborativo y de contenido, permite los chats, foros y consultas, y muy importante cabe decir que las lecciones de contenidos ofrecen un soporte extra para las sesiones presenciales y para la formación virtual desarrollando ambientes de aprendizaje colaborativo y de trabajo en equipo

## **2.2 Estado del arte**

La enseñanza de la matemática durante la historia se ha impartido de una manera tradicional y poco llamativa para los estudiantes, lo cual ha generado ciertas barreras que dificultan los procesos de enseñanza aprendizaje. Por tal razón es necesario implementar nuevas estrategias que faciliten las interacciones propias dentro del aula de clase, las cuales favorezcan los aprendizajes.

De igual manera, La didáctica es fundamental en el proceso de enseñanza, ya que le proporciona al docente orientar eficazmente a los estudiantes en su aprendizaje. Sin embargo, es necesario reestructurar las metodologías con las cuales se están abordando los temas matemáticos para crear ambiente de aprendizaje que garanticen procesos satisfactorios tanto para los estudiantes como para los docentes.

Por tal razón, es necesario identificar algunos proyectos que se relacionan con éste.

El proyecto “Pensamiento Variacional y Tecnologías Computacionales” incorpora las Nuevas Tecnologías al Currículo de Matemáticas de la Educación Básica Secundaria y

Media de Colombia. Este proyecto fue propuesto por el ministerio de educación nacional en el año 2004, el cual fue coordinado por ANA CELIA CASTIBLANCO PAIBA con el apoyo de LUIS MORENO ARMELLA Asesor Internacional. El proyecto se enfocó inicialmente a los colegios de las ciudades, ya que algunas universidades se involucraron en dicho proyecto.

El estudio de procesos de variación y cambio constituye uno de los aspectos de gran riqueza en el contexto escolar. El énfasis actual en la educación matemática orientado hacia el desarrollo del pensamiento matemático a partir de situaciones problemáticas significativas para los estudiantes, hacen del estudio de la variación y el cambio con mediación de herramientas tecnologías computacionales gráficas y algebraicas un campo de acción y formación potente en la educación matemática del país. Atendiendo a esto, en el presente documento se presentan ideas y propuestas sobre el desarrollo del pensamiento variacional y el uso de nuevas tecnologías<sup>10</sup>.

Hacia el año 1996, en el proceso de construcción de lineamientos curriculares reconociendo los aportes, avances y logros de la renovación curricular, se incorporan nuevos elementos provenientes de las investigaciones en el campo de la educación o didáctica de la matemática, nuevos enfoques y tendencias para la orientación de la matemática en contextos escolares y las nuevas perspectivas sobre la matemática escolar y sus propósitos formativos. Esto llevó a la construcción participativa de los Lineamientos curriculares de matemáticas (MEN, 1997), en los cuales se enriquece la perspectiva respecto a la naturaleza e importancia de contribuir al desarrollo del pensamiento variacional. Fundamentalmente en los lineamientos curriculares, se plantea como propósito central de la educación matemática de los niveles de básica y media contribuir al desarrollo del pensamiento matemático a partir del trabajo con situaciones problemáticas provenientes del contexto sociocultural, de otras ciencias o

---

<sup>10</sup> [http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-113759\\_archivo.pdf](http://www.colombiaaprende.edu.co/html/mediateca/1607/articles-113759_archivo.pdf)

de las mismas matemáticas. Dentro de los pensamientos se hace alusión directa al “Pensamiento variacional”

Se propone el inicio y desarrollo del pensamiento variacional como uno de los logros para alcanzar en la educación básica, lo cual presupone superar la enseñanza de contenidos matemáticos fragmentados y compartimentalizados, para ubicarse en el dominio de un campo conceptual,

que involucra conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias y las propiamente matemáticas donde la variación se encuentre como sustrato de ellas.

En esta forma se plantea que se amplía la visión de la variación, por cuanto su estudio se inicia en el intento de cuantificar la variación por medio de las cantidades y las magnitudes. En los lineamientos se reconoce la necesidad de estudiar con detalle los conceptos, procedimientos y métodos que involucra la variación para poner al descubierto las interpelaciones entre ellos. Un primer acercamiento en la búsqueda de las interrelaciones permite identificar algunos de los núcleos conceptuales matemáticos en los que está involucrada la variación:

- Las magnitudes;
- Continuo numérico, reales, en su interior los procesos infinitos, su tendencia, aproximaciones sucesivas, divisibilidad;
- La función como dependencia y modelos de función;
- El álgebra en su sentido simbólico, liberada de su significación geométrica, particularmente la noción y significado de la variable es determinante en este campo;

- Modelos matemáticos de tipos de variación: aditiva, multiplicativa, variación para medir el cambio absoluto y para medir el cambio relativo. La proporcionalidad cobra especial significado.

Se plantea que en la vida práctica y el mundo científico, la variación se encuentra en contextos de dependencia entre variables o en contextos donde una misma cantidad varía (conocida como medición de la variación absoluta o relativa). Estos conceptos promueven en el estudiante actitudes de observación, registro y utilización del lenguaje matemático.

Durante el desarrollo de las actividades propuestas, se plantean diferentes momentos. En el momento inicial se propone la observación, descripción y análisis cualitativo del fenómeno (situaciones donde estos involucrados procesos de variación y cambio), el cual puede ser presentado a partir de una situación experimental, situaciones del contexto, datos registrados sobre el comportamiento de una situación de cambio y variación o una simulación. A través de esto se pretende que los estudiantes hagan una descripción de la variación, formulen conjeturas, hagan predicciones y las verifiquen.

Por otro lado, la normal superior del municipio de Fredonia Antioquia, elaboró un proyecto enfocado a los “Elementos para una didáctica del pensamiento variacional”. Dicho proyecto fue elaborado por los estudiantes del grado 13 del ciclo complementario, coordinado por la magíster en enseñanza de las ciencias exactas de la universidad Nacional Teresa Espitia. Dicho proyecto fue elaborado en el año 2005 con el propósito de implementarlo en la región del suroeste antioqueño, con el fin de establecer las ventajas de la didácticas matemática y generar una nueva visión de los alumnos hacia esta área de conocimiento.

Este estudio presenta una propuesta didáctica que pretende acercar a los estudiantes a la comprensión de las relaciones entre la teoría y la aplicación real de la teoría. La propuesta es el resultado de una investigación realizada por este grupo de estudiantes y su coordinadora. Por lo cual se invita a los docentes a ser interesados en mejorar su práctica de aula. Como profesor de matemáticas, encontrará información sobre el diseño e implementación de situaciones problema, recursos didácticos para generar en la clase un clima de verdadera actividad matemática.

Por otro lado, en la “INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANDRÉS BELLO” de la ciudad de Medellín, el docente : José Arturo Cisneros Lic. Matemáticas y Física (U.P.T.C) y Esp. Computación (U.A.N) propuso el proyecto “El Pensamiento variacional, en la enseñanza a través de situaciones problemas”. El proyecto fue realizado en el año 2007 con el fin de responder a la inquietud planteada en su práctica docente en dicha institución ¿Qué hacer para ofrecer a los estudiantes ambientes creativos y novedosos para que quieran y disfruten el pensamiento variacional dentro de las Matemáticas?

La experiencia empieza a concretarse a partir del nacimiento de los estándares básicos de Matemáticas en el año 2003 y el interés por parte de la mesa departamental de matemáticas de interpretar e implementarlos, llegando a todas las aulas posibles del departamento de Antioquia.

En la Institución Educativa Andrés Bello no nos quedamos rezagados y por el contrario con los estudiantes del grado 6º en el año 2004 se comienza favoreciendo el currículo a través del PEI con el desarrollo del pensamiento aleatorio y desde esa época ha estado presente y en continuo desarrollo de situaciones que ayudan a la consecución de competencias básicas en los estudiantes. Para el 2007 se continúa el proceso y se inicia con los estudiantes del grado 9º.

Para el aprendizaje de los conceptos sobre los sistemas variacionales, se ha tenido en cuenta las investigaciones de la doctora Carmen Batanero, los cuales parten de la concepción que la educación en álgebra debe partir de la identificación de puntos difíciles y errores que continúan al finalizar la enseñanza, para de esta forma organizar actividades didácticas adecuadas para superar estas dificultades...<sup>11</sup>

Lo anterior nos permite la posibilidad de generar situaciones problémicas referidas por los mismos estudiantes, en donde a través de instrumentos o herramientas apropiadas, como las encuestas u observaciones directas como la incidencia de la luz en el crecimiento de una planta, se pueden motivar al estudiante para que vean la utilidad de las variables a este nivel. Además el apoyo basado en las representaciones múltiples de los datos, se convierte en un medio para que el estudiante recontextualice sus propios conocimientos, además de utilizar nociones previas y básicas de matemáticas para realizar el análisis de datos.

Una de las hipótesis fundamentales del estudio es la relevancia didáctica, de enfocar el efecto del modelo variacional, para que no caiga en los errores y dificultades de los textos tradicionales usados habitualmente, que no consideran una metodología adecuada en la propuesta y solución de ejercicios, que lleve al estudiante a recontextualizar los conceptos básicos debido a que los conceptos se presentan generalmente a nivel de modelo de selección, los problemas combinatorios de partición son escasos o nulos.

Como conclusión, Las situaciones problemas están concebidas para introducir en la clase una herramienta participativa con una estructura tal que ella dé una visión de los contenidos que puedan abordarse para que el estudiante reconceptualice sus propios conocimientos.

---

<sup>11</sup> Carmen Batanero. Didáctica de la Estadística (2001, Pág. 55)



Mostrar a los estudiantes los campos de aplicación de la matemática y su utilidad en la vida rutinaria, de tal forma que les permita ser competentes o se ajusten a contextos en los cuales el análisis de datos los pueda relacionar con otros proyectos que ayuden a dar soluciones en su comunidad a diversos problemas al menos de tipo social. Ver en las aplicaciones un instrumento metodológico básico tanto a nivel experimental para lo político, económico y empresarial.

## Capítulo 3

### 3. Unidad didáctica interactiva

En este capítulo se pretende mostrar una forma de enseñanza-aprendizaje del tema ecuaciones, en el cual se retoman conceptos fundamentales de la geometría como herramienta didáctica y de aplicación real de las matemáticas, ya que gracias a el análisis de espacios geométricos se puede poner a prueba los conocimientos en cuanto a los conceptos que cada uno de los estudiantes tiene con relación a las ecuaciones, el saber despejar una variable, resolver sistemas de ecuaciones, el graficar una función, entre otros aspectos que un estudiante de noveno grado en el sistema educativo colombiano debe saber resolver. a partir de una unidad didáctica apoyado en software interactivo de fácil adquisición e implementación.

#### 3.1 Herramientas utilizadas

Para el desarrollo de esta unidad didáctica hemos tenido en cuenta las herramientas y su adaptación de acuerdo a los objetivos planteados al principio de la unidad didáctica interactiva, a continuación se mencionarán las herramientas tecnológicas implementadas en la unidad didáctica interactiva y su utilidad en la misma.

##### 3.1.1 Voki

Es una herramienta útil y atractiva en la enseñanza, pues en ocasiones el estudiante no comprende la instrucción la primera vez que se explica, o se encuentra distraído, y el mensaje que recibe no es el que el docente ha querido transmitir, con Voki,

el podrá escuchar las veces que quiera el texto grabado en esta herramienta para repetir la instrucción de la actividad. Además la imagen presentada en Voki está diseñada de forma llamativa y personalizada, en donde se pueden ambientar diferentes peinados, gafas, o espacios que sean atractivos y seductores y atrapen la atención (ver figura 3-1).



Figura1. Ejemplo Voki

### 3.1.2 Moodle

La unidad didáctica fue puesta en esta plataforma, por su espíritu constructivista, su masificación y utilización actual en diferentes instituciones de enseñanza media, técnica y profesional, además de los requerimientos (tablas, preguntas de selección múltiple, respuestas cortas, etc), que se adaptaban a las necesidades didácticas y matemáticas de la unidad didáctica.

Por otra parte existe un 100% de accesibilidad a este programa en los estudiantes ya que no existe ningún tipo de software adicional para ejecutar la plataforma debido a su acceso en la Web lo cual hace más amigable y facilita que el estudiante, realice la unidad.

En la Figura 2 y 3 se aprecia la página inicial de la plataforma a nivel institucional y la página principal del curso de matemáticas del grado noveno respectivamente.



Figura 2 plataforma moodle

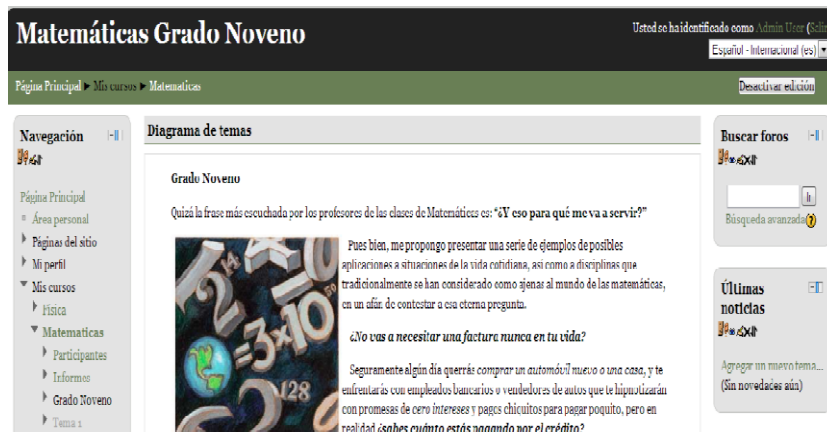


Figura 3 curso moodle

### 3.2 Programa de actividades

Este capítulo se encuentra dedicado a mostrar las páginas diseñadas para la unidad didáctica en Moodle, en cada aparte se señala la relación y el aporte de las animaciones de la unidad didáctica, y la importancia que gira en torno al interés matemático.

Además, cada una de las actividades se encuentra inmersa en un contexto variacional en donde se busca estudiar las variaciones entre magnitudes en fenómenos cambiantes y la utilización de múltiples registros de representación (tabular, gráfico y natural, entre otros) para descripción y modelación de una situación propuesta.

La plataforma está conformada por diferentes actividades didácticas para potenciar las habilidades de los estudiantes y utilizando las herramientas didácticas que se pueden integrar a la plataforma moodle.

En este caso se desarrollan las siguientes actividades entre las cuales se encuentran:

1. el diagnóstico: un examen virtual para analizar los saberes previos de los estudiantes representado por un total de 15 preguntas, relacionadas con los conceptos básicos de ecuaciones, sistemas  $2 \times 2$  y  $3 \times 3$ , situaciones problema relacionados con geometría en los cuales se pone a prueba las habilidades para despejar ecuaciones e interpretar los datos.

The screenshot shows a Moodle interface for a diagnostic exam. The page title is 'Matemáticas Grado Noveno'. The user is identified as 'Admin User (Salir)'. The breadcrumb trail is 'Página Principal > Mis cursos > Matemáticas > Grado Noveno > evaluación > Vista previa'. The main content area displays a question editor for 'Pregunta 1' with the text 'si un auto recorre 6 km en 10 horas. calcular su velocidad'. The answer field contains 'Answer:  km/h'. The question is worth 1.00 points. A 'Navegación por el cuestionario' sidebar shows a grid of question numbers (1-12) and a 'Comenzar una nueva prueba' button. A 'Navegación' sidebar is also visible at the bottom left.

Figura 4 examen diagnóstico

2. Integración de juegos didácticos por cada una de las actividades previstas en total 9 juegos relacionados con el desarrollo de las habilidades variacionales y lógicas, con el fin de que garantice la motivación de los estudiantes antes de hacer una de las tareas propuestas.

Usted se ha identificado como Admin User (Salir)

Español - Internacional (es)

Página Principal ▶ Mis cursos ▶ Matemáticas ▶ Tema 6 ▶ juego 5

**Navegación**

- Página Principal
- Área personal
- Páginas del sitio
- Mi perfil
- Mis cursos
  - Física
  - Matemáticas
    - Participantes
    - Informes
    - Grado Noveno
      - Tema 1
      - Tema 2
      - Tema 3
      - Tema 4

Agregar un bloque

Agregar...

What is the perimeter of this shape?

- The unit of measurement is already given for you.
- Type your answer in the box and click check.

level menu

perimetro y area

Figura 5 ejemplo de juego 1 (perímetros y áreas)

Usted se ha identificado como Admin User (Salir)

Español - Internacional (es)

Página Principal ▶ Mis cursos ▶ Matemáticas ▶ Tema 7 ▶ juego 6

**Navegación**

- Página Principal
- Área personal
- Páginas del sitio
- Mi perfil
- Mis cursos
  - Física
  - Matemáticas
    - Participantes
    - Informes
    - Grado Noveno
      - Tema 1
      - Tema 2
      - Tema 3

Agregar un bloque

Agregar...

Who wants to be a Millionaire?

1,000,000  
500,000  
250,000  
125,000  
62,500  
31,250  
15,625  
7,812  
3,906  
1,953  
976  
488  
244  
122  
61  
30  
15  
7  
3  
1

What is 50 x 10 ?

Answer by Shale

A 500      B 50  
C 5000      D 50

50:50

Take 0

Cococimientos de ecuaciones y geometria

Figura 6 ejemplo de juego (quien quiere ser millonario, sólo preguntas de matemáticas)

**Matemáticas Grado Noveno** Usted se ha identificado como Admin User (Salir)   
 Español - Internacional (es)

Página Principal ▶ Mis cursos ▶ Matemáticas ▶ Tema 9 ▶ juego 9

**Navegación**

- Página Principal
- Área personal
- Páginas del sitio
- Mi perfil
- Mis cursos
  - Física
  - Matemáticas
    - Participantes
    - Informes
    - Grado Noveno
      - Tema 1
      - Tema 2
      - Tema 3
      - Tema 4

**Level 6** Reset

Most of the keys have fallen off the calculator. You have 3 minutes to make these eight numbers.

1	24
5	32
6.5	100
11	512

Start Time Remaining: 3 : 00

variables

Agregar un bloque   
 Agregar...

Figura 7 ejemplo del juego 3 ( variables)

3. Actividades extra clase, los estudiantes desde sus casas o desde una sala de internet tiene acceso a la plataforma para desarrollar las actividades propuestas. Tales como talleres relacionados con el pensamiento variacional, en este caso ecuaciones, dichos talleres se subirán a la plataforma escaneados o entregados en clase.

**ECUACIONES**

Resolver una ecuación es encontrar su *dominio solución*, que es el conjunto de valores de las incógnitas para los cuales la igualdad se cumple. Todo problema matemático puede expresarse en forma de una o más ecuaciones; sin embargo no todas las ecuaciones tienen solución, ya que es posible que no exista ningún valor de la incógnita que haga cierta una igualdad dada. En ese caso, el conjunto de soluciones de la ecuación será vacío y decimos que la ecuación no es resoluble. De igual modo, puede tener un único valor, o varios, o incluso infinitos valores, siendo cada uno de ellos una solución *particular* de la ecuación. Si cualquier valor de la incógnita hace cumplir la igualdad (esto es, no existe ningún valor para el cual no se cumple) la expresión se llama *identidad*.

- ECUACIONES DE PRIMER GRADO
- TALLER: ECUACIONES DE PRIMER GRADO
- APLICACION DE LAS ECUACIONES CUADRÁTICAS
- SITUACIONES PROBLEMA. ECUACIONES LINEALES

**SISTEMAS DE ECUACIONES**

Resolver un sistema de ecuaciones lineales es encontrar todas sus soluciones.

Los métodos de igualación, sustitución y reducción consisten en encontrar y resolver, para cada una de las incógnitas, una ecuación con esa incógnita y con ninguna otra (convirtiendo así un problema difícil en uno más fácil, ¿no?).

A estas ecuaciones, con solo una incógnita, se llega a través de una serie de pasos en los que las ecuaciones intermedias que se van obteniendo tienen menos incógnitas que las ecuaciones previas.

Así, es posible que en uno de estos pasos de eliminación de incógnitas se utilice un método (el de reducción,

Figura 8 actividades ecuaciones

**Matemáticas Grado Noveno** Usted se ha identificado como Admin User (Salir)  
Español - Internacional (es)

Página Principal ▶ Mis cursos ▶ Matemáticas ▶ Grado Noveno ▶ TALLER: ECUACIONES DE PRIMER GRADO

**Navegación**

- Página Principal
- Área personal
- Páginas del sitio
- Mi perfil
- Mis cursos
  - Física
  - Matemáticas
    - Participantes
    - Informes
    - Grado Noveno
      - CONCEPTO DE MATEMÁTICAS
      - evaluación
      - ECUACIONES

**TALLER: ECUACIONES DE PRIMER GRADO**

1.  $2x = 6$
2.  $2x - 3 = 6 + x$
3.  $2(2x - 3) = 6 + x$
4.  $\frac{x-1}{6} - \frac{x-3}{2} = -1$
5.  $\frac{3}{4}(2x+4) = x+19$
6.  $4(x-10) = -6(2-x) - 6x$
7.  $2(x+1) - 3(x-2) = x+6$

**Agregar un bloque**

Agregar...

Figura 9. Taller extra clase

4. implementación de la geometría como estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento variacional, ya que para resolver situaciones problema es necesario saber despejar variables, utilizar ecuaciones y modelar métodos que solucionen los interrogantes planteados.

maescentic.medellin.unal.edu.co/~wiaguzmanre/moodle/course/view.php?id=2

El método de la matriz inversa y la regla de Cramer solo se pueden utilizar en el caso de que el sistema de ecuaciones lineales sea compatible determinado.

- MÉTODOS PARA SOLUCIONES SISTEMAS DE ECUACIONES
- DEMOSTRAR
- TALLER SISTEMA DE ECUACIONES
- PROBLEMAS DE APLICACIÓN
- WIKI MATEMATICAS
- Novedades
- juegos 1

**1 GEOMETRIA**

Una manera de aplicar los conocimientos de los conceptos relacionados con las ecuaciones, es la solución de situaciones problema utilizando los las habilidades para analizar las figuras geométricas y hallar las incógnitas por medio de el despeje de variables, seguimiento de secuencias y cálculo variables desconocidas.

La proporción aurea En la matemática Compartir Más información



Figura 9. Actividades de geometría y video de motivación (proporción aurea)



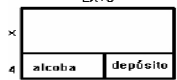
5. Ejercicios de análisis geométrico para desarrollar habilidades de pensamiento variacional y de aplicación de los conceptos de ecuaciones. Esta estrategia servirá de motivación a los estudiantes con la respectiva valoración en las notas del periodo y además que ellos determinen la importancia de conocer la aplicación real de los conceptos de ecuaciones.

maescentics.medellin.unal.edu.co/~wiaguzmanre/moodle/course/view.php?id=2

5 juego 4  
 Qué tanto sabes de...

6 juego 5  
 HALLAR LA SOLUCIÓN A LAS SIGUIENTES SITUACIONES PROBLEMA.. UTILIZANDO TUS CONOCIMIENTOS EN GEOMETRIA Y ECUACIONES LOS EJERCICIOS SON PARA SOCIALIZARLOS EN CLASE.

$2x+5$



Una casa tiene forma rectangular. El largo es igual a dos veces el ancho más cinco; se desea adicionar una alcoba y un depósito que incrementaría el ancho en 4m. Ésta reforma incrementa el área cubierta en 92 m<sup>2</sup>. Encontrar el perímetro original de la casa.

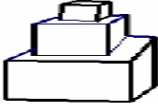
A. 64m  
 B. 62m  
 C. 68m  
 D. 60m

Figura 10. Ejemplo Situación problema 1

in.unal.edu.co/~wiaguzmanre/moodle/course/view.php?id=2

9 juego 8  
 juego 9

Hay 3 cubos sobre una superficie con lados 1cm, 2cm y 4cm, respectivamente. Si cada cm<sup>2</sup> de pintura cuesta un franco Suizo, entonces ¿cuánto cuesta pintar la superficie de la figura?



A. 150 francos  
 B. 100 francos  
 C. 200 francos  
 D. 116 francos

Figura 11 ejemplo situación problema 2

6. Algunas actividades adicionales que se realizarán en clase, como socialización de las experiencias y dificultades con la plataforma.
7. Evaluación final que integre todos los conceptos propios del área, del periodo y de la propuesta investigativa.

### **3.3 Caso de estudio**

En el siguiente capítulo se hace una contextualización de la institución en la cual se aplicó la unidad didáctica y alguna de las características que hacen parte de la institución, además de los grados que hicieron parte de la aplicación de dicha unidad didáctica.

#### **3.3.1 Escenario**

La institución para implementar la unidad didáctica, I.E San José del Municipio de Betulia , en el grado noveno, con 68 estudiantes, a continuación se hará una breve reseña del colegio y de su enfoque académico y filosófico:

**IDENTIFICACION:**

**NOMBRE:** Institución Educativa San José.

**MUNICIPIO:** Betulia.

**ZONA:** Suroeste

**DEPARTAMENTO:** Antioquia

**INSCRIPCION DANE:** 105093-000109

**CODIGO ICFES:** 001461

**SECTOR:** oficial

**FECHA DE FUNDACION:** Acuerdo municipal 004 de 12 de febrero de 1962.

**CARACTERIZACION:** mixta.

**LICENCIA DE APROBACION:** Resolución N°.0604 de enero 29 de 2003 y 9432 del 23 de noviembre de 2004 para el Bachillerato Sabatino Dominical.

**MISION:**

La Institución Educativa San José del municipio de Betulia, de carácter público, ofrece los tres niveles básicos de la enseñanza académica, comprometida en la formación de niñas, niños, jóvenes y adultos; propiciando el desarrollo integral con procesos de aprendizaje significativo, fortaleciendo valores como: el respeto, el compromiso y la armonía con todos los actores de la naturaleza, a través de principios que orienten el dinamismo social para el progreso de la comunidad betuliana.

**VISION:**

La Institución Educativa San José del municipio de Betulia, para el 2017 será a nivel municipal y regional reconocida como una institución formadora de seres humanos integrales desde lo cognitivo, lo axiológico, lo procedimental y lo convivencia, con capacidad de construir un proyecto de vida emprendedor, para generar bienes y servicios en pro del desarrollo económico del municipio y la región a través de una Educación Media Técnica Productiva

**3.4 METODOLOGÍA PARA LA EVALUACIÓN DE LA UNIDAD DIDÁCTICA**

Para evaluar la unidad didáctica propuesta se tienen dos muestras de estudiantes, denominadas grupo control y grupo experimental. Los instrumentos aplicados en cada muestra estudiantil son:

**Grupo Control:**

- El taller de variación solucionado por estudiantes del grado 9 -1 (grupo control con 34 estudiantes).

**Grupo Experimental:**

- Las estadísticas y la evaluación que queda en el registro del curso en Moodle de los estudiantes de grado 9 -2 (grupo experimental de 32 estudiantes).

**3.4.1 Aplicación del instrumento con el grupo control:**

Se llevaron a cabo dos sesiones de 50 minutos: septiembre 21 y septiembre 28 de 2012, en las instalaciones la I E San José, para la realización de la actividad con el grupo control. El instrumento aplicado al grupo control es un taller de variación, el cual se puede apreciar en el Anexo B. Este instrumento contiene preguntas hechas en Moodle, pero aplicadas de manera escrita. Se puede observar en esta sesión, que hay un gran interés por parte de los estudiantes en solucionar la actividad, pero hace mucha falta el apoyo de ayudas visuales, pues no son claras las gráficas y en algunos casos ellos requieren de un cuarto ejemplo para poder contextualizar la situación. Se observa entre ellos que socializan las posibles soluciones que pueden haber en cada una de las actividades, aunque en algunos casos se da que ellos brindan la respuesta sin una explicación previa del porqué se obtiene este resultado.

En la sesión realizada el 28 septiembre de 2012 se observa que los estudiantes continúan resolviendo cada una de las tablas al igual que las preguntas de las actividades 3 y 4, y que nuevamente entre ellos se ayudan para buscar la solución a cada una de las preguntas propuestas para estas actividades. Al finalizar los bloques los estudiantes entregan el taller.

### **3.4.2 Aplicación del instrumento con el grupo experimental:**

Como instrumento de evaluación se desarrolló un taller mediante Moodle, el cual se puso en la plataforma ó sitio Web el día 17 de septiembre. Posteriormente se informa a los estudiantes para que se matriculen, y en una de las horas de informática se les permite hacer su inscripción al curso, aunque algunos señalan dificultades para poderse registrar, enviando correos al profesor para poder gestionar la inscripción de los mismos.

Se puede notar que los estudiantes realizan en cada una de las sesiones una a una las actividades, ingresando dos y hasta tres veces para completarlas y solucionarlas.

Sosteniendo diálogo con los estudiantes durante el desarrollo de la actividad y se perciben muy interesados en la realización y comprensión de la unidad didáctica.

## CAPITULO 4

### 4. Análisis de resultados

En este capítulo se presenta un análisis de resultados de la evaluación del desempeño de la unidad didáctica por medio de las aplicaciones de los instrumentos con herramientas virtuales, y de forma presencial.

Inicialmente se muestran los resultados obtenidos de la unidad didáctica en el grupo experimental, luego se realiza una comparación entre los grupos experimental y control.

Por último se señalan aspectos relevantes de la comparación realizada.

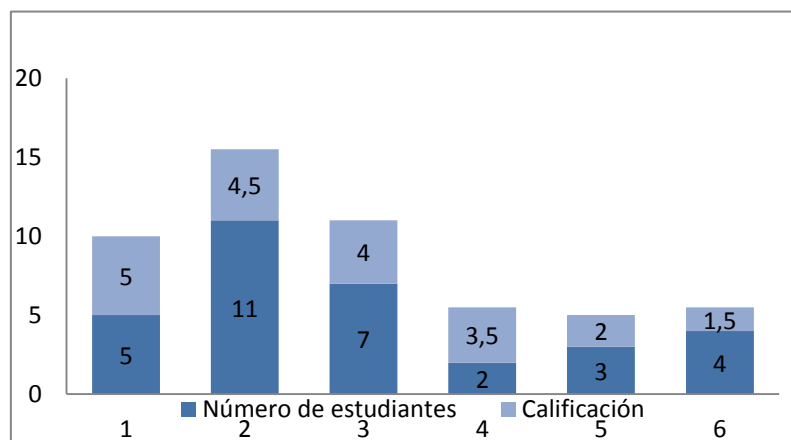
#### 4.1 Resultados obtenidos del grupo experimental

En la tabla 4.1-1, se observa los datos de la aplicación de la actividad 1 (Diagnóstico) con el grupo experimental.

Tabla 4.1-1 Resultados actividad 1 (grupo experimental)

Número de estudiantes	Calificación
5	5
11	4,5
7	4
2	3,5
3	2
4	1,5

En la Figura 4.-1 se muestra los datos de la aplicación de las actividades 1, en el grupo experimental.

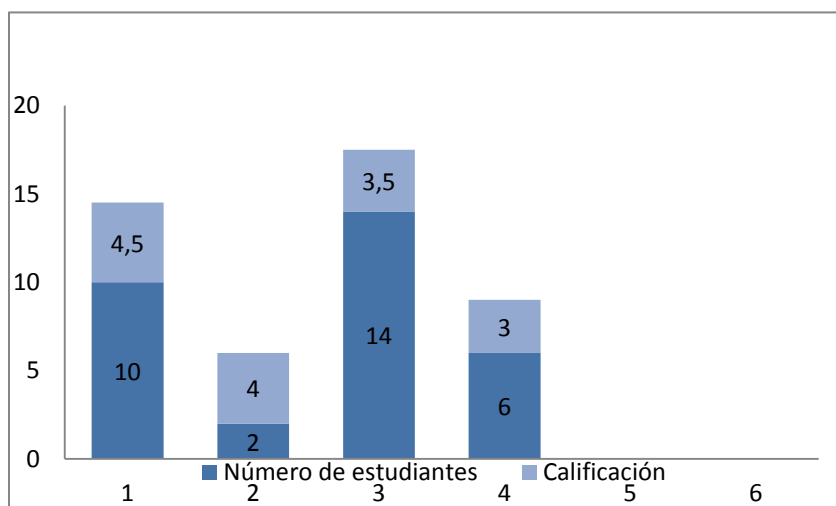


En la tabla 4.1-2, se observa los datos de la aplicación de la actividad 3 (promedio de talleres) con el grupo experimental.

Tabla 4.1-2 Resultados actividad 3 (grupo experimental)

Número de estudiantes	Calificación
10	4,5
2	4
14	3,5
6	3

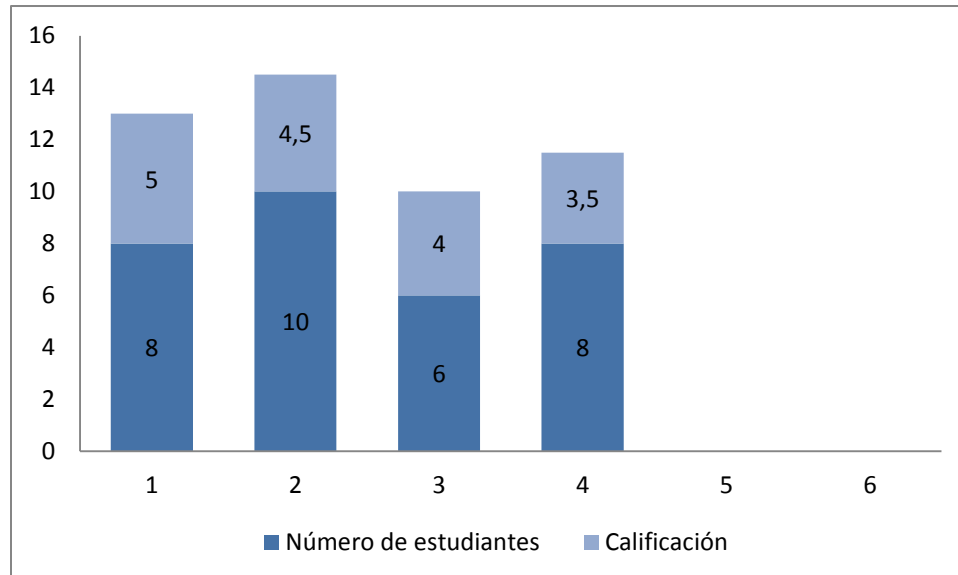
En la Figura 4.-2 se muestra los datos de la aplicación de las actividades 3, en el grupo experimental.



En la tabla 4.1-3, se observa los datos de la aplicación de la actividad 7 (evaluación final) con el grupo experimental.

Número de estudiantes	Calificación
8	5
10	4,5
6	4
8	3,5

En la Figura 4.-3 se muestra los datos de la aplicación de las actividades 7, en el grupo experimental.



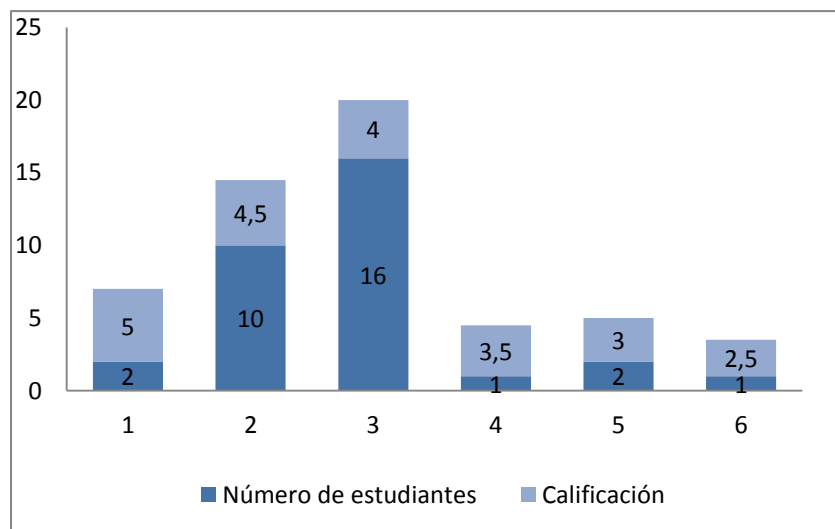


#### 4.2 Resultados de la aplicación de la unidad didáctica grupo de Control (9-1)

En la tabla 4.1-4, se puede observar los datos arrojados en la aplicación de la actividad 1(diagnóstico), en el grupo control.

Número de estudiantes	Calificación
2	5
10	4,5
16	4
1	3,5
2	3
1	2,5
2	2

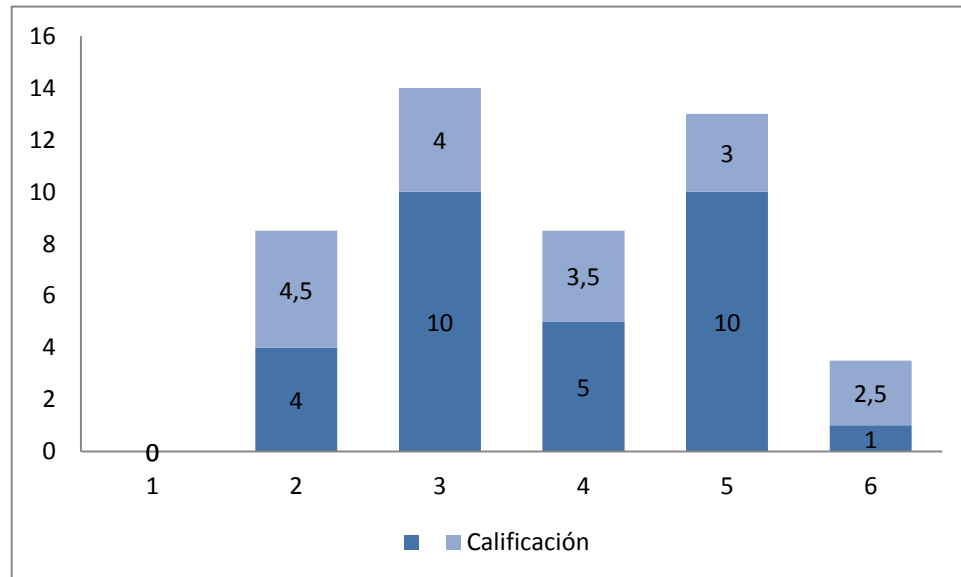
En la Figura 4.-4 se muestra los datos de la aplicación de las actividades 1( diagnóstico), en el grupo experimental.



En la tabla 4.1-5, se puede observar los datos arrojados en la aplicación de la actividad 3(talleres), en el grupo control.

Número de estudiantes	Calificación
4	4,5
10	4
5	3,5
10	3
1	2,5
2	2
2	1,5

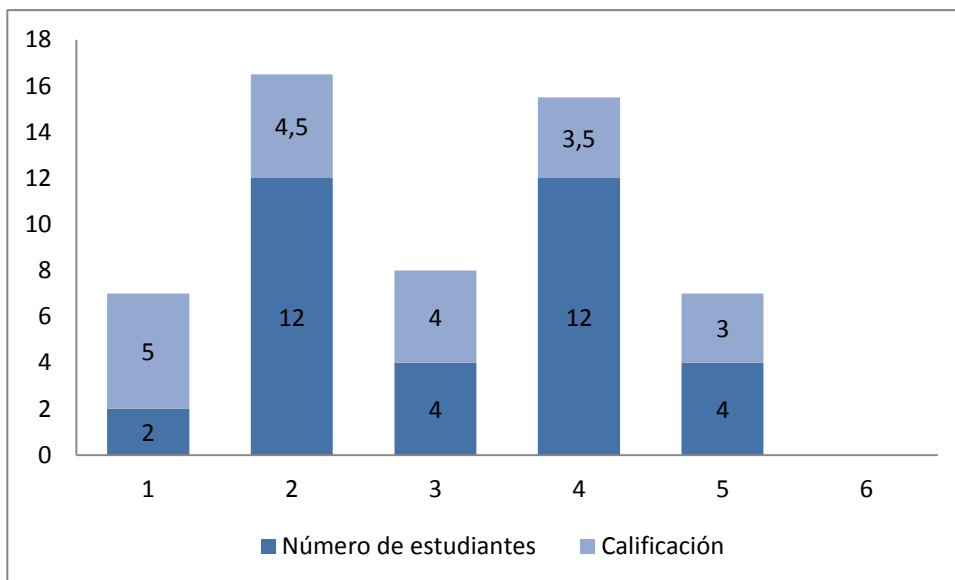
En la Figura 4.-5 se muestra los datos de la aplicación de las actividades 3(talleres), en el grupo experimental



En la tabla 4.1-6, se puede observar los datos arrojados en la aplicación de la actividad 7 (evaluación final), en el grupo control.

Número de estudiantes	Calificación
2	5
12	4,5
4	4
12	3,5
4	3

En la Figura 4.-6 se muestra los datos de la aplicación de las actividades 3 (evaluación final), en el grupo experimental



### 4.3 CONTRASTE DE DATOS ARROJADOS

A continuación en la tabla 4.2-1, se esbozará una comparación de los datos arrojados en la Aplicación del instrumento, entre los grupos experimental y control:

Tabla 4.2-1 Contraste Entre Los Grupos Experimental y Control Para La Unidad Didáctica

<b>Estadísticos</b>	Actividad 1		Actividad 3		Actividad 7	
	Grupo Experimental	Grupo Control	Grupo Experimental (sin aprendizaje colaborativo)	Grupo Control (con aprendizaje colaborativo)	Grupo Experimental	Grupo Control
<b>Promedio</b>	→ 3.8	→3.9,	→ 3.8	→3.4	→3.9	→3,8
<b>Moda de datos</b>	→4.5	→ 4.0	→ 3.5	→ 4.0	→4,0	→3.5

A partir de los estadísticos mostrados en la tabla 4.2-1, se puede pensar en las siguientes situaciones, que llevaron a estos resultados:

En la actividad 1 se observan mejores resultados en el grupo experimental, gracias a las ayudas visuales de animación de los ejemplos, lo cual se puede observar en el .Esto no es posible de realizar en una clase tradicional llevada a cabo en un salón con tiza y tablero

En la actividad 3, se observa en la moda estadística que hubo un mejor comportamiento en el grupo control, esto puede deberse a la complejidad de las respuestas de la actividad, en donde el grupo control tuvo una sesión con aprendizaje

colaborativo, en donde los estudiantes socializan las posibles respuestas, mientras el grupo experimental no utiliza su equivalente de recurso de socialización (aprendizaje colaborativo), realizando preguntas en el chat o en el foro, que les permitieran dar una solución correcta.

En la actividad 7, se observa que son mejores los resultados estadísticos en el grupo experimental, por lo cual se puede pensar que la actividad 7, ayudó a afianzar los conceptos y aclarar cómo se completan los datos de la tabla que se relacionan, para esta actividad. Cabe señalar que contrario al grupo experimental, la actividad 3 no ayudó a afianzar los conceptos para el grupo control.

### **Otros aspectos de análisis**

Se encontró que el uso de un registro tabular, que para la unidad didáctica, es la implementación de tres tablas en las cuales se registran los cambios que se dan del largo, ancho y área planteados en la situación inicial del trabajo propuesto, se facilita en Moodle gracias a que en esta plataforma, implementamos dos tipos de respuestas

- 1- De selección múltiple
- 2- De respuesta corta
- 3- Emparejamiento

Lo anterior permitió que esta herramienta la utilizáramos en el diseño y posibilitara a los estudiantes la comparación de los cambios que sufren dos variables al unísono como era la intensión planteada desde el principio del diseño de la actividad, y que con otros recursos u otras plataforma no hubiese sido posible cumplir con este objetivo.

Durante la implementación de la unidad didáctica, se pudo observar la gran importancia de las Tics en la enseñanza-aprendizaje de las ciencias, donde gracias a las herramientas tecnológicas, el conocimiento apoyado en estas seduce y hacen más comprensibles el mundo actual para ser modelado desde lo matemático, como se pudo observar en las sesiones llevadas a cabo con el grupo experimental.

Una de las bondades que observamos en el diseño y en la aplicación del curso en la plataforma, es la disponibilidad de accesos que se tiene al mismo. Cuando el estudiante ingresa al curso, dispone del tiempo que este considere necesario para realizar la actividad, mientras en una clase magistral se debe organizar el grupo y en muchas ocasiones los estudiantes no presentan disposición al tener actividades previas como: educación física, ingresar al aula después de almuerzo, u otras variables que se presentan en una clase cotidiana de matemáticas dentro de la institución, como son: tener una temperatura en el aula de 38°C, 40 estudiantes para asesorar simultáneamente por parte del docente, etc. Por tanto se debe contar con este tipo de situaciones, desarrollando y evaluando el tema propuesto, limitando en muchas ocasiones al avance o no de los estudiantes.

En el desarrollo de la implementación de la unidad didáctica, se encontró que existen diversos elementos que posibilitan el desarrollo del pensamiento variacional, como son: el uso de diversos registros de representación, entre los cuales están las tablas propuestas en cada una de las actividades, el lenguaje natural, que se ve plasmado en la propuesta de problema cotidiano de un adolescente que visita la finca de su tío y le proponen una situación que se da al principio de la unidad didáctica. También tenemos el uso del lenguaje formal, cuando se hacen preguntas en

las actividades como: “cuánto crece el largo, cuando el ancho crece  $x$  cms? ”. Por último utilizamos un recurso visual, que se ve plasmado en la gráfica de los posibles lotes, que cumplen con las condiciones dadas en el problema, y que se dan como ejemplo para contextualizar al participante en la situación.

## 5. CONCLUSIONES Y TRABAJO FUTURO

1. Deben generarse más unidades didácticas como la realizada en este trabajo final de maestría que familiaricen a los estudiantes en diferentes áreas del conocimiento, que hacen parte del currículo de la educación, desde niveles básicos de educación; para que con este tipo de instrumentos se posibilite mejorar los resultados de futuras aplicaciones de experiencias, como la hecha en este estudio.
2. La metodología de modelos de situaciones problema para la movilización de competencias matemática, en el contexto propuesto y para la población estudiantil objetivo, ha sido determinante para reducir los niveles de deserción y pérdida de la materia ; ello obedece en gran parte a la motivación de los estudiantes por el trabajo académico por competencias previamente definidas y por los procesos y por la organización previa de la plataforma implementada.
3. Si se hace un comparativo del grupo de control y experimental se evidencia en los estudiantes que utilizaron la plataforma un cambio de mentalidad hacia la materia y motivación para realizar actividades virtuales aplicando la tecnología en sus prácticas educativas.
4. El trabajo con situaciones problema ha logrado la cualificación de los estudiantes en cuanto a la identificación, significado y apropiación de las competencias básicas ; desde este punto de vista se nota las habilidades para comunicar y argumentar ideas referentes al lenguaje matemático y su aplicación a la vida cotidiana.



Desde el punto de vista anterior, las competencias, que en matemáticas, tienen que ver con la interpretación, creación, comunicación, argumentación de discursos matemáticos se incorporan al lenguaje de los estudiantes como parte de su proceso de aprendizaje, así por ejemplo, algún estudiante identifica a través de los indicadores de logro que interpreta resultados de una manera efectiva pero que le faltan habilidades para comunicar u operar frente a determinados eventos matemáticos particulares y, va más allá cuando frente al planeamiento de un tema nuevo a tratar él identifica, de entrada, las competencias que se quieren privilegiar.

6. Un factor importante para que se produzca la comprensión de un concepto es el interés por un determinado tema. La escogencia del motivo para el planteamiento de una situación problema, permite que el estudiante se apropie del problema y le vea más sentido al aprendizaje desde el punto de vista de su significado. Es cierto que quizás está no sea una condición necesaria, pero sin embargo la falta de interés es un serio obstáculo para alcanzar la comprensión. Lo que implica que el docente debe profundizar en la motivación de la materia teniendo cuidado de no confundir esta afirmación, con el hecho de que resulte atractivo el requerir poco esfuerzo mental, pues esto no favorece la aparición de la comprensión.
7. Es importante reconocer la actitud positiva por parte de los estudiantes del grupo experimental, con ellos se desarrolló el trabajo en un ambiente de amistad, ellos asistieron de manera voluntaria a curso, y las situaciones problema se les proponían para luego ser discutidas, además durante el trabajo cada uno de los alumnos era escuchado con sumo cuidado, lo cual los motivaba a seguir insistiendo en tratar de transmitir lo que ellos pensaban

y en hacer explícitas sus inquietudes. Con lo anterior se quiere decir que no se le puede forzar a un alumno a realizar operaciones mentales por muy capacitado que esté, es necesario que quiera alcanzar comprensión y que no sea una consecuencia de una resistencia vencida. Aunque no se puede asegurar, que una vez obtenida la motivación y cooperación del alumno se le pueda trasplantar directamente la comprensión, al menos si se le puede ayudar para que lo logre.

8. La metodología de modelos de situaciones problema para la movilización de competencias matemática, en el contexto propuesto y para la población estudiantil objetivo, ha mostrado una alternativa válida para romper la implementación tradicional, e instrumental, de la linealización temática de los currículos en las aulas de clase. Los temas abordados en este proyecto fueron incorporados de acuerdo a las necesidades y motivaciones de los estudiantes, mediadas por sus experiencias significativas previas y las situaciones problemas planteadas. Bien importante este hecho, porque da un aporte a la posibilidad de romper con la tradición de planear los currículos de las asignaturas, desde una sistematización secuencial y progresiva de contenidos, que más de las veces va en contravía, de su implementación.

## 6. BIBLIOGRAFIA

ANDRADE C. (1998) Dificultades en el aprendizaje de la noción de variación. En revista EMA Vol 3, No 3, págs. 241 – 153. Una empresa docente. Bogotá.

ARIAS F. (2009) Tesis de Maestría modelo multi-agente para la planificación instruccional y selección de contenidos en cursos virtuales adaptativos. Universidad nacional de Colombia – sede Medellín.

ARTEAGA C. FABREGAT, R. (2002) “Integración del aprendizaje individual y del colaborativo en un sistema hipermedia adaptativo”. Congreso Iberoamericano Informática Educativa, Vigo, España.

BONEU J. (2007) “Plataformas abiertas de e-learning para el soporte de contenidos educativos abiertos”. Publicado en la Revista de Universidad y Sociedad del Conocimiento (RUSC) de la Universidad Oberta de Catalunya. Vol. 4 Nro. I. pg. 36-47. España

BROUSEAU G. (1983) los obstáculos epistemológicos y los problemas en matemáticas. En ARTIGUE, M., y Otros (1998). Ingeniería didáctica en educación matemática. Un esquema para la investigación y la innovación en la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. México: una empresa docente y Grupo Editorial Iberoamérica.

CAMARGO U., GUZMAN A. (2005) Elementos para una didáctica del pensamiento variacional. Relaciones entre la pendiente y la razón. Ed. Magisterio. Bogotá.

Dokeos (2011) (Consultado el 10 de octubre 2011). Disponible en: <http://www.dokeos.com/>

DONDI C., GUARDIA, L (2005). “Proyecto BENVIC, una metodología y criterios de calidad para evaluar entornos y plataformas virtuales de aprendizaje”. 28 de abril de 2008 en: [http://www.cvc.cervantes.es/obref/formacion\\_virtual/campus\\_virtual/sangra.htm](http://www.cvc.cervantes.es/obref/formacion_virtual/campus_virtual/sangra.htm)

FELDER R., SILVERMAN, B. (1994) "Index Learning Styles", North Carolina State University.

FELDER R., SPURLIN, J. (2005) "Applications, Reliability and Validity of the Index of Learning Styles", Int. J. Engng Ed. Vol. 21, No. 1, pp. 103-112, 2005.

FEY J. (1990). Cantidad. En documento de trabajo, material interno (1999) Universidad Distrital. Bogotá.

GARCÍA A. (2007). "De la educación a distancia a la educación virtual", Barcelona: Ariel Educación, España.

GARCIA G. (1996) Hacia la noción de función como dependencia y patrones la función lineal. Cuaderno didáctico. Ed. Universidad Pedagógica. Bogotá.

GOETZ J., LECOMPTE M. (1988). Etnografía y diseño cualitativo en investigación cualitativa. Ed. Morata. Madrid, España.

GODINO J. (1991) Área de conocimiento didáctica de las matemáticas. Ed. Síntesis. Madrid, España.

GÓMEZ F., RODRIGUEZ J. (2007). Tesis de pregrado, La función: una herramienta intelectual necesaria en la actualidad. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. Bogotá.

GONZÁLEZ J. (2006) "B-Learning utilizando software libre, una alternativa viable en Educación Superior", Revista Complutense de Educación, Vol. 17, Nro. 1, pp. 121-133. España.

GONZALES S. (2002) revisión de plataformas de entorno de aprendizaje. Facultad de Ingeniería de Sistemas, Cómputo y Telecomunicaciones. Universidad Inca Garcilaso de la Vega. Lima - Perú

HITT F. (2002) Funciones en Contexto. Grupo Editorial Iberoamérica. México.

MEN (1997). Ministerio de Educación Nacional - Lineamientos curriculares para el área de matemáticas. Bogotá.

MEN (2004). Pensamiento variacional y tecnologías computacionales. Bogotá.

Moodle (2011) (Consultado el 10 de octubre de 2011). Disponible en: <http://moodle.org>

ORTIZ F. (2007) "Campus Virtual: la educación más allá del LMS". Publicado en la Revista de Universidad de y Sociedad del Conocimiento (RUSC) de la Universidad Oberta de Catalunya. Vol. 4 Nro. 1. pg 1-7. España

PERRY P, GUACANEME E., ANDRADE L. y FERNÁNDEZ F. (2003) Transformar la enseñanza de la proporcionalidad en la escuela: un hueso duro de roer. Una empresa docente. Universidad de los Andes. Bogotá.

PRENSKY M. (2001). Digital Game-Based Learning . Edit. McGraw-Hill.

VASCO C.(2003) El pensamiento variacional, la modelación y las nuevas tecnologías  
Proyecto Zero, Universidad de Harvard, en <http://www.minedu/.publicaciones.co/>

ROBLES A. (2004) "Las plataformas en la educación en línea". Publicado en la Revista Electrónica e-formadores. Nro. 04. España.

ZUBIETA G., MORENO L. (1996). Sobre el número y la variación. En HITT F. (1998). Investigaciones en matemática educativa. Grupo Editorial Iberoamérica. México.