

# ABSORBENTE PERFECTO DELGADO CON BASE EN METAMATERIALES PARA FRECUENCIAS ÓPTICAS

## THIN PERFECT ABSORBERS BASED ON METAMATERIALS FOR OPTICAL FREQUENCIES

Juan P. Del Risco, Juan D Baena, Julian D. Ortiz

Departamento de Física, Universidad Nacional de Colombia - Sede Bogotá, Bogotá,  
Colombia.

(Recibido: 11/2013. Aceptado: 12/2013)

### Resumen

En este trabajo un arreglo bidimensional de partículas es aproximado como un arreglo de dipolos caracterizados por sus polarizabilidades eléctricas y magnéticas. La interacción entre las partículas es tenida en cuenta sumando las contribuciones al campo de todos los dipolos sobre la posición del dipolo central. Posteriormente se modeló el arreglo como una superficie que soporta corrientes superficiales eléctricas y magnéticas efectivas. Con dichas corrientes se establecieron las condiciones de frontera necesarias para obtener absorción perfecta. Este modelo se aplicó a un arreglo de nanoesferas recubiertas, cuya dispersión es descrita por la teoría de Mie, obteniéndose valores de absorción hasta del 99%.

**Palabras clave:** Polarizabilidad eléctrica, polarizabilidad magnética, corriente eléctrica efectiva, corriente magnética efectiva, condición de absorción, teoría de Mie.

## Abstract

In this work a bidimensional array of particles is approached like a system of dipoles characterized by their electric and magnetic polarizabilities. The interaction between particles has been taken into account by adding contribution of every dipole at the position of the central dipole. This array was modeled later as a surface which supports effective electric and magnetic surface currents. From these currents, the boundary conditions for perfect absorption were established. This model was applied onto an array of coated nanospheres, whose scattering is described by the Mie theory, obtaining values of absorption up to 99%.

**Keywords:** Electric polarizability, magnetic polarizability, effective electric current, effective magnetic current, absorption condition, Mie theory.

## Introducción

En el 2008, bajo el título “Perfect Metamaterial Absorber”, se introdujeron las pérdidas como una característica deseable en una metasuperficie cuya celda unidad es una tira metálica y un anillo resonador eléctrico (ERR por sus siglas en ingles, Fig. 1(a)), bajo incidencia normal los modelos computacionales muestran que esta estructura absorbe casi la totalidad de la onda a una frecuencia de 11,5 GHz y experimentalmente es cercana al 88% [1]. No obstante, debido a la falta de simetría de la celda unitaria, para un ángulo de incidencia de  $20^\circ$  la absorción decae al 5%. En trabajos posteriores se sustituyó el ERR por partículas en forma de cruz [2] y cuadradas [3] (Figura 1(b) y (c)), con la primera aumenta la frecuencia de resonancia y se logra una mejor absorción a nivel experimental (97%). La segunda partícula mejora considerablemente el comportamiento para incidencia oblicua, logrando absorciones superiores al 90% para ángulos hasta de  $65^\circ$ . Dado que estas partículas no son iguales por ambas caras, su respuesta depende de la dirección de incidencia.

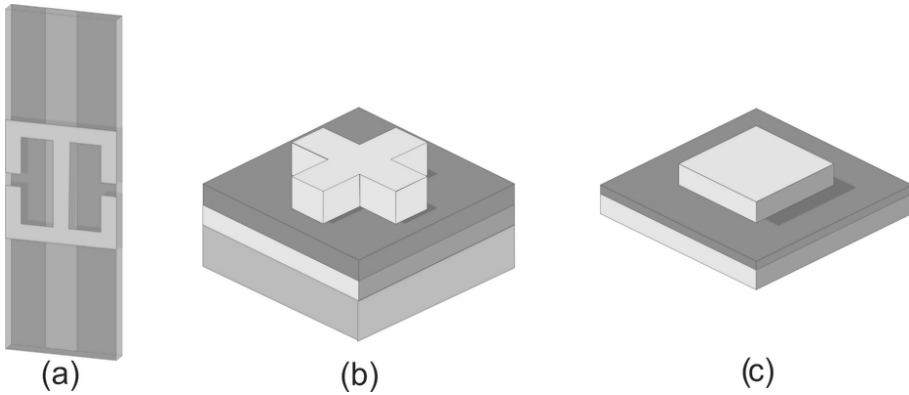


FIGURA 1. Elemento de metamaterial absorbente perfecto (MPA) que consiste de (a) un anillo resonador eléctrico y un cable del mismo material. (b).os elementos metálicos, un resonador en forma de cruz y el plano de tierra. (c) Una partícula metálica resonadora cuadrada, un dieléctrico ( $Al_2O_3$ ) y una película de oro.

En este trabajo, se desarrollaron los modelos teóricos que permiten encontrar las condiciones en las que se presenta absorción perfecta en un arreglo bidimensional. Para ello se parte de la interacción de un dipolo eléctrico y magnético con la radiación proveniente de una fuente externa y sus vecinos, relacionándola con el parámetro de acoplamiento de la red. Posteriormente, se impone la condición de absorción en los campos de modo que se determina la forma de las polarizabilidades en la absorción. Como ejemplo, se estudia un arreglo periódico bidimensional de nanoesferas recubiertas en el rango óptico, que por ser totalmente isotrópicas, son independientes de la polarización de la onda y de la dirección de incidencia.

Entre las aplicaciones de las superficies absorbentes se puede mencionar la construcción de regiones anecoicas “portables” debido a la reducción en el tamaño de las paredes absorbentes, que elimina las reflexiones múltiples y evita la interferencia con los dispositivo de interés en la región. Además, se pueden utilizar para anular la interferencia entre dispositivos electrónicos y elementos radiantes en general. [4]

## Teoría

El comportamiento de una estructura periódica que interactúa con la radiación electromagnética puede ser descrita mediante la expansión multipolar, teniendo en cuenta la interacción con la onda incidente y la radiada por sus vecinos. En el sistema de interés, una onda plana incide normalmente al arreglo en el cual la celda unidad está compuesta por una partícula que se comporta a su vez como dipolo eléctrico y magnético. Asumiendo un comportamiento lineal de la partícula y si su tamaño es pequeño en comparación con la longitud de onda de la onda incidente ( $\lambda_i$ ), el valor del dipolo  $j$ -ésimo es :

$$\vec{p}_j = \epsilon_0 \alpha_e \left( \vec{E}_i + \sum_{l \neq j} \vec{E}(\vec{p}_l) + \sum_{l \neq j} \vec{E}(\vec{m}_l) \right) \quad (1)$$

$$\vec{m}_j = \alpha_m \left( \vec{H}_i + \sum_{l \neq j} \vec{H}(\vec{p}_l) + \sum_{l \neq j} \vec{H}(\vec{m}_l) \right) \quad (2)$$

$$\vec{p}_j = \vec{p} \quad \vec{m}_j = \vec{m} \quad \forall j \in Z \quad (3)$$

$\alpha_e$  y  $\alpha_m$  son las polarizabilidades eléctrica y magnética respectivamente, el subíndice  $i$  se refiere a los campos incidentes y los términos en las sumatorias son los campos de interacción producidos por los dipolos eléctricos y magnéticos vecinos. Que las polarizabilidades sean escalares lleva implícito la invariancia ante cambios de paridad de las partículas en el plano que contiene a los campos. Por simplicidad, se toma como dirección de propagación de la onda al eje  $z$  y el arreglo en el plano  $xy$ . Debido a que todos los dipolos son idénticos, los campos radiados se pueden expresar en términos de sí mismos, por lo que las Ecuaciones (1) y (2) se pueden escribir matricialmente como [5].

$$\vec{p} = \epsilon_0 \alpha_e \left( \vec{E}_i + \overline{\overline{A}} \vec{p} + \overline{\overline{A}}_{me} \vec{m} \right) \quad (4)$$

$$\vec{m} = \alpha_m \left( \vec{H}_i - \frac{1}{\mu_0} \overline{\overline{A}}_{me} \vec{p} + \epsilon_0 \overline{\overline{A}} \vec{m} \right) \quad (5)$$

La matriz  $\overline{\overline{A}}_{me}$  representa el acoplamiento magnetoeléctrico, mientras  $\overline{\overline{A}}$  es el acoplamiento del dipolo con el campo de la misma naturaleza. Una transformación de paridad en (4) o (5), muestra un acoplamiento magnetoeléctrico nulo ( $\overline{\overline{A}}_{me} = 0$ ). Tomando como referencia el dipolo  $j = 0$  para calcular  $\overline{\overline{A}}$ :

$$\overline{\overline{A}} = \sum_{l \neq 0} \frac{e^{ik_l r_l}}{4\pi\epsilon_0 r_l} \left\{ -k^2 \overline{\overline{N}}_l + \left[ 3\overline{\overline{N}}_l - \overline{\overline{1}} \right] \left( \frac{1}{r_l^2} - \frac{1}{r_l} \right) \right\} \quad (6)$$

$$\overline{\overline{N}}_l = \begin{bmatrix} n_{x,l}^2 & n_{x,l}n_{y,l} & n_{x,l}n_{z,l} \\ n_{x,l}n_{y,l} & n_{y,l}^2 & n_{y,l}n_{z,l} \\ n_{x,l}n_{z,l} & n_{y,l}n_{z,l} & n_{z,l}^2 \end{bmatrix} \quad (7)$$

Donde  $k_i$  es la magnitud del vector de onda de la onda incidente,  $r_l$  es la distancia desde el dipolo  $l$ -ésimo hasta el dipolo de referencia ( $j = 0$ ) y  $n_{i,l}$  es la componente  $i$  del vector unitario en dirección al dipolo de referencia desde el dipolo  $l$ -ésimo. La matriz  $\overline{\overline{A}}$  que se calcula a partir de la Ecuación (6) es válida en incidencia normal; en el caso de incidencia oblicua se debe agregar una fase a cada término de la sumatoria. Como el arreglo está distribuido en el plano  $xy$ , el vector  $\vec{n}_l$  tiene componente  $z$  nula y por consecuencia, cada partícula tiene una única correspondiente en el arreglo tal que  $\vec{n}_{l'} = -\vec{n}_l$ , de modo que  $\overline{\overline{A}}$  es una matriz diagonal con componentes  $A_{11} = A_{22} \neq A_{33}$ ; además  $r_l = a\sqrt{l_x^2 + l_y^2}$ , con  $a$  el parámetro de red del arreglo,  $l_x$  y  $l_y$  en los enteros. De la Ecuación (6) se tiene que  $\overline{\overline{A}}$  depende de  $k_i$  y  $a$  separadamente, por lo cual se define:

$$\overline{\overline{g}} = \epsilon_0 a^3 \overline{\overline{A}} = \begin{bmatrix} g_t & 0 & 0 \\ 0 & g_t & 0 \\ 0 & 0 & g_z \end{bmatrix} \quad (8)$$

que depende del producto  $k_i a$ . En el electromagnetismo  $g_t$  y  $g_z$  son conocidos como los parámetros de acoplamiento de la red, algunos valores de interés se pueden encontrar en la bibliografía [6]. Para que el sistema de ecuaciones que se obtiene al sustituir (8) en (4) y (5) tenga la forma usual, se definen las polarizabilidades efectivas

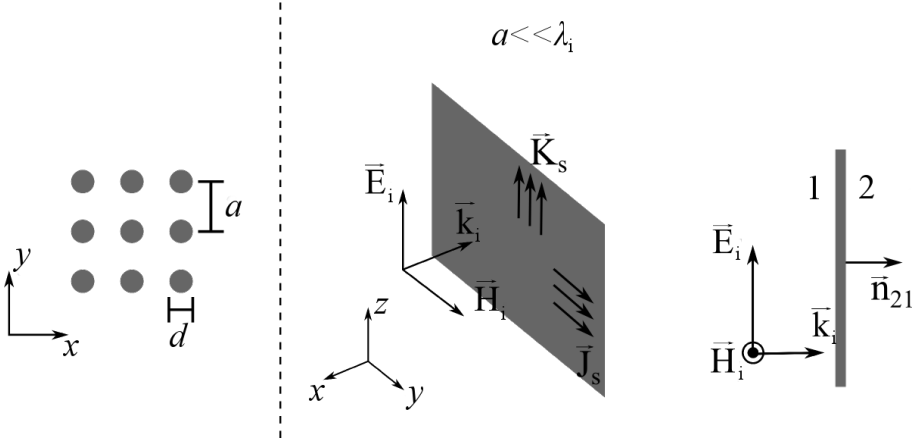


FIGURA 2. Diagrama del arreglo de partículas resonadoras el cual es sustituido por una superficie que soporta corrientes eléctricas y magnéticas efectivas en la aproximación de  $a \ll \lambda_i$ .

como:

$$\overline{\overline{\alpha}}'_{e,m} = \alpha_{e,m} \left( \overline{\overline{\mathbb{I}}} - \frac{\alpha_{e,m} \overline{\overline{g}}}{a^3} \right)^{-1} = \begin{bmatrix} \alpha'_{(e,m),t} & 0 & 0 \\ 0 & \alpha'_{(e,m),t} & 0 \\ 0 & 0 & \alpha'_{(e,m),z} \end{bmatrix} \quad (9)$$

Despejando los dipolos de las ecuaciones (4) y (5), teniendo en cuenta la Ecuación (9), se obtiene:

$$\vec{p} = \epsilon_0 \overline{\overline{\alpha}}'_e \vec{E}_i \quad \vec{m} = \overline{\overline{\alpha}}'_m \vec{H}_i \quad (10)$$

La transformación de estas ecuaciones equivale a reemplazar el sistema de partículas isotrópicas e interactuantes, por un sistema de partículas anisótropas y no interactuantes. Como los campos están en el plano  $xy$ , se puede omitir la componente  $\alpha'_{33} = \alpha'_z$  de las polarizabilidades, de modo que las Ecuaciones en (10) se pueden reescribir con una polarizabilidad escalar e igual a la componente  $\alpha'_{(e,m),t}$ .

Anteriormente se supuso que las partículas eran pequeñas en comparación con  $\lambda_i$  con la finalidad de que su fase fuera aproximadamente constante en la superficie de la partícula

dispersora. Ahora, si adicionalmente se supone que el parámetro de red  $a \ll \lambda_i$ , el arreglo bidimensional de dipolos puede ser visto como una superficie que soporta corrientes eléctricas y magnéticas efectivas ( $\vec{J}_s$  y  $\vec{K}_s$  respectivamente) las cuales dependen de los dipolos en el sistema original como

$$\vec{J}_s = -i\omega \frac{\vec{p}}{a^2} \quad \vec{K}_s = -i\omega \frac{\vec{m}}{a^2} \quad (11)$$

Ahora, la superficie debe cumplir las condiciones de frontera para los campos

$$\vec{n}_{21} \times (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = \vec{J}_s \quad \vec{n}_{21} \times (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = -\vec{K}_s \quad (12)$$

siguiendo la notación en la Figura 2. Para el caso del absorbente perfecto, se requiere que la superficie no refleje ni transmita. En la región 1 los campos producidos por  $\vec{J}_s$  deben ser iguales en magnitud y en dirección opuesta a los campos producidos por  $\vec{K}_s$ . En la región 2, la suma de los campos producidos por las corrientes efectivas deben ser iguales en magnitud y en dirección opuesta al campo incidente, de forma que las condiciones de frontera son

$$-\vec{n}_{21} \times \vec{H}_i = \vec{J}_s \quad \vec{n}_{21} \times \vec{E}_i = \vec{K}_s. \quad (13)$$

Al sustituir los valores de las corrientes efectivas en términos de los dipolos, la componente de las polarizabilidades efectivas  $\alpha'_{(e,m),t}$  quedan restringidas a los valores

$$\alpha'_{e,t} = \alpha'_{m,t} = \frac{ia^2\lambda_i}{\pi}, \quad (14)$$

de forma que en términos de las polarizabilidades de las partículas

$$\alpha_{e,t} = \alpha_{m,t} = \frac{a^3}{-ik_i a + g_t}. \quad (15)$$

Esta condición no depende explícitamente del material de las partículas. Dada la condición de polarizabilidad escalar y buscando la mayor simetría posible, se escogió como partícula un núcleo esférico recubierto con materiales que incluyen las

Esfera Núcleo-Capa	Ag-Si	Ag-Ge
<b>Núcleo</b>		
$\omega_p \times 10^{12} (rad/s)$	13938	13938
$f_c \times 10^{12} (Hz)$	32	32
$R_n (nm)$	47	55
<b>Capa</b>		
$\Re [n_c]$	3.5	4.0
$\Im [n_c]$	0.04	0.04
$R_c (nm)$	170	190

TABLA 1. Características de las esferas resonantes. En las propiedades del núcleo se tiene  $\omega_p$  la frecuencia de plasma,  $f_c$  la frecuencia de colisión y  $R_n$  el radio. Para la capa  $\Re [n_c]$  y  $\Im [n_c]$  son la parte real e imaginaria del índice de refracción y  $R_c$  el radio.

pérdidas para obtener absorción. En el 2011 Paniagua y sus colaboradores propusieron dos partículas con esta geometría cuyas polarizabilidades son muy cercanas en la resonancia para frecuencias ópticas [7] con el fin de fabricar un medio con índice de refracción  $n = -1$ . En dicho trabajo no se obtiene absorción en los sistemas debido a que los autores no introducen pérdidas por lo que no se produce disipación. El proceso de dispersión de esta partícula es descrito por la teoría de dispersión de Mie [8].

## Análisis y Resultados

Se estudiaron los casos de esferas de plata con recubrimientos de germanio y silicio, los parámetros de éstas se muestran en la tabla 1. Se debe mencionar que a pesar de las magnitudes de las esferas, hay antecedentes en los que se han logrado fabricar cascarones esféricos [9] y ópalos de parámetros similares [10]. Para obtener la absorción, se doparon las capas de silicio y germanio incluyendo pérdidas en el material las cuales son representadas por la parte imaginaria en el índice de refracción.

En las Figuras 3 (a) y (b) se muestran las polarizabilidades eléctrica y magnética en relación con la longitud de onda cuyo comportamiento está predicho por la teoría de Mie. Para obtener



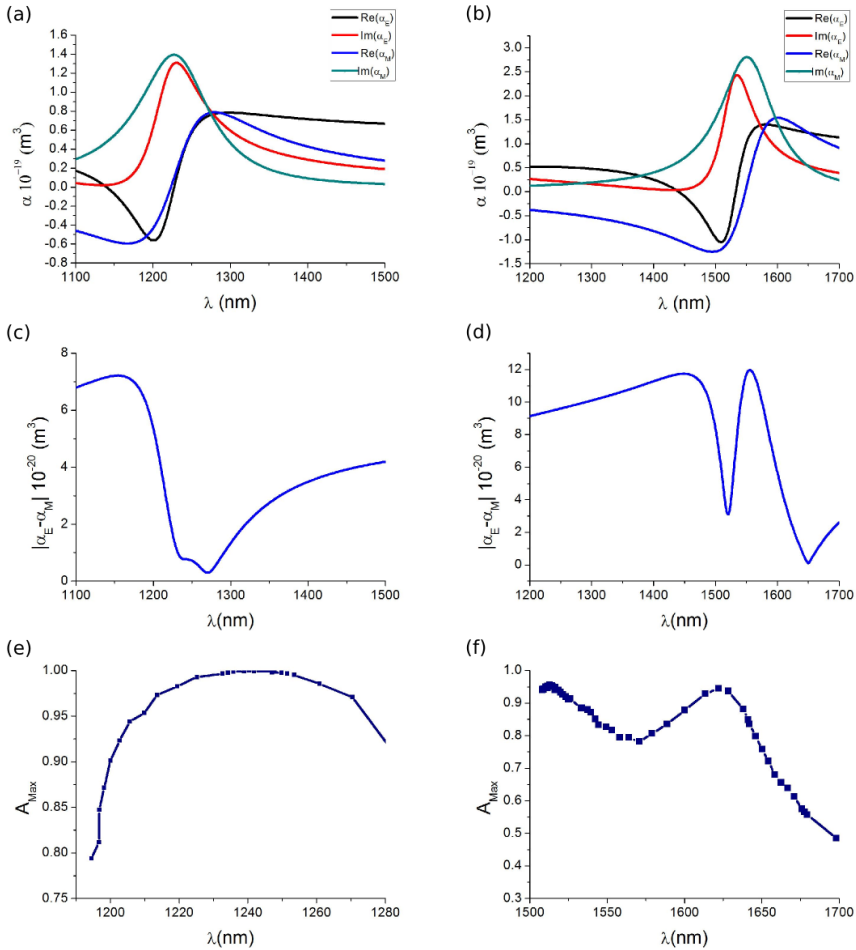


FIGURA 3. (a) y (b) muestran el comportamiento de las polarizabilidades para un núcleo esférico de plata recubierto de silicio (a) y germanio (b). Las líneas negra y azul representan las partes reales de las polarizabilidades eléctrica y magnética respectivamente, mientras las líneas roja y verde son la parte imaginaria de las polarizabilidades eléctrica y magnética respectivamente. (c) y (d) son las magnitudes de las diferencias de las polarizabilidades para el silicio (c) y el germanio (d). (e) y (f) son las absorciones máximas para diferentes parámetros de red en función de  $\lambda_i$  para el silicio (e) y germanio (f).

la longitud de onda de máxima absorción es necesario conocer el punto en el cual las polarizabilidades coinciden, por lo que se realiza la resta de éstas (Figuras 3 (c) y (d)). En el arreglo, cada partícula se comportará de forma independiente al parámetro de red; ahora,

si se desea encontrar el parámetro de red óptimo “ $a$ ” para la máxima absorción, se debe tener en cuenta que la resonancia es muy cercana a los mínimos en las Figuras 3 (c) y (d), donde las polarizabilidades tienen valores similares. Si consideramos que en la resonancia las polarizabilidades son iguales, como consecuencia, en la condición (15) es necesario que  $g_t$  sea imaginario lo cual ocurre cuando  $k_i a \approx 4,94$ . Esta relación implica que para el silicio el parámetro de red óptimo debe ser  $a = 967\text{nm}$  y para el germanio  $a = 1204\text{nm}$ . Este cálculo sirve como una aproximación al caso en que las polarizabilidades no sean iguales pero muy cercanas entre sí. Como se observa en la Figura 3 (d), la esfera recubierta por germanio tiene un comportamiento especial pues tiene dos mínimos en el dominio considerado, por lo que se esperarían dos parámetros de red diferentes en el que la absorción se maximiza. Las Figuras 3 (c) y (d) muestran los máximos de absorción para diferentes parámetros de red en función de la longitud de onda, obtenidos por medio de simulación en el programa *CST Microwave Studio*<sup>®</sup>. En el caso de la capa de germanio se verifica la hipótesis sobre los dos picos de absorción para los parámetros de red  $a = 1064\text{nm}$  y  $a = 1594\text{nm}$ . Al comparar los valores de la resta de las polarizabilidades, se observa que los valores de la capa de silicio son menores a los de la capa de germanio y como consecuencia el sistema con silicio tiene una mayor absorción.

En las Figuras 4 (a) (Silicio) y (b) (Germanio) se muestra el comportamiento de la absorción para distintos valores de los parámetros de red y longitud de onda simultáneamente. Se observa un cuerpo principal que decae en sus valores de absorción debido a que al variar el parámetro de red o longitudes de onda, el sistema no se acopla para cumplir con la condición de absorción. Debido a que el parámetro de red es comparable con  $\lambda_i$ , se tienen efectos de difracción que se muestran como los cúmulos alrededor del cuerpo principal. En las Figuras 4 (c) (Silicio) y (d) (Germanio) se varía el ángulo de incidencia con el parámetro de red óptimo. Es notable que para ambos sistemas la absorción es superior al 90% para ángulos hasta de 40°, aunque pasando por diferentes lóbulos que decaen hasta 0 para un ángulo de 90°.

Se obtuvieron sistemas con altas absorciones a pesar que los parámetros de red son comparables con la longitudes de onda de las ondas incidentes, lo cual lleva a considerar que la condición (15) puede ser extendida con cambios en la forma funcional. En el caso de  $k_i a \ll 1$ , el parámetro de acoplamiento tiende a  $g_t = 0,36$  [6]. Al reemplazarlo en la Ecuación (15) las polarizabilidades tienden a ser reales lo que equivale a que las perdidas son menos importantes pero necesarias.

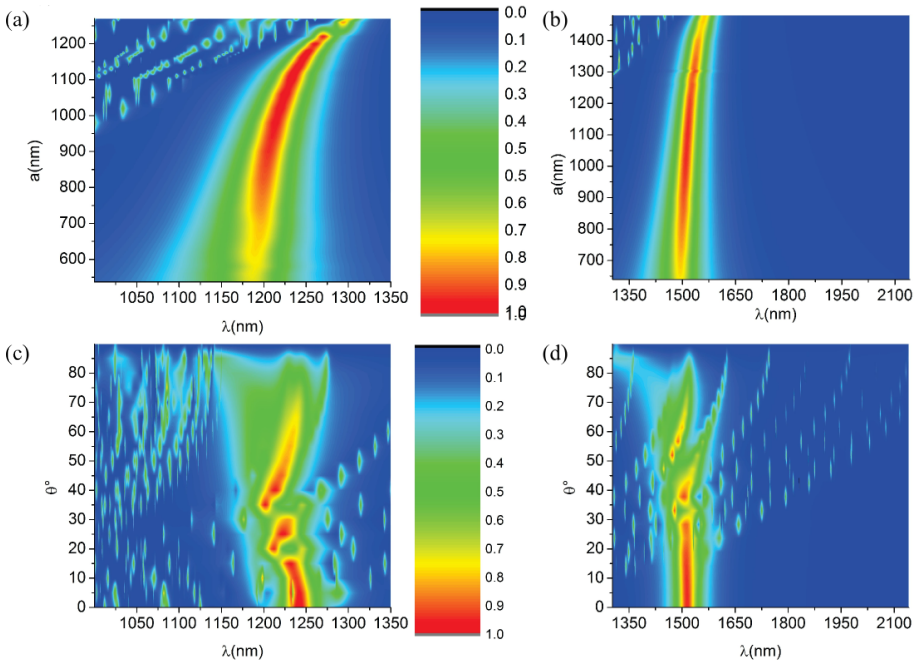


FIGURA 4. (a) y (b) son las absorciones en incidencia normal para diferentes longitudes de onda y parámetros de red correspondientes al silicio (a) y germanio (b). (c) y (d) son las absorciones para diferentes longitudes de onda y ángulos de incidencia con el parámetro de red óptimo para el silicio con  $a = 1140\text{nm}$  (c) y germanio con  $1064\text{nm}$  (d).

## Conclusiones

En este trabajo se lograron determinar las polarizabilidades necesarias para obtener absorción perfecta en un arreglo de partículas donde los dipolos son interactuantes, las pérdidas en los materiales son necesarias y se supuso que  $a \ll \lambda_i$ . Esto se utilizó para diseñar dos arreglos bidimensionales de esferas recubiertas que presentan absorciones hasta del 99 %, a pesar de que  $a \approx \lambda_i$  lo que lleva a considerar una extensión de la condición de absorción. Dado que las partículas son isotropas su respuesta es independiente del estado de polarización de la onda incidente.

## Referencias

- [1] N. I. Landy, S. Sajuyigbe, J. J. Mock, D. R. Smith, and W. J. Padilla, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 207402 (2008).
- [2] X. Liu, T. Starr, A. F. Starr, and W. J. Padilla, *Phys. Rev. Lett.* **104**, 207403 (2010).
- [3] J. Hao, J. Wang, X. Liu, W. J. Padilla, L. Zhou, and M. Qiu, *App. Phys. Lett.* **96**, 251104 (2010).
- [4] <http://www.lairdtech.com/WorkArea/linkit.aspx?LinkIdentifier=id&ItemID=2147483981>, *Microwave Absorbing Materials*, Laird Technologies (2006).
- [5] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics*, 3rd ed. (John Wiley & Sons, 1998) pp. 410–413.
- [6] R. E. Collin, *Field Theory of Guided Waves*, 2nd ed. (IEEE - Wiley Interscience, 1990) pp. 760–761.
- [7] C. F. Bohren and D. R. Huffman, *Absorption and Scattering of Light by Small Particles*, 1st ed. (Wiley Science Paperback Series, 1998) pp. 181–183.
- [8] R. Paniagua, F. López, R. Marqués, and J. A. Sánchez, *New J. Phys.* **13**, 123017 (2011).
- [9] Y. Yao, M. T. McDowell, I. Ryu, H. Wu, N. Liu, L. Hu, W. D. Nix, and Y. Cui, *Nano Lett.* **11**, 2949 (2011).
- [10] M. Ibisate, D. Golmayo, and C. López, *Adv. Mater.* **21**, 2899 (2009).