

# SEMINARIO INTERNACIONAL SOBRE EVENTOS EXTREMOS MÍNIMOS EN REGÍMENES DE CAUDALES: DIAGNÓSTICO, MODELAMIENTO Y ANÁLISIS

MEDELLÍN, COLOMBIA, 23 al 25 de JUNIO, 2004

## ESTIMACIÓN DEL FLUJO BASE Y DE SUS PROPIEDADES DE ESCALAMIENTO TEMPORAL EN CUENCAS COLOMBIANAS

*Lina Isabel Ceballos B. y Germán Poveda J.*

Posgrado en Recursos Hidráulicos. Escuela de Geociencias y Medio Ambiente. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. Carrera 80 No 65- 223, Bloque M2. Teléfono: 4255100. Fax: 4255103. Medellín. Correo electrónico: [liceball@unalmed.edu.co](mailto:liceball@unalmed.edu.co) ; [gpoveda@unalmed.edu.co](mailto:gpoveda@unalmed.edu.co)

**RESUMEN:** Se usa un filtro matemático de base física para la separación del flujo base a escala diaria, en cinco cuencas de Colombia: Carare, La Vieja, Nechí, Patía y Ranchería. El método está basado en un balance de masa en la ladera, que es extrapolado a la escala de la cuenca. El método requiere la estimación de cuatro parámetros, tres de los cuales se evalúan a partir de información diaria de precipitación y caudal sobre la cuenca. Los resultados de la aplicación del filtro permiten establecer que la información de la distribución espacial de la precipitación sobre la cuenca es de la mayor relevancia para garantizar un mejor desempeño del filtro que estima el flujo base. Además, se realiza el análisis espectral de las series estimadas de flujo base y se muestra que el espectro de potencias del flujo base exhibe una ley de decaimiento potencial, con dos exponentes de escalamiento diferentes, separados en una frecuencia entre  $0.020-0.025 \text{ días}^{-1}$ , equivalentes a 40-50 días, lo cual parece responder a diferentes procesos dinámicos en la respuesta hidrológica de la cuenca. La existencia de dos tramos diferentes en el espectro de potencias de los caudales base diarios, sugiere un escalamiento temporal múltiple del flujo base, que tiene implicaciones importantes en la estimación de la recarga subterránea.

**PALABRAS CLAVE:** flujo base, espectro de potencias, escalamiento temporal

## 1. INTRODUCCIÓN

La estimación de las contribuciones subterráneas y superficiales al caudal de un río es fundamental para proyectos que involucren el desarrollo y manejo del recurso hídrico en una cuenca. En particular, la recarga subterránea juega un papel importante en tal dinámica, pues durante las épocas de sequías, en las que se pueden presentar problemas de suministro de agua para consumo humano, actividades agrícolas, navegación y aspectos ambientales, ésta se encarga de mantener el caudal del río como flujo base. En algunos casos, cuando la sequía y por ende la secesión de los caudales es severa, el caudal mínimo se iguala al flujo base; por ello, el flujo base puede ser visto como un límite inferior para el caudal de una corriente. Así mismo para poder correlacionar la precipitación con los hidrogramas que genera, es necesario separar el flujo base, (Aparicio, 2001). Adicionalmente, el flujo base puede ser utilizado para calcular componentes del balance hídrico como la recarga y evapotranspiración y parámetros hidráulicos del acuífero como la capacidad de almacenamiento y la transmisividad (Spongberg, 2000).

A pesar de la importancia que tiene el flujo base como una componente fundamental del caudal mínimo, del caudal medio, y para la estimación de los caudales máximos de inundación, no es posible medirlo de manera continua en una cuenca, así como tampoco existe la posibilidad de tener mediciones continuas (en espacio y tiempo) de los procesos que lo determinan, como el flujo superficial, la evapotranspiración, el interflujo, la recarga subterránea, y los parámetros hidráulicos del suelo (Furey y Gupta, 2001). Por esto se han desarrollado diversos métodos que incluyen procedimientos gráficos, analíticos y filtros matemáticos para efectos de separar el flujo base de manera continua a partir de registros de caudal. Sin embargo la aplicabilidad de algunos métodos se restringe a ciertas condiciones del flujo en el cauce (aumento o disminución de caudales), o a condiciones climáticas en la cuenca (verano o invierno). Furey y Gupta (2001) han desarrollado un filtro matemático basado en un balance de masa para el flujo base sobre la ladera, construido sobre una teoría físico-estadística, desarrollada para los caudales mínimos (Furey y Gupta, 2000). El filtro es un modelo sencillo que supone, entre otros aspectos, que el flujo superficial, la evapotranspiración y la recarga subterránea en una ladera son proporcionales a la precipitación media durante un intervalo de tiempo corto, y extiende los resultados obtenidos en la ladera a la escala de la cuenca, suponiendo que la cuenca es una colección de laderas agrupadas a lo largo del canal. El filtro propuesto tiene una base física que lo hace aplicable a cualquier condición de caudal (recesión o aumento de los niveles); y no supone como muchos métodos, que el flujo base y la escorrentía superficial corresponden a componentes de baja y alta frecuencia de respuesta de la cuenca, respectivamente. Esto garantiza la posibilidad de existencia de variaciones de baja frecuencia en la escorrentía superficial debidas a aquellas de la lluvia. Como tres de los cuatro parámetros que requiere el filtro se estiman a partir de registros de precipitación y caudal, no es necesario recurrir a calibraciones de ningún tipo. Esta no calibración de los parámetros hace referencia a que el filtro usado está basado en la física hidrológica durante el ascenso y la recesión de caudales y no se basa en calibraciones como los demás métodos de separación del flujo base (Furey y Gupta, 2001), los cuales son calibrados para estimar el flujo base a partir de datos de caudal, lo cual implica que las constantes en un filtro son ajustadas hasta que la serie de tiempo estimada por el modelo se asemeja al flujo base, obtenido por métodos ad-hoc como el tradicional método gráfico y otros sin base física. Para este caso  $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_3$  se consideran constantes físicas para la cuenca y por tanto no se obtienen de un proceso ad-hoc de calibración.

En este trabajo se presentan los resultados de la separación del flujo base mediante el filtro propuesto por Furey y Gupta (2001), para siete cuencas del país. En la sección 2 se presenta de manera resumida el desarrollo físico-matemático del filtro. La sección 3 contiene una breve descripción de la información utilizada: localización de las estaciones, período de evaluación, etc. En la sección 4 se presentan y analizan los resultados obtenidos, así como los resultados del cálculo de los espectros de potencia de las series de flujo base estimadas. En la sección 5 se plantean las conclusiones.

## 2. DESCRIPCION DEL FILTRO MATEMATICO-FISICO

Furey y Gupta (2000) desarrollaron una metodología para la estimación de caudales mínimos en una cuenca, basada en la ecuación de balance de masa para el flujo base en una ladera dada por,

$$Q(t_0, \eta) = \frac{3kbA}{a^2} \left\{ \left[ \Delta h(t_0) - \frac{\mu}{\beta S_y A} \right] \exp(-\beta \eta) + \frac{\mu}{\beta S_y A} \right\}$$

$$= [Q(t_0, 0) - \mu] \exp(-\beta \eta) + \mu \quad (1)$$

donde  $Q(t_0, \eta)$  representa el flujo base por la ladera en el tiempo  $t_0 + \eta$ ,  $t_0$  es un valor inicial para el tiempo y  $\eta$  es un intervalo de tiempo;  $Q(t_0, 0) = \frac{3kbA}{a^2} \Delta h(t_0)$  es un valor inicial del flujo base,  $k$  es la conductividad hidráulica saturada,  $b$  es la profundidad media del acuífero,  $A$  es el área de la ladera,  $a$  el ancho de la ladera,  $\Delta h(t_0)$  es la cabeza hidráulica en el tiempo  $t_0$ ;  $\beta = 3kb/S_y a^2$ , donde  $S_y$  es la capacidad específica de campo, y  $\mu$  es la recarga subterránea que se asume constante en un intervalo pequeño de tiempo  $[t_0, t_0 + \eta)$ . Como la gran mayoría de los registros de caudal se encuentran promediados sobre un intervalo de tiempo  $s$ , es necesario promediar la ecuación (1) sobre  $[t_0, t_0 + s)$  para obtener una expresión del flujo medio desde la ladera en el tiempo  $s$ ,

$$\bar{Q}(t_0, s) = \frac{1}{s} \int_0^s Q(t_0, \eta) d\eta$$

$$= [Q(t_0, 0) - \mu] \left[ \frac{1 - \exp(-\beta s)}{\beta s} \right] + \mu \quad (2)$$

En la ecuación (2), el término exponencial puede ser representado como una serie infinita,  $\exp[-\beta s] = 1 - \beta s + \frac{(\beta s)^2}{2} - \dots$ , por lo que reemplazando en la misma ecuación se obtiene,

$$\bar{Q}(t_0, s) = [Q(t_0, 0) - \mu] \left[ \frac{1 - \left( 1 - \beta s + \frac{(\beta s)^2}{2} - \dots \right)}{\beta s} \right] + \mu$$

Para desarrollar una ecuación verificable para el flujo base se supone  $\beta s < 1$  y por lo tanto la expansión en series de  $\exp[-\beta s] \approx 1 - \beta s$ . Es de anotar que para un valor dado de  $\beta$  hay entonces un valor máximo de  $s$  para el cual se cumple esta suposición y que no es apropiado suponer que la recarga es constante si  $s$  es muy grande. Esta suposición por lo tanto le coloca un límite superior a  $s$ . En Furey y Gupta (2000) se da soporte observacional de la validez de estas ecuaciones para  $s = 1$  día en cuencas con áreas entre 16 y 7500 km<sup>2</sup>. Por lo tanto se supone que  $\beta \eta \leq \beta s < 1$ , entonces  $\exp(-\beta \eta) \approx (1 - \beta \eta)$  y reemplazando esta relación en (1) y (2) se obtiene,

$$Q(t_0 - \eta, \eta) = (1 - \beta \eta)Q(t_0 - \eta, 0) + \beta \eta \mu \quad (3)$$

$$\bar{Q}(t_0 - s, s) = Q(t_0 - s, 0) \quad (4)$$

$$\bar{Q}(t_0, s) = Q(t_0, 0) = Q(t_0 - s, s) \quad (5)$$

En la ecuación (5),  $Q(t_0, 0)$  y  $Q(t_0 - s, s)$  son expresiones equivalentes para el flujo base en el tiempo  $t_0$ .

Fijando  $\eta = s$  en (5) y reemplazando (3) y (4) en el resultado se obtiene,

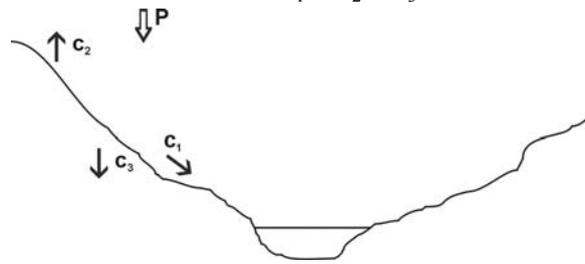
$$\bar{Q}(t_0, s) = (1 - \beta s)\bar{Q}(t_0 - s, s) + \beta s \mu \quad (6)$$

Si el tiempo está dividido en intervalos de longitud  $s$  y el tiempo inicial es 0, los intervalos de tiempo  $s$  consecutivos pueden ser representados por  $j s$ ,  $j = 1, 2, 3, \dots$ . Tomando  $t_0 = (j - 1)s$ , el intervalo  $[t_0, t_0 + s) = [(j - 1)s, j s)$  es el  $j$ -ésimo intervalo de tiempo. Y reescribiendo la ecuación (6) en términos de  $j$  se tiene,

$$\bar{Q}_j = (1 - \beta s)\bar{Q}_{j-1} + \beta s \mu_{j-1} \quad (7)$$

### 1.1. Filtro para la ladera

Para construir un filtro a partir de la ecuación (7), se supone que la tasa de precipitación media  $\bar{P}_j$  sobre la ladera durante el  $j$ -ésimo intervalo se puede separar en tres componentes (ver Figura 1), así:  $c_1 \bar{P}_j$  representa el flujo superficial,  $c_2 \bar{P}_j$  corresponde a la evapotranspiración y  $c_3 \bar{P}_j$  representa la recarga subterránea. Los coeficientes  $c_1, c_2$ , y  $c_3$  son los coeficientes de flujo superficial, evapotranspiración y recarga subterránea respectivamente. Por conservación de masa  $c_1 + c_2 + c_3 = 1$ .



**Figura 1.** Distribución de la tasa de precipitación media sobre una ladera

El flujo superficial y la recarga subterránea deben estar relacionadas temporalmente con  $\bar{P}_j$ , la evapotranspiración no, porque no contribuye de manera directa al caudal. Por lo tanto se definen  $\bar{O}_j$  y  $\mu_j$  como el flujo superficial y la recarga subterránea media respectivamente, que ocurren en el tiempo  $j$ , sobre el  $j$ -ésimo intervalo tal que,

$$\begin{aligned}\bar{O}_j &= c_1 \bar{P}_j \\ \mu_{j+d} &= c_3 \bar{P}_j\end{aligned}\quad (8)$$

donde  $d = 0, 1, 2, \dots$  es un tiempo de rezago. Estas expresiones indican que la precipitación,  $\bar{P}_j$ , produce un flujo superficial en el tiempo  $j$  y una recarga subterránea en el tiempo  $j + d$ , esto es, la recarga tiene una respuesta rezagada a la precipitación si  $d \geq 1$ . Esta diferencia se hace porque el tiempo que le toma al agua superficial para percolar a través de la zona vadosa hasta el nivel freático en una ladera tiende a ser mucho más grande que el tiempo que le toma al agua superficial para moverse por la ladera hacia la corriente.

La ecuación (8) muestra que  $\mu_j = \left(\frac{c_3}{c_1}\right) \bar{O}_{j-d}$ , y reemplazando esta expresión en (7) se obtiene,

$$\bar{Q}_j = (1 - \beta s) \bar{Q}_{j-1} + \beta s \left(\frac{c_3}{c_1}\right) \bar{O}_{j-d-1} \quad (9)$$

Definiendo el flujo medio sobre la ladera en el período  $[(j-1)s, js)$ ,  $\bar{Y}_j$ , como la suma del flujo base medio y el flujo superficial,  $\bar{Y}_j = \bar{Q}_j + \bar{O}_j$  y reemplazando en (9) se tiene,

$$\bar{Q}_j = (1 - \beta s) \bar{Q}_{j-1} + \beta s \left(\frac{c_3}{c_1}\right) (\bar{Y}_{j-d-1} - \bar{Q}_{j-d-1}) \quad (10)$$

Esta expresión permite estimar el flujo base en una ladera iterativamente a partir de: (i) registros de caudal, (ii) el tiempo de rezago de la recarga,  $d$ , (iii) las condiciones iniciales del flujo base,  $\bar{Q}_{j-1}$ , y (iv) valores de  $\beta s$ ,  $c_1$  y  $c_3$ . Los valores de  $\beta s$ ,  $c_1$  y  $c_3$ , necesarios para la implementación del filtro se pueden obtener a partir de registros de caudales y precipitación. Así, sustituyendo  $\bar{Q}_j = \bar{O}_j - \bar{Y}_j$  en (7) y expresando el resultado en términos de la lluvia (ecuación 8) se obtiene,

$$\bar{Y}_j = (1 - \beta s) \bar{Y}_{j-1} + c_1 \bar{P}_j - (1 - \beta s) c_1 \bar{P}_{j-1} + \beta s c_3 \bar{P}_{j-d-1} \quad (11)$$

A partir de esta expresión,  $\beta s$  se estima como,

$$\beta s = 1 - \frac{\bar{Y}_j}{\bar{Y}_{j-1}}, \quad \text{si } \bar{P}_j = \bar{P}_{j-d} = \bar{P}_{j-d-1} = 0 \quad (12)$$

Los valores de  $c_1$  y  $c_2$  se determinan a partir de los registros históricos y se utilizan para estimar  $c_3$ . Una vez se conoce  $\beta s$  y los registros de precipitación muestran que  $\bar{P}_j > 0$  y  $\bar{P}_{j-1} = \bar{P}_{j-d-1} = 0$ , se puede estimar  $c_1$  y  $c_2$  de acuerdo con,

$$c_1 = \frac{\bar{Y}_j - (1 - \beta s) \bar{Y}_{j-1}}{\bar{P}_j} \quad (13)$$

$$c_2 = 1 - \frac{\sum_{j=j_0}^{j_0+T} \bar{Y}_j}{\sum_{j=j_0}^{j_0+T} \bar{P}_j} \quad (14)$$

donde  $\sum_{j=j_0}^{j_0+T} \bar{P}_j$  y  $\sum_{j=j_0}^{j_0+T} \bar{Y}_j$  representan el total de precipitación y escorrentía, respectivamente, que ocurren entre  $j_0$  y  $j_0 + T$ . Esta ecuación señala que la precipitación total es la suma de la escorrentía total y la evaporación total, lo cual tiene sentido en el largo plazo, pues el cambio neto en el almacenamiento en una ladera es cercano a cero.

## 1.2. Filtro para la cuenca

Para derivar el filtro a la escala de la cuenca, partiendo de las expresiones obtenidas para la ladera es necesario realizar algunas simplificaciones. Primero, se asume que la cuenca está formada por  $n$  laderas y que el agua canalizada es encauzada instantáneamente desde cada ladera a la salida de la cuenca. Por lo tanto el flujo base,  $\bar{Q}_{B,j}$ , y el caudal medio,  $\bar{Y}_{B,j}$ , en un tiempo  $s$  en la cuenca se definen por ,

$$\bar{Q}_{B,j} = \sum_{i=1}^n \bar{Q}_{i,j} \quad (15)$$

$$\bar{Y}_{B,j} = \sum_{i=1}^n \bar{Y}_{i,j} \quad (16)$$

donde  $i$  es un subíndice que denota la  $i$ -ésima ladera en una cuenca y  $\bar{Q}_{i,j}$  y  $\bar{Y}_{i,j}$ , son el flujo base y el caudal en la ladera  $i$ , en el tiempo  $j$ .

La segunda simplificación es por conveniencia matemática y supone que  $\beta_i = \beta$  en todas las laderas. Por último se supone además que  $c_{1,i} = c_1$ ,  $c_{2,i} = c_2$  y  $c_{3,i} = c_3$  en todas las laderas, esto implica que  $c_3/c_1$  es constante en el espacio, lo que significa que  $(\mu_{j+d})/\bar{O}_j$  también lo es. Esta es una de las simplificaciones más fuertes del filtro y por ende una de las mayores fuentes de error tal y como se mostrará más adelante. Reemplazando (14) en (15),

$$\bar{Q}_{B,j} = (1-\gamma)\bar{Q}_{B,j-1} + \gamma\left(\frac{c_3}{c_1}\right)(\bar{Y}_{B,j-d-1} - \bar{Q}_{B,j-d-1}) \quad (17)$$

donde  $\gamma = \beta s$ . La ecuación (16) resume el filtro propuesto por Furey y Gupta (2001) para separar el flujo base. Si  $s=1$  día, entonces  $1-\gamma$  es la constante de recesión de la cuenca. Los valores de  $\gamma$ ,  $c_1$  y  $c_3$  para la cuenca se estiman de manera similar que en la ladera, es decir, sustituyendo (11) en la ecuación (16), el caudal de una cuenca estaría dado por,

$$\bar{Y}_j = (1-\gamma)\bar{Y}_{B,j-1} + \sum_{i=1}^n [c_1 \bar{P}_{i,j} - (1-\gamma)c_1 \bar{P}_{i,j-1} + \gamma c_3 \bar{P}_{i,j-d-1}] \quad (18)$$

Así, las expresiones para  $\gamma$ ,  $c_1$  y  $c_3$  serían

$$\gamma = 1 - \frac{\bar{Y}_{B,j}}{\bar{Y}_{B,j-1}}, \quad \bar{P}_{B,j} = \bar{P}_{B,j-1} = \bar{P}_{B,j-d-1} = 0 \quad (19)$$

$$c_1 = \frac{\bar{Y}_{B,j} - (1-\gamma)\bar{Y}_{B,j-1}}{\bar{P}_{B,j}}, \quad \bar{P}_{B,j} > 0, \bar{P}_{B,j-1} = \bar{P}_{B,j-d-1} = 0 \quad (20)$$

$$c_2 = 1 - \frac{\sum_{j=j_0}^{j_0+T} \bar{Y}_{B,j}}{\sum_{j=j_0}^{j_0+T} \bar{P}_{B,j}} \quad (21)$$

$$c_2 = 1 - \frac{\sum_{j=j_0}^{j_0+T} \bar{Y}_{B,j}}{\sum_{j=j_0}^{j_0+T} \bar{P}_{B,j}} \quad (21)$$

### 3. INFORMACIÓN UTILIZADA

Para la aplicación del filtro se seleccionaron cinco cuencas en diversas regiones del país (ver Figura 1), las cuales disponen de información de caudal diario y al menos dos estaciones de precipitación con la misma resolución. Sin embargo, debido a la necesidad de trabajar en regiones en las que se tuviera información con resolución diaria no fue posible elegir cuencas con áreas pequeñas, del orden de cientos de  $km^2$ , por lo cual no aplica la suposición hecha por Furey y Gupta que señala que el tiempo de viaje del agua desde la ladera hasta la estación de medición de caudal debe ser pequeño, en comparación con el tiempo de viaje del flujo base a través de la ladera, lo cual puede afectar los resultados finales.



**Figura 2.** Localización de las cuencas seleccionadas para la aplicación del filtro.

En la Tabla 1 se muestran las principales características de las cuencas de los ríos y las estaciones seleccionadas. Para la selección del periodo de registro se procuró tomar el

periodo con mayor longitud sin datos faltantes, razón por la cual fue necesario eliminar algunas estaciones de precipitación de algunas cuencas.

**Tabla 1.** Características de las cuencas seleccionadas

Cuenca	Est. de Caudal	Est. Precipitación	Periodo de Registro	Área [km <sup>2</sup> ]
La Vieja	2612704 Cartago	2612506 2613504 2610083	01/10/1982- 31/10/1985	2841.33
Nechí	2703701 La Esperanza	2308026 2317502 2701038 2702014	08/01/1970- 31/12/1976	13059.4
Patía	5201701 Pte. Guasca	5203003 5203006 5204502	03/01/1988- 10/02/1991	9605.26
Ranchería	1506705 Cuestecita	1506005 1506008	01/06/1982- 26/08/1988	2230.63

### 3.1 Estimación del campo de precipitación

Para la aplicación del filtro en cada una de las cuencas seleccionadas, es necesario obtener o estimar el campo de precipitación media diaria sobre la cuenca, con el fin de estimar los parámetros  $c_1$  y  $c_3$ , según las ecuaciones (20) y (21). Para estimar ese campo, y considerando el limitado número de estaciones de precipitación sobre cada una de las cuencas analizadas, se optó por utilizar el método de los polígonos de Thiessen. La obtención del campo de precipitación para toda la cuenca es fundamental en el desempeño del filtro, pues sus parámetros se obtienen a partir de dicho campo. Aunque el método de Thiessen presenta muchas limitaciones, se usara en esta aplicación, por falta de mejor información para aplicar otros métodos. Adicionalmente es importante tener en cuenta que se trata de valores diarios y no de promedios mensuales o multianuales, por lo cual se tienen más inconvenientes debido a la alta variabilidad de la precipitación en las regiones de estudio.

## 4. METODOLOGÍA Y RESULTADOS

### 4.1. Estimación de la Constante de Recesión

El uso de información diaria impone fijar una resolución temporal,  $s=1$  día. Es posible decir que  $(1-\gamma)$  es la constante de recesión y por tanto se puede utilizar la ecuación (19) para su estimación. Para ello, primero se identificaron todos los periodos de dos días consecutivos en la serie de caudales, para los cuales la lluvia era igual a cero y se calculó la relación  $Y_{B,j}/Y_{B,j-1}$  para cada periodo. Se supone entonces que durante estos períodos el caudal está formado sólo por flujo base pues no hay lluvia y por lo tanto no hay escorrentía superficial. De acuerdo con (18), los periodos de dos días en los cuales  $Y_{B,j-1} \leq Y_{B,j}$ , deben estar afectados por recargas subterráneas o lluvia no detectada por las estaciones de medición, y por tanto fueron removidos de las series de caudal. Luego se calcula el número de días desde la última lluvia,  $m$ , para cada uno de los periodos restantes, contados a partir del

segundo día de cada periodo y se construyen los gráficos de  $Y_{B,j}/Y_{B,j-1}$  versus  $m$  (Figura 3). Para valores pequeños de  $m$  se observa un rango amplio de variación de la relación  $Y_{B,j}/Y_{B,j-1}$ , pero a medida que  $m$  aumenta, el número de puntos disminuye y la relación tiende a un valor constante. Esto se da porque disminuye la frecuencia de eventos prolongados de sequía, a medida que  $m$  aumenta.

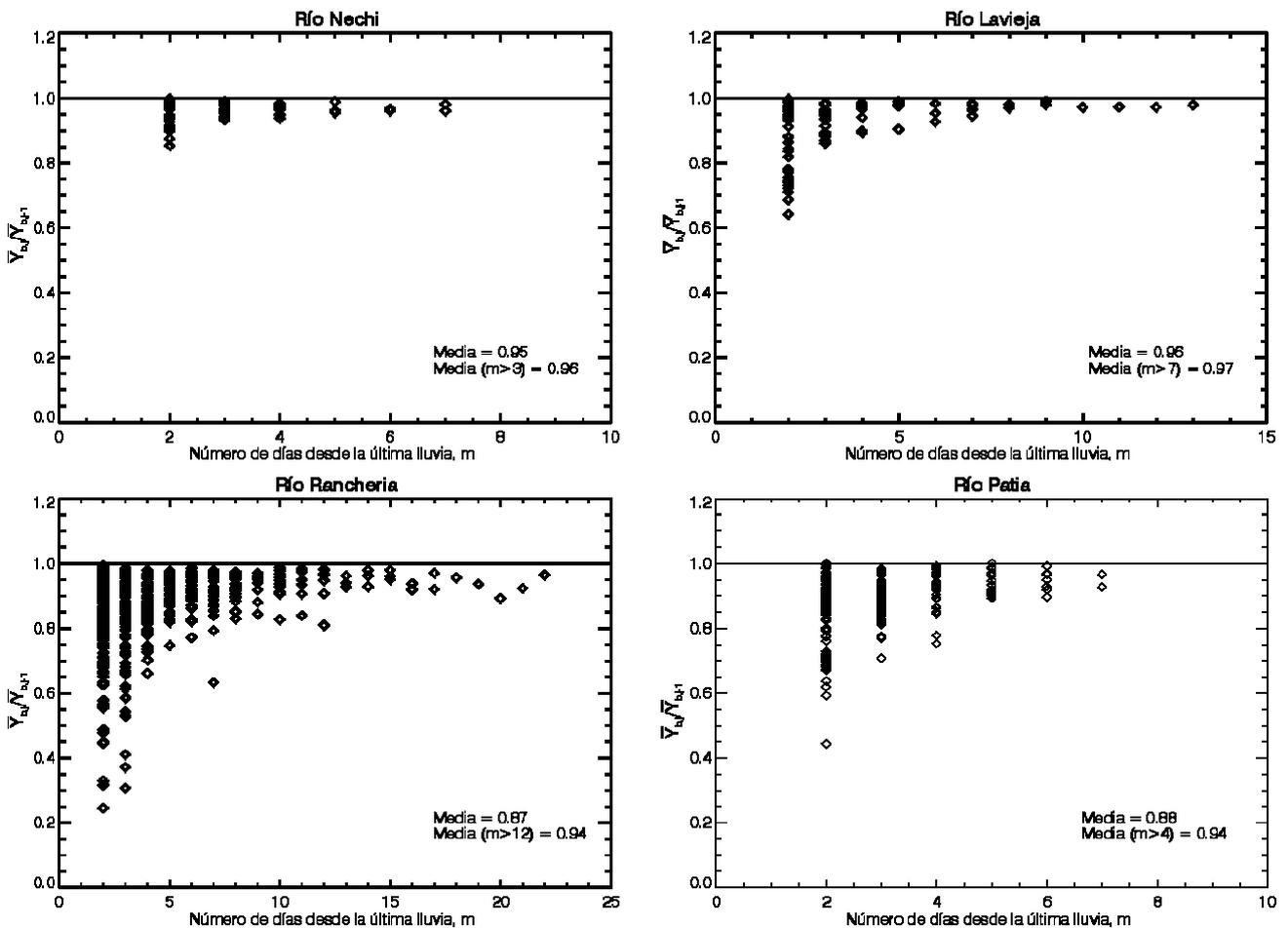


Figura 3. Valores de  $Y_{B,j}/Y_{B,j-1}$  versus  $m$  para las cuencas estudiadas.

De acuerdo con Furey y Gupta (2001), a medida que  $m$  crece, un mayor número de valores de la relación  $Y_{B,j}/Y_{B,j-1}$  se mantiene en el rango de valores empíricos de la constante de recesión reportados por esos autores. Esto implica que si  $m$  aumenta, los valores de  $Y_{B,j}/Y_{B,j-1}$  tienden más a  $(1-\gamma)$ . Teniendo esto presente, es posible decir entonces que la constante de recesión puede ser estimada como un promedio de los valores de  $Y_{B,j}/Y_{B,j-1}$  para los cuales  $m$  es grande. La pregunta inmediata es entonces, ¿Qué tan grande debe ser  $m$ ? Para responder esta pregunta es necesario recurrir nuevamente a la Figura 3, en la que se observa claramente que existe un valor de  $m$ , para la mayoría de las cuencas, a partir del cual la relación  $Y_{B,j}/Y_{B,j-1}$  se puede considerar constante, y por lo tanto es posible estimar la constante de recesión en forma confiable. Esta tendencia es bastante clara en todas las

cuencas analizadas, sin embargo para la cuenca del Nechí (la de mayor área) la muestra de puntos no es muy grande y por lo tanto no se tienen suficientes valores para estimar la constante de recesión de manera confiable. Este comportamiento radica principalmente en el tamaño de dichas cuencas y en la pobre estimación de la precipitación sobre las mismas, que es una de los parámetros clave en el desarrollo del filtro. En la Tabla 2 se presentan, de manera resumida, los valores de  $(1-\gamma)$  para cada cuenca, estimados mediante la relación  $Y_{B,j}/Y_{B,j-1}$ , para los valores de  $m$  indicados.

**Tabla 2.** Valores estimados de  $(1-\gamma)$

Cuenca	$m$	$(1-\gamma)$
La Vieja	8	0.97
Nechí	5	0.98
Patía	5	0.94
Ranchería	13	0.94

#### 4.2. Estimación de $c_1$ , $c_2$ y $c_3$

De acuerdo con la ecuación (18), el parámetro  $c_1$  se obtiene a partir de registros de precipitación y caudal y del valor de  $(1-\gamma)$  estimado previamente. Primero se identifican todos los periodos de dos días en los cuales no ocurre lluvia en el primer día pero si ocurre en el segundo y se calcula la relación  $[\bar{Y}_{B,j} - (1-\gamma)\bar{Y}_{B,j-1}]/\bar{P}_{B,j}$ . Luego se calcula el número de días desde la última lluvia,  $m$ , para cada periodo de dos días, contados a partir del segundo día y finalmente todos los valores de  $[\bar{Y}_{B,j} - (1-\gamma)\bar{Y}_{B,j-1}]/\bar{P}_{B,j}$  (correspondientes a  $m$  grande) se promedian para obtener un estimativo de  $c_1$ . La racionalidad de este procedimiento es similar a la ofrecida en la estimación de la constante de recesión, es decir, se supone que para valores grandes de  $m$  no habrá recarga y por lo tanto las estimaciones se harán en periodos de recesión "pura". Nuevamente surge la pregunta sobre que tan grande debe ser  $m$ , y la respuesta está relacionada con las características hidroclimáticas de la región estudiada, particularmente con la precipitación. Furey y Gupta (2001) plantean que para su región de estudio, si se utiliza  $m \geq 10$ , los estimativos de  $c_1$  serán confiables; sin embargo para las cuencas analizadas los resultados varían considerablemente de una región a otra, tal como se muestra en la Figura 4.

En dicha figura se observa que para algunas cuencas se tiene un comportamiento similar al de la Figura 3, sin embargo existe una mayor variabilidad en el eje de las ordenadas, no sólo porque hay valores negativos y positivos, sino porque lo que se grafica es una relación de caudales y lluvia, y cuando la precipitación es muy pequeña la relación es grande. En este punto se hace más evidente la necesidad de tener un buen estimativo de la precipitación sobre todo si la cuenca es muy grande. La estimación de  $c_1$  se realizó de manera similar a la de la constante de recesión, pero no consideraron los puntos que no mostraron convergencia a un valor estable.

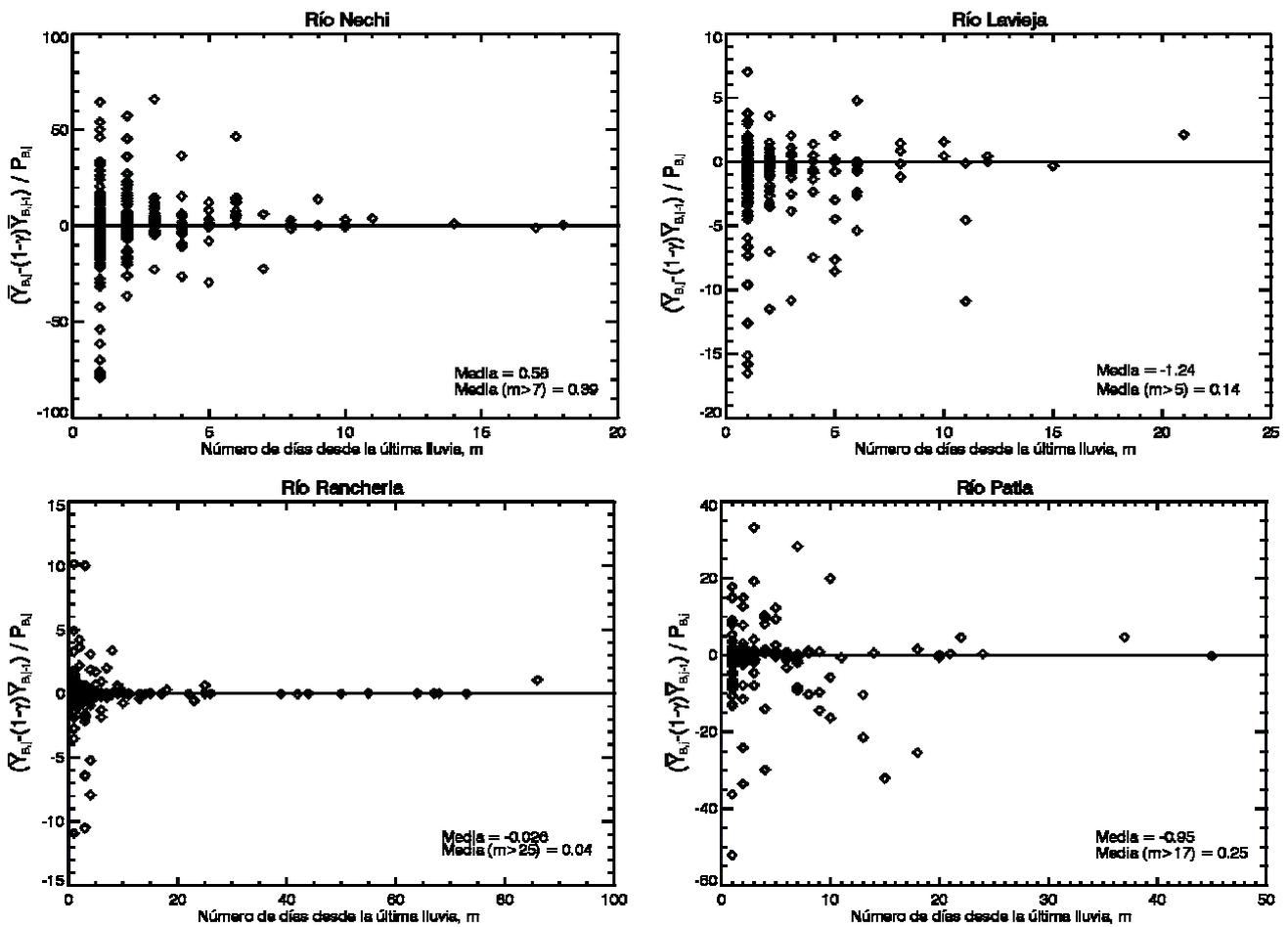


Figura 4. Valores de  $[\bar{Y}_{B,j} - (1-\gamma)\bar{Y}_{B,j-1}] / \bar{P}_{B,j}$  versus  $m$  para las cuencas estudiadas.

De acuerdo con la ecuación (19), el valor de  $c_2$  puede ser estimado utilizando valores totales de precipitación y caudal. Los resultados se muestran en la Tabla 3.

Tabla 3. Valores estimados de  $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_3$ .

Cuenca	$m$	$c_1$	$c_2$	$c_3$	$c_3/c_1$
La Vieja	9	0.14	0.52	0.34	2.36
Nechí	7	0.40	0.27	0.33	0.82
Patía	18	0.25	0.51	0.24	0.94
Ranchería	26	0.04	0.85	0.11	2.74

Como  $c_2$  representa el porcentaje de lluvia que se evapora, es natural pensar que en aquellas regiones en las que la evapotranspiración sea mayor, el valor de  $c_2$  también debe serlo. Para verificar la validez de esta afirmación se hicieron comparaciones con mapas de evaporación real para todo Colombia obtenidos en el proyecto Balances Hidrológicos Colombia (Vélez, Poveda y Mesa, 2000). Como era de esperarse, el valor de  $c_2$  para la cuenca del río Ranchería es el más grande ( $c_2=0.83$ ), pues corresponde a la región con las mayores tasas de evaporación, mientras que para la cuenca del río Nechí se tienen los

valores más bajos ( $c_2=0.27$ ). Para las demás regiones se tienen valores intermedios de acuerdo con las respectivas tasas de evaporación. En este punto es importante anotar que la evapotranspiración es un fenómeno físico que depende no sólo de la cantidad de agua por evaporar sino de la disponibilidad energética y el gradiente  $e - e_s$ .

Por último, una vez se han determinado  $c_1$  y  $c_2$ , el parámetro  $c_3$ , que corresponde a la recarga subterránea, se estima como  $1 - c_2 - c_1$ . El parámetro  $c_3$  es importante porque permite cuantificar la fracción de precipitación que se convierte en recarga y no escorrentía superficial, mediante la relación  $c_3/c_1$ . Por ejemplo para el río La Vieja la relación es igual a 2.36 (Tabla 3), esto señala que la fracción de lluvia que se convierte en recarga es 2.36 veces mayor que la que se vuelve escorrentía superficial. La relevancia de esta relación se presenta más adelante en relación con los resultados del filtro.

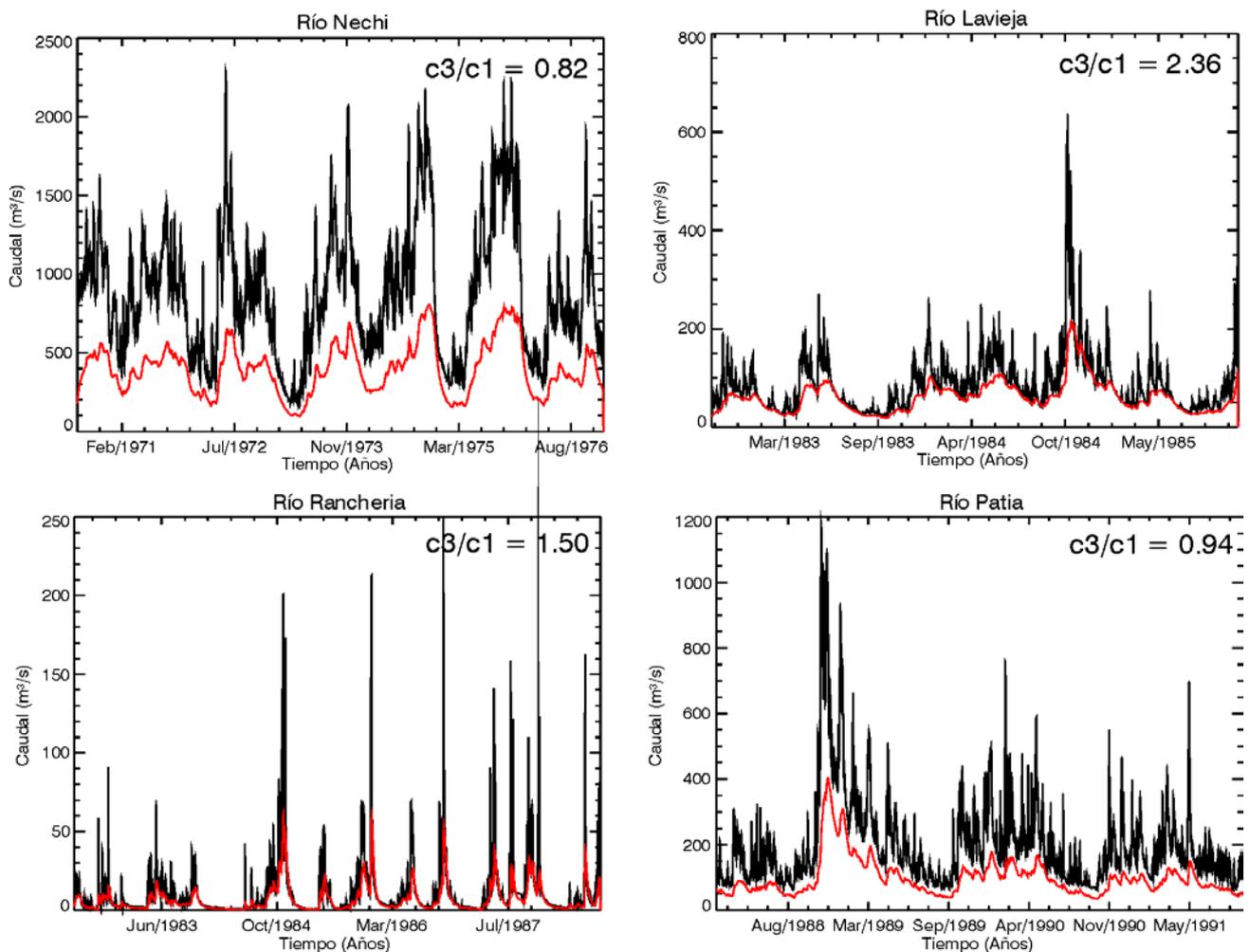
### 4.3. Aplicación del Filtro

Para la separación del flujo base se utilizó la ecuación (17), con los parámetros mostrados en la Tabla 3. Como dicha expresión es una ecuación recursiva es necesario fijar un caudal base inicial, para ello se tomó como valor inicial el caudal mínimo registrado durante el período de evaluación. Adicionalmente, se utilizaron dos criterios para evaluar el desempeño del filtro. El primero llamado  $\pi_1$ , es el porcentaje del caudal base estimado que sobrepasa el caudal medio. Teóricamente el flujo base no debe ser mayor que el caudal, esto es,  $\pi_1 = 0$ . El segundo criterio,  $\pi_2$ , el porcentaje promedio en el cual el flujo base estimado se desvía del caudal mínimo anual. De acuerdo con estas definiciones, valores grandes de  $\pi_1$  y  $\pi_2$  indican que el filtro no representa el flujo base de manera adecuada.

Los resultados obtenidos utilizando los valores de la Tabla 3 y  $d = 0$ , se muestran en la Figura 5.

Los resultados muestran que en la mayoría de las cuencas el flujo base es equivalente al caudal medio diario, indicando que el flujo base es el resultado de altas y bajas frecuencias, con predominancia de estas últimas. Sin embargo en algunos casos y sobre ciertos períodos de tiempo se obtuvieron valores del flujo base superiores al caudal medio diario, principalmente para el río Ranchería, que tiene caudales diarios históricos nulos.

La Tabla 4 muestra los valores obtenidos para  $\pi_1$  y  $\pi_2$ , y con  $d = 0,2,4$  días. En este punto vale la pena recordar que  $d$  representa un rezago en el tiempo que se aplica a la precipitación y al caudal de acuerdo con las ecuaciones 19 y 20. Los menores valores de  $\pi_1$  se presentan en todos los casos para  $d = 0$ . Sin embargo son de resaltar los valores altos en el Ranchería y los valores iguales a cero para el Nechí.



**Figura 5.** Caudal diario (línea negra) y flujo base estimado a partir del filtro (línea roja) para las cuencas estudiadas con  $d = 0$ .

**Tabla 4.** Valores de los evaluadores del filtro,  $\pi_1$  y  $\pi_2$   $d=0,2,4$  días. Los valores señalados con \*, corresponden a estimaciones negativas del flujo base para algunos periodos de tiempo.

Cuenca	$\pi_1$			$\pi_2$		
	d=0, %	d=2, %	d=4, %	d=0, %	d=2, %	d=4, %
La Vieja	6.75	11.46	15.10	145.91	146.10	146.34
Nechí	0.0	0.0	0.0	56.69	57.01	57.37
Patía	0.0	0.08	0.15	70.93	71.26	71.62
Ranchería	22.26	25.75	25.94*	-	-	-

De los resultados mostrados en la Tabla 4 resaltan los altos valores de  $\pi_1$  obtenidos para el río Ranchería; sin embargo, si recordamos que dicho evaluador representa los valores en los cuales  $\bar{Y}_{B,j} < \bar{Q}_{B,j}$ , tal porcentaje se explica considerando que el río Ranchería es un río con caudales muy bajos durante gran parte del año (caudal medio de  $11.6 \text{ m}^3/\text{s}$ ), incluyendo

algunos valores de caudal nulo, y por lo tanto aumentan las posibilidades de tener estimativos del flujo base por encima del caudal. Caso contrario ocurre con el río Nechí, que tienen caudales muy altos ( $\sim 505 \text{ m}^3/\text{s}$  y  $875 \text{ m}^3/\text{s}$ , respectivamente) y por tanto es mucho más poco probable que los valores del flujo base superen estos caudales medios.

Otro aspecto importante respecto a  $\pi_1$ , es que a medida que la relación  $c_3/c_1$  aumenta, el valor de  $\pi_1$  también lo hace. Si, por ejemplo, organizamos los ríos de acuerdo con el valor de  $c_3/c_1$  (de mayor a menor) obtenemos el siguiente orden: Ranchería, La Vieja, Patía y Nechí, que es exactamente el mismo orden que resulta de organizar los ríos de acuerdo con los valores de  $\pi_1$  en orden descendente. Este resultado en particular, puede estar indicando que la relación  $c_3/c_1$  juega un papel fundamental en la estimación del flujo base, y que para aquellas cuencas en las cuales el valor de  $\pi_1$  es muy alto se presentan problemas con la estimación de tal relación, esto es, se está sobreestimando.

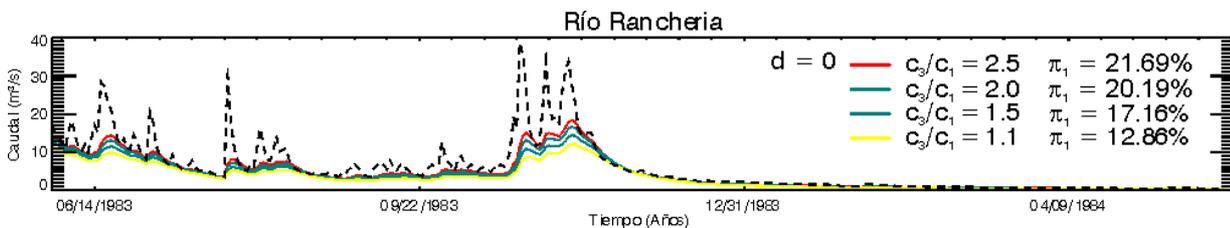
Adicionalmente, es claro que a medida que se incrementa  $d$ , el valor de  $\pi_1$  también lo hace, esto señala que para  $d$  grande, los resultados obtenidos para el flujo base no son mejores.

En cuanto al evaluador  $\pi_2$  los resultados no son tan buenos, pues se presentan valores muy altos inclusive por encima del 100%. Para el río Ranchería no fue posible estimar el valor, porque es un parámetro que mide la desviación del flujo base respecto al caudal mínimo anual, y como este último valor es cero o muy cercano al mismo, la división por cero arroja valores indeterminados.

Furey y Gupta (2001) definen  $\pi_2$  el porcentaje promedio en el cual el flujo base estimado se desvía del caudal mínimo anual, definido este último como el valor mínimo de los promedios de 7 días durante el año (Riggs, 1980), pues en su análisis el caudal mínimo anual corresponde generalmente al flujo base y por lo tanto resulta un buen evaluador. Sin embargo para las cuencas colombianas analizadas, esto no necesariamente se cumple, y mucho menos en las cuencas con mayor área y sobre todo más húmedas, que tienen un volumen de caudal grande y por lo tanto no muestran recesiones tan severas como aquellas cuencas más secas. Sin embargo resulta curioso que la cuenca del Nechí tiene los valores de  $\pi_2$  más bajos, contradiciendo así la reflexión hecha por Furey y Gupta (2001) sobre el comportamiento de los caudales mínimos en relación al flujo base. Este comportamiento de los valores de  $\pi_2$  se debe posiblemente a que si se observan las estimaciones del flujo base para tal río se encuentran valores del flujo base por debajo del caudal mínimo anual, lo cual hace entonces que las diferencias sean bajas. Las cuencas más pequeñas por su parte, presentan mayores fluctuaciones y variaciones en el caudal base a lo largo del año y por ende un evaluador de la varianza alrededor del mínimo anual no resulta del todo práctico; se podría pensar más bien en un evaluador similar pero estimado sobre los períodos más secos del año, que es donde el caudal mínimo puede igualar al flujo base.

De cualquier manera estos resultados son preliminares y en ningún momento deben ser tomados como prueba definitiva y concluyente para rechazar el uso de este filtro para la separación del flujo base, pues en primer lugar las cuencas analizadas tienen un área bastante grande, y en segundo lugar, las estaciones de precipitación sobre cada cuenca son muy pocas, por lo cual no es posible estimar de manera totalmente satisfactoria la lluvia promedio sobre la cuenca, ni los parámetros  $c_1$ ,  $c_2$  y  $c_3$  y por ende la estimación del flujo base puede presentar problemas.

Teniendo en cuenta estos resultados es posible asegurar que el parámetro  $c_1$  es quizás el más importante de los parámetros del modelo, pues es el que determina la variabilidad de la relación  $c_3/c_1$ , que como ya se mencionó, juega un papel fundamental en el desempeño del filtro. Esta afirmación puede ser corroborada fácilmente, tal como lo muestra la Figura 6, en la que aparecen los estimativos del flujo base para el río Ranchería en el período Junio/1983 - Junio/1984, para valores arbitrarios de  $c_3/c_1$ . Allí se observa claramente que a medida que dicha relación disminuye, también lo hace el valor de  $\pi_1$ , indicando que disminuye el porcentaje de flujo base que excede el caudal diario. En dicha figura se observa además, que las diferencias en el flujo base para los diferentes valores de  $c_3/c_1$  son más acentuadas durante los períodos lluviosos durante los cuales el caudal aumenta, esto señala nuevamente la importancia que tiene una buena estimación de la precipitación media sobre la cuenca. Por último, se encontró que para  $d = 4$  y  $c_3/c_1 \leq 1.5$  no se tienen valores del flujo base negativos, que sí se obtuvieron cuando se estimó el flujo base con los parámetros iniciales de la Tabla 4.

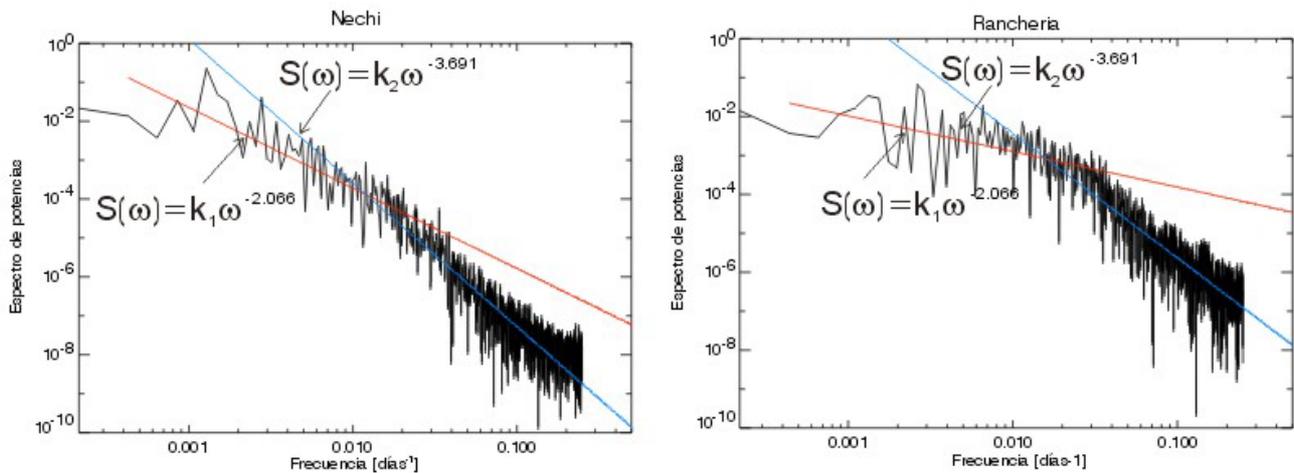


**Figura 6.** Caudal diario (línea punteada) y cuatro estimativos del flujo base (líneas continuas) para el río Ranchería variando la relación  $c_3/c_1$

#### 4.4. Análisis espectral

Para realizar el análisis espectral de las series de flujo base estimadas, se calculó el espectro de potencias de dichas series utilizando la transformada de Fourier. Lo que se pretende con este cálculo es establecer una relación entre el espectro de potencias y la frecuencia del tipo,  $S(\omega) \propto \omega^{-\beta}$ , que indique un escalamiento temporal de las series de flujo base. Este tipo de relaciones ya ha sido reportado en la literatura (Zhang y Schilling, 2004) para los caudales medios y se ha encontrado que existe un escalamiento temporal simple de dicha variable.

Los resultados obtenidos para las series de flujo base que se presentan en la Figura 6, muestran que el espectro de potencias del flujo base tiene una ley de decaimiento potencial, tal y como se ha planteado, sin embargo, se observa que para un determinado valor de la frecuencia alrededor de  $0.015-0.025$  días<sup>-1</sup> existe un cambio de pendiente. Dicho cambio estaría asociado a procesos dinámicos en la respuesta hidrológica de la cuenca o inclusive con la variabilidad espacial y heterogeneidad de los procesos involucrados en el flujo base. La existencia de dos tramos diferentes en el espectro de potencias de los caudales base diarios, sugiere un escalamiento temporal múltiple del flujo base, que tiene implicaciones importantes en la estimación de la recarga subterránea tal y como lo plantea (Zhang y Schilling, 2004).



**Figura 7.** Espectro de potencias (en el espacio log-log) de las series de flujo base de los ríos Nechí y Ranchería.

## 5. CONCLUSIONES

La estimación del flujo base es un tema muy relevante en hidrología, tanto por sus implicaciones en la dinámica de los procesos hidrológicos, en particular de los caudales (incluyendo las crecientes máximas), como por sus aplicaciones prácticas. Este trabajo desarrolla, por vez primera, una aplicación de un método de filtro matemático desarrollado por Furey y Gupta (2001) para la estimación del flujo base en series de tiempo de caudales diarios en cuencas de Colombia. El filtro utilizado está basado en los procesos físicos que gobiernan la dinámica hidrológica en las laderas y su integración a nivel de cuencas y trasciende en varios órdenes de magnitud, las series limitaciones conceptuales y físicas de los métodos tradicionales usados en la práctica hidrológica, para la “separación del flujo base” y que no involucra ningún procesos de calibración. Los resultados de aplicación del filtro para la estimación del flujo base en cuencas colombianas permiten establecer que se trata de una metodología mucho más adecuada que los métodos tradicionales (incluyendo el método gráfico muy ad-hoc, empírico y carente de justificación física)

A través de todo este trabajo se ha discutido la necesidad y la importancia de contar con buena información hidrológica para poder aplicar el método descrito con mucha mayor precisión y significancia de los resultados. Este comentario aplica fundamentalmente a la distribución espacio-temporal de la precipitación, la cual es sobresimplificada por el método usado en este trabajo (polígonos de Thiessen) para la interpolación espacial de la precipitación a partir de datos puntuales en estaciones de registro. Esta limitación es aún más relevante a la escala de tiempo diaria, debido a la alta variabilidad de la precipitación espacial a esta escala temporal. Reconociendo esto, es aún más notable el buen desempeño de los resultados de la aplicación del filtro para la estimación del flujo base en las cuencas de los ríos Ranchería, La Vieja y Patía y es posible identificar un desempeño más pobre para los casos de la cuenca del río Nechí.

Como se ha mencionado anteriormente, la estimación de la precipitación es fundamental para el buen desempeño del filtro, vía el parámetro  $c_1$ , pues cuando se estima la precipitación media sobre una cuenca grande, utilizando sólo 3 ó 4 estaciones de precipitación se introduce una alta incertidumbre dada la naturaleza de alta variabilidad

espacial de la precipitación. Esto pone de manifiesto una vez más, la necesidad de implementar otro tipo de procedimientos (radares meteorológicos, satélites, etc.) en la toma de la información hidrológica en particular la de lluvia, que tiene una alta variabilidad espacial, que sirvan de apoyo a las mediciones realizadas en tierra.

En relación a los resultados obtenidos tras la aplicación del filtro se puede decir, teniendo presente las condiciones de información escasa bajo las cuales se aplicó el filtro, que los resultados para los ríos Ranchería, La Vieja y Patía pueden ser catalogados como buenos, pues en la estimación de los parámetros  $1-\gamma$  y  $c_1$  del modelo se obtuvieron los comportamientos esperados, de acuerdo con las suposiciones del mismo. Además son las cuencas con menor área, por lo cual las hipótesis del modelo son, en cierta medida, válidas. En el caso del río Nechí el desempeño del filtro se puede catalogar como menor respecto al desempeño con las otras cuencas a pesar de que los resultados de los evaluadores  $\pi_1$  y  $\pi_2$  hayan sido los mejores. Este menor desempeño el filtro en esta cuenca se debe principalmente al área de la misma (alrededor de los 15000 km<sup>2</sup>) y la poca disponibilidad de información en las mismas, que genera problemas con el cubrimiento de la variabilidad espacial de la precipitación y las posteriores dificultades en la estimación  $1-\gamma$  y  $c_1$  mencionadas en el artículo. De otro lado, la vegetación que juega un papel importante dentro de los procesos hidrológicos que ocurren en la cuenca, no es considerada en el filtro.

Una de las suposiciones fuertes del modelo, y tal vez una de las fuentes de error, es la independencia de la relación  $c_3/c_1$  con el tiempo, que se supone constante, así como el valor de  $d$ . La incorporación del tiempo en la estimación de estos parámetros se debería ver reflejada en un mejor desempeño del filtro, pues tal como se mostró en la Figura 6, pequeñas variaciones de la relación  $c_3/c_1$  producen cambios significativos en la estimación del flujo; tal sensibilidad se prevé fácilmente pues es claro que para una intensidad de lluvia dada, la humedad del suelo varía con el tiempo (Furey y Gupta, 2001). Aunque también se supuso que  $d$  era constante, los resultados muestran que la sensibilidad de los resultados respecto a este supuesto no es tan alta como la de  $c_3/c_1$ .

Respecto a los espectros de potencia, su relación potencial con la frecuencia y su cambio de pendiente para una frecuencia determinada, surgen interrogantes respecto a las causas y las implicaciones que ello pueda tener en los procesos que están involucrados con la recarga subterránea y el flujo base. Es por ello que es necesario continuar la exploración de estos resultados preliminares con el fin de obtener respuestas a tales interrogantes.

Por último vale la pena señalar que la aplicación de los resultados obtenidos con la aplicación de esta metodología en el diseño hidrológico está debe hacerse con extremo cuidado, pues este trabajo es un primer esfuerzo en la aplicación del filtro desarrollado por Furey y Gupta para la separación del flujo base a nuestras cuencas, que como se ha reiterado a lo largo del artículo tienen serias limitaciones en cuanto a la información hidrológica, cubrimiento espacial de la precipitación y área entre otros. Así mismo algunos de los procedimientos seguidos en este artículo como por ejemplo la obtención del campo de lluvias a través de los polígonos de Thiessen añade una incertidumbre a los resultados obtenidos. Es así como a pesar de los resultados obtenidos para algunas cuencas, se debe continuar con la aplicación de la metodología en regiones donde las condiciones de información y cumplimiento de las hipótesis del filtro sean más favorables.

## REFERENCIAS

- Aparicio, F. J., Fundamentos de Hidrología de Superficie, Limusa – Noriega Editores, México, 2001
- Furey, P. R., y V. K. Gupta, Space time variability of low streamflows in river networks, *Water Resour. Res.*, 36, 2679 – 2690, 2000.
- Furey, P. R., y V. K. Gupta, A physically based filter for separating base flow from streamflow time series, *Water Resour. Res.*, 37, 2709 – 2722, 2001.
- Riggs, H.C. Characteristics of low flows, *J. Hydraul. Eng.*, 106(5), 717-731
- Spongberg, M., Spectral analysis of base flow separation with digital filters. *Water Resources Research.*, 36, 745 – 752, 2000.
- Vélez, J. I., G. Poveda, y O. J. Mesa, *Balances Hidrológicos de Colombia*, Universidad Nacional de Colombia, Medellín, 2000.
- Zhang, Y.K y K. Schilling, Temporal scaling of hydraulic head and river base flow and its implication for groundwater recharge. *Water Resources Research.*, 40, N° 3, W03504 2004.