UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Diseño de una Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa que movilice el Aprendizaje de la proporcionalidad directa e inversa a través de las TIC en el grado Séptimo la Institución Educativa el Pedregal del Municipio de Medellín

César Augusto Lopera Zapata

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Medellín, Colombia

2014

Diseño de una Unidad de Enseñanza Potencialmente Significativa que movilice el Aprendizaje de la proporcionalidad directa e inversa a través de las TIC en el grado Séptimo la Institución Educativa el Pedregal del Municipio de Medellín.

César Augusto Lopera Zapata

Trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:

Magister, Gabriel Ferney Valencia Carrascal

Línea de Investigación:

Pedagogía y Didáctica

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales

Medellín, Colombia

2014

Agradecimientos

A todos nuestros profesores que de alguna manera siembran semillas en la construcción del ser, para así, poder continuar con la descendencia de otras sociedades esperando vivir en un mundo mejor, en especial al Magister Gabriel Ferney Carrascal, quien desinteresadamente ha aportado sus experiencias para la consolidación de este fin.

A mi hija Mariana que siempre me dá los alientos para continuar labrando un futuro para la dos.

Y a DIOS porque me ha dado energía para cumplir con esta meta.

Resumen

Este trabajo desarrolla una unidad de enseñanza significativa para favorecer los procesos de razonamiento y aprendizaje de los estudiantes en la resolución de problemas de proporcionalidad, directa e inversa, haciendo uso de de la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel, método explorado por Moreira. Para ello, se propone la construcción de una Unidad de Enseñanza Potencialmente significativa (UEPS), en el grado Séptimo de la Institución Educativa el Pedregal del Municipio de Medellín. Como medio se usará el software Excel y la plataforma MOODLE. Como estrategia se proponen varias situaciones problemas en las cuales el estudiante aplica los conceptos en estudio; todo orientado a movilizar el pensamiento variacional como base para la interpretación de funciones, razones, semejanza, repartos proporcionales, porcentajes, interés, análisis de gráficas y la derivación en grados superiores.

Palabras claves: Proporcionalidad directa e inversa, estrategias de enseñanza, Didáctica, teorías de aprendizaje.

Abstract

This paper develops a unit of meaningful instruction to further the processes of reasoning and learning for students in solving problems of proportionality, forward and reverse, using the meaningful learning theory of Ausubel, method explored by Moreira. To do this, the construction of a potentially significant Teaching Unit (UEPS) is proposed in the Seventh Grade of School Pedregal of Medellin. As a means Excel software and platform MOODLE will be used. As a strategy several problems situations in which the student applies the concepts under study are proposed; all geared to mobilizing the variational thinking as a basis for the interpretation of functions, reasons, similarity, proportional distributions, percentages, interest, graphical analysis and derivation in higher grades.

Keywords: direct and inverse proportionality, teaching strategies, didactics, learning theories.

Contenido

Lista de figuras

Pág.

Introducción

Los conceptos que intervienen en la proporcionalidad, son el fundamento en el desarrollo del pensamiento variacional, el cual es indispensable para caracterizar aspectos de la variación tales como: lo que cambia y lo que permanece constante, las variables que intervienen, el campo de variación de cada variable y las posibles relaciones entre ellas. La proporcionalidad y los problemas de variación son una herramienta que permite mejorar los niveles de comprensión, promover actitudes de observación, registro y utilización del lenguaje matemático. El estudio del concepto de proporcionalidad permitirá acercar a los estudiantes a desarrollar desde la geometría problemas de semejanza y desde la aritmética, solucionar problemas de repartos proporcionales, de interés, porcentajes, realizar análisis de gráficas, entre otros.

Abordado así, en el desarrollo del pensamiento variacional se asume por principio que las estructuras conceptuales se desarrollan en el tiempo, que su aprendizaje es un proceso que se madura progresivamente para hacerse más sofisticado, y que nuevas situaciones problemáticas exigirán reconsiderar lo aprendido para aproximarse a las conceptualizaciones propias de las matemáticas.(MEN, 1998). El estudio de la variación puede ser iniciado pronto en el currículo de matemáticas. El significado y sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica.

Cuando el estudiante tiene formalizado el concepto de proporción, es capaz de reconocer cuando dos variables están relacionadas directa e inversamente. Este es un proceso en el que hay que afrontar situaciones variadas, con el fin de alcanzar cierto grado de madurez. Este es un proceso arduo, sobre todo para los aprendices más jóvenes. No en vano Piaget coloca el dominio del razonamiento proporcional como uno de los indicadores de logro del pensamiento formal en las personas. (Andonegui, 2006) Mediante situaciones que permitan reconocer al estudiante si la relación entre dos variables es de tipo aditivo o multiplicativo.

En relación a los antecedentes los trabajos abordados hacen referencia a la noción de proporcionalidad de forma general, otros hacen referencia a la proporcionalidad simple directa y otros trabajos se enfocan en situaciones problemas. Algunos trabajos hacen un acercamiento al concepto de proporción usando la UEPS y el Excel como elemento mediador, instrumento que para la propuesta orienta al estudiante a modelar este tipo de problemas y a visualizar el comportamiento gráfico a medida que varían los datos, llevándolo a resolver problemas de proporcionalidad simple, directa e inversa.

Para conseguir este objetivo se apunta a desarrollar una unidad de enseñanza potencialmente significativa UEPS apoyada en TIC que permita desarrollar el pensamiento variacional y así poder solucionar problemas de proporcionalidad sin dificultad. El presente trabajo hace énfasis en los conceptos de magnitud, razón, proporción, también, se propone la tabulación de datos y generar su gráfica para crear un modelo matemático que permita resolver problemas sobre la proporcionalidad simple, directa e inversa.

El método de investigación que se aborda es de orden cualitativo, mediante un estudio de casos propuesto por Stake en su libro “Investigación con estudio de casos” (1999) aplicado en el grado séptimo de la educación básica de la institución educativa El Pedregal. Inicialmente se indaga por los saberes previos en los estudiantes, mediante una evaluación virtual, luego se construye la unidad de enseñanza potencialmente significativa en la cual se seguirán los pasos abordados por el Dr. Marco Antonio Moreira y como estrategia serán utilizadas las situaciones problema, algunos mediadores utilizados en TIC, como Excel, exe-learning, la plataforma virtual moodle, el desarrollo de cuestionarios virtuales, videos, páginas interactivas, mapas conceptuales.

Nota. Para una mayor claridad y presentación del trabajo a los cuadros, tabla de Excel acerca de la proporcionalidad, mapas conceptuales, fotografía y gráficos se han referenciado como figuras según las normas APA “una figura es cualquier tipo de ilustración que no sea tabla. Una figura puede ser un cuadro, un gráfico, una fotografía, un dibujo u otra forma de representación” (APA, 2001, p. 149).

1. Capítulo 1: Presentación del proyecto

1.1 Antecedentes

Entre los antecedentes se han encontrado varios trabajos como tesis, propuestas de enseñanza, informes de práctica, enfocados a la proporcionalidad directa simple como la tesis *"La proporcionalidad simple directa en la educación de personas jóvenes y adultos"* trabajo elaborado por Marulanda Llano, Jorge Albeiro (Autor) y Díaz Gaviria, Luz Marina (Asesor), Otra tesis encontrada hace referencia a "*una aproximación al concepto de función lineal desde la proporcionalidad directa simple"*, trabajo elaborado por Ibarra Muñoz, Tanith (Autor), Moreno Yepes, Vanessa (Autor) y Beltrán, Yolanda (Asesor) cuyo objetivo general era identificar y analizar las relaciones que allí permeaban. Tesis. "*La Enseñanza de la proporcionalidad en la Educación Básica a partir del Estudio de Situaciones Problémicas de las Ciencias, las Matemáticas y la Vida Diaria."* Trabajo elaborado por Obando Zapata, Gilberto (Investigador); Uribe Vélez, Consuelo Eugenia (Investigador); Ramírez Atehortua, Antonio J. (Investigador); Zúñiga ,Ángel Hernán (Investigador).

Otros trabajos y/o propuestas como la *"Propuesta pedagógica, con el uso de mediadores, que dinamizan la conceptualización, la aplicación y la formalización del modelo de la proporcionalidad en la educación básica"* Sepúlveda Quiroz, Ramón Emilio (Autor). "*La noción de proporcionalidad"* Rodríguez Díaz, Alejandra (Autor) Pérez García, Jesús Roberto (Autor); "*Proporcionalidad y sus Aplicaciones"* Correa Muñoz, Héctor Emilio (Autor) -Rodríguez Pedroza, Jesús Gilberto (Autor), Puerta Gómez, Erasmo Antonio (Autor)Tesis/Informe de práctica (UDEA); "*La proporcionalidad y el desarrollo del pensamiento matemático"* Jaramillo Vélez, Lina María.
"Enseñanza del concepto de proporcionalidad en el grado 5º de primaria" Autor: Ortiz Lemos Jefferson,

"Una propuesta didáctica para la enseñanza de la proporcionalidad en el grado octavo de la Institución Educativa María Josefa Marulanda del municipio de La Ceja" Edgar Ceballos Espinosa -Universidad Nacional de Colombia. Facultad de Ciencias (2012).

La mayoría de trabajos que se han enumerado hacen referencia a la noción de proporcionalidad vista desde las estructuras multiplicativas, a la proporcionalidad simple directa y situaciones problemas, pero sin destacar los problemas que se presenta desde la parte cognitiva, epistemológica, curricular y didáctica. Los trabajos en mención abordan de manera leve el trabajo con la UEPS, el Excel como elemento mediador y la estrategia de enseñanza de nuestra propuesta no se ha hallado en otros trabajos, instrumento que para nuestra propuesta nos orienta a modelar problemas de proporcionalidad y a visualizar su comportamiento gráfico acercándonos al concepto de función a medida que variamos los datos en tablas, llevándonos directamente a resolver este tipo de problemas.

Así pues, sobre la base de las etapas propuestas por Piaget e Inhelder para el desarrollo del razonamiento proporcional, se analizan posibles secuencias de enseñanza y, reconociendo la complejidad del campo, se edifican nuevas líneas de investigación en busca de la comprensión de los factores asociados (Karplus, Pulos, & Stage, 1983; Noelting, 1980; Pulos & Tourniaire, 1985; Tourniaire, 1986). Nos referimos a varios de estos, como los tipos de estrategias elementales en el desarrollo del razonamiento proporcional (acumulaciones coordinadas, valor unitario, comparación de razones, razones intensivas, razones escalares, estrategias erróneas, estrategias de retroceso); los tipos de situaciones que implican razonamiento proporcional (problemas de tasas o de mezclas, de conceptos matemáticos o de otras ciencias, por ejemplo, la física); las variables de tarea centradas en el estudiante (edad, estadio de desarrollo, capacidad mental, estilo cognitivo, inteligencia, género, actitudes y habilidades) o en la situación (estructurales, razones enteras o no, lugar de la incógnita en la proporción, complejidad numérica; o de contexto, tipos de situación, tipo de magnitud, familiaridad con la situación, uso de materiales manipulativos).(Obando G, 2014).

1.2 Planteamiento del problema

Uno de las herramientas necesarias que favorecen el pensamiento numérico y variacional de cualquier estudiante a lo largo del recorrido estudiantil es el tema de la proporcionalidad, concepto que debe enseñarse desde la primaria y que pasa por alto causando dificultades en los grados superiores, lo que se evidencia cuando el alumno se ve abocado a resolver problemas de cualquier disciplina bajo algún método para resolver problemas de proporcionalidad. Cuando este tipo de problemas son resueltos, docentes y estudiantes siempre acudimos al viejo método de regla de tres, sin considerar el tipo de magnitudes que allí intervienen, no obstante cuando el problema se revierte a un problema de proporcionalidad inversa el alumno lo elabora sin tener cuidado de las relaciones que allí permean.

Otra de las evidencias que se presentan es la nula o poca elaboración e interpretación que los estudiantes hacen de las gráficas, comenzando por la tabulación de los datos, la identificación de ejes y su respectiva magnitud, como crecen y decrecen estas funciones.

Por lo anterior, es importante generar situaciones de proporcionalidad para que el alumno desarrolle el concepto de razón como índice comparativo y pueda dar sentido a los problemas, que reconozca que una variación en una magnitud va a generar cambios en la otra, pero teniendo en cuenta que la razón va a permanecer constante, también es necesario que el alumno ante un problema de este tipo haga uso del racionamiento cualitativo como cuantitativo que caracteriza el razonamiento proporcional. Trabajo que no es fácil, por lo que el componente critico de las situaciones de proporcionalidad es la relación multiplicativa que existe en las cantidades que representan la situación. (Cramer, Post y Currier, 1993). El reto no es entregar al alumno la anticuada regla de tres sino proporcionar diferentes herramientas y estrategias metodológicas que ayuden al alumno a modelar y resolver situaciones de este tipo, por lo anterior como docente del grado séptimo de la Institución Educativo el Pedregal me veo abocado en la necesidad urgente de recurrir a una enseñanza holística, integral, investigativa, constructivista, de verdaderos aprendizajes significativos y a proponer el siguiente problema objeto de este proyecto: *¿Cómo movilizar el aprendizaje en la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa, a través de una unidad de enseñanza potencialmente significativa, apoyada en TIC, en estudiantes del grado séptimo de la Institución Educativa el Pedregal?*

1.3 Justificación

Debido a las dificultades que presenta nuestra educación colombiana se hace necesario pasar de una enseñanza tradicional, orientada sólo hacia el logro de objetivos específicos relacionados con los contenidos del área y hacia la retención de dichos contenidos, a una enseñanza que se oriente a apoyar a los estudiantes en el desarrollo de competencias matemáticas, científicas, tecnológicas, lingüísticas y ciudadanas. Los Estándares Básicos de Competencias en Matemáticas del MEN nos ofrece desde el grado tercero varias competencias orientadas a la proporcionalidad directa e inversa, pero los docentes poco trabajan estas competencias dificultando las bases de un pensamiento formal y aprendizaje de otros conceptos como las funciones y las relaciones de variación.

El trabajo propuesto se hace necesario debido a los bajos índices que muestran los chicos para el ingreso a la educación superior, pruebas saber e icfes en la solución de problemas de la proporcionalidad directa e inversa y los métodos para su solución, lo que se evidencia en incoherencias y planteamientos sin un proceso lógico al tratar de resolver este tipo de problemas, llegando a los grados superiores como un concepto aislado, y disociado de los procesos multiplicativos.

Cobra importancia el aprendizaje de las proporciones, concepto que transversaliza con diversas disciplinas a lo largo de la vida escolar y otros conceptos como los porcentajes, las escalas, cambio de unidades, porcentajes, problemas de mezclas, funciones lineales, teorema de Tales, semejanza, y descuentos, entre otros.

Este trabajo está diseñado para que el alumno del grado séptimo adquiera habilidades para resolver cualquier situación que se presente alrededor de este concepto. Para ello utilizamos la unidad de enseñanza potencialmente significativa UEPS, desencadenada de la Teoría del Aprendizaje significativo de Ausubel mediada por TICS, específicamente en Excel donde el alumno tratará de incorporar a su estructura cognitiva uno o varios métodos proposicionales que le permita resolver este tipo de problemas y avanzar en los distintos procedimientos que permitan resolver problemas. Además el estudiante encontrará una serie de situaciones problemas rodeadas de ambientes de aprendizajes virtuales que serán aprovechados para desarrollar más eficientemente este tipo de razonamiento.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Diseñar una unidad de enseñanza potencialmente significativa, apoyada en TIC que movilice el aprendizaje en la resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa en estudiantes del grado séptimo de la educación básica de la Institución Educativa el Pedregal.

1.4.2 Objetivos específicos

- Diagnosticar prueba que den razón de los saberes previos de los estudiantes sobre resolución de problemas de proporcionalidad directa e inversa

- Analizar la prueba de diagnóstico sobre saberes previos de los estudiantes, para interpretar las categorías identificadas en el diagnóstico.

- Ejecutar e implementar la unidad de enseñanza potencialmente significativa, mediada por las TIC.

- Evaluar el impacto de los conocimientos adquiridos en la aplicación de la teoría del aprendizaje significativo

2. Capítulo 2: Marco referencial

2.1 Marco teórico

Este trabajo está sustentado por las unidades de enseñanza potencialmente significativas (UEPS) propuesta por Moreira y basada en su mayor parte en la teoría de aprendizaje significativo de Ausubel. Las UEPS son secuencias de enseñanza fundamentadas teóricamente, orientadas al aprendizaje significativo, no mecánico, que pueden estimular la investigación aplicada en la enseñanza, es decir la investigación dedicada directamente a la práctica de la enseñanza en el día a día de las clases (Moreira, 2005).

2.1.1 El constructivismo

2.1.1.1 Desde la filosofía al constructivismo

Considera que las matemáticas son una creación de la mente humana, y que únicamente tienen existencia real aquellos objetos matemáticos que pueden ser construidos por procedimientos finitos a partir de objetos primitivos. Con las ideas constructivistas van muy bien algunos planteamientos de Georg Cantor (1845-1918): “La esencia de las matemáticas es su libertad. Libertad para construir, libertad para hacer hipótesis” (Davis, Hersh, 1988, p. 290).

El Constructivismo matemático es muy coherente con la Pedagogía Activa y se apoya en la Psicología Genética; se interesa por las condiciones en las cuales la mente realiza la construcción de los conceptos matemáticos, por la forma como los organiza en estructuras y por la aplicación que les da; todo ello tiene consecuencias inmediatas en el papel que juega el estudiante en la generación y desarrollo de sus conocimientos. No basta con que el maestro haya hecho las construcciones mentales; cada estudiante necesita a su vez realizarlas. (MEN, 1998).

“Hasta mediados de este siglo la filosofía de la matemática se preocupaba fundamentalmente por los problemas de fundamentación de la matemática, especialmente tras los resultados de Gödel a comienzos de los años 30, para enfocar su atención en el carácter cuasiempírico de la actividad matemática (I. Lakatos), así como en los aspectos relativos a la historicidad e inmersión de las matemáticas en la cultura de la sociedad en la que se origina (R. L. Wilder), considerando la matemática como un subsistema cultural con características en gran parte comunes a otros sistemas semejantes. Tales cambios en lo hondo del entender y del sentir mismo de los matemáticos sobre su propio quehacer vienen provocando, de forma más o menos consciente, fluctuaciones importantes en las consideraciones sobre lo que la enseñanza matemática debe ser” (Miguel de Guzmán, 1993).

Paul Ernest ha propuesto una reconceptualización del papel de la filosofía de las matemáticas, que tenga en cuenta la naturaleza, justificación y génesis tanto del conocimiento matemático como de los objetos de las matemáticas, las aplicaciones de éstas en la ciencia y en la tecnología, y el hacer matemático a lo largo de la historia.

Una primera aproximación desde esta perspectiva a lo que sería la naturaleza esencial de las matemáticas podría plantear entonces que ésta tiene que ver con las abstracciones, las demostraciones y las aplicaciones. Por ejemplo, cuando operamos con números, sin preocuparnos por relacionarlos con objetos concretos, o cuando abordamos el concepto de figura geométrica, dejando de lado todas las propiedades del objeto, excepto su forma espacial y sus dimensiones, no estamos reconociendo el carácter abstracto de las matemáticas. (MEN, 1998).

2.1.1.2 Enfoques constructivistas de la educación

Actualmente se le da un lugar a la teoría del constructivismo, puesto que la enseñanza está centrada en el aprendizaje del alumno, sujeto activo de su propio aprendizaje y constructor de su propio conocimiento. Para definir o acercarnos al constructivismo debemos mirar la teoría desde diferentes posturas:

Jean Piaget se centra en el estudio del funcionamiento y el contenido de la mente de los individuos. (constructivismo psicogenético).

Para Lev Vigotsky los procesos de la construcción del conocimiento tienen origen social (socioconstructivismo y la escuela sociocultural.

Von Glaserfeld afirma que la construcción del conocimiento es enteramente subjetiva, por lo que no es posible formar representaciones objetivas ni verdaderas de la realidad, solo existen formas viables o efectivas de actuar sobre la misma.

Ausubel postula el aprendizaje significativo (cognitivo).

Enfoque psicogenético: dentro de los principios pone énfasis en la estructuración, competencia cognitiva determinada por el nivel de desarrollo intelectual, cualquier aprendizaje depende del nivel cognitivo inicial del sujeto, énfasis en el currículo de investigación por ciclos de enseñanza y en el aprendizaje por descubrimiento. El alumno es constructor de esquemas y estructuras operatorios y el profesor facilitador del aprendizaje y desarrollo. La enseñanza es indirecta, por descubrimiento y el aprendizaje esta determinado por el desarrollo. (Barriga & Hernández, 2010, p.26).

Enfoque cognitivo: Teoría ausubeliana del aprendizaje verbal significativo, modelos de procesamiento de la información y aprendizaje estratégico, enfoque expertos novatos, teorías de la atribución y de la movilización por aprender, énfasis en el desarrollo de habilidades del pensamiento, aprendizaje significativo y solución de problemas. El alumno es un procesador activo de la información, el docente organiza la información tendiente puentes cognitivos, promotor de habilidades de pensamiento y aprendizaje. El aprendizaje esta determinado por conocimientos y experiencias previas.

Enfoque sociocultural: aprendizaje situado o en contexto dentro de comunidades de práctica, aprendizaje de mediadores instrumentales de origen social, creación de la zona de desarrollo próximo (ZDP), origen social de los procesos psicológicos superiores, énfasis en el aprendizaje guidado y cooperativo, enseñanza reciproca evaluación dinámica y en contexto, el alumno efectúa apropiación de saberes culturales, el profesor facilita la mediación ´por ajuste de la ayuda pedagógica, el aprendizaje se da en la interiorización y apropiación de representaciones y procesos.

Como se observa, aunque los diferentes enfoques constructivistas difieren entre sí, comparten el principio de la importancia de la actividad mental constructiva del alumno para la realización de los aprendizajes escolares.

De acuerdo con Coll(1990): la concepción constructivista se organiza en torno a tres ideas fundamentales. (p.441-42).

1. El alumno es el responsable último de su propio aprendizaje.

2. La actividad mental constructiva del alumno se aplica a contenidos que poseen ya un grado considerable de elaboración.

3. La función del docente es engarzar los procesos de construcción del alumno con el saber colectivo culturalmente organizado, es decir debe orientar y guiar explícita y deliberadamente dicha actividad.

Podemos decir que la construcción del conocimiento escolar es en realidad un proceso de elaboración, en el sentido de que el alumno selecciona, organiza y transforma la información que recibe de diversas fuentes, estableciendo relaciones entre dicha información y sus ideas y conocimientos previos. (Barriga, et al, 2010 p.23-26).

2.1.2 **Aprendizaje Significativo**

La psicología educativa trata de explicar la naturaleza del aprendizaje en el salón de clases y los factores que lo influyen, estos fundamentos psicológicos proporcionan los principios para que los profesores descubran por sí mismos los métodos de enseñanza más eficaces, puesto que intentar descubrir métodos por "Ensayo y error" es un procedimiento ciego y, por tanto innecesariamente difícil y antieconómico (Ausubel, 1983).

Para dar respuesta y explicación a pregunta como: ¿Cuáles son sus saberes previos?, ¿cómo se aprende?, ¿cuáles son los límites del aprendizaje, ¿porqué se olvida lo aprendido? ¿Cómo se estructuran los conocimientos?, la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel nos puede dar respuesta a ello.

Ausubel plantea que el aprendizaje del alumno depende de la estructura cognitiva previa que se relaciona con la nueva información, debe entenderse por "estructura cognitiva", al conjunto de conceptos, ideas que un individuo posee en un determinado campo del conocimiento, así como su organización. En el proceso de orientación del aprendizaje, es de vital importancia conocer la estructura cognitiva del alumno; no sólo se trata de saber la cantidad de información que posee, sino cuales son los conceptos y proposiciones que maneja así como de su grado de estabilidad.

Ausubel resume este hecho en el epígrafe de su obra de la siguiente manera: "Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente". (Barriga, et al,).

Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición (Ausubel, 1983 :18).

Esto quiere decir que en el proceso educativo, es importante considerar lo que el individuo ya sabe de tal manera que establezca una relación con aquello que debe aprender. Este proceso tiene lugar si el educando tiene en su estructura cognitiva conceptos como son las ideas, proposiciones, estables y definidos, con los cuales la nueva información puede interactuar.

El aprendizaje significativo ocurre cuando una nueva información "se conecta" con un concepto relevante ("subsunsor") pre existente en la estructura cognitiva, esto implica que, las nuevas ideas, conceptos y proposiciones pueden ser aprendidos significativamente en la medida en que otras ideas, conceptos o proposiciones relevantes estén adecuadamente claras y disponibles en la estructura cognitiva del individuo y que funcionen como un punto de "anclaje" a las primeras.

La característica más importante del aprendizaje significativo es que, produce una interacción entre los conocimientos más relevantes de la estructura cognitiva y las nuevas informaciones (no es una simple asociación), de tal modo que éstas adquieren un significado y son integradas a la estructura cognitiva de manera no arbitraria y sustancial, favoreciendo la diferenciación, evolución y estabilidad de los subsunsores pre existentes y consecuentemente de toda la estructura cognitiva. (Palomino, 1996).

Requisitos para lograr el Aprendizaje Significativo:

Significatividad lógica del material: el material que presenta el maestro al estudiante debe estar organizado, para que se de una construcción de conocimientos.

Significatividad psicológica del material: que el alumno conecte el nuevo conocimiento con los previos y que los comprenda. También debe poseer una memoria de largo plazo, porque de lo contrario se le olvidará todo en poco tiempo.

Actitud favorable del alumno: ya que el aprendizaje no puede darse si el alumno no quiere. Este es un componente de disposiciones emocionales y actitudinales, en donde el maestro sólo puede influir a través de la motivación.

Apoyados en la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel nos encontramos con los siguientes principios:

• El conocimiento previo es la variable que más influye en el aprendizaje significativo (Ausubel)
• Es el alumno quien decide si quiere aprender significativamente determinado conocimiento (Ausubel; Gowin).

• Organizadores previos muestran la relación entre nuevos conocimientos y conocimientos previos.

• El aprendizaje debe ser significativo y crítico, no mecánico (Moreira).

• El aprendizaje significativo crítico es estimulado por la búsqueda de respuestas (cuestionamiento) en lugar de la memorización de respuestas conocidas, por el uso de la diversidad de materiales y estrategias educacionales, por el abandono de la narrativa en favor de una enseñanza centrada en el alumno (Moreira).

• Las situaciones problema son las que dan sentido a nuevos conocimientos (Vergnaud); deben ser pensadas para despertar la intencionalidad del alumno para el aprendizaje significativo .Las situaciones-problema pueden funcionar como organizadores previos.

• Las situaciones-problema deben ser propuestas en niveles crecientes de complejidad (Vergnaud).

• Frente a una nueva situación, el primer paso para resolverla es construir, en la memoria de trabajo, un modelo mental funcional, que es un análogo estructural de esa situación (Johnson-Laird).

• En la organización de la enseñanza, hay que tener en cuenta la diferenciación progresiva, la reconciliación integradora y la consolidación (Ausubel).

• La evaluación del aprendizaje significativo debe ser realizada en términos de búsqueda de evidencias

• El papel del profesor es el de proveedor de situaciones-problema, cuidadosamente seleccionadas, de organizador de la enseñanza y mediador de la captación de significados de parte del alumno (Vergnaud; Gowin).

• La interacción social y el lenguaje son fundamentales para la captación de significados (Vygotsky).

• Un episodio de enseñanza supone una relación triádica entre alumno, docente y materiales educativos, cuyo objetivo es llevar el alumno a captar y compartir significados que son aceptados en el contexto de la materia de enseñanza (Gowin).

• Esa relación podrá ser cuadrática en la medida en la que el ordenador no sea usado Meramente como material educativo;

2.1.2.1 Unidades de enseñanza potencialmente significativas

Moreira (2005), señala:

Las unidades de enseñanza potencialmente significativas UEPS son secuencias de enseñanza fundamentadas teóricamente, orientadas al aprendizaje significativo, no mecánico, que pueden estimular la investigación aplicada en enseñanza. El Doctor Marco Antonio Moreira nos sugiere a continuación los siguientes pasos para su construcción:

1. Definir el tema específico que será abordado, identificando sus aspectos declarativos y procedimentales tal y como se aceptan en el contexto de la materia de enseñanza en la que se inserta el tema escogido.

2. Crear/proponer situación(es) – discusión, cuestionario, mapa conceptual, situación problema, etc. – que lleve(n) el alumno a exteriorizar su conocimiento previo, aceptado o no aceptado en el contexto de la materia de enseñanza, supuestamente relevante para el aprendizaje significativo del asunto (objetivo) en pauta.

3. Proponer situaciones-problema, en un nivel bastante introductorio, teniendo en cuenta el conocimiento previo del alumno, que preparen el terreno para la introducción del conocimiento (declarativo o procedimental) que se pretende enseñar; estas situaciones problema pueden incluir, desde ya, el asunto en pauta, pero no para empezar a enseñarlo; tales situaciones-problema pueden funcionar como organizador previo; son las situaciones que dan sentido a los nuevos conocimientos, pero para eso el alumno tiene que percibirlas como problemas y debe ser capaz de modelarlas mentalmente; los modelos mentales son funcionales para el aprendiz y resultan de la percepción y de conocimientos previos (invariantes operatorios); estas situaciones-problema iniciales se pueden proponer a través de simulaciones computacionales, demostraciones, vídeos, problemas del cotidiano, representaciones vehiculadas por los medios de comunicación, problemas clásicos de la materia de enseñanza, etc., pero siempre de modo accesible y problemático, es decir, no como ejercicio de aplicación rutinaria de algún algoritmo.

4. Una vez trabajadas las situaciones iniciales, se presenta el conocimiento que debe ser enseñado/aprendido, teniendo en cuenta la diferenciación progresiva, es decir, empezando con aspectos más generales, inclusivos, dando una visión inicial del todo, de lo que es más importante en la unidad de enseñanza, pero después se ponen ejemplos, abordando aspectos específicos; la estrategia de enseñanza puede ser, por ejemplo, una breve exposición oral seguida de una actividad colaborativa en pequeños grupos que, a su vez, debe ser seguida de una actividad de presentación o discusión en el grupo grande.

5. A continuación, se retoman los aspectos más generales, estructurantes (es decir, lo que efectivamente se pretende enseñar), del contenido de la unidad de enseñanza, en nueva presentación (que puede ser a través de otra breve exposición oral, de un recurso computacional, de un texto, etc.), pero con un nivel más alto de complejidad con relación a la primera presentación; las situaciones-problema deben ser propuestas en niveles crecientes de complejidad; dar nuevos ejemplos, destacar semejanzas y diferencias con relación a las situaciones y ejemplos ya trabajados, o sea, promover la reconciliación integradora; después de esta segunda presentación, hay que proponer alguna otra actividad colaborativa que lleve los estudiantes a interactuar socialmente, negociando significados, contando con el profesor como mediador; esta actividad puede ser la resolución de problemas, la construcción de un mapa conceptual o un diagrama V, un experimento de laboratorio, un pequeño proyecto, etc., pero necesariamente tiene que haber negociación de significados y la mediación docente.

6. Concluyendo la unidad, se da continuidad al proceso de diferenciación progresiva, retomando las características más relevantes del contenido en cuestión, pero desde una perspectiva integradora, o sea, buscando la reconciliación integrativa; eso debe ser realizado a través de una nueva presentación de los significados que puede ser, otra vez, una breve exposición oral, lectura de un texto, recurso computacional, audiovisual, etc.; lo importante no es la estrategia en sí, sino el modo de trabajar el contenido de la unidad; después de esta tercera presentación, se deben proponer y trabajar nuevas situaciones-problema en un nivel más alto de complejidad con relación a las situaciones anteriores; esas situaciones deben ser resueltas en actividades colaborativas y después presentadas y/o discutidas en el grupo grande, siempre contando con la mediación del docente.

7. La evaluación del aprendizaje en la UEPS debe ser realizada a lo largo de su implementación, anotando todo lo que pueda ser considerado evidencia de aprendizaje significativo del contenido de la misma; además, debe haber una evaluación sumativa después del sexto paso, en la que se deben proponer cuestiones/situaciones que impliquen comprensión, que manifiesten captación de significados e, idealmente, alguna capacidad de transferencia; tales cuestiones/situaciones deben ser previamente validadas por profesores experimentados en la materia de enseñanza; la evaluación del desempeño del alumno en la UEPS deberá estar basada, en pie de igualdad, tanto en la evaluación formativa (situaciones, tareas resueltas colaborativamente, registros del profesor) como en la evaluación sumativa.

8. La UEPS solamente será considerada exitosa si la evaluación del desempeño de los estudiantes suministra evidencias de aprendizaje significativo (captación de significados, comprensión, capacidad de explicar, de aplicar el conocimiento para resolver situaciones problema). El aprendizaje significativo es progresivo, el dominio de un campo conceptual es progresivo; por eso, el énfasis en evidencias, no en comportamientos finales.

Aspectos transversales:

• En todos los pasos, los materiales y las estrategias de enseñanza deben ser diversificados, el cuestionamiento debe ser privilegiado con relación a las respuestas memorizadas y el diálogo y la crítica deben ser estimulados.

• Como tarea de aprendizaje, en actividades desarrolladas a lo largo de la UEPS, se le puede pedir a los estudiantes que ellos mismos propongan situaciones problema relativas al asunto en cuestión.

• Aunque la UEPS deba privilegiar las actividades colaborativas, la misma puede también prever momentos de actividades individuales.

2.1.2.2 El Pensamiento variacional y la proporcionalidad

El pensamiento variacional se encarga fundamentalmente, de la modelación matemática y esto requiere activación constante de procesos de medición, elaboración de registros y establecimiento de relaciones entre cantidades y magnitud. El desarrollo del pensamiento variacional se fundamenta en el razonamiento algebraico, según Godino: “el razonamiento algebraico implica representar, generalizar y formalizar patrones y regularidades en cualquier aspecto de las matemáticas” (2000, p.8).

Una rápida visión a la evolución histórica, desde las matemáticas, del estudio de la variación permite afirmar que ésta se inicia con las tablas babilónicas, con las gráficas de variación (Oresme en la Edad Media) y con las algebraicas de origen renacentista. Particularmente, el contexto de la variación proporcional para modelar las situaciones de variación cobra especial relevancia por ser la única teoría matemática con la que se contaba en la Edad Media. Pero es en el contexto del estudio matemático del movimiento donde se alcanza la construcción matemática de la variación, lo que configura el Cálculo.

Esta breve e incompleta presentación histórica de la variación, hace necesario desmenuzar los conceptos, procedimientos y métodos que involucra la variación para poner al descubierto las interpelaciones entre ellos. Un primer acercamiento en la búsqueda de las interrelaciones permite identificar algunos de los núcleos conceptuales matemáticos en los que está involucrada la variación:

- Continuo numérico, reales, en su interior los procesos infinitos, su tendencia, aproximaciones sucesivas, divisibilidad.

- La función como dependencia y modelos de función.

- Las magnitudes.

- El álgebra en su sentido simbólico, liberada de su significación geométrica, particularmente la noción y significado de la variable es determinante en este campo.

- Modelos matemáticos de tipos de variación: aditiva, multiplicativa, variación para medir el cambio absoluto y para medir el cambio relativo. La proporcionalidad cobra especial significado.

En los contextos de la vida práctica y en los científicos, la variación se encuentra en contextos de dependencia entre variables o en contextos donde una misma cantidad varía (conocida como medición de la variación absoluta o relativa). Estos conceptos promueven en el estudiante actitudes de observación, registro y utilización del lenguaje matemático.

Abordado así el desarrollo del pensamiento variacional se asume por principio que las estructuras conceptuales se desarrollan en el tiempo, que su aprendizaje es un proceso que se madura progresivamente para hacerse más sofisticado, y que nuevas situaciones problemáticas exigirán reconsiderar lo aprendido para aproximarse a las conceptualizaciones propias de las matemáticas.

Entre los diferentes sistemas de representación asociados a la variación se encuentran los enunciados verbales, las representaciones tabulares, las gráficas de tipo cartesiano o sagital, las representaciones pictóricas e icónicas, la instruccional (programación), la mecánica (molinos) y las expresiones analíticas. El estudio de la variación puede ser iniciado pronto en el currículo de matemáticas. El significado y sentido acerca de la variación puede establecerse a partir de las situaciones problemáticas cuyos escenarios sean los referidos a fenómenos de cambio y variación de la vida práctica. La organización de la variación en tablas, puede usarse para iniciar en los estudiantes el desarrollo del pensamiento variacional por cuanto la solución de tareas que involucren procesos aritméticos, inicia también la comprensión de la variable. En estos problemas los números usados deben ser controlados y los procesos aritméticos también se deben ajustar a la aritmética que se estudia. Igualmente, la aproximación numérica y la estimación deben ser argumentos usados en la solución de los problemas.

Como su nombre lo indica, este tipo de pensamiento tiene que ver con el reconocimiento, la percepción, la identificación y la caracterización de la variación y el cambio en diferentes contextos, así como con su descripción, modelación y representación en distintos sistemas o registros simbólicos, ya sean verbales, icónicos, gráficos o algebraicos. Uno de los propósitos de cultivar el pensamiento variacional es construir desde la Educación Básica Primaria distintos caminos y acercamientos significativos para la comprensión y uso de los conceptos y procedimientos de las funciones y sus sistemas analíticos, para el aprendizaje con sentido del cálculo numérico y algebraico y, en la Educación Media, del cálculo diferencial e integral. Este pensamiento cumple un papel preponderante en la resolución de problemas sustentados en el estudio de la variación y el cambio, y en la modelación de procesos de la vida cotidiana, las ciencias naturales y sociales y las matemáticas mismas.

El pensamiento variacional se desarrolla en estrecha relación con los otros tipos de pensamiento matemático (el numérico, el espacial, el de medida o métrico y el aleatorio o Probabilístico) y con otros tipos de pensamiento más propios de otras ciencias, en especial a través del proceso de modelación de procesos y situaciones naturales y sociales por medio de modelos matemáticos. En particular la relación con otros pensamientos aparece con mucha frecuencia, porque la variación y el cambio, aunque se representan usualmente por medio de sistemas algebraicos y analíticos, requieren de conceptos y procedimientos relacionados con distintos sistemas numéricos (en particular, del sistema de los números reales, fundamentales en la construcción de las funciones de variable real), geométricos, de medidas y de datos y porque todos estos sistemas, a su vez, pueden presentarse en forma estática o en forma dinámica y variacional acercándose a la proporcionalidad.

El desarrollo de este pensamiento se inicia con el estudio de regularidades y la detección de los criterios que rigen esas regularidades o las reglas de formación para identificar el patrón que se repite periódicamente. Las regularidades (entendidas como unidades de repetición) se encuentran en sucesiones o secuencias que presentan objetos, sucesos, formas o sonidos, uno detrás de otro en un orden fijado o de acuerdo a un patrón. De esta manera, la unidad que se repite con regularidad da lugar a un patrón. Al identificar en qué se parecen y en qué se diferencian los términos de estas sucesiones o secuencias, se desarrolla la capacidad para identificar en qué consiste la repetición del mismo patrón y la capacidad para reproducirlo por medio de un cierto procedimiento, algoritmo.

Para desarrollar este pensamiento desde los primeros niveles de la Educación Básica Primaria son muy apropiadas, entre otras, las siguientes actividades: analizar de qué forma cambia, aumenta o disminuye la forma o el valor en una secuencia o sucesión de figuras, números o letras; hacer conjeturas sobre la forma o el valor del siguiente término de la secuencia; procurar expresar ese término, o mejor los dos o tres términos siguientes, oralmente o por escrito, o por medio de dibujos y otras representaciones, e intentar formular un procedimiento, algoritmo o que permita reproducir el mismo patrón, calcular los siguientes términos, confirmar o refutar las conjeturas iniciales e intentar generalizarlas.

Las actividades de generalización de patrones numéricos, geométricos y de leyes y reglas de tipo natural o social que rigen los números y las figuras involucran la visualización, exploración y manipulación de los números y las figuras en los cuales se basa el proceso de generalización. Esta es una forma muy apropiada de preparar el aprendizaje significativo y comprensivo de los sistemas algebraicos y su manejo simbólico mucho antes de llegar al séptimo y octavo grado. Estas actividades preparan a los estudiantes para la construcción de la expresión algebraica a través de la formulación verbal de una regla recursiva que muestre cómo construir los términos siguientes a partir de los precedentes y el hallazgo de un patrón que los guíe más o menos directamente a la expresión algebraica.

El estudio del cambio también se puede iniciar en la Educación Básica Primaria a través del análisis de fenómenos de variación (por ejemplo, el crecimiento de una planta durante un mes o el cambio de la temperatura durante el día o el flujo de vehículos frente a la institución durante una mañana) representados en gráficas y tablas. Esta manera de acercarse al pensamiento variacional está muy relacionada con el manejo de los sistemas de datos y sus representaciones. Por el análisis cuidadoso de esas representaciones se puede identificar la variación que ocurre y, en algunos casos, llegar a precisar la magnitud de los cambios y aun la tasa de cambio en relación con el tiempo.

El estudio de los patrones está relacionado con nociones y conceptos propios del pensamiento variacional, como *constante*, *variable*, *función*, *razón o tasa de cambio*, *dependencia e independencia* de una variable con respecto a otra, y con los distintos tipos de modelos funcionales asociados a ciertas familias de funciones, como las lineales y las afines (o de gráfica lineal), las polinómicas y las exponenciales, así como con las relaciones de desigualdad y el manejo de ecuaciones e inecuaciones. El estudio de las relaciones funcionales que pueden detectarse en la vida cotidiana, como las relaciones entre edad y altura de un niño (o entre edad y masa o peso corporal), entre la temperatura a lo largo de un día y la hora que marca un reloj, etc., permite coordinar cambios de una magnitud Y con cambios de una magnitud X. Esta primera aproximación a la noción la función es la de dependencia funcional entre magnitudes variables.

Es importante distinguir las funciones lineales de las no lineales y conectar el estudio de la proporcionalidad directa con las funciones lineales. Además se debe tener en cuenta que las funciones permiten analizar y modelar distintos fenómenos y procesos no sólo en problemas y situaciones del mundo de la vida cotidiana, sino también de las diferentes disciplinas.

El desarrollo del pensamiento variacional, dadas su s características, es lento y complejo, pero indispensable para caracterizar aspectos de la variación tales como lo que cambia y lo que permanece constante, las variables que intervienen, el campo de variación de cada variable y las posibles relaciones entre esas variables.

Además, en las situaciones de aprendizaje que fomentan el desarrollo de este tipo de pensamiento, también se dan múltiples oportunidades para la formulación de conjeturas, la puesta a prueba de las mismas, su generalización y la argumentación para sustentar o refutar una conjetura o una propuesta de generalización, todo lo cual se relaciona con el pensamiento lógico y el pensamiento científico. Esto se logra a través de la elaboración e interpretación de ciertas representaciones matemáticas gráficas, tablas, ecuaciones, inecuaciones o desigualdades, etc., que permiten tratar con situaciones de variación y dependencia en la resolución de problemas. Los objetos algebraicos, como por ejemplo los términos algebraicos, se reconstruyen como representaciones de funciones y las ecuaciones e inecuaciones se reinterpretan como igualdades o desigualdades entre funciones. De aquí que las múltiples relaciones entre la producción de patrones de variación y el proceso de modelación y particularmente el estudio de las nociones de variable y de función sean las perspectivas más adecuadas para relacionar el pensamiento variacional con el cálculo algebraico en la Educación Básica Secundaria y con la geometría analítica y el cálculo diferencial e integral en la Educación Media. (MEN, 1998).

Entre las estrategias que puede utilizar un docente para promover aprendizajes significativos/ constructivos nos apoyaremos en la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel y en las situaciones problemas. Ellas incluyen la activación de los conocimientos previos y la información novedosa para aprender haciendo uso de los recursos digitales buscando en el docente una actitud reflexiva y critica y en los estudiantes verdaderos aprendizajes.

2.1.2.3 Situación problema

Orlando Mesa (1998, p.15) señala:

"Una situación problema es un espacio de interrogantes frente a los cuales el sujeto está convocado a responder. En el campo de las matemáticas, una situación problema se interpreta como un espacio pedagógico que posibilita tanto la conceptualización como la simbolización y la aplicación comprensiva de algoritmos, para plantear y resolver problemas de tipo matemático". Definición que tiene como punto de partida la noción que tienen de lo que es un problema dada por Piaget, (1973), Polya (1954) y Garret, entre otros. De la definición anterior se ha considerado la forma como se procesa o se plantea una situación problema que motive y desencadene razonamientos de orden matemático, que incorpore el planteamiento de preguntas abiertas y cerradas y que finalmente contribuya al desarrollo de las competencias lógico matemáticas, cual es el propósito. Para plantear una situación problema, el docente requiere tener en cuenta las siguientes actividades que le dan cuerpo al proceso:

1. Definición de una red conceptual. Esta red tiene que ver con tener a disposición un referente de algún saber que se ajuste a las condiciones sociables e individuales de los estudiantes.

2. Escoger un motivo. Es una situación del contexto que sea capaz de facilitar actividades y el planteamiento de preguntas abiertas y cerradas.

3. Fijar varios estados de complejidad. Este estado de complejidad va encaminado a regular las actividades y el grado de dificultad de las preguntas que el estudiante debe enfrentar.

4. Proponer una estrategia. Aquí es importante la didáctica y los momentos de enseñanza y aprendizaje para que afloren las propuestas creativas.

5. Ejercitación. Escoger ejercicios adecuados, es decir, prototipos que deben comprender los estudiantes.

6. Ampliación, cualificación y desarrollo de los conceptos tratados. Una situación problema que se diga interesante tiene que ofrecer esta opción a los estudiantes.

7. Implementar una estrategia de evaluación de las competencias. Esta es tal vez la actividad más difícil de implementar; la evaluación de competencias a través de logros de las mismas, requiere la implementación de una forma de evaluar muy seria y cuidadosa. (Mesa, 1998).

- **La enseñanza a partir de situaciones problemáticas**

Miguel de Guzmán pone el énfasis en los procesos de pensamiento, en los procesos de aprendizaje y toma los contenidos matemáticos, cuyo valor no se debe en absoluto dejar a un lado, como campo de operaciones privilegiado para la tarea de hacerse con formas de pensamiento eficaces. Se trata de considerar como lo más importante:

– Que el alumno manipule los objetos matemáticos.
– Que active su propia capacidad mental.
– Que reflexione sobre su propio proceso de pensamiento con el fin de mejorarlo conscientemente.
– Que, de ser posible, haga transferencias de estas actividades a otros aspectos de su trabajo mental.
– Que adquiera confianza en sí mismo.
– Que se divierta con su propia actividad mental.
– Que se prepare así para otros problemas de la ciencia y, posiblemente, de su vida cotidiana.
– Que se prepare para los nuevos retos de la tecnología y de la ciencia.

Varias son las razones que Miguel de Guzmán considera de las situaciones problemáticas como contexto:

– Porque es lo mejor que podemos proporcionar a nuestros jóvenes: capacidad autónoma para resolver sus propios problemas.

– Porque el mundo evoluciona muy rápidamente, los procesos efectivos de adaptación a los cambios de nuestra ciencia y de nuestra cultura no se hacen obsoletos.

– Porque el trabajo se puede hacer atrayente, divertido, satisfactorio y creativo.

– Porque muchos de los hábitos que así se consolidan tienen un valor universal, no limitado al mundo de las matemáticas.

– Porque es aplicable a todas las edades. (Guzman, 1993, p.111)

Investigadores holandeses del Instituto Freudenthal. (Reeuwijk, 1997, p.13-14). Consideran entre otras las siguientes razones:

- Se puede ver la importancia de distintos tópicos de las matemáticas, como por ejemplo la proporción y la pendiente de una línea y la manera como contribuyen a que los estudiantes entiendan cómo se emplean las matemáticas en la sociedad y en la vida cotidiana.

- Los estudiantes aprenden a usar las matemáticas en la sociedad y a descubrir qué matemáticas son relevantes para su educación y profesión posteriores. Puesto que es importante que todos los estudiantes aprendan matemáticas como parte de su educación básica, también es importante que sepan por qué las aprenden. A través del contexto desarrollarán una actitud crítica y flexible ante el uso de las matemáticas en problemas que deberán afrontar en la vida real.

- Se acerca a los estudiantes a la historia tanto de las matemáticas como de las demás disciplinas e incrementa su interés por ésta.

- Despiertan la creatividad de los estudiantes y los impulsa a emplear estrategias informales y de sentido común. Al afrontar un problema en un contexto eficaz, los estudiantes desarrollan la capacidad de analizar dicho problema y de organizar la información. Las estrategias intuitivas que desarrollan pueden constituir un buen punto de partida natural en la evolución de las matemáticas más formales, es decir de la búsqueda de sentido.

- Un buen contexto puede actuar como mediador entre el problema concreto y las matemáticas abstractas. En el proceso de resolución, el problema se transformará en un modelo que puede evolucionar desde un modelo de la situación a un modelo para todos los problemas que se le asemejan desde el punto de vista matemático.

2.1.2.4 Mapas conceptuales

Novak (1998) señala que un problema fundamental en el aprendizaje de las matemáticas es que la mayor parte de los materiales de instrucción son conceptualmente poco claros, es decir, no presentan los conceptos ni las relaciones conceptuales necesarios para comprender el significado de las ideas matemáticas en cuestión. A la hora de diseñar e implementar instrucciones escolares que cumplan las condiciones del aprendizaje significativo, se hacen necesarios instrumentos que faciliten dicho aprendizaje y el mapa conceptual es precisamente uno de ellos.

En cuanto al desarrollo cognitivo sobre el razonamiento proporcional encontramos en la teoría de Piaget (Piaget e Inhelder, 1972) una caracterización del mismo, ya que en la misma el razonamiento proporcional está indicado como la señal del nivel de las operaciones formales en los estadios de desarrollo definidos. Piaget abordó este tema principalmente en sus estudios referidos a la probabilidad, las leyes físicas y las relaciones espaciales. Según él, la noción de proporción se encuentra en el nivel de las relaciones formales, es decir, que las operaciones no se realizan directamente sobre los objetos sino que se trata de operaciones. Siguiendo las ideas de Freudenthal (1978) los problemas de razonamiento proporcional pueden clasificarse en problemas que tienen razones internas y problemas que tienen razones externas. Las razones internas son razones entre términos pertenecientes a una misma magnitud, y las razones externas son comparaciones entre cantidades de dos diferentes magnitudes.

De acuerdo a lo expuesto anteriormente para la aplicación de la estrategia se rescata el constructivismo, la teoría del aprendizaje significativo, las situaciones problema y los mapas conceptuales. Aunque no son las únicas teorías que dan explicación de los procesos de aprendizaje de los estudiantes, son muy importantes para identificar los procesos cognitivos y psicológicos de los estudiantes. La teoría del aprendizaje significativo es importante porque que permite incorporar a través de su desarrollo muchas estrategias como son las situaciones problema, los mapas conceptuales, permite evidenciar los aprendizajes previos de los alumnos, debido a su flexibilidad.

Es una teoría que va de la mano con la teoría del constructivismo, en la que se parte de conocimientos previos, permite integrar lo afectivo, lo social y lo conceptual, de igual manera son los alumnos quienes marcan las pautas de su propio aprendizaje construyendo su propio conocimiento.

La construcción del conocimiento escolar es un proceso en el que el alumno selecciona, organiza y transforma los saberes previos que posee con la nueva información, si el alumno ha construido este proceso a conciencia seguramente podríamos decir que existe un aprendizaje significativo. Se reconoce los diferentes tipos y situaciones de aprendizaje escolar como son el modo (recepción y descubrimiento) y la forma como se incorpora a la estructura cognitiva el conocimiento, bien sea por repetición y por la significatividad.

Se resalta la utilización del mapa conceptual como instrumento facilitador del aprendizaje significativo y en concreto, su utilización en la enseñanza/aprendizaje de la noción de proporcionalidad y los problemas correspondientes a la misma, haciendo hincapié por una parte en la razón entre cantidades diferentes de la misma magnitud y por otra, en la relación proporcional que puede existir entre dos magnitudes diferentes y las diversas formas en las que esta relación proporcional puede ser expresada. Para el caso de la proporcionalidad véase la figura 1.

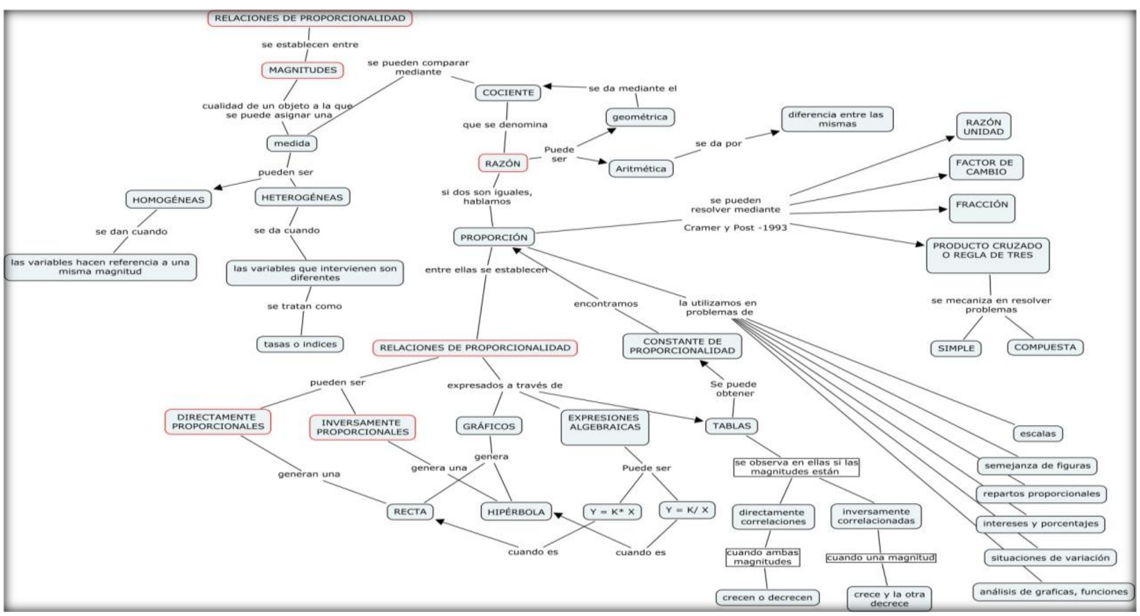


Figura 1. Mapa conceptual de la proporcionalidad

Tomado de: Ceferino Parra Martin. Modificado por César Augusto Lopera. Disponible en http://cmapspublic3.ihmc.us/rid=1K4SKM0SF-17BK7S-XNR/Proporcionalidad.cmap

2.2 Marco conceptual y disciplinar

2.2.1 La proporcionalidad

Definición formal:

Dos magnitudes son proporcionales si se puede establecer un isomorfismo entre sus cantidades *f* : M $\rightarrow$ N tal que:

I. Si a < b implica *f(a)* < *f(b),* la relación de orden es monótona,

II. y *f(a+b)* = *f(a)* + *f(b),* es decir se conserva el orden y la suma.

III. Si la magnitud es continua la proporcionalidad *f* queda unívocamente determinada dando la cantidad homóloga *f*(a) de una cantidad cualquiera y en particular las cantidades correspondientes f(a) de una cantidad cualquiera y en particular las cantidades correspondientes a una unidad. En efecto si *a* = *r.e* entonces *f*(a) = *f*(*r.e*) =r*f*(*e*), Así, las medidas de cantidades correspondientes, a, *f*(a) con unidades correspondientes, *e*,*f*(*e*) son iguales *a* = *r.e* ; *f*(a) = *rf*(*e*).

Es decir la proporcionalidad es una relación o razón entre magnitudes medibles. Es uno de los escasos conceptos matemáticos ampliamente difundido en la población. Esto se debe a que es en buena medida intuitiva y de uso muy común. La proporcionalidad directa es un caso particular de las variaciones lineales. El factor constante de proporcionalidad puede utilizarse para expresar las relaciones de igualdad entre las magnitudes.

El símbolo matemático '∝' se utiliza para indicar que dos valores son proporcionales. Por ejemplo, A ∝ B.

Proporcionalidad directa: Dadas dos variables *x* e *y*, *y* es (directamente) proporcional a x (x e y varían directamente, o x e y están en variación directa) si hay una constante k distinta de cero tal que**:** $y = k.x$

La relación a menudo se denota $x \propto y$ y la razón constante $k = \frac{y}{x}$ Es llamada *constante de proporcionalidad.*

Formalmente sean My N dos magnitudes proporcionales continuas, sea f la correspondencia entre sendas cantidades e y u dos unidades respectivamente de M y N

f: M $\rightarrow$ N

e $\rightarrow$ u podemos escribir; $f(e) = k.u$ diremos entonces que $\boldsymbol{k}$ es la constante de proporcionalidad respecto de las unidades e, u. En este sentido la constante de proporcionalidad es una representación de la correspondencia y por eso la denotamos por: $\boldsymbol{k} = [f]\ \{e\}\{u\}$

Como las magnitudes M y N pueden ser descritas completamente por sus medidas m_e y m_u respectivamente, entonces la proporcionalidad f puede expresarse como una aplicación g de R^+ en R^+, específicamente $g = m_u \circ f \circ m_e^{-1}$ así $g(r) = m_u(f(r.e))$ por lo tanto g satisface la ecuación funcional de Cauchy (1821).

$g(x+y) = g(x) + g(y)$ con x,y € R^+ y al ser g monótona, es decir que conserva el orden, admite como única solución, que caracteriza la proporcionalidad $g(r) = k.r$ con r € R^+

- **Primer ejemplo de proporcionalidad directa**

La receta de un pastel de vainilla indica que para cuatro personas se necesitan 200 g de harina, 150 g de mantequilla, cuatro huevos y 120 g de azúcar. ¿Cómo adaptar la receta para cinco personas? Según varios estudios, la mayoría de la gente calcularía las cantidades para una persona (dividiendo entre cuatro) y luego las multiplicaría por el número real de personas, cinco, otras solo le sumarían lo que a una persona le corresponde. Una minoría no siente la necesidad de pasar por las cantidades unitarias (es decir por persona) y multiplicaría los números de la receta por 5/4 = 1,25 (lo que equivale a añadir cinco huevos, 250 g de harina; 187,5 g de mantequilla y 150 g de azúcar).

Se dice que la cantidad de cada ingrediente es **proporcional** al número de personas y se representa esta situación mediante una tabla de proporcionalidad: coeficiente **k** no nulo (5/4 en el ejemplo) tal que:

$$y_1 = k \cdot x_1, y_2 = k \cdot x_2 \quad \ldots \quad y_n = k \cdot x_n$$

Recta que pasa por el origen de coordenadas

Si se consideran $x_1, x_2 \ldots x_n$ e $y_1, y_2 \cdots y_n$ como valores de variables x e y, entonces se dice que estas variables son proporcionales; la igualdad $y = k.x$ significa que y es una Función lineal de x.

La representación gráfica de esta función es una recta que pasa por el origen del sistema de coordenadas.

Véase figura 2. Una variación (incremento o decremento) de x da lugar a una variación proporcional de y (y recíprocamente, puesto que k≠0: y = 1/k · x):

$$\Delta y = k \cdot \Delta x$$

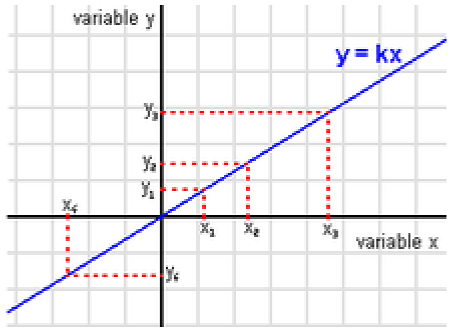


Figura 2. Función lineal

Son las funciones más sencillas que existen y las primeras que se estudian en clase de matemáticas, con estudiantes de trece años aproximadamente.

La relación «Ser proporcional a» es

- reflexiva (toda variable es proporcional a sí misma, con el coeficiente 1)
- simétrica (cuando *y* es proporcional a *x* entonces *x* lo es a *y*, con el coeficiente inverso) y
- transitiva (si *x* es proporcional a *y*, e *y* a *z*, entonces *x* lo es con *z*, multiplicando los coeficientes).

Por lo que se trata de una relación de equivalencia. En particular dos variables proporcionales a una tercera serán proporcionales entre sí. Véase figura 3.

La gráfica del primer ejemplo se puede descomponer en tres de formato dos por dos así:

$\times \frac{5}{4}$

personas	harina (g)
4	200
5	250

$\times \frac{5}{4}$

personas	mantequilla (g)
4	150
5	187,5

$\times \frac{5}{4}$

personas	azúcar(g)
4	120
5	150

Figura 3. Factor de proporcionalidad

Por tanto las propiedades de la proporcionalidad se ilustran preferentemente con tablas de cuatro casillas. Una **proporción** está formada por los números a, b, c y d, si la razón entre a y b es la misma que entre c y d. Véase la figura 4.

Una proporción está formada por dos razones iguales: a : b = c : d

Dónde a, b, c y d son distintos de cero y se lee *a* es a *b* como *c es a d* .

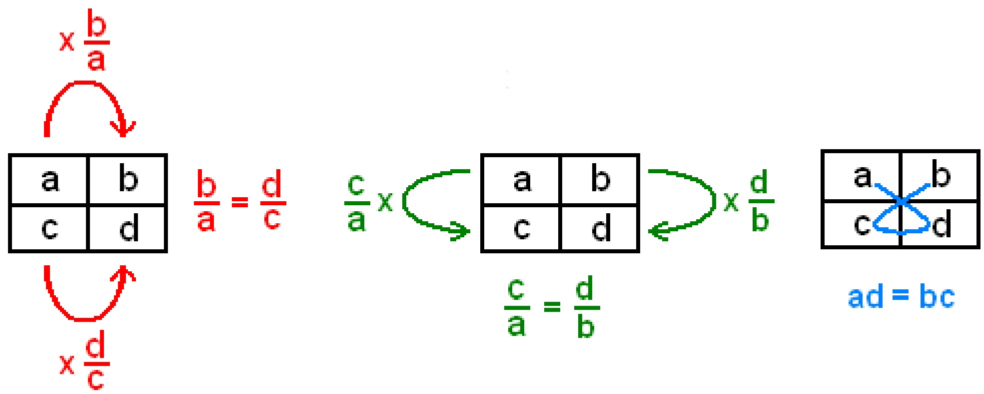


Figura 4. Relaciones entre antecedente y consecuente

Proporción múltiple: Una serie de razones está formada por tres o más razones iguales: a : b = c : d = e : f

Y se puede expresar como una proporción múltiple: a : c : e = b : d : f

En la proporción hay cuatro términos; a y d se llaman **extremos**; c y b se llaman **medios**.

En toda proporción *el producto de los extremos es igual al producto de los medios*.

Para establecer que una tabla es proporcional, se puede:

a. Verificar que la segunda columna es múltiple de la primera, en la figura 4 para pasar de la primera casilla a la segunda, hay que multiplicar por **b/a**; en la segunda línea se tiene que multiplicar por d/c, luego estas fracciones deben ser iguales para obtener columnas proporcionales.

b. Verificar que la segunda línea es múltiple de la primera. (segunda tabla, con un raciocinio parecido).

c. Verificar la igualdad de los productos cruzados: **a·d = b·c**. Las igualdades anteriores equivalen a a·d = b·c. Véase figura 4.

2.2.2 Magnitudes y medidas

Por magnitud entendemos un conjunto no vacio M con una relación de orden (<) y una operación interna (+) tal que; (a,b,c ϵ M).

Ordenación: a < b ó a = b ó b < a

a. Transitiva: a < b y b < c implica que a a < c
b. Propiedad Asociativa: (a+b) + c = a+(b+c)
c. Simplificación: a+c = b+c implica que a=b
d. Conmutativa : a+b = b+a
e. Diferencia a < b si y solo sí existe un c tal que a+c =b
f. Divisibilidad: Para cada a en M y n un número natural existe un b, b M, tal que a=n.b donde n.b = b+……..+ b con n sumandos. Con estas condiciones M admite la multiplicación y la división por números naturales y en consecuencia por números racionales positivos Q^+. (Fiol, 1990, 29-31).

2.2.3 Razones entre magnitudes

Dadas dos cantidades a,b, la razón entre ambas se puede definir sin hacer referencia directa a la medida.

Basta para ello considerar la cortadura (P_1,P_2) sobre los números racionales positivos:

$P_1 = \{m/n; m,n \in N / na < mb \}$

$P_2 = \{m/n; m,n \in N / na \geq mb \}$

Entonces el número real r que define será la razón entre dichas cantidades a y b. Indicaremos simbólicamente que a/b = r

Toda razón entre cantidades determina una proporcionalidad entre las cantidades de la misma magnitud. En efecto, definimos $\int_{a/b}$ (d) = c si y solo sí a/b = c/d para a,b,c,d en M.

Diremos que {a,b,c,d} son proporcionales y a la cantidad c la llamaremos la cuarta proporcional. $\int_{a/b}$ es un automorfismo en M, efectivamente.

Por la definición de $\int_{a/b}$ se tendrá simbólicamente a/b = Ku/u

Es decir que (a,b) y (ku,u) definen la misma cortadura y como la cortadura definida por (ku,u) es K, se concluye que K =r, razón de (a,b).

A más más como la cortadura (P_1,P_2), es equivalente a la cortadura (C_1,C_2) donde

$C_1 = \{q \in Q^+ / q.b > a \}$
$C_2 = \{q \in Q / q.b < a \}$

Y como C_1,C_2) define la medida de a con respecto a b, podemos concluir que la razón a/b coincide con la medida de a respecto a b y por tanto con el cociente de sus medidas tomadas con la misma unidad.

Con esta definición se recuperara toda la teoria de razones en el libro V de los elementos de Euclides. En efecto, la definición 6 del libro V de Euclides dice que a y b están en la misma razón que c y d, cuando, para todos los números naturales n y m, se tienen las implicaciones siguientes según los tres casos posibles:

Si na > mb entonces nc > md
Si na = mb entonces nc = md
Si na < mb entonces nc < md

Esta definición es equivalente a decir que (a,b,c,d) son proporcionales, es decir. a y b determinan la misma cortadura que c y d. la cortadura determinada para dos cantidades a y b sobre los números racionales positivos es (P_1,P_2) (Dhombres, 1978, p.28-56).

2.2.4 **Propiedades de la relación de proporcionalidad**

Observemos la siguiente figura:

Ladrillos	Valor
1	500
2	1000
3	1500

En la figura anterior pueden comprobarse las siguientes relaciones:

- La constante de proporcionalidad es el valor de la variable dependiente correspondiente al valor 1 de la variable independiente.

- Si los valores de la variable independiente se duplican, triplican, cuadriplican, etc, los correspondientes valores de la variable dependiente también se duplican, triplican, cuadriplican, etc.

- Si los valores de la variable independiente se reducen a la mitad, tercera parte, cuarta parte, etc, los correspondientes valores de la variable dependiente también se reducen a la mitad, tercera parte, cuarta parte, etc.

- La razón constituida por dos valores de una variable es igual a la razón constituida por los dos valores correspondientes de la otra variable.

- Una proporción es la igualdad de dos razones (una razón es un cociente indicado).

Estas propiedades se pueden demostrar matemáticamente. Si partimos de la relación:

$y = k \cdot x$

- La primera propiedad se demuestra sin más que hacer $x = 1$

- Tomemos dos pares de valores (x_1, y_1) y (x_2, y_2) de la función. Se tendrá

$y_2 = k \cdot x_2 \quad ; \quad y_1 = k \cdot x_1$

Si x_2 es doble que x_1:

$x_2 = 2 \cdot x_1$

De donde resultará

$y_2 = k \cdot x_2 = k \cdot (2 \cdot x_1) = 2 \cdot (k \cdot x_1) = 2 \cdot y_1$

Análogamente si x_2 es triple, o cuádruplo, etc., que x_1.

- Si x_2 es la mitad, o la tercera parte, o la cuarta parte, etc, de x_1, la demostración es similar a la anterior

- Para la demostración de la cuarta propiedad, partamos de que

$y_2 = k \cdot x_2$; $y_1 = k \cdot x_1$

Se tendrá

$k = y_2 / x_2$; $k = y_1 / x_1$

Y, en definitiva

$y_2 / x_2 = y_1 / x_1$

Como $y = kx$

Es equivalente a $x = (1/k)y$

Se sigue que sí *y* es proporcional a *x*, con constante de proporcionalidad *k* distinta de cero, entonces *x* es también proporcional a *y* con constante de proporcionalidad 1/*k*.

Si *y* es proporcional a *x*, entonces el gráfico de y como función de x será una línea recta que pasa por el origen con la pendiente de la línea igual a la constante de proporcionalidad: corresponde a un crecimiento lineal.

- **Segundo ejemplo de proporcionalidad directa**

Dos albañiles construyen un muro de doce metros cuadrados de superficie en tres horas; ¿Qué superficie construirán cinco albañiles en cuatro horas?

Hay dos parámetros que influyen en la superficie construida: El número de albañiles y el tiempo de trabajo.

Afirmar que el trabajo realizado es proporcional al número de albañiles equivale a decir que todos los obreros tienen la misma eficacia al trabajo (son intercambiables); y afirmar que la superficie es proporcional al tiempo de trabajo supone que el rendimiento no cambia con el tiempo: los albañiles no se cansan.

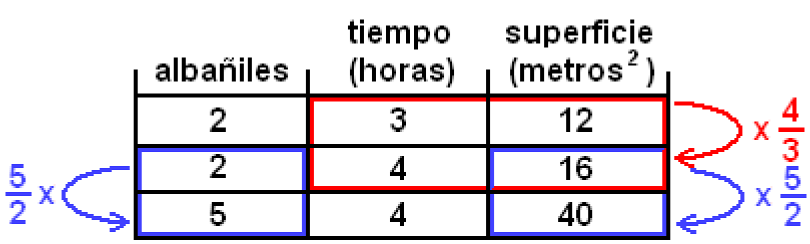


Figura 5. Multiplicando coeficientes en la proporcionalidad directa múltiple

Admitiendo estas dos hipótesis, se puede contestar a la pregunta pasando por una etapa intermedia: ¿Qué superficie construirían dos albañiles en cuatro horas? El parámetro "número de albañiles" tiene un valor fijo, luego se aplica la proporcionalidad con el tiempo. La superficie construida será multiplicada por $\frac{4}{3}$. Luego, fijando el parámetro tiempo a cuatro horas y variando él del número de obreros de 2 a 5, la superficie será multiplicada por $\frac{5}{2}$ Finalmente tendríamos:

12x 4/3 x 5/2 = 40

La proporcionalidad múltiple se resuelve así, multiplicando por los coeficientes correspondientes a cada factor. Véase figura 5.

Tercer ejemplo: Magnitudes Directamente Proporcionales

Un automóvil consume 3 galones de gasolina por 120 km de recorrido ¿Cuantos kilómetros recorre con 20 galones?

Dos magnitudes son **directamente proporcionales** cuando al multiplicar o dividir una de ellas por un número, la otra queda multiplicada o dividida respectivamente por el mismo número.

Observamos que las magnitudes son directas Si la razón o cociente entre ellas es un valor constante. Con los datos de la tabla, hallamos la razón. Lo que se puede observar en la figura 6.

Gasolina (galones)	3	4	8	10	40
Recorrido (kilómetros)	120	160	320	400	1600

Figura 6. Proporcionalidad directa

Con 20 galones de gasolina, el auto recorre 800 kilómetros: Mientras más kilómetros se recorran, más galones de gasolina de consumirán. El número de kilómetros recorridos es directamente proporcional (D.P) al número de galones de gasolina. Siempre que las demás condiciones se mantuvieran constantes. Esto es, que no se modificaran las condiciones climáticas o geográficas que modificaran el consumo.

Proporcionalidad inversa

El concepto de proporcionalidad inversa puede ser contrastado contra la proporcionalidad directa. Considere dos variables que se dicen son “inversamente proporcionales” entre sí. Si todas las otras variables se mantienen constantes, la magnitud o el valor absoluto de una variable de proporcionalidad inversa disminuirá si la otra variable aumenta, mientras que su producto se mantendrá (la constante de proporcionalidad K) siempre es igual.

Formalmente, dos variables son inversamente proporcionales (o están en variación inversa, o en proporción inversa o en proporción recíproca) si una de las variables es directamente proporcional con la multiplicativa inversa (recíproca) de la otra, o equivalentemente, si sus productos son constantes. Se sigue que la variable *y* es inversamente proporcional a la variable *x* si existe una constante *k* distinta de cero tal que $y = \frac{k}{x}$

La constante o factor de proporcionalidad inversa, puede ser encontrada multiplicando la variable “x” y la variable “y”.

Como ejemplo, el tiempo consumido en una travesía es inversamente proporcional a la velocidad del viaje; el tiempo necesitado para cavar un hoyo es (aproximadamente) inversamente proporcional al número de personas cavando**.**

El gráfico de dos variables variando inversamente en un plano de coordenadas cartesianas es una hipérbola. El producto de los valores X e Y de cada punto de esa curva igualarán la constante de proporcionalidad (k). Ya que ni X ni Y pueden ser igual a cero (si k es distinta de), la curva nunca cruzará ningún eje.

Una variable Y es proporcionalmente exponencial a una variable X, si Y es directamente proporcional a la función exponencial de X, esto es sí existen constantes k y a diferentes de cero. $y = ka^x.$

$y = k\log_a(x).$ Del mismo modo, una variable Y es logarítmicamente proporcional a una variable X, si Y es directamente proporcional al logaritmo de X, esto es si existen las constantes k y a distintas de cero.

- **Cuarto ejemplo: Proporcionalidad inversa**

Dos autos recorren exactamente el mismo camino. Al primero le ha tomado dos horas y media llegar al destino, rodando a una velocidad promedia de 70 km/h. El segundo rueda a 100 km/h. ¿Cuánto tiempo ha tardado en llegar? Cuanta mayor velocidad tenga uno, menor tiempo durará el viaje. Si se multiplica por dos la velocidad, la duración del viaje se dividirá en dos. Aquí, claramente el tiempo del recorrido no es proporcional a la velocidad sino justamente lo contrario: es inversamente proporcional, es decir, proporcional a la inversa de la velocidad.

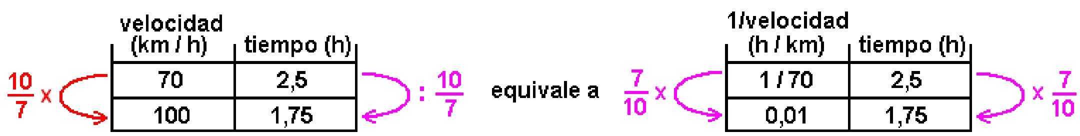


Figura 7. Proporcionalidad inversa

Cambiando una multiplicación por una división (figura7. izquierda) o aplicando la proporcionalidad con la inversa de la velocidad (figura 7. derecha). El tiempo será: 2,5 X 7/10 = 1,75 es decir una hora y 45 minutos. Generalmente, si una variable *y* es inversamente proporcional a otra variable *x*, se puede aplicar la proporcionalidad con $\frac{1}{x}$ o más bien utilizar la siguiente equivalencia. Véase la figura 8.

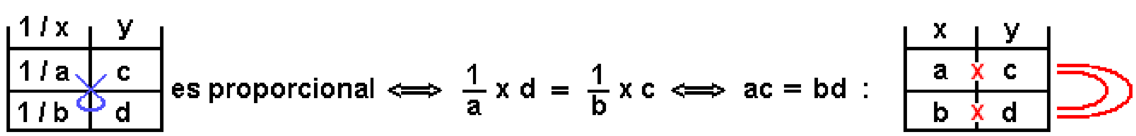


Figura 8. Proporcionalidad inversa de a y b

Es decir que el producto de los valores correspondientes es constante. En el ejemplo: 70 × 2,5 = 100 × 1, 75 = 175 km, que es la longitud del recorrido.

Una tabla de variación proporcional es aquella que sigue una secuencia utilizando de base el precio de algún objeto u otra cosa que pueda aumentar o disminuir cierto número u objeto de forma proporcional. Por ejemplo:

Número de canicas	precio
2 canicas	50 centavos
4 canicas	1 peso
6 canicas	1,50 pesos

2.2.5 Estrategias de cálculo usadas por los estudiantes en los problemas de proporcionalidad

Cramer, Post, y Currier, S. (1993), especifican cuatro tipos de estrategias correctas usadas por los estudiantes en problemas de proporcionalidad: *razón unidad*, *factor de cambio*, *fracción*, y *producto cruzado*. Para ejemplificar estas estrategias, consideremos el siguiente ejemplo:

Ana y Cati han comprado cada una la misma clase de chicle en la misma tienda. Ana compró dos piezas de chicle por $60 pesos. Si Cati compró ocho piezas de chicle, cuánto pagó.

Razón unidad. Es una estrategia de "¿Cuántos por uno?". Esta estrategia implica (a) calcular el precio de una pieza de chicle y entonces (b) calcular el precio de las ocho piezas, multiplicando el precio unidad por las ocho piezas compradas, para generar la respuesta deseada. Para este problema, cada pieza cuesta 30 pesos, de manera que las ocho piezas costarán 24 pesos, pues 8 piezas x 30 pesos/pieza = 240 pesos.

Factor de cambio. Es una estrategia de "¿Cuántas veces? Esta estrategia implica (a) comparar el número de piezas de chicle que cada persona compró (b) determinar el factor de cambio el cual indica cuántas veces una persona compró más piezas de chicle que otra y (c) multiplicar el factor veces por el precio que la persona pagó. Para este problema, Cati compró cuatro veces más chicle que Ana, de forma que Cati debe pagar cuatro veces más, o sea 4 x 60 = 24 pesos.

Fracción (Nosotros proponemos llamar a esta estrategia "equivalencia de fracciones").
Esta estrategia implica considerar las razones como fracciones y tratar una proporción como una equivalencia de fracciones. La tarea es hallar una fracción equivalente a una dada. La razón con valor dado se multiplica por una fracción de la forma n/n igual a uno, de manera que la razón producto tenga un término igual a la respuesta deseada. Para este problema, la proporción es 2/60 = 8/x. Se busca una razón (fracción) que tiene un numerador de ocho piezas y es equivalente a 2 piezas/60 pesos. La fracción (razón) 2 piezas/60 pesos se multiplica así por 4/4 para producir 8 piezas/24 pesos. La respuesta deseada es entonces 240 pesos, puesto que el numerador es ocho piezas.

Producto cruzado (Regla de tres). Esta estrategia implica la formulación de una proporción determinada por la igualdad de dos razones de piezas/pesos. Se calculan los productos cruzados y se calcula la incógnita en la ecuación resultante. En otras palabras, si d/e = f/x, entonces d.x = e.f, ó también, x = e.f/d, o si d/e = x/f, entonces x = df/e. Para este problema, la proporción puede ser expresada como 2 piezas/6 pesos = 8 piezas/x pesos. Por tanto x = 8 piezas . 6 pesos / 2 piezas = 24 pesos. Recuperado de: www.educagratis.org/moodle/mod/resource/view.php?inpopup=true..

2.3 Marco Legal

2.3.1 **Lineamientos curriculares de matemáticas**

Los lineamientos curriculares nacen como la necesidad de indagar por la búsqueda de conocimientos acerca de los lineamientos pedagógicos y curriculares que el país necesita y el ministerio de educación debe ofrecer. Fundamentado en el artículo 78 de la ley 115 de 1994.

Los lineamientos constituyen puntos de apoyo y de orientación general con el objeto de fomentar su estudio y apropiación, buscan fomentar el estudio de la fundamentación pedagógica de las disciplinas, el intercambio de experiencias en el contexto de los Proyectos Educativos Institucionales.

Los lineamientos organizan el currículo en tres grandes aspectos: procesos generales, conocimientos básicos y el contexto. Entre los procesos generales que tienen que ver con el aprendizaje se encuentran: el razonamiento, la resolución y el planteamiento de problemas, la comunicación, la modelación, comparación y ejercitación de procedimientos. (MEN, 1998).

2.3.2 **Estándares de matemáticas**

- **¿Qué son los estándares?**

Un estándar en educación especifica lo mínimo que el estudiante debe saber y ser capaz de hacer para el ejercicio de la ciudadanía, el trabajo y la realización personal. El estándar es una meta y una medida; es una descripción de lo que el estudiante debe lograr en una determinada área, grado o nivel; expresa lo que debe hacerse y lo bien que debe hacerse.

Los estándares básicos de matemáticas son “criterios claros y públicos que permiten conocer cuál es la enseñanza que deben recibir los estudiantes. Son el punto de referencia de lo que un estudiante puede estar en capacidad de saber y saber hacer, en determinada área y en determinado nivel. (MEN, 2002, P.1). Los estándares están organizados en la parte horizontal por cinco tipos de pensamiento matemático: Pensamiento numérico y sistemas numéricos, pensamiento espacial y sistemas geométricos, pensamiento métrico y sistemas de medida, pensamiento aleatorio y sistemas de datos, pensamiento variacional y sistemas algebraicos y analíticos y en su parte vertical por los grados de la Educación Básica y Media.

Los estándares hacen énfasis en el Pensamiento Métrico y sistemas de medida. En la primera parte se incluye los estándares que están asociados al concepto de magnitud, en la segunda parte se encuentran los estándares que están asociados al concepto de sistemas de medidas y en tercera parte están los estándares asociados a los procesos de cálculo.

Los estándares de matemáticas deben estar organizados y contemplar tres aspectos que deben estar presentes en la actividad matemática:

- Planteamiento y resolución de problemas
- Razonamiento matemático (fórmulación, argumentación, demostración)
- Comunicación matemática. Consolidación de la manera de pensar (coherente, clara, precisa).

El conjunto de Estándares debe ser entendido en términos de procesos que se desarrollan gradual e integradamente, a partir de niveles de complejidad creciente, por lo menos en el nivel de grados en los cuales han sido fórmulados, pero que incluso su desarrollo no termina allí.

Se trata entonces de comprender que el diseño curricular de cada institución en coherencia con su PEI, debe buscar el desarrollo de un trabajo integrado en los distintos pensamientos, más que cada uno independiente de los demás. Esto se logra si el desarrollo del trabajo en el aula se piensa desde las situaciones problemas, más que de los contenidos, y de esta forma en cada situación explotar las posibilidades de interrelacionar Estándares y los diferentes pensamientos.

A continuación solamente tomamos los estándares que tienen que ver con nuestra propuesta acerca de la proporcionalidad.

- **Estándares propios del proyecto**

Grado 1-3.

Pensamiento numérico

- Resuelvo y formulo problemas en situaciones de variación proporcional.

Pensamiento variacional

- Describo cualitativamente situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas.

Grado 4-5.

Pensamiento numérico

- Interpreto las fracciones en diferentes contextos: situaciones de medición, relaciones parte todo, cociente, razones y proporciones.

- Resuelvo y formulo problemas en situaciones de proporcionalidad directa, inversa y producto de medidas.

- Modelo situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa.

Pensamiento variacional

- Describo e interpreto variaciones representadas en gráficos.

Grado 6-7

Pensamiento numérico

Justifico el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa.

Pensamiento variacional

- Describo y represento situaciones de variación relacionando diferentes representaciones (diagramas, expresiones verbales generalizadas y tablas).

- Reconozco el conjunto de valores de cada una de las cantidades variables ligadas entre sí en situaciones concretas de cambio (variación).

- Analizo las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa en contextos aritméticos y geométricos. (MEN, 2005).

2.3.3 **Hacia una estructura curricular**

Las matemáticas, lo mismo que otras áreas del conocimiento, están presentes en el proceso educativo para contribuir al desarrollo integral de los estudiantes con la perspectiva de que puedan asumir los retos del siglo XXI. Se propone pues una educación matemática que propicie aprendizajes de mayor alcance y más duraderos que los tradicionales, que no sólo haga énfasis en el aprendizaje de conceptos y procedimientos sino en procesos de pensamiento ampliamente aplicable y útil para aprender cómo aprender.

Por otra parte, hay acuerdos en que el principal objetivo de cualquier trabajo en matemáticas es ayudar a las personas a dar sentido al mundo que les rodea y a comprender los significados que otros construyen y cultivan. Mediante el aprendizaje de las matemáticas los estudiantes no sólo desarrollan su capacidad de pensamiento y de reflexión lógica sino que, al mismo tiempo, adquieren un conjunto de instrumentos poderosísimos para explorar la realidad, representarla, explicarla y predecirla; en suma, para actuar en y para ella.

El aprendizaje de las matemáticas debe posibilitar al alumno la aplicación de sus conocimientos fuera del ámbito escolar, donde debe tomar decisiones, enfrentarse y adaptarse a situaciones nuevas, exponer sus opiniones y ser receptivo a las de los demás.

Es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje con la experiencia cotidiana de los estudiantes, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de situaciones problemáticas y de intercambio de puntos de vista.

De acuerdo con esta visión global e integral del quehacer matemático, proponemos considerar tres grandes aspectos para organizar el currículo en un todo armonioso:

Procesos generales que tienen que ver con el aprendizaje, tales como el razonamiento; la resolución y planteamiento de problemas; la comunicación; la modelación y la elaboración, comparación y ejercitación de procedimientos.

Conocimientos básicos que tienen que ver con procesos específicos que desarrollan el pensamiento matemático y con sistemas propios de las matemáticas. Desde la renovación curricular son: los sistemas numéricos, sistemas geométricos, sistemas de medida, sistemas de datos y sistemas algebraicos y analíticos.

El contexto tiene que ver con los ambientes que rodean al estudiante y que les dan sentido a las matemáticas que aprende. Variables como las condiciones sociales y culturales tanto locales como internacionales, el tipo de interacciones, los intereses que se generan, las creencias, así como las condiciones económicas del grupo social en el que se concreta el acto educativo, deben tenerse en cuenta en el diseño y ejecución de experiencias didácticas.

Algunos aspectos que pueden ayudar a desarrollar el pensamiento numérico de los niños y de las niñas a través del sistema de los números naturales y a orientar el trabajo en el aula son:

2. Comprensión de los números y de la numeración.
3. Comprensión del concepto de las operaciones.
4. Cálculos con números y aplicaciones de números y operaciones.

Desde la comprensión del concepto de las operaciones para el caso de la proporcionalidad en el que se encuentra involucrada las operaciones los aspectos básicos que según varios investigadores (por ejemplo, NCTM, 1989; Dickson, 1991; Rico, 1987; Mcintosh, 1992) se pueden tener en cuenta para construir el significado de las diferentes operaciones y que pueden dar pautas para orientar el aprendizaje de cada operación, tienen que ver con:

- Reconocer el significado de la operación en situaciones concretas, de las cuales emergen.
- Reconocer los modelos más usuales y prácticos de las operaciones.
- Comprender las propiedades matemáticas de las operaciones.
- Comprender el efecto de cada operación y las relaciones entre operaciones.

Al igual que en la adición existen modelos o interpretaciones concretas que se ayudan de analogías discretas o continuas como las siguientes, algunos resultan más sencillos de reconocer como problemas de multiplicación que otros. Por ejemplo se halló que el modelo de "razón" resultaba más sencillo para algunos niños que el de "producto cartesiano".

Para Piaget las operaciones son acciones internalizadas. Hay que tener en cuenta que la comprensión de las operaciones con números se va desarrollando gradualmente y se va ampliando considerando una gama cada vez más grande y abstracta de situaciones.

Es importante explorar varios modelos para la multiplicación para que los estudiantes vean tanto el poder de un modelo como sus limitaciones. Por ejemplo, pensar en la multiplicación como adición repetida puede conducir a generalizaciones incorrectas ("la multiplicación siempre hace las cosas más grandes"). Una variedad de modelos tales como una recta numérica o un modelo de arreglo son útiles en la medida en que los niños ven la multiplicación en una variedad de contextos y modelos.

La relación inversa entre operaciones es otra conexión valiosa que proporciona al estudiante otra forma de pensar sobre el problema. (MEN, 1998). Para resumir se propone el mapa conceptual de la estructura curricular del área de matemáticas. Véase en la figura 9.

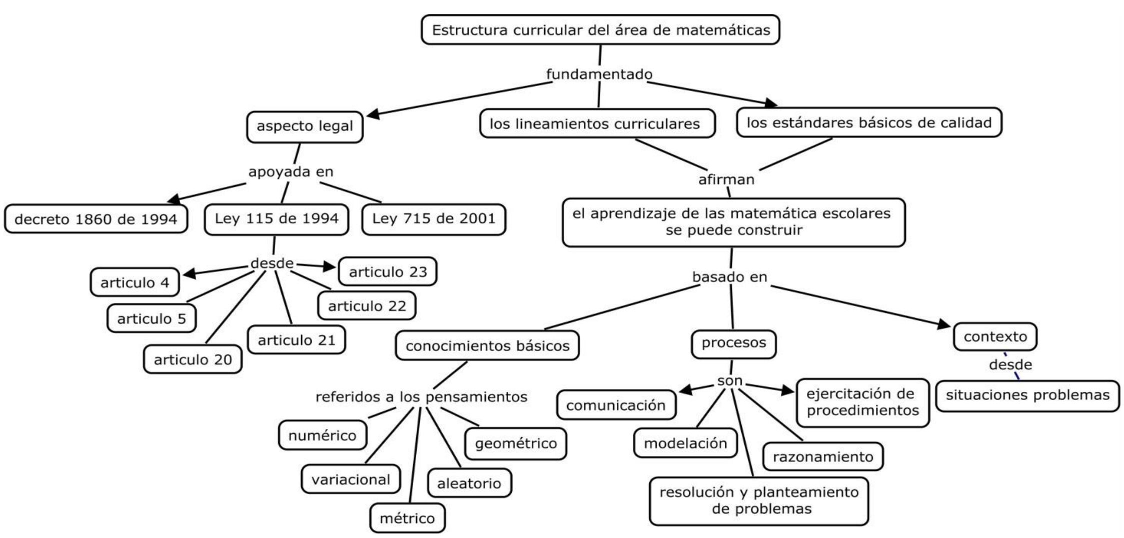


Figura 9. Mapa conceptual de la estructura curricular del Área de Matemáticas

Mapa conceptual. Recuperado de: Programa Expedición currículo maestros para maestros. Medellín todos para la vida. Alcaldía de Medellín. Programa Desarrollo de Contenidos y Plan de Estudios. Subsecretaría de Calidad Educativa11 de octubre de 2013. Laboratorio de matemáticas Fredy Pérez. Coordinador

3. Capítulo 3: Metodología y cronograma de actividades

La metodología se refiere al método o los procedimientos necesarios para realizar la investigación aplicada. Para este caso se aplicará la monografía de análisis de experiencias o estudio de casos en la cual se abordaron las teorías del constructivismo y el aprendizaje significativo. La propuesta didáctica se desarrolla en cuatro momentos: el momento I corresponde al diagnóstico donde se realizó un test con 20 preguntas para identificar los saberes previos de los estudiantes, el momento II se enfocó en el análisis de la prueba diagnóstica, en el momento III se diseñaron y se aplicaron las estrategias con sus respectivas actividades siguiendo los pasos de las UEPS y el momento IV se utilizó para el análisis de resultados de las actividades y del test final.

Los estudiantes inicialmente recibieron una inducción en Excel sobre lo que era Excel, se permitió que le exploraran, tuvieron algunos encuentros en el ingreso de datos, y una oportunidad para crear fórmulas en alguna celda. Tuvieron la oportunidad de ingresar datos y graficarlos. Para ello se utilizaron 4 horas de clase.

En otras dos horas se explicó el manejo de la plataforma Moodle y como ingresaban allí, se les proporcionó el enlace: “maescentics2.medellin.unal.edu.co/~caloperaz/moodle/”, a cada uno se les suministro el nombre de usuario y contraseña y exploraron de forma general la plataforma. Ingresando por el curso MATEMATICAS II. Como se puede ver en la figura 10.

Ocho horas se destinaron para las explicaciones y desarrollo de las actividades por los estudiantes. 1 hora se utilizó para diseñar el mapa conceptual y otra hora para reconceptualizar y elaborar de nuevo el mapa conceptual. Se destinaron 4 horas para la evaluación de diagnóstico y el Test final.

Figura 10 Presentación página principal MOODLE

3.1 Momento I. Prueba diagnóstica

En el test se indaga por los conceptos previos de razón, magnitud, proporcionalidad, resolución de problemas, la regla de tres simple y compuesta, proporción directa e inversa y las relaciones entre magnitudes y la interpretación de gráficas. (Ver anexo 1).

3.2 Momento II. Análisis de la prueba de diagnóstico

Para generar las conclusiones de la prueba de diagnóstico se utilizó la siguiente codificación:

Cod1. Desconocimiento de los conceptos de razón y magnitud

Cod2. Desconocimiento de los conceptos de proporción

Cod3. Desconocimiento de lo que es una fracción equivalente

Cod4. Desconocimiento de la graficas en el plano cartesiano

Cod5. Desconocimiento del teorema de Thales

Cod6. Procesos y resultados correctos

Cod7. Proceso correcto, con errores de cálculo

Cod8. Selecciona correctamente pero no justifica las respuestas

Cod9. Operaciones básicas erróneas

Cod10. Error en la lectura de escalas

Cod11. Resultado intuitivo por aproximación

Cod12. Resultado obtenido por proceso aditivo

Cod13. Datos mal interpretados

Cod14. Procesos incompletos

Cod15. No lo hace - no comprende, otras respuestas

Análisis a las respuestas de la prueba de Diagnóstico

Para el análisis de la prueba de diagnóstico se tomó una muestra de 52 estudiantes, correspondientes al grupo 7-1 con veinte estudiantes y 32 estudiantes del grupo 7-5. De ellos ocho estudiantes se encuentran repitiendo.

Pregunta 1.

Proporciones. El 21% de los estudiantes selecciona correctamente que una proporción es la igualdad de dos razones, pero dicen no saber o no entender. El 60% desconoce el concepto de proporción Y el 19% no marca ninguna respuesta. Conclusión: Podría decir que el 100% desconoce el concepto de proporción, porque aquellos que respondieron no justifican su respuesta.

Pregunta 2.

Razón. El 6% responde correctamente y justifica que es una proporción, el 17% marca la opción correcta pero no justifica y el 77% dice no saber, no marca o no comprende. Se deduce que los jóvenes no leen bien o desconocen los conceptos de constante, la gráfica de la proporcionalidad y por ende que una proporción es la igualdad de dos razones.

Pregunta 3.

El 37% selecciona la respuesta correcta al decir que el tiempo y el consumo de una maquina son directamente proporcionales, pero no justifica sus respuestas y cuando justifica no hay razones lógicas. El 17% no lo hace y 46% selecciona otras cosas.

Pregunta 4.

Magnitudes directamente e inversamente proporcionales. Solo el 8% selecciona la respuesta correcta, el 25% no lo hace, lo que conduce a que el 92% responde incorrectamente, mal interpreta datos o no comprende.

Pregunta 5.

Fracciones equivalentes. El 23% selecciono la respuesta correcta, pero no justifica y cuando lo hace, la justificación no corresponde a la realidad, el 69% no responde, no comprende o da otras respuestas. Conclusión desconocen lo que es una fracción equivalente.

Pregunta 6.

Proporcionalidad. Directa. El l 74% señala la respuesta correcta, de ellos el 29% no justifica su respuesta y el 10% lo hace por razonamiento aditivo y el 35% lo hace por razonamiento multiplicativo, mas no tiene en cuenta el concepto de proporcionalidad. El 21% no lo hace, no lo comprende o da respuestas incorrectas. Conclusión: la mayoría aplica la multiplicación para solucionar problemas de proporcionalidad directa.

Pregunta 7.

Reducción a la unidad. El 29% no comprende, no lo hace o marca otras opciones, el 31% marca la respuesta correcta pero no justifica, el 19% realiza correctamente el proceso, reducción a la unidad y multiplicación, el 13% operaciones básicas erróneas, el 4% obtiene el resultado por procesos aditivos y el otro 4% se alcanza a apreciar que son resultados intuitivos por aproximación.

Pregunta 8.

Reducción unidad comparación. El 12% responde correctamente y hace un procedimiento correcto, al dividir cada valor y llevarlo a la unidad, encontrar el valor de cada unidad y comparar; el 37% señala la respuesta correcta sin dar ninguna justificación, el 33% no comprende, o no lo hace o marca otras opciones, el 13% interpreta mal los datos haciendo procesos ilógicos, el 6% realiza operaciones básicas erróneas.

Pregunta 9.

El 71% no comprende o no realiza o marca otras respuestas desconociendo totalmente el teorema de Thales y la proporcionalidad, el 12% selecciona la respuesta correcta pero no justifica y el 6% realiza cálculos pero no conllevan a una argumentación.

Pregunta 10.

Reducción a la unidad. El procedimiento más adecuado para responder a la pregunta: Si dos m^2 de baldosín nro1. Cuesta 300.000 ¿cuánto cuestan los 15 m^2? el procedimiento más adecuado para hallar la respuesta es: dividir entre 2 y multiplicar por 15, con un 35%, el segundo procedimiento es multiplicar 15 por 300.000 y dividir entre 2, con un 23%, el 19% le cuesta leer y e interpretar, por lo que la pregunta era de seguir un procedimiento.

Pregunta 11.

Magnitudes inversamente proporcionales. El 6% responde correctamente justificando sus respuestas, el 29% selecciona la respuesta correcta pero sin justificación, el 52% dice no saber, no comprender o responder cualquier otra opción, el 6 % resuelve por aproximación, el 8% realiza operaciones incorrectas sin coherencia.

Pregunta 12.

Equivalencia entre fracciones. Proporción. El 4% responde correctamente con procedimientos intuitivos por aproximación, el 12% selecciona la respuesta correcta sin justificar, el 81% dice no comprender, no lo hace o marca otras opciones y el 4% realiza operaciones incorrectas. Conclusión: el 85 % desconoce el concepto de proporción.

Pregunta 13.

Razón de cambio. Solo el 6% equivalente a tres personas hace un procedimiento correcto, el 15% responde sin justificar, el 75% no responde, dice no saber o marca cualquier respuesta. 2 estudiantes hacen operaciones incorrectas. Conclusión: dificultad para manejar la unidad de cambio

Pregunta 14.

Razonamiento Multiplicativo. El 23% responde correctamente haciendo uso del razonamiento multiplicativo, el 17% marca la respuesta correcta pero no justifica, el 46% no marca, no sabe u otras respuestas, el 12% responde correctamente y hace uso de procesos aditivos.

Pregunta 15.

Fracciones – equivalencias.- Comparación. El 6% realiza operaciones correctas, utilizando procesos multiplicativos y dividendo, pero no usa razonamientos proporcionales. El 31% selecciona la respuesta correcta pero no justifica, el 44% marca otras respuestas, o no marca y dice no comprender, el 8% llega a la conclusión por procesos aditivos.

Pregunta 16.

Propiedades de las razones. El 75% desconoce las propiedades de las razones, no contesta, dice no saber nada y no comprender, de ellos el 8% realiza operaciones erroneas, el 25% selecciona la respuesta correcta pero sin justificar.

Pregunta 17.

Proporcionalidad directa compuesta. Solamente un alumno llega al resultado por procedimientos gráficos, el 37% marca la respuesta correcta sin justificar, el 6% realiza operaciones erróneas sin aproximarse a los resultados y el 56% no lo hace o no comprende o marca otras respuestas sin justificar. Conclusión: Dificultad para solucionar problemas de proporcionalidad directa.

Pregunta 18.

En el manejo de regla de tres inversa. El 17% marca la respuesta correcta pero no justifica, el 2% realiza operaciones erróneas y el 81% no marca, no comprende o marca otras opciones. Conclusión. No manejan regla de tres compuesta inversa.

Pregunta 19.

Propiedades de las razones. El 23% señala la respuesta correcta pero no justifica, el 10% realiza operaciones erróneas sin justificación sin aproximarse a la respuesta y el 67% señala otras opciones, no responde o no comprende. Conclusiones. Dificultad para aplicar el manejo de las propiedades de las razones.

Pregunta 20.

Escalas, semejanzas. El 21% selecciona la respuesta correcta pero no justifica, el 79% no comprende, no marca o selecciona otras respuestas. Conclusión. Desconocen las relaciones de semejanza, dificultad para el manejo de escalas y equivalencias.

Lectura general de la prueba de diagnostico

- Pregunta 1, 2, 12 Proporciones. El 78% de los estudiantes desconoce el concepto de proporción, la constante, la gráfica de proporcionalidad directa, como comparar dos razones y como hallar la cuarta proporcional.

- Pregunta 3. Relaciones entre magnitudes. El 77.5% desconoce cuando dos magnitudes están directamente e inversamente proporcionales.

- Pregunta 5. El 69% desconoce la equivalencia entre fracciones.

- Pregunta 6. El 74% resuelve problemas de proporcionalidad directa cuando se le da el valor de la unidad, pero lo soluciona por procesos multiplicativos aunque un 10% lo hace por razonamiento aditivo.

- Pregunta 7 y 8. El 16% de los estudiantes realiza correctamente el proceso, reducción a la unidad y multiplicación, algunos realizan comparaciones.

- De la pregunta 9 se deduce que el 100% desconocen los procedimientos para resolver un problema de semejanza o aplicar el teorema de Thales.

- El procedimiento más adecuado para responder a la pregunta numero 10: Si dos m^2 de baldosín nro1. Cuesta 300.000 ¿cuánto cuestan los 15 m^2? el procedimiento más adecuado para hallar la respuesta según los datos es dividir entre 2 y multiplicar por 15, con un 35%, el segundo procedimiento es multiplicar 15 por 300.000 y dividir entre 2, con un 23%, el 19% le cuesta leer y e interpretar, por lo que la pregunta era de seguir un procedimiento.

- En la solución de problemas de proporcionalidad inversa solo el 6% resuelve este tipo de problemas, tanteando o por procesos multiplicativos.

- Los estudiantes presentan dificultad para manejar la unidad de cambio.

- Al 67% le cuesta realizar un razonamiento multiplicativo, más bien se prefieren procesos aditivos.

- En la pregunta 15 el 6% realiza operaciones correctas, utilizando procesos multiplicativos y divide, pero no usa razonamientos proporcionales, dificultad en el manejo de equivalencias entre fracciones.

- Preguntas 16 y 19. El 24% de los estudiantes acierto sin justificar, los demás desconocen las propiedades de la razones sin aproximación, ni procesos.

- Sobre las preguntas 17 y 18 sobre proporcionalidad directa compuesta e inversa solamente un alumno llega al resultado por procedimientos gráficos, sin concluir totalmente, por lo tanto casi el 100% le cuesta resolver este tipo de problemas.

- Pregunta 20. Desconocen las relaciones de semejanza, dificultad para el manejo de escalas y equivalencias.

En general un 23% por cierto de los selecciona la respuesta correcta, pero no justifica. ¿Qué se puede concluir?

Un 53% desconoce totalmente el tema de la proporcionalidad.

3.3 Momento III. Diseño y ejecución de la propuesta

La UEPS fue montada en la plataforma de MOODLE, allí se desarrolla el diseño y se aplica la estrategia UEPS, con sus respectivas actividades e instrumentos de evaluación, donde los estudiantes a lo largo de toda la propuesta realizaron los talleres propuestos y los test, de los cuales se tomaron evidencias, avances y evaluaciones de tipo formativo y cualitativo. Al ingresar el alumno encontrara seis (6) módulos, que se detallan a continuación:

Módulo 1

En la plataforma MOODLE ingresará a un paquete de contenido IMS llamado "Bienvenido al mundo de las razones", en el cual encontrará una introducción, los objetivos, un video, actividades interactivas y finalmente un cuestionario, con el fin de comprender el concepto de razón.

El mundo de las razones

Propósitos:

- Afinar los saberes previos en los estudiantes.
- Presentar los organizadores previos para conectar los conocimientos previos con los nuevos conocimientos.
- Dar sentido a nuevos conocimientos.
- Despertar la intencionalidad del alumno para el aprendizaje significativo.

Actividad 1.1

Situación problema /saberes previos.

Para el primer paso en la UEPS se presenta una situación problema llamada la "Construcción de la piscina."

Propósitos:

- Dar paso a las situaciones problemas como organizador previo.
- Servir de puente entre lo que el alumno ya sabe y lo que va a aprender significativamente.

Se propone al estudiante la lectura de la situación problema. Sobre ella se irá trabajando más adelante con cada uno de los problemas que se han presentado. En esta actividad el alumno mediante el trabajo colaborativo intentará dar respuesta a las preguntas a partir de lo que sabe. Ver anexo A 2. Situación Problema "La construcción de la piscina"

Paquete de contenido IMS "El mundo de las razones en matemáticas"

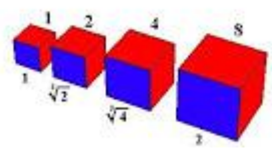
El alumno entrará a la plataforma MOODLE y encontrará un paquete de contenido IMS, que contiene varias actividades las cuales deberá realizar paso a paso.

Propósitos:

- Explorar los conocimientos previos en los estudiantes que a la vez servirán como organizadores previos para acercarlos al concepto de razón.

Actividad 1.2

Abriendo el archivo encontraron las siguientes tres figuras:


Imágenes tomadas de internet anónimas

Observar las siguientes figuras y decir que conocen de ellas, si hay algo relevante en ellas, lo que deberá escribir en el cuaderno o socializar.

Actividad 1.3

Leerá la introducción acerca del concepto de razón y luego escribirá en hojas de block los objetivos pertinentes al concepto de razón.

Actividad 1.4

la razón o proporción aurea, la historia de las razones, explica la espiral aurea, muestra como se relaciona los cuadrados con la sucesión de Fibonacci 1,1,2,3,5,8,13,21,34…., entre otros.

Actividad. 1.5

En el paquete IMS el mundo de las razones hará clic en el enlace ¿Qué es una razón?, donde se presenta un video sobre el concepto de razón, llamado "razones y proporciones" donde establece relaciones de cantidades de los ingredientes para la preparación de un jugo. Luego, vendrá otro video sobre el concepto de razón en el que el expositor parte de la comparación de dos cantidades y ofrece un ejemplo de una canasta con 20 naranjas de cuales salen 5 malas (5/20), simplificando podríamos decir que la razón es ¼ o en su representación decimal corresponde a 0.25, si este se multiplica por 100 se podría leer como, de cada 100 naranjas 25 salen malas; lo que significa que las razones las podemos representar de varias formas.

Actividad 1.6

Propósito:

- familiarizar al estudiante con el concepto de razón a partir de otros ejemplos.

En esta actividad se le presentan al estudiante los siguientes ejemplos:

- El número de niños al número de mujeres en el aula es de 4/5, es decir, que por cada 4 niños en el aula hay 5 mujeres.

- Se llama rendimiento de un vehículo a la razón del número de kilómetros recorridos entre la cantidad de galones de combustible consumido. Para un taxi que ha recorrido 240 kms y el consumo ha sido de 6 galones, el rendimiento sería de 40 km por cada 6 galones y se expresa como: rendimiento = 240 km /6 galones = 40 km/galón (40 kilómetros por galón).

- El número de profesores entre el número de estudiantes del colegio es de 1 a 35, es decir que el número de profesores del colegio es de 1/35 del número de estudiantes.

- Se llama escala a la razón de una longitud cualquiera del mapa entre la longitud del terreno. Por ejemplo, la escala 2 **:** 100 (dos es a cien = 2/100. Nos dice que por cada 2 cm de mapa este representa 100 km en el terreno.

- El número de niños enfermos entre el número de niños es de 4 a 100, es decir, que por cada 100 niños aliviados hay 4 niños enfermos, se expresa 4/100.

- El número de bultos de cemento entre el número de adobes pegados es 1/40, es decir, que por cada 40 adobes pegados se gasta un bulto de cemento.

Actividad 1.7

Se muestra una actividad interactiva donde el alumno equilibra una balanza, agregando masas según el objeto; luego, en una hoja el alumno escribe las posibles razones entre estos objetos y las pesas. Por ejemplo, 1 martillo equivale a 5 pesas de 1 unidad, una plancha equivale a 5 pesas de 2 unidades y así sucesivamente.

Actividad 1.8

Test

Propósito:

- Indagar la concepción que tienen los estudiantes del concepto de razón.

Por último se presenta un cuestionario relativo a los videos, y las demás actividades, el cual debe responder en hojas de block y entregar al docente con sus respuestas justificando cada una de ellas.

Preguntas Verdadero - Falso

1. Si Julián tiene 10 años y su padre tiene 50 años. ¿Es cierto que Julián tiene 1/5 de la edad de su padre?
2. ¿Una razón es el resultado de una división entre dos cantidades o magnitudes?
3. Cuando simplifico la fracción 5/20, la fracción irreducible es 1/5
4. Divide cada una de las razones, si deseas simplifícalas 1/3, 2/6, 3/9 , 6/18, 5/15. ¿Es cierto que todas son equivalentes a 1/4
5. ¿El hombre de Vitrubio, la espiral de Fibonacci, guardan en sus relaciones una constante?
6. Para preparar una bebida para 1 persona utilizo 1 cucharada de jarabe y 3 vasos de leche. Para preparar la misma bebida para 5 personas utilizo 5 cucharadas de jarabe y 10 vasos de leche. La mezcla me quedo correcta.
7. Daniel fue a comprar naranjas. Don Pablo vende 6 naranjas por 300 pesos. Jairo vende 10 naranjas por 350 pesos. La mejor opción de Daniel fue comprarle a Pablo.
8. En una razón el antecedente es a y el consecuente es b

   Pregunta de Elección Múltiple

   Un taxi recorre 240 kilómetros diarios con ocho (8) galones de gasolina. ¿Cuál es el rendimiento del automóvil por galón?

- ◉ 1/20 km/galón
- ○ 24 km/galón
- ○ 30/1 = 30 kilómetros/galón

Actividad 1.9

Taller

Propósitos:

- Identificar y familiarizarse con diferentes situaciones donde podemos encontrar razones.
- Dar significado literal a una razón.

Al inicio de esta actividad el alumno encontrará dos ejemplos sobre razones, tanto numérico como literal, que servirán de guía para resolver los demás. Trabajo que deben presentar en hojas de block.

Ejemplo:

1. El número de hombres al número de mujeres en el aula es de 4/5, es decir, que por cada 4 niños en el aula hay 5 mujeres.

Respuesta esperada:

$\frac{4}{5} =$ número de mujeres/ número de niños

2. Se llama rendimiento de un vehículo a la razón del número de kilómetros recorridos entre los galones de combustible consumido. Para un taxi que ha recorrido 240 kms y el consumo han sido 6 galones el rendimiento es de 40 km por cada 6 galones y se expresa:

Respuesta esperada:

$$\frac{240}{6} = \frac{kilometros\ recorridos}{consumo\ por\ galón} = 40\ \frac{km}{galon}$$

Ejercicios propuestos para ser resueltos por el estudiante

- El número de profesores entre el número de estudiantes del colegio es de 1 a 35, es decir que el número de profesores del colegio es de 1/35 del número de estudiantes.

$$\frac{1}{35} =$$

- Se llama escala a la razón de una longitud cualquiera del mapa entre la longitud del terreno. Como ejemplo tenemos la escala 2 **:** 100 (dos es a cien = 2/100. Nos dice que por cada 2 cms de mapa representa 100 km en el terreno.

$$\frac{2}{100} =$$

- El número de niños enfermos entre el número de niños es de 4 a 100, es decir, que por cada 100 niños aliviados hay 4 niños enfermos, se expresa 4/100

$$\frac{4}{100} =$$

- El número de bultos de cemento entre el número de adobes pegados es 1/40, es decir, que por cada 40 adobes pegados se gasta un bulto de cemento.

$\frac{1}{40} =$

Luego se socializa los ejemplos tratando de dar cuenta de las razones homogéneas, heterogéneas o escalas y la manera como se pueden representar.

Actividad 1.10

Propósitos:

- Acercarnos a la propiedad fundamental de las razones
- Identificar en una serie de rectángulos aquellos en las cuales se mantiene la razón u aquellos equivalentes a uno cualquiera de ellos.

a. Se presentan varias rectángulos en un archivo de Excel.
b. Escribir sus tamaños de menor a mayor en una tabla.
c. Describir sus medidas mediante razones.
d. Realizar la simplificación o hallar las fracciones equivalentes.
e. Describir las conclusiones en hoja de block.

Módulo 2

- **Mapa conceptual**

El segundo paso en la UEPS. Los estudiantes construyeron por equipos un mapa conceptual acerca de la proporcionalidad. Para esto, se elaboraron un número de tarjetas marcadas con cociente, razón, magnitud, relaciones de proporcionalidad, correlacionada, directa, regla de tres, etc. Cada equipo presentó su mapa en un cartel, que fueron pegados alrededor del aula. Con respecto al mapa elaborado se indagó sobre los conceptos de razón, magnitud, proporciones y preguntas sobre el mapa conceptual. Sin intervenir demasiado en ello, puesto que el mapa conceptual fue retomado más adelante.

Propósito:

- Acercar al alumno a una estructura cognitiva significativa, de manera que sus conceptos se posicionen de una manera lógica y coherente.

Actividad 2.1

Para la actividad se proporcionó a cada equipo las etiquetas con los conceptos y los conectores necesarios para construir el mapa conceptual de la proporcionalidad. Por la complejidad de este se reelabora de una manera más sencilla para que los estudiantes lo puedan construir. Se les da las indicaciones y en el proceso de construcción ellos manifestaron que ya conocían bien lo que era un mapa conceptual. Véase en la figura 11 el mapa conceptual que sirvió como organizadores previos y la figura 12 para el mapa conceptual de la proporcionalidad reelaborado después de las actividades.

Figura 11. **Antes. Construcción del mapa conceptual de la proporcionalidad por los estudiantes**

Figura 12. Después de: Construcción del mapa conceptual de la proporcionalidad por los estudiantes

Módulo 3

Magnitudes y relaciones entre magnitudes

En el MOODLE ingresará un paquete de contenido IMS sobre magnitudes llamado "El maravilloso mundo de las magnitudes", en el cual encontrará una introducción, los objetivos, 2 videos, actividades interactivas y finalmente un cuestionario, con el fin de comprender el concepto de magnitud y las relaciones entre magnitudes.

El alumno llenará una tabla en Excel con los datos extraídos de la situación problema, que permitirá dar respuesta a una serie de preguntas formuladas en la situación problema. Luego, se volverá a la actividad de los rectángulos donde el alumno hará relaciones de medidas y colocará allí sus respectivas equivalencias. A continuación, entrará a un archivo en Excel donde encontrará varias tablas en las cuales identificará la constante de proporcionalidad inversa o directa, Además que identifique la relación entre las magnitudes, a medida que el alumno construye las tablas también identificará el tipo de gráfica que se está generando y finalmente el trabajo debe ser entregado al docente.

En las tablas el estudiante debe indicar si las magnitudes crecen o decrecen, ¿cómo son las magnitudes?, se le pedirá que divida o multiplique los datos encontrados según el tipo de relación que existe entre las magnitudes, con el fin de encontrar la constante de proporcionalidad. Para la proporción directa se definen las magnitudes x e y, y la constante de proporción k, entonces $k = \frac{X}{Y}$ Para la proporción inversa se definen las magnitudes $X\ e\ Y$, y la constante de proporción k, entonces $k = X.Y$

Se le pedirá al alumno que escriba la que conecta las variables y las relaciones encontradas allí.

Paquete de contenido IMS "El maravilloso mundo de las magnitudes"

Propósito:

- Explorar los conocimientos previos y a la vez servir como organizador previo para acercarnos al concepto de magnitud.

Actividad 3.1

Cuando el alumno entra al paquete de contenido IMS "Bienvenido al maravilloso mundo de las magnitudes", en la primera pantalla encontrará varios instrumentos, los cuales debe de identificar y responder ¿para qué sirven cada uno de estos instrumentos? Lo cual deben entregar en hoja de block. Véase la figura 13.

Figura 13. El maravillo mundo de las magnitudes

Aunque no es el objeto del trabajo se recomienda ver todo el video y los temas que allí aparecen sobre magnitudes y sistemas de medidas.

Actividad 3.2

Propósito:

- Identificar las magnitudes que intervienen en diferentes situaciones de la cotidianidad.
- Aproximar al alumno a la comprensión del concepto de magnitud. Las cuales debe presentar en hojas de block.

La actividad pretende que el alumno lea para comprender la necesidad de incorporar el concepto de magnitud a la vida cotidiana.

a. Nos llega la factura de los servicios con un sobrecargo por agua y energía. ¿Cómo sabemos qué cantidad de agua y energía nos están cobrando?

b. Imagina que alguien te está dando indicaciones para llegar a su casa y te dice lo siguiente: maneja a lo largo de la 11 Sur durante un rato y doblas a la derecha en uno de los semáforos. Luego sigue derecho durante un largo camino.

c. Vamos a preparar concreto, para ello es necesario saber ¿cuánta arena, agua y cemento hay que agregar para preparar la mezcla? ¿Por qué?

d. Suponga que estas cocinando un pastel. ¿Podrías seguir la siguiente receta?: bata algunos huevos, agregue un poco de azúcar, algo de mantequilla y una buena cantidad de harina y hornéelo un rato en un horno bastante caliente. ¿Por qué?

f. ¿Te gustaría tratar con un banco que te enviara un informe al final del mes que te dijera: aun tiene dinero en su cuenta, aunque no mucho?

Actividad 3.3

Propósitos:

- Leer e interiorizar los propósitos que posiblemente alcanzaremos al terminar esta unidad.
- Reconocer las magnitudes como la propiedad que poseen los objetos de ser medidos.
- Reconocer la diferencia entre magnitud y medida.
- Reconocer que unidad de medida utilizar para determinadas magnitudes.

Actividad 3.4

Propósito:

- Acercarnos al concepto de magnitud y diferenciarlo de la medida.

Ver video. El video nos informa que es la magnitud y que no es la magnitud, nos enseña varios instrumentos y que magnitud estamos utilizando con ellos como la masa, la longitud, el tiempo, peso, volumen, capacidad, entre otras.

Actividad 3.5

Juego interactivo Virtual

Propósito:

- Identificar la magnitud longitud haciendo uso del metro como unidad patrón.

El alumno encontrará varios objetos a los cuales les debe tomar su respectiva medida en cm y mm.

Actividad 3.6

Test magnitudes

Propósito:

- Potenciar el concepto de magnitud mediante un test.

Pregunta Verdadero-Falso

Lea detenidamente antes de responder. Lea los mensajes y después de responder el cuestionario pasarlo a hojas de block, justificando cada una de las respuestas.

1. Magnitud es todo aquello que se puede medir y expresar su valor con un número.

Verdadero Falso

2. El amor, la felicidad y la velocidad son magnitudes

Verdadero Falso

3. La unidad patrón en el sistema internacional de medidas (SI) para la magnitud longitud es el metro

Verdadero Falso

4. El símbolo de la unidad para la magnitud longitud es (m); para la magnitud tiempo es (t) y para la masa es el (Kg)

Verdadero Falso

5. La superficie y el volumen son magnitudes derivadas. Sus unidades son metros cuadros (m^2) y metros cúbicos (m^3) respectivamente.

Verdadero Falso

6. La velocidad es una magnitud derivada y se simboliza m/s

Verdadero Falso

7. La capacidad es una magnitud, su unidad patrón es el litro y se simboliza (l)

Verdadero Falso

Pregunta de Elección Múltiple

8 ¿Cuál de los siguientes instrumentos no sirve para medir?

Reloj metro pito báscula

9. El reloj y el cronómetro sirven para medir:

Longitudes tiempo capacidad

10. ¿Qué se puede medir con la báscula?

Peso temperatura longitud

11. ¿Cuál unidad no es un submúltiplo del metro?

Decímetro (dm) centímetro (cm) yarda milímetro (mm)

Actividad 3.7

Test "Relaciones entre magnitudes"

Propósito:

- Identificar posibles relaciones que existen entre magnitudes.

Para ello contamos con varios ejemplos, de cómo se encuentran relacionadas las magnitudes. El alumno debe leerlas y responder verdadero o falso justificando las respuestas.

En las situaciones reales que nos encontramos a diario vemos posibles relaciones entre magnitudes que están muy relacionadas, magnitudes débilmente relacionadas y magnitudes que no están relacionadas. Ejemplo:

Magnitudes relacionadas: el número de entradas al cine y el precio de la boleta; el precio de la gasolina y la cantidad de galones.

Magnitudes débilmente relacionadas, el tiempo de estudio y la nota del examen están débilmente relacionadas, la estatura y la inteligencia.

Magnitudes que no están relacionadas: la temperatura y el número de zapatos, el color de la camisa y la edad.

1. Las magnitudes: El número de boletas para entrar al cine y el precio están muy relacionadas

Verdadero ○ Falso ○

2. Las horas y los minutos son magnitudes muy relacionadas

Verdadero ○ Falso ○

3. Las magnitudes, el número de años de una persona y el número de balones están relacionadas

Verdadero ○ Falso ○

4. La magnitud hora de estudio y la nota del examen están muy relacionadas

Verdadero ○ Falso ○

5. El número de galones consumidos y los kilómetros recorridos por un automóvil andando a una misma velocidad no están relacionadas

Verdadero ○ Falso ○

Actividad 3.8

Propósito:

- Diferenciar que tipo de magnitudes y relaciones se nos plantean en diversas situaciones.

Actividad Interactiva: En esta actividad el alumno se le pide que arrastre con el mouse un par de magnitudes y las lleve al recuadro donde dice si las magnitudes están muy relacionadas, débilmente relacionadas y aquellas no están relacionadas.

Ejemplo: La altura y la inteligencia no están relacionadas, el número de productos y el importe de la factura están muy relacionadas. Adicionalmente si desea, puede trabajar en otros apartes en este link para profundizar más sobre la proporcionalidad. Véase figura 14.

http://www.extremate.es/ESO/Definitivo%20Proporcionalidad/textoproporcionalidad.swf

Figura 14. Actividad Interactiva. Magnitudes

Actividad 3.9

Propósito: Dar respuesta a las preguntas que se han planteado en la situación problema inicial.

El alumno en esta actividad debió ir llenando una tabla en Excel con los datos que se habían dado en la situación problema inicial. En las tablas de Excel el alumno estuvo restringido a ingresar solo los datos que se le piden.

	A	B	C	D
1				
2	COTIZACION CONSTRUCCIÓN Y MATERIALES PARA LA PISCINA			
3	Cantidad	Descripción del Articulo	Valor unitario	Total Art.
4		llaves para el llenado		$ -
5		llaves para el desague		$ -
6		Excavación		$ -
7		Baldosin nro1		$ -
8		Baldosin nro2		$ -
9		Días de trabajo contratista		$ -
10		Cemento		$ -
11			total	$ -

Actividad 3.10

Propósito:

- Identificar de la situación problema algunas tablas en las que se evidencian si las magnitudes están directamente e inversamente relacionadas. Se propone que el estudiante realice un análisis de estos ejemplos.

Magnitudes directamente proporcionales

La siguiente tabla relaciona los bultos de cemento y el precio por bulto.

Nro. De Bultos	1	2	4	5	8	10	11	20
Precio	22000	44000	88000	110000	176000	220000	242000	440000

La siguiente tabla relaciona el numero de obreros y el metro cuadrado de baldosin pegado

Nro. de Obreros	2	4	8	6	12	3	20	30
M2 de baldosín	3	6	12	9	18	4,5	30	45

La siguiente tabla relaciona el número de llaves abiertas en llenar una piscina y los litros de agua vertidos en la piscina

Nro. De llaves	1	2	3	5	6	8	10	20
litro de agua	1666	3332	4998	8330	9996	13328	16660	33320

Magnitudes inversamente proporcionales

La siguiente tabla relaciona los días laborados y el número de empleados

Nro empleados	1	2	5	20	4
Dias laborados	20	10	4	1	5

La siguiente tabla relaciona la velocidad con el tiempo transcurrido

Velocidad Km/hora	60	120	240	480	720
Tiempo (segundos)	12	6	3	1,5	1

La siguiente tabla relaciona el número de llaves abiertas en llenar una piscina y el tiempo que tarda en llenarla

Nro. De llaves	1	2	3	5	6
tiempo (horas)	30	15	10	6	5

Actividad 3.11

Propósito:

- Identificar si las magnitudes están directa e inversamente relacionadas o correlacionadas.

- Identificar el tipo de gráficas que genera cada una de estas relaciones.
- Identificar la que permite hallar la constante de proporcionalidad directa e inversa.

En esta actividad el alumno lo primero que deberá realizar será llenar los celdas que faltan en cada una de las tablas, luego identificará si las magnitudes crecen o decrecen, luego proceden a dividir o multiplicar cada uno de los ítems entre las magnitudes vara encontrar la constate de proporcionalidad y aquella fórmula que las conecta y por último se apoyara en la gráfica, la manera como se va generando esta y podrá identificar qué tipo de grafica es esta. El archivo terminado será enviado por correo al docente.

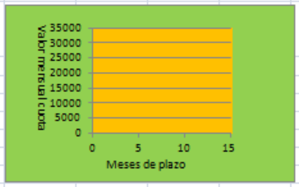
Número de obreros X	Días trabajados Y	Constante
1	20	
2		
	5	
8	2,5	
10		
20	1	

PREGUNTAS

¿La magnitud X asciende o desciende?
¿La magnitud Y asciende o desciende?
¿Cómo son las magnitudes? ¿Por qué?
¿Existe alguna constante en la tabla?
¿Cuál es el valor es la constante?
¿Con cuál de las dos expresiones obtuviste la constante?
X * Y = K ó X / Y = K
¿Qué gráfica se esta genenrando cuando indroduces los datos
¿Porqué se genera esta gráfica?

TABLA 4

Credito- Meses de plazo (X)	valor mensual (m)	Constante
	30000	
3		
4	15000	
10		
	3000	
30		



PREGUNTAS

¿La magnitud X asciende o desciende?
¿La magnitud Y asciende o desciende?
¿Cómo son las magnitudes? ¿Por qué?
¿Existe alguna constante en la tabla?
¿Cuál es el valor es la constante?
¿Con cuál de las dos expresiones obtuviste la constante?
X * Y = K ó X / Y = K
¿Qué gráfica se esta genenrando cuando indroduces los datos
¿Porqué se genera esta gráfica?

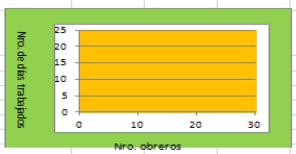
TABLA 5

Lado del terreno (m) X	Area del terreno (m)	Constante
2	4	
3	9	
4		
	25	
	36	
7		
8		

PREGUNTAS

¿La magnitud X asciende o desciende?
¿La magnitud Y asciende o desciende?
¿Cómo son las magnitudes? ¿Por qué?
¿Existe alguna constante en la tabla?
¿Cuál es el valor es la constante?
¿Con cuál de las dos expresiones obtuviste la constante?
X * Y = K ó X / Y = K

Número de obreros X	Días trabajados Y	Constante
1	20	
2		
	5	
8	2,5	
10		
20	1	

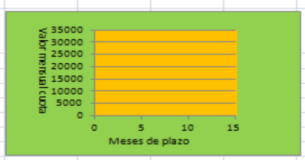


PREGUNTAS

¿La magnitud X asciende o desciende?
¿La magnitud Y asciende o desciende?
¿Cómo son las magnitudes? ¿Por qué?
¿Existe alguna constante en la tabla?
¿Cuál es el valor es la constante?
¿Con cuál de las dos expresiones obtuviste la constante?
X * Y = K ó X / Y = K
¿Qué gráfica se esta genenrando cuando indroduces los datos
¿Porqué se genera esta gráfica?

TABLA 4

Credito- Meses de plazo (X)	valor mensual (m)	Constante
	30000	
3		
4	15000	
10		
	3000	
30		



PREGUNTAS

¿La magnitud X asciende o desciende?
¿La magnitud Y asciende o desciende?
¿Cómo son las magnitudes? ¿Por qué?
¿Existe alguna constante en la tabla?
¿Cuál es el valor es la constante?
¿Con cuál de las dos expresiones obtuviste la constante?
X * Y = K ó X / Y = K
¿Qué gráfica se esta genenrando cuando indroduces los datos
¿Porqué se genera esta gráfica?

TABLA 5

Lado del terreno (m) X	Area del terreno (m)	Constante
2	4	
3	9	
4		
	25	
	36	
7		
8		

PREGUNTAS

¿La magnitud X asciende o desciende?
¿La magnitud Y asciende o desciende?
¿Cómo son las magnitudes? ¿Por qué?
¿Existe alguna constante en la tabla?
¿Cuál es el valor es la constante?
¿Con cuál de las dos expresiones obtuviste la constante?
X * Y = K ó X / Y = K

Módulo 4

- **Proporciones.**

Se comenzó con otra situación problema “El agua que se pierde”. Luego, encontró otro paquete IMS sobre proporcionalidad “Aprendiendo proporciones” donde aparecen los objetivos de la unidad, ¿qué es una proporción?, el cuarto proporcional, dos videos, actividad interactiva, otro video sobre aplicaciones, un test de falso y verdadero y un taller sobre proporcionalidad. En este paso se realizará una intervención docente, acerca de las proporciones indagando sobre las relaciones que se han establecido en las tablas. Además se realizó una introducción en el manejo desde Excel.

Actividad 4.1

Situación problema

Propósitos:

- Dar paso a las situaciones problemas de mayor profundidad
- Servir de puente entre lo que el alumno ya sabe y lo que va a aprender con mayor profundidad (subsunsores).

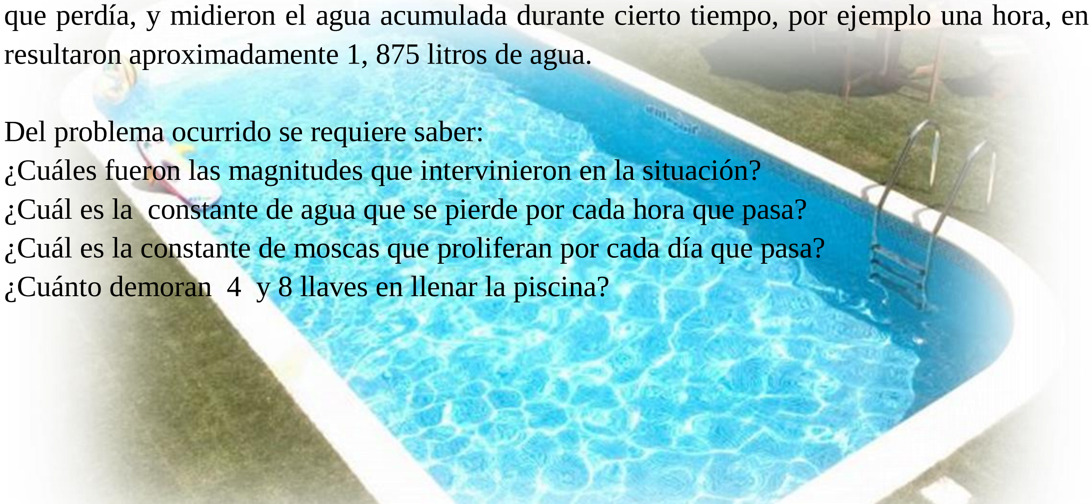
El alumno deberá leer esta situación problema para identificar necesidades e ir dando respuestas a las preguntas que allí aparecen.

“EL AGUA QUE SE PIERDE”

El jefe de mantenimiento de la piscina construida ha dejado un desagüe, desperdiciando agua durante 30 días sin percatarse del asunto, gastando 45 litros de agua por día. El error ha ocasionado en la casa vecina una inundación, donde ha proliferado una contaminación de moscos a razón de 50 moscas por día. Solucionado el problema del desagüe, para llenar la piscina 1 llave se demora 24 horas

Para hacer el cálculo del agua que se perdía diariamente colocaron un recipiente debajo de la canilla que perdía, y midieron el agua acumulada durante cierto tiempo, por ejemplo una hora, en la que resultaron aproximadamente 1, 875 litros de agua.

Del problema ocurrido se requiere saber:
¿Cuáles fueron las magnitudes que intervinieron en la situación?
¿Cuál es la constante de agua que se pierde por cada hora que pasa?
¿Cuál es la constante de moscas que proliferan por cada día que pasa?
¿Cuánto demoran 4 y 8 llaves en llenar la piscina?



Actividad 4.2

Situación problémica

Propósito**:**

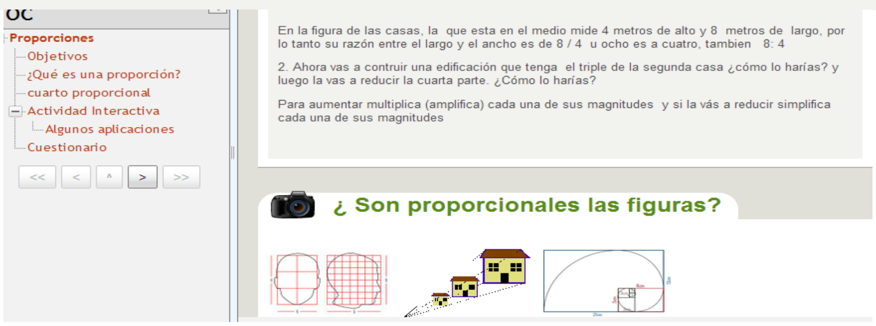
- Introducir al alumno al concepto de proporción por medio de una situación problémica.

1. Observa las figuras en la parte inferior, todas ellas están en proporción. ¿Por qué?

En la figura de las casas, la que está en el medio mide 4 metros de alto y 8 metros de largo, por lo tanto su razón entre el largo y el ancho es de 8 / 4 u ocho es a cuatro, también 8: 4

2. Ahora vas a construir una edificación que tenga el triple de la segunda casa ¿cómo lo harías? y luego la vas a reducir la cuarta parte. ¿Cómo lo harías?

Para aumentar multiplica (amplifica) cada una de sus magnitudes y si la vas a reducir simplifica cada una de sus magnitudes.



Actividad 4.3

Propósitos:

- Distinguir entre una razón y una proporción.
- Identificar la proporción como la igualdad de dos razones.
- Hallar el cuarto proporcional

Actividad 4.4

Se invita al alumno a que haga clic en el icono que dice “Video sobre proporciones” y observe el video.

Actividad 4.5

Video: Video proporciones

En este link https://www.youtube.com/watch?v=pbCV7_9CyEk, como se puede ver en la figura 15, el video nos narra que es una proporción y como la podemos representar y luego nos propone un ejemplo:

Un sastre compro 3 metros de tela y por ella pagó 21 pesos. Si necesita 7 metros de la misma tela, ¿Cuánto deberá pagar?

Tela	3	7
Pesos	21	x

Luego se convierte en una proporción $\frac{3}{21} = \frac{7}{\square}$ porque una proporción es igual a dos razones

El video también nos muestra la proporcionalidad entre dos triángulos semejantes

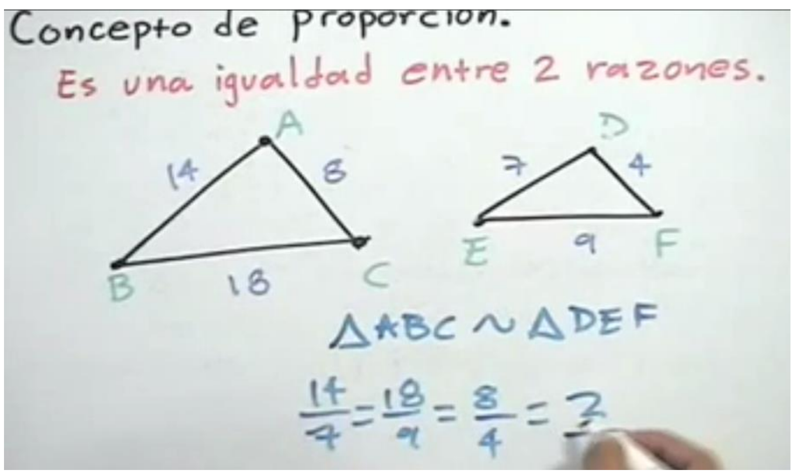


Figura 15. Concepto de proporción

Actividad 4.6

Cuarto proporcional.

Propósito: Identificar el proceso para hallar la incógnita en una proporción

La actividad consiste en que lea detenidamente el proceso para hallar el cuarto proporcional y luego deberá comprobar que existe proporción. Producto de extremos igual a producto de medios.

¿Cómo hallar el cuarto proporcional?

Hallar el cuarto proporcional es preguntar por la incógnita o el dato que falta en la proporción. Para encontrar el dato, multiplico los extremos y los medios o viceversa y paso a dividir el dato que acompaña la incógnita (x) ejemplos:

$\frac{\square\square}{\square} = \frac{25}{3}$ $\quad 25\square = 50 \times 3$ $\quad \square = \frac{150}{25} = 6$

$\frac{\square}{4} = \frac{2}{1}$ $\quad 1\square = 4 \times 2$ $\quad \square = \frac{8}{1} = 8$

$\frac{9}{10} = \frac{\square}{5}$ $\quad 10\square = 9 \times 5$ $\quad \square = \frac{45}{10} = 4,5$

$\frac{5}{30} = \frac{6}{\square}$ $\quad 5\square = 30 \times 6$ $\quad \square = \frac{180}{5} = 36$

¡Comprueba que son proporciones!

En esta actividad los estudiantes observaron 2 videos donde se aplicó el concepto de proporción.

Actividad 4.7

Video proporciones

En este link https://www.youtube.com/watch?v=6-1B56tiUwo se pudo observar cómo se halla una cuarta proporcional entre 3,5 y 20. y en la siguiente actividad el estudiante desarrolló varios ejercicios de este tipo comprobando proporciones.

Seguidamente observó otro video en este link https://www.youtube.com/watch?v=SqsHJJyIJ-s donde se muestran dos ejemplos.

Actividad 4.8

Taller.

El alumno resolvió una serie de actividades para afirmar el concepto de proporción y poder trabajar con los modelos para resolver problemas sobre proporcionalidad.

Después de haber visto el paquete IMS de Proporciones debió resolver este cuestionario en hojas de block para la carpeta

1. Cuál es el término desconocido en las siguientes proporciones:

$$\frac{3}{5} = \frac{60}{m}$$

$$\frac{7}{\square} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{\square}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{8}{2} = \frac{\square}{4}$$

$$\frac{\square}{90} = \frac{3}{2}$$

2. En el siguiente punto encontrarás las repuestas por medio de proporciones. Escribe los datos en forma de razones y encuentra las incógnitas.

- 2000 gramos de azúcar están a razón de 20 litros de agua. ¿8 litros de agua a cuántos kilogramos de azúcar equivalen?
- Un automóvil recorre 240 km en 8 horas. ¿Cuántos kilómetros habrá recorrido en 2 horas?
- La razón entre las mujeres y hombres en el aula 8 a 4, ¿por 10 mujeres cuántos hombres hay?
- Cinco (5) frascos de alcohol cuesta 2500. ¿Cuánto cuestan 32 frascos?

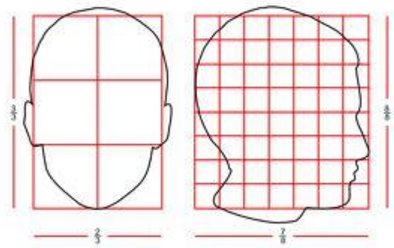
3. Los cuadros de una galería esta en proporcionales según la tabla:

	C1	C2	C3
Largo	3	9	27
Ancho	1	3	X

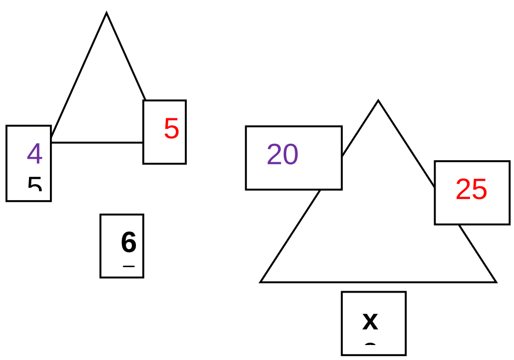
- Podrías decir cuál es el valor que le corresponde al ancho del cuadro nro.3

4. José compra 17 kilos de cementos, si 7 cuestan $14000 pesos ¿cuánto pagara José?

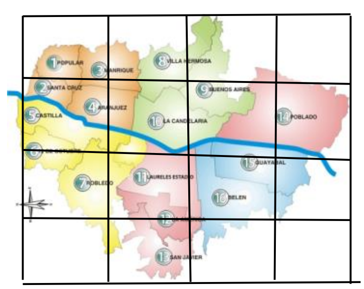
5 ¿Cuál es la escala o en qué razón se encuentras estos dos cabezas?



6. Los siguientes triángulos están proporcionales. Descubre cuánto mide el lado del triángulo que falta?



7. Realiza la siguiente figura a escala, que guarde las proporciones, como el dibujo donde aparecen las cabezas. Escala 1:3 Quiero decir que por cada 1 cuadro en el plano deberás realizar 3 en el plano que se encuentra vacío.



Módulo 5

- **Proporcionalidad directa e inversa**

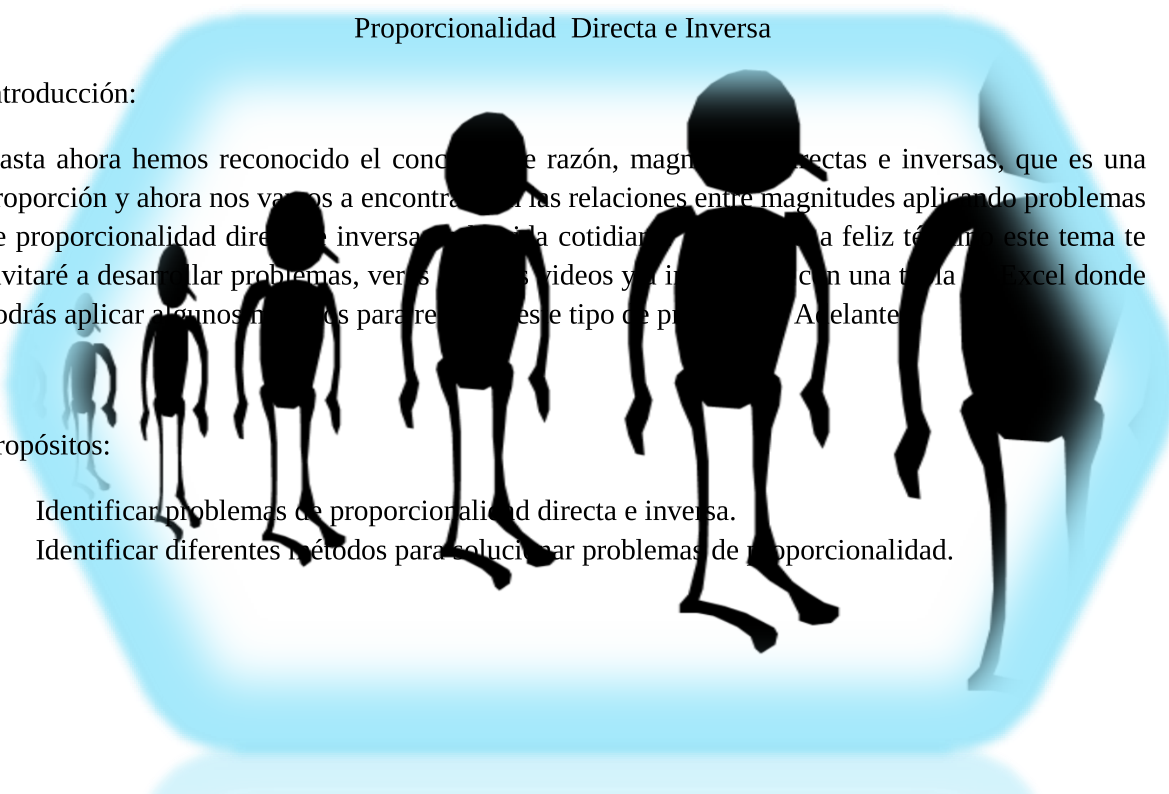
Luego encontrará otro ítem sobre proporcionalidad, Paso cuatro de la UEPS. En este apartado nos acercaremos al tema de la proporcionalidad directa e inversa. Allí encontrará un archivo en pdf sobre la introducción y objetivos, un video sobre la proporcionalidad directa e inversa, un video interactivo sobre la proporcionalidad directa

En el paso cinco de la UEPS, el estudiante dispondrá de un archivo en Excel que se llama “modelando proporciones”, allí encontrará una serie de problemas o situaciones que de acuerdo a lo aprendido aplicará algunas fórmulas (reducción a la unidad, problemas con magnitudes inversamente proporcionales, división, fracción y regla de tres) o modelos donde se indica y si es posible construirá las gráficas.

En el paso seis de la UEPS se retomará el mapa conceptual como una actividad donde se tratará de reconstruir desde una perspectiva integradora, el alumno podrá realizar una diferenciación de conceptos y podrá integrarlos a su aparato cognitivo mas significativamente, luego se socializará en equipos de trabajo o en grupo.

Actividad 5.1

Proporcionalidad directa e inversa



Proporcionalidad Directa e Inversa

Introducción:

Hasta ahora hemos reconocido el conc[illegible]e razón, magn[illegible]ectas e inversas, que es una proporción y ahora nos va[illegible]os a encontra[illegible] las relaciones entre magnitudes aplicando problemas de proporcionalidad dire[illegible] inversa[illegible]la cotidiar[illegible]a feliz té[illegible] este tema te invitaré a desarrollar problemas, ver[illegible]videos y[illegible]c[illegible]n una t[illegible]la [illegible]Excel donde podrás aplicar algunos m[illegible]s para re[illegible]es[illegible]e tipo d[illegible] pr[illegible] Adelante

Propósitos:

- Identificar problemas de proporcionalidad directa e inversa.
- Identificar diferentes métodos para solucionar problemas de proporcionalidad.

- Vincular el desarrollo aritmético y geométrico de la proporcionalidad
- Plantear y resolver problemas relativos a la proporcionalidad directa, inversa y compuesta.

Actividad 5.2

Video. La actividad se presenta para reforzar el concepto de las relaciones entre magnitudes directa. Véase figura 16 e inversamente proporcionales. Véase figura 17. Solo se presenta el video para que los estudiantes lo observen. El link es el siguiente:

http://www.desarrollomultimedia.cl/digitales_html/oda_html/tipoEjercitacion/11/paso3.swf

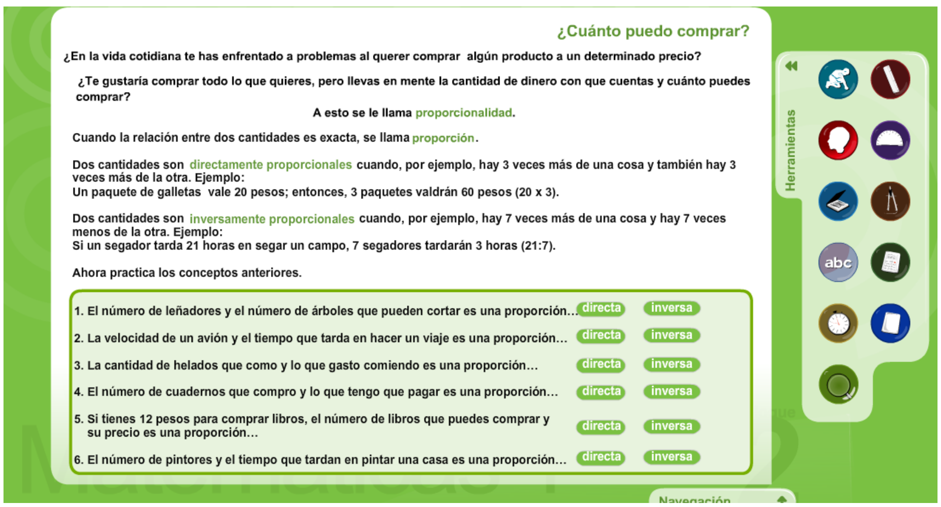
Figura 16. Proporcionalidad directa

Figura 17. Proporcionalidad inversa

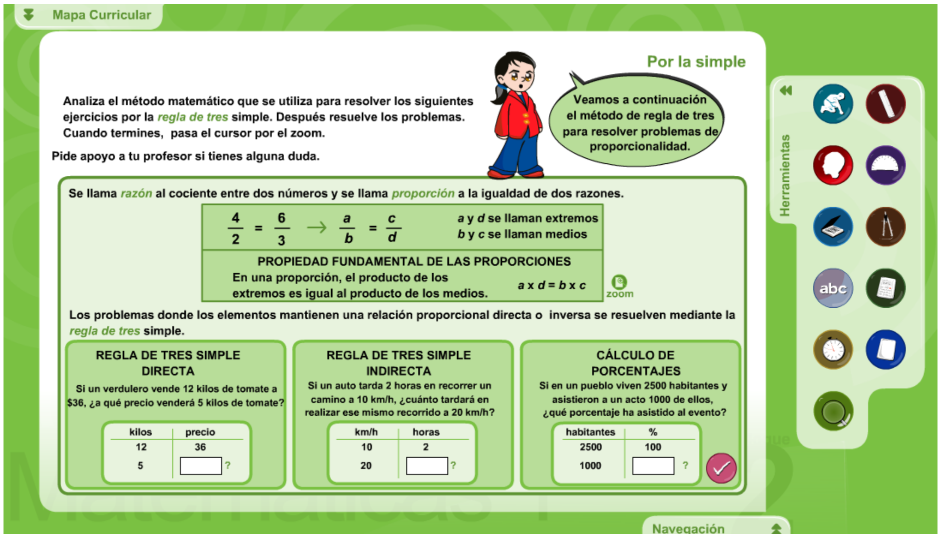
Actividad 5.3

En la siguiente nos vamos a encontrar con varias actividades interactivas que ayudaran a comprender los diferentes problemas sobre proporcionalidad. Inicialmente leerás unos problemas, para pasar a la actividad deberás desarrollar si los problemas que se presenta son de proporcionalidad directa e inversa. Luego explican el método de regla de tres para resolver problemas.

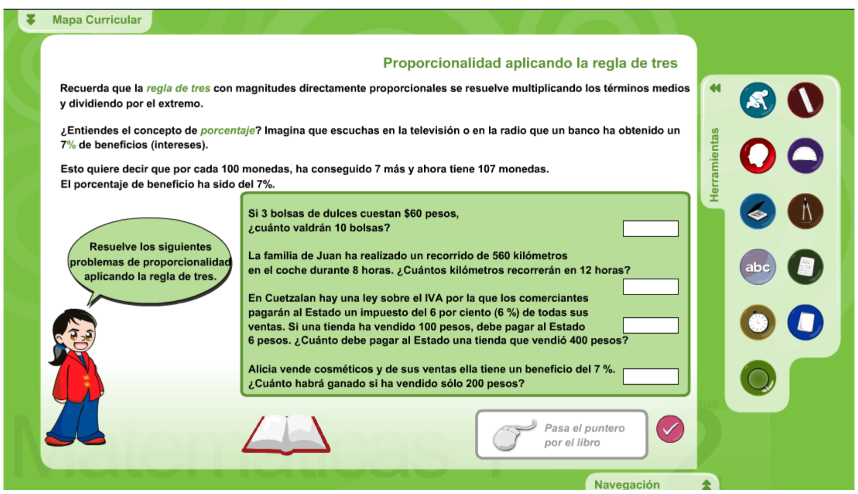
http://www.hdt.gob.mx/new_media/secundaria_1/matematicas_b2/oda_2236_0/recurso/ODA_MA1_B2_2.8.3.swf



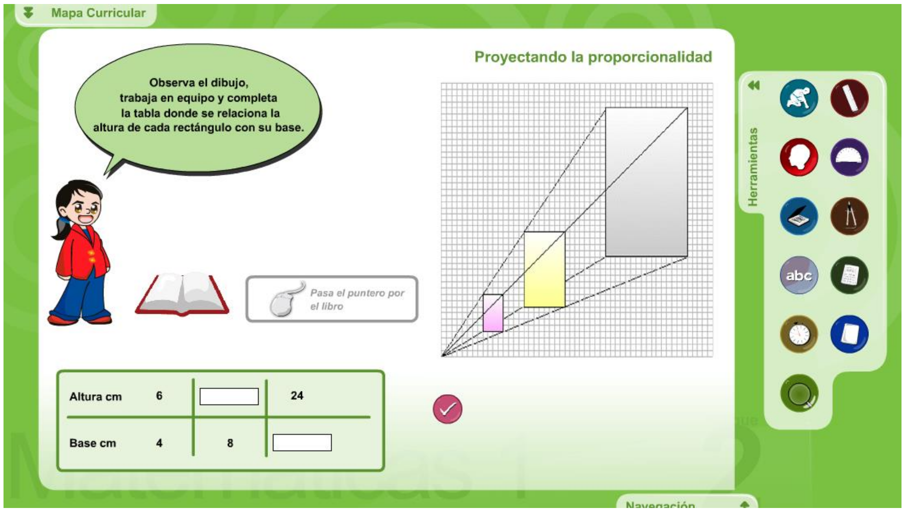
En esta actividad deberás leer y comprender la propiedad fundamental de las proporciones y encontrar los valores de una regla de tres simple directa, una regla de tres simple indirecta y un problema para calcular porcentajes.



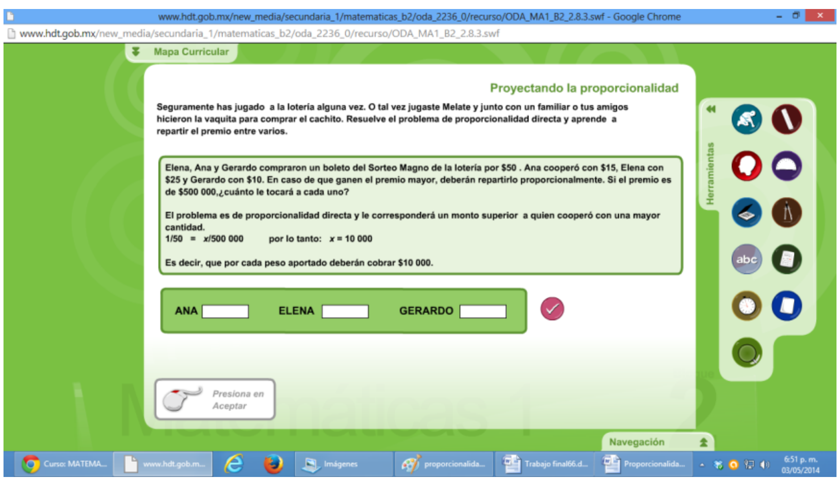
En la actividad siguiente se presentan tres problemas sobre proporcionalidad para resolver por el método de la regla de tres simple y un problema de porcentajes



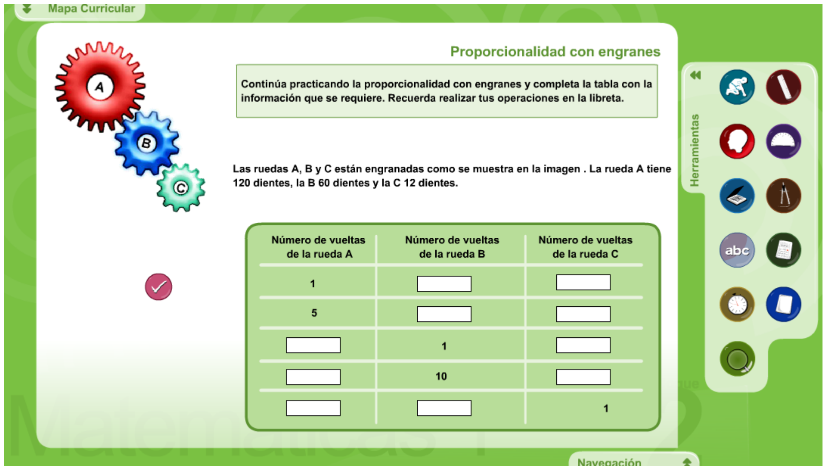
En la siguiente actividad "proyectando proporciones con rectángulos" deberá llenar la tabla de manera que los datos que faltan: la altura del segundo rectángulo y la base del tercer rectángulo de manera que sean proporcionales.



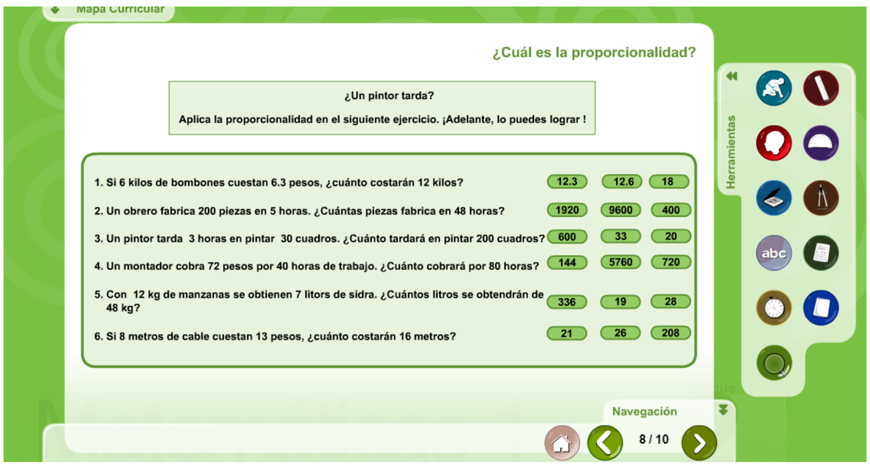
En esta actividad deberás por tu propia iniciativa consultar como se reparte proporcionalmente cierta cantidad (magnitudes).



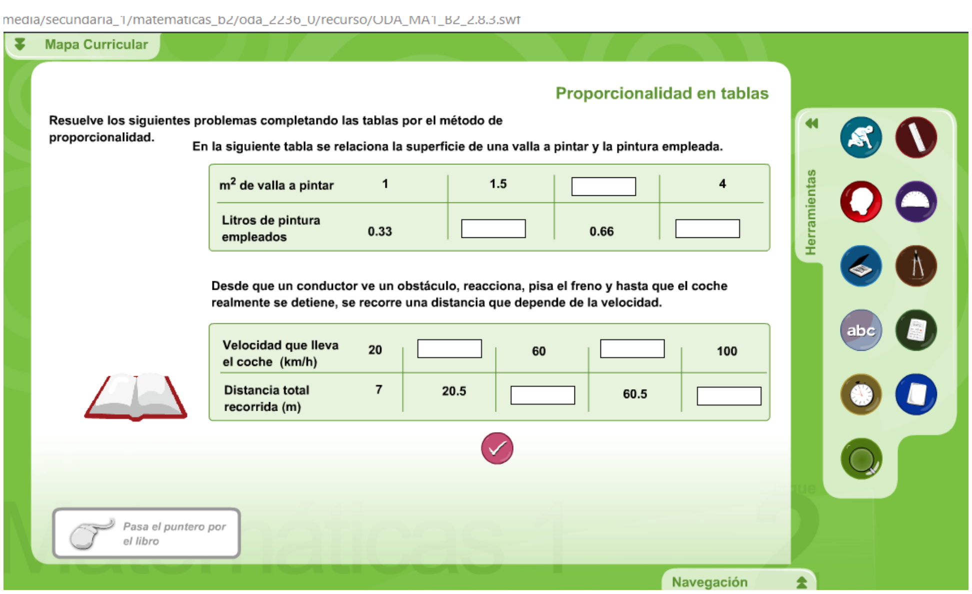
Actividad con engranajes. Actividad que permite vincular razones y proporciones . la rueda A tiene 120 dientes, la rueda B 60 dientes y la rueda C tiene 12 dientes. Se pretende con la actividad que mientras una rueda A da una vuelta, cuantas vueltas da la rueda B y la C. y así para encontrar otras relaciones.



En la siguiente actividad el alumno resolverá problemas de proporcionalidad. De una lista de 3 posibles respuestas deberás escoger una.



En esta actividad deberás resolver dos problemas completando las tablas



Actividad 5.4

Modelando problemas sobre proporcionalidad

Propósitos:

- Vincular los diferentes procedimientos para resolver problemas de proporcionalidad.
- Analizar los diferentes procedimientos que el alumno utiliza para resolver problemas.
- Llevar al alumno a que generalice problemas.
- Identificar en el alumno que un problema de proporcionalidad se puede analizar desde las gráficas.

Las actividades para lograr estos objetivos se encuentran en la tabla de Excel archivo modelando problemas de proporcionalidad. Acá encontrará varias problemas, el estudiante deberá identificar las magnitudes, llenar los datos en la tabla y graficar las dos magnitudes que intervienen en el problema. Adicionalmente se ofrece una para que el alumno la pasa a la celda y copia la para los demás datos.

En esta actividad aplicarás los conocimientos adquiridos. En la celda donde dice formula deberás aplicar el modelo que aparece sobre el recuadro adicionalmente deberas llenar como máximo 6 datos más para cada variable y luego debes gráficar. (para gráficar toma dos variables) finalmente describiras algunas conclusiones sobre cada gráfica.

Enviar este trabajo al correo   lopera2102@gmail.com

Nombre del alumno:

Mult.

1. Juan compró 5 llaves a $ 45000 pesos cada una ¿Cuánto ha de pagar en total?

FORMULA

M1	M2	
1	b	X = (a * b)/ 1
a	x	

variable a (cte)	variable b	variable c (cte)	X
45000	5	1	FORMULA
45000			

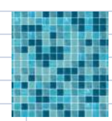
CONCLUSIONES

Div1

2. Juan necesita repartir las 58 cajas de baldosin en los catro lados de la piscina. ¿Cúantas cajas se lleva cada lado?

FORMULA

M1	M2	
1	X	X = (b * 1)/ a
a	b	



variable a (cte)	variable b	variable c (cte)	X
4	58	1	FORMULA

CONCLUSIONES

Div2

3. El colegio cuenta con $ 1.100.000 para comprar cemento. Cada bulto cuesta $ 22.000 pesos. ¿Cuántos bultos puede comprar?

FORMULA

M1	M2	
1	a	X = (a * 1)/ b
X	b	

variable a (cte)	variable b	variable c (cte)	X
1100000	22000	1	FORMULA

CONCLUSIONES

RTD

4. Luis pega 290 unidades de baldosin diario. Para pegar 3480 unidades ¿Cuántos días empleará?

FORMULA

M_1	M_2	
a	x	**X = (b * 1)/a**
b	c	

variable a (cte)	variable b	variable c (cte)	X
290	3480	1	FORMULA

CONCLUSIONES

RTI

5. Si un albañil construye 1 casa en 8 dias, 2 personas cuánto días demorarián en construir la casa al mismo ritmo?

FORMULA

M_1	M_2	
a	b	**x = a*b /c**
c	x	

CONCLUSIONES

variable a (cte)	Const (Dias) b	Personas c	X(dias)
1	8	2	
	8		

RAZON UNIDAD

6. Juan compro 5 metros de baldosin por $ 250.000 pesos. ¿Cuánto cuestan 25 metros de baldosin?

FORMULA

M_1	M_2	
c	b	**(a*b)/c**
a	x	

CONCLUSIONES

variable a (cte)	variable b	variable c	a/b	VALOR
250000	5	1	50000	50000
		5		
		10		
		15		
		20		
		25		

FACTOR DE CAMBIO

7. Carlos compro 4 litros de quimico por $20000 para la piscina, mas tarde a Hugo le toco comprar 12 litros más que quedaron faltando. ¿Cuánto pago hugo?
Hazlo con otros datos.
NO realizar tabla

PROCEDIMIENTO

Debes comparar cuánto compro uno mas que otro y luego multplicar el factor veces por el valor pagado

CONCLUSIONES

FRACCION

8. Para preparar una mezcla carlos utiliza 8 Kilos de cemento por 2 valdes de agua. Para 40 kilos cuantos valdes de agua requiere?
NO realizar tabla

MODELO

Debes encontrar una fracción que permita hallar una fraccion equivalente a una fraccion dada para encontrar el valor faltanta

MODELO

CONCLUSIONES

M_1	fracción	M_2
$\frac{8}{2}$	$\frac{?}{?}$	$\frac{40}{x}$

RTD

9. El largo del terreno que se compro para la piscina posee 12 metros. La maqueta que presento Juan tiene de medidas 8 cms x 4 cms. ¿Para que la piscina quede bien proporcionada cuando de ancho debe tener el terreno en la realidad? Si consideras necesario realiza la tabla.

FORMULA

M_1	M_2	
a	x	X = (a * b)/c
c	b	

CONCLUSIONES

variable a (cte)	variable b	variable c (cte)	X
12			FORMULA
8	4		

Módulo 6

- Test final de reconocimiento

Se realizó de nuevo la evaluación inicial para confrontar lo aprendido.

El test que se aplicó como prueba final fue el mismo que se aplicó en la prueba de diagnóstico. Ver el anexo1.

3.4 Momento IV. Análisis del test final

Para el análisis de datos se tendrán en cuenta la prueba de diagnóstico y el test final de confrontación. Para este análisis se retomaron los 14 códigos que permitieron evidenciar los resultados para su posterior análisis.

Pregunta 1.

El 89% de los estudiantes selecciona correctamente que una proporción es la igualdad de dos razones y un 11% desconoce el concepto de proporción por lo que no contesta o selecciona otras respuestas

Conclusión

El concepto de proporción mejoro en un 60%

,

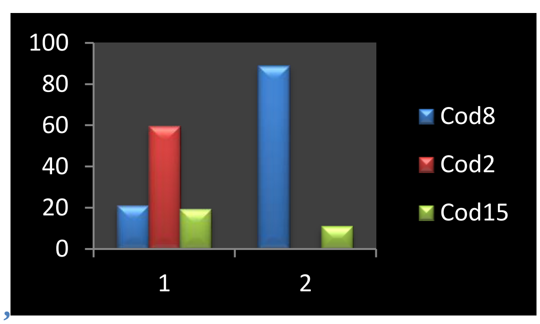


Figura 18. Análisis de datos Pregunta 1

Pregunta 2.

El 22% responde correctamente que la proporción no es una fracción o y el 78% no comprendió la pregunta o no comprende la equivalencia de que una fracción se puede representar como un número decimal.

Conclusión

El concepto de razón mejoro en un 16%

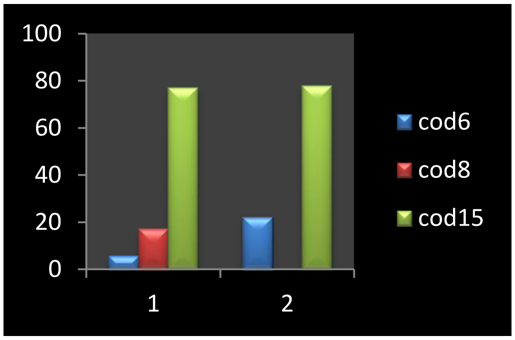


Figura 19. Análisis de datos Pregunta 2

Pregunta 3

El 37% selecciona la respuesta correcta al decir que el tiempo y el consumo de una maquina son directamente proporcionales, pero no justifica sus respuestas y el 63% selecciona otras respuestas o no contesta.

Conclusión

No se logro una mejoría en reconocer que el tiempo de una máquina y la cantidad de electricidad que esta consume son directamente proporcionales.

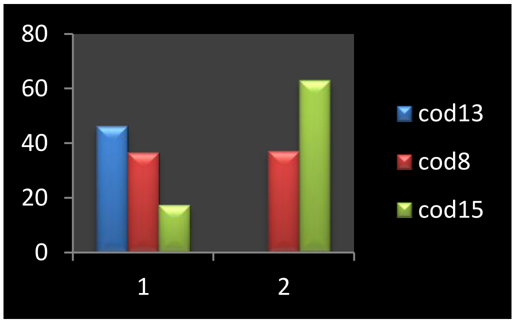


Figura 20. Análisis de datos Pregunta 3

Pregunta 4.

El 48% selecciona la respuesta correcta pero no la justifica, el 41%, selecciona respuestas incorrectas y el 11% no lo hace.

Conclusión

Se logro una mejoría del 40% en reconocer que las magnitudes: el número de trabajadores y el número de días laborados están en proporcionalidad inversa.

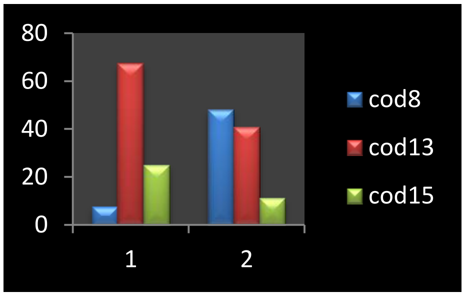


Figura 21. Análisis de datos Pregunta 4

Pregunta 5.

Fracciones equivalentes. EL 41% selecciona la repuesta correcta, pero solo un 15% lo justifica. El 59% no lo hace o no comprende o selecciona otras respuestas.

Conclusión

Se logro una mejoría del 18% en reconocer la equivalencia entre fracciones y que ellas forman una proporción.

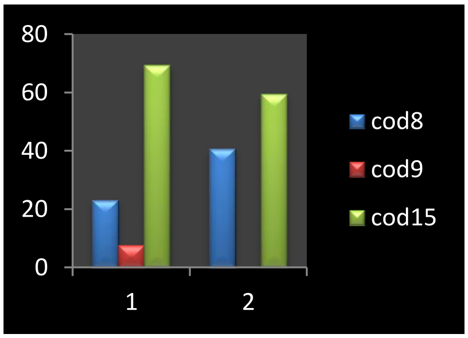


Figura 22. Análisis de datos Pregunta 5

Pregunta 6.

El 78% selecciona correctamente la respuesta. De ello, el 41% realiza un razonamiento lógico multiplicativo, el 30% no justifica la respuesta y el 7% lo realiza procesos aditivos. El 22% no lo hace o selecciona otras respuestas.

Conclusión

Se nota un leve mejoría del 4% con respecto a los problemas simples de proporcionalidad directa, en general el 78% aborda positivamente este tipo de problemas.

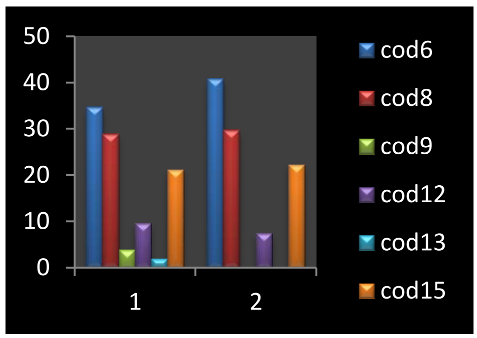


Figura 23. Análisis de datos Pregunta 6

Pregunta 7.

El 63% selecciona la respuesta correcta. De ellos el 41% no lo justifica o llega por intuición al resultado. El 15% realiza procesos correctos, el 8% llega al resultado por procesos aditivos o por intuición. El 37% no marca la respuesta correcta, no lo hace o realiza operaciones básicas incorrectas.

Conclusión

Se presenta una leve mejoría del 6% con respecto a los problemas de razón unidad.

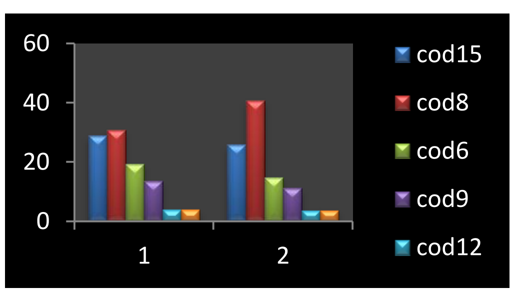


Figura 24. Análisis de datos Pregunta 7

Pregunta 8.

El 44% selecciona la respuesta correcta, de ellos el 11% realiza un procedimiento correcto y el 33% no justifica. El 41% no lo hace o da otras respuestas sin justificar y el 8% no concluye realizando procedimientos incorrectos

Conclusión

No se logró en esta pregunta mejorar problemas de reducir a la unidad y comparar. Según los datos se desmejoro en un 5%

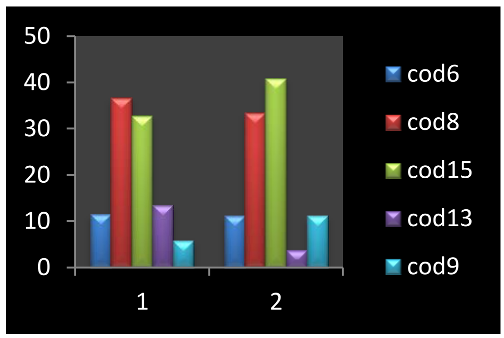


Figura 25. Análisis de datos Pregunta 8

Pregunta 9.

El 93% no selecciona la respuesta correcta, de ellos el 24% realiza operaciones erróneas y los demás no contestan. El 8% selecciona la respuesta correcta.

Conclusión

Se desmejora en un 16%, en la pregunta que tiene que ver con problemas geométricos en proporcionalidad.

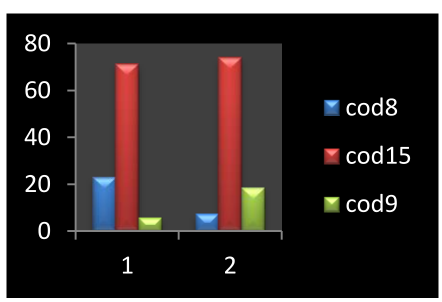


Figura 26. Análisis de datos Pregunta 9

Pregunta 10.

El procedimiento más adecuado para responder a la pregunta: Si dos m^2 de baldosín nro1. Cuesta 300.000 ¿cuánto cuestan los 15 m^2? el procedimiento más adecuado para hallar la respuesta es: dividir entre 2 y multiplicar por 15, con un 41%, el segundo procedimiento es multiplicar 15 por 300.000 y dividir entre 2, con un 30%, el 11% le cuesta leer y e interpretar, por lo que la pregunta era de seguir un procedimiento.

Conclusión

Los estudiantes siguen optando que el procedimiento más adecuado para resolver el problema "Si dos m^2 de baldosín nro1. Cuesta 300.000 ¿cuánto cuestan los 15 m^2? el procedimiento más adecuado para hallar la respuesta es: dividir entre 2 y multiplicar por 15.

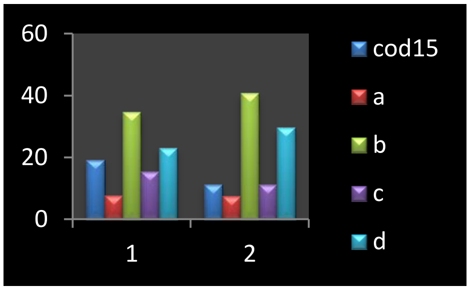


Figura 27. Análisis de datos Pregunta 10

Pregunta 11.

El 52% responde correctamente a problemas de proporcionalidad inversa simple, de ellos solo justifica el 11%. El 48% no acierta con la respuesta correcta o realiza procedimientos sin argumentación alguna.

Conclusión

Se registra un aumento en el 18% para resolver problemas de proporcionalidad inversa.

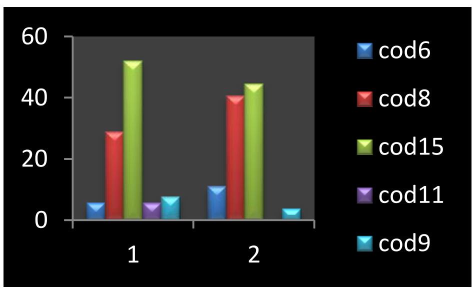


Figura 28. Análisis de datos Pregunta 11

Pregunta 12.

El 26% selecciona correctamente. De ellos el 7% presenta resultados lógicos. El 74% no responde, selecciona otras opciones o realiza procesos incorrectos.

Conclusión

Hay un leve aumento del 3% en reconocer que es una equivalencia entre fracciones.

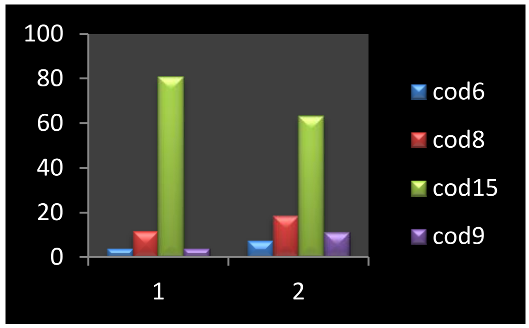


Figura 29. Análisis de datos Pregunta 12

Pregunta 13.

El 37% selecciona la respuesta correcta, de ellos el 7% justifica las respuestas. El 63% del total selecciona otras respuestas o no marca.

Conclusión

Hay un aumento del 16% al realizar problemas de razón de cambio.

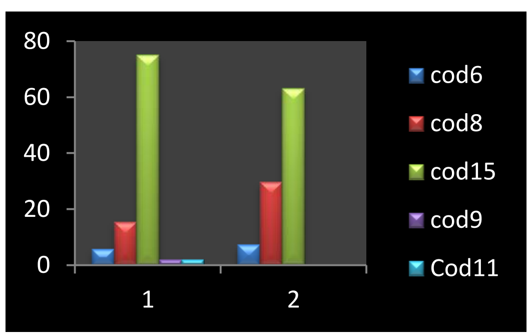


Figura 30. Análisis de datos Pregunta 13

Pregunta 14.

El 70% selecciona la respuesta correcta, de ello el 33% realiza el proceso algorítmico de la multiplicación, el 22% lo hace sin justificar y el 15% llega por procesos aditivos. El 30% no sabe, no responde o selecciona otras respuestas.

Conclusión

El proceso de solucionar problemas haciendo uso del razonamiento multiplicativo mejoro en un 18%, sin embargo algunos estudiantes siguen realizando procesos de suma.

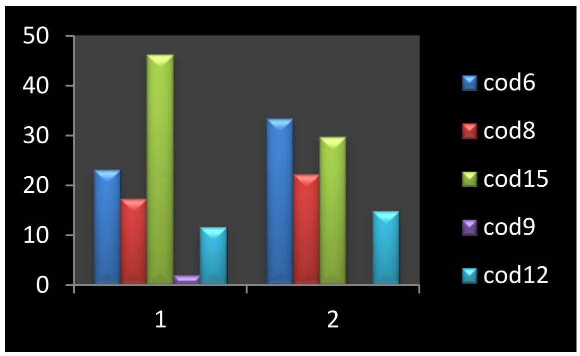


Figura 31. Análisis de datos Pregunta 14

Pregunta 15.

El 67% selecciona la respuesta correcta, de ellos el 11% realiza razonamiento proporcional, el 37% no justifica y el 19% lo realiza por proceso aditivo. Del 33% restante el 22 no lo hace o marca otras respuestas y el 11% realiza operaciones básicas con errores.

Conclusión

Mejora el razonamiento en un 22% en problemas de comparación y equivalencias entre fracciones. Sin embargo se aumenta en un 11% el proceso aditivo para resolver estos problemas.

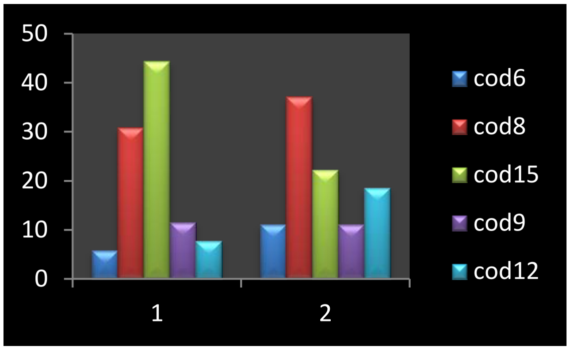


Figura 32. Análisis de datos Pregunta 15

Pregunta 16.

El 34% selecciona la respuesta correcta, de ellos el 15% realiza procedimientos para llegar a la respuesta, el 19 p% no justifica. El 66% no responde, realiza procedimientos incorrectos y selecciona otras opciones.

Conclusión

En la aplicación de propiedades de las razones los porcentajes permanecieron igual, lo que dice que no hubo mejorías.

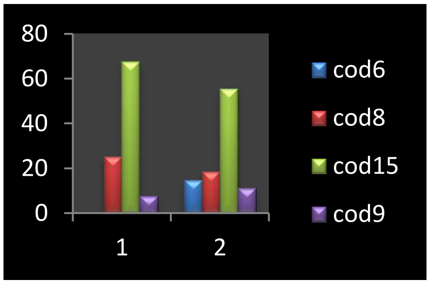


Figura 33. Análisis de datos Pregunta 16

Pregunta 17.

El 41% selecciona la respuesta correcta sin justificar, el 22% realiza operaciones incorrectas sin llegar ha resultados y el 37% no responde o selecciona otras respuestas.

Conclusión

Se nota un leva aumento al resolver problemas de proporcionalidad compuesta directa, pero no justifican las respuestas.

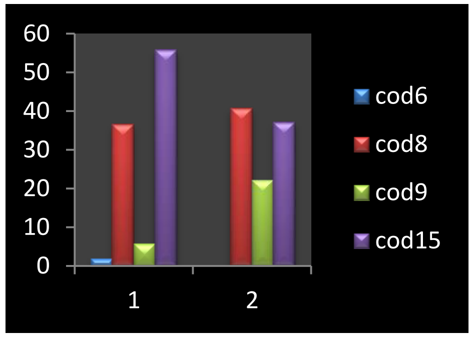


Figura 34. Análisis de datos Pregunta 17

Pregunta 18.

El 93% no resuelve problemas de proporcionalidad inversa, solo el 7 selecciona la respuesta correcta sin justificar.

El 87% no resuelven problemas de proporcionalidad compuesta inversa.

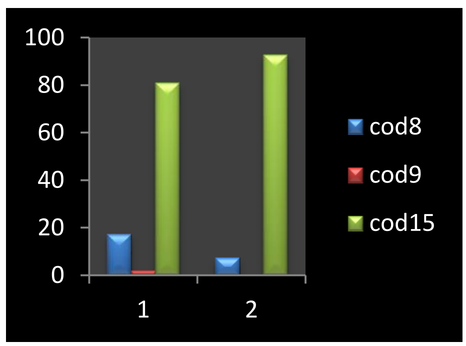


Figura 35. Análisis de datos Pregunta 18

Pregunta 19.

El 23% señala la respuesta correcta pero solo el 4% justifica. El 77% selecciona otras respuestas o no marca ninguna opción.

Conclusión

No hay mejoría en el desarrollo de problemas con aplicaciones de la proporcionalidad, de igual manera el 77% no soluciona este tipo de problemas.

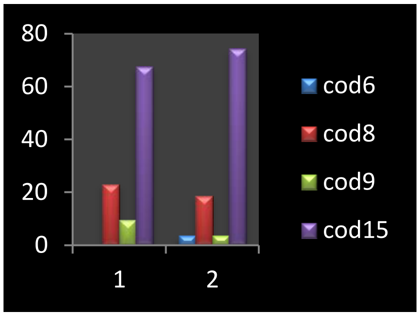


Figura 36. Análisis de datos Pregunta 19

Pregunta 20.

Solo el 11% selecciona la respuesta correcta sin justificar y el resto no marca, o selecciona otras opciones.

Conclusión

No desarrolla un razonamiento de escalas y semejanzas, no grafica ni justifica las respuestas.

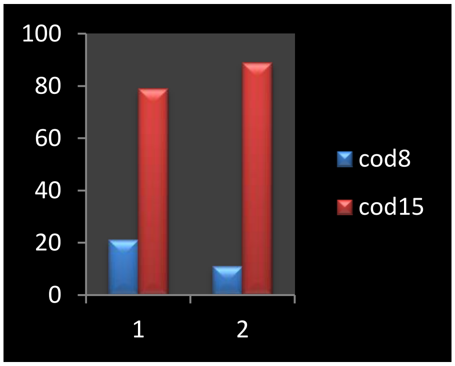


Figura 37. Análisis de datos Pregunta 20

Lectura general de la prueba Final

- De la pregunta 1. El 89% reconoce el concepto de proporción de manera verbal, pero en la aplicación no la reconocen. De la pregunta 2. Por las respuestas dadas por los estudiantes se nota la falta de lectura y no reconocen que un número decimal se puede representar como fracción. El 26% intuitivamente reconoce la proporción como una igualdad razones pero no justifica.

- Acerca de la pregunta 3 y 6 Solo el 37% reconoce magnitudes directamente proporcionales, resuelve problemas de multiplicación simple sin hacer uso de un razonamiento proporcional. De la pregunta 17 acerca de la proporcionalidad directa compuesta el 37% marca la respuesta correcta pero ningún alumno justifica.

- De la pregunta 16 y19. El 38% selecciona respuestas correctas, pero solo el 9,5% justifica las respuestas haciendo uso de las propiedades de la proporcionalidad.

- De la pregunta 7,8 y 10 se deduce que un 55% los estudiantes se acercan a resolver problemas de reducción a la unidad, pero solo un 15% se atreve a justificar las respuestas correctamente.

- De la pregunta 5, 12 y 15 el 44% reconoce que es una equivalencia entre fracciones, pero solo el 14% lo justifica correctamente, de ellos muchos resuelven problemas por procesos aditivos.

- De la pregunta 20 a los estudiantes les cuesta realizar un razonamiento proporcional a escala.

- De la pregunta 4,11 y 18 El 64% No resuelve ni comprende problemas de proporcionalidad inversa y las magnitudes que interviene y el 32% resuelve sin justificar los problemas.

- De la pregunta 13 acerca de la razón de cambio solo el 7% justifica las respuestas

- De la pregunta 14 se deduce que el 33% resuelve problemas simple de multiplicación.

- De la pregunta 9. El 93% no aplica, ni reconoce problemas de proporcionalidad y semejanza, es decir no se acerca a problemas de geometría proporcional.

4. Capítulo 4. Cronograma de actividades

Fases	**Actividades**	**Semanas**															
		1	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**	**14**	**15**	**16**
Elaboración del marco teórico	Revisión del estado del arte	**X**	**X**														
	Organización de las fuentes primarias, secundarias y terciarias.		**X**	**X**													
	Selección de información por objetivos específicos		**X**	**X**													
Metodología	Seleccionar los procedimientos necesarios para realizar el trabajo.			**X**	**X**												
	Determinar el tipo de método a emplear.			**X**	**X**	**X**											
Resultados y análisis	Verificación del cumplimiento de los objetivos específicos.						**X**	**X**	**X**	**X**	**X**						
	Verificación de la pregunta problema.								**X**	**X**	**X**						
	Verificación del marco teórico.								**X**	**X**	**X**	**X**					

	Verificación del alcance del trabajo.										**X**	**X**					
	Conclusiones											**X**					
Sistematización del trabajo	Elaboración de la portada										**X**						
	Elaborar el resumen																**X**
	Elaborar la introducción																**X**
	Verificar marco teórico												**X**	**X**	**X**	**X**	**X**
	Verificar metodología												**X**	**X**	**X**	**X**	
	Verificar resultados y análisis												**X**	**X**	**X**	**X**	**X**
	Elaborar bibliografía	**X**	**X**	**X**									**X**	**X**	**X**	**X**	**X**
	Revisar formato de acuerdo a las normas Icontec.															**X**	**X**

5. Capítulo 5. Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

En relación a los objetivos específicos propuestos en el trabajo las conclusiones son las siguientes:

Con respecto a los indagación de los saberes previos, en la prueba de diagnóstico y la elaboración del mapa conceptual de la proporcionalidad por parte de los estudiantes se logró concluir que la mayoría de los estudiantes desconocen los conceptos de magnitud, razón, proporción, de igual manera se les dificulta relacionar magnitudes y no tienen claro la equivalencia de fracciones, también se evidenció la dificultad para comprender los diferentes tipos de magnitudes con sus unidades y la conversión entre ellas y con respeto a los problemas de proporcionalidad solo algunos estudiantes resuelven este tipo de problemas por tanteo, usando procedimientos aditivos y no multiplicativos haciendo caso omiso al razonamiento proporcional.

En la ejecución de las actividades se pudo evidenciar que no todos los estudiantes comprenden los conceptos al mismo ritmo y se requerirá de la presencia de un docente para solucionar dificultades, pues todos los estudiantes no poseen la misma habilidad para el manejo de las herramientas tecnológicas y no todos alcanzan el mismo nivel de razonamiento.

Al confrontar el test inicial con el test final en el pensamiento numérico y variacional se logra una mejoría representativa para reconocer qué es una proporción, qué es una magnitud, una razón y la proporcionalidad inversa de la directa. Frente a la solución de problemas, la equivalencia entre fracciones, los métodos para resolver problemas de proporcionalidad como comparación, fracciones, factor de cambio frente al pret-test, se nota una leve mejoría, que se podría determinar en un aumento de un 8%. Mejora el razonamiento proporcional en un 22% en problemas de comparación y equivalencias entre fracciones. Sin embargo se aumenta en un 11% el proceso aditivo para resolverlos. El proceso para solucionar problemas haciendo uso del razonamiento multiplicativo mejoró en un 18%, Se puede apreciar que el método más adecuado para resolver problemas de proporcionalidad es reduciendo a la unidad.

Un gran porcentaje de los estudiantes no justifica el uso de representaciones y procedimientos en situaciones de proporcionalidad directa e inversa, aunque describe desde el pensamiento variacional situaciones de cambio y variación utilizando el lenguaje natural, dibujos y gráficas, pero le cuesta modelar situaciones de dependencia mediante la proporcionalidad directa e inversa. También el alumno alcanza a describir e interpretar variaciones representadas en gráficos y tablas. Pero no hace un análisis profundo de las propiedades de correlación positiva y negativa entre variables, de variación lineal o de proporcionalidad directa y de proporcionalidad inversa.

Con respecto a lo que plantea el MEN en relación con los lineamientos a partir de los conocimientos previos se concluye que los resultados que se esperaban no fueron los más óptimos; aunque, con respecto a la prueba inicial del diagnóstico se nota un leve aumento del desempeño en los porcentajes por cada pregunta. Esto debido a que uno de los principios de la teoría de Ausubel dice que el alumno debe tener una disposición o actitud favorable para extraer el significado y esto no se evidenció puesto que solo un 45% de los estudiantes cumple a cabalidad con las actividades encomendadas, a pesar que siempre estuvieron disponibles en la web, lo que se puede evidenciar en el anexo C. Otro de los factores que influyó negativamente es la diversidad de conocimientos previos o conceptos de anclaje que debe poseer el sujeto para favorecer este tipo de aprendizajes sobre la proporcionalidad, pues allí intervienen los conceptos de magnitud y las diferentes unidades de medida y conversiones, porcentajes, escalas, decimales, enteros, racionales, identificación de una razón y un fraccionario y garantizar las estructuras multiplicativas y todos los procesos que allí surgen.

Del trabajo desarrollado se logra un porcentaje alto en el reconocimiento de un material potencialmente significativo como son los medios que facilitaron el trabajo, entre ellos: la plataforma moodle, excelearning (paquetes de contenido IMS), paginas flash interactivas, videos, Excel, mapa conceptuales, las herramientas y estrategias didácticas que facilitaron los procesos de aprendizaje como las situaciones problema, cuadros y tablas en Excel, actividades interactivas, juegos, talleres, entre otros.

De los procesos generales se concluye que la proporcionalidad no se puede dar como un concepto acabado, es más un proceso que siempre se está construyendo. El niño desde que nace ya se encuentra sumergido en la proporcionalidad en problemas comunes de la vida cotidiana, pero solo alcanzará su razonamiento formal terminando su etapa escolar.

En cuanto a la resolución y planteamientos de problemas, a pesar de la importancia concedida a las razones, la proporción y proporcionalidad en los currículos, autores como Vergnaud (1988, 1994), Lesh, Post, y Behr (1988), Adjiage y Pluvinage (2007), Martin et al. (2008), García y Serrano (1999) informan que los estudiantes no alcanzan niveles apropiados de aprendizaje en estas temáticas durante su ciclo escolar. Además, estudios comparativos de diferentes periodos de tiempo muestran que los resultados no mejoran significativamente de un año a otro (Hodgen, Kuchemann, Brown, & Coe, 2010; Martin et al., 2008).

Aunque los resultados no fueron los más óptimos se reconocen muchas debilidades de parte del estudiante y el docente. Uno de las dificultades que se presentan en el estudiante es por el tipo de problemas que se proponen, ya sea porque las magnitudes que intervienen son diferentes, por la no limitación de los diferentes conjuntos numéricos en la que un alumno puede encontrarse, por no identificar la constante de proporcionalidad o porque el alumno no ha logrado un grado de madurez cognitivo.

El tema de la proporcionalidad para la didáctica de las matemáticas es de gran importancia, debido a la cantidad de conceptos, situaciones y procedimientos relacionados con los objetos de conocimiento, pero la debilidad de los docentes en el manejo de estos conceptos sin ideas claras como las razones, las magnitudes y la proporcionalidad, aún, la didáctica utilizada no ha favorecido la enseñanza. Esto ha sido reconocido por diferentes autores en distintos momentos (Karplus et al., 1983; Koellner-Clark & Lesh, 2003; Lamon, 2007), al expresar que a pesar del cúmulo de investigaciones es necesario hacer más investigación sobre cómo los chicos y chicas piensan proporcionalmente, de tal manera que sirva como base para orientar los procesos de instrucción.

Desde el contexto, la convivencia de la institución educativa el pedregal no es la mejor, poco son los estudiantes que reconocen el valor de estudiar. Para lograr la asimilación de nuevos elementos y reconciliación entre las ideas nuevas y las previas poco se desarrollan debido a la no continuidad de los procesos por exceso de actividades extracurriculares por la institución y la poca disponibilidad de la sala de sistemas.

De las situaciones problema, la teoría del aprendizaje significativo, las UEPS y de todos los medios que se utilizaron sirvieron para dinamizar las clases, permitió pasar de una enseñanza tradicional a una enseñanza constructivista, allí los estudiantes trabajan a su propio ritmo de acuerdo a la capacidad cognitiva, motivación y autonomía por desarrollar el trabajo. Las teorías mencionadas permitieron transverzalizar los contenidos e interactuar de una herramienta a otro de acuerdo a sus necesidades. Las dos teorías en mención privilegian el trabajo colaborativo, permiten ubicar al docente y al alumno en un punto de arranque de conocimientos.

Como docente magister esta propuesta me conecta con la necesidad de seguir bajo este método de enseñanza, porque fueron muchos los aportes significativos en los que me encontré. Para la Institución Educativa el Pedregal me permite encaminar a los demás docentes a la enseñanza bajo la teoría del aprendizaje significativo, desde lo psicotécnico a ser un mejor profesional y a orientar trabajos con ética e idoneidad y desde la parte disciplinar me llevo a reconsiderar los conceptos y a realizar una investigación profunda sobre los mismos antes de enseñarlos. Pude observar y aprender que no solo existe el algoritmo del producto cruzado o regla de tres, sino que existen otras estrategias para desarrollar problemas de proporcionalidad como son el factor de cambio (comparación), la reducción a la unidad, la equivalencia entre fracciones. De igual manera reconocer la importancia que se le da a las tablas en Excel, elemento necesario para iniciar el estudio de la función, pues es un ejemplo concreto de función presentada numéricamente, y aunque, en algunas ocasiones enfatiza la variación numérica discreta, es necesario ir construyendo la variación numérica continua.

Los gráficos en Excel permitieron al estudiante reconocer como las relaciones entre magnitudes varían y cuando nos encontramos en un caso de proporcionalidad directa o inversa, al observar cómo se construye la gráfica a medida que se ingresan los datos. Demana (1990) señala: La tabla también se constituye en una herramienta necesaria para la comprensión de la variable, pues el uso de filas con variables ayuda a que el estudiante comprenda que una variable puede tener un número infinito de valores de reemplazo. Además, el uso de variables en la tabla también ayuda a la escritura de las expresiones algebraicas, tipo retórico o para describir la variación o el cambio.

La relación explícita entre las variables que determinan una gráfica puede ser iniciada con situaciones de variación cualitativa y con la identificación de nombres para los ejes coordenados. Los contextos de la variación proporcional integran el estudio y comprensión de variables intensivas con dimensión, así como también ayudan al estudiante a comprender el razonamiento multiplicativo.

Particularmente la gráfica tiene como fin abordar los aspectos de la dependencia entre variables, gestando la noción de función como dependencia. (MEN, 1998).

Del trabajo final surge la pregunta: ¿Cómo abordar la didáctica de la enseñanza de la proporcionalidad que garantice aprendizajes significativos por la cantidad de conocimientos previos que allí emergen?

5.2 Recomendaciones

La propuesta didáctica montada en la plataforma moodle y la interacción con una serie de actividades allí propuestas permite que el docente no cargue con todo el trabajo, que sean los estudiantes quienes por sus propios medios sigan paso a paso las actividades que allí se proponen. La propuesta permite que los estudiantes sigan una lógica en las actividades de forma interactiva, dinámica y encuentren disciplina en su trabajo y el docente va a ser un observador y orientador de los procesos y como son llevados a cabo en el aprendizaje de sus conocimientos.

Para el maestro se sugiere que antes de aplicar la estrategia de las unidades de enseñanza potencialmente significativas garantice en los estudiantes que los conceptos previos y de anclaje estén bien organizados en su estructura cognitiva. El trabajo debe ser guiado y orientado paso a paso y no permitir la flexibilidad para que el alumno no se desoriente del proceso ya que las actividades están diseñadas para que el alumno las desarrolle como se le indica.

De la propuesta se puede rescatar la importancia que tiene el estudio de la proporcionalidad por la cantidad de conceptos que allí emergen y que para cualquier maestro que se encuentre en esta tarea requerirá rodearse de un material significativo y una didáctica bien definida que permita verdaderos aprendizajes significativos.

Se sugiere mucha motivación por parte del docente para que los estudiantes se apropien de los recursos y asuman responsabilidades con sus actividades buscando desarrollar la autonomía y formación investigativa.

Para poner en marcha esta propuesta didáctica se recomienda seguir el mapa conceptual de procesos de la figura 38.

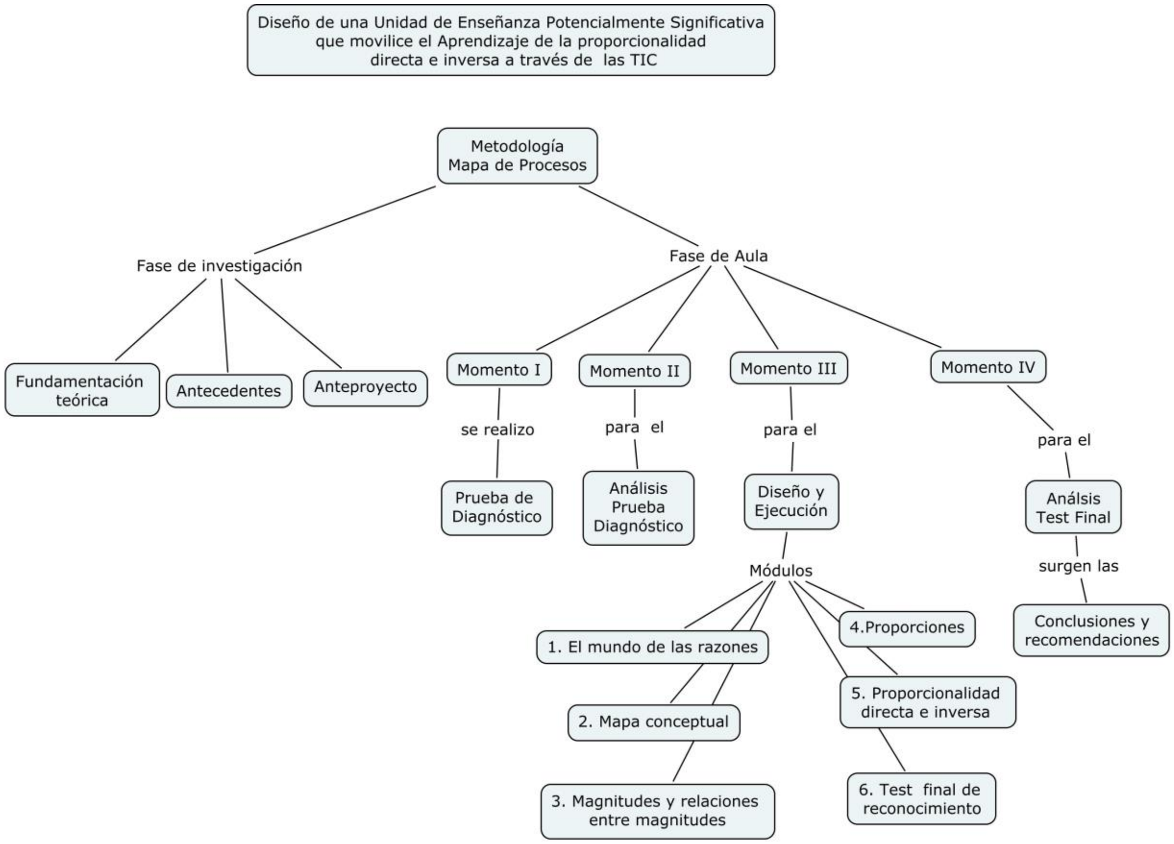


Figura 38. Mapa conceptual del proceso metodológico de la unidad didáctica

A. Anexo 1. Test de diagnóstico

Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales
Institución Educativa el Pedregal
Test de diagnóstico

Nombre: ________________________________ **Grado**: **Fecha**: **Edad**:

Nota: Todas las preguntas en su mayoría requieren procedimiento y justificación.

Pregunta 1

Una proporción es la igualdad de

- a. proporciones
- b. dos razones
- c. decimales
- d. magnitudes

Pregunta 2

¿La única afirmación falsa es?

- a. El valor de la constante (K) de la razón 3/5 es 0.6
- b. La gráfica de la proporcionalidad directa es una recta
- c. Una fracción es una proporción
- d. Una proporción es una igualdad de dos razones

Pregunta 3

¿El tiempo de funcionamiento de una máquina y la cantidad de electricidad que consume están en relación?

- a. Directamente proporcional
- b. Inversamente proporcional
- c. Directamente correlacionadas
- d. Inversamente correlacionadas

Pregunta 4

Las magnitudes: El número de trabajadores y el número de días laborados están:

- a. Directamente proporcionales
- b. Inversamente proporcionales
- c. Correlación inversa
- d. Correlación directa

Pregunta 5

¿Cuál de las siguientes fracciones no es equivalente a 25/50?

- a. 4/8
- b. 2/4
- c. 1/2
- d. 12/4

Pregunta 6

Si un m^2 de baldosín nro1. Cuesta 150,000 ¿Cuánto cuestan 12 m^2?

- a. 10,800,000
- b. 180,000
- c. 1,800,000
- d. 150,000

Pregunta 7

Luis ha pagado $ 600,000 pesos por 12 días de trabajo ¿Cuánto tendrá que pagar por 17 días?

- a. 900,000
- b. 500,000
- c. 850,000
- d. 720,000

Pregunta 8

Don Pablo vende 5 cajas de baldosa nro.1 por 750,000 pesos. Don Jesús vende 8 cajas de la misma baldosa por $ 1,100,000 pesos. ¿Quién vende más barato?

a. Don Pablo

b. Don Jesús

Pregunta 9

Una pared de 20 metros de altura cerca a la piscina proyecta una sombra de 35 metro. Al mismo tiempo Luis que se encuentra a esta distancia proyecta una sombra de 2.5 metros. ¿Cuál es altura de Luis?

a. 1.5 metros

b. 1. 42 metros

c. 1.35 metros

d. 1. 50 metros

Pregunta 10

Si dos m^2 de baldosín nro1. Cuesta 300.000 ¿cuánto cuestan los 15 m^2? el procedimiento más adecuado para hallar la respuesta es:

a. sumar 150,000 quince veces

b. dividir 300,000 entre dos y multiplicar por 15

c. Sumar 300,000 7 veces y sumar $150.000

d. multiplicar 15 m^2 por 300000 y dividir por 2 m^2

Pregunta 11

Tres obreros demoran 12 horas en pintar una casa. ¿Cuánto tiempo demoran 2 obreros en pintar la misma casa al mismo ritmo?

a. 14 horas

b. 4 horas

c. 18 horas

d. 9 horas

Pregunta 12

¿Cuál de los siguientes pares de razones forman una proporción?

a. 4 / 5 = 20 /10

- b. 3/5 = 4/6
- c. 15/5 = 9/3
- d. 4/3 = 2/5

Pregunta 13

$ 54,000 pesos han sido cambiados por 30 dólares ¿A cuántos dólares equivalen $ 27,000 pesos?

- a. 15 dólares
- b. 16 dólares
- c. 14 dólares
- d. 13 dólares

Pregunta 14

Nati compró 5 llaves a $45000 cada una. ¿Cuánto tendrá que pagar en total?

- a. 180,000 pesos
- b. 225,000 pesos
- c. 45,000 pesos
- d. 270,000 pesos

Pregunta 15

Carlos compro 4 litros de químico para la piscina por $20,000 pesos. Mas tarde Luis tiene que comprar 12 litros más que quedaron faltando. ¿Cuánto pago Luis?

- a. $ 40,000
- b. $ 50,000
- c. $ 60,000
- d. $ 55,000

Pregunta 16

La razón entre las edades de Sebastián y Harrison es de 7/5. Si la suma de sus edades es 24, ¿Cuál es la edad de cada uno?

- a. Sebastián 7 años, Harrison 5 años

b. Sebastián 8 años Harrison 16 años

c. Sebastián 14 Harrison 10 años

d. Sebastián 20, Harrison 4

Pregunta 17

Para el mantenimiento de la piscina se compraron 10 canecas de hipoclorito de 15 litros cada una por un valor de $ 300,000 pesos. ¿Cuánto costarán 8 canecas de 20 litros si el precio es el mismo?

a. 320,000 pesos

b. $150,000 pesos

c. $ 160,000

d. $281,250

Pregunta 18

Tres obreros tardaron 15 días trabajando 6 horas diarias para levantar un muro. ¿Cuántos días tardan 12 obreros, trabajando 5 horas diarias para levantar el mismo muro?

a. 9 días

b. 4,5 días

c. 18 días

d. 6 días

Pregunta 19

En el aula hay 40 estudiantes, la razón entre el número de hombres al número de mujeres es de 8 a 2. ¿Cuántas mujeres hay en el aula?

a. 25 hombres y 15 mujeres

b. 16 hombres, 24 mujeres

c. 32 hombres, 8 mujeres

d. 10 hombres 30 mujeres

Pregunta 20

Don José requiere una puerta y una ventana para la construcción de una pieza con las siguientes medidas de altura 4 x 2 m y 100x50 cms, respectivamente. El vendedor le lleva una muestra en miniatura de la puerta con medidas de 50x25 cms y le pregunta por las medidas de la ventana en miniatura ¿Cuál podría ser una de la respuesta de la medida de la maqueta de la ventana?

a. 3 x 1 cm

- b. 15 x 5 cms
- c. 8 x 4 cms
- d. 10 x 3 cms

B. Anexo 2: Situación problema "La construcción de la piscina".

La construcción de la piscina

La Institución el Pedregal entre sus proyectos pretende comprar un terreno de 10 mts de largo x 4 metros de ancho para hacer una piscina de 1 metro de profundidad en sus terrenos. Sólo se cuenta con 60.000.000 de pesos para su construcción. Será suficiente este dinero para comprar los siguientes materiales y pagar la mano de obra. Juan, el contratista cobra a $50.000 el día, Según el contrato la obra debe terminar en 60 días. Entre el presupuesto se requiere comprar:

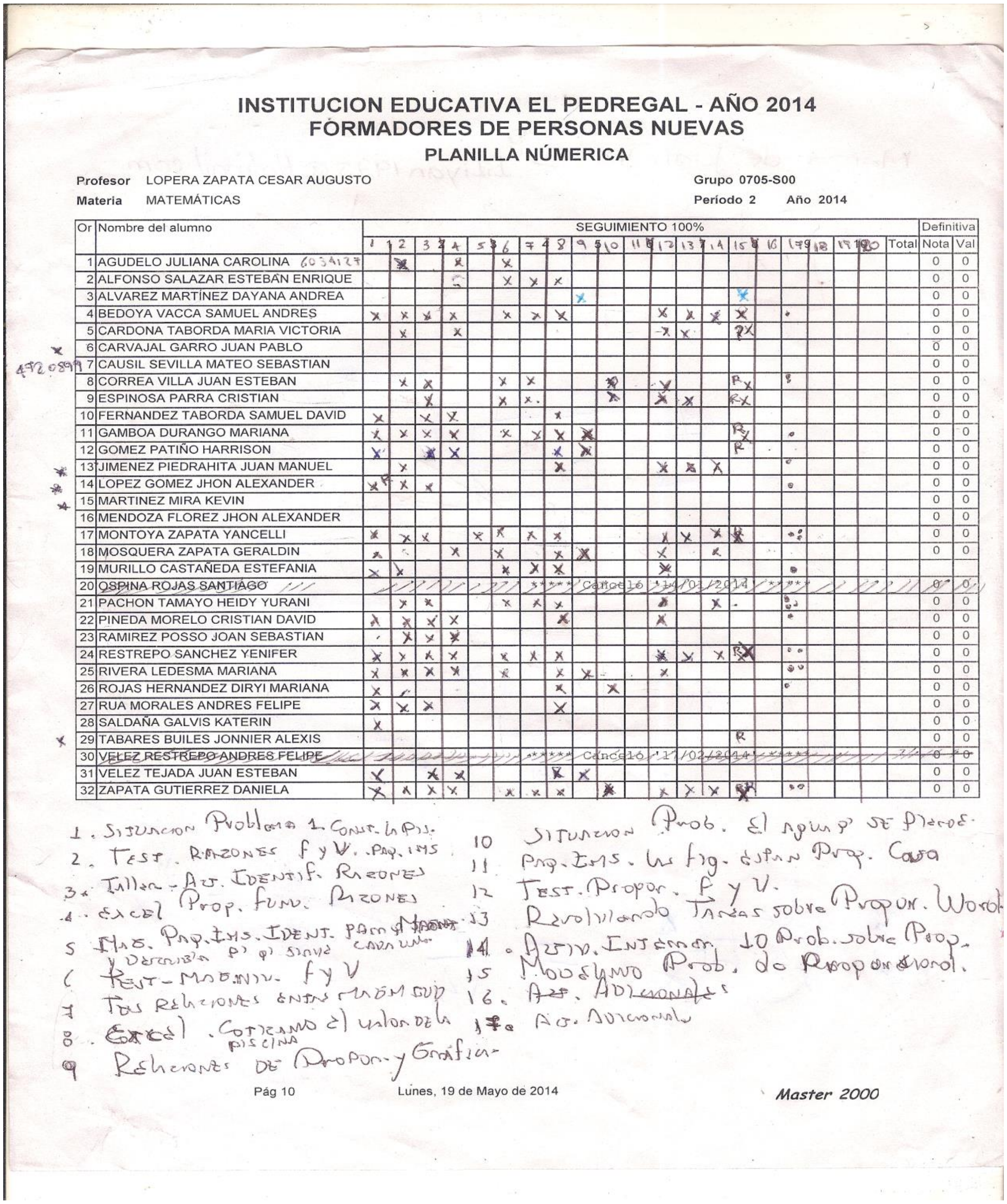
5 llaves para el llenado a $ 45000 c/u
2 llaves para el desagüe a $ 70.000 c/u
Excavación 22.500.000
Baldosín nro1 28 mt^2 a $150.000
Baldosín nro2 40 mt^2 230.000
Cemento 50 bultos de 50 kilos $22.000.

De allí se desprenden las siguientes relaciones:

3. Juan compró 5 llaves a $ 45.000 cada una. ¿Cuánto tendrá que pagar?
4. Si un metro de baldosín nro1. cuesta $150.000 ¿cuánto cuestan los 28 m^2?
5. Si 5 metros de Baldosín nro. 2 cuestan $1.150.000 ¿cuánto cuestan 9 metros?
6. ¿Son suficientes dos obreros si pegan 3 $metros^2$ de baldosín diario, para cumplir con el trabajo en 60 días?

7. Si para llenar la piscina 1 llave se demora 8 días, ¿Cuánto tiempo demoran en llenar la piscina las 5 llaves abiertas con el mismo caudal?
8. ¿Dos obreros pegan tres metros de baldosín en 4 días, 5 obreros, cuánto días demoran para pegar 15 metros de baldosín?

C. Anexo 3: Tabulación de trabajos y cumplimiento de actividades.



INSTITUCION EDUCATIVA EL PEDREGAL - AÑO 2014
FORMADORES DE PERSONAS NUEVAS
PLANILLA NÚMERICA

Profesor LOPERA ZAPATA CESAR AUGUSTO — Grupo 0705-S00
Materia MATEMÁTICAS — Período 2 Año 2014

Or	Nombre del alumno	Definitiva Nota	Val
1	AGUDELO JULIANA CAROLINA 6034127	0	0
2	ALFONSO SALAZAR ESTEBAN ENRIQUE	0	0
3	ALVAREZ MARTÍNEZ DAYANA ANDREA	0	0
4	BEDOYA VACCA SAMUEL ANDRES	0	0
5	CARDONA TABORDA MARIA VICTORIA	0	0
6	CARVAJAL GARRO JUAN PABLO	0	0
7	CAUSIL SEVILLA MATEO SEBASTIAN	0	0
8	CORREA VILLA JUAN ESTEBAN	0	0
9	ESPINOSA PARRA CRISTIAN	0	0
10	FERNANDEZ TABORDA SAMUEL DAVID	0	0
11	GAMBOA DURANGO MARIANA	0	0
12	GOMEZ PATIÑO HARRISON	0	0
13	JIMENEZ PIEDRAHITA JUAN MANUEL	0	0
14	LOPEZ GOMEZ JHON ALEXANDER	0	0
15	MARTINEZ MIRA KEVIN	0	0
16	MENDOZA FLOREZ JHON ALEXANDER	0	0
17	MONTOYA ZAPATA YANCELLI	0	0
18	MOSQUERA ZAPATA GERALDIN	0	0
19	MURILLO CASTAÑEDA ESTEFANIA		
20	~~OSPINA ROJAS SANTIAGO~~ ***** Canceló '14/01/2014' *****	0	0
21	PACHON TAMAYO HEIDY YURANI	0	0
22	PINEDA MORELO CRISTIAN DAVID	0	0
23	RAMIREZ POSSO JOAN SEBASTIAN	0	0
24	RESTREPO SANCHEZ YENIFER	0	0
25	RIVERA LEDESMA MARIANA	0	0
26	ROJAS HERNANDEZ DIRYI MARIANA	0	0
27	RUA MORALES ANDRES FELIPE	0	0
28	SALDAÑA GALVIS KATERIN	0	0
29	TABARES BUILES JONNIER ALEXIS	0	0
30	~~VELEZ RESTREPO ANDRES FELIPE~~ ***** Canceló '17/02/2014' *****	~~0~~	~~0~~
31	VELEZ TEJADA JUAN ESTEBAN	0	0
32	ZAPATA GUTIERREZ DANIELA	0	0

1. Situación Problema 1. Const. la Pis.
2. Test. Razones F y V. Prq. Ims
3. Taller - Act. Identif. Razones
4. Excel Prop. Func. Razones
5. Mas. Prg. Ims. Ident. Para Magnitud y describa p' q' sirve cada una
6. Test - Modelniv. F y V
7. Tus Relaciones entre magnitud
8. Excel. Cotizando el valor de la piscina
9. Relaciones de Propor. y Gráfica
10. Situación Prob. El agua p' se pierde.
11. Prq. Ims. las fig. dejan Prop. Cara
12. Test. Propor. F y V.
13. Resolviendo Tareas sobre Propor. Word
14. Activ. Internet 10 Prob. sobre Prop.
15. Modelando Prob. de Proporcional.
16. Act. Adicionales
17. Ac. Adicional

Pág 10 — Lunes, 19 de Mayo de 2014 — Master 2000

Bibliografía

A. J. Cañas, j. D. Novak, eds. Trabajando con mapas conceptuales el tema de la proporcionalidad de 2º de Educación secundaria obligatoria (e.s.o.). Recuperado de http://cmc.ihmc.us/cmc2006papers/cmc2006-p10.pdf

ANDONEGUI ZABALA, Martin. Serie Desarrollo del pensamiento matemático Nro. 11. Razones y proporciones. 2006

AUSUBEL-NOVAK-HANESIAN (1983). *Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo*. 2° Ed.TRILLAS México.

FIOL M. María Luisa. Josep María Fortuny Aymem. Proporcionalidad directa. La forma y el número. Ed. Síntesis. P.34,29

GARCIA, G. y Serrano, C. (1999). La comprensión de la proporcionalidad, una perspectiva cultural. Cuadernos de matemática educativa. Asociación Colombiana de Matemática. Educativa (Asocolme). Bogotá.

GARCIA, G.; Serrano, C. y Camargo, L. (1998). Una propuesta curricular para las nociones de función como dependencia y la proporcionalidad como función lineal. Cuadernos Didácticos. IDEP. Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá.

GUZMÁN, Miguel. Enseñanza de las ciencias y de las matemáticas, Editorial Popular, Madrid, 1993, pág. 111.

MEN. Estándares Básicos de Matemáticas. Recuperado de http://www.mineducacion.gov.co/1621/article-87872.htm

MEN. SERIE Lineamientos curriculares de Matemáticas. MEN.

MESA B, Orlando. Contextos para el desarrollo de situaciones problema en la enseñanza de las matemáticas. Instituto de Educación no formal—Centro de Pedagogía Participativa, 1998. P. 15.

MOREIRA, Marco Antonio. Unidades de enseñanza potencialmente significativas – UEPS .www.if.ufrgs.br/~moreira/UEPSesp.pdf

OBANDO, G., Vasco C., Arboleda L. C. Enseñanza y aprendizaje de la razón, la proporción y la proporcionalidad: un estado del arte. Relime, Vol. 17 (1), Marzo de 2014 Pág. 3,72, Disponible en http://www.clame.org. mx/relime/201403a .html

OBANDO, G. (2002). "De la multiplicación a la proporcionalidad: un largo camino por recorrer". Memorias del 4º Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Manizales. (22 págs.).

PANNIZZA Mabel, Sadovsky Patricia. flacso el papel del problema en la construcción de conceptos matemáticos. Ministerio de Educación Provincia de Santa Fe. http://estatico.buenosaires.gov.ar/areas/educacion/cepa/proporcionalidad_panizza_sadovsky.pdf

PONCE, Héctor. Enseñar y aprender matemáticas: propuesta para el 2do. Ciclo.pag 22-36. Buenos Aires.

Recuperado de http://www.educainformatica.com.ar/docentes/tuarticulo/educacion/

Recuperado de : http://es.wikipedia.org/wiki/Proporcionalidad

Recuperado de ttp://www.educagratis.org/moodle/mod/resource/view.php?inpopup=true.

Recuperado de

http://s3images.coroflot.com/user_files/individual_files/179853_06FIE8aMFpXU7kdzYxdKame70.swf.

VAN REEUWIJK, Martín "Las matemáticas en la vida cotidiana y la vida cotidiana en las matemáticas", en: UNO. Revista de didáctica de las matemáticas No. 12, Editorial Grao, Barcelona, 1997, págs.13-14.