



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# **Diseños didácticos para el aula taller como estrategia en la construcción de estructuras para la enseñanza del Álgebra**

**María Victoria Toro Aguiar**

Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Sede Medellín

2015

**Diseños didácticos para el aula taller como estrategia en la construcción de estructuras para la enseñanza del Álgebra**

**María Victoria Toro Aguiar**

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:  
**Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales**

Director:

Mg. Gabriel Ferney Valencia Carrascal  
Magister en Psicopedagogía

Universidad Nacional de Colombia  
Facultad de Ciencias  
Medellín, Colombia  
2015

## Dedicatoria

¶ mi esposo e hija por regalarme  
cada día su amor, su entrega,  
y darme sentido a mi existencia.

¶ mi mamá, que con su presencia  
llena mi vida de amor,  
gratitud y bellos recuerdos.

¶ mi familia y amigos  
por su apoyo incondicional



## Agradecimientos

A Dios por haberme dado la vida  
y por permitirme terminar mis estudios .

A los estudiantes y directivas de la  
I.C. Ángela Restrepo Moreno, por su  
disponibilidad y colaboración.

A mi Asesor Gabriel Fernández Valencia Carrascal,  
que con sus valiosas asesorías y aportes  
contribuyó a la finalización de este trabajo.

A todos los que de una u otra forma  
me colaboraron para el logro de este proyecto,  
les agradezco de forma sincera...



## Resumen

La Propuesta de Diseños didácticos para el aula taller, como estrategia en la construcción de estructuras para la enseñanza del Álgebra, es una investigación en profundización, que se basa en un estudio de campo exploratorio y descriptivo, que pretende describir los hechos, tal cual se encuentren y contribuir de una manera práctica en la generación de situaciones con sentido para los estudiantes y que les permitan construir referentes algebraicos significativos, que logren afianzarse en su estructura cognitiva.

Las muestras utilizadas son grupales, es decir, estudios de casos o de grupos y el método utilizado es el inductivo, ya que se parte de observaciones particulares que permiten llegar a unas conclusiones de carácter general. Se desarrolló en la Institución Educativa Ángela Restrepo Moreno, ubicada en el corregimiento San Antonio de Prado, perteneciente a Medellín, con la participación de los estudiantes de octavo y noveno grado, los cuales mediante una encuesta diagnóstica mostraron sus fortalezas y debilidades algebraicas, que sirvieron de insumo para la puesta en práctica de la unidad didáctica a desarrollar en el presente trabajo.

Palabras claves: Estructura Algebraica, Constructivismo, Enseñanza, Aula Taller, Transposición didáctica.

## Abstract

The proposed didactic designs for the classroom workshop, as a strategy to build structures for the teaching of algebra, is an investigation in depth, which is based on a field study, exploratory and descriptive studies, since it is intended to Describe the facts, and as such are to contribute in a practical way in generating meaningful situations for students and allow them to build significant concerning algebraic, that become part of their cognitive structure.

The samples used are group, ie, case studies or group and the inductive method is used because it is of particular observations that can reach some general conclusions. It was developed in the Educational Institution Ángela Restrepo Moreno, located in the village San Antonio de Prado, located in Medellin, with the participation of students in the eighth grade, which means a diagnostic survey showed their strengths and algebraic weaknesses, which served as input for implementation of the teaching unit to develop in this paper.

**Keywords:** Algebraic structure, Constructivism, Teaching, Classroom Workshop, didactic transposition.

---

# Contenido

<b><i>Agradecimientos</i></b> .....	<b><i>V</i></b>
<b><i>Resumen</i></b> .....	<b><i>VII</i></b>
<b><i>Contenido</i></b> .....	<b><i>IX</i></b>
<b><i>Introducción</i></b> .....	<b><i>17</i></b>
<b>1. Aspectos Preliminares</b> .....	<b>19</b>
<b>1.1 Selección y delimitación del tema</b> .....	<b>19</b>
<b>1.2 Planteamiento del Problema</b> .....	<b>19</b>
1.2.1 Antecedentes.....	19
1.2.2 Descripción del problema .....	22
1.2.3 Formulación de la pregunta .....	25
<b>1.3 Justificación</b> .....	<b>25</b>
<b>1.4 Objetivos</b> .....	<b>26</b>
1.4.1 Objetivo General.....	26
1.4.2 Objetivos Específicos .....	27
<b>2. Marco Referencial</b> .....	<b>28</b>
<b>2.1 Marco Teórico</b> .....	<b>28</b>
2.1.1 Constructivismo .....	28
2.1.2 Enseñanza.....	29
2.1.3 Aprendizaje.....	30
2.1.4 Transposición Didáctica .....	30
2.1.5 Aula Taller.....	31

---

<b>2.2</b>	<b>Marco Conceptual-Disciplinar.....</b>	<b>32</b>
2.2.1	Expresiones algebraicas .....	32
2.2.2	Términos semejantes.....	33
2.2.3	Valor numérico .....	33
2.2.4	Productos Notables.....	34
2.2.5	Trinomios.....	35
2.2.6	Factorización.....	36
2.2.7	Áreas y perímetros en el álgebra geométrica .....	37
<b>2.3</b>	<b>Marco Legal .....</b>	<b>37</b>
2.3.1	Contexto Internacional .....	37
2.3.2	Contexto Nacional .....	39
2.3.3	Contexto Regional.....	40
2.3.4	Contexto Institucional.....	40
<b>2.4</b>	<b>Marco Espacial.....</b>	<b>41</b>
<b>3.</b>	<b><i>Diseño metodológico: Investigación aplicada.....</i></b>	<b>43</b>
<b>3.1</b>	<b>Paradigma Crítico-Social.....</b>	<b>43</b>
<b>3.2</b>	<b>Tipo de Investigación .....</b>	<b>44</b>
<b>3.3</b>	<b>Método .....</b>	<b>44</b>
<b>3.4</b>	<b>Instrumento de recolección de información.....</b>	<b>46</b>
<b>3.5</b>	<b>Población y Muestra .....</b>	<b>47</b>
<b>3.6</b>	<b>Delimitación y Alcance .....</b>	<b>47</b>
<b>3.7</b>	<b>Cronograma.....</b>	<b>48</b>
<b>4.</b>	<b><i>Trabajo Final.....</i></b>	<b>50</b>
<b>4.1.</b>	<b>RECURSOS.....</b>	<b>100</b>
4.1.1	Concretos. ....	100
4.1.2	Simbólicos.....	100
4.1.3	Bibliográficos. ....	101
4.1.4	Tecnológicos. ....	101

---

4.2	ORGANIZACIÓN DEL ESPACIO Y EL TIEMPO .....	101
4.3	EVALUACIÓN .....	102
5.	<i>Conclusiones y Recomendaciones</i> .....	103
5.1	Conclusiones.....	103
5.2	Recomendaciones.....	104
	<i>Referencias</i> .....	106
A.	<i>Anexo: Análisis de Resultados Pruebas SABER</i> .....	111
B.	<i>Anexo: Encuesta Diagnóstica Noveno</i> .....	130
C.	<i>Anexo: Encuesta Diagnóstica Octavo</i> .....	133
D.	<i>Anexo: Encuesta 2011</i> .....	135
E.	<i>ANEXO EXTERNO 1</i> .....	138
F.	<i>ANEXO EXTERNO 2</i> .....	157

## Lista de figuras

<i>Figura 1. Fórmula del volumen de un cubo .....</i>	<i>34</i>
<i>Figura 2. Cuadrados y rectángulos propuestos para la medición .....</i>	<i>88</i>
<i>Figura 3. Formulas del área y del rectángulo .....</i>	<i>88</i>
<i>Figura 4. Cuadrados y rectángulos propuestos para comparación .....</i>	<i>92</i>
<i>Figura 5. Representaciones de los trinomios .....</i>	<i>96</i>

## Lista de gráficas

<i>Grafica 1. Asignatura del área de matemáticas que los estudiantes de octavo mas recuerdan .....</i>	<i>53</i>
<i>Grafica 2. Asignatura del área de matemáticas que los estudiantes de noveno mas recuerdan .....</i>	<i>53</i>
<i>Grafica 3. Asignatura del área de matemáticas que les parece mas fácil a los estudiantes de octavo grado</i>	<i>55</i>
<i>Grafica 4. Asignatura del área de matemáticas que les parece mas fácil a los estudiantes de noveno grado .....</i>	<i>56</i>
<i>Grafica 5. Asignatura del área de matemáticas.....</i>	<i>57</i>
<i>Grafica 6. Asignatura del área de matemáticas.....</i>	<i>58</i>
<i>Grafica 7. Estrategia de enseñanza preferida por los estudiantes.....</i>	<i>59</i>
<i>Grafica 8. Operación matemática que mas recuerdan los estudiantes.....</i>	<i>64</i>
<i>Grafica 9. Cantidad de preguntas que contestaron.....</i>	<i>72</i>
<i>Grafica 10. Cantidad de preguntas que acertaron.....</i>	<i>74</i>
<i>Grafica 11. Cantidad de preguntas que contestaron.....</i>	<i>74</i>

## Lista de tablas

<i>Tabla 1. Tipos de expresiones algebraicas .....</i>	<i>33</i>
<i>Tabla 2. Productos Notables.....</i>	<i>35</i>
<i>Tabla 3. Tipos de trinomios .....</i>	<i>36</i>
<i>Tabla 4. Cronograma de actividades .....</i>	<i>48</i>
<i>Tabla 5. Cronograma de actividades por semanas.....</i>	<i>49</i>
<i>Tabla 6. Respuestas en octavo acerca de la asignatura del área de matemáticas que mas recuerdan.....</i>	<i>54</i>
<i>Tabla 7. Respuestas en noveno acerca de la asignatura del área de matemáticas que mas recuerdan.....</i>	<i>54</i>
<i>Tabla 8. Respuestas en octavo acerca de la asignatura del área de matemáticas que les parece mas fácil..</i>	<i>56</i>
<i>Tabla 9. Respuestas en noveno acerca de la asignatura del área de matemáticas que les parece mas fácil.</i>	<i>57</i>
<i>Tabla 10. Respuestas en octavo acerca de la asignatura que les parece mas difícil en octavo .....</i>	<i>58</i>
<i>Tabla 11. Respuestas en noveno acerca de la asignatura que les parece mas difícil en octavo .....</i>	<i>59</i>
<i>Tabla 12. Cantidad y respuestas en octavo, acerca de la relación entre el aprendizaje algebraico (variacional) y el aritmético (numérico).....</i>	<i>60</i>
<i>Tabla 13. Cantidad y respuestas en noveno, acerca de la relación entre el aprendizaje algebraico (variacional) y el aritmético (numérico).....</i>	<i>60</i>
<i>Tabla 14. Cantidad y respuestas en octavo, sobre la consideración de que algebra proporciona herramientas para la solución de diferentes situaciones problema en matemáticas .....</i>	<i>61</i>
<i>Tabla 15. Cantidad y respuestas en noveno, sobre la consideración de que algebra proporciona herramientas para la solución de diferentes situaciones problema en matemáticas.....</i>	<i>62</i>
<i>Tabla 16. Cantidad y respuestas en octavo, sobre la consideración de si el desarrollo del algebra comprende las demás asignaturas del área matemática .....</i>	<i>63</i>
<i>Tabla 17. Cantidad y respuestas en noveno, sobre la consideración de si el desarrollo del algebra comprende las demás asignaturas del área matemática .....</i>	<i>63</i>
<i>Tabla 18. Cantidad y respuestas en octavo, acerca de la consideración de que la necesidad y/o importancia de las matemáticas en la cotidianidad de los estudiantes.....</i>	<i>65</i>

---

<i>Tabla 19. Cantidad y respuestas en noveno, acerca de la consideración de que la necesidad y/o importancia de las matemáticas en la cotidianidad de los estudiantes.....</i>	<i>66</i>
<i>Tabla 20. Cantidad y respuestas en octavo, acerca de si los temas que han aprendido en matemáticas les han servido para su vida .....</i>	<i>66</i>
<i>Tabla 21. Cantidad y respuestas en noveno, acerca de si los temas que han aprendido en matemáticas les han servido para su vida .....</i>	<i>67</i>
<i>Tabla 22. Etapas de la unidad didáctica, en el primer momento.....</i>	<i>81</i>
<i>Tabla 23. Repaso y socialización de la transcripción del lenguaje matemático verbal al lenguaje algebraico .....</i>	<i>82</i>
<i>Tabla 24. Ejercicios propuestos para realizar en grupos, acerca de la transcripción del lenguaje matemático verbal al lenguaje algebraico .....</i>	<i>83</i>
<i>Tabla 25. Etapas de la unidad didáctica, en el segundo momento.....</i>	<i>87</i>
<i>Tabla 26. Etapas de la unidad didáctica, en el tercer momento .....</i>	<i>91</i>
<i>Tabla 27. Etapas de la unidad didáctica, en el cuarto momento .....</i>	<i>95</i>
<i>Tabla 28. Cronograma, tiempo estimado y espacio de los momentos a realizar en la unidad didáctica .....</i>	<i>101</i>



---

## Introducción

Los resultados que se han obtenido en las diferentes pruebas en el área de las matemáticas no ha sido los mejores, tanto a nivel nacional como internacional. Los reportes de PISA, proyecto de la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) de 2013, muestran como el 74% de los estudiantes colombianos se ubicó por debajo del nivel 2 y sólo 3 de cada mil alcanzaron los niveles 5 y 6.

En el caso específico de la Institución Educativa Ángela Restrepo Moreno, se evidencia un comportamiento similar; el bajo rendimiento en el área de Matemáticas, en términos generales, se puede visualizar en el análisis de los datos recogidos de los resultados de pruebas saber, el cual muestra de una manera contundente los niveles mínimos e insuficientes que se tienen en el área. El grado noveno, por ejemplo, presenta los más altos índices en los niveles insuficiente y mínimo con el 91%, 85% y 84% en los años 2009, 2013 y 2014 respectivamente; años de los cuales se tiene información; situación similar se presenta en los grados quintos y terceros (Ver anexo A, Análisis de resultados de pruebas saber).

Todo lo anterior, además de la apatía, el temor o el desconocimiento que se tiene hacia el aprendizaje y desarrollo de referentes matemáticos, el no poseer unas bases sólidas y duraderas de conocimientos, el no encontrar interés, ni practicidad en los contenidos vistos en clase, entre otros muchos factores, conlleva a la necesidad imperiosa de incluir estrategias de mejoramiento del

proceso enseñanza – aprendizaje en el área, en todos los grados. Enfatizando en los grados octavo y noveno, en los cuales se presentan mayores dificultades, ya que es en éstos, donde se ahonda en los referentes algebraicos, generalización de los diferentes conjuntos numéricos con sus respectivas operaciones y propiedades.

Esta propuesta busca reforzar dicho proceso pedagógico, en el grado octavo, construyendo con los estudiantes diseños didácticos en el aula taller, que contribuyan al afianzamiento de la estructura de la enseñanza algebraica de éstos, mediante una unidad didáctica en la cual se pretende llevar al estudiante desde un diagnóstico inicial que muestra sus conocimientos previos, a un trabajo colaborativo y participativo, que conlleve a que ellos mismos construyan los diferentes referentes algebraicos que les permitan generalizar conceptos en los cuales se involucren el álgebra y la geometría de una manera práctica y significativa para éstos.

# 1. Aspectos Preliminares

## 1.1 Selección y delimitación del tema

Estructura para la enseñanza de trinomios algebraicos en el grado octavo.

## 1.2 Planteamiento del Problema

### 1.2.1 Antecedentes

A través de la historia, hasta aproximadamente los años 50's del siglo anterior, el Álgebra se había concebido sólo como la simbolización de relaciones numéricas, y por tanto, de estructuras matemáticas únicamente operacionales. En los últimos tiempos esta concepción ha cambiado puesto que se han involucrado los referentes algebraicos en la solución no sólo de expresiones, operaciones y solución de ecuaciones, sino también en la simbolización de algoritmos, representaciones simbólicas de diferentes funciones y situaciones, planteamiento y solución de problemas, entre otras tantas actividades de la cotidianidad.

A comienzos de los años 60's, se empezaron a incluir aspectos pragmáticos y con los diferentes métodos gráficos, se hizo notoria la necesidad de llevar el álgebra escolar a las verdaderas utilidades que esta podría prestar, por ejemplo, en campos de la física nuclear, las comunicaciones, la economía, los computadores; en fin, en un sinnúmero de ciencias y practicidades, haciendo notorio que el álgebra serviría de puente entre la estructura de diferentes aplicaciones y el carácter deductivo de algunos de los planteamientos, sin perder

---

la importancia y rigurosidad del carácter estructural y operacional de comienzos del siglo.

En las últimas décadas, la enseñanza del Algebra ha tomado un giro, respecto a que se le ha atribuido, la relevancia real que tiene en el proceso lógico y conceptual de las matemáticas y de las diferentes situaciones en las cuales se presenta como contenido matemático en diferentes etapas del proceso educativo, no sólo en la secundaria sino hasta en la universidad; de tal modo que en los últimos veinte años han surgido propuestas de incorporar ciertas cuestiones del pensamiento algebraico desde edades tempranas (Socas, 2011).

Varios pensadores han realizado aportes a estos cambios y hoy sirven de referencia para guiar no sólo la conceptualización relacionada con hacer de los referentes algebraicos un aprendizaje significativo, sino para darle mayor importancia a la forma como ésta deber ser direccionada hacia una enseñanza práctica y útil para la sociedad.

Es así como desde el año 1989, diversos autores han realizado investigaciones sobre Algebra, lo cual ha generado propuestas para el proceso pedagógico de ésta. Dicho trabajo constituye "Una agenda para la investigación del aprendizaje y la enseñanza del álgebra, basándose en: contenido, aprendizaje, enseñanza, pensamiento algebraico, afectividad, representación, tecnología, desarrollo curricular, evaluación y formación del profesor"; Wagner & Kieran (1989)

Además de lo anterior, se han realizado grandes contribuciones que ponen de manifiesto la relevancia de la aritmética y de los procesos cognitivos de ésta, en el aprendizaje del álgebra, en términos de un "modelo que llaman experimental - estructural y que trata de comprender mejor las dificultades que los estudiantes tienen al aprender el álgebra y los problemas de su enseñanza". Kieran & Filloy (1989).

---

De nuevo Kieran (1992), presenta un documento sobre las investigaciones en Álgebra, en el que realiza un análisis histórico, una descripción del contenido del álgebra escolar, una reflexión y discusión de las demandas psicológicas hechas sobre el aprendizaje de álgebra por el contenido matemático, y una descripción breve del panorama de la perspectiva de enseñanza. Este mismo pensador en 2007, aporta un nuevo trabajo en el que hace una revisión de la enseñanza y el aprendizaje del Álgebra en la Educación Secundaria, mostrando formas de construir significados para los símbolos algebraicos y para su manipulación.

Los profesores Carraher & Schliemann (2007), con la idea de involucrar nuevos aspectos en el currículo del Álgebra en esta etapa educativa, realizan una amplia revisión sobre un foco reciente de investigación en educación matemática: el razonamiento algebraico de los alumnos de 6 a 12 años, para apostar por esta corriente de investigación y fundamentar en ella que el Álgebra tiene un lugar en el currículo de la Educación Primaria. Esta corriente se denomina “Early Algebra” y abarca tanto el razonamiento algebraico como las relaciones algebraicas, con alumnos de Educación Primaria. Determina cinco cuestiones problemáticas como fundamentales:

- Las relaciones entre la Aritmética y el Álgebra.
- La dualidad proceso / objeto en Álgebra.
- El papel referencial del Álgebra en las Matemáticas.
- Las representaciones simbólicas del Álgebra en sentido formal.
- Las representaciones simbólicas del Álgebra en sentido no formal.

La idea central que sugieren es que la “Early Algebra” enriquece la enseñanza tradicional de las matemáticas, en los diferentes niveles educativos, facilitando en los alumnos un desarrollo adecuado del Pensamiento algebraico, de esta manera se puede organizar la enseñanza de la Aritmética y del Álgebra evitando saltos,

---

rupturas y cortes didácticos entre ambas; se establecen tres puntos básicos para comenzar con “Early Algebra”: Aritmética y razonamiento numérico, Aritmética y razonamiento cuantitativo, Aritmética y funciones (Socas, 1999; Socas & otros, 2007).

Para finalizar, a pesar de las diferentes investigaciones y propuestas realizadas acerca de la enseñanza del Algebra, del mejoramiento en sus procesos y logros y de la necesidad de cambio en la relación enseñanza aprendizaje, aún se *“destaca la baja calidad de la enseñanza actual del álgebra elemental y muestra la factibilidad de su renovación sustentada en la didáctica como disciplina de base”* (Olfo & otros, 2007).

### **1.2.2 Descripción del problema**

El mundo de hoy, tan cambiante y competitivo, demanda un trabajo intelectual arduo que propenda por un mejoramiento permanente y de alta calidad, no solo a nivel físico y/o material, sino también un cambio de conciencia. Y es justo ahí donde el maestro es fundamental, ya que los docentes, sujetos intelectuales y poseedores de una enorme fortaleza - como lo es, tener una materia prima permanente para su praxis, los alumnos en las aulas de clase, a saber - debe ser un gestor de nuevas ideas, un guía para direccionar los cuestionamientos y dudas, un motivador de nuevos aprendizajes y un líder de procesos de crecimiento, no solo de los educandos, sino también de los padres de familia y, en términos generales, de toda una comunidad educativa en la cual esté su quehacer y cotidianidad.

Los actuales lineamientos, principios y fines de la educación se están perfeccionando en cuanto a organización, estándares, contenidos, en fin, en todo lo concerniente a las necesidades actuales. Sin embargo, es sustancial emprender un trabajo más consistente en torno a las metodologías y propuestas de enseñanza en el aula, que conlleven a cumplir a cabalidad lo que en realidad

---

debe ser lo primordial como es el avance y el logro de objetivos claros y prácticos con los estudiantes. Si bien es positivo que los docentes tengan libertad y que hagan de la dialéctica una de sus mayores fortalezas, en cuanto al trabajo, logrando con ello realizar algunas investigaciones y trabajos altamente cualificados en pro de los alumnos y, en general, de toda la comunidad educativa, también esto conlleva a que el conocimiento y el trabajo en las aulas, en algunas ocasiones, sea “estrictamente magistral”, se anquilese y llegue a una rutina que poco aporta a los agentes involucrados en el proceso de enseñanza - aprendizaje.

Por tanto, es imprescindible replantear la relación transmisor – receptor, propiciando curiosidades, ideas e inquietudes en los estudiantes, trabajos en equipos colaborativos con guías direccionadas a la construcción de referentes cognitivos, preguntas problematizadoras, motivación hacia la investigación, entre otras actividades, que impliquen asuntos de la cotidianidad y de la ciencia que conduzcan a una relación mancomunada entre el docente y sus educandos, con miras al crecimiento personal y grupal.

Los conocimientos matemáticos no son ajenos a lo planteado anteriormente, ya que la enseñanza de las matemáticas en algunas ocasiones se visualiza e internaliza como una simple clase magistral (base fundamental de la enseñanza de años anteriores), donde se presenta un modelo, se reproduce y se ejercita en él, se aplica y se evalúa (modelo reproductor), y no como debe ser: un aprendizaje permanente que permita una interacción, creación y producción, entre el alumno y el docente, para lograr concatenar, de forma lógica, válida y práctica todo lo aprendido en los diferentes contextos.

La enseñanza, desde la postura Constructivista, posibilita la interacción mencionada anteriormente, por tanto, el constructivismo debe ser entendido como el proceso intencional, dirigido y planeado, que la escuela promueve para que los

---

niños logren las construcciones necesarias que le permitan acceder al conocimiento como tal, en especial de las construcciones matemáticas tanto a nivel concreto como de algoritmos.

Todo lo anterior, ha servido de base para esta propuesta, que se fundamenta por tanto, en el modelo constructivista, pero que retoma todos aquellos planteamientos de otros modelos, que sirven para que el alumno participe, construya e introyecte saberes, verifique con diferentes recursos los conocimientos adquiridos y realice con ellos prácticas de su cotidianidad, que conlleven a que dichos conocimientos sean significativos para ellos. Además se pretende lograr un mejoramiento permanente a nivel individual, grupal y social, teniendo al docente como un “coach”, es decir, como sujeto asesor, motivador, agente propiciador de espacios y metodologías de enseñanza prácticas, coherentes con los avances y necesidades de la actualidad, con el fin de convertir a los alumnos y porque no decirlo, a la comunidad educativa en general, en personas competentes y útiles a la sociedad. Por tanto, los docentes y los estudiantes, deben ser protagonistas activos de un proceso de apertura, cambio y construcción de conocimientos, en los que éstos últimos sean los que cuestionen, confronten, analicen y formen sus propios conceptos y/o algoritmos referentes a cualquier contenido del área.

Particularizando, al interior de la Institución Educativa Ángela Restrepo Moreno, los referentes matemáticos, algebraicos de los estudiantes, se han enseñado de un manera magistral y repetitiva; los estudiantes los leen, los transcriben y los “aprenden” de una manera literal, no sustantiva, logrando con ello que el aprendizaje no sea significativo, y que por tanto, no se afiancen en su estructura cognitiva, lo cual implica, que no se conviertan en subsumidores para los contenidos futuros (Ausubel, 1978).

---

Dado lo anterior, se busca diseñar e implementar esta propuesta de enseñanza en el aula, basada en la construcción de referentes algebraicos, que promueva un trabajo en equipo colaborativo, verificable, significativo y de gran practicidad en la cotidianidad de todos los entes involucrados en el proceso enseñanza – aprendizaje.

### **1.2.3 Formulación de la pregunta**

¿Cuál es el efecto del diseño de elementos didácticos en el aula taller, como estrategia didáctica para la construcción de la estructura de la enseñanza del álgebra?

## **1.3 Justificación**

Frente al conocimiento matemático, siempre se han tejido temores y odios, ya que si bien, las matemáticas son prácticas en casi todas las actividades cotidianas humanas, siempre se han estigmatizado por la “dificultad”, que poseen; frente al grupo reducido de alumnos para los que las matemáticas son fáciles, atractivas, y fascinantes, hay otro grupo mayor de alumnos que las encuentran difíciles o aburridas. Es por esto, que es frecuente escuchar frases desalentadoras como “yo no sirvo para las matemáticas”, “yo soy de letras, no entiendo de números”. Estas actitudes están relacionadas frecuentemente con la ansiedad, el miedo y la confusión. De ahí que con mayor frecuencia se habla de problemas de “ansiedad matemática” y trastornos socioemocionales.

Lo anterior ocurre inclusive con el simple tratamiento de operaciones aritméticas básicas o de alguna situación problema con de valores pequeños o conocidos: “si entre Juan y Diana tienen \$400 y Juan tiene \$20 más que Diana. ¿Cuánto tienen cada uno?”... y peor aún, cuando se enfrenta al estudiante con el aprendizaje del álgebra, con mayor fuerza aumenta su temor, ya que al proponerse unas variables o incógnitas “x” o cualquier letra, que simbolizan o formalizan, lo que él

---

antes tenía certeza de su veracidad “ $10 + 2 = 12$ ” o “Juan tiene \$210 y Diana \$190”, ahora encuentran: “ $x + y = 400$ ”, “ $x + 20 = y$ ” o  $x^2 + 3x - 4 = 0$ , llevan a que los alumnos sientan mayor repulsión y una gran desmotivación frente a ésta asignatura y a que no le den la real importancia que ella tiene, ya que ésta sirve para modelar diferentes situaciones y es la parte de las matemáticas que permite generalizar conceptos y propiedades inherentes a diferentes conjuntos numéricos, según sea el caso.

Cuando se llega a operaciones de mayor rigurosidad cognitiva, como es el caso de la factorización: suma de áreas, diferencias de cuadrados, diferentes trinomios, entre otros, la situación es aún más caótica, ya que la mayoría no logran ni siquiera aprenderse los algoritmos y muchísimo menos logran ver su aplicación a situaciones reales. Llevando esto, a que cuando los estudiantes estén en grados superiores, donde se retoman dichos conocimientos, se tengan enormes vacíos cognitivos, de lógica y de estructura conceptual que no permite avances en los nuevos logros y conocimientos de dichos grados.

Por todo lo anterior, con esta propuesta de enseñanza en el aula, basada en la construcción de referentes algebraicos, se busca que estos conocimientos que se adquieren en el grado octavo, permitan afianzar dichos referentes en la estructura conceptual de los estudiantes, logrando una apropiación y una significancia válida, que perdure y que sea un conocimiento previo presente en cualquier momento del proceso educativo. en aras de unos avances y un mejoramiento académico de los educandos.

## **1.4 Objetivos**

### **1.4.1 Objetivo General**

Plantear una propuesta metodológica de diseño de elementos didácticos en el aula taller, como estrategia para la construcción de la estructura de la

enseñanza del álgebra, en los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa Ángela Restrepo Moreno

### **1.4.2 Objetivos Específicos**

- Determinar referentes cognitivos matemáticos de los estudiantes de octavo, de la Institución Educativa Ángela Restrepo Moreno.
- Construir con los estudiantes los referentes cognitivos algebraicos, a partir de elementos didácticos en el aula taller.
- Aplicar y evaluar la propuesta metodológica como estrategia didáctica para la construcción de la estructura de la enseñanza del algebra.

## **2.Marco Referencial**

Como un segundo momento orientador se aborda los Marcos Referenciales del Trabajo Final de Maestría, que a su vez se subdivide en Marco Teórico, Marco Conceptual-Disciplinar, Marco Legal con sus contextos y Marco Espacial.

### **2.1 Marco Teórico**

#### **2.1.1 Constructivismo**

El Constructivismo como alternativa pedagógica, propone la necesidad de favorecer en los niños y los jóvenes, la entrega de insumos o herramientas, que permitan a éstos generar conocimientos a través de una construcción de procedimientos, que conlleven a la formación de referentes que permitan iniciar, modificar o continuar su proceso de afianzamiento cognitivo. Por tanto, el constructivismo permite un proceso activo de la persona que construye, con su entorno y con las herramientas que posee, para él mismo ser artífice y constructor de su propia estructura cognitiva. Kilpatrick (1990) reafirma lo anterior con sus palabras: “El constructivismo intenta llevar un acontecimiento a la existencia humana, con el único acceso a sus propias mentes, construyendo cada uno un mundo”, es decir, referencia al estudiante como constructor de su mundo haciendo uso de las herramientas y posibilidades recibidas para que el mismo adquiera y complemente su proceso cognitivo personal.

Por tanto, el alumno será en todos los momentos del proceso enseñanza – aprendizaje el artífice de nuevos conocimientos o “el constructor de sus propios

---

procesos de aprendizaje a partir de sus conocimientos previos, sus experiencias y la ayuda de la enseñanza mediada por el docente” (Martínez, (2004)).

La corriente constructivista que ha tenido incidencia en la actualidad tiene su origen con Piaget y Vygotsky. El primero se fundamenta en el niño y la forma como éste en su proceso natural hace las interpretaciones del mundo y construye su propio conocimiento (asimilación, adaptación y acomodación). El segundo se fundamenta en la sociedad y en como sus procesos influyen en la adquisición de habilidades (Waldegg (1998)). Ambos coinciden en que es necesario encontrar o construir, un objeto matemático para poder probar su existencia.

### **2.1.2 Enseñanza**

La enseñanza es el proceso de transmisión de conocimientos, bajo el cual se relacionan los docentes, los estudiantes, los contenidos (ideas, experiencias) y el entorno. El enfoque constructivista, concibe la enseñanza como el proceso a través del cual se ayuda, se apoya y se dirige al estudiante en la construcción del conocimiento. Como lo señala Freire (1997), enseñar entonces no es transferir conocimientos sino crear las posibilidades de su producción o de su construcción

Sumado a lo anterior, la comprensión como fin primordial de la enseñanza y además tomada desde la visión del constructivismo debe favorecer que los estudiantes desarrollen el potencial cognitivo que poseen y que lo compartan con los demás compañeros, con el fin de que estos conocimientos sean prácticos, significativos y útiles a su cotidianidad e intereses. Stone, (2003), sostiene la idea de que “lo que aprenden los alumnos tiene que ser internalizado y factible de ser utilizado en muchas circunstancias diferentes dentro y fuera de las aulas, como base para un aprendizaje constante y amplio, siempre lleno de posibilidades”.

La enseñanza se podría definir, entonces, como la simbiosis entre el estudiante, el docente, el conocimiento y el entorno, ya que ésta permite que se presente una continua interacción entre estos factores. El estudiante como agente receptor y

---

constructor de su propia estructura cognitiva, el docente como agente acompañante y propiciador de nuevos saberes, el conocimiento como valores o ideas a compartir entre dos o más personas y el entorno como el ambiente en el cual se encuentran inmersos.

Por último, Para Feldman (2010), “Enseñar es permitir que dos personas sepan lo que al principio sabía una sola, es decir, compartir conocimiento”

### **2.1.3 Aprendizaje**

El aprendizaje no sólo debe ser visto como el proceso para adquirir conocimientos sino que está relacionado y condicionado con la educación recibida por los sujetos y por su desarrollo personal, es decir, también tienen incidencia, sus aptitudes, comportamientos o valores, las experiencias, las enseñanzas, los aprendizajes previos (significativos), el razonamiento personal, la observación individual y la motivación de cada persona.

Ausubel (1983), en su “Teoría del aprendizaje significativo”, da relevancia a lo que el estudiante tenga en su estructura cognitiva y en la forma de relacionarlo con nuevos saberes. Resume este hecho en el epígrafe de su obra de la siguiente manera: “Si tuviese que reducir toda la psicología educativa a un solo principio, enunciaría este: El factor más importante que influye en el aprendizaje es lo que el alumno ya sabe. Averígüese esto y enséñese consecuentemente”. Con lo anterior, se confirma la importancia de concatenar los conocimientos previos ya instalados en la estructura cognitiva, con los nuevos adquiridos, lo cual llevaría a que en realidad el aprendizaje sea significativo para las personas involucradas en el proceso.

### **2.1.4 Transposición Didáctica**

En términos de Chevallard (1997), *“la transposición didáctica conlleva a un desarrollo del saber... el cual no es una práctica individual sino colectiva, en la*

---

*cual el sujeto pedagógico es el que protagoniza el dinamismo de la educación, pero no se reduce únicamente a los estudiantes, sino que incluye a los profesores en relación con los alumnos” ...“El profesor ocupa el lugar en su posesión de la teoría y los alumnos en la práctica”.*

La transposición didáctica y la didáctica como tal, tienen como objeto de praxis no sólo los métodos y herramientas necesarias para lograr concatenar los procesos de enseñanza – aprendizaje, sino que también están ligadas a la idea de educación para todos

### **2.1.5 Aula Taller**

Es una estrategia o metodología que permite el trabajo personal o en equipo (colaborativo), en un espacio que posibilita dicha interacción y que cuenta con material concreto y/o virtual, en el cual los agentes involucrados en la relación enseñanza – aprendizaje tienen la posibilidad de experimentar, crear y formalizar diferentes aspectos cognitivos. Las actividades que se realizan en el aula taller integran teoría con práctica.

A quien se le atribuye su creación es a Susan Pasel, la cual define el aula taller como “una metodología que encuadra la participación, organizándola como proceso de aprendizaje. El aula puede convertirse en un espacio en el que todos sean los artesanos del conocimiento, desarrollando los instrumentos para abordar el objeto en forma tal que los protagonistas puedan reconocerse en el producto de la tarea.” Pasel; (1999).

En la Institución Educativa Angela Restrepo Moreno, el aula taller ha tenido incidencia en el proceso pedagógico desde el año 2011, año en el cual se dio su inicio formal (ya que se venía implementando desde el año 2010), y que ha llevado a que los estudiantes no sólo participen en la construcción de sus referentes matemáticos sino al afianzamiento de su estructura cognitiva. Además se ha logrado que algunos estudiantes participen en diferentes eventos

como son conversatorio corregimental, ferias explora, ferias redcolsi, expouniversidad, entre otras, obteniendo diferentes reconocimientos a nivel de ciudad y de país. (Ver anexo externo 1).

## 2.2 Marco Conceptual-Disciplinar

Con este se pretenden establecer todos los referentes algebraicos previos presentes en la estructura cognitiva de los estudiantes; entendiéndose éstos como la conexión con los fundamentos que aparecen en los lineamientos curriculares, los diferentes sistemas que allí plantean y que propenden por el desarrollo del pensamiento lógico matemático en sus diferentes formas. “Àlgebra” es “operar”, y por lo tanto, al tratar referentes algebraicos se habla de construcción y comprensión de operaciones en los diferentes sistemas numéricos, en los sistemas geométricos, en los sistemas métricos, entre otros.

### 2.2.1 Expresiones algebraicas

Son expresiones formadas por cantidades numéricas y literales relacionadas entre sí, separadas por los signos de las operaciones fundamentales (adición, sustracción, multiplicación, división, potenciación y radicación). Las letras que aparecen en cada expresión algebraica, reciben el nombre de variables o indeterminadas. El número que acompaña a cada una de ellas se llama coeficiente.

Algunos ejemplos de expresiones algebraicas serían:

$$4x, \sqrt{5a}, (x+y)z, ((7x - 3y)z \div x^2), 6xy, -3x$$

Las expresiones algebraicas que constan de uno o varios símbolos que no están separados entre sí por los signos + o -, se llaman términos. Lo anterior, sirve para su nombramiento, así: Expresiones de un solo término, reciben el nombre de monomios, las de dos binomios, las de tres trinomios y de ahí en adelante polinomios. Ardila (2003) & Castro et al (2013).

Si la expresión algebraica, está conformada por una variable  $x$ , entonces un monomio en  $x$  sería de la forma  $ax^n$  donde  $a$  es un número real y  $n$  es un entero no negativo. Un binomio es la suma o resta de dos monomios que no se pueden simplificar, un trinomio es la suma o resta de tres monomios que no se pueden simplificar y así con los polinomios.

**Tabla 1. Tipos de expresiones algebraicas**

Monomio	Binomio	Trinomio	Polinomio
$a_n x^n$	$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1}$	$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2}$	$a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a^2 x^2 + a^1 x + a^0$
Donde $n$ es un entero no negativo y cada coeficiente de $x$ es un número real. Si $a_n$ es un número diferente de cero, se dice que el polinomio es de grado $n$ (potencia más alta de la variable que aparece en el polinomio) Steward (2012).			

### 2.2.2 Términos semejantes

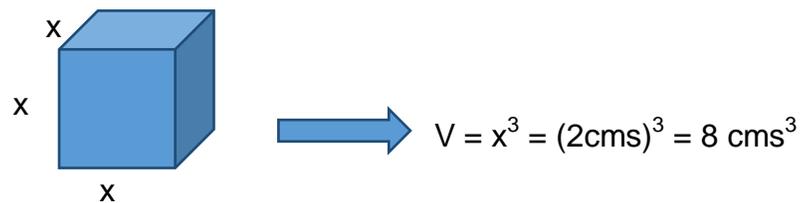
En términos de Dimaté y Rodriguez (2000), son los términos que tienen la misma parte literal (variable y exponente), y por tanto, tienen el mismo grado. El grado de un polinomio es el mayor exponente con el cual aparece una letra o variable en la expresión. Ejemplos de términos semejantes:  $a$  y  $2a$ ;  $5a^2$  y  $-8a^2$ ;  $4x^2yz^3$  y  $14x^2yz^3$

### 2.2.3 Valor numérico

“Este valor es asignado sin intervención...” Gracia (2002). Es un resultado que se obtiene al sustituir las letras por números en una expresión algebraica, realizando

las operaciones indicadas. Dicho valor numérico depende de los valores que se les asignen a las letras. Si se tiene una expresión  $x^3$  y ésta se designa como la medida del volumen de un cubo, de lado 2 cms., entonces la medida de la magnitud sería:

Fórmula del volumen de un cubo =  $x^3$  (siendo  $x$ , la medida del lado del cubo)



**Figura 1. Fórmula del volumen de un cubo**

Por tanto, 8 sería el valor numérico de  $x^3$  cuando  $x$  tiene el valor o magnitud de 2.

### **2.2.4 Productos Notables**

Son multiplicaciones entre polinomios cuyos resultados pueden generalizarse para hallar la respuesta sin efectuar las operaciones (Mora & Galindo (1999)). Por lo anterior, podría decirse que los productos notables son multiplicaciones con expresiones algebraicas cuyo producto puede ser encontrado sin verificarlo, ya que con la aplicación de éstos se cumplen ciertas reglas o “fórmulas” que ya están dadas y que al resolverlas, ya se encuentran implícitas la simplificación y la resolución de algunas multiplicaciones. Los productos notables se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 2. Productos Notables

<b>PRODUCTOS NOTABLES</b>			
<b>CASOS</b>	<b>FORMA</b>	<b>DESARROLLO</b>	<b>REGLA</b>
CUADRADO DE LA SUMA	$(x + a)^2$	$x^2 + 2ax + a^2$	El cuadrado de la primera cantidad, más el doble producto de la primera cantidad por la segunda, más el cuadrado de la segunda cantidad.
CUADRADO DE LA DIFERENCIA	$(x - a)^2$	$x^2 - 2ax + a^2$	El cuadrado de la primera cantidad, menos el doble producto de la primera cantidad por la segunda, más el cuadrado de la segunda cantidad.
PRODUCTO DE LA SUMA POR LA DIFERENCIA	$(x + a)(x - a)$	$x^2 - a^2$	El cuadrado del minuendo (en la diferencia) menos el cuadrado del sustraendo.
CUBO DE LA SUMA	$(x + a)^3$	$x^3 + 3x^2a + 3xa^2 + a^3$	El cubo de la primera cantidad, más tres veces el cuadrado de la primera cantidad por la segunda, más tres veces la primera cantidad por el cuadrado de la segunda, más el cubo de la segunda.
CUBO DE LA DIFERENCIA	$(x - a)^3$	$x^3 - 3x^2a + 3xa^2 - a^3$	El cubo de la primera cantidad, menos tres veces el cuadrado de la primera cantidad por la segunda, más tres veces la primera cantidad por el cuadrado de la segunda, menos el cubo de la segunda.
PRODUCTO DE LA FORMA $(x + a)(x + b)$	$(x + a)(x + b)$	$x^2 + (a + b)x + ab$	El primer término será el cuadrado de la variable, el segundo término será la suma algebraica de las constantes por la variable, el tercer término será el producto de las constantes.
PRODUCTO DE LA FORMA $(mx + a)(nx + b)$	$(mx + a)(nx + b)$	$mnx^2 + (mb + an)x + ab$	

**Productos Notables:** Son ciertas multiplicaciones de binomios cuyos términos presentan características muy particulares. Estos productos pueden ser escritos por simple inspección, ya que cumplen reglas fijas.

Prof. Mari Rubén Tello  
Prof. Carlos A. Galaz P.

<https://www.google.com.co/url?sa=i&rc=j&q=&esrc=s&source=images&cd=&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwivh6G4vtbJAhUM7yYKHUiiADsQjRwlBw&url=http%3A%2F%2Fmathinnova16.blogspot.com%2F&psig=AFQjCNGab2sEniteUp3skUuHN4BJAcrLWw&ust=1450014254538775>

### 2.2.5 Trinomios

Son polinomios con tres términos no semejantes, es decir, que difieren en sus variables o en sus exponentes, y por lo tanto, no se podrían simplificar. El trinomio cuadrático, posee un término cuya variable está elevada a la dos y se denomina término cuadrático; el término con la variable elevada a la uno, se denomina lineal y por último el término independiente, es decir, aquel que sólo consta de un coeficiente (un número), y que por ende, no depende de la variable.

Se ha especificado los trinomios cuadráticos, ya que éstos se originan o permiten la obtención de diferentes áreas, las cuales se trabajan en la presente propuesta. Los tres casos genéricos de trinomios, con sus respectivas soluciones, se muestran a continuación:

**Tabla 3. Tipos de trinomios**

Trinomio	Expresión Algebraica	Solución
Cuadrado perfecto	$(x \pm y)^2$	$x^2 \pm 2xy \pm y^2$
De la forma $x^2 + bx + c$	$x^2 + bx + c$	$(x \pm m)(x \pm n)$  $m \times n = c$  $m \pm n = b$
De la forma $ax^2 + bx + c$	$ax^2 + bx + c$	$(ax^2 + bx + c) = \times (gx + e)$  $\begin{array}{l} \text{fx} \quad \rightarrow \quad \text{d} = \text{d}gx \\ \text{gx} \quad \rightarrow \quad \text{e} = \frac{\text{efx}}{\text{bx}} \end{array}$

### 2.2.6 Factorización

Es el proceso de separar o descomponer un polinomio mediante la multiplicación o producto de varios factores, o también podría decirse que es la representación de una expresión matemática en forma de productos. Se presentan varios casos siendo los principales, el factor común, la descomposición de binomios, de trinomios, entre otros.

### **2.2.7 Áreas y perímetros en el álgebra geométrica**

Tanto el área como el perímetro son medidas que permiten encontrar las magnitudes que corresponden a las figuras planas. El perímetro es la magnitud del contorno o silueta de una figura; sus unidades de medida son unidades lineales. El área una medida de la extensión de una superficie o región que se encuentra encerrada por una figura plana. Sus unidades de medida se expresan en unidades cuadradas, denominadas unidades de superficie. Ocasionalmente se usa el término "área" como sinónimo de superficie, cuando no existe confusión entre el concepto geométrico en sí mismo (superficie) y la magnitud métrica asociada a dicho concepto (área). Su medida se puede obtener al relacionar los lados de ella, de acuerdo a la fórmula correspondiente de cada figura.

Para la obtención de áreas rectangulares, al tener subdivisiones de éstas con las mismas figuras rectangulares, se pueden relacionar las diferentes expresiones algebraicas de las figura mayor con las diferentes subdivisiones, permitiendo así la generalización de dichas "fórmulas" y por tanto, la solución algebraica de los diferentes trinomios, a saber: trinomio cuadrado perfecto y trinomios de la forma  $x^2+bx+c$  y  $ax^2+bx+c$ .

## **2.3 Marco Legal**

### **2.3.1 Contexto Internacional**

La Unesco (Organización de las Naciones Unidas para la Educación, la Ciencia y la Cultura) y en América Latina LLECE (Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación), conforme a sus objetivos en 1997, realizó el primer estudio sobre lenguaje, matemática y factores asociados en tercero y cuarto grado. Entre 2002 y 2006 desarrolló el Segundo Estudio Regional

---

Comparativo y Explicativo (SERCE): Pruebas SERCE para la evaluación de los aprendizajes de Matemática, alineadas con un marco curricular común a los países latinoamericanos participantes del estudio, con el fin de realizar unos aportes para la enseñanza de ésta área, proporcionando orientaciones a los docentes con el fin de mejorar en sus prácticas pedagógicas. UNESCO & LLECE (2009).

Las pruebas PISA (Programme for International Student Assessment), de la OCDE (Organización para la Cooperación y Desarrollo Económico) es una Prueba internacional. Dichas pruebas evalúan los conocimientos y las competencias en lectura, matemáticas y ciencias, además de la actitud y la disposición de los estudiantes hacia el aprendizaje. También recoge información sobre los contextos personales, familiares y escolares, con el fin de identificar aquellos factores que explican sus resultados en las pruebas. Particularizando en el área Matemática, los resultados Colombianos en las últimas pruebas 2012 fueron bajos, por debajo de la media llegándose a las conclusión de que dichos resultados eran debido a que la enseñanza Colombiana sólo está enfocada a que los estudiantes conozcan y repliquen la información de forma memorística sin que haya mayor preocupación por la aplicación práctica del conocimiento.

Según Torres (2014), los resultados de las últimas mediciones internacionales de la 35 calidad educativa en las que participó Colombia (pruebas PISA 2012) muestran al país ocupando los últimos lugares en las áreas de matemáticas, lectura y ciencias. Mientras el promedio de las pruebas PISA de los países la Organización para la Cooperación y el Desarrollo Económico (OCDE) en matemáticas se ubicó en 494, Colombia obtuvo 376; en lectura el promedio OCDE fue 496 y Colombia obtuvo 403; y en ciencias el promedio fue de 501 mientras que el promedio nacional en esta área fue de 399. Solo en matemáticas, estos resultados indican un retraso de 3 años de los niños colombianos de 15 años frente a sus pares en países de la OCDE.

### **2.3.2 Contexto Nacional**

Desde la Constitución política de Colombia de 1991, la educación es considerada como principio fundamental. Con la Ley general de la educación (ley 115 de febrero 8 de 1994), se le da aún mayor relevancia y se ratifica como principio decisivo en la formación de las personas en su artículo 1º, se lee “La educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social que se fundamenta en una concepción integral de la persona humana, de su dignidad, de sus derechos y de sus deberes”

Ante la importancia pues que se le da en nuestro país a la educación y para consolidarlo como el país más educado en América Latina, uno de los objetivos fundamentales del sector educativo debe ser mejorar las competencias y los resultados de los estudiantes en las áreas de matemáticas, ciencias y lenguaje.

Es por tanto, que con el fin de trabajar por el derecho a la educación, buscando un mejoramiento permanente y con base en los resultados de las diversas evaluaciones, el Ministerio de Educación Nacional decidió desarrollar una propuesta de estándares curriculares, inicialmente para las áreas de matemáticas, lengua castellana, y ciencias naturales y educación ambiental que precisan, para cada área del conocimiento y grado, los desempeños que todos los estudiantes del país deben alcanzar. Por tanto se entrega a los educadores y a las comunidades educativas del país la serie de documentos titulada "Lineamientos Curriculares", en cumplimiento del artículo 78 de la Ley 115 de 1994, cuyo objetivo principal sería “generar procesos de reflexión, análisis crítico y ajustes progresivos por parte de los maestros, las comunidades educativas y los investigadores educativos para hacer posible el inicio de un cambio profundo...”

### **2.3.3 Contexto Regional**

En el Plan de desarrollo departamental 2012-2015, “Antioquia la más educada” en la Línea 2: la educación como motor de transformación de Antioquia, se visualiza como la educación es uno de los principales elementos que se tendrán en cuenta para el modelo de desarrollo del siglo XXI, con miras al mejoramiento de los principales problemas de la región Antioqueña, se describe la forma de hacer seguimiento al plan de desarrollo “Antioquia La Más Educada”, con el cual se busca el mejoramiento en este aspecto, tanto a corto como a largo plazo.

En el Plan de desarrollo (2012-2015): “Medellín, un hogar para la vida” Es la educación un eje fundamental de mejoramiento, “la educación como principal factor, así como de inclusión, (Educación para todos y todas), entendida ésta como la práctica generalizada en todos los aspectos de la vida política, económica y social de todos los grupos poblacionales, porque sin inclusión no es posible la equidad”.

### **2.3.4 Contexto Institucional**

La construcción de nuestro PEIA (Proyecto Educativo Institucional Ambiental), se fundamenta del Plan de Desarrollo de Medellín, haciendo énfasis en la inclusión: “Educación para todos y todas”. Por tal razón, La I.E. ÁNGELA RESTREPO MORENO, consciente de que la escuela se debe a la sociedad, y solo en ella tiene su sentido, considera urgente repensar como proyecto, para caracterizarse como institución que socialmente señala futuro toda vez que la formación de sus estudiantes significa construcción y desarrollo de proyectos de vida, que necesariamente con el paso del tiempo serán los actores que desde sus prácticas sociales, construirán lo que ellos mismos por razones de historicidad quieren que

---

sea su propia sociedad. Concebida así la institución se enmarca como una comunidad de la pedagogía del amor y propone a su vez que se fundamente en la paz y la sana convivencia como única alternativa para dar respuesta positiva a interrogantes.

## 2.4 Marco Espacial

La Institución Educativa Ángela Restrepo Moreno (IEARM), se encuentra ubicada en el corregimiento de San Antonio de Prado, perteneciente al municipio de Medellín, localizado en el suroccidente de la ciudad, siendo un espacio geográfico que se ha venido poblando de manera masiva en las últimas dos décadas y cuyos problemas de violencia generalizada, marginación y pobreza están atentando contra todos los derechos de sus pobladores, muy especialmente de sus niños, niñas y adolescentes. El corregimiento posee características sociales, culturales y económicas muy heterogéneas, ya que como se mencionó anteriormente, hay problemas por su población masiva con dificultades, también presenta una población trabajadora, con alto arraigo y con una cultura de vida tranquila y también personas que han optado por vivir en el corregimiento como opción de tranquilidad y seguridad (alto número de urbanizaciones cerradas). Vale la pena mencionar que la mayoría de los estudiantes de la IEARM, se encuentran en el primer tipo de población mencionado.

En cuanto a su ubicación geográfica, presenta límites con los Corregimientos de San Cristóbal, Palmitas y Altavista y con los municipios de Itagüí, La Estrella, Heliconia y Angelópolis. Tiene un relativo aislamiento de Medellín, en el sentido de que no hace parte del continuo de la periferia urbana, puesto que se interpone entre él y la ciudad el corregimiento de Altavista; también porque para llegar a él, se debe atravesar el municipio de Itagüí; ya que la IEARM, se encuentra a la

---

entrada del corregimiento, ubicada a mano derecha, por la vía antigua a San Antonio de Prado, después de pasar el Barrio San Gabriel de Itagüí.

La IEARM es relativamente nueva, ya que inició labores el 11 de febrero de 2008, con 2.000 estudiantes aproximadamente, que venían de varios sectores del Corregimiento, además de los Municipios de Itagüí, Medellín, La Estrella, Sabaneta y Envigado; La mayoría de dichos estudiantes provenían de otras instituciones educativas, de las que habían sido expulsados, desescolarizados y/o desplazados por motivo de problemas de seguridad o cambio de vivienda. No hubo, ni hay proceso de selección de los estudiantes, sino que se permite el ingreso a todo el que lo solicita; por tanto, la institución fue creada con el fin de prestar una educación inclusiva para el corregimiento,

Los estudiantes que actualmente posee la IEARM, son en general, de estrato socioeconómico bajo (1 y 2); sus edades en la mayoría de los casos son las pertinentes para cada grado escolar, sin embargo, se presentan alumnos con extra-edad. Sus familias son amplias, reconstituidas, familias disfuncionales, en proceso de desintegración y, en menor medida, de familias nucleares; también hay jóvenes provenientes de hogares del gobierno. El madre-solterismo en las acudientes, es notablemente alto, no siendo muy significativo en las estudiantes de la institución. En cuanto a los padres de familia, se presentan muchas madres cabeza de hogar y el nivel educativo, tanto en los padres como en las madres es de bachillerato incompleto o completo, algunos con estudios tecnológicos y en muy baja proporción profesionales. Los estudiantes con dificultades y/o discapacidades, son pocos diagnosticados por especialistas. Se presenta en la población todo tipo personas en cuanto a géneros sociales, aspectos cognitivos, prácticas religiosas, tendencias sexuales, gustos musicales, entre otras, es decir, se presenta una multiculturalidad bastante amplia en la comunidad educativa.

## **3. Diseño metodológico: Investigación aplicada**

### **3.1 Paradigma Crítico-Social**

Esta propuesta pretende contribuir al afianzamiento de la estructura algebraica de los estudiantes de la Institución Educativa Ángela Restrepo Moreno, mediante la construcción de referentes cognitivos algebraicos significativos, siendo éstos la generalización de los demás conceptos matemáticos, como son los aritméticos, los geométricos, entre otros, contenidos fundamentales para el desarrollo del presente trabajo.

La construcción de dichos contenidos, se inicia a partir de los conocimientos que poseen los estudiantes y mediante un trabajo participativo y colaborativo en el aula de clase se observarán permanentemente, haciendo los respectivos registros de trabajo y control del mismo; se pretende por tanto, llevar a éstos al afianzamiento de los referentes existentes y de los que se van a adquirir.

De acuerdo con Albert (2007), "en el enfoque cualitativo, la recolección de datos ocurre completamente en los ambientes naturales y cotidianos de los sujetos e

---

implica dos fases o etapas: (a) inmersión inicial en el campo y (b) recolección de los datos para el análisis”.

Por tanto, el enfoque en el presente trabajo, es cualitativo, participativo, de corte etnográfico, utilizando un método experimental; parte de la dificultad en la institución para el afianzamiento de los referentes algebraicos y se pretende mediante la manipulación de la variable del método, buscar soluciones que mejoren dicha problemática. Se considera etnográfico porque se hará una intervención en determinado grupo, con el fin de observarlo en determinada situación actual y en sus cambios tras la propuesta realizada

### **3.2 Tipo de Investigación**

En esta investigación en profundización se realizará un estudio de campo, con estudios exploratorios como prueba piloto, ya que al interior de la institución es la primera vez que se realiza dicho estudio, además para identificar las dificultades que se presentan en la apropiación y puesta en práctica de los referentes cognitivos algebraicos a evaluar. También se tendrán estudios descriptivos, ya que se pretende describir los hechos, tal cual se encuentren. Las muestras utilizadas son muestras grupales, es decir, estudios de casos o de grupos.

### **3.3 Método**

El método a utilizar será el inductivo, ya que con el análisis de grupos particulares, a partir de las observaciones y de los respectivos registros, se llegará a conclusiones y resultados de carácter general.

La propuesta didáctica se presenta estructurada en cuatro momentos, a saber, exploración, aprendizaje, estructuración y aplicación. Se asemeja a la teoría de Piaget (1991), en cuanto a que “los niños y las niñas necesitan aprender a través de experiencias concretas, en concordancia a su estadio de desarrollo cognitivo” y al modelo de aprendizaje propuesto por David Kolb (1984), en sus cuatro fases: Experiencia concreta, observación y procesamiento, conceptualización y generalización y aplicación.

La etapa de exploración, ubica al estudiante en el tema a tratar, con el fin de que se forme una idea general de los contenidos y objetivos que se desean obtener en el proceso de enseñanza aprendizaje. Se muestran por tanto, los contenidos de una manera que le permita al estudiante comprender, dimensionar o interrogarse acerca de los alcances del trabajo propuesto.

La etapa de aprendizaje, propone actividades con las cuales el estudiante reconstruya sus conocimientos haciendo uso de una estructura cognitiva ya existente en él, y sea capaz de relacionarlos con los nuevos conocimientos que se le están dando a conocer, es decir, que el aprendizaje sea significativo. Para Ausubel (1963), que el aprendizaje sea significativo conlleva a que éste debe responder a un proceso en el cual la nueva información que se adquiera se relacione de manera no arbitraria y sustantiva (no-literal) con la estructura cognitiva de la persona que aprende.

La etapa de estructuración, permite el cuestionamiento, la socialización y el afianzamiento de ideas, tanto por parte del estudiante de manera individual, como

---

de la interacción de éste con el docente o con sus pares, en cuanto a los contenidos y/o actividades propuestos. En esta fase, se dan los análisis, síntesis que cada estudiante realice con el nuevo aprendizaje, pero teniendo en cuenta los lineamientos de las dos etapas anteriores, es decir, dando respuesta o solucionando las situaciones planteadas.

En la etapa de aplicación, se propone a los estudiantes plantear ellos mismos nuevas situaciones o problemas que conlleven a utilizar los conocimientos adquiridos en las tres etapas anteriores. Que ellos mismos sean capaces de usar sus propios referentes cognitivos para el planteamiento de nuevas propuestas y trasciendan en los conocimientos adquiridos.

### **3.4 Instrumento de recolección de información**

Inicialmente se realizarán unas encuestas, con el fin de conocer el diagnóstico acerca de los referentes matemáticos, enfatizando en los algebraicos, con el fin de tener una idea de los conocimientos algebraicos que son significativos y que hacen parte de la estructura cognitiva de los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa Angela Restrepo Moreno.

Después las fuentes que se utilizarán para la recolección de la información serán empíricas, ya que se fundamentarán en la observación y experimentación, con la metodología cualitativa y razonamiento inductivo. El método será transversal, ya que se realizará en un lapso de tiempo corto, con aplicación del método también en un corto tiempo, es decir, sincrónico.

---

### 3.5 Población y Muestra

La propuesta se realiza inicialmente con los estudiantes de los grados octavos y novenos, en donde se trabaja con los referentes algebraicos. La Institución Educativa Ángela Restrepo Moreno, cuenta con tres grupos de noveno y tres grupos de octavo; Las encuestas se aplicaron en un noveno y en un octavo; después la unidad didáctica sólo se realizó en el grado octavo, por ser éste, en el cual se están construyendo inicialmente dichos referentes. Tanto para las encuestas, como para el trabajo de la unidad didáctica se escogieron los grupos aleatoriamente.

### 3.6 Delimitación y Alcance

Esta propuesta se desarrolla la parte diagnóstica con un grupo del grado noveno y un grupo del grado octavo, con el cual también se trabaja la unidad didáctica; dichos estudiantes pertenecientes en el 2015, a la Institución Educativa Ángela Restrepo Moreno del corregimiento San Antonio de Prado. Se pretende proponer la construcción de referentes algebraicos por parte de los mismos estudiantes, con asesoría del docente con el fin de alcanzar el mejoramiento del proceso enseñanza - aprendizaje, logrando que dicho aprendizaje sea significativo y también el afianzamiento de la estructura cognitiva algebraica de éstos.

### 3.7 Cronograma

**Tabla 4. Cronograma de actividades**

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES	SEMANAS EJECUCIÓN
FASE 1: CARACTERIZACIÓN	Identificar y caracterizar metodologías para la enseñanza de los trinomios algebraicos	1. Revisión bibliográfica sobre referentes algebraicos, marcos teóricos y de los documentos del MEN, enfocados a los estándares en la enseñanza algebraica, en particular de los trinomios. 2. Diagnóstico de los referentes cognitivos de los trinomios algebraicos en los estudiantes de octavo de la IEARM	1, 2, 3  2, 3
FASE 2: DISEÑO Y CONSTRUCCION	Construir referentes algebraicos a partir de material didáctico en el aula taller	1. Revisión de los resultados académicos en la asignatura de matemáticas de octavo. 2. Análisis del proceso enseñanza – aprendizaje de referentes algebraicos sin material didáctico. 3. Diseño de guías, construcción de elementos didácticos y actividades con los estudiantes para la enseñanza de los trinomios algebraicos. 5. Construcción de referentes algebraicos a partir del material didáctico	4  5, 6  7, 8
FASE 3: APLICACIÓN	Aplicar las actividades propuestas por medio de un estudio de caso en el grado octavo de la IEARM	Implementación y aplicación de la propuesta metodológica como estrategia didáctica para la construcción de la estructura de la enseñanza del algebra, en particular de los trinomios, a través de material didáctico.	9, 10, 11, 12, 13
FASE 4: EVALUACION	Evaluar el desempeño de la estrategia didáctica planteada por medio de estudio de caso en los estudiantes del grado octavo de la IEARM	1. Construcción y aplicación de actividades evaluativas durante la implementación de la estrategia didáctica propuesta. 2. Realización del análisis de los resultados obtenidos al implementar la estrategia didáctica en los estudiantes de grado octavo de la IEARM.	13, 14  15, 16

Cabe anotar que el cronograma planteado, corresponde a estimaciones en el tiempo de las actividades y no será camisa de fuerza para el desarrollo de estas.



## 4.Trabajo Final

En el año 2011, se realizó una encuesta a los estudiantes del grado once, la cual buscaba encontrar la visión general que éstos tenían del área de las matemáticas, su significancia y grado de dificultad, sus preferencias y disgustos respecto a ésta y una idea general de cual método de enseñanza les había parecido más práctico para lograr una mejor comprensión de los contenidos. El resultado de dicha encuesta arrojó datos que si bien en ese entonces no se tenía el presente trabajo como referente, en la actualidad sirven de insumo para dar una idea clara del área como tal, al interior de la IEARM. Los resultados muestran como el álgebra es la asignatura del área matemática que más recuerdan los estudiantes, pero paradójicamente es la que menos les gusta y la que consideran la más difícil, además, que los grados de mayor dificultad fueron para ellos 8º y 9º, grados en los cuales los referentes cognitivos son básicamente algebraicos; en cuanto a los conjuntos numéricos mencionan los reales. A pesar de lo anterior, más del 70% dijo que le gustaba el área y que el método de enseñanza que les parecía mejor para la comprensión de contenidos era cuando había práctica de la teoría vista en la clase (Ver Anexo D, Encuesta 2011)

En el 2015, se realiza de nuevo una encuesta, la cual se divide en dos partes. La primera es del Área matemática en general, y la segunda está enfocada hacia el álgebra en particular. Ambas se realizarán en los grados octavo y noveno (tomando un grupo de cada grado como muestra); con el grado octavo, se pretende adquirir o afianzar los referentes cognitivos algebraicos y con el grado

noveno, retomarlos y reaprenderlos de la manera que esta propuesta plantea. Por tanto, la encuesta pretende conocer los referentes cognitivos previos con los que éstos cuentan, sus intereses, necesidades, falencias y demás aspectos relevantes que permitan una visión general, tanto en lo contenidos matemáticos de años anteriores como en cuanto al aprendizaje algebraico como tal.

A continuación se presenta el análisis de la encuesta diagnóstica realizada (Ver encuestas en Anexo B y Anexo C). El análisis cuenta con unas tablas y/o gráficas, que permiten una mejor comprensión de los resultados encontrados. Vale la pena mencionar que se describen las respuestas a cada pregunta, tal cual las contestaron los estudiantes, es decir, se colocan las palabras textuales de éstos.

Para el diagnóstico se tabulan los resultados de las encuestas, obtenidos en ambos grados, con el fin de realizar un análisis comparativo con los obtenidos al desarrollar la unidad didáctica planteada en el presente trabajo.

Después, se muestra la unidad didáctica desarrollada sólo en el grado octavo, con sus respectivos análisis y por último la propuesta que se plantea al finalizar el desarrollo de dicha temática.

---

## ANALISIS ESTADÍSTICO DE LA PRIMERA PARTE DE LA ENCUESTA

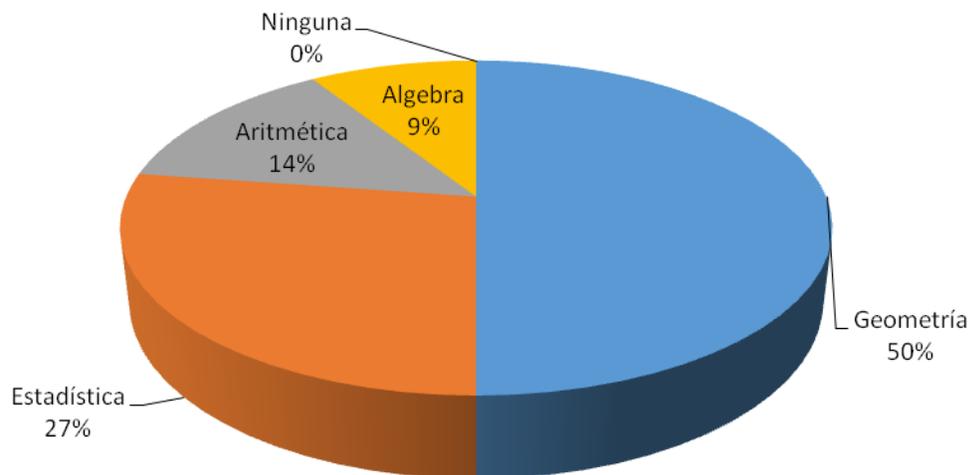
### TABULACIÓN RESPUESTAS

Inicialmente se escogieron los grupos donde se iba a realizar la encuesta de manera aleatoria. En el grado octavo tres (22 estudiantes), con el fin de realizar un diagnóstico de los estudiantes que en el momento están recibiendo los referentes cognitivos iniciales algebraicos. Después se realizó en el grado noveno dos (21 estudiantes), que ya recibieron los referentes cognitivos algebraicos. Lo anterior con el fin de realizar un diagnóstico comparativo entre ambos grados, para cuando se realice el trabajo práctico o de campo se puedan establecer las diferencias entre el método tradicional que ya recibieron los estudiantes del grado noveno y el constructivista, que se quiere plantear en el presente trabajo, en el grado octavo. Sin embargo, vale la pena mencionar que el presente estudio se enfatizará en la construcción de dichos referentes sólo en el grado octavo.

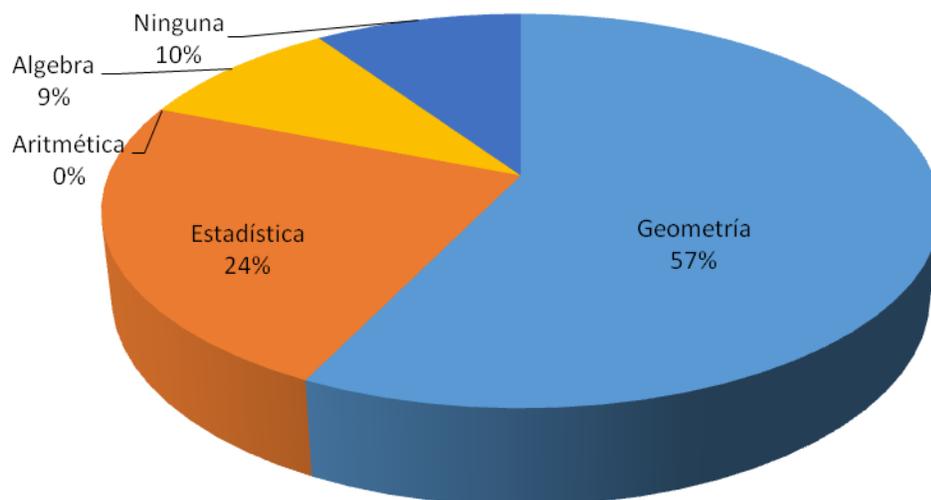
Por lo anterior, el conteo o tabulación y el análisis para el diagnóstico, se realizará diferenciando el grado en el cual se aplicó la encuesta. Los resultados del grado octavo se colocaran de mayor a menor, con el fin de darle mayor relevancia a éstos. Muy pocos estudiantes contestaron al por qué de sus respuestas. Sin embargo, las frecuencias, los porcentajes y las razones por las cuales los estudiantes recuerdan dichas asignaturas, dan claridad de dichos resultados.

Por último, cuando no hay respuestas en alguna categoría, ésta no se coloca en la tabla de análisis.

1. ¿Cuál asignatura del área de matemáticas recuerdas? ¿Por qué?



**Gráfica 1. Asignatura del área de matemáticas que los estudiantes de octavo mas recuerdan**



**Gráfica 2. Asignatura del área de matemáticas que los estudiantes de noveno mas recuerdan**

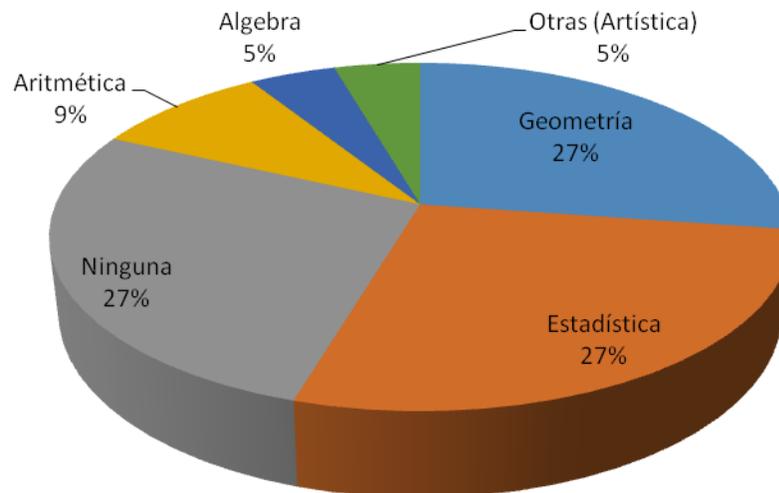
**Tabla 6. Respuestas en octavo acerca de la asignatura del área de matemáticas que mas recuerdan**

ARITMÉTICA	GEOMETRÍA	ALGEBRA	ESTADÍSTICA
Fue lo primero que nos enseñaron y aún la estamos viendo	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Es una asignatura fácil.</li> <li>-Por difícil se debe practicar mucho.</li> <li>-Porque no las enseñaron desde primaria. Siempre la enseñan</li> <li>-Por el trabajo con ángulos y triángulos.</li> <li>-Por las figuras y porque nos gusta dibujar.</li> <li>- Por divertida y por la medición</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Porque se aprende mucho más del área,</li> <li>-Por los binomios y polinomios</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Por lo fácil de las frecuencias</li> <li>-Porque la estamos viendo.</li> <li>-Siempre la enseñan</li> <li>-Porque nos gusta</li> <li>-El profesor la hace ver fácil</li> </ul>

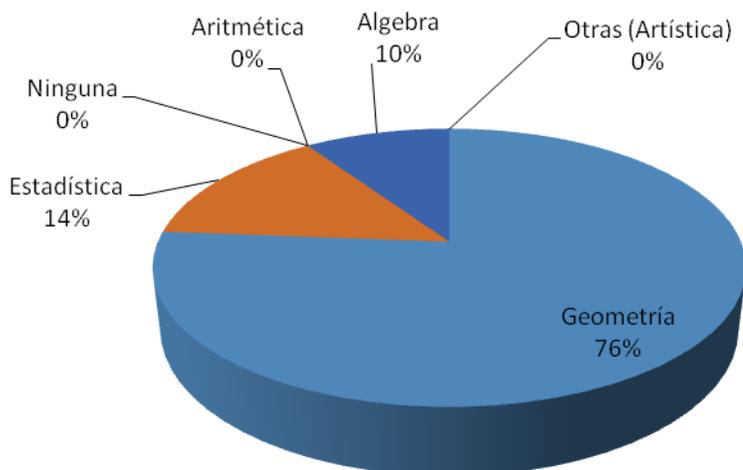
**Tabla 7. Respuestas en noveno acerca de la asignatura del área de matemáticas que mas recuerdan**

GEOMETRÍA	ALGEBRA	ESTADÍSTICA
<ul style="list-style-type: none"> <li>-Porque es fácil.</li> <li>-Se entiende bien.</li> <li>-Por los talleres tan largos.</li> <li>-Porque estudio el tema</li> <li>-Porque entiendo</li> <li>-Respeto a los profesores y ellos me respetan.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Porque entiendo</li> <li>-Respeto a los profesores y ellos me respetan.</li> <li>-Por los talleres.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>-Porque la hemos visto durante varios años y la han explicado bien.</li> <li>-Porque hacíamos tablas.</li> <li>-Porque es fácil.</li> <li>-Porque estudio el tema.</li> <li>-Porque entiendo.</li> <li>-Respeto a los profesores y ellos me respetan.</li> <li>-Por los talleres</li> </ul>

2. ¿Cuál asignatura del área te ha parecido más fácil? ¿Por qué?



**Gráfica 3. Asignatura del área de matemáticas que les parece mas fácil a los estudiantes de octavo grado**



**Grafica 4. Asignatura del área de matemáticas que les parece mas fácil a los estudiantes de noveno grado**

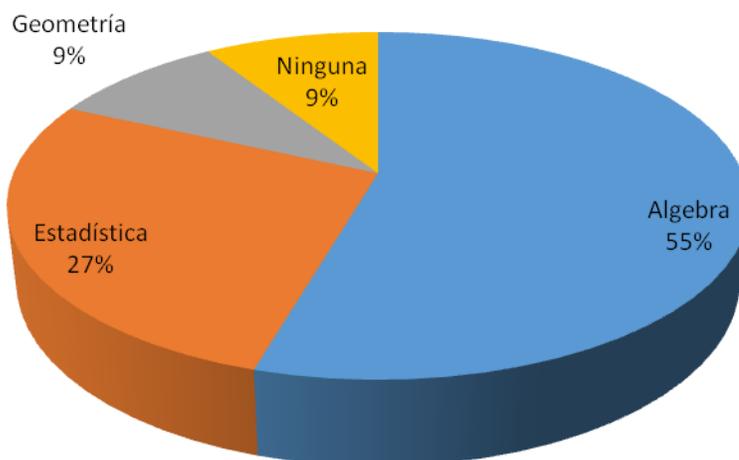
**Tabla 8. Respuestas en octavo acerca de la asignatura del área de matemáticas que les parece mas fácil**

ARITMÉTICA	GEOMETRÍA	ALGEBRA	ESTADÍSTICA	ARTÍSTICA	NINGUNA
Porque son operaciones básicas	-Se entiende bien -Entiendo las actividades a realizar. -Es sencilla la medición	Explican bien y aclaran dudas	-Es fácil. -Por la responsabilidad en los trabajos -Por los gráficos -Porque el profesor explica bien. -Porque coloco mucha atención	Por la relación con geometría	-Todas se vuelven cada vez más complejas -Todas tienen dificultad, -Son difíciles de entender -Son aburridas -Son las asignaturas más complicadas
TODAS	Porque hay que ponerle muchas ganas y estudiar mucho				

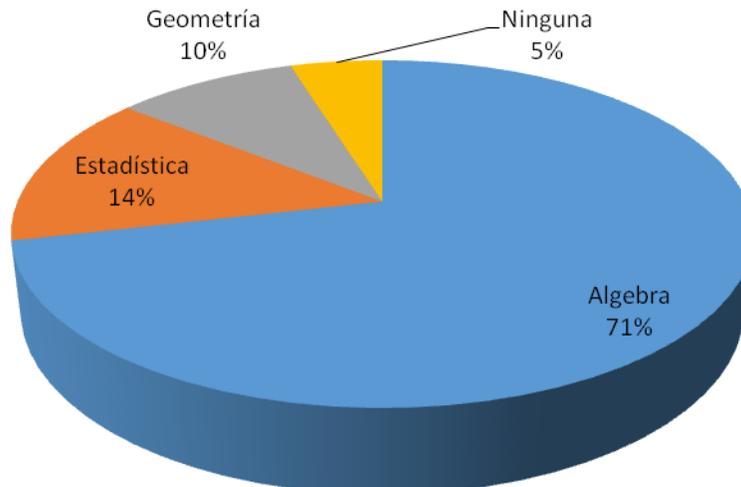
**Tabla 9. Respuestas en noveno acerca de la asignatura del área de matemáticas que les parece mas fácil**

GEOMETRÍA	ALGEBRA	ESTADÍSTICA
-Es complicada, pero explican bien y repetidamente -Porque la entiendo -Por la utilización de instrumentos -Porque es fácil, ejercicios fáciles de hacer y de entender -Porque entiendo las explicaciones -Porque el profesor explica bien y con su método (despacio y detenidamente),	-Es complicada, pero explican bien y repetidamente -Se entiende	-Porque en el trabajo de investigación la practico

3. ¿Cuál asignatura del área te ha parecido más difícil? ¿Por qué?



**Gráfica 5. Asignatura del área de matemáticas que les parece más difícil en octavo**



**Gráfica 6. Asignatura del área de matemáticas que les parece más difícil en noveno**

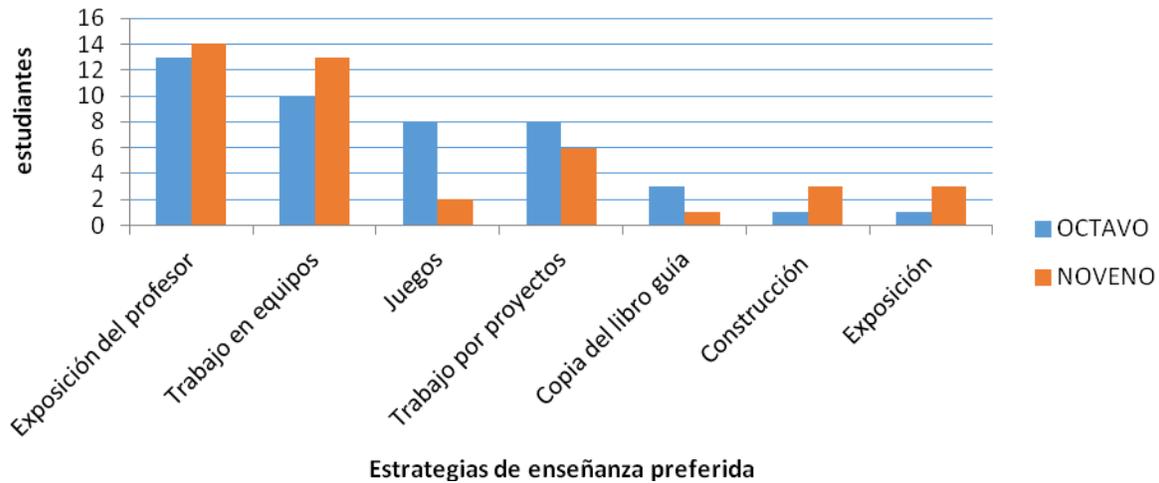
**Tabla 10. Respuestas en octavo acerca de la asignatura que les parece mas difícil en octavo**

GEOMETRÍA	ALGEBRA	ESTADÍSTICA	NINGUNA
-No se le entiende al profesor	-Es muy difícil. -No se logra entender, porque no la han explicado todavía -Es la más complicada -No se le entiende al profesor -Es muy difícil comprender los signos -Porque no me entra en la cabeza -No se entiende del libro -Se necesita mucha concentración	-Algunos temas y cálculos son muy complicados -No se le entiende al profesor -No se entienden los problemas que se formulan	-El profesor es muy paciente explicando, si se presta atención se entiende

**Tabla 11. Respuestas en noveno acerca de la asignatura que les parece mas difícil en octavo**

GEOMETRÍA	ALGEBRA	ESTADÍSTICA	NINGUNA
-Porque son muchos casos y muy largos los talleres	-Porque apenas me la están explicando -Porque no se entiende y se dificulta mucho -Porque no le puse cuidado a las explicaciones del profesor -Porque los procedimientos no se entienden -Porque el profesor no sabe explicar -Los ejercicios son muy difíciles -Porque el profesor es muy duro -Tiene muchas operaciones	-No se entiende -Es muy complicada -Los ejercicios son muy duros	-Si se pone bastante atención todas se entienden

4. ¿Cuál estrategia de enseñanza consideras que ha contribuido a que tu aprendizaje sea más significativo? (Señala las dos más relevantes)



**Grafica 7. Estrategia de enseñanza preferida por los estudiantes**

5. ¿Consideras que el aprendizaje algebraico (variacional), está relacionado con el aritmético (numérico)? ¿Por qué?

**Tabla 12. Cantidad y respuestas en octavo, acerca de la relación entre el aprendizaje algebraico (variacional) y el aritmético (numérico)**

SI	NO	No contesta
CANTIDAD: 7 PORCENTAJE 31.8%:	CANTIDAD: 4 PORCENTAJE 18.2%:	CANTIDAD: 11 PORCENTAJE 50%:
-Están relacionadas en gran medida -Porque el profesor lo enseñó - Tienen números ordenados y operaciones - Si porque son lo mismo, sólo que en el álgebra se agregan letras	- No he visto aritmética - No hemos visto ese tema	- No lo entiendo - No sé - Nunca me han dado esas áreas

**Tabla 13. Cantidad y respuestas en noveno, acerca de la relación entre el aprendizaje algebraico (variacional) y el aritmético (numérico)**

SI	NO	No contesta
CANTIDAD: 17 PORCENTAJE: 81%	CANTIDAD: 1 PORCENTAJE: 4.8%	CANTIDAD: 3 PORCENTAJE: 14.2%
-Porque la matemática contiene mucho contenido -Creo que tienen algo en común - Porque tienen que ver con los números - Nos han enseñado de las dos -La matemática tiene mucho contenido universal -Nos han enseñado la relación de variación y numérico -Si pero hay que llevarlo lento, porque es un tema bastante complicado	Casi no he visto esa materia	-No sabe

-Los números tienen que ver en todo - Si porque es el área de Matemáticas		
--	--	--

6. ¿Consideras que la asignatura de algebra te proporciona herramientas para la solución de diferentes situaciones problema en matemáticas?

**Tabla 14. Cantidad y respuestas en octavo, sobre la consideración de que algebra proporciona herramientas para la solución de diferentes situaciones problema en matemáticas**

SI	NO	NO CONTESTA
CANTIDAD: 15 PORCENTAJE: 68.2%	CANTIDAD: 2 PORCENTAJE: 9.1	CANTIDAD: 5 PORCENTAJE: 22.7%
-Nos ayudan para hacer un buen trabajo - El álgebra obviamente nos ayuda en la solución de problemas - Nos ayuda a resolver situaciones numéricas - Es necesario en un trabajo para resolver diferentes cosas - Es casi lo mismo, sólo que con letras - Porque la mayoría de las cosas de álgebra tienen que ver con las matemáticas - Si porque al tener mayores conocimientos, va a ser más fácil resolver trabajos - Si es una rama de las matemáticas - Es muy importante para las matemáticas y para las demás materias - Sólo a veces	- No he visto aritmética - No he tenido problemas que necesiten de esto - No se me ha presentado la ocasión de hacerlo - No sé qué es álgebra porque nunca me la han enseñado - No he visto bien álgebra, se necesitan más explicaciones	

- Si pueden diferenciar las situaciones		
---	--	--

**Tabla 15. Cantidad y respuestas en noveno, sobre la consideración de que algebra proporciona herramientas para la solución de diferentes situaciones problema en matemáticas**

SI	NO	NO CONTESTA
CANTIDAD: 18 PORCENTAJE: 85.7%	CANTIDAD: 3 PORCENTAJE: 14.3%	CANTIDAD: 0 PORCENTAJE 0:
<ul style="list-style-type: none"> <li>-Porque nos enseña muchas cosas y a desarrollar capacidades para resolver problemas relacionados con la matemáticas</li> <li>- Nos facilitan algunos temas</li> <li>- El álgebra es muy importante porque es una base fundamental para las matemáticas que nos facilitan muchos temas</li> <li>-Se pueden aprender cosas nuevas y hacer ejercicios más fácilmente</li> <li>- Me ayuda a solucionar problemas que no entienda</li> <li>- Todo está relacionado con matemáticas y esto nos ayuda mucho</li> <li>- Es una herramienta para soluciones diferentes</li> <li>- Creo que después nos será útil</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- No se álgebra</li> <li>- Esto no es para solucionar problemas</li> </ul>	

7. ¿Crees que el desarrollo del álgebra comprende las demás asignaturas del área de las matemáticas?

**Tabla 16. Cantidad y respuestas en octavo, sobre la consideración de si el desarrollo del álgebra comprende las demás asignaturas del área matemática**

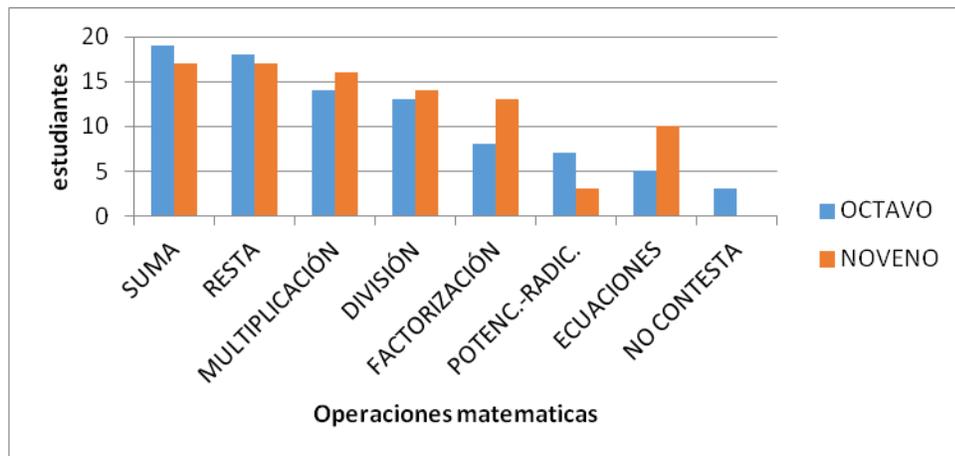
SI	NO	No contesta
CANTIDAD: 11 PORCENTAJE: 50%	CANTIDAD: 3 PORCENTAJE: 13.7%	CANTIDAD: 8 PORCENTAJE: 36.3%
-El álgebra nos ayuda a comprender más asignaturas - Son de la misma área -Todo tiene que ver con las matemáticas - El álgebra nos sirve para todo - Estamos viendo procesos con ellas - Están relacionadas	- Es diferente - No tienen nada que ver	No sabe

**Tabla 17. Cantidad y respuestas en noveno, sobre la consideración de si el desarrollo del álgebra comprende las demás asignaturas del área matemática**

SI	NO	NO CONTESTA
CANTIDAD: 15 PORCENTAJE: 71.4%	CANTIDAD: 4 PORCENTAJE: 19.1%	CANTIDAD: 2 PORCENTAJE: 9.5%
-Es un tema muy práctico -Toda la matemática está constituida de álgebra -Tiene algo que aporta en las demás -Todo tiene que ver con este tema	- El álgebra sólo se usa en matemáticas -Para ciencias no se necesita para absolutamente nada	

<p>-Porque las ramas de las matemáticas son muchas e incluyen el álgebra</p> <p>-Para todo utilizamos álgebra</p> <p>-Se basan en la matemática</p> <p>-Porque todo está relacionado</p> <p>-Ambas son un área útil</p>		
---	--	--

8. ¿Cuáles contenidos y/o operaciones algebraicas recuerdas, entiendes, realizas y practicas?



**Grafica 8. Operación matemática que mas recuerdan los estudiantes**

9. ¿Consideras que las matemáticas son necesarias y/o importantes en tu cotidianidad?

**Tabla 18. Cantidad y respuestas en octavo, acerca de la consideración de que la necesidad y/o importancia de las matemáticas en la cotidianidad de los estudiantes**

SI	NO	NO CONTESTA
CANTIDAD: 20 PORCENTAJE: 91%	CANTIDAD: 1 PORCENTAJE: 4.5%	CANTIDAD: 1 PORCENTAJE: 4.5%
<p>-A través de las matemáticas podemos hacer o saber muchas cosas ya que se usan en nuestro entorno.</p> <p>-Es importante para cada una de las cosas que hacemos</p> <p>-desarrollas operaciones en situaciones dadas</p> <p>-Se utilizan las operaciones aprendidas</p> <p>-Todo trabajo utiliza los números</p> <p>-En cualquier momento de la vida, se utiliza alguna de las operaciones</p> <p>-Todo es matemáticas</p> <p>-Sin las matemáticas no podríamos saber el valor de las cosas</p> <p>-Nos sirven para hacer cuentas y otros procesos</p> <p>-En la vida al menos debes saber las operaciones básicas</p>		

**Tabla 19. Cantidad y respuestas en noveno, acerca de la consideración de que la necesidad y/o importancia de las matemáticas en la cotidianidad de los estudiantes**

SI	NO	
CANTIDAD: 20 PORCENTAJE: 95.2%	CANTIDAD: 1 PORCENTAJE: 4.8%	CANTIDAD: 0 PORCENTAJE: 0%
<p>-Para todo trabajo y/o carrera que se vaya a estudiar, se necesitan las matemáticas</p> <p>-En la cotidianidad para todo se utilizan los números y las diferentes operaciones</p> <p>- Se necesitan para todo. Todo está relacionado con números</p> <p>-Para saber cuánto miden las cosas y para contar plata.</p> <p>- Sólo las operaciones básicas</p> <p>- Para cualquier problema de la vida cotidiana se necesitan las matemáticas.</p>	Porque no necesito tantas operaciones para mi vida cotidiana	

9. ¿Consideras que estos temas que ha aprendido en matemáticas, te han servido para tu vida?

**Tabla 20. Cantidad y respuestas en octavo, acerca de si los temas que han aprendido en matemáticas les han servido para su vida**

SI	NO	NO CONTESTA
CANTIDAD: 17 PORCENTAJE: 77.3%	CANTIDAD: 3 PORCENTAJE: 13.6%	CANTIDAD: 2 PORCENTAJE: 9%
<p>-Algunas veces me han ayudado</p> <p>-Me han brindado grandes servicios y me han servido mucho</p>	Hasta ahora no.	

<ul style="list-style-type: none"> <li>-Los números son fundamentales</li> <li>-Se utilizan mucho</li> <li>-Las he utilizado en varias ocasiones, a diario</li> <li>-Para ayudar a mis hermanitas y para hacer cuentas</li> <li>-Me gustan las matemáticas</li> <li>-La suma y las demás operaciones</li> <li>-He podido resolver mejor las cosas y más rápido</li> <li>-Es importante para el futuro</li> <li>-La geometría me ayuda en las técnicas de mis dibujos</li> <li>-Son necesarias en cualquier aspecto</li> </ul>		
---	--	--

**Tabla 21. Cantidad y respuestas en noveno, acerca de si los temas que han aprendido en matemáticas les han servido para su vida**

SI	NO	NO CONTESTA
CANTIDAD: 18 PORCENTAJE: 85.7%	CANTIDAD: 3 PORCENTAJE: 14.3%	CANTIDAD: 0 PORCENTAJE: 0%
<ul style="list-style-type: none"> <li>-Para cualquier operación y situación</li> <li>-Sirve para contar</li> <li>-Ayudan a hacer cuentas</li> <li>-Para solucionar problemas económicos</li> <li>-Para estudiar cualquier carrera</li> <li>-Sus conocimientos se ponen en práctica</li> </ul>	Porque casi no he entendido nada de matemáticas	

-Ayuda para el futuro -Pero son demasiado complicadas -Se utilizan en la vida cotidiana -Se necesitan para pagar los pasajes		
---	--	--

### ANALISIS DIAGNÓSTICO

La asignatura que más recuerdan los estudiantes en ambos grados es Geometría, ya que dicen que es una asignatura fácil, que es divertida, por las mediciones que se realizan y por las figuras, ya que con éstas se puede dibujar. El álgebra y la Estadística en ambos grados las recuerdan aproximadamente la cuarta parte de los estudiantes encuestados. En la aritmética, se presenta un desconocimiento casi total, ya que sólo el 13.6% de los estudiantes de octavo la recuerdan y en noveno es aún más notorio dicho desconocimiento, con un 0%, es decir, en estos grados se puede notar que se va olvidando el pensamiento numérico de los referentes cognitivos y por tanto, que desde ahí se pierde la generalización de todas las operaciones en cualquier conjunto numérico, que es en sí, el manejo algebraico.

Algo muy significativo que contestaron los estudiantes es la importancia de escuchar, de colocar atención para poder entender y de respetar al profesor para ellos también recibir respeto. Además la importancia de darle continuidad a las diferentes asignaturas

En cuanto a cual asignatura del área les parece más fácil, en octavo la estadística y la geometría les parecen trabajables ya que los profesores explican bien y colocan talleres constantemente. En noveno sólo la geometría es considerada fácil ya que el profesor explica despacio y repite las veces que sean necesarios

---

para que la mayoría entienda los conceptos y ejercicios. En octavo se presenta también un alto porcentaje en afirmar que ninguna de las asignaturas del área es fácil.

La asignatura matemática más difícil es el álgebra, tanto en octavo como en noveno, con el 54.5% y el 71.4% respectivamente. Lo anterior, debido a los procedimientos largos y complicados, a que las explicaciones no son claras, a que tiene demasiadas operaciones, porque requiere demasiada concentración, a la ruptura cognitiva ya que no se relacionan conocimientos previos, con los que se están adquiriendo, entre otras.

La estrategia de enseñanza que más les gusta tanto en octavo como en noveno es la explicación del profesor. Para la segunda elección, en octavo les parece mejor el trabajo en equipo en cambio en noveno el trabajo por proyectos. En esta segunda elección, los alumnos argumentan que el trabajo en grupos y por proyectos, con temas de su interés conllevaba a que se diera un aprendizaje más significativo y colaborativo, al trabajar con sus compañeros, pero sin dejar de tener la asesoría permanente del docente.

En octavo aproximadamente el 32% de los encuestados consideran que el aprendizaje algebraico está relacionado con el aritmético; En noveno, este porcentaje aumenta al 81%, ya que consideran que están estrechamente relacionados, al encontrarle el significado al álgebra como aquella generalización de los diferentes conjuntos numéricos, que tienen todas las operaciones y que permite mayor orden.

La mayoría de los estudiantes encuestados consideran que la asignatura algebraica proporciona herramientas para solucionar cualquier tipo de problema,

que soluciona problemas con mayor dificultad, que está relacionada con todo tipo de situaciones numéricas y que abarca a todas las demás, presentando casos más genéricos.

En cuanto a las operaciones, las que más recuerdan los estudiantes son las básicas. Las demás operaciones, argumentan recordarlas poco, o que las vieron muy superficialmente, no las recuerdan o que inclusive no se las enseñaron.

Más del 90% de los estudiantes, tanto de octavo como de noveno grado consideran las matemática muy importantes para su cotidianidad ya que ésta permite solucionar diferentes situaciones prácticas de su vida, todas las actividades, las carreras profesionales y los diferentes negocios requieren matemáticas, para saber el valor, la medida y las diferentes figuras de las cosas del entorno, entre otras.

Al 77% y 86% aproximadamente, en 8º y 9º, respectivamente, las matemáticas les han sido útiles para su vida, para las diferentes situaciones que se les han presentado, a nivel personal, familiar y social.

#### OBSERVACIONES, SUGERENCIAS

##### EN OCTAVO

- Que las clases no sean tan aburridas.
- Que traten de explicar las cosas de la manera más fácil.
- Que expliquen más en las clases para poder entender mejor los temas.
- Más trabajos en equipos, más entusiasmo y respeto frente a esta materia.
- Que sean prácticas y divertidas.
- Que tengan mayor participación los estudiantes en las clases

#### EN NOVENO

- Que nos inculquen mucho más las matemáticas desde pequeños.
- Que los estudiantes puedan participar más
- Que sean las clases más motivantes y participativas.

### ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LA SEGUNDA PARTE DE LA ENCUESTA

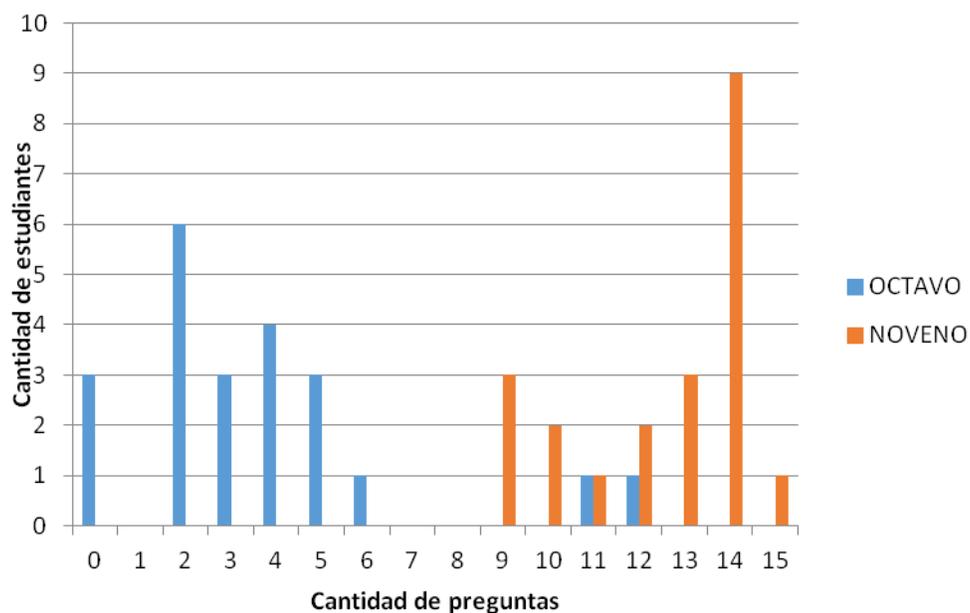
#### TABULACIÓN RESPUESTAS

La segunda parte de la encuesta (Ver Anexo C), se realizó en un grado octavo y en un grado noveno. Se pretendía determinar referentes cognitivos algebraicos presentes en la estructura cognitiva de los estudiantes. Para tal fin, en primera instancia, se presentan unos planteamientos literales de diferentes propuestas operacionales, a los cuales los estudiantes debían determinar el correspondiente lenguaje algebraico que cada uno de dichos planteamientos pretendía proponer. Lo anterior daría una referencia o idea general de cuál era el entendimiento o análisis que los estudiantes ya tenían en su interior de la relación entre el lenguaje matemático verbal y el lenguaje algebraico.

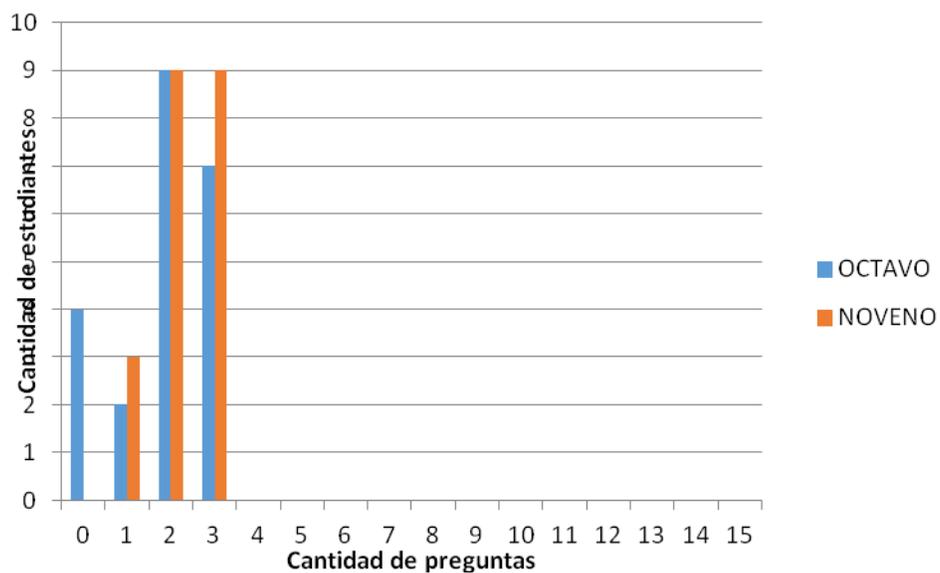
Con la segunda parte de la encuesta se pretendía definir con unos ejercicios más complejos, hasta donde el estudiante no sólo relacionaba los lenguajes matemático verbal y el algebraico, sino también la formulación y consecución de diferentes superficies a través de expresiones algebraicas.

Los resultados obtenidos se presentan a continuación:

En la primera pregunta que se sugería pasar del lenguaje matemático verbal al algebraico, se plantearon 15 enunciados, los cuales respondieron así:



**Grafica 9. Cantidad de preguntas que contestaron**

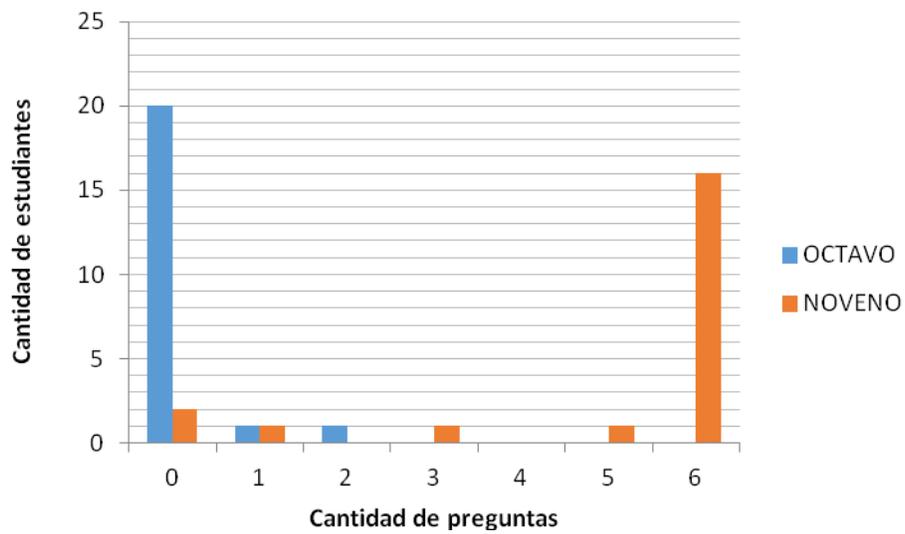


Sólo 3 personas contestaron más de 5 preguntas (6, 11 y 12). Las demás contestaron menos de 5, inclusive 3 personas no contestaron ninguna pregunta. Con estos resultados se logra visualizar que a los estudiantes ni siquiera se atreven a contestar las preguntas matemáticas, debido a varios motivos: por pereza, temor al fracaso, desconocimiento, entre otras.

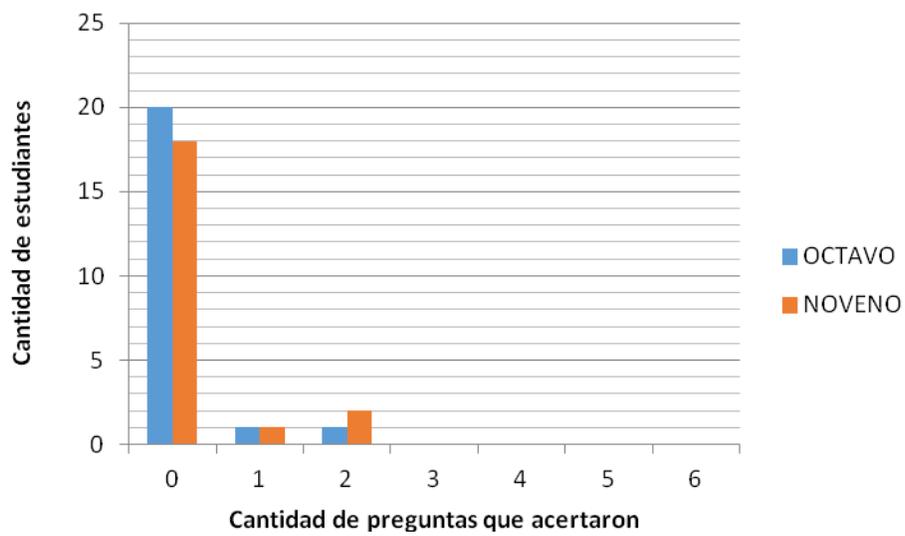
En la parte de aciertos, el resultado es consecuencia del anterior, acertando sólo 1, 2 y 3 preguntas, 2, 9 y 7 personas respectivamente; 4 personas no acertaron ninguna pregunta. Por tanto, ninguna persona acertó 4 preguntas o más.

En noveno, los resultados en cuanto a dar respuesta a las preguntas mejoraron, ya que todos los estudiantes contentaron más de nueve interrogantes. En cuanto a las personas que acertaron fueron 3, 9 y 9 con 2, 3 y 4 aciertos, respectivamente. Lo anterior, ya que en noveno, se tienen más nociones algebraicas y por ende, los estudiantes se atrevieron a dar respuesta a dichas preguntas.

En la segunda pregunta, de representar en lenguaje algebraico las diferentes áreas propuestas, los resultados obtenidos fueron:



**Grafica 10. Cantidad de preguntas que acertaron**



**Grafica 11. Cantidad de preguntas que contestaron**

En el grado octavo, se presentó una participación muy baja, ya que sólo 2 personas contestaron 1 y 2 preguntas, realizando el planteamiento de la superficie propuesta; lo hicieron correctamente. 20 personas ni siquiera mostraron haber intentado realizar dichas áreas, debido a los motivos mencionados en la pregunta anterior.

En noveno, la participación es más activa, contestando 16 personas las 6 preguntas, 3 más de una pregunta y sólo 2 personas no contestaron ninguna. Sin embargo, la mayoría de los resultados fueron erróneos, ya que 18 personas no acertaron con los resultados correctos; sólo 1 y 2 personas acertaron 1 y 2 respuestas adecuadamente. Con lo anterior, se corrobora los pocos referentes algebraicos afianzados en la estructura cognitiva de los estudiantes.



### **UNIDAD DIDÁCTICA**

Diseños didácticos para la construcción  
de trinomios algebraicos

### **DESCRIPCIÓN**

DOCENTE: María Victoria Toro Aguiar

ASIGNATURA: Matemáticas

TEMA: Trinomios Algebraicos

NIVEL O GRADO AL QUE VA DIRIGIDO: Grado Octavo

NÚMERO DE SESIONES PLANEADAS: 6 bloques (12 horas)

## COMPETENCIAS

### COMPETENCIAS COMUNICATIVAS:

1. Expresar ideas, sentimientos e intereses en el salón y escuchar respetuosamente a los demás miembros del grupo.
2. Participar activamente en un trabajo colaborativo con los compañeros.

### COMPETENCIAS MATEMÁTICAS:

1. Generar situaciones para la construcción de los diferentes referentes cognitivos de los trinomios algebraicos.
2. Propiciar actividades significativas para el estudiante, las cuales le permitan inferir, plantear o diferenciar los trinomios algebraicos.

**COMPETENCIA CIUDADANA:** Proponer el trabajo colaborativo, para el hallazgo de los diferentes referentes y sus aplicaciones, con miras a la aplicación de éstos a situaciones problema o a la elaboración de proyectos.

## INDICADORES DE LOGRO

- Interpreta diferentes situaciones problema en lenguaje algebraico.
- Establece relaciones entre el lenguaje algebraico y la geometría.
- Contextualiza elementos algebraicos con la geometría.
- Encuentra diferentes figuras y medidas geométricas, con referentes algebraicos.
- Resuelve operaciones algebraicas.

- Plantea fórmulas algebraicas, mediante lenguaje matemático y operaciones básicas.
- Propone diferentes estrategias de solución a los planteamientos dados.
- Trabaja colaborativamente con los compañeros y docente

### **OBJETIVO GENERAL**

Construir expresiones equivalentes a los trinomios algebraicos, utilizando referentes geométricos

### **OBJETIVOS ESPECÍFICOS**

- Utilizar lenguaje algebraico para los diferentes planteamientos
- Plantear las operaciones necesarias para los enunciados propuestos.
- Desarrollar las operaciones propuestas, reuniendo los términos semejantes.
- Contrastar los enunciados algebraicos encontrados, con las figuras geométricas resultantes.
- Despertar el espíritu creativo y propositivo de los estudiantes.

### **JUSTIFICACIÓN**

Durante muchos años la enseñanza de las matemáticas se realizó por medio de clases magistrales, donde el profesor daba toda a explicación posible de cómo realizar procedimientos y las repeticiones de estos para llegar a la solución de un problema. Hace varios años, se está presentando un cambio en esta situación y se presentan nuevos métodos en los que se busca que los estudiantes aprendan significativamente, construyendo, comprendiendo y aplicando el conocimiento, evitando así que ocurra lo evidenciado en algunas investigaciones como la realizada por Alsina (2004), donde se presenta como una de las causas del bajo

---

interés de los estudiantes por las matemáticas, el escaso uso de materiales didácticos dentro de una clase.

Para lograr este objetivo es necesario que los docentes reflexionemos sobre la forma en la que enseñamos, adaptándonos a las necesidades reales de nuestros estudiantes, para lo cual el uso de los materiales didácticos ha resultado ser un camino muy apropiado, ya que permite a los estudiantes experimentar, participar, y construir conocimientos avanzando en la comprensión de los conceptos que se le presentan en el aula.

Por todo esto propongo la construcción de referentes algebraicos, en particular de los trinomios en el grado octavo, a partir de elementos geométricos de manera que con el uso de dicho material se motive a los estudiantes, se fomente el pensamiento lógico-matemático, la autonomía, se potencie la enseñanza activa, creativa y participativa y muy importante, el trabajo colaborativo.

Para la realización de la Unidad didáctica se les darán a los estudiantes diferentes áreas como herramienta didáctica, para construir con ellos sumas y restas de éstas que conlleven a ecuaciones cuadráticas, que finalmente se presentarán como trinomios algebraicos. Desde mi experiencia docente, esta construcción, requiere de un proceso metodológico que permita promover en el estudiante la apropiación de aprendizajes significativos y de este modo evitar el olvido que presentan sobre el tema. Adicionalmente no sólo se trabajarán los algoritmos algebraicos de las operaciones básicas, a saber: suma, resta y multiplicación sino que también se trabajan las figuras geométricas, relacionándolas con dichas operaciones, considerando que es importante enseñar desde elementos prácticos, de manera que pueda observar, nombrar, construir, operar y definir diferentes conceptos algebraicos, como son los trinomios y sus respectivas expresiones.

---

## MARCO TEÓRICO

Según Gimeno Sacristán (1998) y Moll y Pujol (1991), en sentido amplio, el material didáctico son todos aquellos materiales a través de los cuales se ofrecen oportunidades de enseñanza y aprendizaje para el desarrollo de las capacidades de los jóvenes. Exponen además que los materiales didácticos deben tener unas funciones fundamentales: variados, polivalentes, estimulantes, innovadores, motivadores, estructuradores de la realidad, configuradores de la relación cognitiva, facilitadores de la acción didáctica y formativos.

Teniendo en cuenta las aportaciones de Gimeno Sacristán (1998), los recursos materiales son todos aquellos que ofrecen oportunidades de enseñanza y aprendizaje para desarrollar capacidades y habilidades que permitan el desarrollo integral del estudiante y siempre hacen referencia al cómo enseñar.

Los materiales didácticos deben servir para desarrollar capacidades sensoriales, perceptivas, motoras, cognitivas, lingüísticas, afectivas y sociales y por ello podemos encontrar:

Para finalizar el material didáctico a utilizar entonces, serán diferentes áreas en material manipulable, que permita poner en práctica las diferentes situaciones planteadas y buscarles la formalización a través de algoritmos algebraicos y geométricos que permitan llevar a término los enunciados de los trinomios y sus respectivas expresiones.

Se iniciará encontrar la generalización de la expresión del trinomio cuadrado perfecto  $a^2 + 2ax + x^2$ , después de la forma  $x^2 + bx + c$ , y por último de la forma  $ax^2 + bx + c$ , siendo ésta la expresión general.

### CONTENIDOS DE APRENDIZAJE

1. Diagnóstico: Saberes Previos y reconocimiento de figuras.
2. Construcción de áreas.
3. Expresión de las figuras geométricas resultantes en lenguaje algebraico
4. Solución de operaciones resultantes
5. Encuentro y verificación de la expresión encontrada del trinomio que se construye.
6. Evaluación

### SECUENCIA DE MOMENTOS

- Introducción. Socialización: Aritmética, Geometría, Álgebra.
- Presentación del material (áreas). Propuesta de situación problema
- Expresión de la situación en lenguaje algebraico. Solución de operaciones resultantes y términos semejantes.
- Verificación de expresiones encontradas (trinomios), con ayuda de referentes geométricos.

### MOMENTO No. 1. LENGUAJE ARITMÉTICO VS LENGUAJE ALGEBRAICO

#### OBJETIVOS

- Relacionar el lenguaje matemático verbal con el lenguaje algebraico.
- Utilizar lenguaje algebraico para los diferentes planteamientos.

**Tabla 22. Etapas de la unidad didáctica, en el primer momento**

EXPLORACIÓN	APRENDIZAJE	ESTRUCTURACIÓN	APLICACIÓN
Se les solicita	Se les entrega	Se les solicita a los	Se les pide a

<p>traer útiles (lápices, colores, reglas, entre otros). Se hace una explicación inicial acerca de la relación entre el lenguaje matemático verbal y el lenguaje algebraico. Se forman equipos de 4 estudiantes, se les entrega unas tablas con unos ejercicios resueltos, comparando la equivalencia entre los dos lenguajes.</p>	<p>una tabla con unos ejercicios propuestos de lenguaje matemático verbal y otras con lenguaje algebraico, para que ellos los solucionen y los socialicen en el equipo. Después salen al tablero y se aclaran dudas en el grupo y con ayuda del profesor.</p>	<p>estudiantes que respondan las siguientes preguntas:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. ¿Cuándo quedó un enunciado sin letra?</li> <li>2. ¿Cuáles signos necesitaron para plantear los enunciados?</li> <li>3. ¿Es posible representar cualquier frase del lenguaje matemático verbal en lenguaje algebraico?</li> <li>4. ¿Es posible representar cualquier frase del lenguaje algebraico en lenguaje matemático verbal?</li> <li>5. ¿Cuándo crees que se necesitan las letras y cuando no?</li> </ol>	<p>los estudiantes que inventen en cada equipo 3 frases en lenguaje matemático verbal y 3 en lenguaje algebraico. Las echen en una bolsa. Se resolverán inicialmente haciendo un concurso por equipos y por último, las que ningún equipo las resuelva, serán solucionadas por el profesor.</p>
--	---	---	---

### ACTIVIDAD DE EXPLORACIÓN

En equipos, leer, escribir en el cuaderno las dudas que se presenten y socializar. Socializar con el profesor

**Tabla 23. Repaso y socialización de la transcripción del lenguaje matemático verbal al lenguaje algebraico**

No.	LENGUAJE MATEMÁTICO VERBAL	LENGUAJE ALGEBRAICO
1	El doble de un número más cinco	$2x + 5$
2	La tercera parte de un número, disminuida en cuatro	$x/3 - 4$
3	El cubo de la mitad de un número	$(x/2)^3$

4	La suma de cuatro números consecutivos	$x+(x+1)+(x+2)+(x+3)$
5	La sexta parte de un número disminuida, un medio	$x/6 - \frac{1}{2}$
6	Dos veces la suma de dos números	$2(x+y)$
7	El perímetro de un rectángulo, en el cual un lado es la mitad del otro	$x+ x + x/2 + x/2 = 3x$
8	El doble de un número más el triple de otro número	$2x + 3y$
9	4 veces la suma de tres números	$4(x+y+z)$
10	El triple de la diferencia de dos números	$3(x-y)$
11	Un número de tres cifras	$100x + 10y + z$
12	La semisuma de dos números	$(x+y)/2$
13	El primero al cuadrado menos el segundo al cuadrado	$x^2 - y^2$
14	Resta de dos cubos	$x^3 - y^3$
15	El primero al cuadrado, menos dos veces el primero por el segundo , más el segundo al cuadrado	$x^2 - 2xy + y^2$

## ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

**Tabla 24. Ejercicios propuestos para realizar en grupos, acerca de la transcripción del lenguaje matemático verbal al lenguaje algebraico**

No.	LENGUAJE MATEMÁTICO VERBAL	LENGUAJE ALGEBRAICO
1	La cuarta parte de un número, disminuida en 3	
2	El cuadrado de la tercera parte de un número	
3	La suma de tres números pares consecutivos	
4	El perímetro de un cuadrado	
5	La suma de los cuadrados de dos números	
6		$2(x-y)$
7		$(x+y+z)/3$
8		$x^2 - y^2$

---

9		$x^3 + 3x^2y + 3xy^2 + y^3$
10		$2(100x + 10y + z)$

### ACTIVIDAD DE ESTRUCTURACIÓN

Preguntas a los estudiantes. Se les solicita a los estudiantes responder las siguientes preguntas, de la manera más sincera posible. Se les permite hacerse en parejas, con el fin de que haya una socialización previa a la aclaración de dudas del profesor, que se realizará después de haberse dado un tiempo prudencial para dar respuesta a dichas preguntas.

1. ¿Cuándo quedó un enunciado sin letra?
2. ¿Cuáles signos necesitaron para plantear los enunciados?
3. ¿Es posible representar cualquier frase del lenguaje matemático verbal en lenguaje algebraico?
4. ¿Es posible representar cualquier frase del lenguaje algebraico en lenguaje matemático verbal?
5. ¿Cuándo crees que se necesitan las letras y cuando no?

### ACTIVIDAD DE APLICACIÓN

Terminada la actividad anterior (socialización y aclaración de dudas), se les pide a los estudiantes que inventen en cada equipo 3 frases en lenguaje matemático verbal y 3 en lenguaje algebraico. Las echen en una bolsa. Se resolverán inicialmente haciendo un concurso por equipos y por último, las que ningún equipo resuelva, serán solucionadas por el profesor.

### RECURSOS

Fotocopias en la que los estudiantes encontrarán tanto ejercicios resueltos, como propuestos, cuadernos de clase, útiles (reglas, colores, lápiz, entre otros).

## EVALUACION

### CONCEPTUAL

Representa el lenguaje matemático verbal en lenguaje algebraico

Representa el lenguaje algebraico en lenguaje matemático verbal.

### PROCEDIMENTAL

Reconoce e interpreta el lenguaje matemático verbal.

Reconoce e interpreta el lenguaje algebraico

### ACTITUDINAL

Participa activamente en las actividades propuestas.

Trabaja en equipo, respetando las diferentes opiniones.

Presenta el material de clase.

## OBSERVACIONES Y RESULTADOS DEL PRIMER MOMENTO

La actividad de exploración, tuvo unos resultados excelentes, ya que la mayoría de los estudiantes al leer la tabla, entendían lo sencillo y práctico, que era obtener una expresión algebraica de una “frase matemática”, y que con ello se lograba una generalización de dicho planteamiento, es decir, que al presentar el lenguaje algebraico (con variables), se podían obtener varios resultados, dependiendo del valor numérico que tuviera dicha letra o variable. Esta etapa se podría llamar de aprestamiento ya que se cumplió con el objetivo de familiarizar al estudiante con la simbología y el pensamiento variacional, al lograr que éste lo relacionara de una manera práctica con el lenguaje matemático verbal llegando así a prepararlo y disponerlo para la etapa de aprendizaje en la cual se hará una confrontación de dichos aprendizajes y/o avances.

En la actividad de aprendizaje, en la cual los estudiantes debían pasar de un lenguaje a otro, se obtuvieron los siguientes resultados. La mayoría contestaron adecuadamente a los cinco ejercicios propuestos. Sin embargo, los estudiantes planteaban que el lenguaje debía presentarse de una manera más sencilla, como por ejemplo, en el primer ejercicio: un número dividido entre 4 y restarle 3 o en el cuarto ejercicio: la suma de los lados de un cuadrado. En esta parte se evidenció mayor dificultad que en los primeros ejercicios, ya que no sabían por cual número u operación empezar el planteamiento o que palabras utilizar. Por tanto, se solucionaron socializando con el profesor en el tablero.

En la parte de estructuración y aplicación, se evidencia la apertura y el análisis personal y grupal, que se logró con la mayoría de los estudiantes. Después de las dos primeras etapas, se formó una mesa redonda para la socialización y aclaración de dudas de las preguntas planteadas, logrando la participación activa y significativa del grupo, es decir, en la etapa de estructuración se cumplió el objetivo de afianzar ideas y contenidos propuestos, tanto de manera individual como grupal con la interacción del docente y de los pares. En la aplicación, se recibieron preguntas pertinentes y acertadas en la mayoría de los casos. Sólo un equipo no planteó preguntas argumentando dificultad para ello, pero con ayuda del docente, al final las realizaron. El grupo participó activamente en el concurso y se logró motivación y aprendizaje de los estudiantes.

## MOMENTO No. 2. REPRESENTACIÓN GEOMÉTRICA DE CUADRADOS Y RECTÁNGULOS, PARA MEDIR LONGITUD Y ÁREA

### Objetivos

Reconocer y diferenciar perímetros y áreas de rectángulos

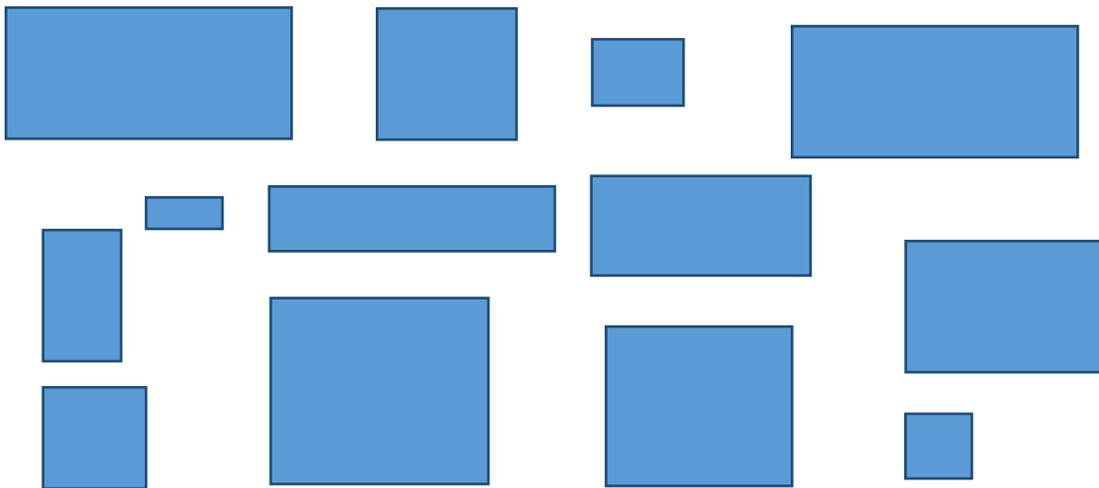
Representar perímetros y áreas de rectángulos en términos variacionales.

**Tabla 25. Etapas de la unidad didáctica, en el segundo momento**

EXPLORACIÓN	APRENDIZAJE	ESTRUCTURACIÓN	APLICACIÓN
<p>Se les solicita traer útiles (lápices, colores, reglas, entre otros).</p> <p>Se les entrega cuadrados y rectángulos de diferentes tamaños., para que los relacionen y los comparen.</p>	<p>Se les pide que en el equipo midan los diferentes lados de rectángulos y encuentren sus áreas respectivas.</p> <p>También se les pide a los estudiantes que a los rectángulos asignados, les coloquen las medidas a cada lado, con la letra que ellos deseen</p>	<p>¿Cómo se representaría el lado de un cuadrado?</p> <p>¿Cómo se representarían los lados de un rectángulo?</p> <p>¿Cómo se representaría el perímetro de un cuadrado?</p> <p>¿Cómo se representaría el perímetro de un rectángulo?</p> <p>¿Cómo se representaría el área de un cuadrado?</p> <p>¿Cómo se representaría el área de un rectángulo?</p>	<p>Medir los lados y áreas en el aula de clase de objetos que tengan formas cuadradas o rectangulares.</p> <p>Reemplazar el valor numérico de lados y plantear la fórmula de las áreas en términos simbólicos.</p>

## ACTIVIDAD DE EXPLORACIÓN

Se les entregan cuadrados y rectángulos de diferentes medidas para que los relacionen y los comparen

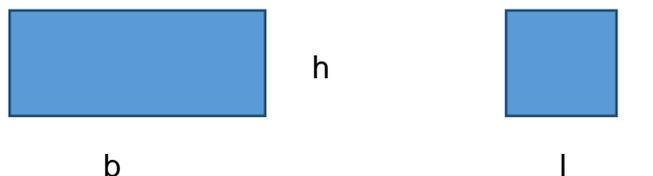


**Figura 2. Cuadrados y rectángulos propuestos para la medición**

## ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

Se les pide a los estudiantes que midan los lados y que encuentren las expresiones de las áreas y sus relaciones respectivas (utilizando las variables que deseen). Se recuerdan las fórmulas geométricas correspondientes a las áreas.

$$\text{Arectángulo} = b \times h, \text{ Acuadrado} = l^2$$



**Figura 3. Formulas del área y del rectángulo**

### ACTIVIDAD DE ESTRUCTURACIÓN

Se les solicita contestar las siguientes preguntas. Primero de manera individual, después socializar en parejas y por último se realiza una retroalimentación grupal y también con participación de la docente.

¿Cómo se representaría el lado de un cuadrado?

¿Cómo se representarían los lados de un rectángulo?

¿Cómo se representaría el perímetro de un cuadrado?

¿Cómo se representaría el perímetro de un rectángulo?

¿Cómo se representaría el área de un cuadrado?

¿Cómo se representaría el área de un rectángulo?

### ACTIVIDAD DE APLICACIÓN

Para ésta fase, se les solicita traer metro y reglas, con fin de medir diferentes objetos del aula de clase, con formas cuadradas y rectangulares. Para dicho trabajo se forman grupos de 3 o 4 personas.

### RECURSOS

Figuras de cuadrados y rectángulos de cartón paja y foammy, cuadernos de clase, útiles (reglas, colores, lápiz, entre otros).

## EVALUACIÓN

### CONCEPTUAL

Reconoce unidades de medida de perímetros y áreas.

Encuentra perímetros de los cuadrados y rectángulos

Encuentra áreas de los cuadrados y rectángulos

### PROCEDIMENTAL

Representa perímetros de áreas y cuadrados con diferentes variables.

Mide cuadrados y rectángulos diferentes.

### ACTITUDINAL

Participa activamente en las actividades propuestas.

Trabaja en equipo, respetando las diferentes opiniones.

Presenta el material de clase.

## OBSERVACIONES Y RESULTADOS DEL SEGUNDO MOMENTO

En las etapas de exploración y aprendizaje se presentó una participación activa de los estudiantes, ya que a éstos les gusta mucho manipular y explorar el material concreto, realizando mediciones y relaciones entre las diferentes figuras.

En la estructuración, se presentó mayor dificultad, ya que debían dar respuesta a los diferentes interrogantes que se les planteaban con lo cual debían utilizar todos

los referentes algebraicos que tuvieran presentes en su estructura cognitiva, ocasionando que cada equipo solicitara la asesoría del profesor permanentemente.

En la aplicación, realizaron correctamente las mediciones (aunque algunos necesitaron explicación del uso de las unidades de medición). Se presentó dificultad cuando se les solicitó reemplazar el valor numérico de los lados y más aún cuando debían plantear la fórmula de las áreas en términos simbólicos.

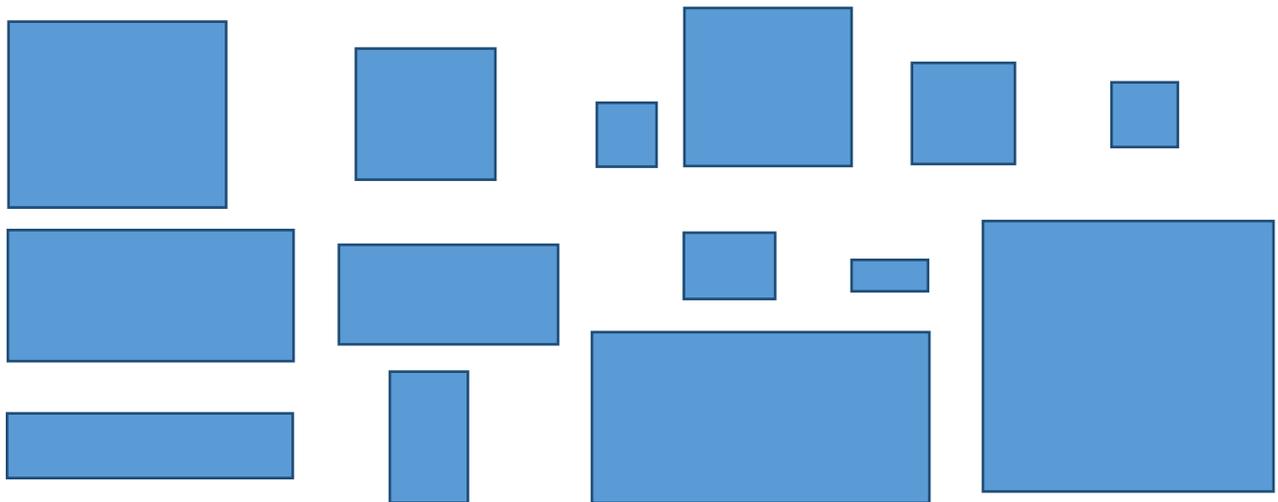
### Momento No 3. OPERACIONES ALGEBRAICAS CON LAS ÁREAS

**Tabla 26. Etapas de la unidad didáctica, en el tercer momento**

EXPLORACIÓN	APRENDIZAJE	ESTRUCTURACIÓN	APLICACIÓN
<p>Se les solicita traer útiles (lápices, colores, reglas, entre otros).</p> <p>Se les entregan áreas de diferentes tamaños y se les pide que las comparen y las coloquen en orden (de mayor a menor o viceversa) y que establezcan relaciones entre ellas.</p>	<p>Se proponen nombrar y plantear los perímetros y las áreas de los diferentes cuadrados y rectángulos, utilizando las fórmulas geométricas</p>	<p>Se propone realizar operaciones de adición y sustracción de áreas. Se encuentra el perímetro y el área de los cuadrados y los rectángulos.</p>	<p>Se realizan prácticas con las mesas, baldosas, entre otros objetos de la institución. Primero nombrando con diferentes letras, planteando las sumas y después tomando las medidas reales; se verifica con la fórmula geométrica</p>

### ACTIVIDAD DE EXPLORACIÓN

Se realiza una retroalimentación de relaciones de orden, de los operadores ( $>$ ,  $=$ ,  $<$ ,  $\neq$ ). Se les entregan cuadrados y rectángulos de diferentes medidas para que los relacionen y los comparen



**Figura 4. Cuadrados y rectángulos propuestos para comparación**

### ACTIVIDAD DE APRENDIZAJE

Se propone a cada uno de los cuadrados, plantearle las fórmulas para encontrar el perímetro y el área respectivo, nombrándolos con letras diferentes

.

### ACTIVIDAD DE ESTRUCTURACIÓN

Con los diferentes cuadrados y rectángulos, se realizan adiciones y sustracciones entre éstos También se retoman las operaciones algebraicas básicas (adición, sustracción y multiplicación).

### ACTIVIDADES DE APLICACIÓN

Se propone medir varios sitios de la institución, dividiendo los lugares en cuadrados y rectángulos. Realizar las respectivas mediciones y operaciones y por último verificar datos encontrados con datos reales de las mediciones de dichos lugares.

### RECURSOS

Figuras de cuadrados y rectángulos de cartón paja, cuadernos de clase, útiles (colores, lápiz, entre otros), metro, escuadra, reglas.

### EVALUACION

#### CONCEPTUAL

Encuentra y diferencia perímetros de diferentes cuadrados y rectángulos

Encuentra y diferencia áreas de diferentes cuadrados y rectángulos

Adiciona áreas de cuadrados y rectángulos de manera algebraica

#### PROCEDIMENTAL

Representa perímetros de áreas y cuadrados con diferentes letras y/o variables.

Mide cuadrados y rectángulos diferentes.

#### ACTITUDINAL

Participa activamente en las actividades propuestas.

Trabaja en equipo, respetando las diferentes opiniones.

Presenta el material de clase.

### OBSERVACIONES Y RESULTADOS DEL TERCER MOMENTO

Como en el momento anterior, se presentó una buena participación en las actividades de observación, relación y ordenación. Cuando debieron plantear los perímetros lo hicieron de una manera rápida y lo entendieron la mayoría muy bien. En cuanto al planteamiento de las áreas, hubo mayor dificultad; sin embargo, al final se logró que casi todos entendieran y plantearan el área de cada figura propuesta.

En la estructuración se presentó dificultad para sumar áreas, ya que las unidades cuadradas les parecían muy difíciles, en cambio, las unidades lineales de los perímetros las resolvían con mayor seguridad.

La aplicación fue todo un éxito. A los estudiantes de la institución les gusta bastante el trabajo de campo práctico, donde ellos corroboren que lo visto en el papel hace parte de la cotidianidad de su contexto. Sin embargo, un equipo presentó dificultades disciplinarias, distrayéndose al irse para la cafetería, pero el inconveniente no tuvo trascendencia, logrando involucrarlos de nuevo en la propuesta de trabajo.

## Momento 4º. TRINOMIOS CUADRADOS A TRAVÉS DEL ALGEBRA GEOMÉTRICA

Tabla 27. Etapas de la unidad didáctica, en el cuarto momento

EXPLORACIÓN	APRENDIZAJE	ESTRUCTURACIÓN	APLICACIÓN
Se entregan los rectángulos y los cuadrados en forma entera y con las respectivas divisiones propuestas para la consecución de los diferentes trinomios; se les pide a los estudiantes que encuentren sus medidas.	Después de realizar las medidas, se les pide relacionar las respectivas áreas pequeñas con la mayor. Verificar que la suma de las áreas pequeñas de cada figura es igual al área de la figura grande.	Se les pide plantear la operación de manera algebraica, nombrando los lados con la variable que deseen y encontrando el resultado respectivo en cada uno de los planteamientos. Se dibujan en el cuaderno las diferentes áreas y se plantean los algoritmos.	Traen de la casa, diferentes áreas, con el fin de comprobar que se cumple la relación encontrada en la etapa de estructuración

### ACTIVIDAD DE EXPLORACIÓN

Se distribuye el grupo en equipos. Se les proporcionan cuadrados y rectángulos como los que se muestran a continuación, completos y con las divisiones propuestas. Se les pide que les realicen todas las medidas correspondientes a cada figura.

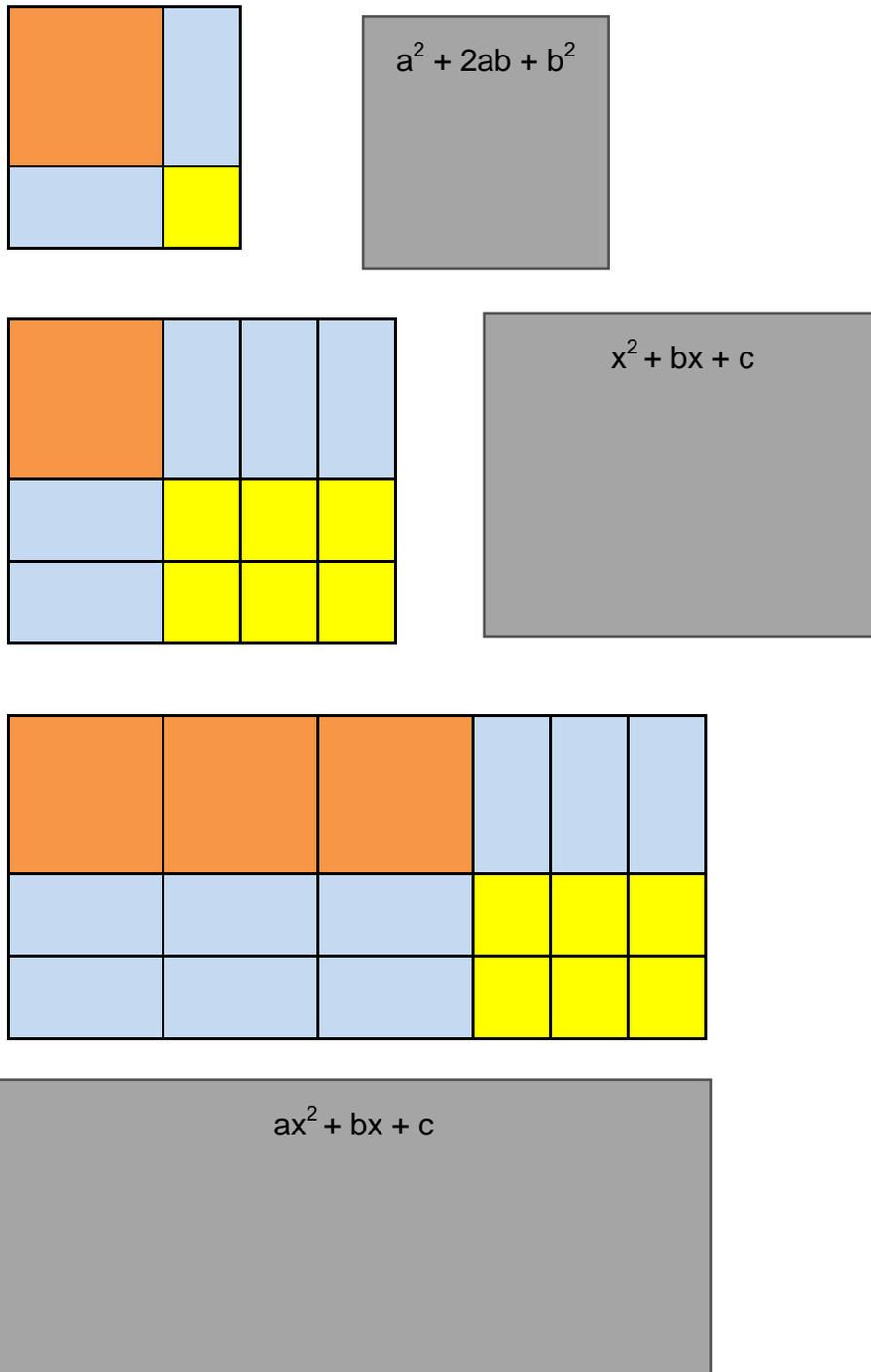


Figura 5. Representaciones de los trinomios

Después de haber realizado la actividad anterior, es decir, todas las mediciones, se les sugiere encontrar el área tanto de la figura completa como de las divisiones, con el fin de verificar que la suma de éstas es igual al área de la figura grande.

#### ACTIVIDAD DE ESTRUCTURACIÓN

Con los resultados encontrados, se les solicita que planteen el proceso de una forma donde se demuestre la igualdad que se presenta en la relación entre el cuadrado o rectángulo completo y con divisiones, en cada uno de los casos propuestos. Por lo tanto, se les pide definir el algoritmo de cada situación.

#### ACTIVIDAD DE APLICACIÓN

Con el fin de verificar los algoritmos encontrados, cada estudiante debe traer de sus casas, cuadrados y rectángulos de diferentes medidas con el fin de verificar dichos resultados y por lo tanto, encontrar unas generalizaciones que conlleven al tratamiento de los trinomios algebraicos.

#### RECURSOS

Rectángulos y cuadrados de diferentes medidas, reglas y/o metro, colores, útiles.

#### EVALUACION

##### CONCEPTUAL

Encuentra áreas de diferentes cuadrados y rectángulo

Encuentra figuras completas a partir de divisiones de éstas

Plantea algoritmos para encontrar áreas de cuadrados y rectángulos

**PROCEDIMENTAL**

Representa algebraicamente áreas y las relaciona.

Opera algebraicamente áreas y las relaciona

**ACTITUDINAL**

Participa activamente en las actividades propuestas.

Trabaja en equipo, respetando las diferentes opiniones.

Presenta el material de clase.

**OBSERVACIONES Y RESULTADOS DEL CUARTO MOMENTO**

En la exploración y el aprendizaje, los estudiantes se cuestionaron bastante, ya que la mayoría no habían imaginado la subdivisión de una figura grande en figuras pequeñas que abarcaran totalmente a la primera, como si fuera un rompecabezas o puzzle. Preguntaban si se cumplía con cualquier medida de áreas cuadradas o rectangulares. Cuando realizaban la sumatoria de las áreas pequeñas y las comparaban con el área de la grande se mostraban asombrados y bastante motivados a medir otras, con el fin de verificar que siempre se cumplía dicho resultado. El primer caso ( trinomio cuadrado perfecto), se entendió más fácil y rápido el segundo y tercer caso planteado (de las formas  $x^2+bx+c$  y  $ax^2+bx+c$ ).

En la etapa de estructuración el asombro fue mayor cuando encontraban las expresiones de dichas sumatorias de áreas pequeñas y comparaban los resultados obtenidos con las expresiones de los trinomios, demostrando dichas igualdades y viendo la practicidad de las “fórmulas algebraicas”, obtenidas por ellos.

En la aplicación, presentaron muchas figuras como baldosas, hojas, cuadros, carpetas, entre otras, con las respectivas divisiones (cortadas o dibujadas), expresando que con este hallazgo quedarían “grabadas” dichas “fórmulas” en sus mentes.

## 4.1. RECURSOS

### 4.1.1 Concretos.

Los materiales que se requieren para el diseño y aplicación de esta unidad didáctica son los siguientes:

- Cuaderno
- Útiles varios (lápices, colores, lapiceros, borradores, entre otros)
- Reglas y/o escuadras.
- Hojas de block cuadriculadas o ralladas.
- Metro
- Cronometro.
- Cartón paja, foammy, entre otros.
- Tijeras.
- Cuadrados y/o rectángulos (para recortar).
- Cinta.

### 4.1.2 Simbólicos.

Elementos relacionados con la representación y abstracción de figuras del mundo real, capacidad de deducir relaciones entre diversas áreas, y entre éstas y sus divisiones; es decir, entre el todo y sus partes.

#### 4.1.3 Bibliográficos.

En el desarrollo de esta propuesta de aula se utilizaron varios libros guías, entre ellos: Inteligencia 8º Lógico Matemática, Delta 8º y el Algebra de Baldor.

#### 4.1.4 Tecnológicos.

El trabajo en términos generales, se realizó de manera práctica concreta. Sin embargo, la profesora e inclusive algunos estudiantes proponen algunas herramientas tecnológicas (Excel, Geogebra, entre otros), para que sirvan de insumo para el trabajo y como evidencia o producto de las actividades realizadas; por otra parte, también pueden ser fuente de consulta para los estudiantes que si deseen profundizar en los conceptos abordados o para complementar las actividades propuestas.

## 4.2 ORGANIZACIÓN DEL ESPACIO Y EL TIEMPO

**Tabla 28. Cronograma, tiempo estimado y espacio de los momentos a realizar en la unidad didáctica**

Cronograma	TIEMPO ESTIMADO	ESPACIO
Momento No. 1.	*Bloque 1	Salón de clase
Momento No. 2	*Bloque 2	Salón de clase
Momento No. 3	*Bloque 3	Salón de clase y diferentes lugares de la institución
Momento No. 4	*Bloque 4	Salón de clase y casa

- Bloque: 1 hora y 40 minutos (2 clases, cada una de 50 minutos)

### 4.3 EVALUACIÓN

*“Toda evaluación educativa es un juicio en donde se comparan los propósitos y deseos con la realidad que ofrecen los procesos, de aquí que la evaluación debe ser más una reflexión que un instrumento de medición para poner etiquetas a los individuos; lo que no excluye el reconocimiento de las diferencias individuales” (Ministerio de Educación Nacional, 1998, pág. 107).*

- Se realizó socialización de todas las actividades, en su respectivo momento, primero en el equipo de trabajo y después en forma general, en el grupo.
- Se revisó material y se asesoró permanentemente para el uso éste. Fue de gran ayuda para las diferentes mediciones, relaciones y operaciones propuestas.
- Trabajo en clase tuvo mucha participación, tanto en forma individual como grupal (Anexo Externo 2. Fotos de la propuesta 2015).
- La construcción de referentes algebraicos, se logró realizar por parte de la mayoría de los estudiantes, logrando impactar en éstos su consecución y practicidad en su cotidianidad.
- Se evaluó la parte creativa en la utilización de los materiales, el trabajo colaborativo en los equipos y la formación de los diferentes conceptos realizada por los estudiantes.

## 5. Conclusiones y Recomendaciones

### 5.1 Conclusiones

- La conducta de entrada de los estudiantes, cuando van a enfrentar una prueba de carácter matemático, es de pánico y de inseguridad; como se vio desde el inicio cuando se realizó la encuesta diagnóstica. Ya iban prevenidos, preguntando si se iba a evaluar, si la tenían que marcar, entre otras. Además cuando se pedía explicación de sus apreciaciones, éstos no las tenían o les daba vergüenza expresar lo que sabían o sentían.
- En la institución Educativa Ángela Restrepo Moreno, en términos generales, se da un ambiente de respeto y cordialidad. Los estudiantes son conscientes de que cuando hay respeto y escucha hacia el docente y las clases, también se logra un mejor entendimiento y comprensión de los diferentes contenidos. Además ellos reciben respeto.
- El pensamiento numérico de los estudiantes es el adecuado para el grado octavo en cuanto a ejecutar operaciones, pero cuando las operaciones se deben oralizar, o viceversa, es decir, relacionar operaciones con el lenguaje matemático verbal o peor aún con el lenguaje algebraico, se presenta un enorme vacío cognitivo.
- A los estudiantes les gusta el trabajo en equipo, colaborativo y por proyectos, es decir, el trabajo en el cual ellos puedan participar, socializar y construir con sus pares los referentes cognitivos. Sin embargo, también reconocen la importancia de las asesorías permanentes del docente en las actividades propuestas en clase y fuera de ella

- 
- El trabajo dirigido, en el que se promueva la construcción y socialización de ideas entre los estudiantes, conlleva a unos buenos resultados, en el que la mayoría de los estudiantes (y porque no decirlo, en algunas ocasiones todos los estudiantes), logran alcanzar los objetivos propuestos, adquiriendo y afianzando los referentes matemáticos, existentes en su estructura cognitiva.
  - Una de las mayores dificultades que afrontan los estudiantes en cuanto al manejo de los referentes algebraicos es la pereza, miedo y desinterés que presentan cuando hay situaciones o problemas en los que se involucran variables, y por tanto, desarrollo del pensamiento variacional
  - Con la información recolectada durante el proceso de recolección de la información y el desarrollo de la guía, se puede evidenciar que los estudiantes lograron adquirir un aprendizaje significativo de los referentes algebraicos para el manejo de trinomios, el cual se puede generalizar para los diferentes casos de factorización e inclusive para cualquier operación algebraica.
  - Se logró con el trabajo de la guía que los estudiantes utilizarán los conocimientos construidos y adquiridos en el aula de clase, los relacionaran con su cotidianidad y con su entorno.

## 5.2 Recomendaciones

- Plantear unidades didácticas desde las diferentes unidades, en todos los grados, en el área, conllevaría a una cultura del trabajo metódico, colaborativo, constructivista, con el fin de ampliar y reforzar la estructura cognitiva de los estudiantes, haciendo que el aprendizaje sea significativo para éstos.
- Propiciar la incursión de herramientas didácticas y tecnológicas en el quehacer pedagógico, que permitan que el constructivismo sea una de las

---

estrategias en el proceso de enseñanza aprendizaje que conlleven al mejoramiento permanente e integral de los estudiantes.

- Desde temprana edad iniciar a los estudiantes en la realización de actividades en las cuales se desarrolle la creatividad e inventiva, de modo que les enriquezca de herramientas que les facilite la solución de problemas de su entorno y cotidianidad.
- Trabajar con los estudiantes en la importancia del aprovechamiento del tiempo libre y el fortalecimiento del espíritu investigativo.
- Desarrollar más guías didácticas, juegos y actividades extra clase que permitan fortalecer el pensamiento algebraico, entendiendo éste como la generalización de todos los demás.
- Iniciar el pensamiento variacional, desde grados inferiores a octavo, inclusive desde primaria, con el fin de que los estudiantes cuando lleguen al bachillerato, ya estén inmersos en el desarrollo algebraico
- Hacer seguimiento a los estudiantes, en el desarrollo de estrategias y uso de referentes adquiridos con la presente propuesta, con el fin de verificar resultados a largo plazo y realizar correctivos necesarios, con el fin de lograr una cualificación permanente.

Dar una mayor relevancia a la estructura algebraica de todos los conjuntos numéricos (Naturales, Enteros, Racionales, Reales), en el proceso de enseñanza para que de esta manera se puedan ver grandes avances en el pensamiento algebraico.

## Referencias

- Albert, M. (2007). Técnicas e instrumentos de recolección de datos cualitativos. P. 231.
- Alsina, A. (2004). *Cómo aumentar la motivación para aprender matemáticas*. p. 23
- Ardila, V. (2003). Inteligencia 8<sup>o</sup> Lógico Matemática. Bogotá: Ed. Voluntad
- Ausubel, D. (1978). El aprendizaje significativo en la práctica
- Ausubel, D. et al (1983). Psicología Educativa: Un punto de vista cognoscitivo. 2<sup>o</sup> Ed. TRILLAS México
- Bednarz, K. et al (1996), Enfoques para Álgebra: Perspectivas para la Investigación y la Docencia. (*Approaches to Algebra: Perspectives for Research and Teaching*).
- Cardelli, J. (2004). *Reflexiones críticas sobre el concepto de transposición didáctica Chevallard*. Cuadernos de Antropología social. No.19. P. 49-61.
- Carraher, D. y Schliemann, A. (2007). *Álgebra Temprana y razonamiento algebraico* (Early Algebra and Algebraic Reasoning). p. 669.

- Castro, F. et al (2013). Rutas Matemáticas 8º. Bogotá: Ed. Santillana S.A.
- Chevallard, Y. (1997). *La transposición didáctica del saber sabio al saber enseñado*. AIQUE. Buenos Aires.
- Constitución política de Colombia (1991).
- Dimaté M. & Rodríguez B. (2000). Matemáticas 8º. Prentice Hall.
- El Tiempo. Colombia, en el último lugar en nuevos resultados de pruebas Pisa. Viernes 22 de mayo de 2015. Recuperado de:  
E-mail: [raimundo.olfos@ucv.cl](mailto:raimundo.olfos@ucv.cl), [dani1064@hotmail.com](mailto:dani1064@hotmail.com), [janofeliz@hotmail.com](mailto:janofeliz@hotmail.com)
- Feldman, D. (2010). La enseñanza como sistema. Didáctica y escolarización. Aportes para el desarrollo curricular. Ministerio de Educación de la Nación. 1ª Ed. p 13-19. Buenos Aires.
- González, J. & Alvarez, L. (1998). *“El aprendizaje matemático: una realidad mejorable”*. Dificultades específicas relacionadas con las matemáticas.
- Gracia J. (2002). Matemática Aplicada y Estadística Algebra lineal tras los buscadores de Internet. Universidad del País Vasco. Recuperado de:  
[http://www.scielo.org.ar/scielo.php?pid=S1850-275X2004000100004&script=sci\\_arttext](http://www.scielo.org.ar/scielo.php?pid=S1850-275X2004000100004&script=sci_arttext)
- Kieran C. (1992). Algebraic Thinking in the Early Grades: What Is It?1

- Kieran C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation.
- Kieran, C. y Filloy, R. (1989). *El aprendizaje del álgebra escolar desde una perspectiva psicológica*. Enseñanza de las ciencias. p.229.
- Kilpatrick, C. (1990). *El lado evolucionista del constructivismo en principio desarrollado por BALDWIN y PIAGET, (VON GLASERSFELD, en prensa)*. Lo que el constructivismo puede ser para la educación matemática. Educar.
- Ley General de la Educación, Ley 115 de 1994.
- Loayza Albert (2015). Blog mathinnova16.blogspot.com. Recuperado de <https://www.google.com.co/url?sa=i&rct=j&q=&esrc=s&source=images&cd=&cad=rja&uact=8&ved=0ahUKEwivh6G4vtbJAhUM7yYKHUilADsQjRwIBw&url=http%3A%2F%2Fmathinnova16.blogspot.com%2F&psig=AFQjCNGab2sEniteUp3skUuHN4BJAcrLWw&ust=1450014254538775>
- Lupianez, J. (2009). La Historia en la Enseñanza de las Matemáticas. Estudios Pedagógicos XXXIII, N° 2: 81-100, 2007
  - Martínez, M. (2004) Enseñanza – Aprendizaje, bajo un enfoque constructivista
  - MEN (1994). Lineamientos (curriculares. Recuperado de: [http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042\\_archivo\\_pdf3.pdf](http://www.mineducacion.gov.co/1621/articles-116042_archivo_pdf3.pdf)
  - MEN. ESTADARES (2004). Formar en ciencias: Estándares Básicos de Competencias en Ciencias Naturales y Ciencias Sociales Lo que necesitamos saber y saber hacer ¡el desafío! Revolución educativa.

- Mora A. & Galindo C. (1999). Matemáticas 8º. 1ª edición. Santillana.
- Olfos, P. et al (2007). Renovación de la enseñanza del Álgebra elemental: Un aporte desde la didáctica. Instituto de Matemáticas, *Pontificia Universidad Católica de Valparaíso*. Av. Blanco Viel 596, Cerro Barón, Valparaíso, Chile.
- Padilla P. et al (2008). Delta 8º. Bogotá: Ed. Norma.
- Pasel, S. et al (1993). Aula Taller. Buenos Aires. 5ª Ed. 186 p.
- Patiño, S. (2012). La enseñanza para la comprensión (EpC): propuesta metodológica centrada en el aprendizaje del estudiante. Revista Humanizarte Año 5 No 8 ISSN: 2145-129X Universidad Manuela Beltrán. Recuperado de:  
[http://www.academia.edu/10289595/Revista\\_Humanizarte\\_A%C3%B1o\\_5\\_No\\_8](http://www.academia.edu/10289595/Revista_Humanizarte_A%C3%B1o_5_No_8)
- PEIA. 2008. Proyecto Educativo Institucional Ambiental. Institución Educativa Ángela Restrepo Moreno
- Plan de Desarrollo 2012 - 2015. Medellín un hogar para la vida.
- Plan de desarrollo departamental 2012-2015, “Antioquia la más educada”.
- Porlán, R. (2000). Constructivismo y escuela. Hacia un modelo de enseñanza - aprendizaje basado en la investigación, Sevilla, Díada editora, p. 194.

- Socas (1999), Socas y otros (2007), La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la investigación
- Socas, M. (2011). La enseñanza del Álgebra en la Educación Obligatoria. Aportaciones de la investigación. Vol. 77, julio de 2011, p. 5–34
- Stone, M. (2003). La enseñanza para la comprensión. Vinculación entre la investigación y la práctica. Buenos Aires
- Torres. A. (2014). ¿Qué son las Pruebas PISA? Nota Ciudadana. Las Orillas. Abril 6 de 2014.
- UNESCO & LLECE (2009). *Aportes para la enseñanza de las matemáticas*. Laboratorio Latinoamericano de Evaluación de la Calidad de la Educación. Santiago, Chile; enero, 2009.
- Vallori, B. (2005). El aprendizaje significativo en la práctica.
- Wagner, S. y Kieran, C. (Eds) (1989). Research issues in the Learning and Teaching of Algebra. Volume 4.
- Waldegg, G. (1998). Principios constructivistas para la Educación Matemática. Revista EMA, 4(1), pp. 15-31.

## A.Anexo: Análisis de Resultados Pruebas SABER

### ANALISIS DE RESULTADOS PRUEBAS SABER

#### ANÁLISIS POR GRADOS

#### NOVENO GRADO

Número de estudiantes presentes, ausentes y evaluados* por área					
AÑO	EVALUADOS	LENGUAJE	MATEMATICAS	CIENCIAS NAT.	AUSENTE S
2009	118	80	77	79	19
2010	-	-	-	-	-
2011	-	-	-	-	-
2012	-	-	-	-	-
2013	96	64	66	65	15
2014	69	44	47	44	33

Número de estudiantes evaluados* según tipo de discapacidad reportada 2009				
CASO	EVALUADOS	MATEMATICAS	CIENCIAS NAT.	AUSENTES
FISICA	1	1	1	0
SENSORIAL	3	2	3	1
COGNITIVA	0	0	0	0

(2013, 2014) NO SE REPORTO ALUMNOS CON DISCAPACIDAD

\* Se entiende por "estudiante evaluado" quien contestó cinco o más preguntas de las pruebas de cada una de las áreas.

( - ) No se aplican las pruebas o no se tienen reportes debido a que el establecimiento educativo no entregó el material identificado por sede-jornada, o porque se detectaron inconsistencias en la información de estudiantes matriculados en cada sede-jornada. Consulte los resultados del establecimiento educativo.

## GRADO QUINTO

Número de estudiantes presentes, ausentes y evaluados* por área					
AÑO	EVALUADOS	LENGUAJE	MATEMATICAS	CIENCIAS NAT.	AUSENTES
2009	63	41	43	42	25
2010	-	-	-	-	-
2011	-	-	-	-	-
2012	-	-	-	-	-
2013	137	92	91	91	61
2014	140	92	94	93	26

Número de estudiantes evaluados* según tipo de discapacidad reportada 2009				
CASO	EVALUADOS	MATEMATICAS	CIENCIAS NAT.	AUSENTES
FISICA	0	0	0	0
SENSORIAL	1	1	1	0
COGNITIVA	0	0	0	0

(2013, 2014) ALUMNOS SIN DISCAPACIDAD REPORTADA

\* Se entiende por "estudiante evaluado" quien contestó cinco o más preguntas de las pruebas de cada una de las áreas.

( - ) No se aplican las pruebas o no se tienen reportes debido a que el establecimiento educativo no entregó el material identificado por sede-jornada, o porque se detectaron inconsistencias en la información de estudiantes matriculados en cada sede-jornada. Consulte los resultados del establecimiento educativo.

## GRADO TERCERO

Número de estudiantes presentes, ausentes y evaluados* por área					
AÑO	EVALUADOS	LENGUAJE	MATEMATICAS	CIENCIAS NAT.	AUSENTES
2009	-	-	-	-	-
2010	-	-	-	-	-
2011	-	-	-	-	-
2012	-	-	-	-	-
2013	151	76	75	-	43
2014	135	67	68	-	24

(2013, 2014) ALUMNOS SIN DISCAPACIDAD REPORTADA

\* Se entiende por "estudiante evaluado" quien contestó cinco o más preguntas de las pruebas de cada una de las áreas.

( - ) No se aplican las pruebas o no se tienen reportes debido a que el establecimiento educativo no entregó el material identificado por sede-jornada, o porque se detectaron inconsistencias en la información de estudiantes matriculados en cada sede-jornada. Consulte los resultados del establecimiento educativo.

## ANÁLISIS DE RESULTADOS PRUEBAS SABER

### ANÁLISIS DE RESULTADOS

LENGUAJE GRADO NOVENO				
AÑO	INSUFICIENTE	MINIMO	SATISFACTORIO	AVANZADO
2009	20	48	32	1
2013	9	55	33	2
2014	14	38	38	10

MATEMÁTICAS GRADO NOVENO				
AÑO	INSUFICIENTE	MINIMO	SATISFACTORIO	AVANZADO
2009	31	60	10	0
2013	20	65	15	0
2014	30	54	15	1

CIENCIAS NATURALES GRADO NOVENO				
AÑO	INSUFICIENTE	MINIMO	SATISFACTORIO	AVANZADO
2009	15	62	21	2
2013	-	-	-	-
2014	17	50	26	7

COMPETENCIAS CIUDADANAS GRADO NOVENO				
AÑO	INSUFICIENTE	MINIMO	SATISFACTORIO	AVANZADO
2009	-	-	-	-
2013	10	36	47	8
2014	-	-	-	-

LENGUAJE GRADO QUINTO				
AÑO	INSUFICIENTE	MINIMO	SATISFACTORIO	AVANZADO
2009	13	56	27	5
2013	13	45	31	11
2014	8	41	37	15

MATEMÁTICAS GRADO QUINTO				
AÑO	INSUFICIENTE	MINIMO	SATISFACTORIO	AVANZADO
2009	47	37	11	5
2013	40	35	19	6
2014	44	36	15	5

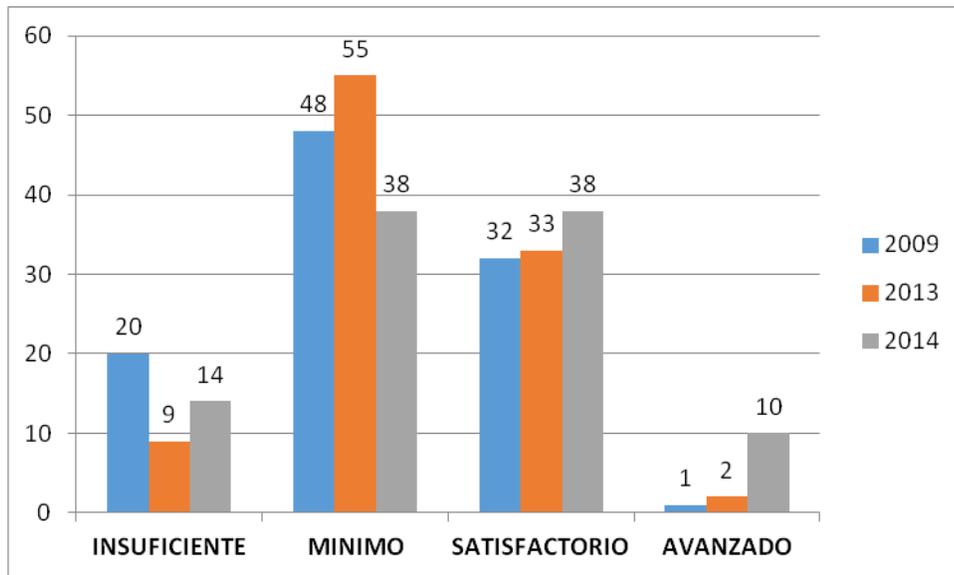
COMPETENCIAS CIUDADANAS GRADO QUINTO				
AÑO	INSUFICIENTE	MINIMO	SATISFACTORIO	AVANZADO
2009	-	-	-	-
2013	24	28	37	10
2014	-	-	-	-

CIENCIAS NATURALES GRADO QUINTO				
AÑO	INSUFICIENTE	MINIMO	SATISFACTORIO	AVANZADO
2009	31	57	11	1
2013	-	-	-	-
2014	9	50	27	14

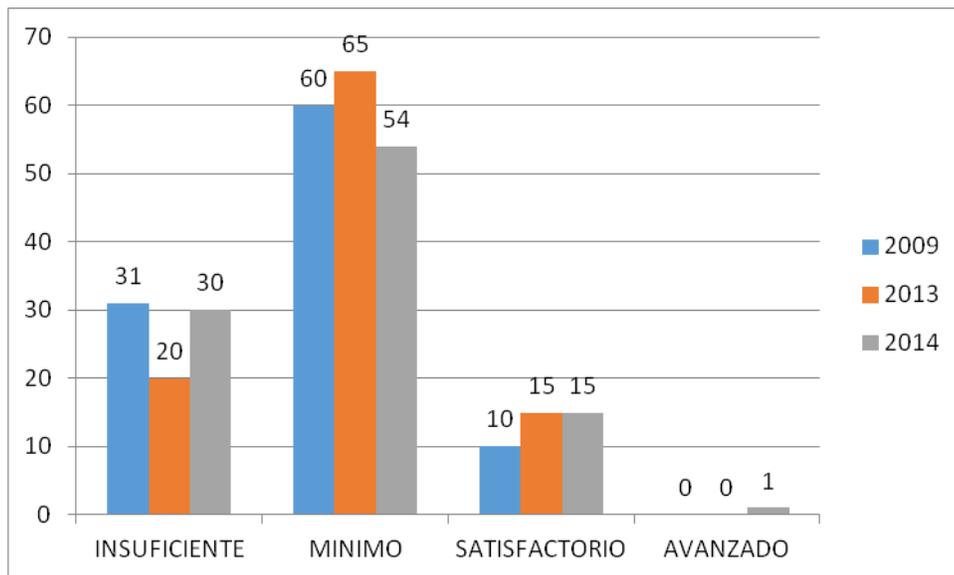
LENGUAJE GRADO TERCERO				
AÑO	INSUFICIENTE	MINIMO	SATISFACTORIO	AVANZADO
2009	-	-	-	-
2013	7	34	39	19
2014	19	33	34	14

MATEMÁTICAS GRADO TERCERO				
AÑO	INSUFICIENTE	MINIMO	SATISFACTORIO	AVANZADO
2009	-	-	-	-
2013	12	37	34	18
2014	14	39	29	19

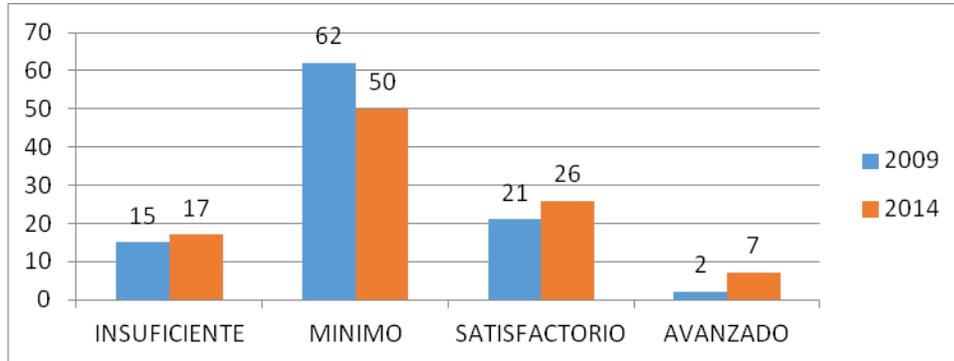
LENGUAJE GRADO NOVENO



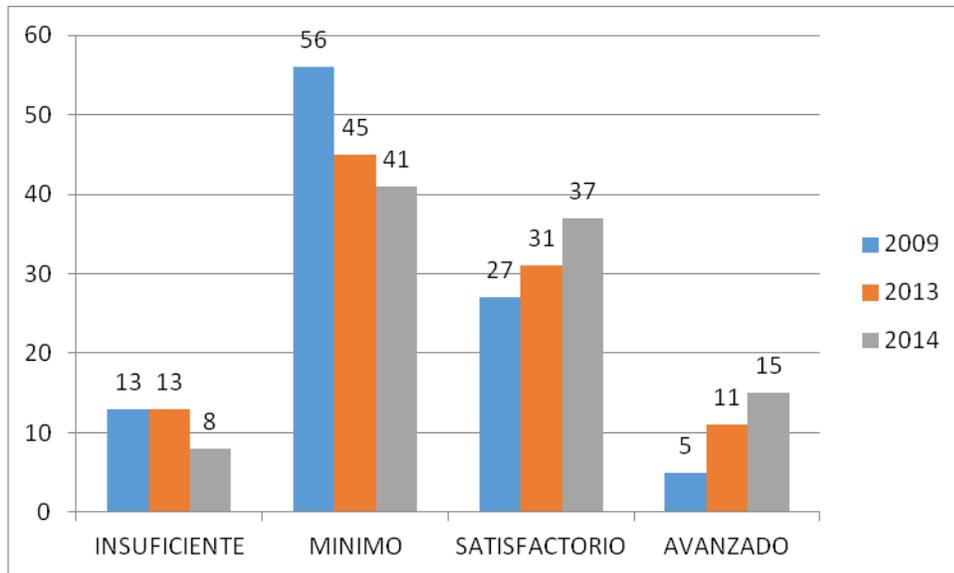
MATEMÁTICAS GRADO NOVENO



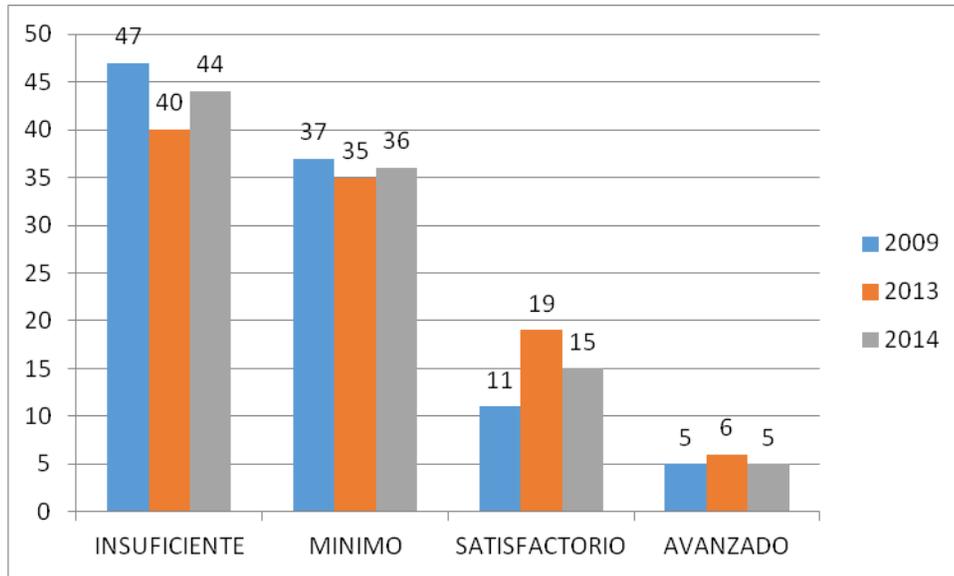
## CIENCIAS NATURALES GRADO NOVENO



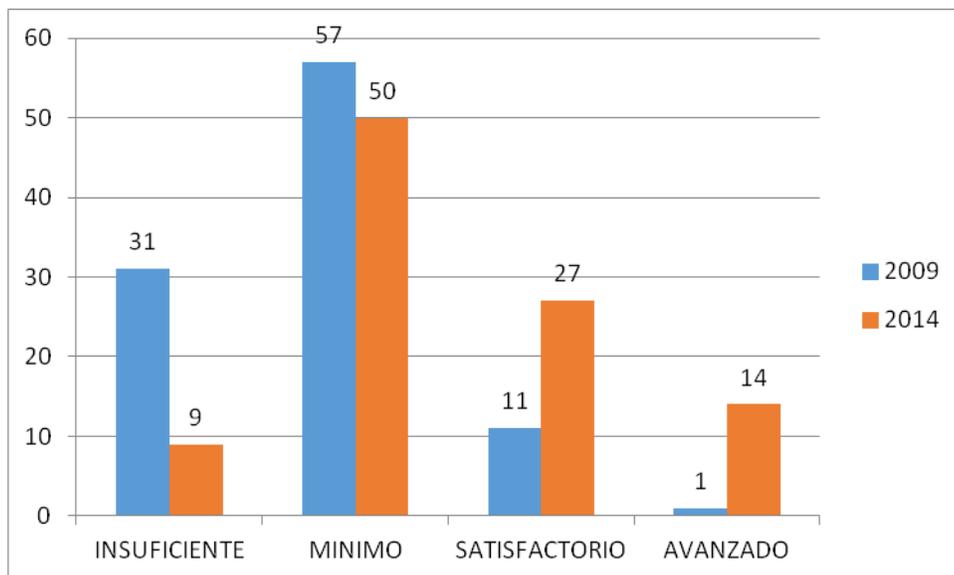
## LENGUAJE GRADO QUINTO



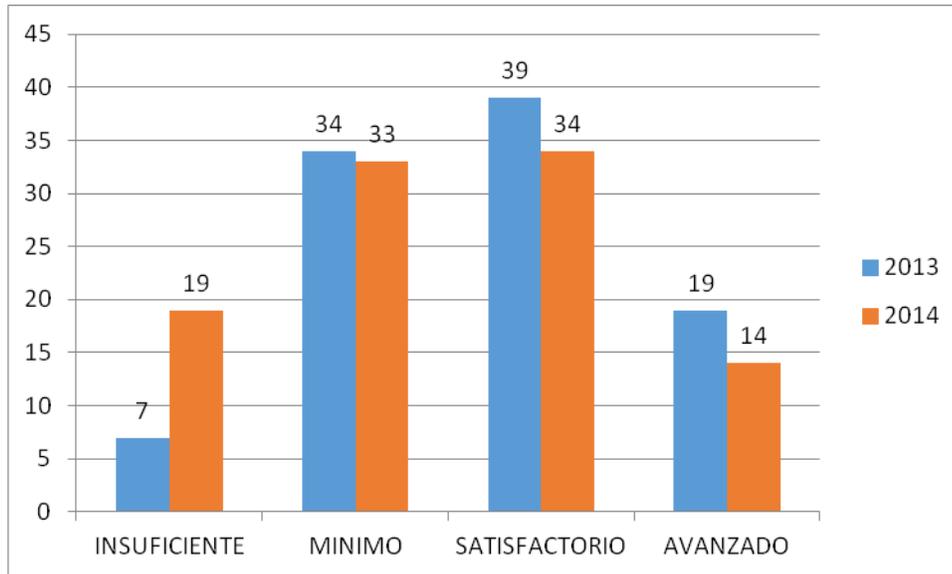
## MATEMÁTICAS GRADO QUINTO



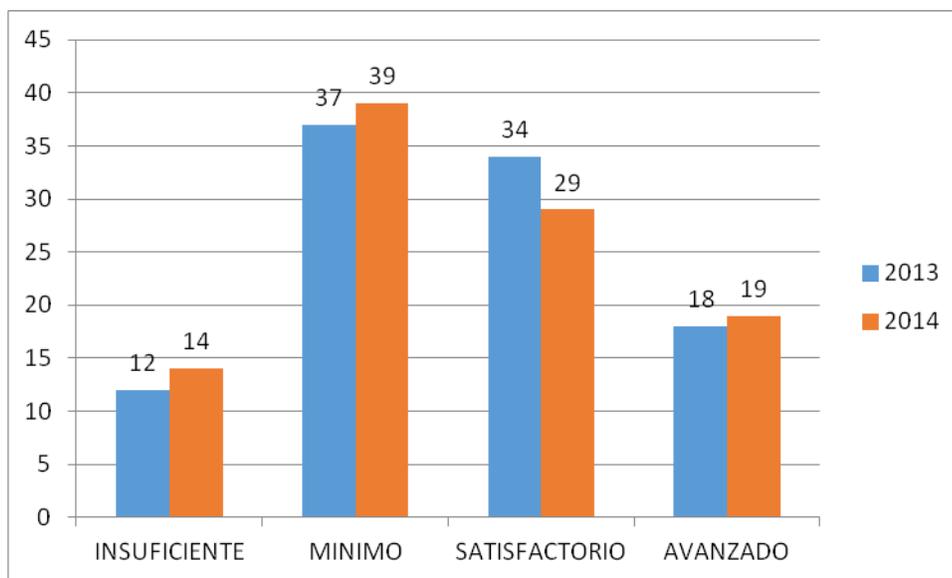
## CIENCIAS NATURALES GRADO QUINTO



## LENGUAJE GRADO TERCERO



## MATEMÁTICAS GRADO TERCERO



## RANGOS DE PUNTAJE

INSUFICIENTE ( 100 – 216 )

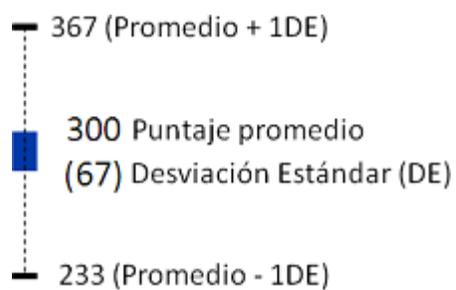
MÍNIMO ( 217 – 311 )

SATISFACTORIO ( 312 – 444 )

AVANZADO (445 – 500)

DESVIACIÓN ESTÁNDAR: 67

PROMEDIO: 300



## CONCLUSIONES

- En las pruebas realizadas al grado noveno, se nota una disminución en el resultado insuficiente y mínimo y un aumento en los niveles de satisfactorio y avanzado; Ambos cambios son evidentes, aunque no muy significativos.
- En los grados quintos, los cambios que se dan entre los diferentes resultados son cambiantes, es decir, unos años disminuyeron los negativos (insuficiente y mínimo) y en otros años aumentaron. Lo mismo ocurrió con los positivos (satisfactorio y avanzado).
- En los grados terceros aumentó el insuficiente y el mínimo también aumentó o disminuyó muy poco en las áreas evaluadas. El satisfactorio y el avanzado disminuyeron con excepción de matemáticas que aumentó levemente el nivel avanzado.
- En términos generales, los puntajes obtenidos por la IEARM, en las asignaturas evaluadas, son similares al puntaje promedio de los establecimientos educativos de Colombia, similares al puntaje promedio de los establecimientos educativos oficiales urbanos, similares al puntaje promedio de los establecimientos educativos oficiales rurales, e inferior al puntaje promedio de los establecimientos educativos no oficiales.
- En términos generales, en cuanto a la desviación estándar, la observada en los puntajes obtenidos por la IEARM, fueron similares en todos los aspectos mencionados en el ítem anterior.
- En Lenguaje, la competencia más fuerte de la IEARM es la Comunicativa Lectora y el componente más fuerte es el semántico.
- En Matemáticas, la competencia más fuerte de la IEARM es planteamiento y resolución de problemas y el componente más fuerte es el numérico variacional y el aleatorio.
- En Ciencias Naturales, la competencia más fuerte de la IEARM es el uso comprensivo del conocimiento científico y el componente más fuerte es ciencia, tecnología y sociedad.
- En las áreas evaluadas, las competencias y los componentes evaluados, se nombran a continuación:

## COMPETENCIAS EVALUADAS

### LENGUAJE

- Comunicativa Lectora
- Comunicativa Escritora

### MATEMÁTICAS

- Razonamiento y Argumentación
- Representación y Modelación
- Planteamiento y Resolución de Problemas

### CIENCIAS NATURALES

- Uso comprensivo del conocimiento científico
- Explicación de fenómenos
- Indagación

## COMPONENTES EVALUADOS

### LENGUAJE

- Semántico
- Pragmático
- Sintáctico

### MATEMÁTICAS

- Numérico Variacional
- Geométrico – Métrico
- Aleatorio

### CIENCIAS NATURALES

- Entorno vivo
- Entorno físico
- Ciencia, Tecnología y Sociedad

### COMPETENCIAS CIUDADANAS

- Componente Conocimiento
- Componente Argumentación
- Componente Multiperspectividad
- Componente Pensamiento sistémico

Análisis y conclusiones realizadas con base en informe recibido por el Icfes, Olimpiadas Medellínenses del Conocimiento. Secretaría de Educación de Medellín.  
[Olimpiadas.conocimiento@medellin.gov.co](mailto:Olimpiadas.conocimiento@medellin.gov.co)

PROPUESTAS DEL MINISTERIO DE EDUCACIÓN  
PARA EL ANÁLISIS DE RESULTADOS EN PRUEBAS SABER  
Y MEJORAMIENTO ACADÉMICO

GRADO NOVENO LENGUAJE Y MATEMÁTICAS

NIVEL	INSUFICIENTE		MÍNIMO		SATISFACTORIO		AVANZADO	
	2013	2014	2013	2014	2013	2014	2013	2014
LENGUAJE	9	14	55	38	33	38	2	10
MATEMATICAS	20	30	65	54	15	15	0	1

NIVEL	LENGUAJE			MATEMÁTICAS		
	DIFERENCIA	SIGNIFICADO	VALORACIÓN	DIFERENCIA	SIGNIFICADO	VALORACIÓN
INSUFICIENTE	+5	INCREMENTO	RETROCESO	+10	INCREMENTO	RETROCESO
MÍNIMO	-17	DECREMENTO	PROGRESO	-11	DECREMENTO	PROGRESO
SATISFACTORIO	+5	INCREMENTO	PROGRESO	0	SIN CAMBIO	SIN CAMBIO
AVANZADO	+8	INCREMENTO	PROGRESO	+1	INCREMENTO	PROGRESO

## GRADO QUINTO LENGUAJE Y MATEMÁTICAS

NIVEL	INSUFICIENTE		MÍNIMO		SATISFACTORIO		AVANZADO	
ÁREA	2013	2014	2013	2014	2013	2014	2013	2014
LENGUAJE	13	8	45	41	31	37	11	15
MATEMÁTICAS	40	44	35	36	19	15	6	5

NIVEL	LENGUAJE			MATEMÁTICAS		
	DIFERENCIA	SIGNIFICADO	VALORACIÓN	DIFERENCIA	SIGNIFICADO	VALORACIÓN
INSUFICIENTE	-5	DECREMENTO	PROGRESO	+4	INCREMENTO	RETROCESO
MÍNIMO	-4	DECREMENTO	PROGRESO	+1	INCREMENTO	RETROCESO
SATISFACTORIO	+6	INCREMENTO	PROGRESO	-4	DECREMENTO	RETROCESO
AVANZADO	+4	INCREMENTO	PROGRESO	-1	DECREMENTO	RETROCESO

## GRADO QUINTO CIENCIAS NATURALES

NIVEL	INSUFICIENTE		MÍNIMO		SATISFACTORIO		AVANZADO	
ÁREA	2009	2014	2009	2014	2009	2014	2009	2014
CIENCIAS NATURALES	31	9	57	50	11	27	1	14

NIVEL	LENGUAJE		
	DIFERENCIA	SIGNIFICADO	VALORACIÓN
INSUFICIENTE	-22	DECREMENTO	PROGRESO
MÍNIMO	-7	DECREMENTO	PROGRESO
SATISFACTORIO	+16	INCREMENTO	PROGRESO
AVANZADO	+13	INCREMENTO	PROGRESO

## GRADO TERCERO LENGUAJE Y MATEMÁTICAS

NIVEL	INSUFICIENTE		MÍNIMO		SATISFACTORIO		AVANZADO	
ÁREA	2013	2014	2013	2014	2013	2014	2013	2014
LENGUAJE	7	19	34	33	39	34	19	14
MATEMÁTICAS	12	14	37	39	34	29	18	19

NIVEL	LENGUAJE			MATEMÁTICAS		
	DIFERENCIA	SIGNIFICADO	VALORACIÓN	DIFERENCIA	SIGNIFICADO	VALORACIÓN
INSUFICIENTE	+12	INCREMENTO	RETROCESO	+2	INCREMENTO	RETROCESO
MÍNIMO	-1	DECREMENTO	PROGRESO	+2	INCREMENTO	RETROCESO
SATISFACTORIO	-5	DECREMENTO	RETROCESO	-5	DECREMENTO	RETROCESO
AVANZADO	-5	DECREMENTO	RETROCESO	+1	INCREMENTO	PROGRESO

### PROPUESTAS DE TRABAJO

- Acciones pedagógicas orientadas a mejorar la situación. Plan de mejoramiento (Día E)
- Herramientas de seguimiento para monitorear el cumplimiento de las acciones planteadas
- Comparativos de resultados de pruebas internas con los obtenidos en pruebas saber.
- Innovación al interior del aula
- Creación de aulas taller
- Trabajar por procesos, teniendo en cuenta las diferencias de los estudiantes.

- Tener en cuenta la autoevaluación del 10% (se debe tener en cuenta al estudiante en su proceso)
- Implementar talleres de pensamiento lógico, desde las diferentes áreas.
- Abrir más espacios para el trabajo de las diferentes áreas y de los diferentes grados.
- Todos los profesores tengamos acceso a los diferentes recursos institucionales (salas de sistemas, video beam, entre otros).
- Creación de la sala de materiales, independiente de la biblioteca. Esta última, ojalá siempre se tenga acceso a sus recursos.
- Consecución y uso de diferentes recursos y materiales didácticos en el desarrollo de las clases.



## B. Anexo: Encuesta Diagnóstica Noveno

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANGELA RESTREPO MORENO

ENCUESTA DIAGNÓSTICA GRADOS OCTAVO Y NOVENO 2015

POBLACIÓN: Alumnos grado octavo y noveno 2015 IEARM

MUESTRA: Alumnos octavo uno, noveno uno, 2015 IEARM

ÁREA: Matemáticas

DIRIGIDA A: Estudiantes de grados octavos y novenos de la IEARM

OBJETIVO: Determinar referentes cognitivos matemáticos generales en los estudiantes del grado octavo, de la Institución Educativa Ángela Restrepo Moreno

Lee detenidamente cada pregunta. Contesta cada una de la manera más sincera posible. Señala las respuestas que consideres pertinentes y especifica la razón de éstas.

1. ¿Cuál asignatura del área de matemáticas recuerdas? ¿Por qué?

- a. Aritmética\_\_\_\_    b. Geometría\_\_\_\_    c. Álgebra\_\_\_\_    d. Estadística\_\_\_\_  
e. Medición \_\_\_\_    f. Otras\_\_\_\_    Cuál? \_\_\_\_\_    g. Ninguna \_\_\_\_

---



---

2. ¿Cuál asignatura del área te ha parecido más fácil? ¿Por qué?

- a. Aritmética\_\_\_\_    b. Geometría\_\_\_\_    c. Álgebra\_\_\_\_    d. Estadística\_\_\_\_  
e. Medición \_\_\_\_    f. Otras\_\_\_\_    Cuál? \_\_\_\_\_    g. Ninguna \_\_\_\_

---



---

---

3. ¿Cuál asignatura del área te ha parecido más difícil? ¿Por qué?

- a. Aritmética\_\_\_\_    b. Geometría\_\_\_\_    c. Álgebra\_\_\_\_    d. Estadística\_\_\_\_  
e. Medición \_\_\_\_    f. Otras\_\_\_\_    Cuál? \_\_\_\_\_    g. Ninguna \_\_\_\_
- 
- 

4. ¿Cuál estrategia de enseñanza consideras que ha contribuido a que tu aprendizaje sea más significativo? (Señala las dos más relevantes)

- a. Exposición del profesor \_\_\_\_    b. Trabajo en equipos \_\_\_\_    c. Juegos\_\_\_\_  
d. Trabajo por proyectos \_\_\_\_    e. Copia del libro guía \_\_\_\_  
f. Construcción de elementos \_\_\_\_    g. Exposiciones de los compañeros \_\_\_\_  
h. Otras \_\_\_\_    Cuáles \_\_\_\_\_

5. ¿Consideras que el aprendizaje algebraico (variacional), está relacionado con el aritmético (numérico)? Si \_\_\_\_ No \_\_\_\_ ¿Por qué?

---

---

6. ¿Consideras que la asignatura de algebra te proporciona herramientas para la solución de diferentes situaciones problema en matemática?

Si \_\_\_\_ No \_\_\_\_ ¿Por qué?

---

---

7. ¿Crees que el desarrollo del algebra comprende las demás asignaturas del área de las matemáticas?

Si \_\_\_\_ No \_\_\_\_ ¿Por qué?

---

---

---

8. ¿Cuáles contenidos y/o operaciones algebraicos recuerdas, entiendes, operas y practicas?

SUMA\_\_\_\_ RESTA\_\_\_\_ MULTIPLICACIÓN\_\_\_\_ DIVISIÓN\_\_\_\_  
POTENCIACION Y RADICACION\_\_\_\_ ECUACIONES\_\_\_\_  
FACTORIZACIÓN\_\_\_\_

9. ¿Consideras que las matemáticas son necesarias y/o importantes en tu cotidianidad?

Si \_\_\_\_\_ No\_\_\_\_ ¿por qué?

---

---

10. ¿Consideras que estos temas que ha aprendido en matemáticas, te han servido para tu vida?

Si \_\_\_\_\_ No\_\_\_\_ ¿por qué?

---

---

OBSERVACIONES, SUGERENCIAS\_\_\_\_\_

---

GRACIAS POR TU COLABORACIÓN

## C. Anexo: Encuesta Diagnóstica Octavo

INSTITUCIÓN EDUCATIVA ANGELA RESTREPO MORENO

ENCUESTA MATEMÁTICA (ALGEBRAICA) GRADO OCTAVO 2015

POBLACIÓN: Alumnos grado octavo 2015 IEARM

MUESTRA: Alumnos octavo uno 2015 IEARM

ÁREA: Matemáticas

DIRIGIDA A: Estudiantes de grado octavo de la IEARM

OBJETIVO: Determinar referentes cognitivos algebraicos presentes en los estudiantes del grado octavo, de la Institución Educativa Ángela Restrepo Moreno

- 1) Completa la siguiente tabla, colocando al frente de cada frase matemática verbal, la correspondiente representación en lenguaje algebraico

No.	LENGUAJE MATEMÁTICO VERBAL	LENGUAJE ALGEBRAICO
1	El doble de un número más cinco	
2	La tercera parte de un número, disminuida en cuatro	
3	El cubo de la mitad de un número	
4	La suma de cuatro números consecutivos	
5	La sexta parte de un número disminuido en un medio	
6	Dos veces la suma de dos números	
7	En un rectángulo un lado es la mitad del otro	
8	Un terreno rectangular, su ancho es la mitad del largo	
9	El ancho de un rectángulo, es las tres cuartas partes de su longitud	
10	El triple de la diferencia de dos números	
11	Un número de tres cifras	
12	La semisuma de dos números	
13	El primero al cuadrado menos el segundo al cuadrado	
14	Resta de cubos	
15	El primero al cuadrado, menos dos veces el primero por el segundo, más el segundo al cuadrado	

- 2) **Calcula la superficie de las siguientes figuras en función de las longitudes  $a$  y  $b$  que tienes en la parte superior del dibujo.** Utiliza una regla o escuadra como ayuda. Da la respuesta de forma algebraica.

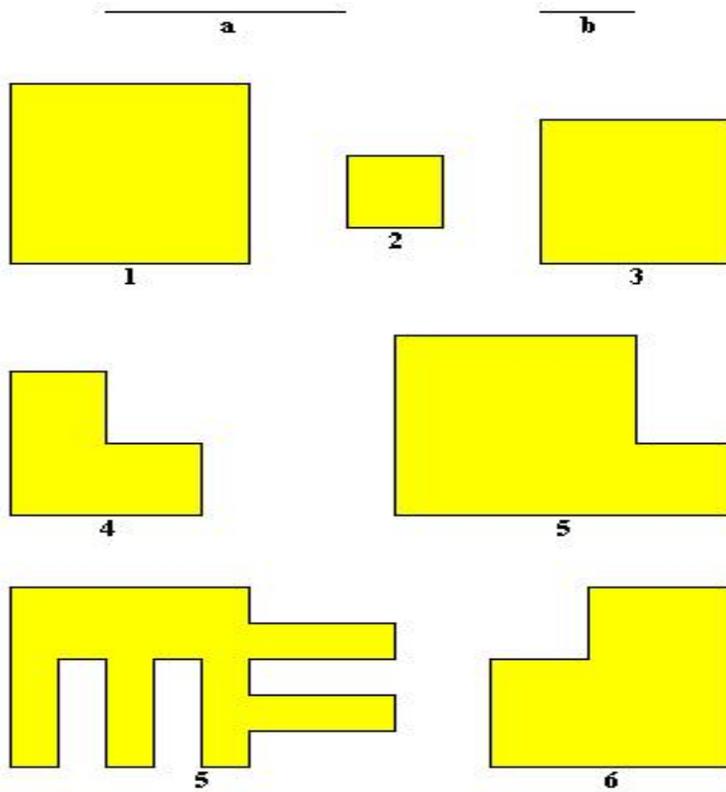
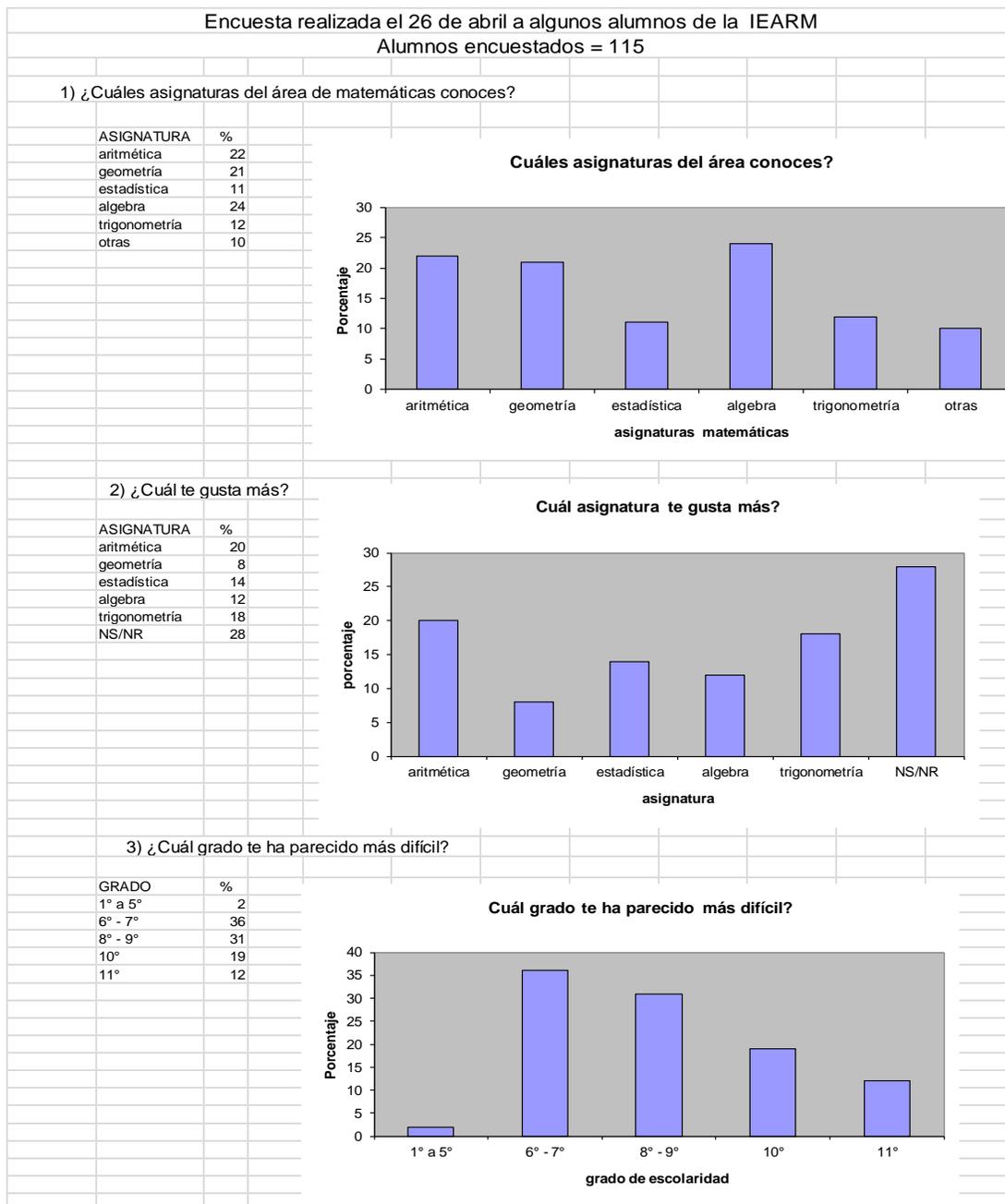


FIGURA NÚMERO	ÁREA
1	
2	
3	
4	
5	
6	

GRACIAS POR TU COLABORACIÓN

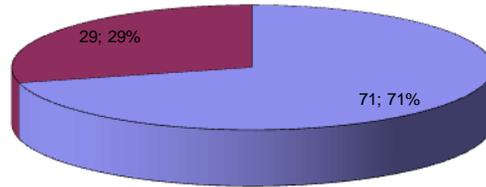
## D. Anexo: Encuesta 2011



4) ¿Te gusta el área de matemáticas?

SI	71
NO	29

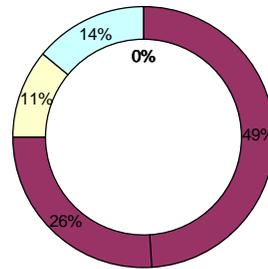
**Te gustan las matemáticas?**



5) ¿Cuál tema de las diferentes asignaturas del área te ha llamado más la atención?

TEMA	CANT
Suma y resta	49
Fraccionarios	26
Ninguno en especial	11
NS/NR	14

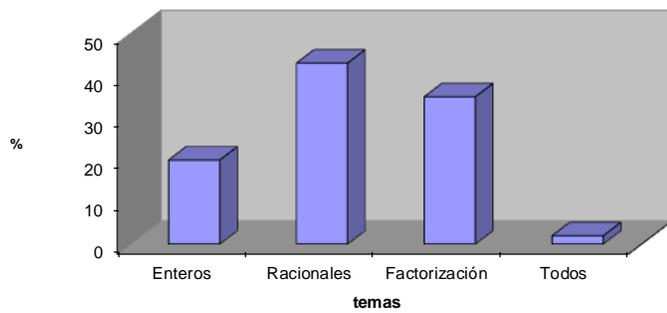
**Cuál tema te ha llamado más la atención?**



6) ¿Cuál tema te ha parecido más difícil?

TEMA	%
Enteros	20
Racionales	43
Factorización	35
Todos	2

**Cuál tema te ha parecido más difícil?**



7) ¿Cuál método de enseñanza te ha hecho comprender más los contenidos del área?

Método	%
Explicación magistral	36
Práctica	39
Trabajo en equipos	9
otras	12
ns/nr	4



## E. ANEXO EXTERNO 1

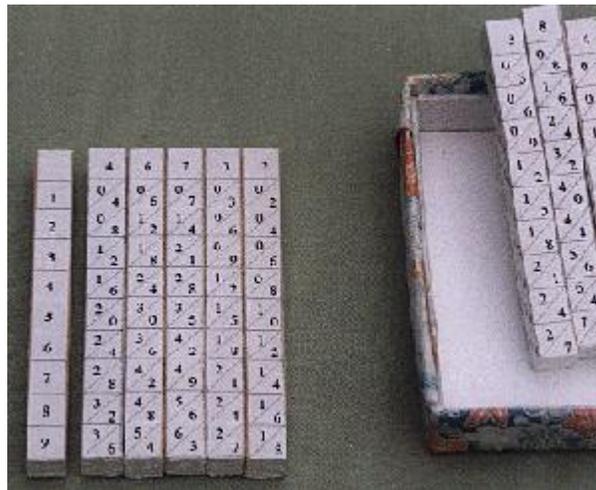
INSTITUCION EDUCATIVA ANGELA RESTREPO MORENO

EXPOSICION MATEMÁTICAS- ULTRAMATEMÁTICAS

FERIA EXPLORA SEPTIEMBRE 24 AL 28 DE 2012

- HUESOS DE NAPIER

Siglo XVII, matemático escocés Jhon Napier, matemático y teólogo. Material de hueso o marfil. Napier bones fue el primer nombre que recibió su método. Sirven para realizar las operaciones básicas



Como ejemplo sencillo de su funcionamiento, nos basaremos en la figura superior, en ella intentaremos multiplicar el numero  $46732 * 7 = 327.124$ .

Usando este dispositivo colocamos las tablas de madera como se muestra en la figura, y obtenemos de ella los valores correspondientes a la columna del 7, es decir:

$$2/8 \quad 4/2 \quad 4/9 \quad 2/1 \quad 1/4$$

Y sumamos los números contiguos entre los símbolos de división:

$$2 / 8 + 4 / 2 + 4 / 9 + 2 / 1 + 1 / 4 = 327.124$$

Veamos ahora un ejemplo con una multiplicación de mayor envergadura, para ello nos basamos en la siguiente imagen que muestra todas las tablillas existentes.

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	0
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27	
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36	
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45	
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54	
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63	
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72	
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81	

Si queremos multiplicar el número  $46732 * 298 = 13,926.136$ .

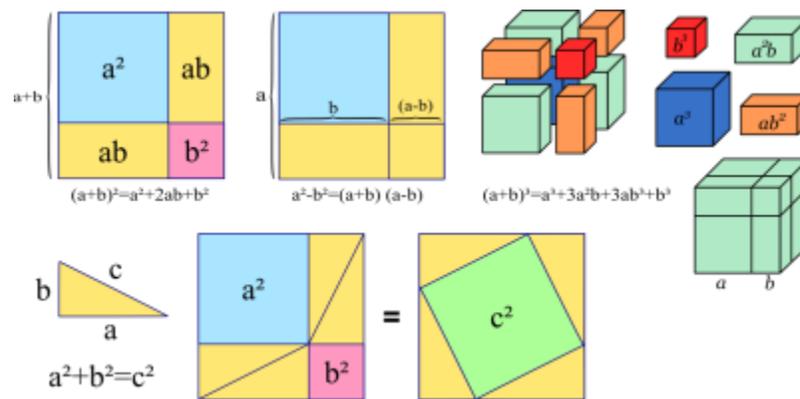
Si repetimos el mismo proceso usado anteriormente, obtenemos estas tres filas de valores:

$$\begin{array}{r}
 0 \ 8 \ 1/2 \ 1/4 \ 0/6 \ 0/4 \\
 3/6 \ 5/4 \ 6/3 \ 2/7 \ 1/8 \\
 3/2 \ 4/8 \ 5/6 \ 2/4 \ 1/6 \\
 \hline
 13 \ 9 \ 2 \ 6 \ 1 \ 3 \ 6
 \end{array}$$

- ALGEBRA GEOMETRICA

Pitágoras de Samos(580-520 a. C.) y sus seguidores (los pitagóricos) realizaron aportes significativos en Matemáticas, Astronomía y Música. Partiendo de la recopilación de hechos concretos que tenían como base los problemas prácticos relacionados con la necesidad de cálculos aritméticos, mediciones y construcciones geométricas, lograron producir resultados abstractos que unieron en sistemas teóricos. La Aritmética, como conjunto de conocimientos relacionados con las propiedades generales de las operaciones con números naturales se fue separando como una rama independiente y sometieron la Geometría a un proceso de abstracción y sistematización.

El descubrimiento de la existencia de irracionales mediante la imposibilidad de expresar la diagonal de un cuadrado como múltiplo y/o parte de sus lados les indujo a considerar que existen más segmentos que números. Para dar respuesta a la necesidad de una teoría que abarca magnitudes racionales e irracionales crearon un método de cálculo geométrico general conocido como **Álgebra Geométrica**. Así la suma era interpretada como adición de segmentos, el producto de a por b como rectángulo de lados a y b, etc.



El **Álgebra Geométrica** alcanzó su máximo esplendor en Elementos de Euclides de Alejandría (365-300 a. C.) y Cónicas de Apolonio de Perga (247-205 a. C.), con la restricción a la regla y el compás como únicos medios auxiliares posibles en las construcciones geométricas. En correspondencia con el ideal de recta y círculo como perfección de lo recto y lo curvo, según Platon (427-348 a. C.). Bajo este método de cálculo geométrico la resolución de ecuaciones cuadráticas fue vista como problema de anexión de áreas y las identidades algebraicas como conjunto de posiciones geométricas

- ABACO

Un ábaco es un objeto que sirve para facilitar cálculos sencillos (sumas, restas y multiplicaciones) y operaciones aritméticas. Su origen se remonta a la zona de Asia Menor, muchos años antes de nuestra era. Quizás fue el primer dispositivo mecánico de contabilidad que existió. Se ha calculado que tuvo su origen hace al menos 5000 años y su efectividad ha soportado la prueba del tiempo. Es difícil imaginarse contando sin números, pero hubo una época cuando no existían los números escritos. Los primeros dispositivos para contar fueron las manos humanas y sus dedos. Entonces, como largas cantidades (mas de lo que 10 dedos humanos podían representar) fueron contadas, varios artículos

---

naturales como piedrecillas y ramitas fueron usadas para ayudar a contar. Los comerciantes quienes negociaban artículos, no solo necesitaban una buena forma para contar lo comprado y lo vendido, si no también para calcular el costo de esos artículos. Hasta que los números fueron inventados, los dispositivos para contar eran usados para hacer cálculos todos los días.

A partir de esta necesidad surgen aparatos como el ábaco. El término procede del griego abax que significa tabla o superficie plana cubierta de polvo, que a su vez procede del hebreo abaq que significa polvo. El primer ábaco era un tablero cubierto por una capa de arena (polvo) que permitía trazar con facilidad dibujos y cantidades, y borrarlas. En esta "pizarra de mano" se podían trazar líneas paralelas, en estas se desplazaban pequeñas piedras. Este parece ser el origen de esta herramienta de cálculo, aunque no sepamos quienes fueron sus inventores.

Este dispositivo en la forma moderna en que la conocemos, realmente apareció en el siglo 13 DC y sufrió varios cambios y evoluciones en su técnica de calcular.

- TORTA FRACCIONARIA

Las fracciones tal y como las usamos hoy, no existían en Europa hasta el siglo XVII, la palabra fracción proviene del latín "fractio" que significa quebrar. Para entender cómo se desarrollaron las fracciones tal como las conocemos hoy, primero debemos ver cómo eran los primeros sistemas numéricos.

Los egipcios cerca del año 1800 A.C, ya escribían fracciones. Su sistema de numérico tenía símbolos separados para 1, 10, 100, 1000, 10000, 100000, 1000000. El sistema de escritura de los egipcios usaban imágenes que fueron llamados jeroglíficos, algunas imágenes para los números eran:

Un ejemplo de cómo escribirían los egipcios el número 276 es:

Los egipcios escribían las fracciones usando lo que hoy llamamos unidad de fracción, una unidad de fracción tiene en el numerador el número 1. En lugar del número 1 los egipcios usaban la imagen de una boca, que significaba parte.

- TORRE DE HANOI

**Torres de Hanói** es un rompecabezas o juego matemático inventado en 1883 por el matemático francés Édouard Lucas.<sup>1</sup> Este solitario se trata de un juego de ocho discos de radio creciente que se apilan insertándose en una de las tres estacas de un tablero. El objetivo del juego es crear la pila en otra de las estacas siguiendo dos reglas: Las piezas se trasladan de una en una y no se puede colocar una pieza mayor sobre una menor. El problema es muy conocido en la ciencia de la computación y aparece en muchos libros de texto como introducción a la teoría de algoritmos.

El problema de las **Torres de Hanói** es curiosísimo porque su solución es muy rápida de calcular, pero el número de pasos para resolverlo crece exponencialmente conforme aumenta el número de discos. Existen algunas versiones del problema con un número diferente de varillas. Aunque se conocen algoritmos eficientes que resuelven el problema con 3 varillas de manera óptima, no se han encontrado aún sus contrapartidas para cualquier número (N igual o superior a 3) de ellas.

- BLOQUES LOGICOS

Constan de 48 piezas sólidas, generalmente de madera o plástico, y de fácil manipulación. Cada pieza se define por cuatro variables: **color**,

**forma, tamaño y grosor.** A su vez, a cada una de las piezas se le asignan diversos valores:

- **El color:** rojo, azul y amarillo.
- **La forma:** cuadrado, círculo, triángulo y rectángulo.
- **Tamaño:** grande y pequeño.
- **Grosor:** grueso y delgado.

Cada bloque se diferencia de los demás al menos en una de las características, en dos, en tres o en las cuatro.

### **Los bloques lógicos: utilidad-objetivos**

Los bloques lógicos sirven para poner a los niños ante una serie de situaciones que les permitan llegar a adquirir determinados conceptos matemáticos y contribuir así al desarrollo de su pensamiento lógico.

A partir de la actividad con los bloques lógicos, el niño llegará a:

- Nombrar y reconocer cada bloque
- Reconocer cada una de sus variables y valores
- Clasificarlos atendiendo a un solo criterio, como puede ser la forma o el tamaño, para pasar después a considerar varios criterios a la vez.
- Comparar los bloques estableciendo las semejanzas y las diferencias.
- Realizar seriaciones siguiendo distintas reglas.
- Establecer la relación de pertenencia.
- Definir elementos por la negación.

Los bloques lógicos son un gran recurso pedagógico en la etapa de Educación Infantil. Son infinitas las actividades que podemos llevar a cabo en el aula a través de los bloques lógicos, y por ello, mencionaré algunas de las actividades a

las que mejor responden los niños desde mi experiencia docente.

### **1. Juego libre**

- Construcciones, de forma que se vayan familiarizando con ellos.
- Dibujar la silueta sobre el papel.
- Juegos de simulación: tenderos, mamás...
- Hacer caminos.
- Objetos simbolizados: coche, bici, pelota...

### **2. Presentación de los bloques**

Dar un bloque al compañero y que describa sus características según los cuatro criterios: color, tamaño, grosor y forma. Si se confunden es muy significativo que sea otro alumno el que le corrija y nunca el profesor, de forma que todos aprendan de todos.

### **3. Juego de las familias**

Consiste en agrupar teniendo en cuenta únicamente un criterio. Por ejemplo los colores. Primero que el niño haga una agrupación y en segundo lugar que sea el profesor el que agrupe y pregunte por el criterio. De esta forma iremos aumentando los criterios que entran en juego según el nivel de los alumnos.

### **4. Escondite**

Consiste en quitar una pieza y pedir al alumno que indique cuál es la que no está ahora que antes estaba. Con los niños se trabaja normalmente de tres a siete piezas.

### **5. Caminos**

- **5.1.** Consiste en hacer un camino con bloques y el niño tiene que atravesarlo nombrando todos los bloques. Si se confunde tiene que volver a empezar.
- **5.2.** Construir un camino dando un criterio. Estilo dominó empezamos con una pieza y la siguiente tiene que guardar relación con alguna variable de la anterior.
  - 5.2.1. Darles el camino formado y que te digan ellos que relación tiene cada una con la anterior.
  - 5.2.2. Que construyan ellos mismos el camino y se pregunten entre los compañeros, de forma que para participar todos, cada uno hace uno y pregunta a su pareja, interviniendo la profesora si fuera necesario.
- **5.3.** Hacer caminos sin especificar ninguna condición.

## **6. Seriaciones**

Consiste en colocar las piezas mediante un criterio y pedirle al alumno que te diga cual es el criterio y confirme la serie correspondiente. Los criterios se irán aumentando según se vayan asimilando, es necesario seguir una progresión lógica, sin cambios bruscos. De aquí este mismo ejercicio le podemos llevar luego al papel.

- **6.1.** Serie abierta: cuando la ficha que tenemos que colocar puede abarcar muchas posibilidades.
- **6.2.** Serie cerrada: cuando la ficha que tenemos que colocar sólo acepta una ficha determinada.

## **7. Juego de la memoria**

Colocamos la ficha, sin ningún criterio. Posteriormente quitamos una ficha y preguntamos al niño cuál falta.

- **7.1.** Podemos retirar la ficha y dejar el hueco.
- **7.2.** Retirar la ficha uniendo las demás de forma que no dejemos hueco.

- **7.3.** Que sean los niños los que quiten una pieza y pregunten a sus compañeros así tendrán que centrar la atención todos, tanto los que lo tienen que adivinar como el que la ha apartado para decir si es esa o no.

## **8. Pintamos la casa**

Consistiría en elaborar sobre un papel, cartulina, corcho, diferentes casas. Por ejemplo una casa pequeña roja y una grande amarilla. Las casas tendrán de tejado un triángulo, de fachada dos cuadrados y a un lado un patio con la forma de un rectángulo. Mandaríamos al niño colocar encima el bloque correspondiente para lo cual en los casos anteriores se necesita que el niño distinga entre grande y pequeño y entre rojo y amarillo. Necesitaría para la casa pequeña un triángulo pequeño, dos cuadrados y un rectángulo pequeños en color rojo. Y para la grande amarilla necesitaría un triángulo, dos cuadrados y un rectángulo grandes de color amarillo. De la misma manera podríamos introducir nuevas variables.

## **9. Intersección de conjuntos**

Se colocan los bloques esparcidos sobre la pizarra, procurando que queden espaciados. Propondremos dos propiedades, por ejemplo círculos y amarillos. Uno de los niños se encargará de rodear los círculos, lo cual puede hacer con una tiza de color blanco y otro rodeará los amarillos con tiza de este color. Tienen que llegar a descubrir que hay unos bloques que pertenecen a un niño y también al otro, que están en el espacio que queda entre los cruces de las líneas blanca y amarilla, porque tienen las dos propiedades, ser círculos y ser amarillos.

## **10. La serpiente**

Se trata de dibujar una gran serpiente y colocarla sobre la pizarra, en la pared o bien en el suelo. El cuerpo de la serpiente estará dividido y en cada partición irá un bloque lógico movable de forma que en algunas de las particiones no pondremos nada y según la secuencia será el niño el que tendrá que adivinar que pieza que estará en otro panel tendrá que colocar.

- CUBO SOMA

El CUBO SOMA es un puzzle tridimensional, diseñado en 1936 por el poeta , soñador, matemático y escritor danés Piet Hein

No fue un puzzle demasiado popular hasta 1969 cuando Parker Bros lo empaquetó como "La respuesta 3D al Tangram", pero tuvo la mala suerte de coincidir con otro cubo de 27 piezas que se hizo mucho más popular y absorbió durante bastante tiempo la atención de los puzzles de forma cúbica.

Está constituido por 7 piezas (6 de ellas formadas por 4 pequeños cubos y una sólo por 3) que son todas las figuras cóncavas que podemos formar con 3 ó 4 cubos pequeños adosados por una cara.

Las siete figuras o piezas del Soma se pueden identificar con un número o con una letra:

El problema "base" es formar un cubo.

Se ha podido comprobar que se puede de 240 maneras diferentes, aunque Pablo Milrud ha calculado que este número puede llegar hasta 358. Así que, en principio, no debería de ser difícil encontrar una. Por añadidura hay otras muchas figuras que pueden realizarse con él.

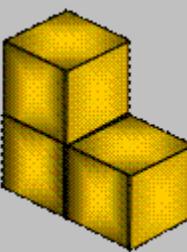
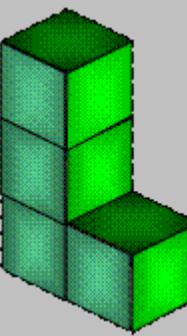
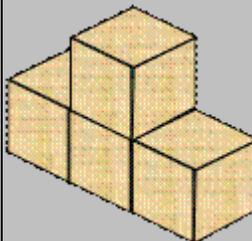
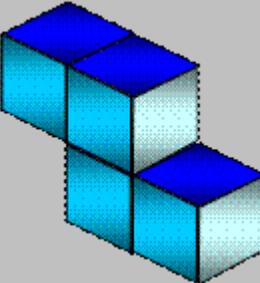
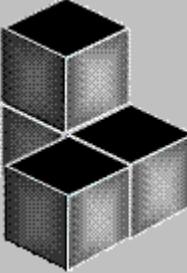
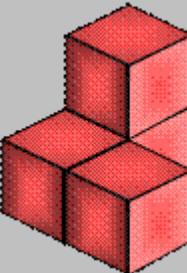
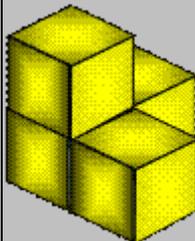
Lo normal es que afrontemos los desafíos y busquemos la solución a base de ensayo y error, pero sería aconsejable intentar primero ubicar las piezas más irregulares e intentar, a continuación, visualizar la posible posición de las demás

en el espacio que nos queda. Este es uno de los mayores encantos:

¡¡Encontrar nuestras propias reglas que se irán añadiendo poco a poco para conseguir lo que buscamos"

En general, y debido a las 3 dimensiones, es más complicado que el tangram, pero resulta muy entretenido. Una cosa es cierta, cuantas mas haces, comprobarás que mas rápido las resuelves.

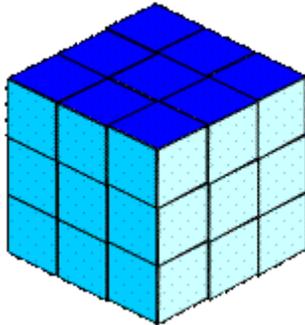
**LAS PIEZAS**

 <p>EL CUBO SOMA</p>			
	<p>1.- Triónimo plano en forma de L</p>	<p>2.- Tetrónimo en plano en forma de L</p>	<p>3.- Tetrónimo en plano en forma de T</p>
			
<p>4.- Tetrónimo plano en forma de</p>	<p>5.- Tetrónimo tridimensional</p>	<p>6.- Tetrónimo tridimensional</p>	<p>7.- Tetrónimo tridimensional de</p>

Z	de forma	de forma	forma de trípode
	helicoidal	helicoidal	
	dextrógira	levógira	

El conjunto de soluciones puede diagramarse a través de un grafo que conecta entre sí las distintas posiciones alcanzables por medio de movimientos admisibles.

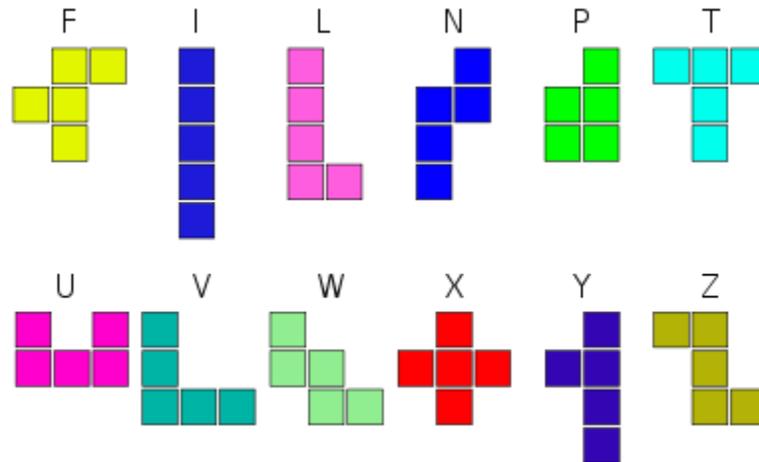
Este estrecho vínculo entre grafos y cubos no es una casualidad, pertenece a una rama de las Matemáticas como lo es la combinatoria matemática discreta.



- PENTOMINÓ

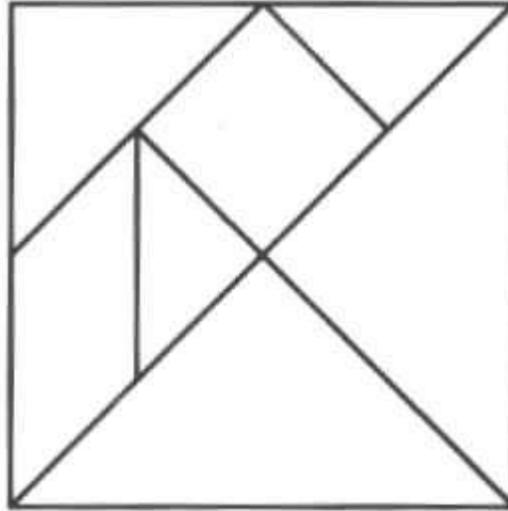
Los pentominós o 'juego de pentominós' fueron presentados al mundo matemático en 1954 por un catedrático de la Universidad del Sur de California, Solomon W. Golomb. En 1957, la revista *Scientific American* publicó un primer artículo sobre ellos. Desde entonces se han convertido en un pasatiempo popular, además de propiciar diversas investigaciones y resultados.

Un **pentominó** (Griego *πέντε / pente*) son poliforma de la clase poliomínó que consiste en una figura geométrica compuesta por cinco cuadrados unidos por sus lados. Existen doce pentominós diferentes, que se nombran con diferentes letras del abecedario. Los pentominós obtenidos a partir de otros por simetría axial o por rotación no cuentan como un pentominó diferente.



- TANGRAM

El Tangram es un juego chino muy antiguo llamado Chi Chiao Pan, que significa tabla de la sabiduría. El puzzle consta de siete piezas o "tans" que salen de cortar un cuadrado en cinco triángulos de diferentes formas, un cuadrado y un paralelogramo. El juego consiste en usar todas las piezas para construir diferentes formas. Aunque originalmente estaban catalogadas tan solo algunos cientos de formas, hoy día existen más de 10.000



- TEODOLITO

El primer teodolito fue construido en 1787 por el óptico y mecánico Ramsden. Los antiguos instrumentos, eran demasiado pesados y la lectura de sus limbos (círculos graduados para medir ángulos en grados, minutos y segundos) muy complicada, larga, y fatigosa. Eran construidos en bronce, acero, u otros metales. El ingeniero suizo Enrique Wild, en 1920, logró construir en los talleres ópticos de la casa Carl Zeiss (Alemania), círculos graduados sobre cristal para así lograr menor peso, tamaño, y mayor precisión, logrando tomar las lecturas con más facilidad.

- GEOPLANO

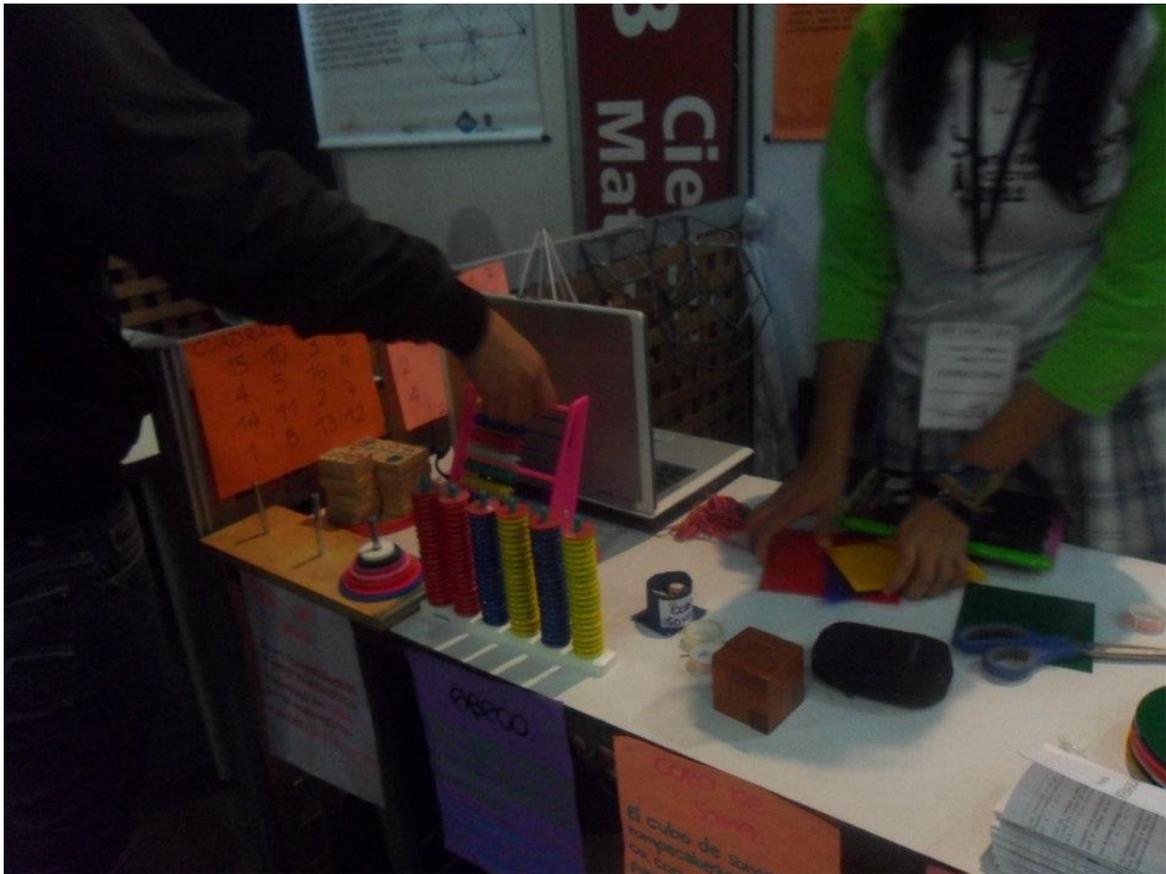
El **geoplano** es un recurso didáctico para la introducción de gran parte de los conceptos geométricos; el carácter manipulativo de éste permite a los niños una mayor comprensión de toda una serie de términos abstractos, que muchas veces o no entienden o generan ideas erróneas en torno a ellos.

Fue creado por el matemático italiano Caleb Gatteo (1911-1988) a raíz de la necesidad de enseñar la geometría de una forma más didáctica y no del método convencional que muchas veces no quedaba entendido y se generaban ideas erróneas de este.

Consiste en un tablero cuadrado, generalmente de madera, el cual se ha cuadrículado y se ha introducido un clavo en cada vértice de tal manera que éstos sobresalen de la superficie de la madera unos 2cm. El tamaño del tablero es variable y está determinado por un número de cuadrículas; éstas pueden variar desde 9 (3 x 3) hasta 121 (11 x 11). El trozo de madera utilizado no puede ser una plancha fina, ya que tiene que ser lo suficientemente grueso -2cm aproximadamente- como para poder insertar los clavos de modo que queden firmes y que no se ladeen. Sobre esta base se colocan gomas elásticas de colores que se sujetan en los clavos formando las figuras geométricas que se deseen.

- TABLA DE SUMAS BASICAS , CARTAS OPERACIONES, ENTRE OTRAS.







## F. ANEXO EXTERNO 2

Lenguaje aritmético	Lenguaje algebraico
promedio de 3 números	$\frac{a+b+c}{3}$
suma del consecutivo de 4 números	$x+(x+1)+(x+2)+(x+3)$
el primero al cuadrado más 2 veces el primero por el segundo más el segundo al cuadrado	$x^2+2xy+y^2$
Area de un cuadrado	$x \cdot x = x^2$
Area de un rectángulo	$x \cdot y = xy$

### TCP

$(a+b)^2 = (a+b)(a+b)$   
 $a^2+ab+ab+b^2$   
 $a^2+2ab+b^2$

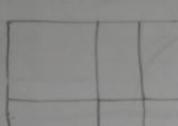
$(a-b)^2 = (a-b)(a-b)$   
 $a^2-ab-ab+b^2$   
 $a^2-2ab+b^2$



### TRINOMIOS

$x^2+bx+c$   
 $(x+3)(x+2)$   
 $x^2+3x+2$

IX IX IX II II



$ax^2+bx+c$   
 $3x^2+11x+6$

$\begin{matrix} \text{IX} & \text{IX} & \text{IX} & \text{II} & \text{II} \\ \text{II} & \text{II} & \text{II} & \text{II} & \text{II} \end{matrix}$

$(3x)^2 + 11(3x) + 18$   
 $(3x+9)(3x+2)$   
 $(x+9)(3x+2)$







