



UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Implementación del modelo cinemático y dinámico y control de movimiento de un mecanismo planar 2R con componentes elásticos en las articulaciones

Yesid Alfonso Caicedo Amaranto

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica
Bogotá, Colombia
2018

Implementación del modelo cinemático y dinámico y control de movimiento de un mecanismo planar 2R con componentes elásticos en las articulaciones

Yesid Alfonso Caicedo Amaranto

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Ingeniería Mecánica

Director:

Ricardo Emiro Ramírez Heredia Dr-Ing.

Línea de Investigación:

Automatización, Control y Mecatrónica

Grupo de Investigación:

Grupo de Investigación en Plataformas Robóticas UNROBOT

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica

Bogotá, Colombia

2018

(Dedicatoria)

Este trabajo está dedicado a mi familia, a los que me apoyaron incondicionalmente y a los que siempre creyeron en mí.

Agradecimientos

Al ingeniero Ricardo Emiro Ramírez Heredia, quien como director de tesis prestó su tiempo, conocimiento y experiencia en el desarrollo de la investigación.

A los ingenieros Jonathan Piza, Juan Fernando López, Edgar Sepúlveda y Vanessa Sora por el diseño y la construcción del mecanismo planar 2R.

A los Laboratorios de Automatización de Máquinas, Mecatrónica y Diseño de Máquinas y Prototipos por facilitarme las herramientas, espacio y conocimiento durante las actividades prácticas.

Resumen

En esta tesis se desarrollan los modelos matemáticos de la cinemática y dinámica y una estrategia para el control de movimiento de un mecanismo planar 2R, el cual imita el movimiento de la cadera y la rodilla en el plano sagital durante la marcha humana y posee componentes elásticos en las articulaciones. Se inicia con una revisión bibliográfica de algunos métodos para el control de movimiento de Sistemas de Accionamiento Flexible, haciendo énfasis en aplicaciones robóticas, dispositivos de rehabilitación de miembro inferior y Actuadores Elásticos Seriales (SEA), correspondiendo estos últimos a los utilizados en el mecanismo. A continuación se desarrollan los modelos matemáticos, determinando la cinemática directa a partir del método de Denavit-Hartenberg y la dinámica inversa a partir del método de Lagrange-Euler. Estos modelos se implementan posteriormente para predecir el movimiento de los actuadores en función del movimiento de las articulaciones, cuyos resultados se comparan con los obtenidos en pruebas realizadas al equipo real. Finalmente se desarrolla la estrategia para el control de movimiento del mecanismo, para lo cual se realizaron pruebas de desempeño a los controladores internos en los actuadores; a partir de estos resultados se desarrolló, implementó y evaluó un algoritmo basado en una forma simplificada del control adaptativo por planificación de ganancias, usando dos puntos de ajuste de los parámetros en los controladores internos y tomando como criterio de evaluación las desviaciones angulares entre cada articulación y su actuador.

Palabras clave: Mecanismo planar 2R, Sistemas de Accionamiento Flexible, Actuadores Elásticos Seriales, trayectorias articulares, marcha humana, controladores internos, desviaciones angulares.

Abstract

In this thesis the mathematical models of the kinematics and dynamics, and a strategy for the movement control of a 2R planar mechanism are developed; this mechanism imitates the movement of hip and knee in sagittal plane during the human gait and it has elastic components in the joints. It begins with a literature review of some methods for movement control of Compliant Actuation Devices, emphasizing robotic applications, lower limb rehabilitation devices and Serial Elastic Actuators (SEA), the latter corresponding to those used in the mechanism. Then the mathematical models are developed, determining the direct kinematics from Denavit-Hartenberg method and the inverse dynamics from Lagrange-Euler method. These models are subsequently implemented to predict the actuators movement from the joints movement, whose results are compared with those obtained in performance tests on the real equipment. Finally, the strategy for the movement control of the mechanism is developed, for which performance tests on the internal controllers in the actuators were made; based on these results, an algorithm based on a simplified form of adaptive control for gains planning was developed, implemented and evaluated, using two adjustment points of the parameters in the internal controllers and taking as an evaluation criterion the angular deviations between each joint and its actuator.

Keywords: 2R planar mechanism, Compliant Actuation Devices, Serial Elastic Actuators, joint trajectories, human gait, internal controllers, angular deviations.

Contenido

	Pág.
Resumen	IX
Lista de figuras	XIII
Lista de tablas	XVI
Introducción	1
1. Marco teórico	5
1.1 Marcha humana	5
1.2 Sistemas de accionamiento flexible	9
1.2.1 Actuadores elásticos seriales	10
1.3 Métodos de control para sistemas de accionamiento flexible	12
1.3.1 Control de impedancia mecánica	13
1.3.2 Método de histéresis torsional sin sensores	20
1.3.3 Control PD con compensación de gravedad	21
1.3.4 Control basado en planitud diferencial	22
1.3.5 Análisis de la información	22
1.4 Criterios de desempeño basados en la integral del error	23
2. Modelos cinemático y dinámico	27
2.1 Cinemática directa	27
2.1.1 Geometría	27
2.1.2 Posiciones	29
2.1.3 Velocidades	31
2.2 Dinámica inversa	33
2.2.1 Mecanismo	33
2.2.2 Actuadores	40
3. Aplicación de modelo dinámico	43
3.1 Consideraciones	43
3.1.1 Modelo de comportamiento 1	44
3.1.2 Modelo de comportamiento 2	45
3.2 Definición de las trayectorias articulares	46
3.2.1 Marcha consultada en la literatura	46
3.2.2 Prueba en actuador sin carga	47
3.2.3 Generación de la marcha a implementar	50
3.3 Pruebas en el mecanismo con marcha implementada	52
3.3.1 Descripción del equipo real	52
3.3.2 Descripción de las pruebas	54

3.3.3	Resultados.....	55
3.4	Obtención de curvas de servomotores	58
4.	Control de movimiento	63
4.1	Evaluación del control interno de los servomotores.....	63
4.1.1	Descripción de las pruebas.....	63
4.1.2	Resultados.....	64
4.2	Estrategia de control para la marcha	68
4.2.1	Diseño del algoritmo	69
4.2.2	Implementación	70
4.2.3	Resultados.....	72
5.	Conclusiones y recomendaciones	77
5.1	Conclusiones.....	77
5.2	Recomendaciones.....	78
A.	Anexo: Programación de marcha	81
A.1	Tablas de datos para marchas	81
A.2	Códigos usados durante las pruebas.....	85
A.2.1	Pruebas de implementación del modelo matemático	86
A.2.2	Pruebas de desempeño de controladores internos	90
A.2.3	Pruebas con algoritmo de control propuesto.....	94
B.	Anexo: Parámetros dinámicos.....	101
B.1	Mecanismo	101
B.2	Actuadores	104
6.	Bibliografía.....	105

Lista de figuras

	Pág.
Figura 1.1: Planos del cuerpo humano.	6
Figura 1.2: Movimiento de cadera, rodilla, tobillo y tronco durante la marcha.	7
Figura 1.3: Trayectorias articulares de la marcha humana obtenidas por Winter.	8
Figura 1.4: Dispositivos de accionamiento flexible.	9
Figura 1.5: Actuador elástico serial.	10
Figura 1.6: Control de fuerza en un actuador elástico serial.	10
Figura 1.7: Junta elástica.	11
Figura 1.8: Control de impedancia con control de torque y velocidad en cascada.	14
Figura 1.9: Esquema de control flexible.	15
Figura 1.10: Diagrama de bloques del control de la articulación.	16
Figura 1.11: Control flexible variable propuesto.	17
Figura 1.12: Controlador musculoesquelético virtual.	18
Figura 1.13: Controlador por modo deslizante integral para los dedos del BERUL.	19
Figura 1.14: Control de manipulador adaptativo.	19
Figura 1.15: Diagrama de bloques del control de histéresis torsional sin sensores.	21
Figura 1.16: Control PD con compensación de gravedad.	22
Figura 2.1: Geometría del mecanismo planar 2R.	29
Figura 3.1: Movimiento articular para modelo 2.	45
Figura 3.2: Trayectoria Winter de la cadera.	47
Figura 3.3: Trayectoria Winter de la rodilla.	47
Figura 3.4: Control de posición para los servomotores Dynamixel MX-28T.	48
Figura 3.5: Trayectoria del ciclo sin carga.	49
Figura 3.6: Movimiento cíclico sin carga.	49
Figura 3.7: Velocidad durante el movimiento cíclico sin carga.	49
Figura 3.8: Trayectoria simplificada de la cadera.	50
Figura 3.9: Trayectoria simplificada de la rodilla.	51
Figura 3.10: Mecanismo planar 2R ensamblado.	53
Figura 3.11: Movimiento de la cadera durante prueba 1.	55
Figura 3.12: Movimiento de la rodilla durante prueba 1.	56
Figura 3.13: Movimiento de la cadera durante prueba 2.	56
Figura 3.14: Movimiento de la rodilla durante prueba 2.	57
Figura 3.15: Movimiento de la cadera durante prueba 3.	57
Figura 3.16: Movimiento de la rodilla durante prueba 3.	57
Figura 3.17: Curvas de posición angular en servomotor de la cadera.	59

Figura 3.18: Curvas de posición angular en servomotor de la rodilla.....	59
Figura 3.19: Curvas de torque en servomotor de cadera.....	59
Figura 3.20: Curvas de torque en servomotor de rodilla.	60
Figura 4.1: Movimiento de la cadera para $P=16$ y $D=0$	64
Figura 4.2: Movimiento de la rodilla para $P=16$ y $D=0$	65
Figura 4.3: Movimiento de la cadera para $P=32$ y $D=0$	65
Figura 4.4: Movimiento de la rodilla para $P=32$ y $D=0$	65
Figura 4.5: Movimiento de la cadera para $P=32$ y $D=16$	66
Figura 4.6: Movimiento de la rodilla para $P=32$ y $D=16$	66
Figura 4.7: Esquema de control propuesto para el mecanismo planar 2R.....	68
Figura 4.8: Diagrama de bloques para cada servomotor.	69
Figura 4.9: Algoritmo para definir los parámetros de control.....	70
Figura 4.10: Movimiento de la cadera con alternativa 1.....	72
Figura 4.11: Movimiento de la rodilla con alternativa 1.	72
Figura 4.12: Movimiento de la cadera con alternativa 2.....	73
Figura 4.13: Movimiento de la rodilla con alternativa 2.	73
Figura 4.14: Movimiento de la cadera con alternativa 4.....	73
Figura 4.15: Movimiento de la rodilla con alternativa 4.	74

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 2-1: Parámetros de Denavit-Hartenberg para el mecanismo Pierna-Cadera-Talón.	29
Tabla 3-1: Comparación entre marchas Winter y simplificada.	52
Tabla 3-2: Especificaciones técnicas del mecanismo planar 2R.	53
Tabla 3-3: Puntos iniciales de referencia durante marcha implementada.	55
Tabla 3-4: Períodos del ciclo de marcha implementada.....	58
Tabla 3-5: Desempeño de modelos para posición angular de servomotores.	61
Tabla 4-1: Resultados de desempeño para el control interno de los servomotores.	67
Tabla 4-2: Alternativas de control.	71
Tabla 4-3: Resultados de desempeño de las alternativas de control.	74
Tabla 4-4: Desempeño de la estrategia de control.....	75

Introducción

Una de las áreas de aplicación de la robótica en la actualidad son los robots humanoides, donde gran parte de la investigación está dirigida al estudio y desarrollo de la caminata bípeda. En este tipo de robots es necesario controlar tanto el movimiento como el equilibrio durante la marcha. Para garantizar esto se han utilizado las técnicas de control existentes para robots articulados.

Debido a que la robótica se ha utilizado mayoritariamente en el sector industrial, donde el ambiente es controlado y las operaciones a realizar son repetitivas, los robots de posición controlada con trayectorias de articulación predefinidas han sido los más utilizados [1]. Por esta razón en robótica se ha utilizado el criterio de “más rígido es mejor” refiriéndose a la interfaz entre el actuador y la carga, debido a que el aumento de rigidez mejora la precisión, la estabilidad y el ancho de banda del control de posición [2]. Sin embargo, cuando el ambiente es no controlado y poco conocido, los robots de fuerza controlada que puedan responder satisfactoriamente a las condiciones del entorno son los más indicados. Este es el caso de robots caminantes, exoesqueletos, brazos robóticos que interactúan con la gente, prótesis y otras aplicaciones [1].

Debido a que los motores eléctricos usados en robots móviles en general operan con bajos torques, es decir que solo alcanzan alta potencia con altas velocidades, para manejar grandes cargas y en el caso de los robots articulados, girar a determinados ángulos menores a 360° , es necesario implementar reductores. Esto conlleva cargas de fricción, contragolpe, rizado de torque y ruido, además de un incremento en la inercia reflejada, por lo cual las cargas de choque causarán elevadas fuerzas en los dientes de los engranajes. También se incrementa el daño al ambiente y a personas en caso de contacto inesperado [2].

En el caso de robots caminantes, cada pierna tiene una fase de balanceo (swing) considerada como de movimiento libre y una fase de apoyo (stance) considerada como

de movimiento restringido donde se considera que hay impacto al contacto del pie con el suelo. Debido a que en la fase de apoyo la pierna está sometida a la fuerza de reacción del suelo es necesario reducir la desviación entre la fuerza deseada y la fuerza de salida de cada actuador. Esta desviación es causada por factores como impedancia, fricción y ancho de banda [1]. Teniendo en cuenta lo anterior uno de los factores a tener en cuenta en el desarrollo de caminantes bípedos es la impedancia mecánica, la cual es la relación entre la fuerza ejercida por el actuador sobre el entorno y su movimiento, por lo tanto tiene en cuenta las características físicas intrínsecas del robot, las características deseadas impuestas por el controlador y la reacción frente a obstáculos [3].

Debido a lo anterior el criterio de “más rígido es mejor” pierde validez para el control de fuerza, debido a que una interfaz actuador-carga demasiado rígida será más susceptible a las cargas de impacto además de reducir la estabilidad y la precisión del control. El aumento de rigidez también implica un coste energético tanto en control de posición como en control de fuerza [2].

El desarrollo de prótesis de pierna ha permitido demostrar que la introducción de elementos elásticos en las articulaciones permite una marcha más natural [4]. Aplicando estas experiencias al desarrollo de robots caminantes, se ha demostrado que los actuadores elásticos presentan las siguientes ventajas con respecto a los actuadores rígidos [2]:

- Presentan baja impedancia, haciendo que los efectos de la inercia del motor y la fricción en el reductor sean poco significativos.
- El elemento elástico permite que se mejore la tolerancia al impacto.
- La transmisión de fuerza y/o torque a través los engranajes se hace más suave, permitiendo el uso de reductores más baratos.
- Se suaviza la transmisión de torque del motor, permitiendo utilizar modelos más baratos.
- El elemento elástico permite el almacenamiento y liberación de energía, mejorando la eficiencia del mecanismo.
- Los actuadores elásticos presentan baja impedancia a altas frecuencias.

Un ejemplo de dispositivos con impedancia mecánica variable son los actuadores elásticos seriales desarrollados en el MIT. Además de los robots caminadores [5], estos actuadores se han aplicado en brazos robóticos [6], ortésis [7] y exoesqueletos [8].

Teniendo en cuenta los antecedentes, la investigación y desarrollo de robots caminantes puede realizar los siguientes aportes:

Social

- En la rehabilitación de pacientes con pérdida de miembro inferior las plataformas robóticas pueden utilizarse tanto para el estudio de la caminata humana como para el desarrollo de prótesis de pierna [9].
- En labores de búsqueda y rescate se pueden utilizar robots humanoides para prestar apoyo al personal de socorro [10].

Académico

- La robótica educativa ha logrado generar en los estudiantes motivación y compromiso con sus propios procesos de aprendizaje y con el cumplimiento de la oferta educativa [11].
- El estudio de la marcha humana ha involucrado la utilización de robots bípedos.

Tecnológico

- Los robots humanoides pueden utilizarse para la evaluación de elementos de protección personal [12].
- Para la exploración de zonas que representen un riesgo significativo para la vida o integridad de las personas (volcanes, derrumbes, socavones, etc.) se pueden utilizar robots humanoides teleoperados.

Con este trabajo se busca implementar el modelo cinemático y dinámico y el control de movimiento de un mecanismo planar 2R que imita los movimientos de la cadera y la rodilla durante la marcha humana, el cual tiene elementos elásticos en las articulaciones. Para esto se usa como punto de partida el modelo teórico que describe la dinámica del mecanismo y a partir de este y de las condiciones del equipo real se escoge la estrategia de control a utilizar, la cual se aplica a través del desarrollo de un algoritmo. Una vez desarrollado el algoritmo se implementa en el equipo real y se evalúa su desempeño.

1. Marco teórico

Este capítulo contiene los fundamentos correspondientes tanto a la marcha humana como a los sistemas de accionamiento flexible, dedicando una sección a los actuadores elásticos seriales. Aunque se mencionan las ecuaciones generales de la dinámica de los actuadores elásticos seriales, el proceso para determinarlas se detalla en el capítulo 2. También se mencionan los diferentes métodos que se han desarrollado para el control de movimiento de los sistemas de accionamiento flexible.

Es importante mencionar que la totalidad de la información teórica consultada no se limita a este capítulo y se hace mención a otros conceptos, métodos y técnicas en los capítulos siguientes.

1.1 Marcha humana

El estudio de la marcha humana, caracterizada por ser de una forma de locomoción bípeda (también presente en las aves [13]), ha sido objeto de estudio por diversas razones, entre las que se destacan las necesidades médicas y la robótica. En el primer caso el estudio se aplica tanto al diagnóstico y tratamiento de enfermedades y discapacidades motoras como al desarrollo de dispositivos de rehabilitación (prótesis y ortésis). En el segundo caso se aplica al desarrollo de robots humanoides y exoesqueletos.

La marcha humana se caracteriza por ser un proceso cíclico, donde cada pierna tiene un movimiento periódico de una posición de apoyo a otra en la dirección del movimiento, de forma que siempre se mantienen las fuerzas de reacción del piso sobre la extremidad de soporte [14] (cuando un individuo corre, existe una fase donde ambos pies están separados del piso). Cada ciclo de la marcha humana está dividido en dos pasos: el primer paso comienza con una fase de simple apoyo, donde un pie está apoyado en el

piso mientras la pierna contraria mueve el otro pie al siguiente punto de apoyo y se finaliza con una fase de doble apoyo donde ambos pies están apoyados en el suelo; la pierna que estaba en balanceo en el primer paso, pasa a ser pierna de apoyo en el segundo paso repitiéndose las fases de apoyo simple y doble apoyo [15].

Para abordar el estudio de la marcha humana es importante tener en cuenta la planimetría del cuerpo humano [16], donde se reconocen tres planos perpendiculares entre sí: plano sagital, plano frontal y plano transversal (fig. 1.1). La trayectoria de las articulaciones de las piernas se determina en el plano sagital a través de mediciones experimentales realizadas en un sujeto sano. En la fig. 1.2 se muestra la evolución angular promedio de las articulaciones de cada pierna y la posición del tronco durante el ciclo de marcha [17]. A nivel de la cadera se llama flexión al movimiento que lleva al muslo hacia adelante del plano frontal y extensión al movimiento que lleva al muslo hacia atrás del plano frontal. A nivel de la rodilla se llama extensión al movimiento que lleva la pierna hacia adelante y flexión al movimiento que la lleva hacia atrás. A nivel del tobillo se llama flexión dorsal al movimiento que lleva el pie hacia adelante y flexión plantar al movimiento que lo lleva hacia atrás. A nivel del tronco ocurre una inclinación hacia el lado de la pierna oscilante.

Figura 1.1: Planos del cuerpo humano [16].

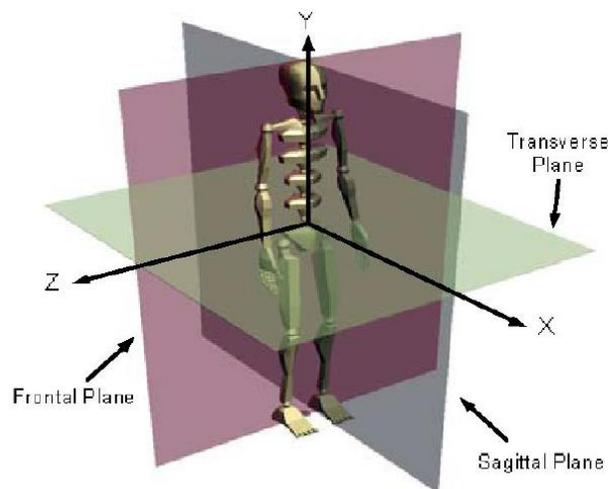
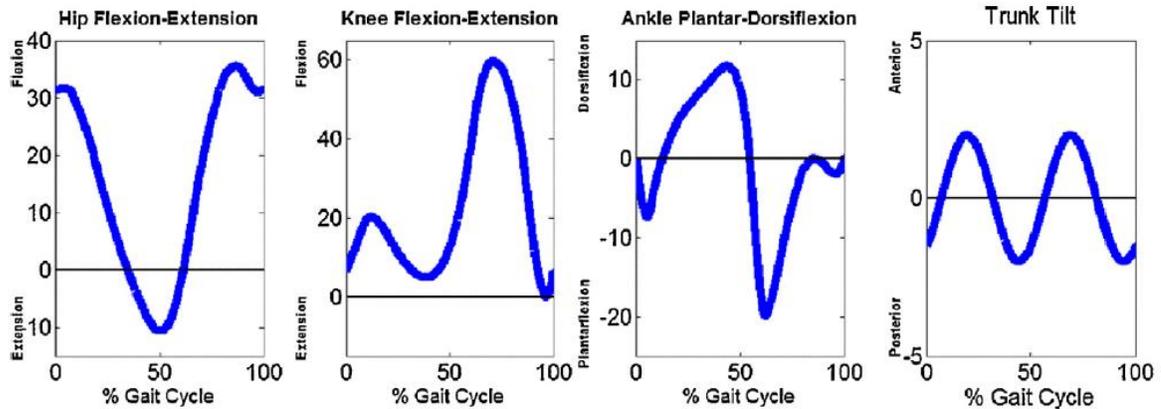


Figura 1.2: Movimiento de cadera, rodilla, tobillo y tronco durante la marcha [17].

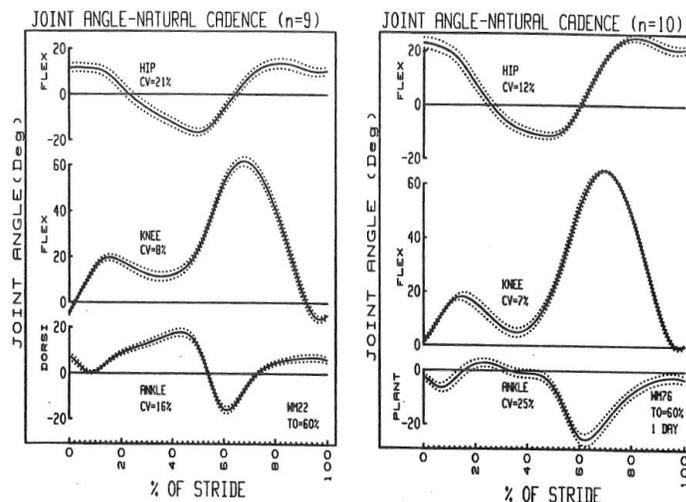


Se puede observar que la articulación de la cadera tiene una posición de flexión de 30° en el momento de contacto inicial con el suelo, luego se extiende hasta alcanzar una posición de -10° durante la fase de apoyo para volver a flexionarse hasta un ángulo de 35° durante la fase de balanceo y finalmente se extiende hasta 30° . La articulación de la rodilla inicia desde una posición de extensión completa en el instante de contacto inicial con el suelo, se flexiona aproximadamente 20° al momento de recibir la carga, seguido de un período de extensión progresiva durante la fase de apoyo en la que se alcanza un ángulo aproximado de 5° ; posteriormente la rodilla se flexiona 40° justo antes de despegar la punta del pie y continúa hasta 60° en la fase de balanceo y finalmente la pierna se extiende hasta el momento del impacto del talón. La articulación del tobillo empieza desde 0° en el momento de contacto inicial con el suelo, alcanza una posición de -8° por flexión plantar hasta que la planta del pie toca el suelo, luego se en flexión dorsal hasta 12° durante la fase de apoyo y nuevamente se mueve en flexión plantar hasta un ángulo de -20° antes de despegar el pie del suelo, durante la fase de balanceo se mueve en flexión dorsal hasta 0° y antes de alcanzar el suelo se mueve en flexión plantar hasta -2° , volviendo a moverse a flexión dorsal hasta 0° en el momento de contacto del talón con el suelo. La inclinación del tronco sigue un movimiento oscilatorio con amplitud de 2° aproximadamente [18]. Las gráficas de la fig. 1-2 se usarán como punto de partida para elaborar las trayectorias articulares a implementar en el algoritmo de control.

Para calcular la duración de cada fase de la caminata humana se divide el ciclo de marcha en porcentajes de duración. Se ha convenido en tomar como punto inicial el instante en que el talón derecho hace contacto con el suelo. Este contacto es considerado como instantáneo (0% de duración del ciclo). A continuación ambos pies permanecen en contacto con el suelo (doble soporte) entre 0% y 15% del ciclo, donde el pie izquierdo se levanta progresivamente del piso. Cuando la punta del pie izquierdo se despegas del suelo empieza una fase de soporte simple donde el pie derecho está en contacto con el suelo y la pierna izquierda está en fase de balanceo. Esta fase se mantiene entre 15% y 50% del ciclo. Luego el talón izquierdo hace contacto instantáneo con el suelo y empieza la segunda fase de doble soporte, la cual dura entre 50% y 65% del ciclo y termina cuando la punta del pie derecho se despegas del suelo. Luego empieza la segunda fase de soporte simple, donde el pie izquierdo está en contacto con el suelo y la pierna derecha está en fase de balanceo. Esta fase se mantiene entre 65% y 100% del ciclo y termina cuando el talón derecho hace contacto nuevamente con el suelo [19].

Estas trayectorias se han obtenido experimentalmente a partir del estudio de la biomecánica en personas durante su marcha normal. Un estudio detallado sobre este movimiento fue realizado por David A. Winter [20], que permitió obtener información cuantitativa sobre la cinemática de las articulaciones durante un ciclo de marcha, tomando como punto inicial el aterrizaje del talón derecho; el modelo cinemático obtenido de este estudio se conoce como marcha Winter.

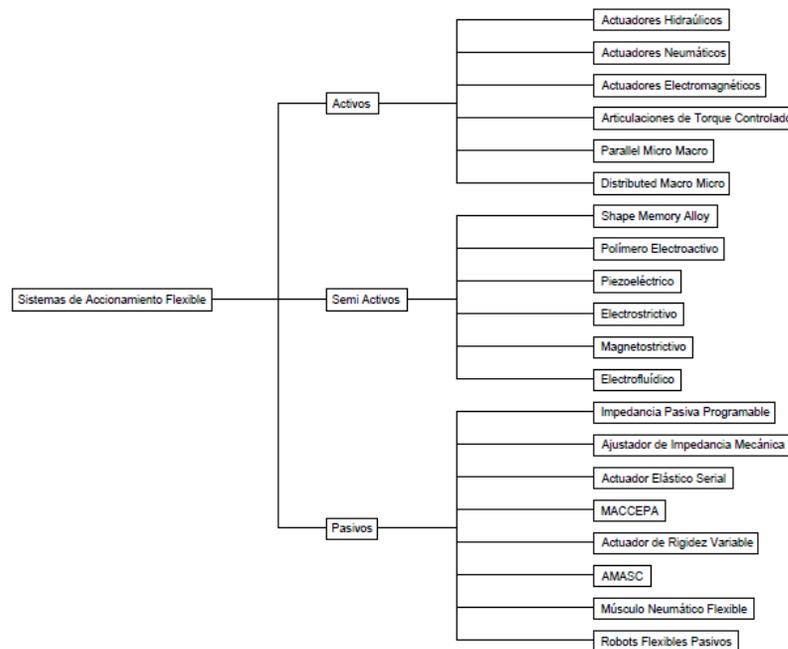
Figura 1.3: Trayectorias articulares de la marcha humana obtenidas por Winter [21].



1.2 Sistemas de accionamiento flexible

Debido a que muchas aplicaciones de la robótica requieren interacción con personas y/o el entorno, es necesario enfocar su diseño en aumentar la seguridad tanto de las personas como del entorno y del mismo robot, especialmente con respecto a las colisiones que se puedan presentar. En el caso de robots caminantes también es importante que estos respondan adecuadamente ante las fuerzas de reacción que ejerce el suelo. Para esto el robot debe tener una flexibilidad ante las fuerzas externas, es decir, que se permita una desviación con respecto a la posición de equilibrio. A partir de este requerimiento se han desarrollado los dispositivos de accionamiento flexible (Compliant Actuation Devices) los cuales se clasifican en tres grupos: activos, pasivos y semiactivos [22]. En los dispositivos de accionamiento flexible activos se tienen actuadores rígidos y la flexibilidad es implementada por el controlador. En los dispositivos de accionamiento flexible pasivos se implementa un elemento elástico en cada actuador y mantiene un control rígido. Los dispositivos de accionamiento flexible semiactivos incluyen tanto elementos elásticos en los actuadores como un control flexible. En la figura 1.4 se ilustran ejemplos de dispositivos de accionamiento flexible.

Figura 1.4: Dispositivos de accionamiento flexible (modificado de [22]).



1.2.1 Actuadores elásticos seriales

El mecanismo Cadera-Pierna-Talón a estudiar en la presente tesis fue construido con actuadores elásticos seriales (SEA), los cuales son un tipo de dispositivos de accionamiento flexible pasivos. Estos actuadores fueron inventados por Gill Pratt y Matthew Williamson [2] y consisten en un resorte introducido entre la salida del reductor y la carga (fig. 1.5). La fuerza se calcula a partir de un sensor de posición y mediante la ley de Hooke:

$$F = -k\Delta x \tag{1.1}$$

El resorte introducido permite convertir el problema de control de fuerza en un problema de control de posición [23]. La figura 1.6 ilustra el control de un SEA.

Figura 1.5: Actuador elástico serial (modificado de [2]).

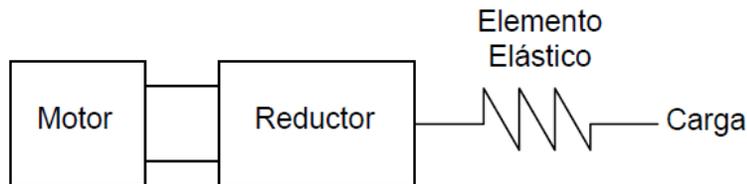
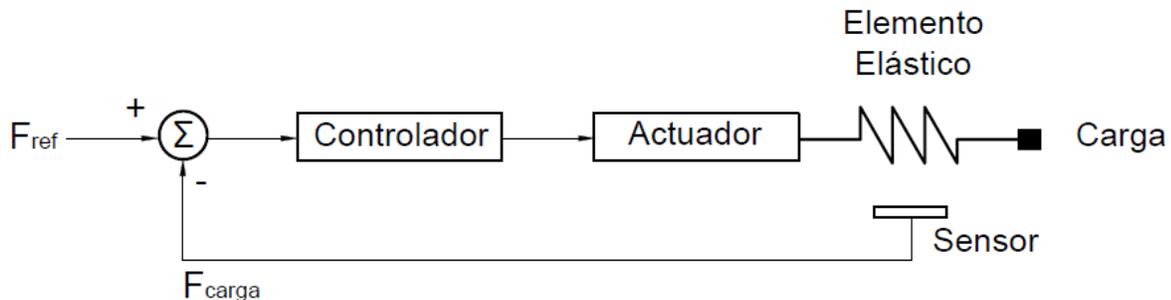


Figura 1.6: Control de fuerza en un actuador elástico serial (modificado de [22]).

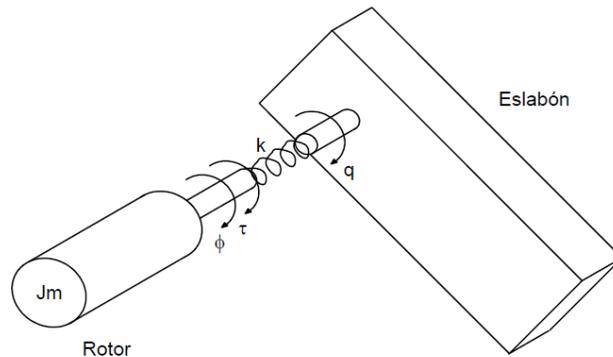


Los SEA desarrollados por Pratt y Williamson son de tipo de lineal (articulaciones prismáticas) y posteriormente se desarrollaron para articulaciones rotativas [24]. La

implementación de un elemento elástico mejora la respuesta del robot ante las fuerzas externas. Como se ha mencionado anteriormente, las ventajas de los actuadores elásticos seriales son baja impedancia mecánica, mayor tolerancia al impacto, suavidad en la transmisión de fuerza y/o torque, mayor eficiencia y mejoramiento de la estabilidad del control. No obstante, al diseñar el controlador para un actuador elástico, no debe descuidarse la elasticidad en la articulación, ya que esta es fuente de oscilaciones, las cuales pueden afectar el rendimiento del robot [25].

Con respecto a la dinámica del robot, el elemento elástico introduce 1 GDL adicional por cada articulación donde se implemente. Teniendo en cuenta esto, cada eslabón y su respectivo actuador se analizan por separado, tomando como interfaz el elemento elástico (fig. 1.7).

Figura 1.7: Junta elástica (modificado de [25]).



En [26] y [27] no se incluye el amortiguamiento por fricción debido a que se ha demostrado experimentalmente que sus efectos son muy pequeños en comparación con los efectos causados por la rigidez del resorte, sin embargo en [28] se considera esta carga como una función lineal de la velocidad angular de la articulación. Si se toma en cuenta esta última consideración, las ecuaciones para un mecanismo de 1 GDL con un elemento elástico en serie son:

$$M(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q}) + G(q) + B\dot{q} + k(q - \phi) = 0 \quad (1.2)$$

$$I\ddot{\phi} + b\dot{\phi} - k(q - \phi) = \tau \quad (1.3)$$

Donde:

M: Componente de inercia.

H: Componente de fuerzas centrífugas y de Coriolis.

G: Componente de fuerzas o pares gravitacionales.

B: Factor de amortiguamiento viscoso en la articulación.

\emptyset : Vector de posiciones articulares a la salida de los reductores.

k: Rigidez en el elemento elástico.

I: Inercia efectiva del rotor visto desde la salida del reductor.

b: Factor de amortiguamiento viscoso aparente en el rotor visto desde la salida del reductor.

τ : Torque entregado por el motor visto desde la salida del reductor.

La inercia efectiva [29] queda definida por la siguiente relación:

$$I = N^2 J_m \quad (1.4)$$

Donde N es la relación de velocidad en los reductores.

De forma similar a la ecuación 1.4 el factor de amortiguamiento efectivo en el rotor queda definido por la siguiente relación:

$$b = N^2 B_m \quad (1.5)$$

1.3 Métodos de control para sistemas de accionamiento flexible

A partir de la investigación y desarrollo de sistemas de accionamiento flexible utilizados tanto en piernas robóticas como en otros mecanismos inspirados en la anatomía humana (brazos [30], manos [31], mandíbula [32]) se han desarrollado diversos métodos para el control de su movimiento; también se ha estudiado la implementación de controladores PID en sistemas de segundo orden como es el caso de los sistemas de suspensión [33] [34] [35] y el control de la estructura de edificios sometidos a sismos [36]. A continuación se describen algunos métodos existentes para el control de movimiento en sistemas de accionamiento flexibles.

1.3.1 Control de impedancia mecánica

Este método incluye todos los casos en los cuales las leyes de control incluyen el concepto de impedancia mecánica. De acuerdo a lo descrito en [3], para el mecanismo de la figura 1.7 el torque requerido en la articulación se define en el dominio de Laplace como:

$$\tau = (Is^2 + bs + k)\tilde{q} = Z(s)\tilde{q} \quad (1.6)$$

Donde $Z(s)$ y \tilde{q} son la impedancia mecánica y el error de posición articular respectivamente.

Lazos PID y derivados

La ecuación de transferencia que describe un controlador PID ideal se define como:

$$G_c(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_i s} + T_d s \right) \quad (1.7)$$

Donde:

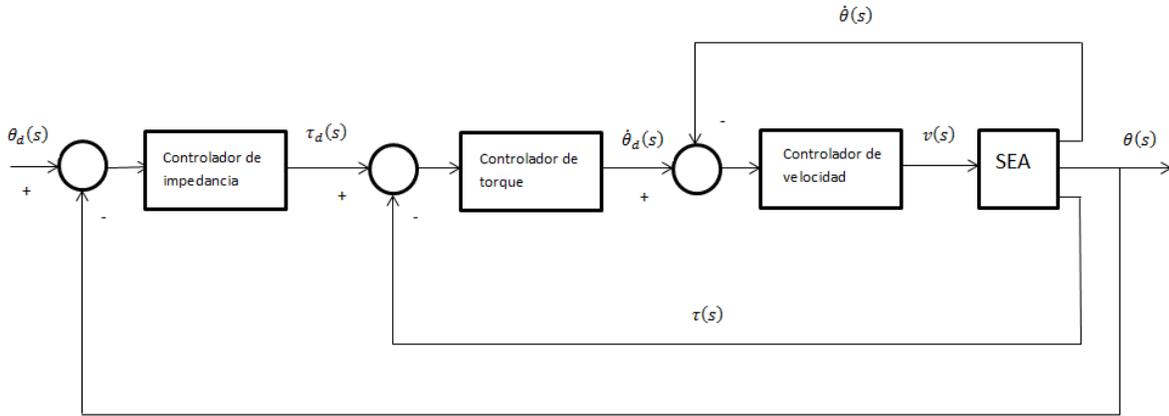
K_p : Constante de proporcionalidad del error.

T_i : Constante de tiempo integral.

T_d : Constante de tiempo derivativa.

Este método ha sido utilizado para el control de SEA en el estudio y desarrollo ortésis activas de miembro inferior para la rehabilitación de pacientes [37] [38] [39]. Una configuración usada en diversos estudios consiste en tres lazos de control en cascada: el lazo externo realimenta la posición angular de salida y los lazos internos realimentan respectivamente el torque y la velocidad de salida (fig. 1.8). La señal de error de posición es recibida por un controlador de impedancia, que calcula un torque de referencia necesario para corregir este error. Lo siguiente es el control de torque que ya ha sido estudiado en los SEA [2] [40] y finalmente el control de velocidad que también se ha trabajado anteriormente [41].

Figura 1.8: Control de impedancia con control de torque y velocidad en cascada.

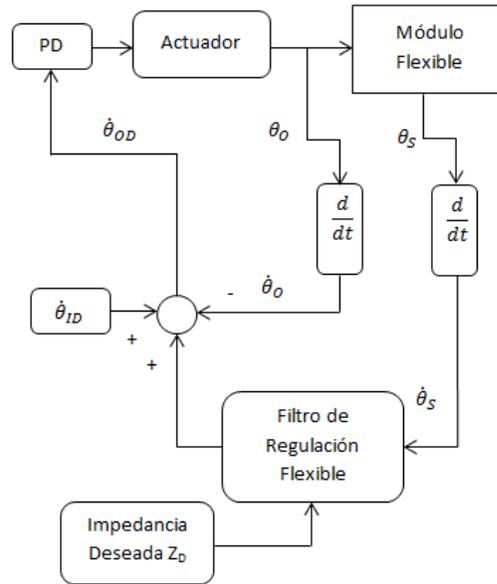


En [37] y [39] se implementó un controlador P para la impedancia, de forma que se interpretó como una rigidez virtual; para el torque y la velocidad se usaron controladores PI. En [42] se el controlador P de la impedancia se cambió por un controlador PD y se mantuvieron los controladores PI para el torque y la velocidad. En [38] también se usó un controlador PD para la impedancia, el controlador PI del torque se cambió por un control PID y se mantuvo el controlador PI para la velocidad.

Control flexible para el robot “iCub”

Otro diseño que implementó el concepto de impedancia mecánica se presenta en [43], el cual fue desarrollado para controlar al robot humanoide “iCub” [44] y otras plataformas robóticas de pequeña escala y múltiples grados de libertad. Consiste en un controlador de velocidad que genera señales de comando basadas en la simulación de la impedancia deseada a partir del estado de deformación del resorte (fig. 1.9). Los resultados experimentales se desarrollaron en una unidad prototipo y permitieron demostrar que este control presenta capacidad para replicar impedancias simuladas dentro de un rango amplio con buena fidelidad.

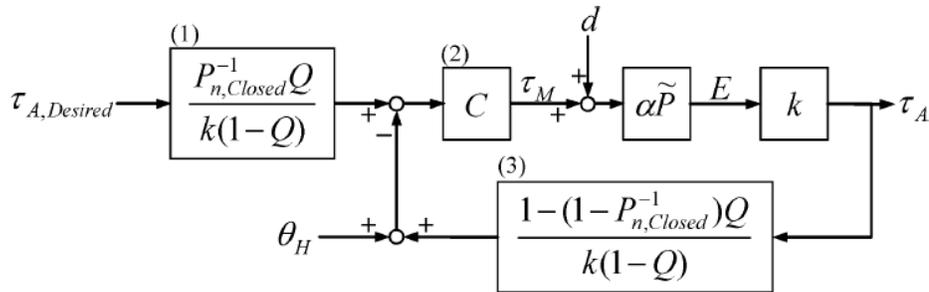
Figura 1.9: Esquema de control flexible [43].



Método DOB

Este método también fue utilizado para controlar un actuador elástico serial rotacional (RSEA) implementado en el desarrollo de una ortésis activa de miembro inferior [45]. Se utilizó el método de perturbación observada (DOB) para generar el torque deseado en el RSEA bajo condiciones externas variantes en el tiempo. Basandose en el modelo mantenido por el DOB, se optimizó el diseño de controladores por realimentación y prealimentación. El esquema básico de control se encuentra en la figura 1.10, donde el bloque 1 representa corresponde a un filtro por prealimentación, el bloque 2 corresponde a un controlador PD, el bloque 3 corresponde al controlador de impedancia diseñado por el método DOB, α representa la relación entre la deformación real del resorte (E) y la posición angular del motor, \tilde{P} representa el modelo de la planta perturbada y k corresponde a la constante del resorte. La efectividad del método se demostró con resultados experimentales.

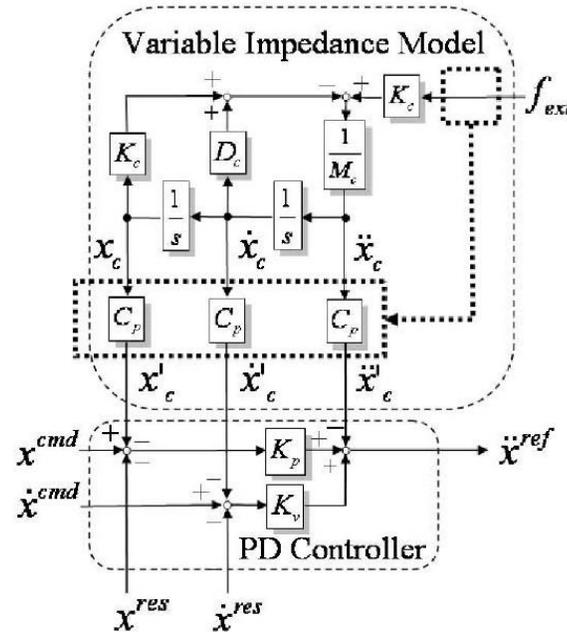
Figura 1.10: Diagrama de bloques del control de la articulación [45].



Control de posición e impedancia variable

Este método fue utilizado para controlar una pierna robótica saltadora con dispositivos de accionamiento flexible activos [46]. Durante la fase de aterrizaje en el ciclo de salto la pierna robótica es afectada por la fuerza de reacción del suelo. Anteriormente se había implementado un control complaciente para reducir el efecto de esta fuerza de reacción, pero se tenía el inconveniente de no alcanzar un movimiento adecuado durante el salto. El método propuesto por Fujii y Ohnishi consistió en realizar una transición de un control flexible a un control de posición, de forma que la pierna alcanzara la posición deseada del centro de gravedad (COG) cuando terminara el aterrizaje y estuviese en condiciones de realizar un nuevo salto. Para esto se usaron dos controladores: un modelo de impedancia variable que disminuyera el efecto de la fuerza de reacción del suelo y un controlador PD para controlar el movimiento durante el salto (fig. 1.11). La efectividad del método se demostró con resultados experimentales.

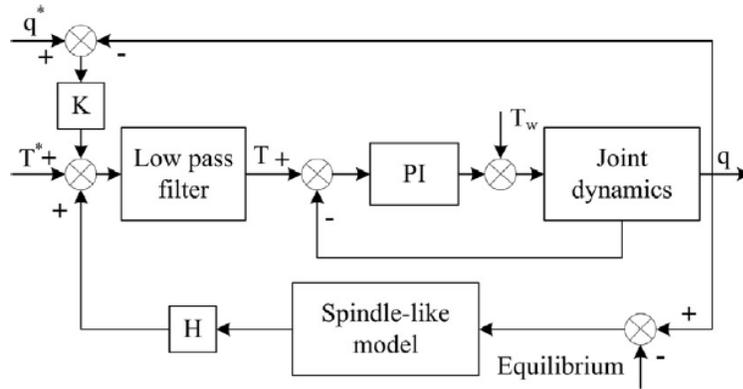
Figura 1.11: Control flexible variable propuesto [46].



Control basado en modelo musculoesquelético

Este método desarrolla un modelo de control musculoesquelético virtual con el objetivo de aprovechar la perspectiva de la biónica para facilitar la flexibilidad en robots manipuladores [30]. El sistema musculoesquelético del antebrazo es simplificado en un sistema de control de lazo cerrado con tres partes: sistema nervioso central, músculos y husos neuromusculares. Este modelo simplificado se integra con el modelo dinámico del robot manipulador y se desarrolla un algoritmo de control (fig. 1.12). El modelo de control se divide en tres partes: la primera parte compensa las fuerza de Coriolis y gravitacionales; la segunda parte aporta la rigidez necesaria para regular la desviación; la tercera imita la función de los husos neuromusculares para aprovechar la realimentación recibida por el ambiente. Xu, Zhang y Wei utilizaron diseñaron un controlador fuzzy basado en el modelo de los músculos y los husos neuromusculares para obtener la realimentación del ambiente. La efectividad del método se demostró por simulación.

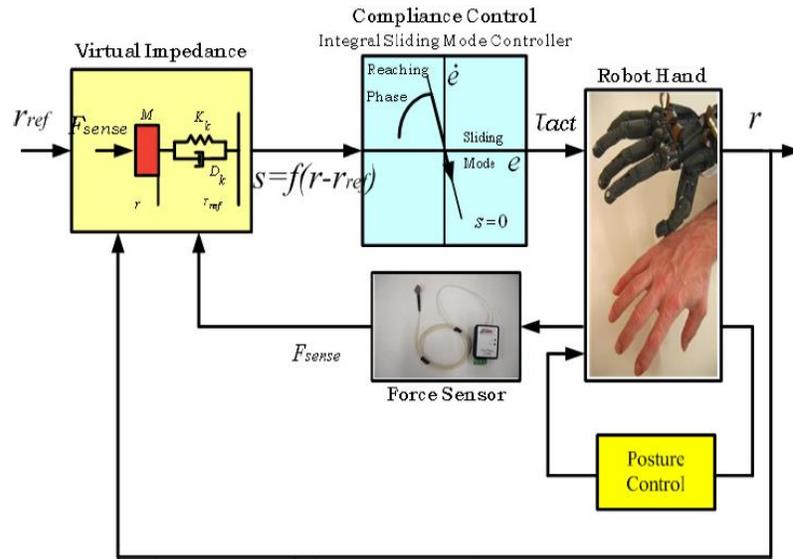
Figura 1.12: Controlador musculoesquelético virtual [30].



Control de impedancia +modo deslizante

Este método se implementó en el control del agarre de la mano robótica BERUL, utilizando para ello el espacio operacional y control en modo deslizante integral [47]. Se diseñó un sistema masa-resorte-amortiguador virtual para implementar un control flexible (fig. 1.13). También se utilizó un control de posición por optimización particular, en el cual se incluye la forma del objeto a agarrar y se utiliza un sistema de coordenadas cilíndricas y esféricas en el espacio operacional para generar unas trayectorias deseadas en las articulaciones. A partir de resultados experimentales se demostró que las trayectorias deseadas pueden seguirse con facilidad a pesar de las fuerzas externas.

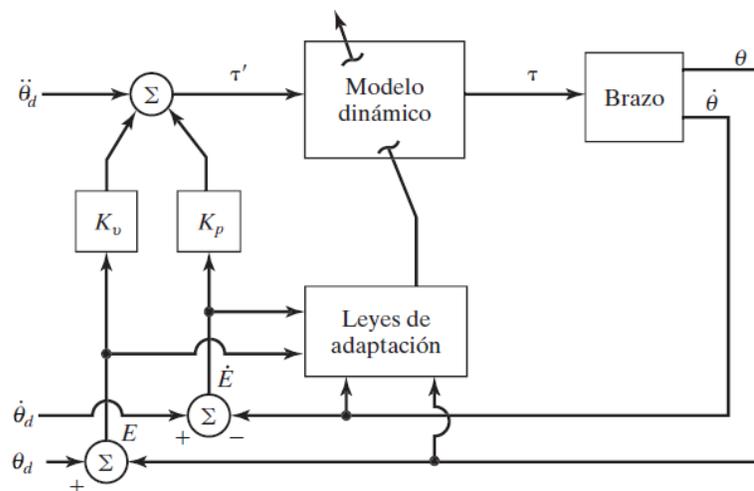
Figura 1.13: Controlador por modo deslizante integral para los dedos del BERUL [47].



Control adaptativo

Este método también se ha utilizado para el control de prótesis activas de miembro inferior [48]. Se aplica en aquellos casos donde las condiciones dinámicas del sistema varían con el tiempo y su objetivo es modificar los parámetros del controlador en tiempo real para responder a estos cambios [49]. En la figura 1.14 se ilustra el concepto de control adaptativo aplicado a un robot manipulador.

Figura 1.14: Control de manipulador adaptativo [50].



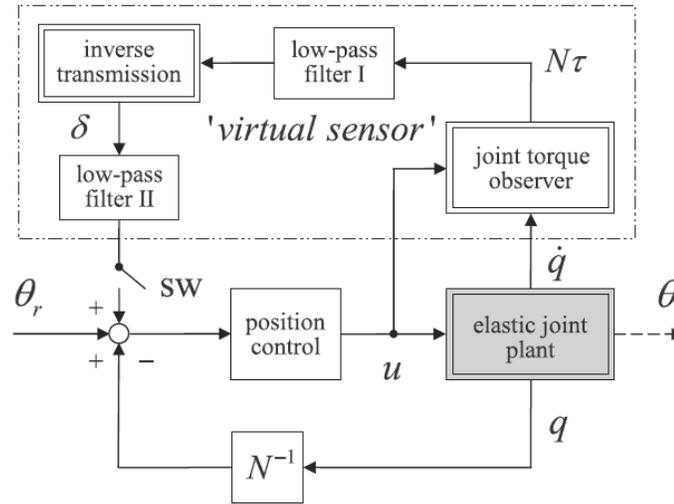
Existen diversas técnicas que se ubican en el concepto de control adaptativo entre las que se encuentran la planificación de ganancias, el modelo de referencia y el control

adaptativo autoajustable [49]. En el control por planificación de ganancias se usan valores predeterminados de los parámetros del controlador para diferentes condiciones de operación. En el control por modelo de referencia estos parámetros se modifican comparando los comportamientos dinámicos del sistema real y el sistema deseado. En el control adaptativo autoajustable se hace una identificación continua del modelo sistema y a partir de este se ajustan los parámetros del controlador.

1.3.2 Método de histéresis torsional sin sensores

Este método fue propuesto por Ruderman, Bertram e Iwasaki [51] para controlar la histéresis elástica torsional en articulaciones con elementos elásticos utilizadas en robots sin utilizar sensores de carga. La histéresis elástica se define como el retraso entre la aplicación de la fuerza y la manifestación de la deformación respectiva. La estrategia de control utilizada consiste en la implementación de un controlador de posición (fig. 1.15), tomando como punto de referencia el ángulo de la articulación a la salida del reductor (θ_r), recibiendo realimentación negativa del ángulo de la articulación a la entrada del reductor (q) y realimentación positiva a partir de un sensor virtual que permite compensar el error producido por el comportamiento no lineal de la articulación, tomando como entrada la velocidad de la articulación a la entrada del reductor (\dot{q}). El ángulo obtenido como respuesta (θ) se utiliza para la identificación del modelo de planta y evaluación del desempeño del control.

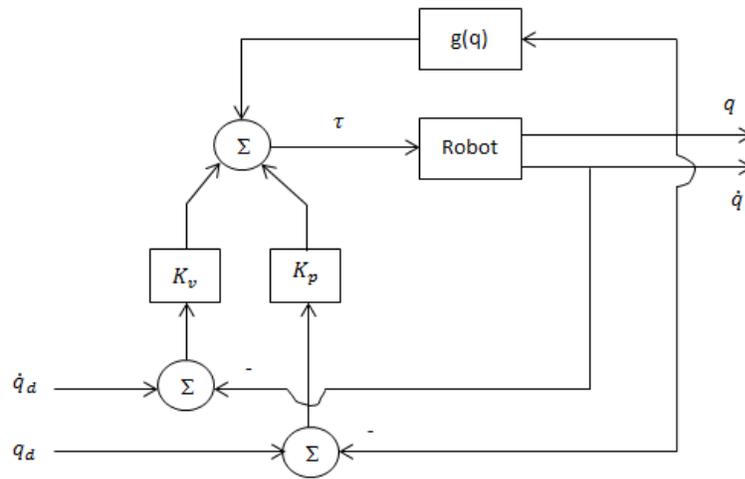
Figura 1.15: Diagrama de bloques del control de histéresis torsional sin sensores [51].



1.3.3 Control PD con compensación de gravedad

Este método fue utilizado en [23] para el control de un exoesqueleto de rehabilitación de tobillo y rodilla. Durante la simulación del modelo dinámico del exoesqueleto se encontró que la mayor cantidad de torque necesario para poner en movimiento en las articulaciones debe contrarrestar los pares gravitacionales. Para los sistemas cuyo modelo dinámico contiene el término de pares gravitacionales el control PD no es suficiente para cumplir el objetivo del control de posición pura, por lo que es necesario adicionar la compensación de gravedad (fig. 1.16). Por esta razón es necesario conocer parcialmente el modelo dinámico del robot a ser controlado.

Figura 1.16: Control PD con compensación de gravedad (modificado de [52]).



1.3.4 Control basado en planitud diferencial

Este método fue utilizado en [53] para el seguimiento de trayectoria del modelo computacional de un SEA. La planitud diferencial es una propiedad que permite evaluar la controlabilidad de un sistema. De acuerdo a esta propiedad un sistema es diferencialmente plano si su representación en espacio de estados es controlable. La matriz de controlabilidad de un sistema se define como:

$$C_0 = [B \quad AB \quad A^2B \quad A^3B] \quad (1.8)$$

Donde A y B son la matriz dinámica y la matriz de control respectivamente. Un sistema es controlable si las dimensiones de C_0 son iguales a su rango. Los resultados de la simulación en [53] demostraron que este método permite obtener un control robusto del actuador ante perturbaciones externas.

1.3.5 Análisis de la información

Se puede observar que para sistemas de accionamiento flexible, la introducción de la impedancia mecánica en las leyes de control es uno de los métodos más utilizados. Su

aplicación abarca desde lazos PID hasta control adaptativo y también puede combinarse con otro tipo de control, como es el caso del robot BERUL, el cual combina control de impedancia y control por modo deslizante. Con respecto a los otros métodos de control se observan otros conceptos importantes como la histéresis elástica y la planitud diferencial; también se observa que se pueden aplicar métodos de control más simples como un PD con compensación de gravedad.

De las estrategias de control consultadas seis se aplican a sistemas de accionamiento flexible pasivo. De estas, cuatro corresponden a dispositivos de rehabilitación de miembro inferior y el restante a robots sin sensores de carga y la simulación de un SEA. Las demás estrategias de control consultadas corresponden a sistemas de accionamiento flexible activo y todas se aplican a robótica. Todos los métodos usan la flexibilidad para el control de fuerza. Si bien la introducción de elementos elásticos en los actuadores permite prescindir del uso de sensores de carga, se debe ser cuidadoso con la histéresis elástica.

La información obtenida es útil como punto de partida para implementar el control de movimiento y fuerza en un robot caminante con elementos elásticos en las articulaciones, lo cual también se aplica a dispositivos de rehabilitación de miembro inferior.

1.4 Criterios de desempeño basados en la integral del error

Estos criterios fueron utilizados por López, Miller, Smith y Murril [54] para optimizar un modelo de primer orden más tiempo muerto para lazos de control que funcionan como reguladores en un control PID-Ideal [55]. También han sido utilizados para optimizar un modelo de segundo orden más tiempo muerto [56]. La importancia de estos índices de desempeño no está en su magnitud para un modelo dado, sino en su valor relativo con respecto a otro modelo [57]. A menor valor de los índices de desempeño se tendrá mayor bondad en el modelo. Estos criterios también pueden aplicarse para sintonizar controladores PID [58], donde a menor valor en los índices de desempeño, mejor será la respuesta del sistema ante determinados parámetros del controlador. Los criterios de desempeño más utilizados son:

Integral del error absoluto (IAE) [55].

$$IAE = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (1.9)$$

Este criterio permite obtener directamente el área bajo la curva del error, aunque es difícil de evaluar analíticamente. Se recomienda para evaluar sistemas simulados por computador [59].

Integral del error absoluto por el tiempo (ITAE) [60].

$$ITAE = \int_0^{\infty} t |e(t)| dt \quad (1.10)$$

Este criterio se caracteriza por ser bastante selectivo, pero al igual que el anterior, es difícil de evaluar analíticamente. El producto del tiempo por el valor absoluto del error permite brindar poco peso a los grandes errores al inicio del proceso y mayor peso a los errores presentados tiempo después [59].

Integral del error cuadrático (ISE) [60].

$$ISE = \int_0^{\infty} e^2(t) dt \quad (1.11)$$

Este criterio da mayor peso a grandes errores y establece mayor diferencia entre procesos sobreamortiguados y subamortiguados [59].

Integral del tiempo por el error cuadrático (ITSE) [58].

$$ITSE = \int_0^{\infty} t e(t)^2 dt \quad (1.12)$$

Este criterio brinda las mismas ventajas del ITAE, pero presenta inconvenientes para amortiguar las oscilaciones [59].

2. Modelos cinemático y dinámico

En este capítulo se obtienen las ecuaciones que gobiernan tanto la cinemática como la dinámica del mecanismo planar 2R. Como se observó en la sección 1.1, se ha estudiado el movimiento de las articulaciones de la pierna durante la marcha humana. Teniendo en cuenta esto, el movimiento de las articulaciones en el mecanismo planar 2R es conocido, por lo que su cinemática se analiza con la forma directa y su dinámica con la forma inversa.

2.1 Cinemática directa

En esta sección se describe el análisis de cinemática directa, teniendo en cuenta la evolución angular de las articulaciones descrita en la sección 1.1, definiendo el sistema de coordenadas generalizadas y utilizando las matrices de transformación homogénea a partir del método de Denavit-Hartenberg (D-H) [49], con lo que se pueden definir tanto las posiciones como las orientaciones de cada eslabón. A continuación se definen las velocidades lineales por derivación y las velocidades de rotación a partir de la propagación de velocidades en las articulaciones [50] [61].

2.1.1 Geometría

Para el análisis cinemático del mecanismo planar 2R es necesario definir su configuración geométrica, la cual está constituida por los eslabones, unidos entre sí mediante juntas rotacionales accionadas por servomotores. Por lo general los robots bípedos son caracterizados por medio del número de juntas que coincide con el número de grados de libertad (GDL) internos.

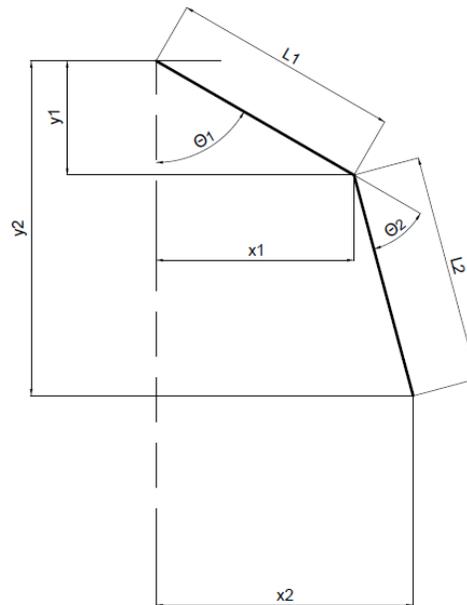
La cadera puede considerarse como una articulación tipo esférica, lo cual permite movimiento de flexión-extensión (eje de giro normal al plano sagital), aducción-abducción (eje de giro normal al plano frontal) y rotación externa-interna (eje de giro normal al plano

transversal), para un total de 3 GDL como es el caso del robot BIP [62]. En el caso de la rodilla, aunque solo presenta movimiento de flexión-extensión, no puede ser reducida a una junta rotacional, debido a que los ortopedistas consideran que una aproximación más satisfactoria a la cinemática de la rodilla es un mecanismo cerrado de cuatro barras [19]; esta aproximación no restringe el movimiento de un bípedo, por lo que el uso de una junta rotacional es la solución más fácil. Para el movimiento del pie solo se tiene en cuenta el tobillo, debido a que los robots bípedos por lo general no poseen eslabones equivalentes a los dedos de los pies; el tobillo permite dos movimientos rotacionales: flexión-extensión y aducción-abducción [63]. Teniendo en cuenta lo anterior un robot bípedo con marcha tridimensional debe tener un mínimo de 12 GDL internos (6 GDL por cada pierna) para lograr una marcha tridimensional cercana a la locomoción humana.

La presente tesis se enfoca en el modelo simplificado de una pierna robótica, la cual solo presenta movimiento en la cadera y la rodilla. En el caso de la cadera solo se tiene en cuenta el movimiento de flexión-extensión. Bajo estas consideraciones el mecanismo posee 2GDL y reproduce el movimiento de la cadera y la rodilla en el plano sagital.

Debido a que este robot es de tipo articulado su cinemática se describe con el mismo procedimiento aplicado a robots manipuladores, es decir definiendo los parámetros de cada eslabón. Como se ha mencionado en la sección 2.1 para describir la cinemática directa se utiliza el método de matrices de transformación homogénea. Para aplicar el método de D-H es necesario establecer un marco de referencia general, el cual suele colocarse en un punto fijo. Para este caso el marco de referencia se coloca en la cadera, con el eje z colineal al eje de giro de esta articulación y el eje x horizontal. Teniendo en cuenta la figura 2.1, para la posición angular de cada articulación se toma como positivo el sentido de giro antihorario.

Figura 2.1: Geometría del mecanismo planar 2R.



2.1.2 Posiciones

Las posiciones del mecanismo durante su movimiento se dan en coordenadas articulares y cartesianas. Como se menciona al inicio de la sección, para la cinemática directa se aplica el método D-H. El primer paso es definir los parámetros D-H (tabla 2-1).

Tabla 2-1: Parámetros de Denavit-Hartenberg para el mecanismo Pierna-Cadera-Talón.

l	θ_i	α_i	a_i	d_i
1	$\theta_1 - 90^\circ$	0	L_1	0
2	θ_2	0	L_2	0

Con estos parámetros se calcula la matriz de transformación homogénea para cada eslabón.

La matriz de transformación homogénea que representa la posición y orientación relativa entre los sistemas de referencia de dos eslabones consecutivos se expresa como:

$${}^{i-1}A_i = \begin{bmatrix} C\theta_i & -C\alpha_i S\theta_i & S\alpha_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & C\alpha_i C\theta_i & -S\alpha_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.1)$$

Donde [49]:

θ_i : Ángulo que forman los ejes x_{i-1} y x_i medido en un plano perpendicular al eje z_{i-1} , utilizando la regla de la mano derecha. Es un parámetro variable en articulaciones giratorias.

d_i : Distancia a lo largo del eje z_{i-1} desde el origen del sistema de coordenadas (i-1)-ésimo hasta la intersección del eje z_{i-1} con el eje x_i . Se trata de un parámetro variable en articulaciones prismáticas.

a_i : Distancia a lo largo del eje x_i que va desde la intersección del eje z_{i-1} con el eje x_i hasta el origen del sistema i-ésimo, en el caso de articulaciones giratorias. En el caso de articulaciones prismáticas, se calcula como la distancia más corta entre los ejes z_{i-1} y z_i .

α_i : Ángulo de separación del eje z_{i-1} y el eje z_i , medido en un plano perpendicular al eje x_i , utilizando la regla de la mano derecha.

Para el primer y segundo eslabón se obtiene respectivamente:

$${}^0A_1 = \begin{bmatrix} S\theta_1 & C\theta_1 & 0 & L_1 S\theta_1 \\ -C\theta_1 & S\theta_1 & 0 & -L_1 C\theta_1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

$${}^1A_2 = \begin{bmatrix} C\theta_2 & -S\theta_2 & 0 & L_2 C\theta_2 \\ S\theta_2 & C\theta_2 & 0 & L_2 S\theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.3)$$

A continuación se obtiene la matriz de transformación homogénea para el mecanismo completo:

$$T = {}^0A_2 = {}^0A_1 * {}^1A_2 = \begin{bmatrix} S(\theta_1 + \theta_2) & C(\theta_1 + \theta_2) & 0 & L_1S\theta_1 + L_2S(\theta_1 + \theta_2) \\ -C(\theta_1 + \theta_2) & S(\theta_1 + \theta_2) & 0 & -L_1C\theta_1 - L_2C(\theta_1 + \theta_2) \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.4)$$

De la ecuación 2.2 se obtienen las ecuaciones de posición para el primer eslabón, que corresponde al fémur:

$$x_1 = L_1S\theta_1 \quad (2.5)$$

$$y_1 = -L_1C\theta_1 \quad (2.6)$$

De la ecuación 2.4 se obtienen las ecuaciones de posición para el segundo eslabón, que corresponde al conjunto tibia-pie:

$$x_2 = L_1S\theta_1 + L_2S(\theta_1 + \theta_2) \quad (2.7)$$

$$y_2 = -L_1C\theta_1 - L_2C(\theta_1 + \theta_2) \quad (2.8)$$

2.1.3 Velocidades

Para determinar las componentes de velocidad en los extremos de los eslabones se derivan las ecuaciones 2.5 a 2.8 con respecto al tiempo:

$$\dot{x}_1 = \dot{\theta}_1 L_1 C\theta_1 \quad (2.9)$$

$$\dot{y}_1 = \dot{\theta}_1 L_1 S\theta_1 \quad (2.10)$$

$$\dot{x}_2 = \dot{\theta}_1 L_1 C\theta_1 + (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) L_2 C(\theta_1 + \theta_2) \quad (2.11)$$

$$\dot{y}_2 = \dot{\theta}_1 L_1 S\theta_1 + (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) L_2 S(\theta_1 + \theta_2) \quad (2.12)$$

Para el análisis dinámico es necesario calcular las velocidades en el centro de masa de cada eslabón, por lo que es necesario determinar las ecuaciones de posición del centro de masa para cada eslabón. Si se tiene en cuenta que los términos de la derecha en las ecuaciones 2.5 y 2.6 corresponden a las componentes del vector de posición del extremo del primer eslabón cuya dirección es colineal al eje longitudinal del primer eslabón, entonces su vector unitario pasa por el centro de masa de este eslabón, es decir:

$$x_{c1} = L_{C1}S\theta_1 \quad (2.13)$$

$$y_{c1} = -L_{C1}C\theta_1 \quad (2.14)$$

Para el segundo eslabón el segundo término de la derecha en las ecuaciones 2.7 y 2.8 corresponde a una componente del vector de posición de su extremo con respecto al extremo del primer eslabón y cuya dirección es colineal al eje longitudinal del segundo eslabón, por lo tanto su vector unitario pasa por el centro de masa del segundo eslabón, es decir:

$$x_{c2} = L_1S\theta_1 + L_{C2}S(\theta_1 + \theta_2) \quad (2.15)$$

$$y_{c2} = -L_1C\theta_1 - L_{C2}C(\theta_1 + \theta_2) \quad (2.16)$$

Teniendo las ecuaciones de posición del centro de masa de cada eslabón se procede a calcular las velocidades lineales. Derivando las ecuaciones 2.13 y 2.14 se obtienen las componentes de velocidad lineal del centro de masa del primer eslabón:

$$\dot{x}_{c1} = \dot{\theta}_1 L_{C1} C\theta_1 \quad (2.17)$$

$$\dot{y}_{c1} = \dot{\theta}_1 L_{C1} S\theta_1 \quad (2.18)$$

Derivando las ecuaciones 2.15 y 2.16 se obtienen las componentes de velocidad lineal del centro de masa del segundo eslabón:

$$\dot{x}_{c2} = \dot{\theta}_1 L_1 C\theta_1 + (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) L_{C2} C(\theta_1 + \theta_2) \quad (2.19)$$

$$\dot{y}_{c2} = \dot{\theta}_1 L_1 S\theta_1 + (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) L_{C2} S(\theta_1 + \theta_2) \quad (2.20)$$

Las velocidades angulares se obtienen a partir de la ecuación de la propagación de velocidades en las articulaciones. Las ecuaciones de velocidad angular en el primer y segundo eslabón son respectivamente:

$$\omega_1 = \dot{\theta}_1 \quad (2.21)$$

$$\omega_2 = \dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2 \quad (2.22)$$

Para facilitar la escritura de las ecuaciones, en adelante $C\theta_i$ y $S\theta_i$ se escriben como C_i y S_i respectivamente; $C(\theta_1 + \theta_2)$ y $S(\theta_1 + \theta_2)$ se escriben como C_{12} y S_{12} respectivamente.

2.2 Dinámica inversa

Teniendo las ecuaciones de posición y velocidad determinadas en la sección anterior se procede al análisis de cinemática inversa, es decir determinar la ecuación para el cálculo del torque requerido en cada actuador en función del movimiento en las articulaciones. A su vez, a partir de los torques requeridos en los actuadores se pueden calcular sus parámetros eléctricos.

2.2.1 Mecanismo

Para determinar la ecuación de dinámica inversa se ha decidido utilizar el método de Lagrange-Euler. Este método hace un análisis de las energías involucradas en el mecanismo, para lo cual es necesario calcular la energía en cada uno de sus componentes. Para el modelo dinámico se toma como referencia un mecanismo de 2GDL de actuadores rígidos [52] [64] y se le adicionan los elementos elásticos de la forma descrita en la sección 1.2.

El mecanismo planar 2R está compuesto por las siguientes partes:

- Soporte de cadera.
- Cadera.
- Fémur.
- Soporte de rodilla.
- Rodilla.
- Tibia.
- Pie.
- Servomotores.
- Resortes.
- Elementos de sujeción.

Para el cálculo de las energías involucradas se hacen las siguientes consideraciones:

- El soporte de la cadera no presenta movimiento.
- El servomotor en la cadera no presenta movimiento de traslación.

Teniendo en cuenta las consideraciones anteriores y que cada elemento elástico adiciona un grado de libertad se tiene que la energía cinética para este mecanismo es:

$$K = K_{servcad} + K_1 + K_{servrod} + K_2 \quad (2.23)$$

Donde

$K_{servcad}$: Energía cinética en el servomotor de la cadera.

K_1 : Energía cinética en el eslabón 1; este comprende los componentes mecánicos que son intersectados por el eje x_0 desde el origen del marco de referencia S_0 (en el eje de giro de la cadera) hasta el origen del marco de referencia S_1 (en el eje de giro de la rodilla).

$K_{servrod}$: Energía mecánica en el servomotor de la rodilla.

K_2 : Energía cinética en el eslabón 2; este comprende los componentes mecánicos que son intersectados por el eje x_1 desde el origen del marco de referencia S_1 (en el eje de giro de la rodilla) hasta el origen del marco de referencia S_2 (en la intersección de x_1 con la línea perpendicular que pasa por el centro de masa del pie).

Teniendo en cuenta que el mecanismo presenta un movimiento bidimensional, la energía cinética en cada componente se expresa como:

$$K_i = \frac{1}{2}(m_i v_{ci}^2 + {}^c I_i \omega_i^2) \quad (2.24)$$

Donde

m_i : Masa del componente.

v_{ci} : Velocidad del centro de masa del componente.

${}^c I_i$: Momento de inercia del componente con respecto a su centro de masa.

ω_i : Velocidad angular en el componente.

Para un mecanismo de movimiento bidimensional se tiene que:

$$v_{ci}^2 = \dot{x}_{ci}^2 + \dot{y}_{ci}^2 \quad (2.25)$$

ω_i se calcula con las ecuaciones 2.25 y 2.26 dependiendo de la ubicación de cada componente. Las masas y momentos de inercia de los componentes se obtienen del modelo 3D en el software de CAD Inventor. Las longitudes utilizadas se obtienen por medición en el mecanismo real, exceptuando las ubicaciones de los centros de masa de la articulación de la rodilla, su soporte y el pie, las cuales se obtuvieron en el modelo de CAD.

Teniendo en cuenta que el mecanismo tiene varios componentes mecánicos es útil agruparlos en sistemas de masas. En la ecuación 2.23 se puede observar que se obtuvieron dos sistemas de masas, correspondientes al eslabón 1 y el eslabón 2. Para obtener el vector de posición de centro de masas de cada eslabón con respecto a un punto de referencia, se usa la siguiente expresión:

$$\vec{r}_{ci} = \frac{\sum_{j=1}^n m_j \vec{r}_j}{\sum_{j=1}^n m_j} \quad (2.26)$$

Se puede observar que el término del divisor corresponde a m_i .

Una vez obtenido este vector de centro de masas se calcula su momento de inercia a partir del teorema de Steiner:

$${}^c I_i = \sum_{j=1}^n \left({}^c I_j + m_j r_{j/ci}^2 \right) \quad (2.27)$$

Para calcular la energía cinética en el servomotor de la cadera se aplican las ecuaciones 2.21 y 2.24:

$$K_{servcad} = \frac{1}{2} N_1^2 J_{m1} \dot{\theta}_1^2 \quad (2.28)$$

Para calcular la energía cinética en el eslabón 1 se aplican las ecuaciones 2.21 y 2.25 en la ecuación 2.24, de forma que:

$$K_1 = \frac{1}{2}(m_1 L_{C1}^2 + {}^c I_1) \dot{\theta}_1^2 \quad (2.27)$$

L_{C1} se calcula con la ecuación 2.26, donde el eje del centro de masas es colineal con x_0 .

${}^c I_1$ se calcula con la ecuación 2.27 y m_1 corresponde al divisor de la ecuación 2.26.

Para calcular la energía cinética en el servomotor de la rodilla se aplican las ecuaciones 2.24 y 2.25:

$$K_{servvrod} = \frac{1}{2} m_{servvrod} L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} N_2^2 J_{m2} \dot{\phi}_2^2 \quad (2.28)$$

Para calcular la energía cinética en el eslabón 2 se aplican las ecuaciones 2.22 y 2.25 en la ecuación 2.24, de forma que:

$$K_2 = \frac{1}{2} m_2 L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + m_2 L_1 L_{C2} C_2 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + \frac{1}{2} (m_2 L_{C2}^2 + {}^c I_2) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 \quad (2.29)$$

Para calcular m_2 , L_{C2} y ${}^c I_2$ se hace el mismo procedimiento del eslabón 1.

Sumando las energías cinéticas de todos los componentes analizados se tiene que la energía cinética en el mecanismo planar 2R es:

$$K = \frac{1}{2} (m_1 L_{C1}^2 + {}^c I_1 + m_{servvrod} L_1^2 + m_2 L_1^2) \dot{\theta}_1^2 + m_2 L_1 L_{C2} C_2 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + \frac{1}{2} (m_2 L_{C2}^2 + {}^c I_2) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + \frac{1}{2} N_1^2 J_{m1} \dot{\phi}_1^2 + \frac{1}{2} N_2^2 J_{m2} \dot{\phi}_2^2 \quad (2.30)$$

El siguiente paso es plantear la ecuación de la energía potencial. Teniendo en cuenta que los actuadores del mecanismo planar 2R son de tipo elástico en serie, la energía potencial es la suma de la componente gravitacional y la componente elástica.

$$U = U_G + U_k \quad (2.31)$$

La energía potencial gravitacional se define de la siguiente forma:

$$U_G = U_{G1} + U_{Gservrod} + U_{G2} \quad (2.32)$$

Donde:

U_{G1} : Energía potencial gravitacional en el eslabón 1.

$U_{Gservrod}$: Energía potencial gravitacional en el servomotor de la rodilla.

U_{G2} : Energía potencial gravitacional en el eslabón 1.

Para calcular la energía potencial gravitacional en cada componente se usa la siguiente ecuación:

$$U_{Gi} = m_i g h_{ci} \quad (2.33)$$

Donde h_{ci} es la altura del centro de masa del componente con respecto a un punto de referencia. Para el mecanismo planar 2R este punto de referencia corresponde a la posición donde los dos eslabones están alineados con la línea vertical que pasa por el centro de la cadera, ya que esta es la posición del mecanismo cuando no hay suministro de energía eléctrica en los servomotores.

Aplicando la ecuación 2.33 a cada componente del mecanismo se obtienen las siguientes ecuaciones de energía potencial gravitacional:

$$U_{G1} = m_1 g L_{C1} (1 - C_1) \quad (2.34)$$

$$U_{Gservrod} = m_{servrod} g L_1 (1 - C_1) \quad (2.35)$$

$$U_{G2} = m_2 g [L_1 (1 - C_1) + L_{C2} (1 - C_{12})] \quad (2.36)$$

Sumando las energías potenciales gravitacionales se obtiene que la energía potencial gravitacional en el mecanismo planar 2R es:

$$U_G = [(m_1 L_{C1} + m_{servvrod} L_1 + m_2 L_1)(1 - C_1) + m_2 L_{C2}(1 - C_{12})]g \quad (2.37)$$

El siguiente paso es elaborar la ecuación que permite obtener la energía potencial elástica. Esta se obtiene mediante la siguiente ecuación:

$$U_{ki} = \frac{1}{2} k_i [(\theta_i - \phi_i) - (\theta_i^0 - \phi_i^0)]^2 \quad (2.38)$$

Donde $(\theta_i^0 - \phi_i^0)$ es la desviación angular entre la articulación y el servomotor en posición natural, es decir, cuando el mecanismo está en reposo, la deformación es nula y no hay acción gravitatoria apreciable sobre el resorte (si el valor de esta desviación angular es nulo, se tiene que los eslabones se alinean con el eje vertical cuando la posición angular de ambos actuadores es 0° y en esta condición no existe deformación angular; debido a defectos de montaje pueden darse desalineamientos en el equipo real). Sumando las energías potenciales elásticas de los resortes en las articulaciones de la cadera y la rodilla se obtiene que la energía potencial elástica del mecanismo planar 2R se expresa como:

$$U_k = \frac{1}{2} \{k_1 [(\theta_1 - \phi_1) - (\theta_1^0 - \phi_1^0)]^2 + k_2 [(\theta_2 - \phi_2) - (\theta_2^0 - \phi_2^0)]^2\} \quad (2.39)$$

Sumando las ecuaciones 2.37 y 2.39 se obtiene que la energía potencial en el mecanismo planar 2R es:

$$U = [(m_1 L_{C1} + m_{servvrod} L_1 + m_2 L_1)(1 - C_1) + m_2 L_{C2}(1 - C_{12})]g + \frac{1}{2} \{k_1 [(\theta_1 - \phi_1) - (\theta_1^0 - \phi_1^0)]^2 + k_2 [(\theta_2 - \phi_2) - (\theta_2^0 - \phi_2^0)]^2\} \quad (2.40)$$

Teniendo las energías cinética y potencial en el mecanismo se aplica la función escalar llamada lagrangiano, definida como

$$L = K - U \quad (2.41)$$

Aplicando las ecuaciones 2.30 y 2.40 en la ecuación 2.41 se obtiene el lagrangiano del mecanismo planar 2R.

$$\begin{aligned}
L = & \frac{1}{2}(m_1 L_{C1}^2 + {}^c I_1 + m_{servvrod} L_1^2 + m_2 L_1^2) \dot{\theta}_1^2 + m_2 L_1 L_{C2} C_2 \dot{\theta}_1 (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2) + \frac{1}{2}(m_2 L_{C2}^2 + \\
& {}^c I_2) (\dot{\theta}_1 + \dot{\theta}_2)^2 + \frac{1}{2} N_1^2 J_{m1} \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} N_2^2 J_{m2} \dot{\theta}_2^2 - [(m_1 L_{C1} + m_{servvrod} L_1 + m_2 L_1) (1 - \\
& C_1) + m_2 L_{C2} (1 - C_{12})] g - \frac{1}{2} \{ k_1 [(\theta_1 - \phi_1) - (\theta_1^0 - \phi_1^0)]^2 + k_2 [(\theta_2 - \phi_2) - \\
& (\theta_2^0 - \phi_2^0)]^2 \}
\end{aligned} \tag{2.42}$$

A partir de la función lagrangiana se pueden obtener las fuerzas y torques aplicados a cada articulación:

$$Q_i = \frac{d}{dt} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} \tag{2.43}$$

Aplicando la ecuación 2.60 a la articulación de la cadera y teniendo en cuenta la consideración hecha en la ecuación 1.2 se obtiene que:

$$\begin{aligned}
& (m_1 L_{C1}^2 + {}^c I_1 + m_{servvrod} L_1^2 + m_2 L_1^2 + 2m_2 L_1 L_{C2} C_2 + m_2 L_{C2}^2 + {}^c I_2) \ddot{\theta}_1 + (m_2 L_1 L_{C2} C_2 + \\
& m_2 L_{C2}^2 + {}^c I_2) \ddot{\theta}_2 - 2m_2 L_1 L_{C2} S_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 - m_2 L_1 L_{C2} S_2 \dot{\theta}_2^2 + [(m_1 L_{C1} + m_{servvrod} L_1 + \\
& m_2 L_1) S_1 + m_2 L_{C2} S_{12}] g + B_1 \dot{\theta}_1 + k_1 [(\theta_1 - \phi_1) - (\theta_1^0 - \phi_1^0)] = 0
\end{aligned} \tag{2.44}$$

Aplicando el mismo procedimiento para la articulación de la rodilla se obtiene que:

$$\begin{aligned}
& (m_2 L_1 L_{C2} C_2 + m_2 L_{C2}^2 + {}^c I_2) \ddot{\theta}_1 + (m_2 L_{C2}^2 + {}^c I_2) \ddot{\theta}_2 + m_2 L_1 L_{C2} S_2 \dot{\theta}_1^2 + m_2 L_{C2} S_{12} g + \\
& B_2 \dot{\theta}_2 + k_2 [(\theta_2 - \phi_2) - (\theta_2^0 - \phi_2^0)] = 0
\end{aligned} \tag{2.45}$$

Aplicando también este procedimiento a las coordenadas de los actuadores se obtiene:

$$T_1 = N_1^2 J_{m1} \ddot{\theta}_1 + N_1^2 B_{m1} \dot{\theta}_1 - k_1 [(\theta_1 - \phi_1) - (\theta_1^0 - \phi_1^0)] \tag{2.46}$$

$$T_2 = N_2^2 J_{m2} \ddot{\theta}_2 + N_2^2 B_{m2} \dot{\theta}_2 - k_2 [(\theta_2 - \phi_2) - (\theta_2^0 - \phi_2^0)] \tag{2.47}$$

Colocando las ecuaciones 2.44 a 2.47 en notación matricial se obtiene:

$$\begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} H_1 \\ H_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B_1 & 0 \\ 0 & B_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} = 0 \quad (2.48)$$

$$\begin{bmatrix} T_1 \\ T_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1^2 & 0 \\ 0 & N_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} J_{m1} & 0 \\ 0 & J_{m2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\phi}_1 \\ \ddot{\phi}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} N_1^2 & 0 \\ 0 & N_2^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_{m1} & 0 \\ 0 & B_{m2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}_1 \\ \dot{\phi}_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} k_1 & 0 \\ 0 & k_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varphi_1 \\ \varphi_2 \end{bmatrix} \quad (2.49)$$

Hasta este momento se tienen 4 ecuaciones con 8 incógnitas ($\phi_1, \phi_2, \dot{\phi}_1, \dot{\phi}_2, \ddot{\phi}_1, \ddot{\phi}_2, T_1$ y T_2). Las variables ϕ_1, ϕ_2, T_1 y T_2 se hallan con las ecuaciones 2.44 a 2.47 respectivamente; para hallar las otras variables se debe determinar la evolución temporal de las posiciones angulares de los actuadores. Para esta tesis se revisa el desempeño dinámico de las articulaciones del mecanismo planar 2R al implementarse el movimiento cíclico aproximado a la marcha humana, cuyos resultados se usan para plantear las ecuaciones restantes.

2.2.2 Actuadores

Para finalizar se obtiene el modelo dinámico de los motores, en este caso corresponde al modelo matemático de un motor DC con imán permanente [52], controlado con la armadura:

$$I_{ai} = \frac{T_i}{N_i K_a} \quad (2.50)$$

$$V_i = R_a I_{ai} + L_a \frac{di_a}{dt} + K_b \frac{\dot{\phi}_i}{N_i} \quad (2.51)$$

Donde:

K_a : Constante motor-torque

I_{ai} : Corriente de armadura

V_i : Voltaje de armadura

R_a : Resistencia de armadura

L_a : Inductancia de armadura

e_b : Fuerza contra-electromotriz

K_b : Constante de contrarreacción electromotriz

3. Aplicación de modelo dinámico

En este capítulo se procede a aplicar el modelo dinámico desarrollado en el capítulo 2 para buscar una aproximación al comportamiento del equipo real durante la implementación de la marcha. Para esto fue necesario hacer unas consideraciones con respecto a la dinámica, a partir de lo cual el modelo matemático derivó en dos modelos particulares de comportamiento. También fue necesario definir las trayectorias articulares a seguir. Se hicieron pruebas de movimiento al mecanismo y se usó la información obtenida del movimiento de las articulaciones para aplicar los modelos particulares y predecir el movimiento de los actuadores. Los resultados obtenidos de los modelos se compararon con los obtenidos de las pruebas.

3.1 Consideraciones

Como se mencionó en la sección 2.2.1, para completar el modelo matemático de la dinámica inversa en el mecanismo planar 2R se debe determinar la evolución temporal de las posiciones angulares de los actuadores. También se mencionó que se usarían los resultados de las pruebas realizadas al mecanismo planar 2R con las marchas implementadas para plantear las ecuaciones restantes.

Antes de abordar las ecuaciones planteadas es importante detallar que las velocidades y aceleraciones articulares se calcularon con derivación numérica, es decir:

$$\dot{\theta}_i(t_j) = \frac{\theta_i(t_j) - \theta_i(t_{j-1})}{\Delta t} \quad (3.1)$$

$$\ddot{\theta}_i(t_j) = \frac{\dot{\theta}_i(t_j) - \dot{\theta}_i(t_{j-1})}{\Delta t} \quad (3.2)$$

Donde $i = 1, 2$ y corresponde al número de la articulación contando desde la cadera hasta la rodilla, mientras que $j = 1, 2, 3 \dots n$ y corresponde al número del subintervalo tomado, teniendo en cuenta que el movimiento se discretiza en n subintervalos iguales medidos en el intervalo de tiempo analizado.

Siguiendo lo indicado para plantear las ecuaciones restantes, se plantearon dos variaciones del modelo: resortes con comportamiento de cuerpo rígido (modelo 1) y resortes con comportamiento secuencial deformable-rígido en cada subintervalo de tiempo (modelo 2). Para usar estos modelos se consideró que no existe diferencia angular entre cada articulación y su respectivo actuador cuando no hay existe deformación ni acción gravitatoria apreciable en el resorte y el mecanismo está en reposo.

3.1.1 Modelo de comportamiento 1

Si se considera que los resortes se comportan como cuerpos rígidos se tiene entonces que:

$$\dot{\phi}_i(t_j) = \dot{\theta}_i(t_j) \quad (3.3)$$

$$\ddot{\phi}_i(t_j) = \ddot{\theta}_i(t_j) \quad (3.4)$$

A partir de esto se tiene que la carga transmitida a través del resorte es:

$$T_{res,i}(t_j) = \lim_{k_i \rightarrow \infty} k_i \phi_i(t_j) = T_{L,i}(t_j) \quad (3.5)$$

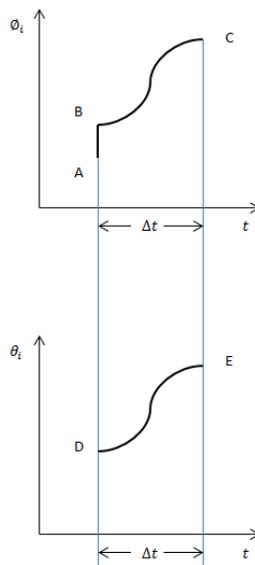
Para calcular $T_{L,i}(t_j)$ en cada articulación se usan las ecuaciones 2.44 y 2.45. Con estos valores se obtienen los torques en los actuadores, usando las ecuaciones 2.46 y 2.47.

3.1.2 Modelo de comportamiento 2

Si se considera que los resortes tienen comportamiento secuencial deformable-rígido durante cada subintervalo (fig. 3.1), entonces cada movimiento articular del mecanismo en este subintervalo se divide en dos etapas:

- 1) Movimiento escalonado del actuador (A-B), cuyo desplazamiento es igual al cambio en la deformación de su resorte correspondiente.
- 2) Movimiento del actuador y su respectiva articulación a la misma velocidad durante el subintervalo de tiempo (B-C = D-E), es decir, en esta etapa el resorte se comporta como cuerpo rígido.

Figura 3.1: Movimiento articular para modelo 2.



Bajo esta consideración los espacios recorridos durante el subintervalo por el servomotor y su articulación serían ABC y DE respectivamente. Conociendo las posiciones A y B en cada subintervalo se calculan la velocidad y aceleración por derivación numérica, es decir:

$$\dot{\phi}_i(t_j) = \frac{\phi_C - \phi_A}{\Delta t} = \frac{\phi_i(t_j) - \phi_i(t_{j-1})}{\Delta t} \quad (3.6)$$

$$\ddot{\phi}_i(t_j) = \frac{\dot{\phi}_C - \dot{\phi}_A}{\Delta t} = \frac{\dot{\phi}_i(t_j) - \dot{\phi}_i(t_{j-1})}{\Delta t} \quad (3.7)$$

El torque transmitido a través del resorte sería:

$$T_{res,i}(t_j) = k_i \varphi_i(t_j) = k_i(\theta_i^D - \phi_i^B) = k_i(\theta_i^E - \phi_i^C) = k_i[\theta_i(t_j) - \phi_i(t_j)] \quad (3.8)$$

Como se hizo con el modelo 1, $T_{res,i}(t_j)$ se calcula con las ecuaciones 2.44 y 2.45 para ambas articulaciones. Con la ecuación 3.8 se calculan las posiciones angulares de los servomotores para el instante tomado; sus velocidades y aceleraciones se calculan con las ecuaciones 3.6 y 3.7, respectivamente. Finalmente se obtienen los torques transmitidos por los servomotores con las ecuaciones 2.46 y 2.47.

3.2 Definición de las trayectorias articulares

En esta etapa se busca una trayectoria en cada articulación del mecanismo planar 2R que se aproxime a la trayectoria en el plano sagital de la articulación correspondiente a la pierna humana durante la caminata. En la sección 1.1 se ha descrito la evolución temporal de las posiciones angulares en cadera, rodilla y tobillo durante el ciclo de caminata. Para implementar las trayectorias articulares se necesita información numérica detallada sobre la caminata. Con este propósito se han consultado valores de tiempo y posición angular de la cadera y la rodilla durante la marcha humana en la literatura. Paralelamente se realiza una prueba a un servomotor Dynamixel MX-28T sin carga implementando una trayectoria, con el fin de revisar sus limitaciones. A partir de la información obtenida tanto en la literatura como en las pruebas se diseña la marcha a seguir por el mecanismo.

3.2.1 Marcha consultada en la literatura

En la tabla de datos en [65] se tiene el ciclo de caminata correspondiente a la marcha Winter, la cual se usó para el diseño de los robots bípedos UNROCA; la tabla contiene 70 filas de valores correspondientes a tiempo y posición angular correspondientes de la cadera, la rodilla y el tobillo, con lo cual se pueden obtener trayectorias articulares

aproximadas a la marcha humana (fig. 3.2 y 3.3). Si se fija un movimiento punto a punto desacoplado, cada articulación del mecanismo tendrá 70 puntos a seguir.

Figura 3.2: Trayectoria Winter de la cadera.

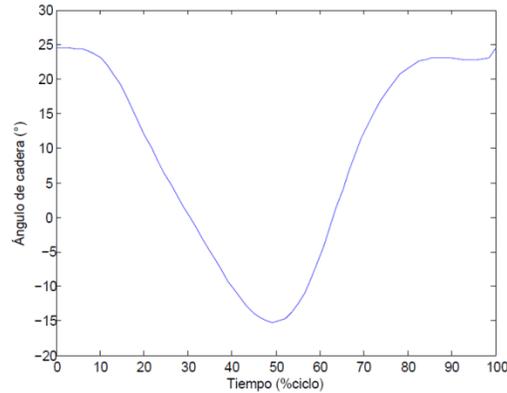
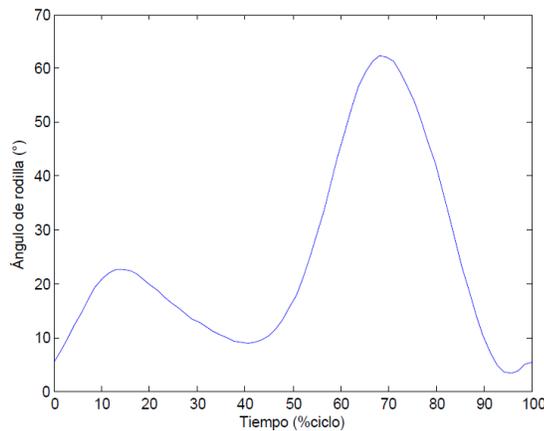


Figura 3.3: Trayectoria Winter de la rodilla.

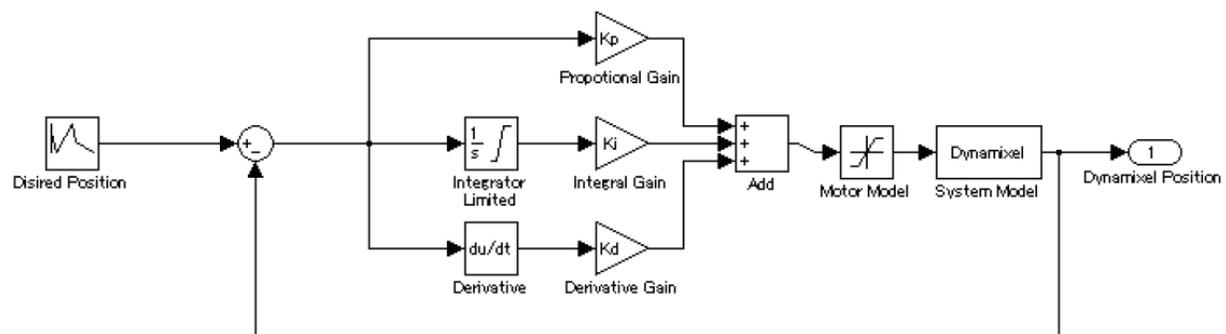


3.2.2 Prueba en actuador sin carga

Los servomotores Dynamixel MX-28T, fabricados por la empresa coreana ROBOTIS, poseen un controlador Proporcional-Integral-Derivativo (PID) para la posición angular (fig. 3.4), cuyos parámetros pueden ser modificados por el usuario, quien también puede limitar la velocidad y el torque; del motor se puede leer la posición actual, velocidad, torque interno (no confundir con el torque transmitido por el servomotor), temperatura interna y tensión de alimentación [66]. Estos servomotores pueden controlarse por el software Dynamixel Wizard del paquete Roboplus, perteneciente a ROBOTIS o con

Matlab, para lo cual se deben tener la librería SDK de Dynamixel. Para el mecanismo planar 2R se compró la tarjeta OpenCM9.04, un controlador de código abierto que se programa con ROBOTIS OpenCM, un IDE Arduino; tanto el hardware como el software también son desarrollados por ROBOTIS.

Figura 3.4: Control de posición para los servomotores Dynamixel MX-28T [66].



$$K_p = P \text{ Gain} / 8$$
$$K_i = I \text{ Gain} * 1000 / 2048$$
$$K_d = D \text{ Gain} * 4 / 1000$$

Se realizó una prueba con movimiento cíclico entre 0° y $83,69^\circ$ con respecto al punto central (180° con respecto al marco de referencia del servomotor). Con esto se comparó gráficamente la señal de entrada con la señal de salida (fig. 3.6). Se fijó el límite de torque en 1,25 N-m y se usaron los parámetros PID predeterminados ($P=32$, $I=0$, $D=0$).

Para el seguimiento de una trayectoria predefinida, el actuador debe desarrollar un movimiento punto a punto. La trayectoria se definió con 43 puntos por ciclo (fig. 3.5), los cuales se ingresaron al código de su programa de ejecución en forma de matriz de datos. Al derivar numéricamente los valores de posición angular se obtuvo la gráfica de velocidad angular durante el ciclo (fig. 3.7).

Figura 3.5: Trayectoria del ciclo sin carga.

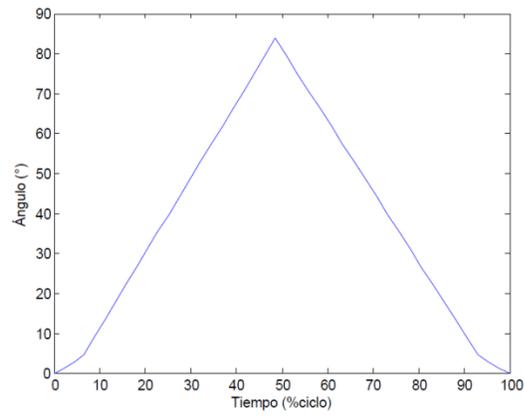


Figura 3.6: Movimiento cíclico sin carga.

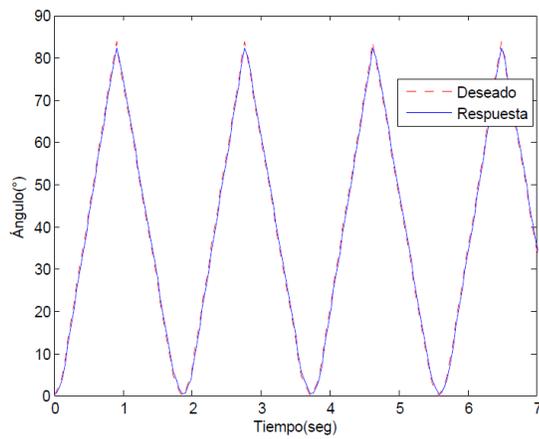
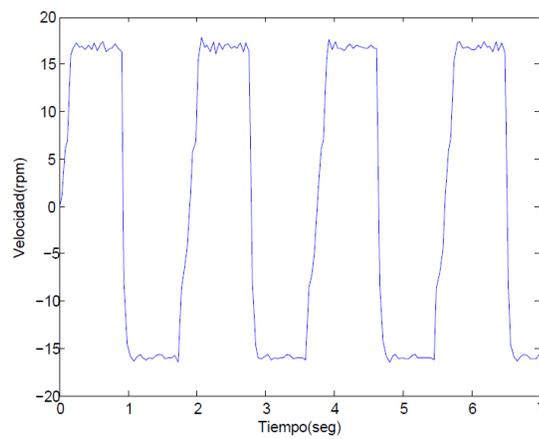


Figura 3.7: Velocidad durante el movimiento cíclico sin carga.



Se puede observar que el servomotor desarrolla un perfil trapezoidal en su velocidad. La respuesta del servomotor al seguimiento de trayectoria presentó resultados satisfactorios gráficamente aunque el tiempo de muestreo promedio correspondió a 43 ms, el cual es superior a la resolución de la trayectoria Winter correspondiente a 17 ms segundos aproximadamente.

3.2.3 Generación de la marcha a implementar

Aunque la introducción de 70 puntos a seguir por parte del mecanismo planar 2R garantiza mayor aproximación a la marcha Winter, los resultados de la prueba realizada en la sección anterior indica que esta cantidad de puntos compromete la rapidez de los actuadores. Se debe buscar un equilibrio entre rapidez y precisión, lo cual en este caso implica reducir el número de puntos a seguir hasta una cantidad que no comprometa considerablemente la aproximación a la marcha Winter. Teniendo en cuenta que en [67] se usaron 15 puntos para fijar la trayectoria del mecanismo, se decidió simplificar la marcha Winter a esta cantidad. Para esto se aumentó el intervalo de tiempo entre posiciones sucesivas y partiendo del mismo punto inicial se fueron asignando valores aproximados a los encontrados en la tabla de [65] correspondientes al tiempo transcurrido. Con los valores de posición angular correspondiente a estos puntos se construyen las trayectorias simplificadas (fig. 3.8 y 3.9).

Figura 3.8: Trayectoria simplificada de la cadera.

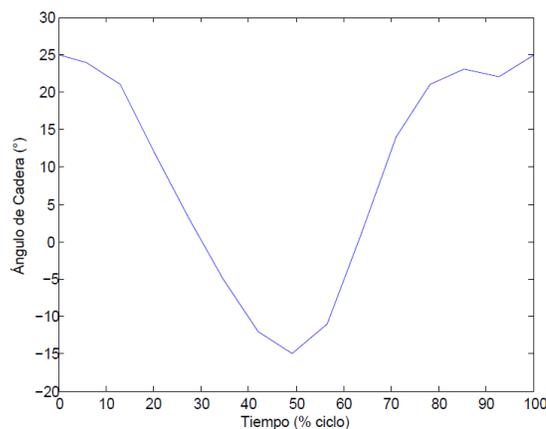
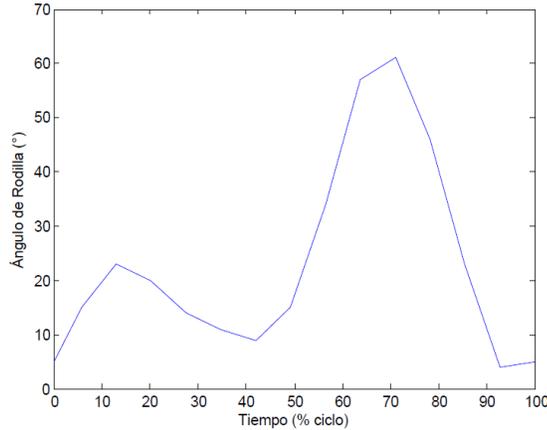


Figura 3.9: Trayectoria simplificada de la rodilla.



Las gráficas obtenidas indican una interpolación lineal entre puntos sucesivos; de la información anotada en la sección anterior se sabe que el servomotor Dynamixel MX-28T realiza un movimiento punto a punto con un perfil trapezoidal en su velocidad. El siguiente paso es comparar su resolución con respecto a la marcha Winter. Para esto se calcula en cada trayectoria articular su área bajo la curva, es decir:

$$A_i = \int_0^T |\theta_i(t)| dt \tag{3.9}$$

Donde T corresponde al período del ciclo. Esta ecuación se aplica a cada trayectoria articular en la marcha Winter y la marcha simplificada. Una vez obtenidos todos los valores de área se calcula el porcentaje de error entre áreas, definido como:

$$PEA_i = \frac{|A_i^w - A_i^s|}{A_i^w} * 100 \tag{3.10}$$

Donde los superíndices w y s corresponden a las marchas Winter y simplificada, respectivamente. Los resultados pueden observarse en la tabla 3-1.

Tabla 3-1: Comparación entre marchas Winter y simplificada.

Articulación (i)	Marcha	A_i	PEA_i
Cadera (1)	Winter	0,2918	4,147
	Simplificada	0,2797	
Rodilla (2)	Winter	0,4823	6,51
	Simplificada	0,4509	

Se observa que los errores en la cadera y la rodilla corresponden a 4,147% y 6,51% respectivamente. Con esto puede decirse que la marcha simplificada, correspondiente a 15 puntos, brinda una aproximación aceptable a la marcha Winter, correspondiente a 70 puntos.

3.3 Pruebas en el mecanismo con marcha implementada

En esta etapa se estudia el comportamiento dinámico del mecanismo real al implementarse las trayectorias articulares desarrolladas en la sección anterior.

3.3.1 Descripción del equipo real

Este equipo (fig. 3.1) fue diseñado y construido como proyecto académico dentro del Grupo de Plataformas Robóticas UN-ROBOT de la Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá; el propósito del trabajo fue desarrollar un prototipo que cumpliera con las características requeridas de rigidez en articulaciones, control y energía para mecanismos que reproduzcan la marcha humana [68]. Como se ha mencionado anteriormente, los actuadores utilizados son los servomotores Dynamixel MX-28T.

Las piezas en ABS fueron fabricadas por impresión 3D en Maquero Replicator 2X y los eslabones fueron cortados en tubos de aluminio [68]. Las posiciones angulares de las articulaciones se miden con sensores AMS22B, los cuales son de tipo magnético. La diferencia entre la posición angular de la articulación y la del servomotor (medida por un encoder interno) permiten obtener la deformación del resorte. Las especificaciones del mecanismo se encuentran en la tabla 3-2.

Figura 3.10: Mecanismo planar 2R ensamblado.**Tabla 3-2:** Especificaciones técnicas del mecanismo planar 2R [67].

Características Generales	
Dimensiones	809,5 mm x 146,5 mm x 145,5 mm
Peso	1,2 kg
Forma de fijación	En plano vertical por tornillos
Número de piezas	26
Materiales	ABS (Acrilonitrilo butadieno estireno) y Aluminio
Servomotores	2 Dynamixel MX-28T
Sensores de desplazamiento angular	2 Bourns AMS22B
Tarjeta de control	Robotis OpenCM9.04
Configuración de articulaciones	2 Rotacionales Seriales Elásticas
Características Mecánicas	
Torque máximo cadera	2,5 N-m
Torque máximo rodilla	2,5 N-m
Rigidez resortes torsionales	15,9 N-m/rad
Velocidad máxima cadera	55 RPM
Velocidad máxima rodilla	55 RPM
Resistencia a la flexión eslabones	241 MPa
Ángulo operativo cadera	130° flexión, 30° extensión
Ángulo operativo rodilla	150° flexión, 20° extensión
Carga en el efector final	Nula
Temperatura de trabajo	-5°C a 80 °C

Características Eléctricas	
Voltaje alimentación servomotores	12V
Voltaje alimentación tarjeta de control	5V~16V (USB 5V, DXL 12V, XL-Series 7,4V)
Corriente máxima servomotores	1,4 A
Potencia máxima consumida servomotores	16,8 W
Características Informáticas	
Software de programación	ROBOTIS OpenCM

3.3.2 Descripción de las pruebas

Cada trayectoria de referencia fue ingresada en forma de vector de datos al código fuente del programa desarrollado en ROBOTIS OpenCM. Se tomaron los valores predeterminados para los parámetros del controlador interno de cada servomotor, los cuales se pueden modificar a través del programa. El control se programó de forma que los servomotores realizaran el ciclo de marcha como una sucesión de movimientos punto a punto. Para mover los servomotores forma simultánea, se deben incluir dos vectores de datos en el programa. Entre las instrucciones también se incluye medir el tiempo, la posición angular de los servomotores a través de sus encoders, la posición angular de las articulaciones a través de sus sensores magnéticos y el torque interno de los servomotores (como se mencionó anteriormente, no se debe confundir con la carga transmitida por los servomotores), además de enviar sus datos a un monitor virtual del mismo software. Para la marcha se hicieron tres pruebas.

Debido a que en cada prueba el monitor serial fue abierto después de descargar el programa a la tarjeta, para obtener información del movimiento desde su punto inicial fue necesario poner en funcionamiento los servomotores después de abrir este monitor. Esto hizo que el mecanismo recibiera diferentes puntos iniciales de referencia en las pruebas (tabla 3-3). Por esta dificultad se usó como criterio de evaluación el período de cada ciclo, teniendo en cuenta el valor indicado en [65], el cual corresponde a 1,15 segundos y se toma como valor ideal. Debe tenerse en cuenta el desfase entre la señal de referencia y la señal de respuesta debido al tiempo de reacción de los servomotores.

Tabla 3-3: Puntos iniciales de referencia durante marcha implementada.

Prueba	Cadera (°)	Rodilla (°)
1	14	61
2	-11	34
3	-12	-9

Para cada articulación su vector de datos se compone de 14 puntos, ya que el comando “void loop” permite repetir indefinidamente las instrucciones, lo cual convierte automáticamente el movimiento en cíclico. El límite de velocidad de cada articulación se fijó en 34,33 rpm y el límite de torque en 2,5 N-m, el cual corresponde al valor máximo; para los parámetros de control interno se usaron también los valores predeterminados.

3.3.3 Resultados

A partir de la información obtenida de las mediciones de posición angular se dibujaron las curvas de respuesta tanto de la cadera como de la rodilla. Estas curvas se pueden visualizar en las figuras 3.11 y 3.12. Las curvas de referencia se obtuvieron teniendo en cuenta el desfase explicado anteriormente. El tiempo de muestreo promedio correspondió a 88,66 ms.

Figura 3.11: Movimiento de la cadera durante prueba 1.

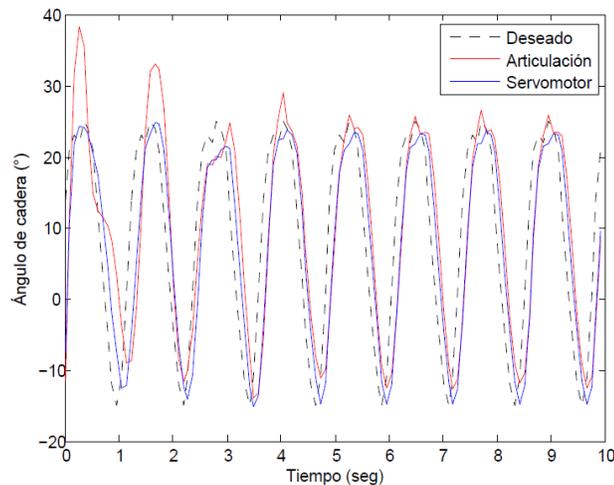


Figura 3.12: Movimiento de la rodilla durante prueba 1.

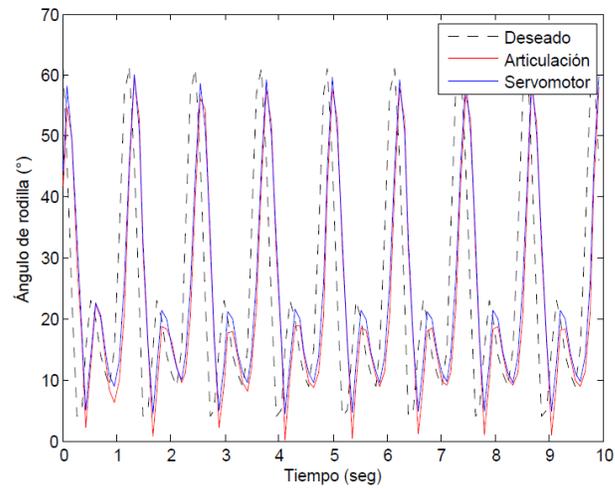


Figura 3.13: Movimiento de la cadera durante prueba 2.

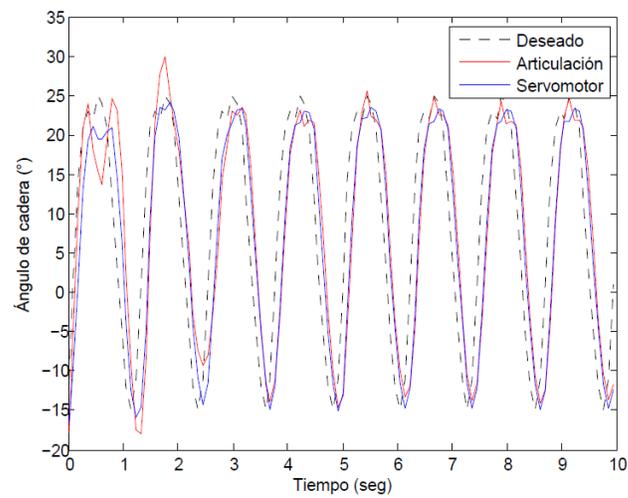


Figura 3.14: Movimiento de la rodilla durante prueba 2.

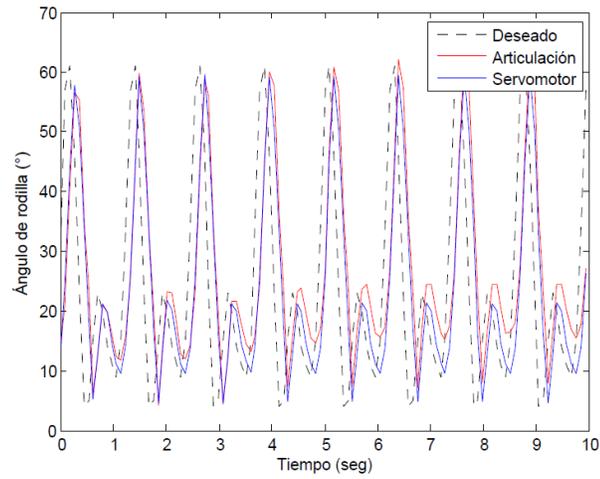


Figura 3.15: Movimiento de la cadera durante prueba 3.

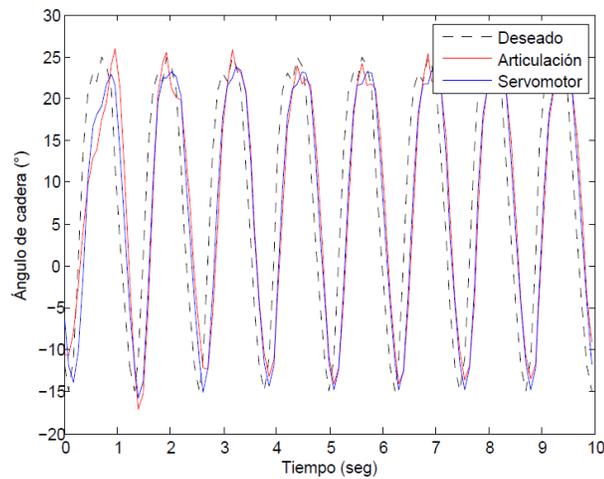
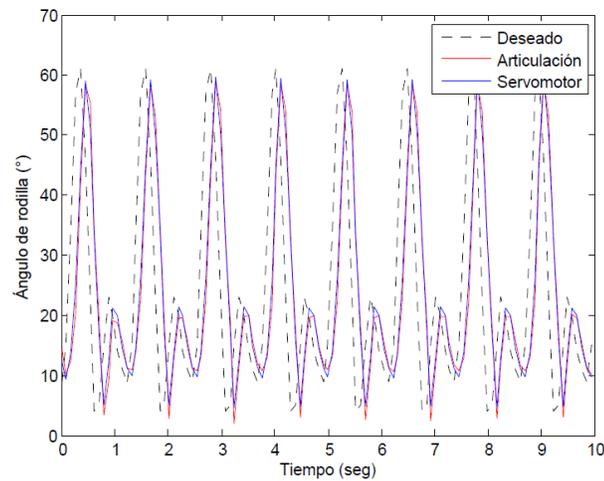


Figura 3.16: Movimiento de la rodilla durante prueba 3.



Se observa que las desviaciones angulares solo son apreciables cerca de los picos y valles de la curva, lo cual se debe a que durante estos lapsos los servomotores están sometidos a mayores aceleraciones y las cargas de inercia en las articulaciones aumentan el movimiento relativo entre estos componentes, el cual a su vez se incrementa por el cambio en el sentido de giro de los servomotores; este movimiento relativo también facilita el efecto de las fuerzas recuperadoras de los resortes. En el caso de la rodilla, las desviaciones angulares son poco apreciables. Puede decirse que en gran parte del ciclo los resortes torsionales presentan comportamiento de cuerpos rígidos.

A partir de las respuestas puede obtenerse el período de cada ciclo (tabla 3-4). Este paso fue realizado para las tres pruebas.

Tabla 3-4: Períodos del ciclo de marcha implementada.

Prueba	Período (s)
1	1,234
2	1,232
3	1,234
Promedio	1,233
Desviación Estándar	0,0011547

El período del ciclo de la marcha implementada en el mecanismo planar 2R bajo las condiciones especificadas presenta un valor promedio de 1,233 segundos. Si se compara este valor con el ideal, se tiene un error de 7,217%.

3.4 Obtención de curvas de servomotores

Con los modelos de comportamiento obtenidos y los procesos de cálculo descritos en la sección 3.1, se calcula la evolución temporal de las posiciones angulares de los servomotores de la cadera y la rodilla a partir de las posiciones angulares de las articulaciones medidas durante la prueba 1. Los resultados se comparan con los valores de posición angular obtenidos por medición de los servomotores. El proceso iterativo

para obtener la dinámica inversa se incluyó en una hoja de cálculo y con los resultados obtenidos se construyeron las curvas de posición angular (fig. 3.17 y 3.18) y de torque (fig. 3.19 y 3.20) en los servomotores. La curva experimental de torque se obtuvo tomando los valores de tiempo y posición angular de las articulaciones y los servomotores y aplicando las ecuaciones 2.44 a 2.47. El efecto de la fricción no se tuvo en cuenta.

Figura 3.17: Curvas de posición angular en servomotor de la cadera.

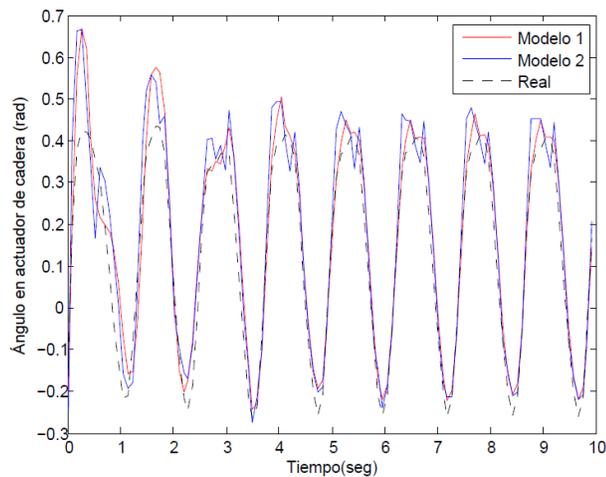


Figura 3.18: Curvas de posición angular en servomotor de la rodilla.

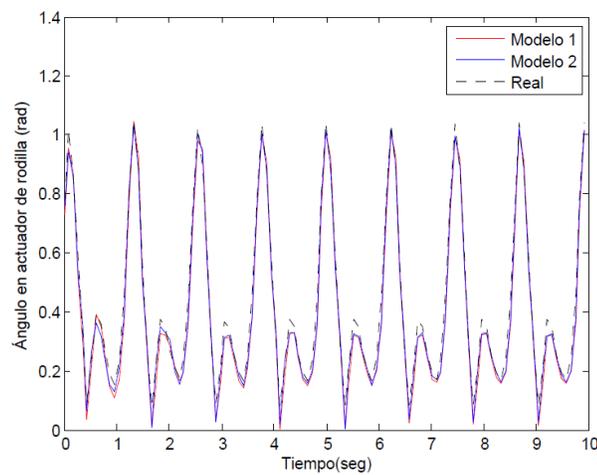


Figura 3.19: Curvas de torque en servomotor de cadera.

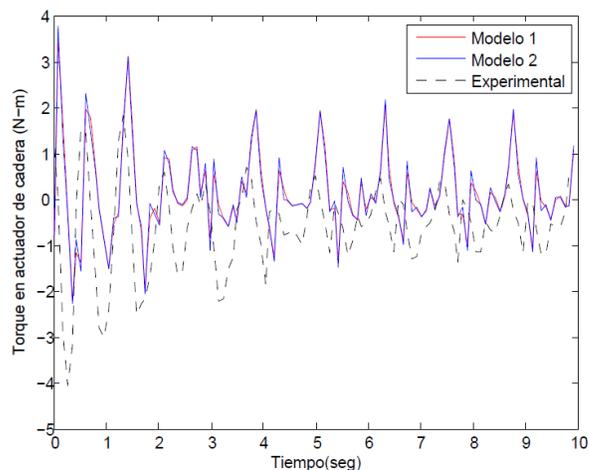
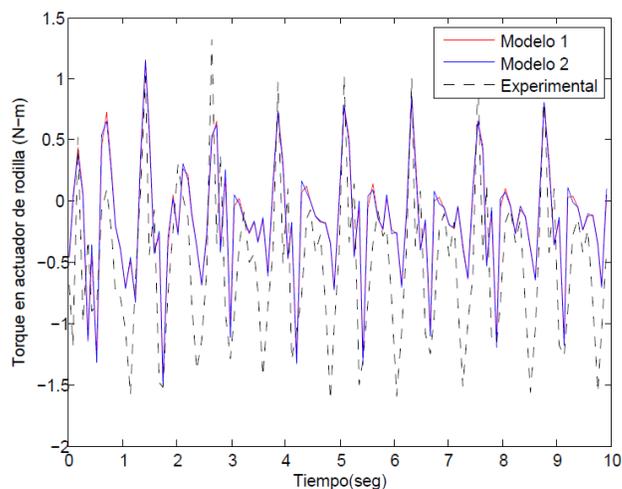


Figura 3.20: Curvas de torque en servomotor de rodilla.



A partir de las gráficas se observa que en términos generales las mayores desviaciones entre los modelos se dan en la zona correspondiente a los picos y valles de las curvas. El caso particular de mayores desviaciones corresponde a las curvas de posición angular del servomotor de la cadera.

Para evaluar los modelos se usaron únicamente las curvas de posición angular en los servomotores, ya que sus valores reales pudieron medirse directamente; se complementaron obteniendo las curvas correspondientes a las pruebas restantes. Se usó el criterio IAE, que en este caso particular se expresa como:

$$IAE_i = \int_0^a |\phi_i^r(t) - \phi_i^m(t)| dt \quad (3.11)$$

Donde los superíndices r y m corresponden a la curva real y a la curva obtenida por el modelo particular. Para comparar los índices de desempeño se revisó el método usado en [57], donde se calcula el error de predicción de cada modelo con respecto a un modelo óptimo. Debido a que no se cuenta con un modelo óptimo se calculó el porcentaje de error de predicción del modelo 2 con respecto al modelo 1, es decir:

$$PEP_i = \frac{IAE_i^2 - IAE_i^1}{IAE_i^1} * 100 \tag{3.12}$$

Los resultados se pueden consultar en la tabla 3-6. Los valores positivos indican que el modelo 1 tuvo mejor desempeño para esos casos, mientras que los negativos indican mejor desempeño por parte del modelo 2.

Tabla 3-5: Desempeño de modelos para posición angular de servomotores.

Prueba	Articulación	Modelo	IAE	PEP
1	Cadera	1	0,5165	26,08
		2	0,6512	
	Rodilla	1	0,3846	-21,22
		2	0,303	
2	Cadera	1	0,3585	25,83
		2	0,4511	
	Rodilla	1	0,5405	19,57
		2	0,6463	
3	Cadera	1	0,3157	30,19
		2	0,411	
	Rodilla	1	0,2643	-9,951
		2	0,238	

Los valores obtenidos de IAE muestran que las condiciones iniciales influyen notablemente en el desempeño de los modelos. Los valores de PEP indican que el modelo 1 presenta mejor desempeño para describir el comportamiento de la cadera; en el caso de la rodilla, la dispersión de los datos dificulta establecer una correlación, aunque en dos de las pruebas se tuvo mejor ajuste del modelo 2. Estos resultados

permiten comprobar que la introducción de componentes elásticos en las articulaciones dificulta la obtención de un modelo de gran precisión.

4. Control de movimiento

Este capítulo abarca el desarrollo del algoritmo para el control de movimiento del mecanismo planar 2R. Inicialmente se revisa el control interno de los servomotores a partir de pruebas al mecanismo usando las trayectorias articulares definidas en el capítulo anterior. A partir de estos resultados se escoge la estrategia de control a seguir, la cual se implementa y evalúa tanto en simulación como en pruebas al mecanismo real.

4.1 Evaluación del control interno de los servomotores

Para esta etapa se evaluaron únicamente las ganancias proporcional y derivativa del controlador interno de cada servomotor dentro de cierto rango de valores. Esto se hizo con el objeto de aprovechar estos controladores internos en el diseño del algoritmo de control.

4.1.1 Descripción de las pruebas

Inicialmente se realizaron pruebas utilizando solamente control proporcional. Para facilitar la evaluación se usó el mismo valor de ganancia en ambos controladores. Se consultó el data sheet del servomotor Dynamixel MX-28T [66]. Se encontró que el rango de valores de ganancia proporcional a asignar se ubica entre 0 y 254, sin embargo el controlador usa realmente los valores representativos correspondientes a $P= 8, 16, 32, 64$ y 128 . Se usaron nuevamente las trayectorias articulares definidas en la sección 3.2.3 y se fijó un valor de ganancia proporcional distinto en cada prueba. En esta ocasión para cada prueba se abrió el monitor serial luego de poner en marcha el mecanismo y se tomaron los datos del intervalo entre 0 y 43,5 segundos transcurridos después de iniciar la medición.

A continuación se realizaron pruebas con control PD en cada servomotor. Para este caso se dejó fijo el valor de ganancia proporcional y se varió el valor de ganancia derivativa. Se usó $P=32$ por ser el valor predeterminado. Los valores usados fueron $D=8, 16$ y 32 . De las pruebas anteriores una correspondió a $P=32$ y $D=0$, por lo que también se puede incluir en la evaluación de esta etapa. También se usó el intervalo transcurrido entre 0 y 43,5 segundos después de iniciar la medición.

Para esta etapa se modificó el programa utilizado para poner marcha el mecanismo planar 2R, esto con el objeto de reducir el número de instrucciones a ejecutar y por tanto el tiempo de muestreo.

4.1.2 Resultados

A partir de las mediciones de tiempo y posición angular se construyeron las curvas de respuesta tanto de la cadera como de la rodilla. Debido a la cantidad de puntos de medición y para mejorar la visualización de las curvas, solo se graficó el intervalo entre 20 y 30 segundos transcurridos después de iniciar la medición. En las gráficas 4.1 a 4.6 se pueden observar algunas curvas de respuesta.

Figura 4.1: Movimiento de la cadera para $P=16$ y $D=0$.

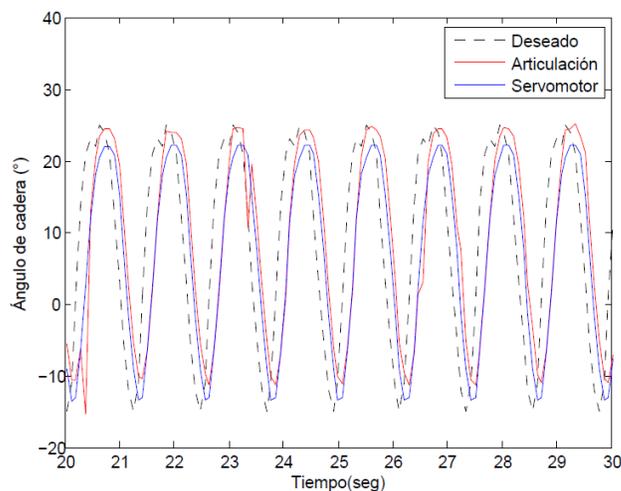


Figura 4.2: Movimiento de la rodilla para $P=16$ y $D=0$.

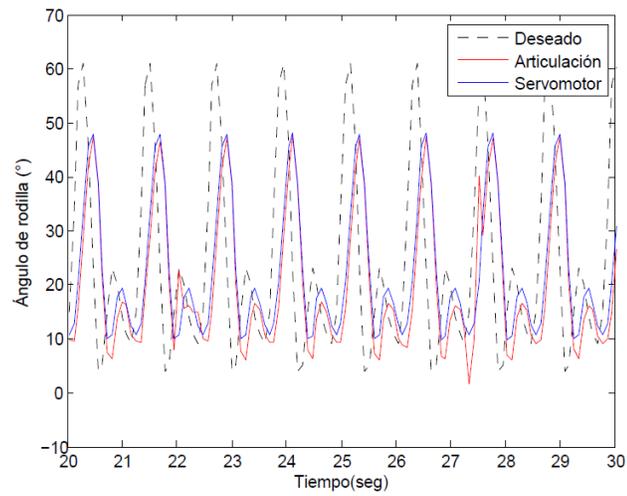


Figura 4.3: Movimiento de la cadera para $P=32$ y $D=0$.

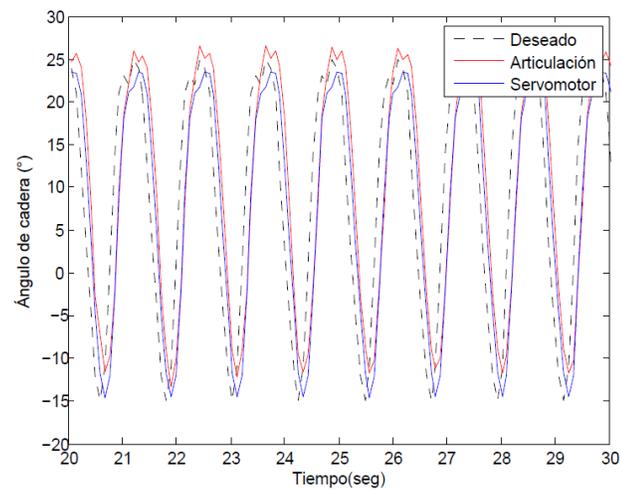


Figura 4.4: Movimiento de la rodilla para $P=32$ y $D=0$.

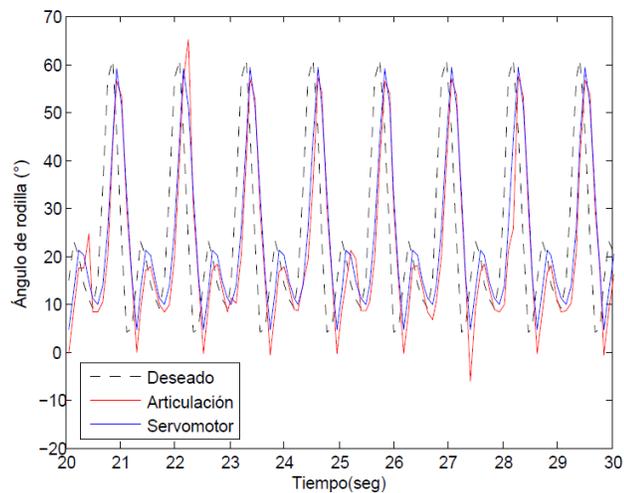


Figura 4.5: Movimiento de la cadera para P=32 y D=16.

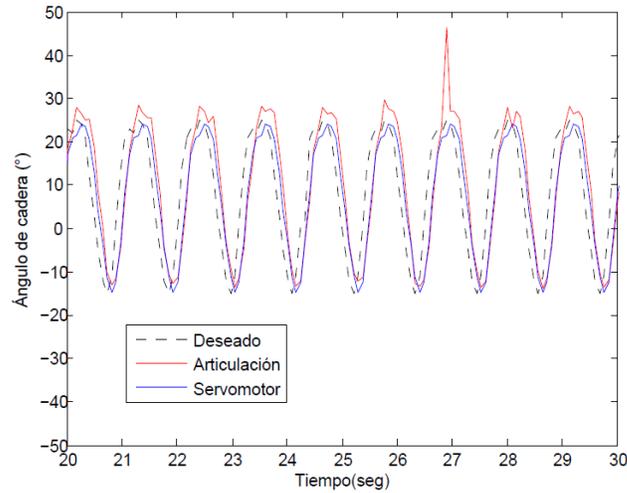
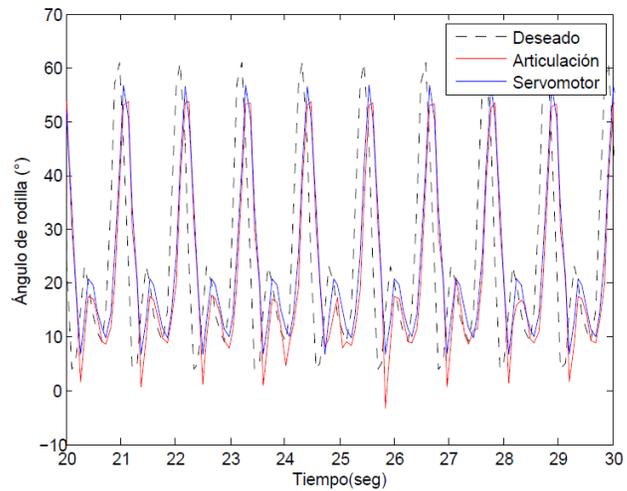


Figura 4.6: Movimiento de la rodilla para P=32 y D=16.



Para evaluar el desempeño de los controladores se usó el criterio ITAE, teniendo en cuenta las ventajas descritas en la sección 1.4. Se aplicó la ecuación 3.10 para la diferencia entre la señal de referencia y la señal de salida de los servomotores; también se aplicó para la diferencia entre la señal de referencia y la señal de salida de las articulaciones. El cálculo del ITAE en todos los casos se hizo para el intervalo entre 0 y 43,5 segundos transcurridos después de iniciar la medición. Los resultados se anotaron en la tabla 4-1. También se usó como criterio de evaluación el “porcentaje de error por desviación angular”, el cual se definió como:

$$PED_i = \frac{|ITAE_{\theta} - ITAE_{\phi}|}{ITAE_{\theta}} * 100 \tag{4.1}$$

Donde los subíndices θ y ϕ corresponden a la articulación y al servomotor respectivamente. Los resultados también se anotaron en la tabla 4-1. Para calcular el tiempo de muestreo en cada prueba se divide el período de marcha en el número de puntos que componen cada vector de datos (14).

Tabla 4-1: Resultados de desempeño para el control interno de los servomotores.

P	D	Unión	ITAE		PED	t _{ciclo} (s)	
			Articulación	Servomotor			
8	0	Cadera	239,4	225,4	5,8479532	1,019	
		Rodilla	248,6	240,4	3,2984714		
16	0	Cadera	166,8	151,8	8,9928058	1,207	
		Rodilla	264,1	237,9	9,9204847		
32	0	Cadera	130	111,6	14,153846	1,204	
		Rodilla	249,1	222,5	10,678442		
	8	Cadera	147	116,7	20,612245	1,106	
		Rodilla	248,4	230,1	7,3671498		
	16	Cadera	145,4	117,5	19,188446	1,101	
		Rodilla	238,6	224,2	6,0352054		
	32	32	Cadera	138,4	118,9	14,089595	1,108
			Rodilla	241,5	218,1	9,689441	
64	0	Cadera	111,7	94	15,846016	1,202	
		Rodilla	218,9	200,9	8,2229328		
128	0	Cadera	123,7	94,75	23,403395	1,107	
		Rodilla	212,2	201,3	5,1366635		

Se observa que dentro del rango de valores P=0 a 64 los servomotores presentan un mejor desempeño con el aumento del valor de ganancia proporcional en su respectivo controlador. Con respecto a las desviaciones angulares, estas se incrementan con el aumento de ganancia proporcional, sin embargo para P=64 este incremento se reduce en el caso de la cadera y en el caso de la rodilla las desviaciones disminuyen ligeramente a partir de este valor. Se observa que la adición de la ganancia derivativa en el rango de valores D=0 a 32 para P=32 influye en la reducción del período de la marcha. Este

período también puede reducirse usando solo ganancia proporcional con valor $P=8$ o 128.

4.2 Estrategia de control para la marcha

Con los resultados obtenidos de las pruebas realizadas en la sección anterior se procedió a diseñar la estrategia de control a implementar. Teniendo en cuenta que se necesita un sistema de control que permita reducir el error de seguimiento y a su vez reducir las desviaciones angulares entre cada articulación y su respectivo servomotor, se optó por usar una forma simplificada del control adaptativo por planificación de ganancias (fig. 4.7 y 4.8). Aunque no se incluya específicamente una tabla de ganancias, esta sirve como punto de partida para desarrollar el algoritmo de control.

Figura 4.7: Esquema de control propuesto para el mecanismo planar 2R.

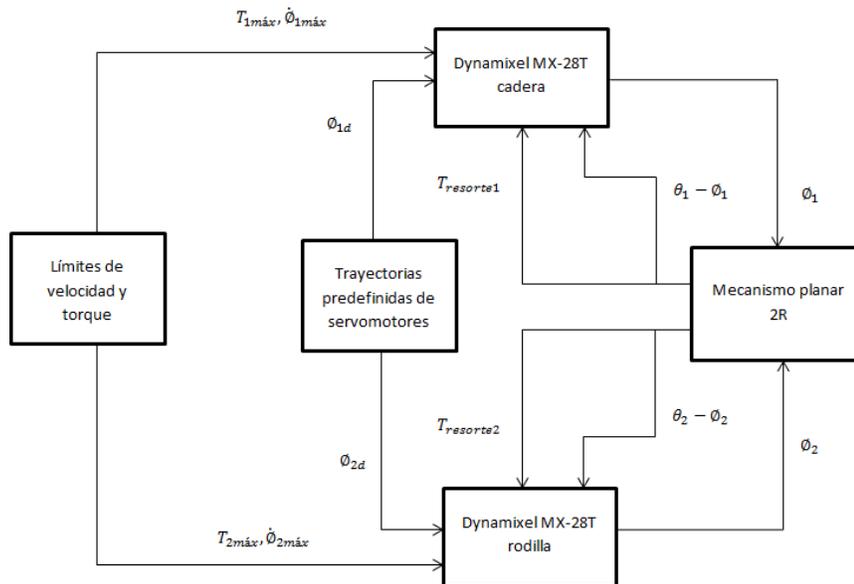
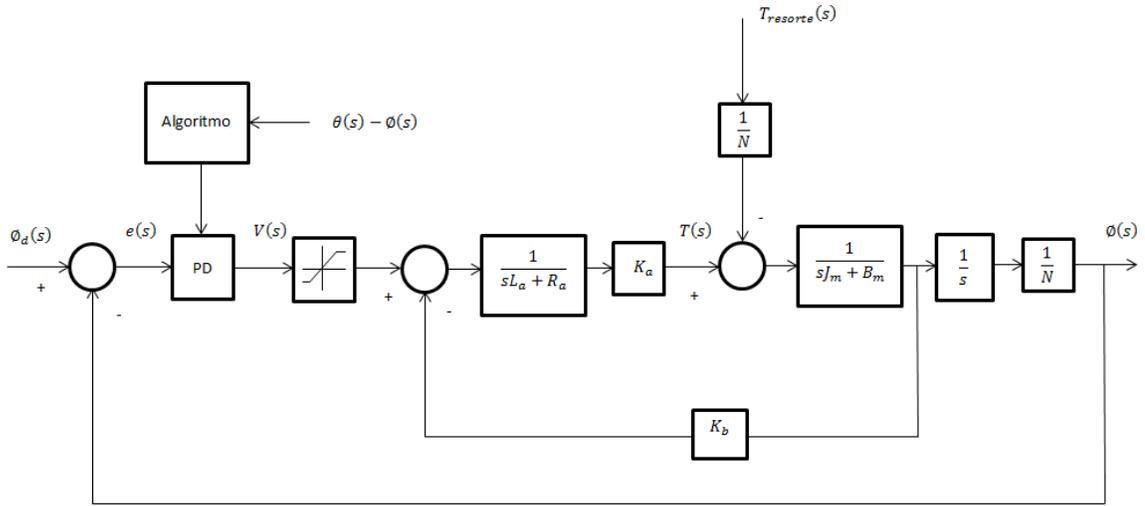


Figura 4.8: Diagrama de bloques para cada servomotor.



4.2.1 Diseño del algoritmo

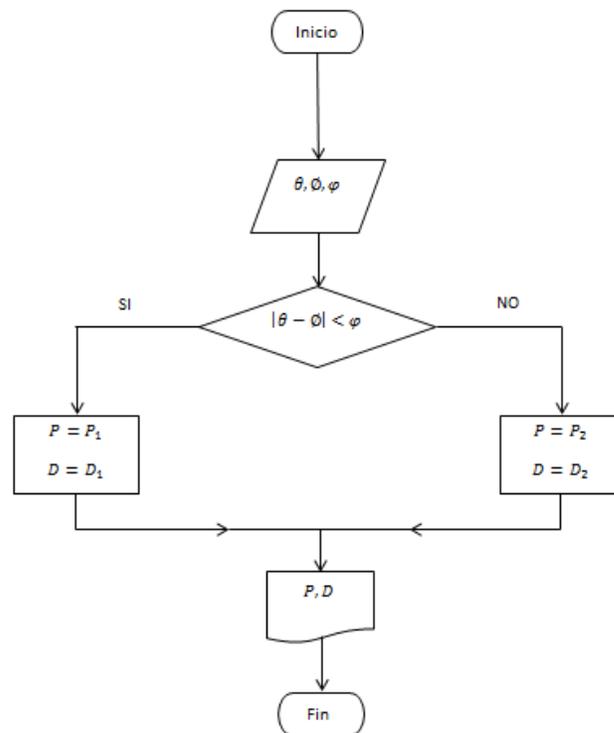
La estrategia de control para esta tesis incluye dos puntos de ajuste de los parámetros del controlador para cada servomotor. El criterio para ajustar los parámetros es un valor de referencia de la desviación angular entre la articulación y su servomotor (φ). A partir de lo anterior se define la señal de control como:

$$V(t) = u(t) = \begin{cases} K_{p1}e(t) + K_{d1} \frac{de(t)}{dt} & \text{si } |\theta(t) - \phi(t)| < \varphi \\ K_{p2}e(t) + K_{d2} \frac{de(t)}{dt} & \text{si } |\theta(t) - \phi(t)| \geq \varphi \end{cases} \quad (4.2)$$

$$e(t) = \phi_d(t) - \phi(t) \quad (4.3)$$

Con la ecuación 4.2 se diseña el algoritmo para seleccionar los parámetros de control a usar durante la marcha del mecanismo planar 2R (fig. 4.9). Es importante mencionar que este algoritmo es solo una parte del programa a utilizar en el mecanismo.

Figura 4.9: Algoritmo para definir los parámetros de control.



4.2.2 Implementación

Para implementar el algoritmo en el programa a usar en el mecanismo planar 2R se debe escoger el valor de referencia para la desviación angular y los puntos de ajuste para las ganancias. Para el primer caso debe hallarse el valor de deformación angular de los resortes para el cual se alcanza el valor máximo de torque permisible en los servomotores si se aplica una carga de frenado. A partir de la información de diseño del mecanismo se tiene que este valor corresponde a 9° . Teniendo en cuenta que la desviación angular no coincide necesariamente con la deformación angular (ver ecuación 2.38) se ha optado por usar un criterio más conservativo y se escoge $\varphi = 5^\circ$ como el valor de referencia.

Para hallar los puntos de ajuste se revisa la información de la tabla 4-1. A partir de esta información, se espera que con este método el valor de ganancia proporcional más alto de los dos puntos de ajuste se aplique para las etapas del movimiento en que las

desviaciones angulares son poco significativas, dejando el valor más bajo para las etapas donde estas desviaciones sean más apreciables. Para comprobar lo anterior es necesario comparar las dos alternativas: $P_1 > P_2$ y $P_1 < P_2$. Con respecto a la ganancia derivativa, esta solo se usa para acercar el período del mecanismo al valor ideal, por lo tanto se usa $D_1 = D_2$.

A partir de lo anterior y con la información de la tabla 4-1 se escogieron cinco alternativas de control, la cuales se detallan en la siguiente tabla:

Tabla 4-2: Alternativas de control.

Alternativa	φ (°)	P_1	P_2	D_1	D_2
1	5	32	16	0	0
2	5	32	64	0	0
3	5	32	16	16	16
4	5	64	32	0	0
5	5	64	32	16	16

El algoritmo de control propuesto se incluyó directamente en un nuevo programa para poner en funcionamiento el mecanismo planar 2R. El criterio de selección y los puntos de ajuste fueron relacionados mediante operaciones condicionales. Debido a que se requieren realizar cálculos adicionales para evaluar la condición, este nuevo programa contiene más instrucciones que el utilizado en la sección 4.1, lo cual puede afectar el tiempo de muestreo y la velocidad de respuesta de los servomotores.

Se aplicó cada alternativa de control en el equipo real de forma separada, por lo cual se hicieron dos pruebas poniendo nuevamente en movimiento el mecanismo planar 2R con las trayectorias articulares correspondientes a la marcha humana simplificada. Al igual que en las pruebas anteriores, se abrió el monitor serial luego de poner en marcha el mecanismo y se tomaron los datos del intervalo entre 0 y 43,5 segundos transcurridos después de iniciar la medición. Para facilitar la evaluación, en cada prueba se usaron los mismos parámetros de control en ambos servomotores.

4.2.3 Resultados

Para construir las curvas de respuesta de la cadera y la rodilla se realizó el mismo procedimiento de la sección 4.1. En las figuras 4.10 a 4.15 pueden observarse las curvas de respuesta obtenidas usando las alternativas de control 1, 2 y 5.

Figura 4.10: Movimiento de la cadera con alternativa 1.

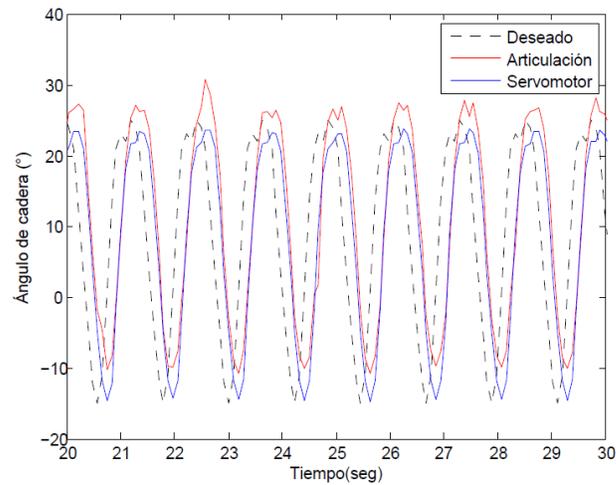


Figura 4.11: Movimiento de la rodilla con alternativa 1.

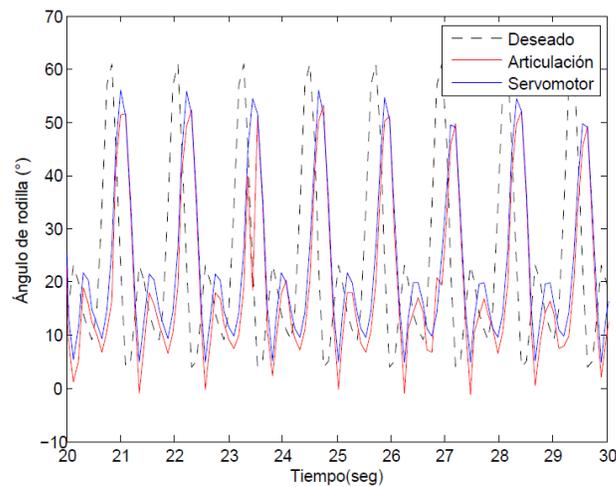


Figura 4.12: Movimiento de la cadera con alternativa 2.

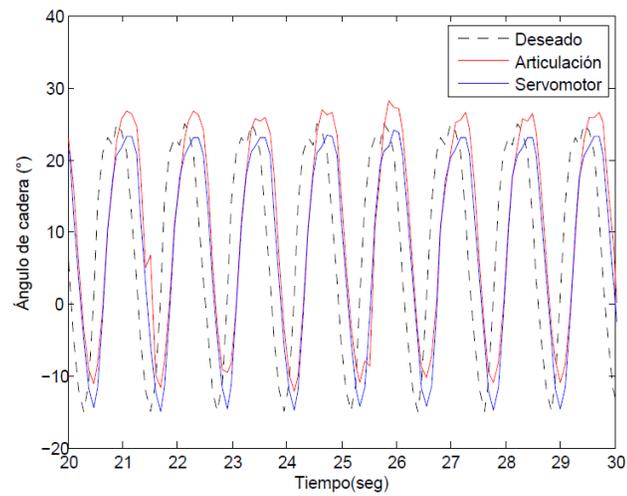


Figura 4.13: Movimiento de la rodilla con alternativa 2.

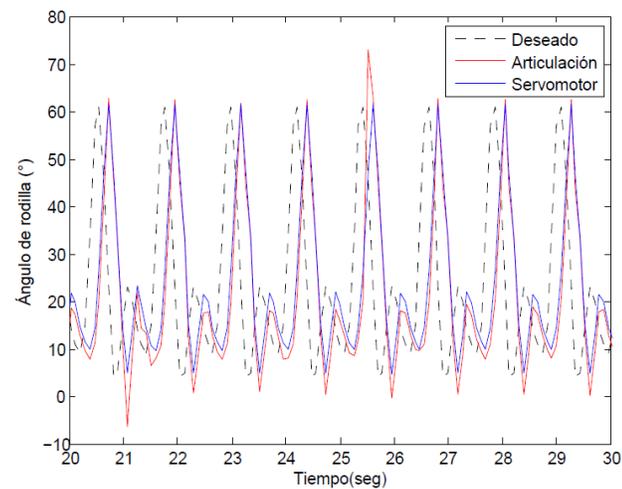


Figura 4.14: Movimiento de la cadera con alternativa 4.

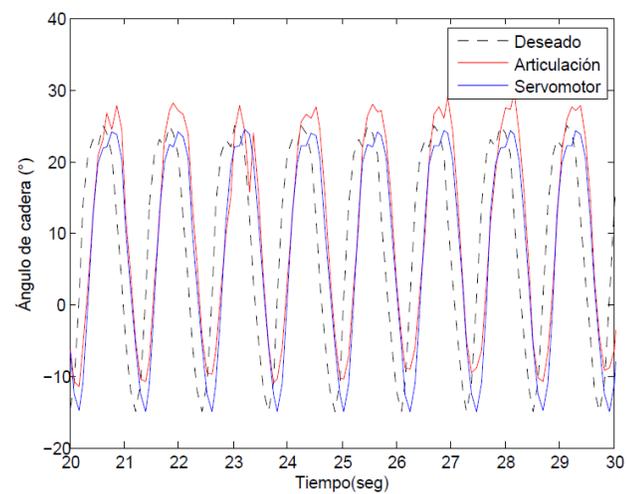
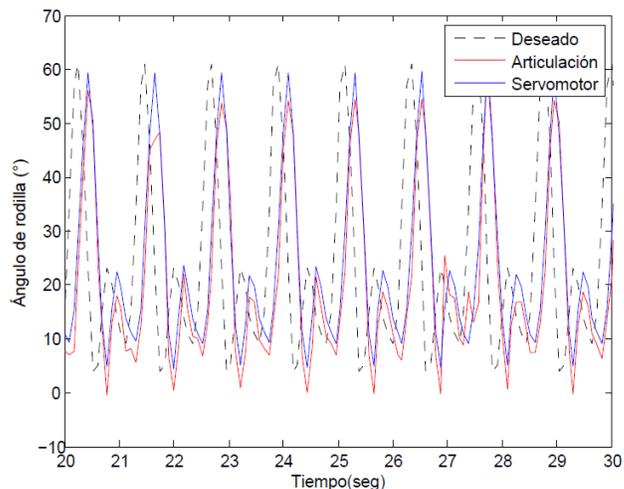


Figura 4.15: Movimiento de la rodilla con alternativa 4.



Para evaluar las alternativas de control se usaron nuevamente el criterio ITAE y el PED para las articulaciones y los servomotores. Los resultados pueden observarse en la siguiente tabla:

Tabla 4-3: Resultados de desempeño de las alternativas de control.

Alternativa	Unión	ITAE		PED	t _{ciclo} (s)
		Articulación	Servomotor		
1	Cadera	203,1	191,9	5,5145249	1,201
	Rodilla	332,2	310,1	6,6526189	
2	Cadera	200,5	190	5,2369077	1,202
	Rodilla	330,5	306,8	7,1709531	
3	Cadera	209,2	195,2	6,6921606	1,206
	Rodilla	337,6	301,1	10,811611	
4	Cadera	184,2	179,9	2,3344191	1,199
	Rodilla	311,5	302,3	2,953451	
5	Cadera	187,7	196,9	4,9014385	1,199
	Rodilla	313,5	302,9	3,3811802	

Puede observarse que en términos generales el mejor desempeño se dio para la alternativa 4, lo cual indica que se pueden subir los valores de ganancia proporcional para mejorar el desempeño de los servomotores y compensar las desviaciones angulares con la variación del punto de ajuste. También se observa que existe poca diferencia entre las alternativas 1 y 2, lo cual contradice la afirmación de que $P_1 > P_2$ permite un mejor

desempeño que $P_1 < P_2$; esto se cumple al menos para el rango $P=16$ a 64 . Con respecto a la ganancia derivativa, los datos no son concluyentes.

Para evaluar la estrategia de control utilizada se usan como referencia los valores de ITAE de servomotor y PED anotados en la tabla 4-1 y obtenidos de las pruebas realizadas al mecanismo con los valores de controlador interno predeterminados ($P=32$ y $D=0$). Cada valor de ITAE y PED de la tabla 4-4 se compara con los respectivos valores de referencia a partir del cálculo de un porcentaje de cambio para cada articulación, el cual se define como:

$$P\Delta X_i = \frac{X_{alt} - X_{ref}}{X_{ref}} * 100 \quad (4.4)$$

Donde X corresponde al criterio de evaluación (ITAE del servomotor o PED) y los subíndices alt y ref corresponden a la alternativa de control y a la referencia respectivamente. Los resultados se encuentran en la tabla 4-5, donde el signo positivo indica incremento del error de seguimiento (la alternativa de control empeoró el desempeño) y el negativo indica su decremento (la alternativa de control mejoró el desempeño).

Tabla 4-4: Desempeño de la estrategia de control.

Alternativa	Unión	$P\Delta ITAE$ (servomotor)	$P\Delta PED$
1	Cadera	71,95	-61,02
	Rodilla	39,37	-37,71
2	Cadera	70,25	-62,99
	Rodilla	37,89	-32,85
3	Cadera	74,91	-52,71
	Rodilla	35,33	1,217
4	Cadera	61,2	-83,5
	Rodilla	35,87	-72,35
5	Cadera	76,43	-65,36
	Rodilla	36,13	-68,34

Se observa que bajo las condiciones trabajadas, la estrategia de control propuesta permite reducir las desviaciones angulares (exceptuando a la rodilla al usarse la alternativa 3), pero aumenta el error de seguimiento en los servomotores. La reducción de estas desviaciones solo compensa el aumento del error en ambas articulaciones al usarse la alternativa 4 y compensa el aumento del error en la rodilla al usarse la alternativa 5. En términos generales, esta estrategia de control es útil si la prioridad del control de movimiento es reducir las desviaciones angulares entre las articulaciones y sus respectivos servomotores.

5. Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

Se desarrollaron los modelos matemáticos que describen la cinemática y la dinámica de un mecanismo planar 2R con componentes elásticos en las articulaciones, con el cual se busca imitar el movimiento de la cadera y la rodilla en el plano sagital durante la marcha humana. Debido a la presencia de un elemento elástico en la interfaz actuador-carga cada articulación presenta 2 GDL, por lo cual el mecanismo presenta 4 GDL. Se aplicó un proceso analítico a partir del cual se obtuvo un sistema de 4 ecuaciones con 8 incógnitas. Para encontrar las incógnitas restantes se obtuvieron dos modelos de comportamiento: uno que consideraba unión rígida en las articulaciones y permitía solucionarse analíticamente y otro que requería solución numérica en el intervalo de tiempo tomado, donde se consideraba deformación instantánea en cada subintervalo. Al aplicarse estos modelos de comportamiento, se encontró que las mayores desviaciones en los cálculos se presentaban en la zona correspondiente a los picos y valles de las curvas.

En el modelo matemático de la dinámica del mecanismo planar 2R no se incluyeron las fuerzas de reacción del suelo durante la pisada ni otro tipo de perturbación externa, es decir, las únicas fuerzas externas correspondieron a las ejercidas por los actuadores. Lo anterior tiene correspondencia con el mecanismo real, ya que su montaje permite imitar el movimiento de la cadera y la rodilla durante la marcha humana sin tener contacto con el suelo. Tanto el modelo como el mecanismo real se pueden tomar como un punto de partida para el estudio de la marcha humana enfocado en el estudio y desarrollo de robots bípedos o dispositivos de rehabilitación de miembro inferior.

Al implementarse el movimiento aproximado de la marcha humana a este equipo, se encontró que en gran parte del ciclo las articulaciones presentan un comportamiento

cercano al de uniones rígidas y que el comportamiento elástico se incrementa cuando las posiciones angulares alcanzan sus valores máximos y mínimos. Esto se debe a que las mayores aceleraciones en los servomotores y los cambios en su sentido de giro facilitan el efecto de las cargas de inercia en las articulaciones y de las fuerzas recuperadoras de los resortes, permitiendo mayor movimiento relativo entre los servomotores y sus respectivas articulaciones.

Se realizaron pruebas de desempeño a los controladores internos de los servomotores en el equipo real variando los parámetros PD, cuyos resultados se tuvieron en cuenta para diseñar la estrategia de control a implementar. Se encontró que el aumento del valor de la ganancia proporcional en el controlador de cada servomotor tiende a reducir el error de seguimiento, pero aumenta las desviaciones angulares; la adición de ganancia derivativa bajo las condiciones usadas tiende a aumentar la rapidez de la marcha. Con el objeto de reducir el error de seguimiento en cada servomotor y a su vez reducir las desviaciones angulares, se propuso usar una forma simplificada de control adaptativo por planificación de ganancias, el cual usó dos puntos de ajuste de la ganancia derivativa y tomó como criterio de selección un valor de referencia de la desviación angular. Al implementarse el algoritmo de selección de ganancias en el equipo real se encontró que se tienden a reducir las desviaciones angulares, pero aumentan las magnitudes del error de seguimiento en los servomotores; para evaluar este algoritmo se tomó como referencia los resultados obtenidos durante la prueba realizada al equipo real usando los parámetros predefinidos de los controladores ($P=32$ y $D=0$ usando la escala de valores del lenguaje de programación de los servomotores Dynamixel). En la mayor parte de los casos la reducción de las desviaciones angulares no compensó el incremento del error de seguimiento en los servomotores.

5.2 Recomendaciones

El siguiente paso en esta investigación puede ser el estudio y desarrollo de un mecanismo con actuadores de rigidez variable. Este tipo de dispositivos emplearía elevada rigidez cuando se requiera controlar el movimiento y baja rigidez cuando se requiera controlar fuerza.

Debido a que el fenómeno de la histéresis elástica afecta la medición indirecta de la fuerza a partir de la deformación, sería útil realizar su estudio detallado y su modelamiento matemático en posteriores trabajos.

Para posteriores trabajos que incluyan diseño y construcción de mecanismos con componentes elásticos en las articulaciones se pueden implementar componentes disipadores para reducir las oscilaciones.

Como se mencionó durante la tesis, el mecanismo planar 2R con componentes elásticos en las articulaciones es un ejemplo de sistemas de accionamiento flexible pasivos. Un trabajo complementario sería el estudio y desarrollo de un dispositivo de accionamiento flexible activo, es decir, en lugar de usar componentes elásticos en las articulaciones se emplearía control flexible.

Con respecto al desarrollo de una estrategia de control a usar en el mecanismo planar 2R u otros diseños similares, se puede pensar en un usar un control adaptativo con mayores puntos de ajuste o la implementación de control PID por lógica difusa.

Los modelos matemáticos desarrollados se pueden aplicar para el desarrollo de sistemas de rehabilitación de miembro inferior con movimiento pasivo-continuo. Para estos dispositivos también pueden usarse las trayectorias articulares tomadas de la marcha Winter.

A. Anexo: Programación de marcha

En este anexo se incluye la información y códigos utilizados para programar la marcha del mecanismo planar 2R durante las pruebas descritas en los capítulos 3 y 4.

A.1 Tablas de datos para marchas

Los valores de tiempo y posición angular para la cadera y la rodilla durante las marchas de Winter y simplificada se encuentran en las tablas A-1 y A-2, respectivamente. En la tabla A-3 se incluye la trayectoria utilizada para el servomotor sin carga.

Tabla A-1: Evolución temporal de las posiciones angulares para marcha Winter.

Tiempo (s)	Posición de cadera (°)	Posición de rodilla (°)
0	24,5	5,4
0,017	24,5	7,5
0,033	24,5	9,8
0,05	24,4	12,2
0,067	24,3	14,7
0,083	24,1	17,1
0,1	23,6	19,3
0,117	23	20,9
0,133	22	22,1
0,15	20,7	22,7
0,167	19,2	22,7
0,183	17,5	22,4
0,2	15,6	21,7
0,217	13,7	20,8

0,233	11,8	19,8
0,25	10	18,7
0,267	8,2	17,6
0,283	6,4	16,5
0,3	4,8	15,4
0,317	3,1	14,4
0,333	1,6	13,5
0,35	0	12,7
0,367	-1,5	11,9
0,383	-3,1	11,2
0,4	-4,6	10,5
0,417	-6,2	9,9
0,433	-7,7	9,4
0,45	-9,2	9,1
0,467	-10,6	9
0,483	-11,8	9,1
0,5	-12,9	9,6
0,517	-13,9	10,4
0,533	-14,5	11,6
0,55	-15	13,2
0,567	-15,2	15,36
0,583	-15	17,9
0,6	-14,6	21,1
0,617	-13,8	24,8
0,633	-12,6	29
0,65	-11	33,6
0,667	-9	38,5
0,683	-6,7	43,5
0,7	-4,1	48,4
0,717	-1,4	52,8
0,733	1,4	56,5
0,75	4,1	59,5

0,767	6,8	61,4
0,783	9,2	62,3
0,8	11,5	62,2
0,817	13,5	61,2
0,833	15,3	59,3
0,85	16,9	56,9
0,867	18,4	53,8
0,883	19,6	50,3
0,9	20,7	46,4
0,917	21,5	42,2
0,933	22,1	37,6
0,95	22,6	32,9
0,967	22,8	28
0,983	23	23,1
1	23	18,4
1,017	23	14,1
1,033	23	10,3
1,05	22,9	7,1
1,067	22,8	4,9
1,083	22,8	3,6
1,1	22,8	3,3
1,117	22,9	3,8
1,133	23	5,1
1,15	24,5	5,4

Tabla A-2: Evolución temporal de las posiciones angulares para marcha simplificada.

Tiempo (s)	Posición Cadera (°)	Posición Rodilla (°)
0	25	-5
0,067	24	-15
0,15	21	-23
0,233	12	-20
0,317	3	-14

0,4	-5	-11
0,483	-12	-9
0,567	-15	-15
0,65	-11	-34
0,733	1	-57
0,817	14	-61
0,9	21	-46
0,983	23	-23
1,067	22	-4
1,15	25	-5

Tabla A-3: Trayectoria implementada para servomotor sin carga.

Tiempo (% ciclo)	Ángulo (°)
0	0
2,283	1,055
4,486	2,813
6,634	4,571
8,837	8,967
11,15	13,36
13,46	17,76
15,82	22,15
18,13	26,55
20,49	30,95
22,80	35,34
25,17	39,74
27,48	44,13
29,84	48,53
32,21	52,92
34,52	57,32
36,88	61,71

39,19	66,11
41,55	70,51
43,89	74,90
46,23	79,30
48,59	83,69
50,98	79,30
53,45	74,90
55,92	70,51
58,39	66,11
60,86	61,71
63,34	57,32
65,81	52,92
68,28	48,53
70,75	44,13
73,22	39,74
75,69	35,34
78,16	30,95
80,63	26,55
83,11	22,15
85,58	17,76
88,05	13,36
90,52	8,967
92,99	4,571
95,33	2,813
97,66	1,055
100	0

A.2 Códigos usados durante las pruebas

En esta sección se incluyen los códigos usados para las diferentes pruebas realizadas al mecanismo planar 2R durante el transcurso de la tesis. Algunos valores numéricos incluidos en los códigos corresponden a una prueba en particular, por lo cual se modifican en las demás.

A.2.1 Pruebas de implementación del modelo matemático

```
#define DXL_BUS_SERIAL1 1 //Dynamixel on Serial1(USART1) <-OpenCM9.04
#define DXL_BUS_SERIAL2 2 //Dynamixel on Serial2(USART2) <-LN101,BT210
#define DXL_BUS_SERIAL3 3 //Dynamixel on Serial3(USART3) <-OpenCM 485EXP
```

```
#define ID_NUM1 1
#define ID_NUM2 2
#define GOAL 36
#define SPEED 38
#define TORQUE 40
#define VERTCAD 2399
#define VERTROD 2248
#define D_GAIN 26
#define I_GAIN 27
#define P_GAIN 28
```

```
const int analogInPin1 = 7 ; // Analog input pin that the potentiometer
const int analogInPin2 = 8 ; // Analog input pin that the potentiometer
```

```
// These variables will change:
float sensorValueCad = 0; // value read from the pot
float sensorValueRod = 0;
float sensorCad;
float sensorRod;
word servoCad;
word servoRod;
word servovelCad;
word servovelRod;
word torqueCad;
word torqueRod;
int digCad;
```

```
int digRod;
int rodilla = 0;
int cadera = 0;
int torCad;
int torRod;
int torqueCadN;
int torqueRodN;
long time;
float servoangCad;
float servoangRod;
int myCad[] = {25, 24, 21, 12, 3, -5, -12, -15, -11, 1, 14, 21, 23, 22};
int myRod[] = {-5, -15, -23, -20, -14, -11, -9, -15, -34, -57, -61, -46, -23, -4};
```

```
Dynamixel Dxl(DXL_BUS_SERIAL1);
```

```
void setup() {
```

```
  // Initialize the dynamixel bus:
```

```
  // Dynamixel 2.0 Baudrate -> 0: 9600, 1: 57600, 2: 115200, 3: 1Mbps
```

```
  Dxl.begin(1);
```

```
  Dxl.maxTorque(ID_NUM1,1023);// it has maxtorque for weak movement
```

```
  Dxl.maxTorque(ID_NUM1,1023); // it has maxtorque for weak movement
```

```
  Dxl.jointMode(ID_NUM1); //jointMode() is to use position mode
```

```
  Dxl.jointMode(ID_NUM2); //jointMode() is to use position mode
```

```
  Dxl.goalSpeed(ID_NUM1, 300);
```

```
  Dxl.goalSpeed(ID_NUM2, 300);
```

```
  Dxl.writeWord(ID_NUM1, D_GAIN, 0);
```

```
  Dxl.writeWord(ID_NUM1, I_GAIN, 0);
```

```
  Dxl.writeWord(ID_NUM1, P_GAIN, 32);
```

```
  Dxl.writeWord(ID_NUM2, D_GAIN, 0);
```

```
  Dxl.writeWord(ID_NUM2, I_GAIN, 0);
```

```
  Dxl.writeWord(ID_NUM2, P_GAIN, 32);
```

```
pinMode(analogInPin1, INPUT_ANALOG);
pinMode(analogInPin2, INPUT_ANALOG);
}

void loop() {

  torCad = 1023;
  torRod = 1023;
  torqueCad = 0;
  torqueRod = 0;
  for(int i=0; i<=13; i++)
  {
    cadera = myCad[i];
    rodilla = myRod[i];

    digCad = VERTCAD + (cadera * 11.375);
    digRod = VERTROD + (rodilla * 11.375);

    time=millis();
    Dxl.maxTorque(ID_NUM1,torCad);
    Dxl.goalPosition(ID_NUM1, digCad); //ID 1 dynamixel moves to position 1
    sensorValueCad = analogRead(analogInPin1);
    servoCad = Dxl.readWord(ID_NUM1, GOAL);
    servovelCad = Dxl.readWord(ID_NUM1, SPEED);
    torqueCad = Dxl.readWord(ID_NUM1, TORQUE);
    Dxl.maxTorque(ID_NUM2,torRod);
    Dxl.goalPosition(ID_NUM2, digRod);
    sensorValueRod = analogRead(analogInPin2);
    servoRod = Dxl.readWord(ID_NUM2, GOAL);
    servovelRod = Dxl.readWord(ID_NUM2, SPEED);
    torqueRod = Dxl.readWord(ID_NUM2, TORQUE);
```

```
    sensorCad = (sensorValueCad-3240)/18;
    sensorRod= (sensorValueRod-3240)/18;
    servoangCad = (servoCad-VERTCAD)/11.375;
    servoangRod = (servoRod-VERTROD)/11.375;
    if (torqueCad > 1023)
    {
        torqueCadN = (torqueCad-1024)/10;
    }
    else
    {
        torqueCadN = -torqueCad/10;
    }
    if (torqueRod > 1023)
    {
        torqueRodN = (torqueRod-1024)/10;
    }
    else
    {
        torqueRodN = -torqueRod/10;
    }

    // print the results to the serial monitor:
    SerialUSB.print(time);
    SerialUSB.print(" ");
    SerialUSB.print(sensorCad);
    SerialUSB.print(" ");
    SerialUSB.print(servoangCad);
    SerialUSB.print(" ");
    SerialUSB.print(servovelCad);
    SerialUSB.print(" ");
    SerialUSB.print(torqueCadN);
    SerialUSB.print(" ");
    SerialUSB.print(sensorRod);
    SerialUSB.print(" ");
```

```

SerialUSB.print(servoangRod);
SerialUSB.print(" ");
SerialUSB.print(servovelRod);
SerialUSB.print(" ");
SerialUSB.println(torqueRodN);
}
}

```

A.2.2 Pruebas de desempeño de controladores internos

```

#define DXL_BUS_SERIAL1 1 //Dynamixel on Serial1(USART1) <-OpenCM9.04
#define DXL_BUS_SERIAL2 2 //Dynamixel on Serial2(USART2) <-LN101,BT210
#define DXL_BUS_SERIAL3 3 //Dynamixel on Serial3(USART3) <-OpenCM 485EXP

#define ID_NUM1 1
#define ID_NUM2 2
#define GOAL 36
#define SPEED 38
#define TORQUE 40
#define VERTCAD 2399
#define VERTROD 2248
#define D_GAIN 26
#define I_GAIN 27
#define P_GAIN 28

const int analogInPin1 = 7 ; // Analog input pin that the potentiometer
const int analogInPin2 = 8 ; // Analog input pin that the potentiometer

// These variables will change:

```

```
float sensorValueCad = 0;    // value read from the pot
float sensorValueRod = 0;
word servoCad;
word servoRod;
word torqueCad;
word torqueRod;
int digCad;
int digRod;
int rodilla = 0;
int cadera = 0;
int torCad;
int torRod;
long time;
int myCad[] = {25, 24, 21, 12, 3, -5, -12, -15, -11, 1, 14, 21, 23, 22};
int myRod[] = {-5, -15, -23, -20, -14, -11, -9, -15, -34, -57, -61, -46, -23, -4};

Dynamixel Dxl(DXL_BUS_SERIAL1);

void setup() {
    // Initialize the dynamixel bus:

    // Dynamixel 2.0 Baudrate -> 0: 9600, 1: 57600, 2: 115200, 3: 1Mbps
    Dxl.begin(1);

    Dxl.maxTorque(ID_NUM1,1023);// it has maxtorque for weak movement
```

```
Dxl.maxTorque(ID_NUM1,1023); // it has maxtorque for weak movement
Dxl.jointMode(ID_NUM1); //jointMode() is to use position mode
Dxl.jointMode(ID_NUM2); //jointMode() is to use position mode
Dxl.goalSpeed(ID_NUM1, 300);
Dxl.goalSpeed(ID_NUM2, 300);
Dxl.goalPosition(ID_NUM1, VERTCAD);
Dxl.goalPosition(ID_NUM2, VERTROD);
Dxl.writeWord(ID_NUM1, D_GAIN, 0);
Dxl.writeWord(ID_NUM1, I_GAIN, 0);
Dxl.writeWord(ID_NUM1, P_GAIN, 32);
Dxl.writeWord(ID_NUM2, D_GAIN, 0);
Dxl.writeWord(ID_NUM2, I_GAIN, 0);
Dxl.writeWord(ID_NUM2, P_GAIN, 32);
pinMode(analogInPin1, INPUT_ANALOG);
pinMode(analogInPin2, INPUT_ANALOG);
}
```

```
void loop() {

    torCad = 1023;
    torRod = 1023;
    torqueCad = 0;
    torqueRod = 0;
    for(int i=0; i<=13; i++)
    {
        cadera = myCad[i];
```

```
rodilla = myRod[i];

digCad = VERTCAD + (cadera * 11.375);
digRod = VERTROD + (rodilla * 11.375);

time=millis();
Dxl.maxTorque(ID_NUM1,torCad);
Dxl.goalPosition(ID_NUM1, digCad); //ID 1 dynamixel moves to position 1
sensorValueCad = analogRead(analogInPin1);
servoCad = Dxl.readWord(ID_NUM1, GOAL);
torqueCad = Dxl.readWord(ID_NUM1, TORQUE);
Dxl.maxTorque(ID_NUM2,torRod);
Dxl.goalPosition(ID_NUM2, digRod);
sensorValueRod = analogRead(analogInPin2);
servoRod = Dxl.readWord(ID_NUM2, GOAL);
torqueRod = Dxl.readWord(ID_NUM2, TORQUE);

// print the results to the serial monitor:
SerialUSB.print(time);
SerialUSB.print(" ");
SerialUSB.print(cadera);
SerialUSB.print(" ");
SerialUSB.print(sensorValueCad);
SerialUSB.print(" ");
```

```
SerialUSB.print(servoCad);  
  
SerialUSB.print(" ");  
  
SerialUSB.print(torqueCad);  
  
SerialUSB.print(" ");  
  
SerialUSB.print(rodilla);  
  
SerialUSB.print(" ");  
  
SerialUSB.print(sensorValueRod);  
  
SerialUSB.print(" ");  
  
SerialUSB.print(servoRod);  
  
SerialUSB.print(" ");  
  
SerialUSB.println(torqueRod);  
  
}  
  
}
```

A.2.3 Pruebas con algoritmo de control propuesto

```
#define DXL_BUS_SERIAL1 1 //Dynamixel on Serial1(USART1) <-OpenCM9.04  
#define DXL_BUS_SERIAL2 2 //Dynamixel on Serial2(USART2) <-LN101,BT210  
#define DXL_BUS_SERIAL3 3 //Dynamixel on Serial3(USART3) <-OpenCM 485EXP  
  
#define ID_NUM1 1  
#define ID_NUM2 2  
#define GOAL 36  
#define SPEED 38  
#define TORQUE 40  
#define VERTCAD 2399  
#define VERTROD 2248
```

```
#define D_GAIN 26

#define I_GAIN 27

#define P_GAIN 28

const int analogInPin1 = 7 ; // Analog input pin that the potentiometer
const int analogInPin2 = 8 ; // Analog input pin that the potentiometer

// These variables will change:
int sensorValueCad = 0;    // value read from the pot
int sensorValueRod = 0;

word servoCad;
word servoRod;
word torqueCad;
word torqueRod;

int digCad;
int digRod;

int rodilla = 0;
int cadera = 0;

int torCad;
int torRod;

long time;

float sensorCad;
float sensorRod;

float servoangCad;
float servoangRod;

float dfcad;
```

```
float dfrod;

int myCad[] = {25, 24, 21, 12, 3, -5, -12, -15, -11, 1, 14, 21, 23, 22};
int myRod[] = {-5, -15, -23, -20, -14, -11, -9, -15, -34, -57, -61, -46, -23, -4};

Dynamixel Dxl(DXL_BUS_SERIAL1);

void setup() {
  // Initialize the dynamixel bus:

  // Dynamixel 2.0 Baudrate -> 0: 9600, 1: 57600, 2: 115200, 3: 1Mbps
  Dxl.begin(1);

  Dxl.maxTorque(ID_NUM1,1023);// it has maxtorque for weak movement
  Dxl.maxTorque(ID_NUM1,1023); // it has maxtorque for weak movement
  Dxl.jointMode(ID_NUM1); //jointMode() is to use position mode
  Dxl.jointMode(ID_NUM2); //jointMode() is to use position mode
  Dxl.goalSpeed(ID_NUM1, 300);
  Dxl.goalSpeed(ID_NUM2, 300);
  Dxl.goalPosition(ID_NUM1, VERTCAD);
  Dxl.goalPosition(ID_NUM2, VERTROD);
  Dxl.writeWord(ID_NUM1, D_GAIN, 0);
  Dxl.writeWord(ID_NUM1, I_GAIN, 0);
  Dxl.writeWord(ID_NUM1, P_GAIN, 32);
  Dxl.writeWord(ID_NUM2, D_GAIN, 0);
  Dxl.writeWord(ID_NUM2, I_GAIN, 0);
```

```
Dxl.writeWord(ID_NUM2, P_GAIN, 32);
pinMode(analogInPin1, INPUT_ANALOG);
pinMode(analogInPin2, INPUT_ANALOG);
}

void loop() {

    torCad = 1023;
    torRod = 1023;
    torqueCad = 0;
    torqueRod = 0;
    for(int i=0; i<=13; i++)
    {
        cadera = myCad[i];
        rodilla = myRod[i];

        digCad = VERTCAD + (cadera * 11.375);
        digRod = VERTROD + (rodilla * 11.375);

        time=millis();
        sensorValueCad = analogRead(analogInPin1);
        servoCad = Dxl.readWord(ID_NUM1, GOAL);
        torqueCad = Dxl.readWord(ID_NUM1, TORQUE);
        sensorValueRod = analogRead(analogInPin2);
```

```
servoRod = Dxl.readWord(ID_NUM2, GOAL);
torqueRod = Dxl.readWord(ID_NUM2, TORQUE);
sensorCad = (sensorValueCad-3240)/18;
sensorRod= (sensorValueRod-3240)/18;
servoangCad = (servoCad-VERTCAD)/11.375;
servoangRod = (servoRod-VERTROD)/11.375;

// print the results to the serial monitor:
SerialUSB.print(time);
SerialUSB.print(" ");
SerialUSB.print(cadera);
SerialUSB.print(" ");
SerialUSB.print(sensorValueCad);
SerialUSB.print(" ");
SerialUSB.print(servoCad);
SerialUSB.print(" ");
SerialUSB.print(torqueCad);
SerialUSB.print(" ");
SerialUSB.print(rodilla);
SerialUSB.print(" ");
SerialUSB.print(sensorValueRod);
SerialUSB.print(" ");
SerialUSB.print(servoRod);
SerialUSB.print(" ");
SerialUSB.println(torqueRod);
```

```
dfcad = sensorCad-servoangCad;
if (abs(dfcad)<5)
{
  Dxl.writeWord(ID_NUM1, P_GAIN, 32);
}
else
{
  Dxl.writeWord(ID_NUM1, P_GAIN, 16);
}

dfrod = sensorRod-servoangRod;
if (abs(dfrod)<5)
{
  Dxl.writeWord(ID_NUM2, P_GAIN, 32);
}
else
{
  Dxl.writeWord(ID_NUM2, P_GAIN, 16);
}

Dxl.maxTorque(ID_NUM1,torCad);
Dxl.goalPosition(ID_NUM1, digCad); //ID 1 dynamixel moves to position 1
Dxl.maxTorque(ID_NUM2,torRod);
Dxl.goalPosition(ID_NUM2, digRod);
}
}
```

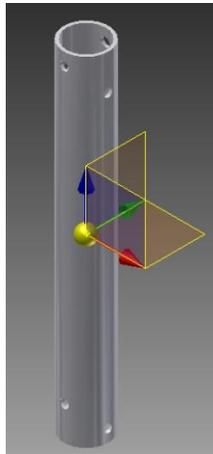

B. Anexo: Parámetros dinámicos

En este anexo se incluyen los parámetros usados para aplicar el modelo matemático de la cinemática y dinámica del mecanismo planar 2R. Para implementar los modelos matemáticos es necesario obtener los parámetros del sistema a analizar, en este caso tanto del mecanismo como de los actuadores. Para obtener los parámetros del mecanismo se consultó su modelo en CAD; para los actuadores se consultaron sus especificaciones.

B.1 Mecanismo

El modelo CAD del mecanismo planar 2R (fig. B.1) fue realizado en el software Inventor, producido por Autodesk, el cual permite visualizar su geometría en 3D y especificar sus dimensiones y materiales, lo cual permite también identificar los momentos de inercia y centros de masa de sus componentes. Debido a modificaciones durante la construcción del prototipo fue necesario realimentar el diseño.

Para obtener los parámetros del mecanismo fue necesario identificar los parámetros de cada pieza por separado, es decir, fue necesario abrir el archivo pieza de cada componente. Teniendo abierto el archivo de cada componente se revisan sus propiedades físicas, en las cuales se calcula automáticamente la masa puntual y el tensor de inercia con respecto al centro de masa, tomando como datos de entrada la geometría de la pieza y el material escogido en la base de datos de Inventor. El centro de masa de cada pieza, que en este caso coincide con su centro de gravedad (fig. B.2), se puede visualizar en el modelo 3D, donde se puede medir su posición con respecto a un punto de referencia.

Figura B.1: Ensamble del mecanismo planar 2R en Inventor.**Figura B.2:** Centro de masa en una pieza (tubo-fémur).

Algunos componentes del mecanismo fueron considerados masas puntuales, como es el caso de los resortes, tornillos y servomotores. Esta consideración se hizo para los componentes cuyas dimensiones fuesen muy pequeñas con respecto a los eslabones. Para estos componentes no se tuvo en cuenta el tensor de inercia pero sí la posición de su centro de masa. También se consideró que los efectos de los componentes de la cadera en la dinámica del mecanismo son despreciables, por lo que sus parámetros tampoco fueron tenidos en cuenta.

La masa de cada componente considerado en el modelo matemático se incluye en la tabla B-1. Las longitudes utilizadas en el modelo matemático se incluyen en la tabla B-2.

Tabla B-1: Masas de los componentes incluidos en el modelo matemático.

Componente	Masa (kg)
Tubo-fémur	0,118
Soporte de rodilla	0,044
Servomotor	0,072
Articulación de rodilla	0,105
Sensor de posición	0,005
Resorte	0,033
Rodamiento	0,007
Tornillo de soporte	0,02
Tornillo de articulación	0,025
Tubo-tibia	0,058
Pie	0,108

Tabla B-2: Longitudes a tener en cuenta en el modelo matemático.

	Longitud (m)
Lc1	0,1125
L1	0,225
Lsoprod	0,039612
Lrod	0,018569
Ltorn1	0,05
Ltorn2	0,05
Lc2	0,135
L2	0,27
Lc3	0,039836

Para los componentes considerados como cuerpos rígidos, se obtuvieron sus tensores de inercia con respecto a su centro de masa. Los momentos de inercia de estas piezas

se encuentran en la tabla B-3. Los ejes señalados corresponden al marco de referencia en el modelo 3D de la pieza en Inventor.

Tabla B-3: Momentos de inercia en el modelo CAD.

Componente	Momentos de inercia (kg-mm ²)		
	lxx	lyy	lzz
Tubo-fémur	502,5	502,5	26,03
Tubo-tibia	350,5	350,5	6,425
Pie	188,9	184,7	35,09
Soporte de rodilla	41,33	45,99	23,2
Articulación de rodilla	128,8	170,9	110

B.2 Actuadores

Las articulaciones del mecanismo planar 2R son accionadas por los servomotores Dynamixel MX-28T. Para obtener sus parámetros (tabla B-4) dinámicos se consultó su Data Sheet y la información técnica de los motores Maxon (el motor DC que se encuentra en este Dynamixel es fabricado por Maxon).

Tabla B-4: Características dinámicas del servomotor Dynamixel MX-28T.

N	193
Ra (W)	5,86
La (mH)	0,22
Ka (mN-m/A)	13,8
Kb (V/rpm)	0,001441
Jm (g-cm²)	2,17

6. Bibliografía

- [1] J. PRATT, B. KRUPP y C. MORSE, «Series elastic actuators for high fidelity force control,» *Industrial Robot: An International Journal*, vol. 29, nº 3, pp. 234-241, 2002.
- [2] G. PRATT y M. WILLIAMSON, «Series Elastic Actuators,» de *Proceedings of the 1995 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems, Human Robot Interaction and Cooperative Robots*, Pittsburgh, 1995.
- [3] A. MORAL, C. SORIA y V. MUT, «Control de un manipulador tipo Scara aplicado a tareas en interacción con sistemas biológicos,» de *IV Jornadas Argentinas de Robótica*, Córdoba, 2006.
- [4] J. H. LEE, B. J. YI y J. Y. LEE, «Adjustable spring mechanisms inspired by human musculoskeletal structure,» *Mechanism and Machine Theory*, nº 54, pp. 76-98, 2012.
- [5] G. A. PRATT, «Legged robots at MIT: what's new since Raibert?,» *IEEE Robotics & Automation Magazine*, nº 7, pp. 15-19, 2000.
- [6] M. M. WILLIAMSON, «Designing rhythmic motions using neural oscillators,» de *Proceedings 1999 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robot and Systems*, 1999.
- [7] J. A. BLAYA y H. HERR, «Adaptive control of a variable-impedance ankle-foot orthosis to assist drop-foot gait,» *IEEE Transactions on Neural Systems and Rehabilitation Engineering*, nº 12, pp. 24-31, 2004.
- [8] J. PRATT, B. KRUPP, C. MORSE y S. COLLINS, «The RoboKnee: An exoskeleton for enhancing strength and endurance during walking,» de *Proceedings of the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, 2004.
- [9] H. HERMINI, J. ROSARIO y E. CASSEMIRO, «Proposal of modeling, simulation and implementation of robotics leg prosthesis,» *Engineering in Medicine and Biology Society*, vol. 2, pp. 1415-1418, 2001.

- [10] H. POLIDO, «A Major Qualifying Project Submitted to the Faculty of Worcester Polytechnic Institute in partial fulfillment of the requirements for the Degree in Bachelor of Science in Mathematical Sciences and Computer Science,» DARPA Robotics Challenge, 2014.
- [11] M. D. CASTRO ROJAS y A. L. ACUÑA ZUÑIGA, «Propuesta comunitaria con robótica educativa: valoración y resultados de aprendizaje,» *Revista Teoría de la Educación: Educación y Cultura en la Sociedad de la Información*, vol. 13, nº 2, pp. 91-118, 2012.
- [12] G. NELSON, A. SAUNDERS, N. NEVILLE, B. SWILLING, J. BONDARYK, D. BILLINGS, C. LEE, R. PLAYTER y M. RAIBERT, «PETMAN: A Humanoid Robot for Testing Chemical Protective Clothing,» *Journal of the Robotics Society of Japan*, vol. 30, nº 4, pp. 372-377, 2012.
- [13] N. N. SÁNCHEZ GALVIS, *Modelado y Simulación de la Locomoción en Aves para el Estudio de su Eficiencia Energética*, Tesis de Maestría (Magister en Ingeniería: Automatización Industrial). Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Sede Bogotá, 2013.
- [14] L. E. CONTRERAS, J. A. TRISTANCHO y L. F. VARGAS, «Análisis Biomecánico de Marcha Humana a Través de Técnicas de Modelaje,» *Entre Ciencia e Ingeniería*, nº 12, pp. 29-35, 2012.
- [15] W. J. ARCOS LEGARDA, *Control Automático de un Exoesqueleto de Marcha para Pacientes con Discapacidad Motora*, Tesis de Maestría (Magister en Ingeniería: Automatización Industrial), Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Eléctrica y Electrónica, Sede Bogotá, 2013.
- [16] S.-S. HA, H.-H. YU, Y.-J. HAN y H.-S. HAHN, «Natural Gait Generation of Biped Robot based on Analysis of Human's Gait,» de *International Conference on Smart Manufacturing Application*, Kintex, Gyeonggi-do, Korea, 2008.
- [17] T. FARIZEH y M. J. SADIGH, «A model based study of a quantitative relation between joint strengthening and the highest achievable speed of human walking,» *Biocybernetics and Biomedical Engineering*, 2015.
- [18] J. M. FONT-LLAGUNES, G. ARROYO, F. J. ALONSO y B. M. VINAGRE, «Diseño de una órtesis activa para ayuda a la marcha de lesionados medulares,» de *XVIII Congreso Nacional de Ingeniería Mecánica*, Ciudad Real, 2010.
- [19] C. CHEVALLEREAU, G. BESSONNET, G. ABBA y Y. Aoustin, *Bipedal Robots:*

Modeling, Design and Walking Synthesis, Chippenham, Wiltshire, Great Britain: WILEY, 2009.

- [20] D. A. WINTER, «Kinematic and Kinetic Patterns in Human Gait: Variability and Compensating Effects,» *Human Movement Science*, vol. 3, pp. 51-76, 1984.
- [21] D. A. WINTER, *The BIOMECHANICS and MOTOR CONTROL of HUMAN GAIT*, Waterloo, Ontario: University of Waterloo Press, 1987.
- [22] M. R. AHMED, *Compliance Control of Robot Manipulator for Safe Physical Human Robot Interaction*. Doctoral thesis, Örebro University, School of Science and Technology, 2011.
- [23] R. LÓPEZ, J. TORRES, S. SALAZAR y R. LÓZANO, «Desarrollo de un Exoesqueleto para Rehabilitación de Tobillo y Rodilla,» *Revista Mexicana de Ingeniería Biomédica*, vol. 35, nº 1, pp. 13-28, 2014.
- [24] K. KONG, J. BAE y F. TOMIZUKA, «Control of Rotary Series Elastic Actuator for Ideal Force-Mode Actuation in Human-Robot Interaction Applications,» *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 14, nº 1, pp. 105-118, 2009.
- [25] L. ZOLLO, B. SICILIANO, A. DE LUCA, E. GUGLIELMELLI y P. DARIO, «Compliance Control for an Anthropomorphic Robot with Elastic Joints: Theory and Experiments,» *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, vol. 127, pp. 321-328, 2005.
- [26] M. W. SPONG, «Control of Flexible Robots: A Survey,» University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, 1990.
- [27] L. M. SWEET y M. C. GOOD, «Re-definition of the Robot Motion Control Problem: Effects of Plant Dynamics, Drive System Constraints, and User Requirements,» de *Proc. 23rd IEEE Conf. on Dec. and Cont.*, Las Vegas, 1984.
- [28] M. RUDERMAN, «Modeling of Elastic Robot Joints with Nonlinear Damping and Hysteresis,» de *Robotic Systems-Applications, Control and Programming*, InTech, 2012, pp. 293-312.
- [29] R. L. MOTT, *Diseño de elementos de máquinas*, México: Pearson Educación, 2006.
- [30] D. XU, S. ZHANG y H. WEI, «Virtual musculoskeletal control model with a spindle-like fuzzy algorithm for robotic compliance,» *Applied Mathematical Modelling*, vol. 39, nº 12, pp. 3265-3279, 2015.

- [31] B.-H. KIM, B.-J. YI, I. H. SUH, S.-R. OH y Y.-S. HONG, «A Biomimetic Compliance Control of Robot Hand by Considering Structures of Human Finger,» de *Proceedings of the 2000 IEEE International Conference On Robotics & Automation*, San Francisco, 2000.
- [32] C. SUN, W. L. XU, J. E. BRONLUND y M. MORGENSTERN, «Dyanamics and Compliance Control of a Linkage Robot for Food Chewing,» *IEEE Transactions on Industrial Electronics* , vol. 61, nº 1, pp. 377-386, 2014.
- [33] C. ALEXANDRU y P. ALEXANDRU, «A comparative analysis between the vehicles' passive and active suspensions,» *International Journal of Mechanics*, vol. 5, nº 4, pp. 371-378, 2011.
- [34] J. E. D. EKORU y J. O. PEDRO, «Proportional-integral-derivative control of nonlinear half-car electro-hydraulic suspension systems,» *Journal of Zhejiang University-SCIENCE A (Applied Physics & Engineering)*, vol. 14, nº 6, pp. 401-416, 2013.
- [35] J. HUREL EZETA, A. MANDOW y A. GARCÍA CERREZO, «Los Sistemas de Suspensión Activa y Semiactiva: Una Revisión,» *Revista Iberoamericana de Automática e Informática industrial*, vol. 10, nº 2, pp. 121-132, 2013.
- [36] M. A. GÓNZALEZ PADILLA, *Modelado y control PID-difuso de una estructura de edificio sometida a las vibraciones de un temblor*, Tesis de grado (Maestra en Ciencias, Especialidad de Control Automático). Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del Instituto Politécnico Nacional, Unidad Zacatenco, Departamento Control Automático, México, 2012.
- [37] H. VALLERY, J. VENEMAN, E. VAN ASSELDONK, R. EKKELENKAMP, M. BUSS y H. VAN DER KOOIJ, «Compliant Actuation of Rehabilitation Robots: Benefits and Limitations of Series Elastic Actuators,» *IEEE Robotics & Automation Magazine*, vol. 15, nº 3, pp. 60-69, 2008.
- [38] C. LAGODA, A. C. SCHOUTEN, A. H. A. STIENEN, E. E. G. HEKMAN y H. VAN DER KOOIJ, «Design of an electric Series Elastic Actuated Joint for robotic gait rehabilitation training,» de *Proceedings of the 2010 3rd IEEE RAS & EMBS Interational Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics* , Tokyo, 2010.
- [39] D. ACCOTO, G. CARPINO , F. SERGI, N. L. TAGLIAMONTE, L. ZOLLO y E. GUGLIELMELLI, «Design and Characterization of a Novel High-Power Series Elastic Actuator for a Lower Limb Robotic Orthosis,» *International Journal of Advanced Robotic Systems*, vol. 10, pp. 1-12, 2013.

- [40] J. W. SENSINGER y R. F. WEIR, «Improvements to Series Elastic Actuators,» de *2nd IEEE/ASME International Conference on Mechatronic and Embedded Systems and Applications*, Beijing, 2006.
- [41] G. WYETH, «Control issues for velocity sourced series elastic actuators,» de *Proceedings of Australasian Conference on Robotics and Automation*, Auckland, 2006.
- [42] F. SERGI, D. ACCOTO, G. CARPINO, N. L. TAGLIAMONTE y E. GUGLIEMELLI, «Design and Characterization of a Compact Rotary Series Elastic Actuator for Knee Assistance During Overground Walking,» de *The Fourth IEEE RAS/EMBS International Conference on Biomedical Robotics and Biomechatronics*, Roma, 2012.
- [43] N. G. TSAGARAKIS, M. LAFFRANCHI, B. VANDERBORGHT y D. G. CALDWELL, «A Compact Soft Actuator Unit for Small Scale Human Friendly Robots,» de *2009 IEEE International Conference on Robotics and Automation*, Kobe, 2009.
- [44] N. G. TSAGARAKIS, G. METTA, G. SANDINI, D. VEMON, R. BEIRA, F. BECCHI, L. RIGHETTI, J. S. VÍCTOR, A. J. IJSPEERT, M. C. CARROZZA y D. G. CALDWELL, «iCub-The Design and Realization of an Open Humanoid Platform for Cognitive and Neuroscience Research,» *Advanced Robotics*, vol. 21, nº 10, pp. 1151-1175, 2007.
- [45] K. KONG, J. BAE y M. TOMIZUKA, «Control of Rotary Series Elastic Actuator for Ideal Force-Mode Actuation in Human-Robot Interaction Applications,» *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, vol. 14, nº 1, pp. 105-118, 2009.
- [46] N. FUJII y K. OHNISHI, «Smooth Transition Method from Compliance Control to Position Control for One Legged Hopping Robot,» de *IEEE International Conference on Industrial Technology*, Mumbai, 2006.
- [47] J. JALANI, N. MAHYUDDIN, G. HERRMANN y C. MELHUIISH, «Active Robot Hand Compliance using Operational Space and Integral Sliding Mode Control,» de *2013 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics (AIM)*, Wollongong, 2013.
- [48] A. M. EL-SAYED, N. A. HAMZAID y N. A. ABU OSMAN, «Technology Efficacy in Active Prosthetic Knees for Transfemoral Amputees: A Quantitative Evaluation,» *The Scientific World Journal*, pp. 1-17, 2014.
- [49] A. BARRIENTOS, L. F. PEÑÍN, C. BALAGUER y R. ARACIL, *Fundamentos de Robótica*, Madrid: McGraw-Hill, 2007.

- [50] J. J. CRAIG, *Robótica*, México: Pearson Educación, 2006.
- [51] M. RUDERMAN, T. BERTRAM y M. IWASAKI, «Modelling, observation, and control of hysteresis torsion in elastic robot joints,» *Mechatronics*, vol. 24, nº 5, pp. 407-415, 2014.
- [52] R. KELLY y V. SANTIBÁÑEZ, *Control de Movimiento de Robots Manipuladores*, Madrid: PEARSON EDUCACIÓN S.A., 2003.
- [53] C. M. LARA BARRIOS, A. BLANCO ORTEGA, A. ABÚNDEZ PLIEGO, B. GONZÁLEZ VIZCARRA y M. Á. ÁVILA PUIC, «Modelado y simulación de un actuador elástico en serie,» de *XXIII Congreso Internacional Anual de la SOMIM*, Cuernavaca, 2017.
- [54] A. M. LÓPEZ, J. A. MILLER, C. L. SMITH y P. W. MURRIL, «Tuning Controllers with Error-Integral Criteria,» *Instrumentation Technology*, EUA, 1967.
- [55] V. M. ALFARO RUÍZ, «Métodos de optimización de controladores PID que operan como reguladores,» *Ingeniería*, nº 12 (1,2), pp. 21-36, 2002.
- [56] S. W. SUNG, J. O, I. B. LEE, J. LEE y S. H. YY, «Automatic tuning of PID controller using second-order plus time delay model,» *Journal of Chemical Engineering of Japan*, vol. 29, nº 6, pp. 990-999, 1996.
- [57] V. M. ALFARO, «Identificación de procesos sobreamortiguados utilizando técnicas de lazo cerrado,» *Ingeniería*, vol. 11, nº 2, pp. 27-40, 2001.
- [58] O. ARRIETA OROZCO Y V. M. ALFARO RUIZ, «Sintonización de controladores PI y PID utilizando los criterios de integrales IAE e ITAE,» *Ingeniería*, vol. 13, nº 1,2, pp. 31-39, 2003.
- [59] K. J. RAMÍREZ PEREZ, *Control predictivo basado en modelo no lineal por modo dual viable*. Tesis de grado (Magister en Ingeniería - Ingeniería Química). Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Minas, Sede Medellín, 2011.
- [60] R. N. PATEL, «Application of Artificial Intelligence for Tuning the Parameters of an AGC,» *International Journal of Electrical, Computer, Energetic, Electronic and Communication Engineering*, vol. 1, nº 2, pp. 268-274, 2007.
- [61] A. OLLERO BATURONE, *Robótica: Manipuladores y robots móviles*, Barcelona: Marcombo, 2001.

- [62] P. SARDAIN, M. ROSTAMI y G. BESSONNET, «An anthropomorphic biped robot: dynamic concepts and technological design,» *IEEE Transactions on Systems Man and Cybernetics*, vol. 28a, pp. 823-838, 1998.
- [63] J. ROSE y J. GAMBLE, *Human Walking*, Baltimore: William and Wilkins, 1994.
- [64] K. S. FU, R. C. GONZALEZ y C. S. G. LEE, *Robótica: Control, detección, visión e inteligencia*, México: McGraw-Hill, 1994.
- [65] E. F. CÁRDENAS CORREA, *Modelado y Simulación de un Robot Caminador Bípedo*, Trabajo final (Especialista en Automatización Industrial). Universidad Nacional, Facultad de Ingeniería, Unidad de Posgrados, Sede Bogotá, 2005.
- [66] ROBOTIS, «MX28T / MX-28R,» 2010. [En línea]. Available: http://support.robotis.com/en/product/dynamixel/mx_series/mx-28.htm. [Último acceso: 15 Julio 2016].
- [67] J. D. PIZA RODRÍGUEZ, *Control híbrido de desplazamiento y fuerza para mecanismo 2R con articulaciones complacientes*. Tesis de Pregrado (Ingeniero Mecatrónico), Universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ingeniería, Departamento de Ingeniería Mecánica y Mecatrónica, Sede Bogotá, 2015.
- [68] J. F. LOPEZ PRIETO, J. D. PIZA, E. H. SEPÚLVEDA, V. A. SORA y R. E. RAMÍREZ, «Mecanismo Planar 2R Con articulaciones complacientes para simulación de caminata bipeda,» de *IV Congreso Internacional de Ingeniería Mecatrónica y Automatización*, Envigado, 2015.
- [69] K. OGATA, *Ingeniería de control moderna*, Madrid: PEARSON EDUCACIÓN, 2010.