



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Diseño e implementación de una estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento métrico a partir del cuerpo humano

Juan Pablo González Patiño

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2019

Diseño e implementación de una estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento métrico a partir del cuerpo humano

JUAN PABLO GONZÁLEZ PATIÑO

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Directora:

PhD Julia Victoria Escobar Londoño

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2019

Dedicatoria

A mis padres

Silvia de Jesús

Luis Carlos

Agradecimientos

Con enorme cariño agradezco a todas aquellas personas e instituciones que hicieron posible la realización de este trabajo.

A la docente de matemáticas Claudia Siriley Carvajal por compartirme sus lecturas y reflexiones hacia la práctica docente.

A la doctora Julia Victoria Escobar por su asesoría, sus palabras y enseñanzas.

Al doctor Rodrigo Covalada por la lectura crítica y aportes a la propuesta.

A la rectora de la institución educativa rural Presbítero Jesús Antonio Gómez, Luz Dary Agudelo Echeverri, por permitir el diseño, implementación y evaluación de la estrategia.

A los y las estudiantes del grado sexto que participaron. Por su alegría y disponibilidad en la ejecución de las actividades planteadas.

A la Universidad Nacional de Colombia sede Medellín por ser la institución que me ha abierto las puertas para mi crecimiento profesional e intelectual.

Resumen

El presente trabajo tiene como objetivo diseñar e implementar una estrategia didáctica para el aprendizaje del concepto de medida de longitud y área en los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Rural Presbítero Jesús Antonio Gómez de El Santuario a partir de procesos de medición activa enmarcado en el modelo Van Hiele. Tiene como enfoque metodológico la Investigación Acción Educativa en la cual el docente intenta mejorar su práctica a partir de procesos de reflexión, análisis y reconstrucción de la misma. El diseño e implementación de la estrategia se da de la siguiente manera: Se establecen descriptores de nivel de razonamiento y a partir de allí se realizan actividades de diagnóstico, correspondientes a la fase 1, que dan cuenta del grado de visualización de las magnitudes. Adicionalmente se hace un diagnóstico de la realidad subjetiva de los estudiantes en cuanto a sus intereses, fortalezas, debilidades, sueños y el contexto socio cultural, utilizando la herramienta de cartografía social. Analizando la información brindada por el diagnóstico se diseñan las actividades de intervención que se enmarcan en las fase 2, 3 y 4. La fase 2 consiste en proporcionar a los estudiantes experiencias de medición. La fase 3 se compone de situaciones comunicativas. La fase 4 involucra la solución de problemas. La evaluación del impacto de las fases, se inscribe en la fase 5, y se realiza aplicando nuevamente la prueba de diagnóstico de la fase 1. Cuantitativamente el resultado fue satisfactorio ya que el promedio del grupo subió de 2 a 3 en una escala de 0 a 5. Cualitativamente se observa que se da un alcance del nivel de razonamiento, ya que los estudiantes en su mayoría logran desarrollar estrategias de medición autónomas para la solución de los problemas planteados. De la implementación de la estrategia se resalta la importancia de las experiencias medición y de las situaciones comunicativas para la enseñanza y el desarrollo del pensamiento métrico. Se recomienda continuar y profundizar en la propuesta.

Palabras clave: Enseñanza de las matemáticas, Pensamiento métrico, Modelo Van Hiele, Longitud, Área.

Abstract

The objective of this paper is to design and implement a didactic strategy for learning the concept of measure of length and area in the sixth grade students of the Rural Educational Institution Presbyter Jesus Antonio Gomez de El Santuario from active measurement processes framed in the Van Hiele model. It has as a methodological focus the Educational Action Research in which the teacher tries to improve its practice from processes of reflection, analysis and reconstruction of it. The design and implementation of the strategy is given as follows: Descriptors of level of reasoning are established and from there diagnostic activities are carried out, corresponding to phase 1, which account for the degree of visualization of the magnitudes. Additionally, a diagnosis is made of the students' subjective reality regarding their interests, strengths, weaknesses, dreams and the socio-cultural context, using the social mapping tool. Analyzing the information provided by the diagnosis, the intervention activities that are part of phases 2, 3 and 4 are designed. Phase 2 consists in providing students with measurement experiences. Phase 3 is composed of communicative situations. Phase 4 involves solving problems. The impact evaluation of the phases is registered in phase 5, and is done by applying again the diagnostic test of phase 1. Quantitatively the result was satisfactory since the average of the group rose from 2 to 3 on a scale of 0 to 5. Qualitatively it is observed that a scope of the level of reasoning is given, since students mostly manage to develop autonomous measurement strategies for the solution of the problems posed. The importance of measuring experiences and communicative situations for teaching and the development of metric thinking are highlighted in the implementation of the strategy. It is recommended to continue and deepen the proposal.

Key words: Teaching of mathematics, Metric thinking, Van Hiele Model, Length, Area.

Contenido

Dedicatoria.....	III
Agradecimientos	IV
Resumen	V
Lista de figuras.....	IX
Lista de tablas.....	XI
Introducción	1
1. Diseño teórico.....	3
1.1. Selección y delimitación del Tema.....	3
1.2. Planteamiento del Problema.....	3
1.2.1 Descripción del Problema.	3
1.2.2 Formulación de la Pregunta.	6
1.3. Justificación.....	6
1.4. Objetivos	7
1.4.1 Objetivo General.	7
1.4.2 Objetivos Específicos.....	8
2. Marco referencial	9
2.1. Referente teórico.....	9
2.2. Referente conceptual-disciplinar.....	14
2.3. Referente legal	17
2.4. Referente espacial	19
3. Diseño metodológico	22
3.1. Enfoque.....	22
3.2. Método	23
3.3. Instrumentos de recolección de la información	24
3.4. Población y muestra	25
3.5. Delimitación y alcance.....	26
3.6. Cronograma	26
4. Trabajo final	29
4.1. Diagnóstico y análisis de resultados.....	29
4.1.1 Fase 1: Brindar información. Actividad 1: Diagnóstico de nivel de razonamiento.	31
4.1.2 Fase 1: Brindar información. Actividad 2: Apreciación de un documental.....	36
4.1.3 Fase 1: Brindar información. Actividad 3: Evolución grupal del concepto.	40
4.1.4 Consolidación de los resultados de las tres actividades.....	45

4.1.5 Diagnóstico cualitativo de los estudiantes.....	47
4.2. Propuesta.....	52
4.2.1 Fase 2: Orientación dirigida. Medida de longitud.....	53
4.2.2 Fase 3: Explicitación. Medida de longitud.....	57
4.2.3 Fase 2: Orientación dirigida. Medida de área.....	60
4.2.4 Fase 3: Explicitación. Medida de área.....	64
4.2.5 Fase 4: Orientación libre. Medida de longitud.....	66
4.2.6 Fase 4: Orientación libre. Medida de área.....	70
4.3. Evaluación.....	71
5. Conclusiones y recomendaciones.....	77
5.1. Conclusiones.....	77
5.2. Recomendaciones.....	81
6. Anexos.....	84
6.1. Anexo A: Carta aval de la institución.....	84
6.2. Anexo B: Documento de autorización de uso de imagen sobre fotografías y fijaciones audiovisuales (videos) para uso público.....	85
6.3. Anexo C: Actividad 1. Pruebas diagnóstico de nivel 2.....	86
6.4. Anexo D: Actividad 1. Pruebas diagnóstico de nivel 3.....	87
6.5. Anexo E: Actividad 2. Brindar información, apreciación de un documental. Nivel 1. Plegable actividad 2.....	90
6.6. Anexo F: Actividad 2. Brindar información, apreciación de un documental. Nivel 2.....	93
6.7. Anexo G: Actividad 2. Brindar información, apreciación de un documental. Nivel 3.....	95
6.8. Anexo H: Actividad 3. Evolución grupal del concepto. Nivel 2.....	97
6.9. Anexo I: Actividad 3. Evolución grupal del concepto. Nivel 2.....	99
6.10. Anexo J: Fase 2. Orientación dirigida. Medida de longitud.....	101
6.11. Anexo K: Fase 3. Explicitación. Medida longitud.....	105
6.12. Anexo L: Fase 2. Orientación dirigida. Medida de área.....	107
6.13. Anexo M: Fase 3. Explicitación. Medida de área.....	110
6.14. Anexo N: Fase 4. Orientación libre. Medida de longitud.....	112
6.15. Anexo O: Fase 4. Orientación libre. Medida de área.....	116
7. Bibliografía.....	118

Lista de figuras

Figura 2 - 1 Mapa del Santuario y sus veredas.	20
Figura 2 - 2 Sede de Bachillerato Institución Educativa.	21
Figura 4 - 1 Socialización de la actividad 3 de diagnóstico	44
Figura 4 - 2 Categorización de los conceptos en el tablero	45
Figura 4 - 3 Desempeño grupal actividades de diagnóstico	46
Figura 4 - 4 Nota definitiva actividades de diagnóstico Nivel 1	47
Figura 4 - 5 Cómo se ven los estudiantes? Cartografía.....	49
Figura 4 - 6 Dificultades de los estudiantes. Cartografía.....	49
Figura 4 - 7 ¿A dónde quieren llegar los estudiantes? Cartografía	51
Figura 4 - 8 Identidad campesina. Cartografía	52
Figura 4 - 9 Ordenamiento de estatura. Orientación dirigida	54
Figura 4 - 10 Ordenamiento de longitud de los objetos. Orientación dirigida.....	54
Figura 4 - 11 Midiendo el largo del salón. Orientación dirigida.....	55
Figura 4 - 12 Medidas antropométricas de longitud. Orientación dirigida.....	55
Figura 4 - 13 Medidas antropométricas de longitud. Orientación dirigida.....	56
Figura 4 - 14 Empleo de números fraccionarios para registrar la medida.	56
Figura 4 - 15 Explicitación definición de longitud.....	57
Figura 4 - 16 Explicitación. Proceso de medida de longitud	57
Figura 4 - 17 Explicitación. Atributos de los objetos susceptibles a medirse como longitud	58
Figura 4 - 18 Explicitación. Registro de las mediciones. Plenaria.....	59
Figura 4 - 19 Orientación dirigida. Construcción geométrica área	61
Figura 4 - 20 Orientación dirigida. Construcción geométrica área	61
Figura 4 - 21 Orientación dirigida. Construcción geométrica área	61
Figura 4 - 22 Orientación dirigida. Construcción geométrica área	62
Figura 4 - 23 Orientación dirigida. Construcción geométrica área.....	62
Figura 4 - 24 Orientación dirigida. Comparación áreas.	63
Figura 4 - 25 Orientación dirigida. Dificultad de medición utilizando unidades cuadradas.	63
Figura 4 - 26 Explicitación. Definición de superficie y área	65
Figura 4 - 27 Explicitación. Estrategias para ordenar áreas	65
Figura 4 - 28 Puntos clave caminata.....	66
Figura 4 - 29 Plan de medición	67

Figura 4 - 30 Plan de medición	67
Figura 4 - 31 Plan de medición	67
Figura 4 - 32 Fotografías caminata	68
Figura 4 - 33 Fotografías del territorio tomadas por los estudiantes	69
Figura 4 - 34 Construcción de las maquetas	70
Figura 4 - 35 Maquetas recorrido	70
Figura 4 - 36 Desempeño grupal: Antes y después	76
Figura 6 - 1 Plegable para análisis del documental.....	92
Figura 6 - 2 Mapa Vereda El Carmelo- Vereda El Churimo.....	113

Lista de tablas

Tabla 2 - 1 Normograma	18
Tabla 3 - 1 Códigos de los estudiantes	26
Tabla 3 - 2 Planificación de actividades	27
Tabla 3 - 3 Cronograma de actividades.....	28
Tabla 4 - 1 Actividades Fase 1: Información.....	29
Tabla 4 - 2 Descriptores de nivel.....	30
Tabla 4 - 3 Escala de valoración institucional.....	30
Tabla 4 - 4 Caracterización de la prueba	32
Tabla 4 - 5 Criterios para la valoración de la prueba diagnóstica de nivel	32
Tabla 4 - 6 Resultados prueba de diagnóstico nivel 1	33
Tabla 4 - 7 Análisis del desempeño prueba nivel 1	34
Tabla 4 - 8 Criterios de valoración actividad de diagnóstico 2.....	36
Tabla 4 - 9 Desempeño de los estudiantes para la actividad 2 Etapa de diagnóstico.....	37
Tabla 4 - 10 Análisis actividad 2: brindar información Nivel 1.....	38
Tabla 4 - 11 Criterios de valoración actividad 3 Diagnóstico	42
Tabla 4 - 12 Resultado actividad 3: Evolución grupal del concepto Nivel 1	43
Tabla 4 - 13 Consolidado de desempeño de las tres actividades de diagnóstico Nivel 1	45
Tabla 4 - 14 Preguntas orientadoras para la elaboración de la cartografía.....	48
Tabla 4 - 15 Resultados de la medida caminata.....	67
Tabla 4 - 16 Resultados evaluación	71
Tabla 4 - 17 Análisis desempeño. Evaluación final	72
Tabla 4 - 18 Comparativo desempeño antes y después.	75
Tabla 6 - 1 Caracterización de la prueba Nivel 2	86
Tabla 6 - 2 Caracterización de la prueba Nivel 3	89

Introducción

En la motivación de asumir una actitud crítica y reflexiva hacia la práctica docente, y con el propósito de profundizar en la misma para mejorarla, se presenta este documento que contiene el informe de trabajo final de maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas. Este informe presenta una estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento métrico, particularmente en las magnitudes de longitud y de área.

La estrategia planteada se inscribe dentro del modelo Van Hiele para la enseñanza de la geometría, y tiene como propósito el desarrollo del pensamiento métrico. Desarrollo que se intenta alcanzar a partir de un diseño y desarrollo pormenorizado del modelo, con el fin de generar situaciones experienciales y comunicativas alrededor de la medición de las magnitudes estudiadas.

El desarrollo del pensamiento métrico se considera de gran importancia en los cursos de enseñanza de matemáticas de los ciclos básicos, y se cree que no se le ha dado el lugar que merece. El aprendizaje de la medida tiene un alto trasfondo social tanto en las prácticas cotidianas como laborales, científicas y tecnológicas de todo el ser humano. A su vez, la exploración, experimentación y comunicación de situaciones que involucran la medición facilitan otros pensamientos y competencias matemáticas.

La estrategia fue diseñada e implementada desde y para práctica docente con los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Rural Presbítero Jesús Antonio Gómez del municipio de El Santuario Antioquia. Aun así, en el proceso analítico y reflexivo de su diseño e implementación, se pretende que sea un aporte a los docentes que en otro contexto quieran hacer uso de ella o parte de ella.

La propuesta inicia con la identificación del contexto actual de los estudiantes, tanto de sus saberes previos sobre la medida de longitud y de área, como de sus realidades subjetiva, social, y cultural. A partir de allí se diseñan actividades propias de la medición, en lo que respecta a la construcción y visualización de las magnitudes de longitud y de área. Estas actividades comprenden experiencias de medición que pasan de la comparación, ordenamiento, estimación, empleo de instrumentos convencionales y no convencionales, y asignaciones numéricas. Adicionalmente se refuerzan estas actividades mediante situaciones

comunicativas, que den cuenta del nivel de abstracción y razonamiento que se tiene de los conceptos abordados.

Las situaciones de medición y comunicación establecidas en la estrategia se orientan en la exploración del espacio inmediato de los estudiantes. Así pues, hay actividades que se hacen en su entorno escolar, su cuerpo y su territorio. Esto implica que, aparte de lo cognitivo, haya un reconocimiento de la identidad y se promueva el sentido de pertenencia.

El documento de este trabajo se encuentra compartimentado en cinco capítulos que lo sustentan. El primer capítulo corresponde a los aspectos preliminares, donde se exponen la problemática, la pregunta y la justificación que motivan el diseño e implementación de la propuesta. También contiene los objetivos, general y específicos que la orientan.

El segundo capítulo muestra el marco referencial que soporta el trabajo. El referente teórico explica el modelo de Van Hiele y su relación con la enseñanza de las magnitudes de longitud y de área. El referente disciplinar desglosa algunos aspectos relevantes de la didáctica específica de la medida, y su relación e importancia relativa a la enseñanza de las matemáticas, de las ciencias naturales y humanas, y la vida social. El referente legal presenta los principales marcos normativos que rigen la propuesta. Y el referente espacial describe en términos generales la comunidad que será impactada por la intervención.

El tercer capítulo corresponde al diseño metodológico. El que incluye la descripción del enfoque de Investigación Acción Educativa. Adicionalmente se explicita el método que se emplea para desarrollar el trabajo y los instrumentos que se utilizan para recolectar la información para el desarrollo en las diferentes etapas del mismo. Finalmente, en este capítulo, se presenta todo el cronograma del trabajo.

El cuarto capítulo corresponde a todo el proceso de intervención con los estudiantes. Este incluye tres etapas principales. Una primera etapa de diagnóstico. Una segunda etapa de implementación de la estrategia. Y una tercera etapa de evaluación de la implementación. Cada una de estas etapas es analizada dentro del texto.

El quinto capítulo contiene las conclusiones y las recomendaciones. Finalmente se presentan los anexos y las referencias.

1. Diseño teórico

1.1. Selección y delimitación del Tema

Diseño de una estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento métrico a partir del estudio del cuerpo humano utilizando el modelo de enseñanza de Van Hiele. Planteamiento de prácticas asociadas al proceso de medición del cuerpo humano.

1.2. Planteamiento del Problema

1.2.1 Descripción del Problema.

En el proceso de enseñanza de las matemáticas se ha excluido la geometría en su carácter etimológico más profundo: “la medida de la tierra”. La enseñanza de la geometría, que es la que permitiría el vínculo entre el mundo natural y los conceptos abstractos de las matemáticas, ha estado al margen de una perspectiva contextualizada sobre aspectos concretos tan básicos y fundamentales como el cuerpo humano, sus formas, sus medidas y sus posibilidades de movimiento y visualización, lo que ha debilitado el desarrollo del pensamiento espacial y métrico.

De esta falta de concreción y de experiencias vividas por los estudiantes en el aprendizaje de la geometría, es de donde surge la apatía por el estudio de esta área. Un aprendizaje descontextualizado y pasivo conlleva a la poca aprehensión de los conocimientos, lo que a la postre se evidencia en resultados deficientes en las evaluaciones estandarizadas externas.

Los conocimientos en geometría se presentan como un producto acabado en donde, en la mayoría de ocasiones, los docentes exponemos fórmulas y/o teoremas para que se aborden desde un punto de vista meramente algebraico, aritmético y procedimental. No quiere decir que esta formalización sea poco importante, sino que en definitiva terminan desvirtuando la importancia histórica de la geometría en el desarrollo del pensamiento matemático, y su capacidad como herramienta reflexiva para interpretar y entender el mundo y el propio cuerpo.

De otro lado, la geometría ha venido ocupando un lugar relegado dentro de la organización de los planes de estudios de matemáticas. Si bien actualmente se reconoce su importancia, en muchas ocasiones se destina unas pocas horas a su estudio y, generalmente, se hace al final de los periodos académicos o a una hora semanal. A raíz de ello es que se prima un aprendizaje memorístico de fórmulas o definiciones carentes de contextos concretos y realidades de los estudiantes. Reduciendo la geometría a un contenido consignado en la pizarra y posteriormente en el cuaderno de notas del estudiante, lo que evita que estos contenidos permitan abordarse activamente desde los pensamientos métrico y espacial.

Al privilegiar el lápiz y el papel como medios didácticos para la enseñanza de la geometría se ha propendido a ver su estudio como algo estático. Al reducirla a este espacio se ha limitado la posibilidad de intuir soluciones para problemas y/o situaciones del mundo real que puedan modelarse desde ella.

En el caso particular del pensamiento métrico y los procesos de medición, estas dificultades se resumen en los Lineamientos curriculares del MEN (1998) como: “La desatención de la geometría como materia de estudio en las aulas y el tratamiento de los sistemas métricos desde concepciones epistemológicas y didácticas sesgadas, descuida por un lado el desarrollo histórico de la medición y por otro reduce el proceso de medir a la mera asignación numérica”.

Por lo tanto no puede existir un desarrollo del pensamiento métrico acorde a los estándares de calidad educativa, si no se han abordado por medio de situaciones de aprendizaje que propendan a los procesos mismos de medición, que apunten a la comprensión del concepto de medida y que involucren la necesidad de medir. A su vez que este vacío en el pensamiento métrico tiene efectos en el ejercicio de otras competencias matemáticas como la comparación, la estimación, la aproximación, entre otras.

A nivel académico, en el contexto local, nacional, e internacional, se han realizado trabajos que han puesto su énfasis en el desarrollo del pensamiento métrico y los sistemas de medida. Estos han estudiado el concepto de medida y los procesos de medición desde distintos propósitos y perspectivas como: la comprensión del concepto de medida como finalidad; la utilización de los procesos de medida para el alcance de la comprensión de otros conceptos matemáticos; la utilización de los procesos de medición para analizar y resolver

problemas del contexto sociocultural inmediato; o en la didáctica específica del concepto de medida.

En el contexto local se destacan el trabajo de Gutiérrez y Vanegas (2005) en el que se buscaba “identificar algunos elementos teóricos y metodológicos, que permiten generar procesos de enseñanza y aprendizaje, coherentes con los Lineamientos Curriculares y los Estándares de Matemáticas referentes a las magnitudes y sus medidas”. La investigación concluye proponiendo que es pertinente el desarrollo de otras investigaciones de corte similar, pero abordando otras unidades de medida (aparte de las de área y longitud que fue la que se estudiaron en esa investigación) cómo el volumen, peso y/o el tiempo.

De otro lado Cisneros (2014) planteó la conceptualización de razón a partir de procesos de medición en los estudiantes de grado séptimo. Este trabajo abre la posibilidad de hacer desarrollos similares utilizando artefactos como las regletas Cuisenaire o herramientas software, como formas de objetivar el concepto de medida para aproximarse al concepto de razón.

A nivel nacional se destacan el trabajo de Gómez (2016) en donde se promueve el análisis de una situación problema de deforestación a partir de procesos y prácticas de medidas. Este trabajo promueve a un afianzamiento de la enseñanza de los procesos de medida y los sistemas métricos, como una práctica social más allá de los aspectos formales de su enseñanza y práctica en el aula.

El trabajo de García y Osorio (2008) donde se expone una herramienta para detectar y describir los modelos mentales que los estudiantes tienen sobre el concepto de medida. Este trabajo da un punto de partida para la presente propuesta, para conocer cuáles de estos modelos mentales pueden representar un obstáculo para la comprensión de este concepto, a la vez que servir de guía para detectarlos.

A nivel internacional se destaca los trabajos de Godino, Batanero & Roa (2002). En donde se abordan las dificultades y posibilidades de la enseñanza del concepto de medida. El estudio de estos trabajos servirá de referentes teórico y/o conceptual para el desarrollo de la presente propuesta.

1.2.2 Formulación de la Pregunta.

Acorde a la problemática anteriormente descrita, se genera la siguiente pregunta que orientará el desarrollo del presente trabajo:

¿Cómo enseñar el concepto de medida y los procesos de medición a partir del estudio del cuerpo humano?

1.3. Justificación

Desde la perspectiva de los *Lineamientos Curriculares* (MEN, 1998) y *Los estándares básicos de competencias* (MEN, 2006), se esclarecen la necesidad y pertinencia de la enseñanza de la geometría. El docente cuenta en estos textos un apoyo fundamental para responder por el por qué y el para qué de la enseñanza de esta rama de las matemáticas. A la par que se abren otras preguntas sobre el qué y el cómo enseñar la geometría, lo que implica ampliar el abanico de posibilidades.

La generación actual de docentes tiene una formación matemática inicial basada en las llamadas *Matemáticas modernas*, en las cuales se privilegiaba el álgebra y los procedimientos formales, excluyendo la geometría de los currículos. Esta situación es determinante en la enseñanza de la geometría en la actualidad y puede instalar al docente en dos perspectivas. Una pesimista que implicaría pensar que involucrar la geometría dentro de la práctica pedagógica sería un lastre a causa del desconocimiento del área y su didáctica específica. Y una perspectiva optimista que incita al docente a estudiar y aprender a enseñarla en la práctica con los estudiantes. Esta última propone al docente la necesidad de un replanteamiento de lo que es la geometría y una necesidad de exploración más allá de las tradiciones didácticas en las cuales el docente se ha enmarcado.

El profesor Carlos Vasco (2006) brinda importantes luces a estas dos necesidades. En primer lugar la geometría es una herramienta para la exploración del espacio. Con lo cual revitalizar el estudio de los sistemas geométricos deben ir más allá de lo formal, lo lógico, lo axiomático, pues “su meta es el juego con sistemas concretos de la experiencia inmediata del espacio y el movimiento” (p, 33).

Esta concepción de la geometría propende a distanciar al docente de una enseñanza dogmática y autoritaria. A la vez que se le acerca al estudiante a la forma cómo se hizo la geometría en sus inicios, en las que el alumno establece conjeturas, las pone a prueba y llega

mediante su actividad a sistemas conceptuales geométricos. La visión de la geometría como herramienta para explorar el espacio inmediato genera una relación maestro-alumno- saber mucho más democrática, lo cual es un valor que debemos fortalecer como docentes.

Desde el punto de vista de la didáctica específica de la geometría, Vasco (2006) propone la denominada *Geometría Activa*. En la cual se privilegia la actividad del estudiante sobre una contemplación pasiva. Esta actividad de exploración de los sistemas geométricos se realiza mediante gestos, movimientos, y lenguaje ordinario de los estudiantes, para que posteriormente “puedan proponer y evaluar posibles definiciones y simbolismos formales” (p35).

Desde estas dos visiones: La geometría como herramienta para explorar el espacio inmediato y la geometría activa. Se hace pertinente una reflexión sobre el cuerpo humano y sus posibilidades para el estudio de la geometría, en particular del pensamiento métrico, en la que de manera consciente se pueda orientar su enseñanza de una forma dinámica y más agradable para el aprendizaje de los estudiantes.

El abordaje del pensamiento métrico y los sistemas de medida desde el cuerpo humano está en sintonía con esta propuesta de geometría activa y como herramienta para explorar el espacio. Además desde los Estándares Básicos de Competencias (MEN, 2006) se justifica el desarrollo de situaciones de aprendizaje que involucran la medición al tanto que estas propenden el tratamiento de otros pensamientos y competencias matemáticas. Donde “el tratamiento de las magnitudes y sus procesos de medición se constituyen en la base conceptual sobre la cual se organizan los procesos conceptuales de cada pensamiento” y que los “conceptos relativos al pensamiento métrico se relacionan de manera directa con el numérico y sirven de puente para el estudio de las disciplinas científicas naturales y sociales”.

1.4. Objetivos

1.4.1 Objetivo General.

Diseñar e implementar una estrategia didáctica para el aprendizaje del concepto de medida de longitud y área en los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Rural Presbítero Jesús Antonio Gómez de El Santuario a partir de procesos de medición activos que

empleen el cuerpo humano, sus formas y dimensiones enmarcadas en un modelo de enseñanza de Van Hiele.

1.4.2 Objetivos Específicos.

- Identificar acorde al modelo educativo de Van Hiele el nivel de razonamiento que tienen los estudiantes sobre el concepto de medida de longitud, y área.
- Analizar el proceso de razonamiento respecto al concepto de medida y área que se requiere para que los estudiantes alcancen el Nivel III (De clasificación y relación) del modelo Van Hiele a partir de desarrollo de fases de aprendizaje propuesta por dicho modelo.
- Desarrollar secuencias didácticas enmarcadas en las fases de aprendizaje del modelo Van Hiele que relacionen el cuerpo humano y los sistemas de medida de longitud y área.
- Evaluar los procesos y resultados de la aplicación de un piloto de la estrategia didáctica a partir de un enfoque cualitativo enmarcado en los niveles de desarrollo del razonamiento propuesto por Van Hiele particularmente en el de clasificación y relación, en lo que respecta al aprendizaje del concepto de medida de longitud y área.

2. Marco referencial

2.1. Referente teórico

El presente trabajo final tendrá como base el modelo de enseñanza de los esposos Van Hiele. Dicho modelo está enfocado en la enseñanza de la geometría y surge a raíz de la dificultad para la comprensión de los conceptos matemáticos y geométricos. Los Van Hiele responden a esta problemática con un modelo en el que “los razonamientos de los estudiantes se estratifican de acuerdo a su relación con un objeto geométrico” (Restrepo, 2014). El modelo de enseñanza de Van Hiele se considera adecuado para orientar el desarrollo de este trabajo, por varias razones:

Da una aproximación al concepto de medida de longitud y área, permitiendo que el estudiante aprenda a medir, a través de la comprensión de varios objetos geométricos inherentes al proceso. Busca desarrollar situaciones y actividades que se centran en la visualización, la manipulación de material concreto y de experiencias vividas permitiendo un adecuado razonamiento sobre los conceptos abordados (Salazar, 2011). En el caso de esta propuesta, la visualización y la experiencia se centrarán en el cuerpo humano.

Apunta al progreso en el proceso de razonamiento del estudiante en cuanto a los conceptos geométricos. Este progreso es altamente jerarquizado, secuencial y, si se quiere dar una forma visual, en espiral. Es un modelo descriptivo y prescriptivo (Restrepo, 2014). Está compuesto por tres componentes principales: Los niveles de razonamiento, las fases de aprendizaje y el insight o comprensión (Salazar, 2011). En cada nivel de razonamiento deben desarrollarse todas las fases de aprendizaje propuestas, por lo cual cada nivel de razonamiento tiene un insight inicial y otro final al terminar el desarrollo de las fases. En la descripción que se hará a continuación se particularizará sobre la enseñanza del concepto de medida de longitud y área.

Niveles de razonamiento

Son la parte descriptiva del modelo. En éstos lo que se busca es caracterizar la forma en que los estudiantes razonan en relación al concepto de medida de longitud y área. De acuerdo a Llorens (1994) citado por Restrepo (2014) se establecen los siguientes niveles.

Nivel 0. Predescriptivo: Reconoce los elementos básicos para el estudio del concepto de medida de longitud y área; que existen atributos de cuerpos geométricos que son susceptibles de ser medidos. Por ejemplo, que la estatura es una medida asociada a una magnitud de su cuerpo.

Nivel 1. Reconocimiento visual: Reconoce el concepto de magnitud de longitud y de extensión de una superficie pero no la relaciona con el proceso de medida. Solo hace comparaciones entre las magnitudes de forma cualitativa, sin embargo no da a la medición un valor numérico.

El estudiante identifica en su cuerpo y en su entorno inmediato, atributos que son medidos; que hay medidas que son propias a la longitud y al área de los objetos geométricos que le rodean (Godino, Batanero & Roa, 2002). En este nivel identifica la estatura como una medida de longitud, pero aún no establece las relaciones con las magnitudes longitud y área y cómo éstas pueden llevarse a otro contexto de medición.

Nivel 2. Análisis: Reconoce que la medida permite caracterizar un objeto geométrico. Identifica patrones de medición asociados a partes de su cuerpo como la cuarta, el pie, el brazo, etc. y realiza mediciones empleando estas partes del cuerpo. Identifica medidas de longitud en un objeto geométrico, como el largor, el anchor, el espesor.

Tiene dificultad de establecer la diferencia entre magnitud unidimensional y magnitud bidimensional, y no comprende la relación entre las medidas de longitud para la estimación del área de una superficie.

Nivel 3. Clasificación: En este nivel utiliza patrones internacionales como el sistema métrico decimal. Comprende la relación entre una magnitud unidimensional y una bidimensional, y puede estimar, a partir de esta relación, el área de una superficie. El estudiante logra deducir, mediante la instrucción del profesor, que la aproximación de la medida de un área puede hallarse mediante la suma de las áreas que la componen. Por ejemplo para la aproximación al área de la superficie de las palmas de mano, o las plantas de los pies, se pueden plasmar estas sobre un papel cuadrulado y estimar el área a partir del conteo del número de cuadrículas contenidas en ésta.

Puede enunciar una explicación informal del concepto de medida de longitud y área, a partir de las experiencias y las actividades realizadas, sin embargo esta explicación no es rigurosa ni está basada en la teoría de la medición.

Nivel 4. Deducción formal: Puede explicar de manera formal el concepto de medida de longitud y área. Logra hacer deducciones acordes a la teoría de la medición. Es capaz de deducir modelos matemáticos para el cálculo del área de una superficie.

Se debe aclarar que el alcance de esta propuesta llega hasta el nivel 3 o de clasificación. Y se dirige a los estudiantes de grado sexto, en el cual este nivel de razonamiento debe ser coherente con el direccionamiento del MEN en los Estándares de Competencias.

Fases de aprendizaje

Se plantean las actividades secuenciales acorde a cada nivel de razonamiento y sus descriptores. El diseño de las fases de aprendizaje debe estar orientado a que el estudiante suba de nivel. Las fases de aprendizaje corresponden al componente prescriptivo del modelo y por lo tanto implica un plan estructurado con las actividades y situaciones y el vínculo que tiene con los conceptos a estudiar y los descriptores de nivel (Restrepo, 2014).

Fase 1. Información: En esta fase se indaga por los conocimientos previos que tienen los estudiantes sobre el concepto a estudiar, la forma de expresarse, la forma como razonan ante el tema que se va abordar. Además el docente debe informar a los estudiantes el concepto que se va estudiar y los materiales necesarios.

Las actividades deben centrarse en la indagación de los conocimientos previos. Una de las actividades pertinentes puede ser la aplicación de cuestionarios tipo test, que indiquen su nivel de razonamiento.

Fase 2. Orientación dirigida: Se propone a los estudiantes situaciones y actividades que favorezcan la comprensión del concepto y las propiedades del objeto de estudio. En esta fase es donde aparece el cuerpo como mediador para el aprendizaje del concepto de medida. Todas las actividades se orientan a la experiencia de medición que implica la acción por parte del estudiante.

En esta fase se apela a la propuesta de Godino, Batanero & Roa (2002) para la enseñanza de la medida.

Para el progreso del nivel 0 a nivel 1 se proponen actividades que requieran la percepción sensorial de los atributos medibles de los objetos, en este caso los aspectos del cuerpo que se puedan medir. Orientando la percepción de los estudiantes a la exploración de las magnitudes de longitud y de área. Por ejemplo la estatura, la extensión de las palmas de las manos, el grosor de los dedos, etc.

Para el progreso del nivel 1 a nivel 2 se proponen actividades que impliquen la comparación de lo percibido sensorialmente. Tratar de que los estudiantes manifiesten las experiencias percibidas, no necesariamente numéricas. Por ejemplo hacer una ordenación entre el más alto al más bajo del grupo de estudiantes, o comparar cuando una palma de la mano es más extensa que otra.

Para el progreso del nivel 2 al nivel 3, luego de las experiencias asociadas a la comparación, “necesitamos algún estándar de medida, un referente que pueda ser usado sucesivamente y al que podamos acudir en cualquier momento” (Godino, Batanero & Roa, 2002). Pueden desarrollarse actividades que utilicen patrones no convencionales como la partes del cuerpo del estudiante (el pie, la mano, etc), hasta que surja la necesidad de utilizar estándares internacionales de medida.

Para el afianzamiento del nivel 3, se plantearán actividades que impliquen la utilización de las unidades del sistema internacional, y a la vez el cálculo y la utilización de fórmulas con las medidas adquiridas en las experiencias de medición de esta fase. En esta se realizan experiencias de medición utilizando instrumentos como el pie de rey, el flexómetro, la regla.

Fase 3. Explicitación: En esta fase los estudiantes ponen en común lo que han aprendido en las fases anteriores. Manifiestan las relaciones que han elaborado, los descubrimientos, las dudas y dificultades. El papel del docente es suscitar un ambiente que permita el diálogo y la reflexión alrededor del objeto de estudio. Por ende las actividades propuestas serían aquellas que produzcan situaciones de comunicación las que, para Godino, Batanero & Roa (2002), corresponden la principal problemática en el proceso de medida.

Para el planteamiento de situaciones comunicativas en el aula de matemáticas existen múltiples propuestas. Como ejemplo se encuentra las de Villalonga & González (2001) que

presentan las estrategias comunicativas en una secuencia de actividades como: discusión en pequeños grupos, discusión plenaria, lluvia de ideas, el método del conflicto y la técnica de la rejilla. Independiente de la estrategia empleada, el docente debe estar al tanto del empleo del lenguaje que hace el estudiante, promoviendo el uso de un lenguaje formal y técnico en el proceso de medición.

A la vez el docente debe poner en evidencia cuándo, en las interacciones entre los estudiantes, se hace necesaria la refinación del proceso de medición. Es decir el paso de la percepción de la medida a la comparación, de la comparación a la búsqueda de un referente de medida común, y del empleo de un referente común a la utilización de un sistema medida estandarizado.

Fase 4. Orientación libre: En esta fase se le propone a los estudiantes situaciones y actividades nuevas, que para resolverlas requieran soluciones complejas, buscar alternativas entre lo ya aprendido, y generar relaciones entre los conceptos. Las situaciones en esta fase se orientarían a actividades de estimación del rango de medida y de medición indirecta. Estas actividades permiten al estudiante aplicar los conocimientos adquiridos en las fases previas, a la vez que estimulan el “desarrollo del sentido espacial, así como conceptos y destrezas numéricas” (Godino, Batanero & Roa, 2002).

Por ejemplo situaciones en las que el estudiante deba medir distancias que no se puede medir con la utilización directa de los instrumentos, la aproximación a la medida de longitud de curvas, o el cálculo de áreas a partir del conocimiento de las longitudes que la componen. Estas son situaciones que requieren soluciones complejas y abiertas, y que permiten varias alternativas de solución desde los conocimientos adquiridos sobre la medida.

Fase 5. Integración: En esta fase se busca estructurar y organizar los conocimientos adquiridos. Las actividades de esta fase no tienen como objetivo generar nuevos conocimientos, sino como su nombre lo indica integrarlos, repasarlos, resumirlos. Las actividades deben dirigirse para que el estudiante establezca una red de relaciones entre los conceptos estudiados (Salazar, 2011). Como estrategia para el desarrollo de la fase de integración se propone la entrevista de carácter socrático. En donde, en su desarrollo, se permita integrar los conceptos abordados en las fases previas, y el razonamiento que se considera adecuado a cada nivel.

Insight

De acuerdo a los autores Restrepo (2014) y Salazar (20011) el insight en el modelo van Hiele se refiere a la comprensión. Esta se da cuándo el estudiante es competente para afrontar nuevas situaciones utilizando de manera autónoma métodos adecuados para resolver los problemas. Desde esta perspectiva, el insight se manifiesta cuando un estudiante, ante una nueva situación, sabe qué debe hacer, cómo debe hacerlo y porqué debe hacerlo así. Cada nivel de razonamiento tiene su insight deseado el cual se alcanza al desarrollar todas las fases de aprendizaje en cada nivel. Así es como la evaluación en el modelo Van Hiele es de carácter formativa, y se desarrolla en la medida en que el estudiante va desarrollando en las distintas fases de aprendizaje y dando cuenta de su progreso en el nivel de razonamiento.

2.2. Referente conceptual-disciplinar

El concepto de medida de longitud y de área se inscribe en el denominado pensamiento métrico propuesto por el MEN (1998) en los Lineamientos curriculares para matemáticas. Para el desarrollo del pensamiento métrico se sugieren procesos como la construcción de los conceptos de magnitud, la comprensión de los procesos de conservación de magnitudes, la estimación de magnitudes, la apreciación del rango de magnitudes, la selección de unidades de medida, patrones e instrumentos; la asignación numérica, y el trasfondo social de la medición. Desde la perspectiva de estos procesos, se evidencia la importancia de la enseñanza de la medida de longitud y de área para el desarrollo de competencias y destrezas matemáticas, su vínculo con otras ciencias y con el contexto sociocultural de los estudiantes.

En los procesos de construcción y conservación de la magnitud de longitud y de área, es indispensable que el estudiante abstraiga estos atributos en los objetos geométricos susceptibles de ser medidos. Estos procesos, si bien apuntan a los sistemas métricos, suponen un desarrollo del pensamiento espacial y los sistemas geométricos. En este caso, el estudiante hace una exploración activa de su entorno inmediato y logra, a través de la misma, percibir el concepto de línea y superficie; y a la vez, de magnitudes concretas como la altura, el ancho, el espesor, la extensión, etc. Esa misma indagación comparativa de la magnitud (es más grande que, más largo que, más extenso que, etc.) le facilita la comprensión de los objetos geométricos estudiados, porque la magnitud es un atributo, entre otros, de los objetos geométricos. Es mediante el desarrollo del pensamiento espacial y de los sistemas

geométricos como el estudiante logra reconocer las relaciones de orden y equivalencia de cada magnitud estudiada.

Los procesos de estimación de magnitudes y la apreciación del rango de magnitudes, independiente del proceso de medida, promueven el desarrollo del pensamiento numérico y el afianzamiento de los sistemas numéricos en los estudiantes. El acercamiento intuitivo a partir de la manipulación de materiales concretos, o partes del cuerpo (el pie, la pulgada, la cuarta, etc.) para la medida de una determinada magnitud, implican la operación de conteo entre los números naturales. Estas acciones de conteo, en muchas oportunidades, conllevan a un “fracaso” dado que en la mayoría de las situaciones, el conteo, ligado a la repetición de un objeto o parte del cuerpo, hará que algo de éste le “sobre” o “falte” para completar la magnitud. La búsqueda de la precisión en el proceso de medida exige un refinamiento de la medición, y por ende que el estudiante tenga la necesidad de ampliar su conjunto numérico. Siendo la longitud y la superficie magnitudes continuas, el refinamiento en la medición exige conjuntos numéricos que permitan el desarrollo, inicialmente, de los números racionales y, posteriormente, de los números reales.

Los procesos de intentar capturar lo continuo con lo discreto y la apreciación del rango de magnitudes, promueven también el desarrollo del pensamiento variacional. Esto se logra por medio del reconocimiento de la continuidad del conjunto numérico, que exige el proceso de medición. Y de otro lado, la apreciación de magnitudes implica la relación entre dos variables y su razón de cambio, para estimar el rango de una magnitud. Por ejemplo al estimar el rango de longitud de una carretera a partir del tiempo recorrido por un vehículo con una velocidad cruceo aproximada.

Se puede afirmar que los procesos anteriores promueven la aproximación al concepto de medida, y a otras destrezas y competencias matemáticas indispensables para el desarrollo procesos de selección de unidades y asignación numérica. Estos últimos instalan al estudiante en un nivel de razonamiento en el cual pueda enfrentarse a situaciones problemas, a modelación de fenómenos y a situaciones comunicativas reales, que impliquen el manejo del concepto medición de longitud y de área. Entendiendo reales como aquellos problemas, fenómenos y situaciones que están presentes en su entorno inmediato. Con lo cual, desde la perspectiva del pensamiento métrico, el estudiante puede ser matemáticamente competente en la medida que “formule, plantee, transforme y resuelva problemas a partir de situaciones de la vida cotidiana, de las otras ciencias y de las matemáticas mismas” (MEN, 2006).

Este vínculo con el entorno inmediato es lo que el MEN (1998) relaciona como trasfondo social de la medición. Para ello es importante precisar ese entorno inmediato en el cual el estudiante encuentra un trasfondo significativo para el aprendizaje de la medida de longitud y de área. Desde el contexto escolar del estudiante, y de acuerdo a los Estándares por competencias para la enseñanza de las ciencias naturales (MEN, 2006), un estudiante de grado sexto se aproxima al conocimiento científico si “realiza mediciones con instrumentos y equipos adecuados a las características y magnitudes de los objetos y las expresa en las unidades correspondientes”. Desde el contexto sociocultural del estudiante (rural, agrícola) un estudiante está en contacto constante con magnitudes de longitud y superficie, expresadas en términos de la producción y el trabajo agrícola. Por lo tanto, la enseñanza de la medida de longitud y de área está inmersa en un trasfondo significativo e importante y de allí radica la importancia de su enseñanza.

El papel imprescindible de la medición en la ciencia, la ingeniería, la tecnología y la vida social se da por supuesto. Sin embargo, esa inherencia ha hecho que la medida y el proceso de medición se hayan obviado y excluido de la enseñanza de las matemáticas y las ciencias. Así es como la revitalización de la enseñanza de la medición sobre un trasfondo social basado en las ciencias y el entorno inmediato del estudiante tiene un impacto de tipo afectivo. Ya que el estudiante adquiere confianza en sí mismo, en las decisiones y construcciones que deba efectuar en su vida cotidiana (Godino, Batanero & Roa, et al, 2002).

La enseñanza de la medición de la longitud y del área mediada por el cuerpo humano adquiere su importancia en dos aspectos. El primero apela a la evolución histórica del proceso de medición como fundamento para que los estudiantes se aproximen al concepto de medida. Kula (1980) afirma que “el hombre primitivo mide el mundo con su propio cuerpo” y esto hace que el ser humano haya tenido que pasar de las imágenes concretas a nociones abstractas ya que se hizo necesaria aclarar situaciones de comunicación de la medida, por ejemplo pasar de “mi pie” a “tu pie” hasta llegar a una noción más general como “el pie”. A la vez, se hizo necesario desarrollar otras unidades de medida ante la incapacidad de las partes humanas por abarcar dimensiones muy grandes o muy pequeñas para compararlas con las partes del cuerpo del ser humano. Otra dificultad que implicó el refinamiento del sistema antropométrico a otros sistemas fue la falta de múltiplos y submúltiplos entre las unidades asociadas al cuerpo, por ejemplo “un paso no tenía por qué dividirse en un número exacto de codos, y el codo en un número exacto de palmos” (Kula, 1980), lo que a la postre condujo a sistemas de medición

antropométricos conmensurables y formando relaciones de múltiplos y submúltiplos entre las unidades utilizadas.

El segundo aspecto es que al estudiar la medida desde el cuerpo se promueve una enseñanza de las matemáticas transversal con las ciencias naturales. Además que promueve valores en el conocimiento de su propio cuerpo y el de los demás, lo que conlleva a tomar decisiones que favorecen el cuidado de si y de las relaciones con los otros (MEN, 2006).

Desde la perspectiva del currículo de matemáticas el direccionamiento que hace el MEN (2006) en los Estándares de Competencias para el pensamiento métrico en grado sexto establece que el estudiante:

- Diferencia y ordena, en objetos y eventos, propiedades o atributos que se puedan medir (longitudes, distancias, áreas de superficies).
- Selecciona unidades, tanto convencionales como estandarizadas, apropiadas para diferentes mediciones.
- Utiliza diferentes procedimientos de cálculo para hallar el área de la superficie exterior algunos cuerpos sólidos.

Con lo anteriormente descrito se muestra la importancia y coherencia de la enseñanza del concepto de medición de longitud y área con el desarrollo del pensamiento matemático, su vínculo con las ciencias naturales y sociales, el contexto cotidiano del estudiante, y la orientación curricular por parte del Ministerio de Educación Nacional.

2.3. Referente legal

La tabla 2-1 se presenta las distintas disposiciones normativas en los ámbitos internacional, nacional y regional que sustentan la pertinencia de esta propuesta a nivel legal.

Tabla 2 - 1 Normograma

DOCUMENTO	TEXTO	CONTEXTO
Aportes para la enseñanza de las matemáticas. Tercer estudio regional explicativo y comparativo. TERCE. UNESCO (2014)	El estudio tiene como propósito evaluar la calidad educativa en los países de Latinoamérica y el Caribe e identificar factores asociados a los logros de aprendizaje. Dentro de los dominios evaluados en la enseñanza de las matemáticas se destacan los de los dominios de la medida donde un estudiante debe: Reconocer y diferenciar diversas magnitudes, así como interpretar situaciones en las que se hacen con pertinencia estimaciones de las mismas y de rangos. Seleccionar y usar unidades de medida y patrones.	Internacional
Constitución Política de Colombia 1991	Artículo 67: La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social; con ella se busca el acceso al conocimiento, a la ciencia, a la técnica, y a los demás bienes y valores de la cultura.	Nacional
Ley 115. Ley general de educación. 1994	Artículo 5: Fines de la educación. Fin 5: Adquisición y generación de conocimiento científico y técnico Fin 7: Acceso al conocimiento, a la ciencia y a la técnica. Fin 9: El desarrollo de la capacidad crítica, reflexiva y analítica que fortalezca el avance científico y tecnológico Artículo 22: Objetivos de la educación básica secundaria: C) El desarrollo de las capacidades para el razonamiento lógico, mediante el dominio de los sistemas numéricos, geométricos, métricos, lógicos, analíticos, de conjuntos de operaciones y relaciones	Nacional
Lineamientos Curriculares de matemáticas. 1998	Propone una estructura curricular que se inscriba en los conocimientos básicos, los procesos generales y el contexto.	Nacional
Estándares básicos por competencias en matemáticas. 2006	Proponen unos referentes comunes para la elaboración del plan de estudios, en busca de la calidad educativa con el propósito de ser competentes matemáticamente	Nacional
Derechos básicos de aprendizaje. 2015	Es un conjunto de saberes y habilidades básicas y fundamentales que han de aprender los estudiantes en cada grado de educación escolar	Nacional
Plan de desarrollo de Antioquia. 2015-2018	El componente educación tiene como objetivo: Mejorar y aumentar las capacidades de la población Antioqueña para la paz, la prosperidad, la competitividad y la justicia social.	Regional

Esta propuesta de trabajo final se sintoniza con la intencionalidad de las normas expuestas en los diferentes ámbitos. Y ratifica su pertinencia en aspectos generales como los fines de la educación matemática básica en cuanto al desarrollo de capacidades y

competencias para el razonamiento lógico y el pensamiento crítico y reflexivo. Y en aspectos particulares como el desarrollo del pensamiento métrico en cuanto a la adquisición de un saber contextualizado y aplicado al entorno social, histórico, técnico, científico y cultural de los estudiantes.

2.4. Referente espacial

La propuesta se desarrollará en la Institución Educativa Rural Presbítero Jesús Antonio Gómez, localizada en el kilómetro 3 vía El Santuario- Carmen de Viboral en la vereda El Carmelo del municipio de El Santuario Antioquia. Es una institución de carácter oficial fundada en 1934 como escuela primaria rural. Desde el año 2003 la institución empieza a ofrecer los ciclos de básica secundaria y media vocacional, y se consolida como sede principal de las escuelas rurales de las veredas de El morro, Las lajas, Aldana, San Eusebio, Lourdes, y Potrerito, pertenecientes al municipio de El Santuario. En la actualidad asisten aproximadamente 500 estudiantes, en una sola jornada de 8 am a 2:50 pm. La institución otorga el título de bachiller académico.

La vereda donde se sitúa posee un ecosistema de bosque andino montano bajo, en el que se presentan unas temperaturas que oscilan entre los 10 y los 18 °C, tiene una alta precipitación anual y su relieve es montañoso. Tiene una buena interconexión vial interveredal, y su producción económica se basa en minifundios de cultivo de papa, frijol, tomate, y hortalizas, además de la pequeña ganadería de reses para el ordeño. En el mapa que se presenta en la figura 2-1 se encierra en un círculo rojo la vereda El Carmelo, donde se encuentra ubicada la institución.



Figura 2 - 2 Sede de Bachillerato Institución Educativa. Fuente propia

Con el desarrollo de la propuesta de enseñanza se busca mejorar la calidad educativa de la población rural del municipio de El Santuario, y del oriente antioqueño. Lo cual apunta disminuir la inequidad de las posibilidades de acceso a la educación superior entre la población urbana y la rural. En términos particulares de la enseñanza de la medida de longitud y de área se pretende apelar a los conocimientos implícitos que tienen los estudiantes del pensamiento métrico y espacial, desarrollados por su cercanía a las prácticas agrícolas y lograr la generación de conocimientos de carácter explícito que faciliten las actividades propias de ellos y sus familias. Lo que posibilitaría en gran medida una relación entre los saberes empíricos del campesinado y los saberes científicos y técnicos brindados por la academia, lo que impactaría en un mejoramiento de la calidad de vida de las familias.

3. Diseño metodológico

3.1. Enfoque

El enfoque investigativo para la presente propuesta corresponde a la Investigación Acción Educativa (IAE). En la cual, el investigador es el docente que realiza la práctica pedagógica y en ella centra su investigación con el objetivo de transformarla y dar alternativas de solución a las problemáticas que el mismo ha detectado en su ejercicio de enseñanza. El doctor Bernardo Restrepo (2006) aporta tres procesos generales para el desarrollo de la IAE.

La deconstrucción: Este proceso se fundamenta en dos aspectos importantes. El primero correspondiente al método social antropológico sugerido por Stenhouse (1981) y el segundo a la deconstrucción de textos referido por el filósofo francés Jaques Derrida (1985) citados por Restrepo (2006).

El método social antropológico consiste en la observación participante que hace el docente de su propia práctica. Lo que implica fijarse con atención de los acontecimientos que suceden al interior de su clase, el registro detallado y descriptivo de éstos utilizando herramientas como el diario de campo, y su interpretación.

La deconstrucción de textos supone la existencia de una narrativa escrita sobre el hacer docente. Con este texto lo que se busca es conocer la estructura de la práctica, para así cuestionarla, someterla a crisis, identificar vacíos y falencias. Este proceso de autocrítica posibilita que el docente logre detectar ideas, herramientas, y hábitos susceptibles a ser mejorados.

La reconstrucción: Un proceso de reconstrucción satisfactorio se garantiza con una deconstrucción detallada en el que no sólo se hayan logrado identificar debilidades sino fortalezas. En la reconstrucción se proponen alternativas para solventar las debilidades y potencializar las fortalezas.

La IAE es un proceso investigativo que busca generar conocimiento, pero este conocimiento no es generalizador. Tiene como objeto el mejoramiento de la práctica individual del docente, el desempeño de sus estudiantes, y su entorno o contexto inmediato.

La evaluación: Una vez reconstruida la práctica es preciso dar un tiempo para poder evidenciar los efectos. Finalmente se realiza la evaluación de la efectividad de la nueva

práctica a la luz de indicadores de carácter objetivo y subjetivo. Objetivo en el sentido de la aprehensión de los conocimientos por partes de los estudiantes. Y subjetivo en cuanto a las actitudes hacia las relaciones entre el docente, los estudiantes y el objeto de estudio.

3.2. Método

El camino a seguir de esta propuesta se inscribe en los procesos generales anteriormente descritos, y se vincula directa y secuencialmente con los objetivos específicos planteados en el presente trabajo.

En el proceso de deconstrucción se encuentra la etapa de diagnóstico del problema a estudiar. En esta fase se emplean diversas estrategias para la selección y/o delimitación de un problema específico. En un primer momento se analizan los principales problemas de la práctica docente mediante la triangulación de la información entre el registro en el diario de campo del docente, los lineamientos y estándares curriculares, y los resultados de las pruebas internas y externas aplicadas a los estudiantes. Este ejercicio arroja una serie de problemas y se destaca finalmente el problema de la enseñanza de la medida de longitud y de área para los estudiantes de grado sexto.

En esta etapa de diagnóstico se describe el problema y se justifica su solución empleando estrategias como “el árbol del problema” en donde se examinan las relaciones causa-efecto que suscita el problema. Finalmente se hace un rastreo del estado del arte de las propuestas de solución a dicho problema desde un ámbito local, nacional e internacional, y se articulan a las posibilidades investigativas resumidas en una pregunta de investigación.

El proceso de reconstrucción se compone de dos etapas. Una etapa de diseño y una etapa de intervención.

La etapa de diseño está enmarcada por el referente teórico de la propuesta. Por lo tanto esta etapa debe presentar detalladamente los descriptores de niveles de Van Hiele para el razonamiento del concepto de medida de longitud y de área hasta el nivel tres o de clasificación. A la vez que deben estar bien definidas las secuencias de actividades propuesta para cada fase dentro del modelo van Hiele. En resumen el diseño comprende una explicitación clara y en detalle de los aspectos descriptivos (niveles) y prescriptivos (fases) del modelo de enseñanza aplicado.

La etapa de intervención se estructura de acuerdo al modelo Van Hiele en la aplicación de fases de aprendizajes. La fase 1 de información apunta, principalmente, a la indagación de conocimientos previos, en ella se destacan aplicación de test y pruebas diagnósticas. La fase 2 de orientación dirigida se realiza por medio de desarrollo de guías de enseñanza. La fase 3 de explicitación tiene como eje principal la ejecución de situaciones comunicativas. La fase 4 de orientación libre se centra en la solución de situaciones problema. La fase 5 de integración utilizaría como estrategia la realización de la entrevista socrática y aplicación de pruebas post-test.

El proceso de evaluación de la propuesta se centra en el análisis de los productos resultantes luego de la ejecución de cada fase. Estos productos se analizan con dos enfoques, el primero si los estudiantes evidencian progresos de nivel adecuados a la ejecución de cada fase, y el segundo en el sentido de si los descriptores de nivel si están adecuadamente formulados de acuerdo a la forma de razonamiento real de los estudiantes. El proceso de evaluación, aparte de analizar los productos de los estudiantes, implica una constante reflexión por el hacer del docente y una observación participante de las clases.

3.3. Instrumentos de recolección de la información

Dentro de las fuentes primarias de recolección de la información se destacan las siguientes:

Test y pruebas diagnósticas: Estas pruebas de carácter escrito tienen como objeto principal la identificación de los saberes previos, tanto en el momento de iniciar la propuesta, como al inicio del abordaje de cada nivel de razonamiento.

Las guías de enseñanza: Cada guía de enseñanza tendrá como componente un registro por escrito en el cuaderno de notas del estudiante del progreso en las actividades. Adicionalmente, como las guías están enfocadas a las actividades propias de medir, el docente registra los procesos de medición por medio de fotografías y videos.

Situaciones comunicativas: Situaciones como la discusión en grupos, o la discusión plenaria, pretenden que los estudiantes den cuenta del lenguaje utilizado con respecto a los conceptos estudiados. El registro de estas actividades se realizará por medio del video o las grabaciones de audio.

Situaciones problema: El abordaje de las situaciones problema tiene como propósito que los estudiantes evidencien que han alcanzado cierta comprensión para resolver otras situaciones complejas. El desarrollo de los problemas lo hacen los estudiantes de forma escrita.

Cartografía social: Los estudiantes harán un mapeo espacio temporal de su vida en donde registren, por medio del dibujo y la palabra escrita, aspectos importantes de su realidad personal actual y sus proyecciones hacia el futuro.

La caracterización de la información obtenida de las fuentes primarias se hará utilizando los niveles de razonamiento categorizados por los descriptores de nivel de la propuesta de enseñanza.

La fuente secundaria se basa específicamente en la lectura de cuatro tópicos generales: El modelo de enseñanza de Van Hiele, la didáctica específica de la medida, la teoría de medición de longitud y de área, y las estrategias de recolección de la información. La lectura sobre estos tópicos busca un mejoramiento del proceso de reconstrucción en cuanto al diseño e intervención de la propuesta.

Consideraciones éticas: Con el propósito de llevar un proceso ético que garantice el consentimiento de los actores involucrados en el desarrollo de la propuesta se cuenta con dos avales. El aval de la institución, encabezada por la rectora, en la que autoriza la intervención, mostrado en el anexo A. Y la autorización por parte de los padres de familia para el uso de imagen sobre fotografías y fijaciones audiovisuales (videos) para uso público la cual se encuentra en el anexo B. En ambas se aclara que el uso de la información recolectada tiene fines únicamente pedagógicos.

3.4. Población y muestra

La intervención se realizará en los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Rural Presbítero Jesús Antonio Gómez de El Santuario. Correspondiente a una población de 56 estudiantes con edades que oscilan entre los 10 y 12 años. La mayoría son hijos de familias campesinas dedicadas a la agricultura y a la pequeña ganadería. A nivel educativo aproximadamente la mitad provienen de una escuela primaria tradicional, y la otra mitad ha realizado la primaria en el modelo escuela nueva.

La población está dividida en dos grupos iguales. Como muestra se seleccionará un grupo de 28 estudiantes. Los cuales se presentan codificados en la tabla 3-1 con referencia a las iniciales de sus nombres. No se especifican los nombres completos para proteger su identidad.

Tabla 3 - 1 Códigos de los estudiantes

Iniciales	Código	Iniciales	Código	Iniciales	Código	Iniciales	Código
AJS	E01	GCJ	E08	MVO	E15	QGS	E22
AOK	E02	GGL	E09	NOS	E16	QQD	E23
CQY	E03	GMS	E10	NMN	E17	QSA	E24
CDK	E04	HTA	E11	OGR	E18	QVL	E25
CZJ	E05	ISC	E12	PTD	E19	QVK	E26
DGK	E06	LGL	E13	PJS	E20	RSA	E27
GS	E07	MAC	E14	PAM	E21	UCA	E28

3.5. Delimitación y alcance

El alcance de la propuesta corresponde a una estrategia didáctica que contribuya al aprendizaje de los conceptos de medida de longitud y de área en los estudiantes del grado sexto de la Institución Educativa Rural Presbítero Jesús Antonio Gómez de El Santuario. El diseño e implementación de la estrategia se pretende acoger al modelo de enseñanza de la geometría de Van Hiele. La intervención arroja resultados de la pertinencia, en el contexto específico, del empleo de este modelo en el desarrollo del pensamiento métrico.

3.6. Cronograma

La tabla 3-2 muestra, resumidamente, las actividades a realizar para dar cumplimiento a los objetivos específicos.

Tabla 3 - 2 Planificación de actividades

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Fase 1: Caracterización y diagnóstico	Identificar una problemática en el proceso de enseñanza de la geometría en la Institución educativa Rural Jesús Antonio Gómez. Caracterizar metodologías para la enseñanza de la medida de longitud y de área a partir del cuerpo humano que promuevan una alternativa de solución a la problemática.	1.1 Identificación y delimitación del problema a estudiar a partir la reflexión de la práctica docente y de las pruebas internas y externas realizadas a los estudiantes 1.2 Revisión bibliográfica sobre el estado del arte en la enseñanza del pensamiento métrico y el pensamiento espacial 1.3 Revisión bibliográfica de los documentos del MEN, principalmente Lineamientos curriculares y Estándares por competencias. 1.4 Revisión bibliográfica acerca del modelo de enseñanza de van Hiele para la geometría. 1.5 Revisión bibliográfica acerca de la didáctica específica de la medición y el trasfondo social y matemático de la medición.
Fase 2: Diseño	Diseñar actividades para la enseñanza de la medida de longitud y de área acorde a las fases de aprendizaje del modelo van Hiele.	2.1 Identificación y redacción de los descriptores de nivel de razonamiento para los conceptos de medida de longitud y de área. 2.2 Diseño y construcción de pruebas y test para la determinación de los conocimientos previos a cada nivel de razonamiento. 2.3 Diseño y construcción de guías de orientación dirigida para experiencias de medición basadas en el cuerpo humano. 2.4 Diseño y construcción de situaciones comunicativas para la explicitación de los conocimientos adquiridos en las experiencias de medición. 2.5 Diseño y construcción de situaciones problemas que apunten a la exploración de soluciones complejas con los conceptos adquiridos por los estudiantes.
Fase 3: Intervención en el aula.	Desarrollar las fases de enseñanza del modelo van Hiele para el aprendizaje de la medida de longitud y de área en un grupo del grado sexto de la IERPBJAG	3.1 Aplicación en el aula de la estrategia didáctica para la enseñanza de la medida de longitud y de área.

FASE	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Fase Evaluación	4: Evaluar el desempeño de la estrategia didáctica por medio de un análisis cuali-cuantitativo, en las actividades realizadas por los estudiantes desde la perspectiva del nivel de razonamiento alcanzado por ellos.	4.1 Realización del análisis de los instrumentos de recolección de información en cada fase de aprendizaje acorde a cada nivel de razonamiento.
Fase Conclusiones y recomendaciones	5: Determinar el alcance de la propuesta acorde con los objetivos específicos y posibles profundizaciones en la práctica docente.	5.1 Conclusión sobre la efectividad de la propuesta de enseñanza desde el alcance de los niveles de razonamiento esperados en cuanto a la comprensión del concepto de medida de longitud y de área. 5.2 Conclusión sobre la pertinencia de la aplicación del modelo van Hiele en el desarrollo del razonamiento del pensamiento métrico. 5.3 Recomendaciones sobre nuevas alternativas de investigación acción educativa en la enseñanza de la medida de longitud y de área.

En la tabla 3-3 se muestra el cronograma de las actividades a realizar cada semana, en un intervalo de 16 semanas.

Tabla 3 - 3 Cronograma de actividades

ACTIVIDADES	SEMANAS															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Actividad 1.1	X	X														
Actividad 1.2		X	X													
Actividad 1.3		X	X													
Actividad 1.4		X	X													
Actividad 1.5		X	X													
Actividad 2.1			X	X	X											
Actividad 2.2					X	X										
Actividad 2.3						X	X									
Actividad 2.4							X	X								
Actividad 2.5								X	X							
Actividad 2.6									X	X						
Actividad 3.1											X	X	X	X		
Actividad 4.1											X	X	X	X		
Actividad 5.1														X	X	X
Actividad 5.2														X	X	X
Actividad 5.3														X	X	X

4. Trabajo final

El trabajo final se compone de tres grandes bloques: Inicialmente se realizan actividades de diagnóstico, luego las actividades de intervención para el desarrollo de la estrategia didáctica en actividades y experiencias de medición, y por último la evaluación. Estos bloques se enmarcan en el modelo Van Hiele de la siguiente manera: El diagnóstico comprende el desarrollo de la Fase 1 *Información*. La estrategia de intervención en las fases 2 *Orientación dirigida*, 3 *Explicitación* y 4 *Orientación libre*. Y la evaluación en la fase 5 *Integración*.

4.1. Diagnóstico y análisis de resultados

La etapa de identificación y diagnóstico se enmarca en el modelo de Van Hiele en la Fase de aprendizaje 1, correspondiente a la de reunir y brindar información acerca de los conceptos a estudiar, y al planteamiento de los descriptores de nivel de razonamiento (1 visualización, 2 análisis, 3 clasificación) para que a partir de ellos pueda determinarse si en el estudiante puede darse un paso de nivel a otro.

En la tabla 4-1 se resumen las actividades a desarrollar en la Fase 1, los objetivos que busca y los productos resultantes de cada una.

Tabla 4 - 1 Actividades Fase 1: Información

FASE 1: INFORMACIÓN		
Actividad 1	Actividad 2	Actividad 3
Identificar el nivel de razonamiento en cuanto al concepto de medida de longitud y de área: Realización de una prueba diagnóstica con preguntas abiertas.	Brindar información pertinente relativa a los conceptos estudiados. Indagar por el vocabulario empleado para pronunciar el razonamiento alrededor del concepto estudiado. Estudio de documentos audiovisuales donde se evidencien los conceptos a estudiar, el trasfondo social y/o histórico de la medida, y la necesidad de los procesos de medición en la sociedad y la ciencia.	Detectar el empleo del lenguaje con respecto a la medición de longitud y de área: Desarrollo de la actividad “el concepto evolutivo” en donde en grupos de 5 estudiantes irán construyendo el concepto a estudiar. Esta actividad busca detectar el lenguaje utilizado acorde cada nivel de razonamiento.

Los descriptores de nivel que se detallan en la tabla 4-2 se basan en los *Estándares básicos por competencia* (MEN, 2006) para el ciclo 3 (6º y 7º), en los *Derechos básicos de aprendizaje-DBA-* (MEN, 2014) para el grado sexto. A su vez que se tienen en cuenta estos mismos documentos para fundamentar cada nivel de razonamiento acorde a los estándares y DBA de grados anteriores en cuanto al pensamiento métrico.

Tabla 4 - 2 Descriptores de nivel

NIVELES DE RAZONAMIENTO	DESCRPTORES
Nivel 1: Visualización	1.1 Indica los atributos de los objetos geométricos y en su entorno en donde se puede medir la longitud. 1.2 Diferencia el ancho, el largo, y el espesor como magnitudes de longitud en un cuerpo. 1.3 Ordena cualitativamente un conjunto de objetos de acuerdo a su longitud. 1.4 Identifica la extensión de una superficie como un atributo susceptible a ser medido. 1.5 Visualiza las partes de un objeto geométrico de acuerdo a la posibilidad de medirse como longitud o como área.
Nivel 2: Análisis	2.1 Estima medidas longitud y de área para caracterizar los cuerpos geométricos. 2.2 Realiza mediciones de su espacio inmediato empleando las partes de su cuerpo y da asignaciones numéricas a estas mediciones. 2.3 Desarrolla estrategias de medición no convencionales para medir áreas y da asignaciones numéricas a estas mediciones. 2.4 Identifica las dificultades comunicativas existentes en el empleo de patrones de medición no convencionales.
Nivel 3: Clasificación	3.1 Utiliza herramientas y técnicas estandarizadas de medición de longitudes 3.2 Utiliza las unidades estandarizadas más adecuadas para medir determinada cantidad de una longitud. 3.3 Utiliza fórmulas para calcular el área de un cuerpo geométrico o de su entorno. 3.4 Calcula áreas a partir de la composición o descomposición de las superficies.

La evaluación de estas actividades de diagnóstico se hace acorde a la escala de valoración dada por Sistema institucional de evaluación presente en el PEI de la Institución Educativa Rural Presbítero Jesús Antonio Gómez, tal como muestra en la tabla 4-3.

Tabla 4 - 3 Escala de valoración institucional

ESCALA VALORACIÓN INSTITUCIONAL	
Desempeño cualitativo	Asignación numérica
Superior	4,80-5,00
Alto	4,00-4,79
Básico	3,00-3,99
Bajo	0-2,99

Adicionalmente, en la etapa de diagnóstico, aparte de indagar por el nivel de razonamiento alrededor de los conceptos de magnitud longitud y área, se pretende conocer la realidad de los estudiantes, su estado actual, fortalezas, gustos, y debilidades; y sus proyecciones a futuro.

4.1.1 Fase 1: Brindar información. Actividad 1: Diagnóstico de nivel de razonamiento.

Esta actividad corresponde a una prueba escrita con preguntas abiertas en las que el estudiante, interrogado con una cierta situación que involucra la medida de longitud y de área, pueda dar cuenta de su conceptualización y manejo del vocabulario. Por los tiempos destinados a la intervención solamente se hace la prueba para el nivel 1 *Visualización*. Las pruebas de diagnóstico de nivel 2 *Clasificación* y nivel 3 *Análisis* se muestran en los anexos C y D respectivamente.

Al inicio de la actividad se les pide a los estudiantes que respondan todas las preguntas y que utilicen todo el vocabulario que tienen a disposición.

Prueba Nivel 1

1. Menciona tres partes del camino de tu casa al colegio en las que se pueda conocer la longitud.
2. Menciona tres partes o atributos de tu cuerpo en los que sea importante conocer la longitud. ¿Por qué es importante conocerla?
3. Un carpintero va a construir una mesa. ¿Qué medidas debe conocer el carpintero para realizar su labor?
4. Un agricultor va a sembrar una línea de una parcela de zanahoria. ¿Qué medidas debe conocer para saber cuánta semilla va a utilizar?
5. Ordena de mayor a menor longitud cinco objetos que se encuentren en tu entorno inmediato.
6. Ordena de menor a mayor longitud cinco partes de tu cuerpo.
7. Un albañil va embaldosar un piso. ¿Cómo puede saber la cantidad de baldosas que necesitará?
8. Un ganadero desea abonar el pasto de un potrero. ¿Cómo puede saber la cantidad de abono necesario?

9. Menciona tres partes de la cancha de micro fútbol que puedan medirse como longitud.
10. Menciona tres partes de la cancha de micro fútbol que puedan medirse como extensión de superficie.

Las características de la prueba se presentan en la tabla 4-4.

Tabla 4 - 4 Caracterización de la prueba

CARACTERIZACIÓN DE LA PRUEBA NIVEL 1			
Pregunta	Nivel de razonamiento	Procesos y conceptos	Descriptor
1	1	Construcción de la magnitud longitud.	1.1
2	1	Construcción de la magnitud longitud.	1.1
3	1	Construcción de la magnitud longitud.	1.2
4	1	Construcción de la magnitud longitud. Conservación de la magnitud longitud.	1.2
5	1	Construcción de la magnitud longitud.	1.3
6	1	Construcción de la magnitud longitud.	1.3
7	1	Construcción de la magnitud superficie.	1.4
8	1	Construcción de la magnitud superficie.	1.4
9	1	Percepción de la magnitud longitud y superficie.	1.5
10	1	Percepción de la magnitud longitud y superficie.	1.5

Para realizar la valoración de la prueba se tienen en la cuenta los criterios enunciados en la tabla 4-5.

Tabla 4 - 5 Criterios para la valoración de la prueba diagnóstica de nivel

ACTIVIDADES	NIVELES DE DESEMPEÑO			
	SUPERIOR	ALTO	BÁSICO	BAJO
Actividad 1	Se evidencia un nivel de razonamiento que acorde a todos los descriptores de nivel.	Se evidencia un nivel de razonamiento que acorde a 4/5 de los descriptores de nivel.	Se evidencia un nivel de razonamiento que acorde a 3/5 de los descriptores de nivel.	Se evidencia un nivel de razonamiento menor a la mitad de los descriptores de nivel.

Resultados y análisis

Los resultados en la primera prueba de diagnóstico de nivel están resumidos en la tabla 4-6.

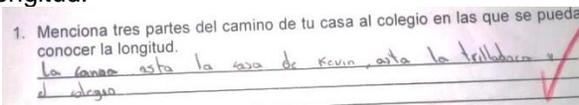
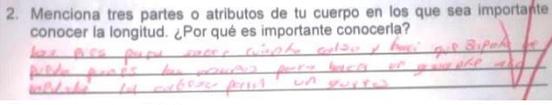
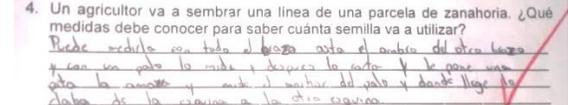
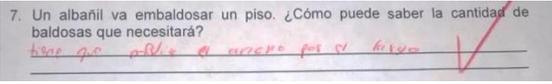
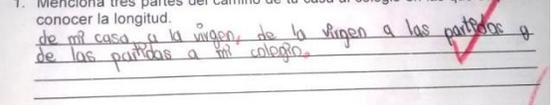
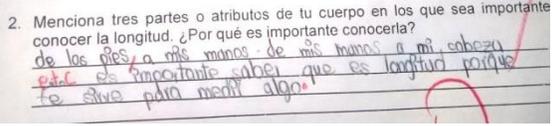
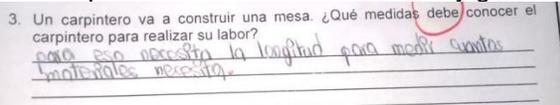
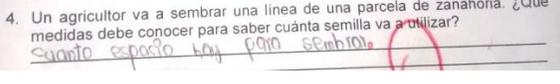
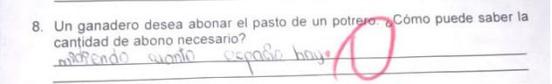
Tabla 4 - 6 Resultados prueba de diagnóstico nivel 1

Código del estudiante	Actividad 1	
	Nota	Desempeño
E01	1	BAJO
E02	2,5	BAJO
E03	1,5	BAJO
E04	1	BAJO
E05	4	ALTO
E06	1	BAJO
E07	2	BAJO
E08	2,5	BAJO
E09	3,5	BÁSICO
E10	1	BAJO
E11	1	BAJO
E12	3,5	BÁSICO
E13	1,5	BAJO
E14	1,5	BAJO
E15	2	BAJO
E16	1,5	BAJO
E17	2,5	BAJO
E18	3,5	BÁSICO
E19	2	BAJO
E20	2,5	BAJO
E21	2	BAJO
E22	1	BAJO
E23	4	ALTO
E24	2	BAJO
E25	2,5	BAJO
E26	1	BAJO
E27	1	BAJO
E28	3,5	BÁSICO

Actividades	Superior	Alto	Básico	Bajo
Actividad 1	0	2	4	22

El análisis cualitativo de la actividad 1 se basa en la correspondencia entre las respuestas de los estudiantes y los descriptores para el nivel 1 propuestos anteriormente. Se analizan generalidades para cada desempeño obtenido en la tabla 4-7.

Tabla 4 - 7 Análisis del desempeño prueba nivel 1

Desempeño Alto	
<p>En los estudiantes con desempeño alto se evidencia un razonamiento en el que identifican algunos atributos en los que es posible medir la longitud.</p>  <p>El estudiante E05 relaciona la longitud como la distancia entre un punto y otro.</p>	<p>Se manifiesta la necesidad de medida de longitud en situaciones de su contexto inmediato.</p>  <p>El Estudiante E23 comprende que las medidas de longitud de algunas partes de su cuerpo tienen una relación directa con el tamaño de su vestuario.</p>
<p>Se desarrollan estrategias para medir longitudes compuestas.</p>  <p>El estudiante E05 desarrolla una estrategia para medir longitudes compuestas utilizando partes de su cuerpo y patrones no convencionales de medición, esto da cuenta que existe una visualización de la magnitud.</p>	<p>Hay un poco de abstracción en la medida del área. El estudiante E23 comprende la necesidad de los atributos largo y ancho para medir el área de un sector rectangular.</p> 
Desempeño básico	
<p>En este desempeño la estudiante E11 identifica la magnitud longitud en sus aspectos más generales como la distancia entre dos puntos.</p>  	<p>Sin embargo no distingue en los objetos atributos específicos como ancho, largo, alto, espeso. Además no evidencia que una longitud puede componerse o descomponerse en otras longitudes. Sus respuestas en ese sentido son muy generales.</p>  
<p>En cuanto a la visualización de la magnitud superficie no hay una evidencia clara que la estudiante la comprenda.</p> 	
Desempeño bajo	
<p>En el desempeño bajo los estudiantes no evidencian una visualización de la magnitud longitud. Por ejemplo, el estudiante E01 indica</p>	<p>En el caso de distinguir los atributos de los objetos a susceptibles a ser medidos para una aplicación práctica de su entorno inmediato los estudiantes</p>

<p>únicamente los lugares, u objetos pero de una manera general, sin especificar qué de esos lugares u objetos pueden medirse con esta magnitud.</p> <p>1. Menciona tres partes del camino de tu casa al colegio en las que se pueda conocer la longitud. <u>la salida a la escuela, la carretera del colegio y la autopista.</u></p> <p>2. Menciona tres partes o atributos de tu cuerpo en los que sea importante conocer la longitud. ¿Por qué es importante conocerla? <u>la cabeza, el brazo, los pies y no se.</u></p>	<p>responden vagamente, señalando la necesidad de efectuar el proceso general de la medición, con la misma palabra longitud, o algunos mencionan unidades de medida. Evidenciando que no existe un construcción en abstracto del concepto longitud.</p> <p>3. Un carpintero va a construir una mesa. ¿Qué medidas debe conocer el carpintero para realizar su labor? <u>debe conocer las medidas de la mesa que va a construir.</u></p> <p>Estudiante E01 se le pregunta por las medidas que debe conocer y responde afirmando la misma pregunta.</p>
<p>3. Un carpintero va a construir una mesa. ¿Qué medidas debe conocer el carpintero para realizar su labor? <u>medida, longitud y superficie</u></p> <p>4. Un agricultor va a sembrar una línea de una parcela de zanahoria. ¿Qué medidas debe conocer para saber cuánta semilla va a utilizar? <u>centímetros</u></p> <p>E06 no identifica atributos susceptibles a ser medidos en los objetos y responde con unidades de medida como centímetros.</p>	<p>En general los estudiantes con este desempeño no dan cuenta de visualizar las superficies de los objetos y la susceptibilidad de ésta para ser medida como área.</p> <p>7. Un albañil va a embaldosar un piso. ¿Cómo puede saber la cantidad de baldosas que necesitará? <u>midiendo el piso.</u></p> <p>Estudiante E01</p>

En los desempeños de los estudiantes en la actividad 1 de la fase 1: *Información* para el nivel 1: *Visualización*; no se evidencia un nivel de razonamiento acorde a los descriptores para este nivel.

En cuanto a la visualización y construcción de la magnitud longitud, los estudiantes identifican objetos en los cuáles se puede medir esta magnitud, sin embargo, en la mayoría de los casos, no se especifican los atributos que en estos objetos pueden ser medidos. Tampoco se evidencia que comprendan que una longitud pueda componerse de varias longitudes, ni que en un objeto pueda medirse varios tipos de longitudes como el ancho, el largo, el grueso, entre otros.

Para la magnitud extensión de superficie, aun sabiendo que es un concepto de gran dificultad, no se evidencia ni siquiera una aproximación al concepto o al atributo geométrico del área, ni desde la visualización ni desde la utilización de una fórmula para el cálculo de su medida.

En el ordenamiento cualitativo de la longitud, en la mayoría de los casos, puede observarse una aproximación a este criterio, no obstante las respuestas son confusas ya que el ordenamiento que los estudiantes plantean no especifica los atributos de los objetos comparados para hacer tal ordenamiento.

Del análisis de la prueba puede interpretarse una gran dificultad en los estudiantes para expresarse de manera escrita sobre sus nociones intuitivas o conceptualizaciones sobre la longitud y superficie. Esto puede ser generado por dos posibles situaciones: la primera es que los estudiantes en sus aprendizajes previos no han llegado a una construcción de las magnitudes en abstracto, y/o existe un poco desarrollo de la competencia argumentativa con la cual no es posible explicar su forma de razonamiento hacia las situaciones de medida propuestas.

4.1.2 Fase 1: Brindar información. Actividad 2: Apreciación de un documental.

Esta actividad busca indagar en el empleo del vocabulario entorno a la medición y su trasfondo social e histórico. Para ello en la actividad se abordan tres momentos: una indagación previa al vocabulario y conceptos, una apreciación de un capítulo de la serie documental *En su justa medida* del canal Encuentro, y finalmente una nueva exploración sobre el vocabulario y los conceptos abordados en los documentales. La actividad propuesta y el diseño del plegable se encuentran en el anexo E.

Por motivos de restricciones de tiempo en la intervención únicamente se ejecuta esta actividad para el nivel 1 *Visualización*, las actividades para el nivel 2 y 3 se muestran en los anexos F y G.

Para realizar la valoración de esta actividad se tienen en la cuenta los criterios presentados en la tabla 4-8.

Tabla 4 - 8 Criterios de valoración actividad de diagnóstico 2

ACTIVIDADES	NIVELES DE DESEMPEÑO			
	SUPERIOR	ALTO	BÁSICO	BAJO
Actividad 2	Desarrolla completamente el plegable donde evidencia una evolución en los conceptos estudiados acorde a las preguntas realizadas luego de ver el documental en un 100%.	Desarrolla completamente el plegable en donde evidencia una evolución en los conceptos estudiados acorde a las preguntas realizadas luego de ver el documental en más del 80%.	Desarrolla completamente el plegable en donde evidencia una evolución en los conceptos estudiados acorde a las preguntas realizadas luego de ver el documental en más de 60%.	Desarrolla completamente el plegable en donde evidencia una evolución en los conceptos estudiados acorde a las preguntas realizadas luego de ver el documental en menos de 60%.

Resultados y análisis

Los resultados de esta actividad están resumidos en la tabla 4-9.

Tabla 4 - 9 Desempeño de los estudiantes para la actividad 2 Etapa de diagnóstico

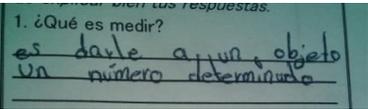
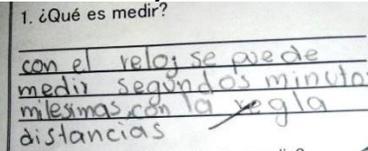
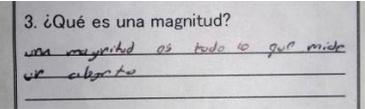
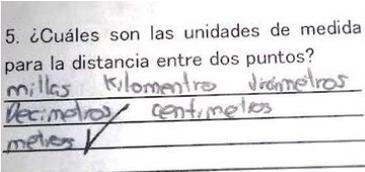
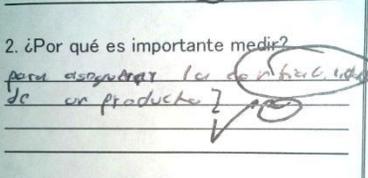
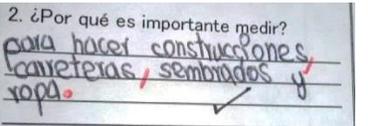
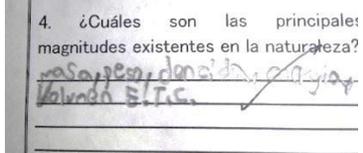
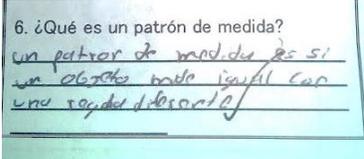
Código estudiante	del	Actividad 2	
		Nota	Desempeño
E01		3,80	BÁSICO
E02		1,00	BAJO
E03		3,30	BÁSICO
E04		3,80	BÁSICO
E05		0,00	BAJO
E06		3,30	BÁSICO
E07		4,20	ALTO
E08		0,00	BAJO
E09		2,90	BAJO
E10		2,00	BAJO
E11		3,30	BÁSICO
E12		3,30	BÁSICO
E13		3,30	BÁSICO
E14		2,00	BAJO
E15		2,00	BAJO
E16		3,30	BÁSICO
E17 ¹		-	-
E18		3,30	BÁSICO
E19		3,30	BÁSICO
E20		2,00	BAJO
E21		0,00	BAJO
E22		4,20	ALTO
E23		3,30	BÁSICO
E24		0,00	BAJO
E25		3,80	BÁSICO
E26		3,30	BÁSICO
E27		1,00	BAJO
E28		3,80	BÁSICO

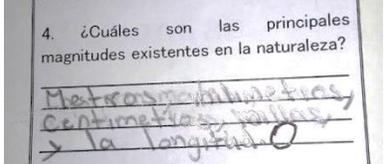
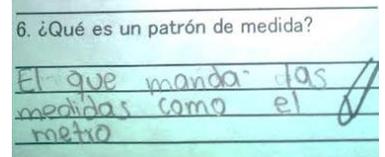
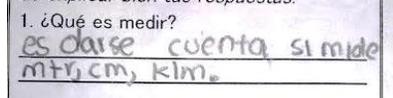
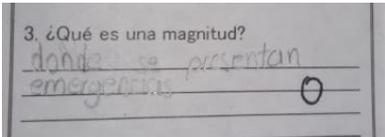
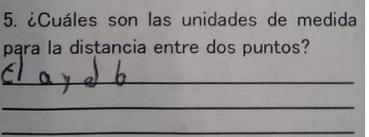
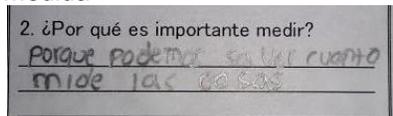
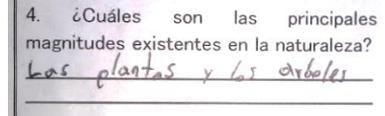
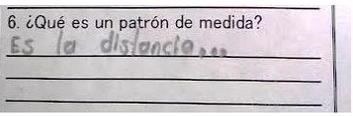
¹ El estudiante E17 no asiste ese día a la institución.

Actividades	Superior	Alto	Básico	Bajo
Actividad 2	0	2	14	11

El análisis de la actividad 2, presentado en la tabla 4-10, se basa en el empleo del vocabulario por parte de los estudiantes, si en sus respuestas se aproximan a una definición del concepto, además si hay una evolución en el empleo de su vocabulario luego de observar el video “¿Qué es medir?” en el cual se abordan los conceptos estudiados.

Tabla 4 - 10 Análisis actividad 2: brindar información Nivel 1

Respuestas aproximadas a la definición del concepto (Desempeño Básico y Alto)		
<p>1. Medir</p>  <p>Los estudiantes E07 y E22 se aproximan a la definición de medir con la asignación numérica a objeto.</p>  <p>Los estudiantes E04 y E25 se aproximan a la definición de medir como la utilización de instrumentos y los asocian con sus magnitudes y unidades de medida.</p>	<p>3. Magnitud</p> <p>En general los que se aproximaron a la definición del término magnitud, lo vincularon con la acción de medir y no con las características de los objetos.</p>  <p>Los estudiantes E06 y E23 lo relacionan como todo lo que mide un objeto, sin embargo no manifiestan específicamente que es ese “todo”.</p>	<p>5. Unidades de longitud</p> <p>En general los estudiantes que se aproxima a definir esta pregunta lo hacen entre los múltiplos y submúltiplos del metro.</p>  <p>Estudiantes E13 y E16</p>
<p>2. Importancia de medir</p>  <p>Los estudiantes E06 y E23 reconocen la importancia de medir para garantizar la confiabilidad en un producto.</p>  <p>Los estudiantes E12 y E18 reconocen la importancia de la medición en la construcción, la agricultura y los textiles.</p>	<p>4. Magnitud existentes</p> <p>En general los estudiantes que responden aproximadamente a esta pregunta mencionan magnitudes varias.</p>  <p>Por ejemplo los estudiantes E01 y E28.</p> <p>Algunos sólo logran determinar una magnitud.</p>	<p>6. Patrón de medida</p> <p>En la aproximación al término patrón de medida los estudiantes alcanzan a enunciar como un objeto con medida invariante.</p>  <p>Los estudiantes E06 y E23 lo definen como el objeto que mide igual independiente del instrumento con que se le mida.</p>

	 <p>Por ejemplo los estudiantes E03 y E26 reconocen la longitud.</p>	 <p>Los estudiantes E04 y E25 lo manifiestan como el que manda y organiza la medida. Vinculándolo al empleo coloquial del término Patrón.</p>
Respuestas que no se aproximan a la definición del concepto (Desempeño bajo)		
<p>1. Medir Los estudiantes que no se aproximan al concepto responden con la misma palabra que se les está preguntando.</p>  <p>Estudiantes E08 y E21</p>	<p>3. Magnitud La mayoría de estudiantes que no se aproximan a la definición responden con una palabra que no tienen ver directamente con el término.</p>  <p>Los estudiantes E02 y E27 responden que la magnitud es donde se presentan las emergencias.</p>	<p>5. Unidades de longitud En las respuestas estos estudiantes no enuncian ningún tipo de unidad de medida.</p>  <p>Estudiantes E05 y E24</p>
<p>2. Importancia de la medición Estos estudiantes resaltan en esta pregunta la importancia de medida a partir de “saber la medida”</p>  <p>Estudiantes E08 y E21</p>	<p>4. Magnitudes Los estudiantes a este tipo de pregunta responden con fenómenos naturales, objetos del entorno o seres vivos.</p>  <p>Estudiantes E05 y E24</p>	<p>6. Patrón de medida En estas respuestas no hay indicios de aproximarse a la invariabilidad de los patrones de medición.</p>  <p>Los estudiantes E01 y E28 lo definen como la distancia.</p>

En los desempeños de los estudiantes en la actividad 2 de la fase 1: *Información* para el nivel 1: *Visualización*, cerca del 60 % de los estudiantes tienen dentro de su vocabulario los términos necesarios para conceptualizar la medida de longitud y superficie. El 40 % no poseen los términos necesarios para conceptualizar y se evidencia en que responden con la misma pregunta que se les ha hecho, o lo asocian con otros términos que no tienen que ver con lo que se les está preguntando.

En el caso de la definición de medida los estudiantes que aprobaron asocian esta palabra con una sola actividad, y no como un proceso complejo que requiere de varias actividades. En la pregunta sobre la utilidad de la medida estos estudiantes responden con

casos específicos como en la construcción, la agricultura o el comercio, y no logran hacer una abstracción de la necesidad humana de llegar un acuerdo en estas prácticas. En cuanto a la definición de magnitud la relacionan directamente con los objetos y sus medidas, gran parte de los estudiantes dan cuenta que la longitud es una magnitud y se puede medir. Para la pregunta sobre las unidades de medida de longitud, todos los estudiantes que se aproximaron a la definición enumeraron los múltiplos y submúltiplos del sistema métrico, muy pocos también la relacionaron con el sistema de medición Inglés. En cuanto a la palabra patrón, siendo este un término complejo de definir, algunos estudiantes atinaron a decir sobre la importancia organizativa de éste dentro de las medidas, y como tal su necesidad de invariabilidad.

Esta segunda actividad muestra un progreso en el uso del lenguaje y el vocabulario empleado con respecto a la primera. Esto puede explicarse desde varias razones. La primera es que los estudiantes empiezan a familiarizarse con la intervención que se hará en el aula, y por lo tanto comienzan a escudriñar en su pensamiento los conocimientos que tienen sobre los conceptos abordados. En segundo lugar esta actividad indagaba acerca del conocimiento del vocabulario, a diferencia de la primera, que buscaba reconocer el nivel de razonamiento alrededor de situaciones de medida cotidianas, por lo cual el nivel de complejidad de esta segunda prueba es menor. Y una tercera razón, es que esta prueba tuvo dos momentos, un antes que era sin la información brindada por el documental y un segundo momento luego de la apreciación del documental.

4.1.3 Fase 1: Brindar información. Actividad 3: Evolución grupal del concepto.

Esta actividad pretende que los estudiantes construyan los conceptos de longitud y de área de manera colectiva. En la que cada individuo aporta un componente a la complejidad de los conceptos estudiados.

Por los tiempos de la intervención solamente se hace para situaciones particulares de medida de longitud y de área para el nivel 1, las actividades para el nivel 2 y nivel 3 se presentan en los anexos H y I respectivamente.

Actividad: Evolución grupal del concepto nivel 1**MOMENTO 1***BRINDAR INFORMACIÓN*

En este momento el docente da al grupo de estudiantes una situación del contexto inmediato en el cual el estudiante intenta visualizar las magnitudes longitud y superficie.

Longitud

Gabriel viene todos los días al colegio en bicicleta. Vive en la vereda las Lajas y demora 45 minutos.

Superficie

Juliana es integrante del equipo de microfútbol del municipio. Generalmente juega de delantera, pero algunas veces lo hace de portera.

MOMENTO 2*EVOLUCIÓN GRUPAL DEL CONCEPTO*

Los estudiantes se distribuyen en equipos de a 5 y se le asigna a cada equipo medio pliego de papel.

Cada estudiante escribe un aspecto relevante de la situación en la que sea importante medir la longitud. Esto tiene un tiempo límite de 30 segundos por estudiante.

El docente marca este tiempo y el siguiente estudiante debe escribir otro aspecto sin repetir los anteriores, esto hasta que pase por los 5 estudiantes.

Todos los estudiantes deben escribir lo que piensen.

De la misma manera se hace con la situación de la magnitud superficie.

MOMENTO 3*SOCIALIZACIÓN*

Cada equipo designa un vocero el cual explica al grupo sus trabajos. El docente está atento al empleo del lenguaje y hace los aportes necesarios para el refinamiento del vocabulario adecuado al nivel 1 de visualización.

El vocero presenta un ordenamiento de los 5 aspectos relacionados en cada magnitud.

Para realizar la valoración de esta actividad se tienen en cuenta los criterios enunciados en la tabla 4-11.

Tabla 4 - 11 Criterios de valoración actividad 3 Diagnóstico

ACTIVIDADES	NIVELES DE DESEMPEÑO			
	SUPERIOR	ALTO	BÁSICO	BAJO
Actividad 3²	Identifica los conceptos estudiados y emplea un vocabulario adecuado para referirse a ellos acorde al nivel de razonamiento. Longitud: 5/5 Superficie: 5/5	Identifica los conceptos estudiados y emplea un vocabulario adecuado para referirse a ellos acorde al nivel de razonamiento. Longitud: 4/5 Superficie: 4/5	Identifica los conceptos estudiados y emplea un vocabulario adecuado para referirse a ellos acorde al nivel de razonamiento. Longitud: 3/5 Superficie: 3/5	Identifica los conceptos estudiados y emplea un vocabulario adecuado para referirse a ellos acorde al nivel de razonamiento. Longitud: 2/5 Superficie: 2/5 O menos

Resultados y análisis

El análisis de la actividad 3 se centra en el empleo del vocabulario y si en el grupo de estudiantes existe una distinción de los procesos o categorías inherentes al concepto de medida de longitud y de superficie. Se califica como alto aquellos grupos en los que cada integrante del grupo de estudiantes logra asociar un término de su vocabulario a los conceptos estudiados, básico si al menos 3 de 5 estudiantes dan cuenta de ese empleo en el vocabulario y bajo si lo hacen menos de 3 de un grupo de 5 estudiantes. En esta actividad se busca que los estudiantes argumenten sus respuestas al grupo y de ahí parte la calificación y el análisis de la actividad.

Los resultados de los desempeños de los estudiantes se muestran en la tabla 4-12.

² La evaluación de esta actividad se hará a cada grupo de 5 estudiantes.

Tabla 4 - 12 Resultado actividad 3: Evolución grupal del concepto Nivel 1

Código estudiante	del	Actividad 3	
		Nota	Desempeño
E01		3	BÁSICO
E03		1,5	BAJO
E04		1,5	BAJO
E05		1	BAJO
E06		1	BAJO
E07		3	BÁSICO
E08		4,5	ALTO
E09		4,5	ALTO
E10		2,5	BAJO
E11		2,5	BAJO
E12 ³		-	-
E13		2,5	BAJO
E14 ⁴		-	-
E15		1	BAJO
E16		1	BAJO
E17		3	BÁSICO
E18		2,5	BAJO
E19		3	BÁSICO
E20		2,5	BAJO
E21		3	BÁSICO
E22		1,5	BAJO
E23		1,5	BAJO
E24		4,5	ALTO
E25		1	BAJO
E26		4,5	ALTO
E27		4,5	ALTO
E28 ⁵		-	-

³ La estudiante E12 no asiste ese día a la institución.

⁴ La estudiante E14 se traslada a vivir al municipio de Caucasia.

⁵ El estudiante E28 no asiste a la institución, tiene un alto ausentismo.

Actividades	Superior	Alto	Básico	Bajo
Actividad 3	0	5	5	14

De la socialización de la actividad se interpreta que los estudiantes tienen un mayor dominio del vocabulario acerca de la medida de longitud que la de extensión de superficie. Por lo tanto los estudiantes que obtuvieron desempeño alto o básico evidencian un manejo del vocabulario para las dos magnitudes, al menos parcialmente. Los estudiantes que obtuvieron desempeño bajo no dan cuenta de un manejo del vocabulario de la magnitud extensión de superficie, y para la longitud el vocabulario es escaso.



Figura 4 - 1 Socialización de la actividad 3 de diagnóstico. Fuente propia.

De la medida de longitud se resumen las respuestas de los estudiantes en cuatro categorías de acuerdo a la situación planteada. Identifican unidades de medida de longitud del sistema métrico: metros, decámetros, y kilómetros. Asocian instrumentos de medida como la regla o el metro para medir la longitud en la situación planteada, lo que induce a reconocer que se acercan a la comprensión de medida directa, en otros casos relacionaban el tiempo y la velocidad lineal o el de pedaleo con la medida de longitud, con lo que dan cuenta de acercarse a noción de medida indirecta de la longitud. Finalmente algunos estudiantes reconocen un recorrido determinado como un objeto susceptible a ser medido como longitud y diferencian un recorrido en línea recta, que un recorrido en línea curva.

De la medida extensión de superficie, los estudiantes que se aproximan al manejo del vocabulario reconocen la unidad de medida metros cuadrados. Adicionalmente que en una superficie pueden medirse variadas longitudes de acuerdo a los puntos de partida y de llegada que se seleccionen. Un grupo de estudiantes sugirió la medida de la superficie por recubrimiento en baldosas.

Esta categorización se hizo en la plenaria con los estudiantes y se socializó en el tablero (figura 4-2) con la participación de la estudiante E26.

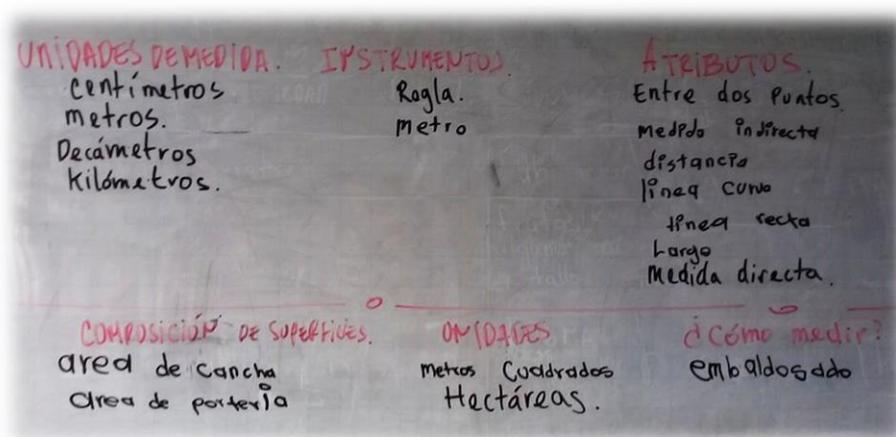


Figura 4 - 2 Categorización de los conceptos en el tablero. Fuente propia

4.1.4 Consolidación de los resultados de las tres actividades.

En la tabla 4-13 y figura 4-3 se muestran los resultados consolidados de las tres actividades.

Tabla 4 - 13 Consolidado de desempeño de las tres actividades de diagnóstico Nivel 1

Código del estudiante	Actividad 1		Actividad 2		Actividad 3		Definitiva	
	Nota	Desempeño	Nota	Desempeño	Nota	Desempeño	Nota	Desempeño
E01	1	BAJO	3,80	BÁSICO	3	BÁSICO	2,60	BAJO
E02	2,5	BAJO	1,00	BAJO	1,5	BAJO	1,67	BAJO
E03	1,5	BAJO	3,30	BÁSICO	1,5	BAJO	2,10	BAJO
E04	1	BAJO	3,80	BÁSICO	1,5	BAJO	2,10	BAJO
E05	4	ALTO	0,00	BAJO	1	BAJO	1,67	BAJO
E06	1	BAJO	3,30	BÁSICO	1	BAJO	1,77	BAJO
E07	2	BAJO	4,20	ALTO	3	BÁSICO	3,07	BÁSICO
E08	2,5	BAJO	0,00	BAJO	4,5	ALTO	2,33	BAJO
E09	3,5	BÁSICO	2,90	BAJO	4,5	ALTO	3,63	BÁSICO
E10	1	BAJO	2,00	BAJO	2,5	BAJO	1,83	BAJO
E11	1	BAJO	3,30	BÁSICO	2,5	BAJO	2,27	BAJO
E12	3,5	BÁSICO	3,30	BÁSICO	-	-	2,27	BAJO

Código del estudiante	Actividad 1		Actividad 2		Actividad 3		Definitiva	
	Nota	Desempeño	Nota	Desempeño	Nota	Desempeño	Nota	Desempeño
E13	1,5	BAJO	3,30	BÁSICO	2,5	BAJO	2,43	BAJO
E14	1,5	BAJO	2,00	BAJO	-	-	1,17	BAJO
E15	2	BAJO	2,00	BAJO	1	BAJO	1,67	BAJO
E16	1,5	BAJO	3,30	BÁSICO	1	BAJO	1,93	BAJO
E17	2,5	BAJO	-	-	3	BÁSICO	1,83	BAJO
E18	3,5	BÁSICO	3,30	BÁSICO	2,5	BAJO	3,10	BÁSICO
E19	2	BAJO	3,30	BÁSICO	3	BÁSICO	2,77	BAJO
E20	2,5	BAJO	2,00	BAJO	2,5	BAJO	2,33	BAJO
E21	2	BAJO	0,00	BAJO	3	BÁSICO	1,67	BAJO
E22	1	BAJO	4,20	ALTO	1,5	BAJO	2,23	BAJO
E23	4	ALTO	3,30	BÁSICO	1,5	BAJO	2,93	BAJO
E24	2	BAJO	0,00	BAJO	4,5	ALTO	2,17	BAJO
E25	2,5	BAJO	3,80	BÁSICO	1	BAJO	2,43	BAJO
E26	1	BAJO	3,30	BÁSICO	4,5	ALTO	2,93	BAJO
E27	1	BAJO	1,00	BAJO	4,5	ALTO	2,17	BAJO
E28	3,5	BÁSICO	3,80	BÁSICO	-	-	2,43	BAJO

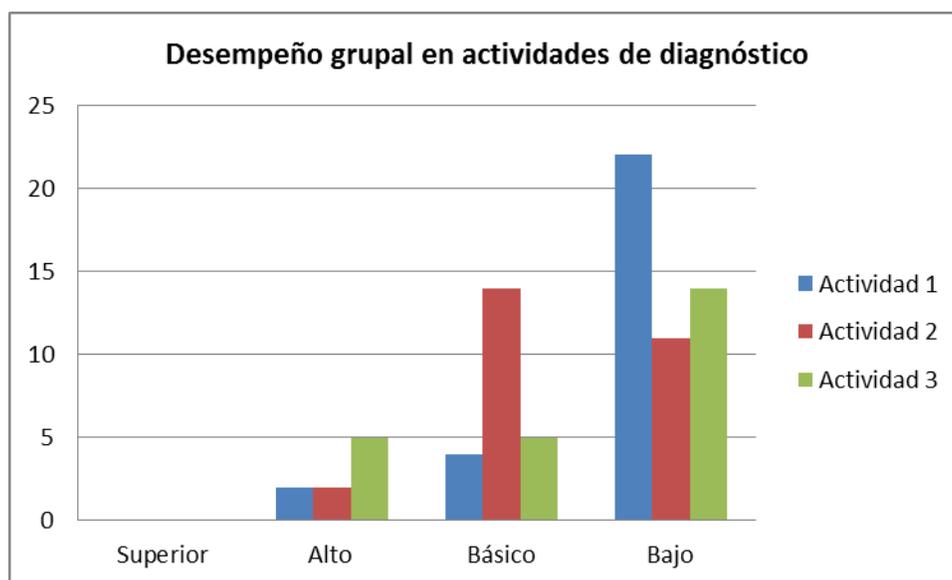


Figura 4 - 3 Desempeño grupal actividades de diagnóstico

En términos generales los estudiantes tuvieron una actitud positiva hacia estas actividades. La disponibilidad y participación fueron constantes, en términos cuantitativos el resultado general se muestra en la figura 4-4.

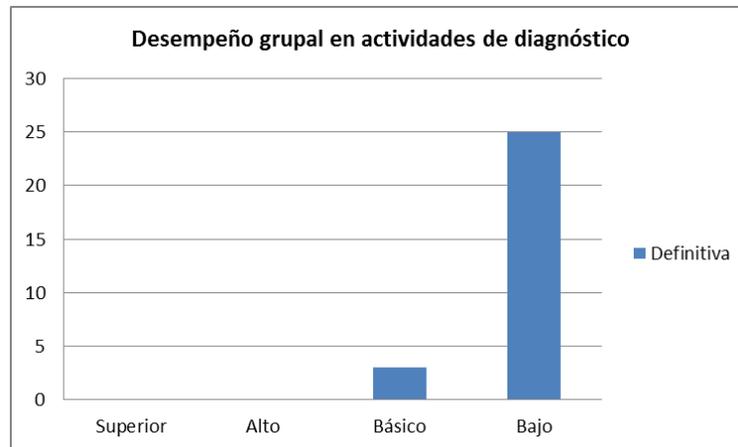


Figura 4 - 4 Nota definitiva actividades de diagnóstico Nivel 1

De la etapa de diagnóstico puede concluirse que los estudiantes, en su mayoría, se encuentran por debajo de un nivel 1 de razonamiento alrededor de los conceptos de longitud y de área. No alcanzan a visualizar geoméricamente los atributos que los definen. Puede percibirse, a lo largo de la realización de las actividades, que están familiarizados con estos conceptos pero desde una perspectiva numérica, esto da señas que su abordaje previo ha obviado la construcción de la magnitud en situaciones concretas de medición, y se ha centrado específicamente en la manipulación aritmética de estas medidas. Así mismo se evidencia una dificultad en la pronunciación de lo que se entiende por medida, hay poca argumentación y un bajo empleo del vocabulario.

4.1.5 Diagnóstico cualitativo de los estudiantes.

Esta actividad busca elaborar un diagnóstico cualitativo del grupo de estudiantes a intervenir con el fin de reconocer las motivaciones e intereses de los estudiantes, las metas que tienen en el corto, mediano y largo plazo, las habilidades y fortalezas, y los retos y obstáculos que deben enfrentar para su logro.

El método empleado para este diagnóstico es el de cartografía social. En el cual los estudiantes realizan un mapeo de tipo temporal-espacial en el que se intenta, según Barragán (2016), "reconocer acontecimientos que subsisten en la memoria de un grupo, de cara a

comprender el presente y dibujar posibilidades futuras de actuación, que los actores pueden proponer y decidir realizar”.

El territorio mapeado fue, en términos generales, el camino entre dos lugares. El lugar de partida que identifica los intereses y motivaciones. El camino a trasegar que se enmarca en las habilidades, fortalezas, retos y obstáculos. Y el lugar de llegada correspondiente a los sueños y metas de los estudiantes. La actividad tiene apertura a las estéticas, gustos y creatividad de los estudiantes, pero está orientada por la tabla 4-14.

Tabla 4 - 14 Preguntas orientadoras para la elaboración de la cartografía

PREGUNTAS ORIENTADORAS PARA LA ELABORACIÓN DEL MAPA			
¿Dónde estoy?	El camino		¿A dónde voy?
¿Qué haces diariamente?	¿Cuál es la materia que más te gusta? ¿Por qué?	¿Cuál es la materia que menos te gusta? ¿Por qué?	¿Qué quieres hacer cuándo seas una persona mayor?
¿Cómo te sientes con lo que haces diariamente?	¿Cuál crees que es la mayor cualidad en tu vida personal?	¿Cuál crees que es la mayor dificultad en tu vida personal?	¿Qué cualidades debes fortalecer para conseguir lo que quieres?
¿Qué es lo que más te gusta hacer?	¿Cuál es la mayor habilidad para tu desempeño como estudiante?	¿Cuál crees que es la mayor dificultad en tu desempeño como estudiante?	¿Qué debes cambiar en tu vida para conseguir lo que quieres?
¿Qué haces en tu tiempo libre?	¿Quién es la persona que considera un modelo a seguir? ¿Por qué?	¿Qué apoyo esperas de tu familia y profesores?	¿Qué crees que debe ofrecer tu familia para lograr lo que quieres?
¿Qué personas te acompañan en tu vida?	¿Qué consideras que es lo mejor de tu colegio?	¿Qué es lo que menos te gusta del colegio?	¿Qué crees que debe ofrecer tu colegio para lograr lo que quieres?

Del ejercicio de cartografía se halla que los estudiantes se perciben en la actualidad como seres humanos íntegros. De las cuales resaltan su condición de niños en el que disfrutan jugar y practicar algún deporte. Entre los deportes de mayor interés en los y las estudiantes está el fútbol, el patinaje, el atletismo, el baloncesto, y el parkour. Adicionalmente entre las actividades que más les gusta hacer está ver televisión, compartir con amigos y dibujar. Otra dimensión que destacan es la familiar, y ven a su papá o mamá como referentes de vida a seguir. En su totalidad valoran su dimensión de estudiantes y consideran importante asistir al colegio, y en algunos casos es de las actividades que más disfrutan. Algunos niños resaltan el trabajo como un aspecto importante de su vida actual, trabajo de ordeño o de agricultura.



Figura 4 - 5 ¿Cómo se ven los estudiantes?

En todos los casos los y las niñas encuentran en un su familia un apoyo para salir adelante. Algunos incluyen el apoyo de Dios. Todos consideran que en el colegio aprenden y abiertamente manifiestan sus intereses en algún área del conocimiento, estas preferencias son muy diversas. Son conscientes de sus fortalezas, entre las que se destacan la inteligencia, la disciplina, la responsabilidad, la atención y la escucha y el gusto por el estudio y su asistencia a la Institución educativa.

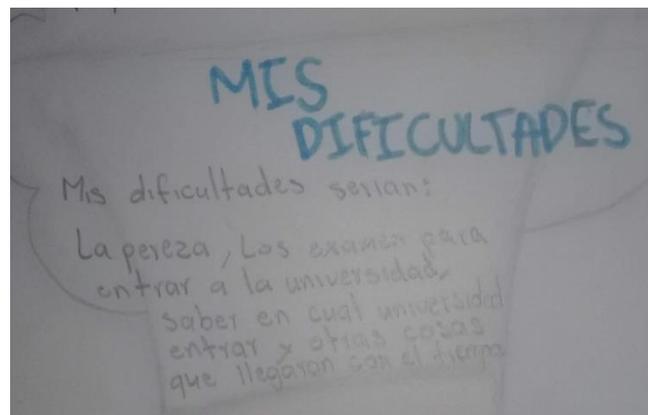


Figura 4 - 6 Dificultades de los estudiantes.

Entre los obstáculos encontrados se destacan la pereza, la desatención como actitudes que afectan su desempeño individual. Tres estudiantes del grupo están diagnosticados clínicamente por tener TDAH. Algunos estudiantes manifiestan que el trato inadecuado (apodos, burlas) afectan el buen ambiente del aula y por ende el trabajo en equipo. En general se observa como una de las debilidades en el grupo de estudiantes una baja tolerancia a la frustración, lo que en algunas ocasiones afecta la perseverancia en las actividades propuestas dentro del aula.

La mayoría de los y las estudiantes aspiran a seguir una carrera universitaria. Se proyectan como médicos, veterinarios, profesores, ingenieros, científicos, cantantes, escritor. Para estos estudiantes es importante la mejoría en la calidad académica y la responsabilidad en sus deberes de estudiantes. Algunos sueñan con ser deportistas profesionales del fútbol o el baloncesto. Otros se ven en el mundo del trabajo como oficiales de obra o agricultores. Otros resaltan la dimensión familiar como estar casados y tener hijos. Y otros manifiestan que su mayor aspiración es la santidad.



Figura 4 - 7 ¿A dónde quieren llegar los estudiantes?

Implícitamente, en la actividad de cartografía, los estudiantes evidencian un marcado interés por su territorio. En las representaciones y dibujos los estudiantes se incluyen en paisajes rurales, carreteras destapadas, montañas, y casas de campo. Lo que da cuenta de la aceptación y reconocimiento de su identidad campesina vista con aprecio y orgullo.

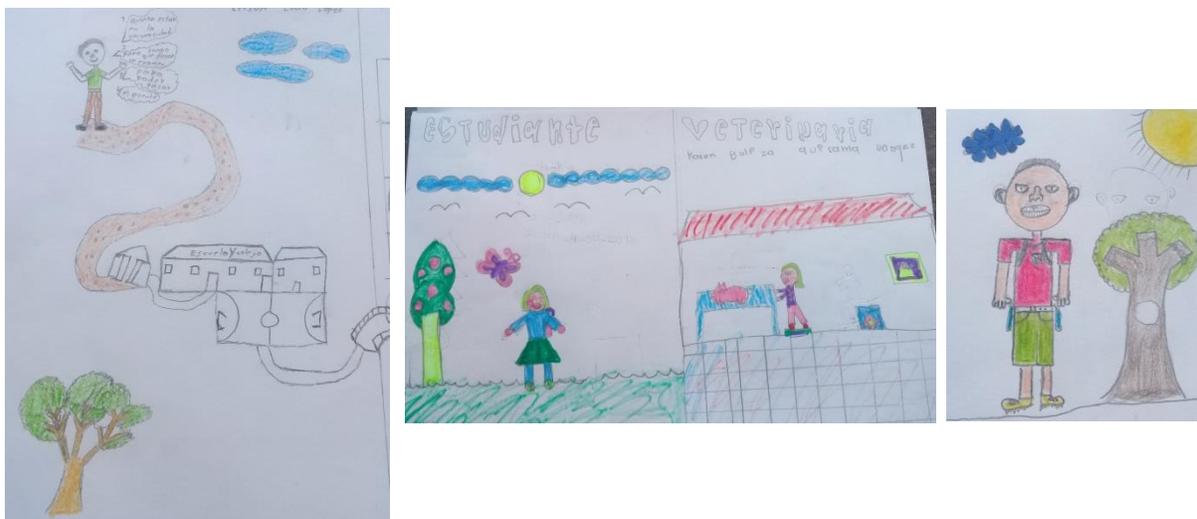


Figura 4 - 8 Identidad campesina.

4.2. Propuesta

De la etapa de diagnóstico se puede apreciar que gran parte del grupo de estudiantes aun no se encuentra en un nivel 1 de visualización de las magnitudes de longitud y de área. Por lo cual se hace pertinente experimentar con una serie de actividades que promuevan el alcance de este nivel de razonamiento.

La propuesta se desarrolla aplicando las fases del modelo Van Hiele. La fase de orientación dirigida, la cual corresponde a una serie de actividades de medición que permitan la visualización geométrica de las magnitudes de longitud y de área. La fase de explicitación, la cual corresponde al desarrollo de discusión en pequeños grupos sobre los hallazgos de la medición y una discusión plenaria sobre los hallazgos de cada grupo. Estas discusiones, para este nivel, buscan afianzar el vocabulario y resaltar la necesidad de depurar y estandarizar los procesos de medida, como uno de los fines de los procesos de medición. Y, finalmente, la fase de orientación libre, que pretende que los estudiantes desarrollen sus propias estrategias de medición en situaciones más complejas.

El desarrollo de toda la propuesta de intervención se hace en trabajo colaborativo, en el cual a cada integrante del grupo se le asigna un rol determinado. La selección de los integrantes de cada grupo se hace utilizando las bases de datos de la notas en el área de

matemáticas. De tal manera que los estudiantes con valoraciones mayores puedan apoyar a los de las menores.

Los roles asignados en cada grupo son los siguientes:

Coordinador: Encargado de liderar el proceso de medición dentro del grupo, moderar las actividades y las discusiones que se dan dentro del equipo.

Secretario: Encargado de registrar la información del proceso de medición.

Vocero: Encargado de presentar las medidas, los hallazgos, a la vez de manifestar las dudas e inquietudes al docente y a los demás compañeros.

Medidor/modelo: Encargado de realizar las mediciones, y en el que se tomarán las medidas iniciales.

4.2.1 Fase 2: Orientación dirigida. Medida de longitud.

En el anexo J se presenta la guía de los estudiantes para el desarrollo de esta fase.

Las preguntas que orientan esta actividad son: ¿Cuáles objetos de mi entorno tienen medidas de longitud? ¿Cuáles partes de mi cuerpo tienen medidas de longitud? ¿Cómo puedo medir con mi cuerpo los objetos de mi entorno?

Con el desarrollo de esta actividad se busca dar alcance a los descriptores de nivel: 1.1, 1.2, 1.3, 1.5, 2.2 y 2.4.

Momentos

Lectura en voz alta. Con esta parte de la actividad se pretende introducir la necesidad de establecer un sistema de medida unificado para la longitud.

Se asignan equipos de a 4 con los roles establecidos.

Los estudiantes se ordenan de mayor a menor estatura y lo registran en una tabla. Con este momento de la actividad se pretende que los estudiantes den respuesta a situaciones concretas de la medida de longitud a partir de sus nociones intuitivas, la comparación y el ordenamiento cualitativo de la misma.

A la pregunta: ¿Cómo descubrieron ese orden?

Cinco de los siete grupos responden a que se ordenaron de acuerdo al conocimiento de su estatura. Por lo cual identifican el atributo *estatura* como una medida de longitud, de uso cotidiano y no es necesaria una visualización geométrica de la misma. Dos grupos hacen el ordenamiento a partir de la comparación entre los integrantes del grupo.

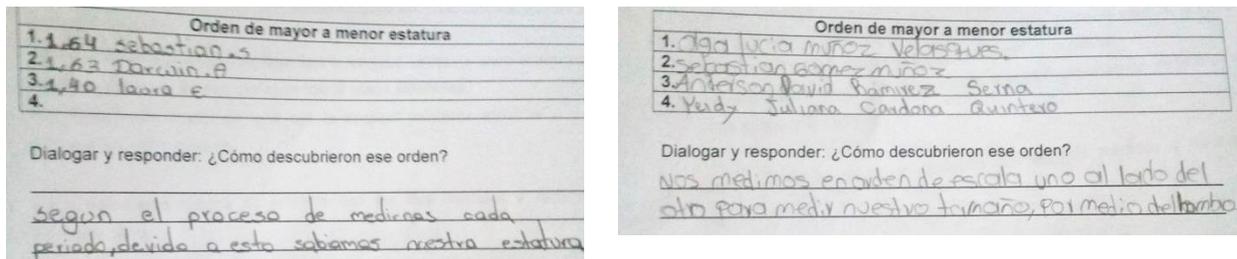


Figura 4 - 9 Ordenamiento de estatura. Orientación dirigida.

Los estudiantes ordenan de mayor a menor longitud los siguientes objetos del salón: Largo del salón, ancho del salón, alto de la puerta, ancho de la puerta, ancho del TV. En esta parte de la actividad se pretende hacer explícitos atributos como *largo*, *ancho*, *alto*, para dar a conocer que un solo objeto puede tener varias dimensiones y medidas de longitud.

En esta parte de la actividad los estudiantes utilizan distintos instrumentos para dar una medida de longitud. Algunos para las medidas de largo y ancho del salón cuentan el número de baldosas, otros para esta medida utilizan el paso, otros la cuarta (palmo) y otros miden con la regla. La mayoría utiliza la regla para las otras medidas. Esta forma de asumir el ordenamiento da cuenta que la visualización de la magnitud la relacionan directamente con su asignación numérica.

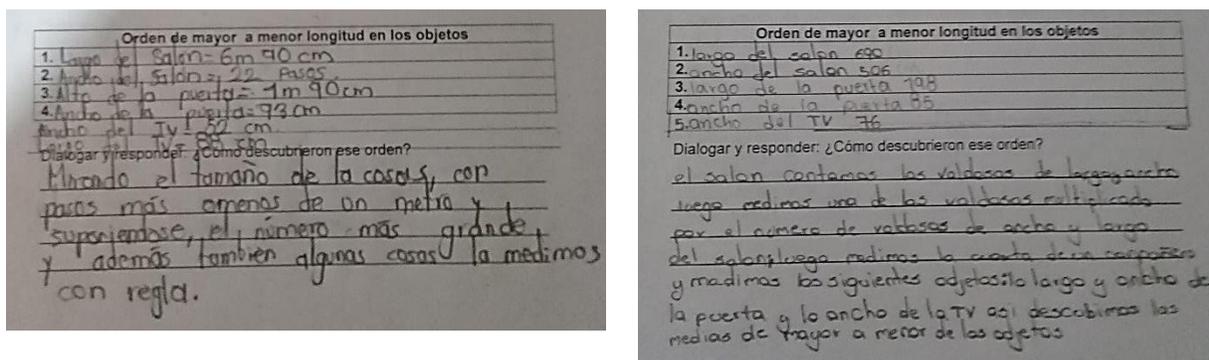


Figura 4 - 10 Ordenamiento de longitud de los objetos. Orientación dirigida.



Figura 4 - 11 Midiendo el largo del salón. Orientación dirigida. Fuente propia

Los estudiantes cortan trozos de lana con la medida de longitud de las siguientes partes del cuerpo del estudiante que desempeña el rol de modelo/medidor. Con esta parte de la actividad se busca que los estudiantes se aproximen a las medidas antropométricas de longitud, las cuales corresponden al origen histórico de su proceso de medición.

Codo: Trozos de lana con la longitud del codo hasta la punta del dedo del corazón.

Palmo: Trozos de lana con la longitud existente entre el extremo del dedo pulgar y el dedo meñique con la mano extendida.

Pie: Trozos de lana con la longitud existente en el talón y el extremo del dedo grueso.

Cada estudiante mide su estatura con las tres medidas y por grupo diligencia en una tabla.



Figura 4 - 12 Medidas antropométricas de longitud. Orientación dirigida. Fuente propia

Cada equipo de estudiantes mide los siguientes atributos de los objetos del salón de clases con los distintos trozos de lana y los registra en una tabla.



Figura 4 - 13 Medidas antropométricas de longitud. Orientación dirigida. Fuente propia

En estas actividades se evidenció que los estudiantes están familiarizados con la actividad de medir longitudes, además que visualizan la incapacidad de medir lo continuo con lo discreto. En todos los grupos, en sus registros de medición, aparece la utilización de fracciones de cada instrumento de medida para cada distancia.

3. Cada estudiante medirá su estatura con las tres medidas y llenará la siguiente tabla.

Estudiante	Codos	Palmas	Pies
1. Kevin C.	3 y siete octavos	7 y un cuarto	6 enteros
2. Laura E.	4 y un octavo	8 con 7 décimos	7 enteros
3. Guizma D.	4 y un cuarto	8 con 7 décimos	7 y 11 des. para
4. Alexander G.	4 y un tercio	8 con 2 décimos	6 enteros

4. Cada equipo de estudiantes deberá medir los siguientes atributos de los objetos del salón de clases con los distintos trozos de lana y llenar siguiente tabla.

Objeto del salón	Codos	Palmas	Pies
Largo del salón	19 y un medio	41 y 3 octavos	31 y 3 cuartos
Ancho del salón	19 y un tercio	32 y un medio	23 y 1 Medio
Alto de la puerta	5 y 7 décimo	10 y 1 Medio	8 y 1 cuarto
Ancho de la puerta	20 y medio	4 y 1 Octavo	3 y 1 cuarto
Ancho del TV	10 y un medio	14 y tercio	3 y 1 cuarto

Figura 4 - 14 Empleo de números fraccionarios para registrar la medida.

4.2.2 Fase 3: Explicitación. Medida de longitud.

La guía del estudiante para esta fase se encuentra en el anexo K.

Momentos

1. Discusión en equipos: Cada equipo discute las preguntas propuestas y resume por escrito las respuestas. El desarrollo de esta actividad tiene como fin identificar el vocabulario empleado y el grado de conceptualización alcanzado luego de las actividades prácticas de medición.

2. ¿Qué es la longitud?

Cuatro de siete grupos llegan a la conclusión que la longitud corresponde a la distancia entre dos puntos, uno de ellos añade las unidades del sistema métrico. Un grupo utiliza el diccionario, se les sugiere que para las próximas actividades utilicen su propio vocabulario, sin embargo no se le valora negativamente la actividad ya que en la guía de los estudiantes no se hacía esa claridad. Otros dos grupos no dan una aproximación al concepto, uno de ellos no responde, otro define longitud como tamaño.

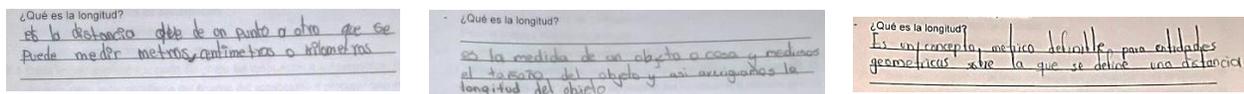


Figura 4 - 15 Explicitación definición de longitud.

3. ¿Cómo se mide la longitud?

Con esta pregunta se espera que los estudiantes expliciten pormenorizadamente la secuencia de actividades propias del proceso de medición. Seis de los siete grupos únicamente indican el objeto con el que se mide, sea convencional como el metro o la regla, o sea no convencional como alguna de las partes del cuerpo empleadas en la actividad de medida. Un grupo escribe detalladamente el proceso que utilizan en la medida de longitudes.

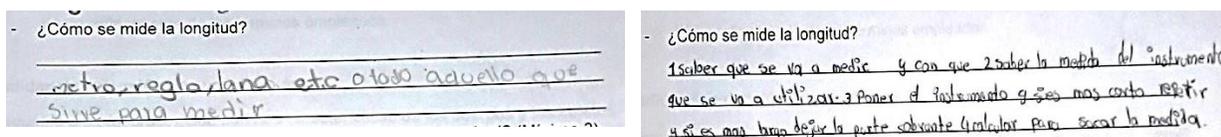


Figura 4 - 16 Explicitación. Proceso de medida de longitud.

4. ¿Qué otras partes del cuerpo se pueden medir como longitud?

5. ¿Qué otras partes del salón del clases se pueden medir como longitud?

Con estas preguntas se espera que los estudiantes enuncien atributos de los objetos como largo, ancho, alto, profundo, espeso, grueso; o que definan estas partes susceptibles a ser medidas a partir de la distancia entre dos puntos. Cinco de los siete grupos únicamente señalan el objeto en el que se puede medir la longitud, los otros dos especifican los atributos de estos objetos que pueden medirse como tal.

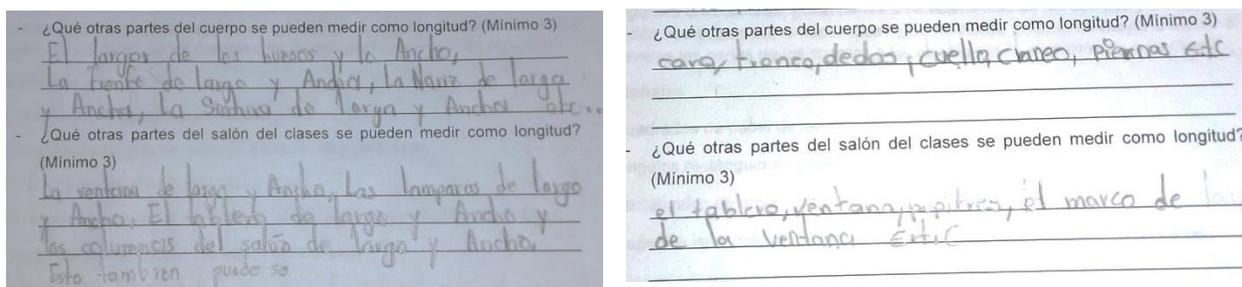


Figura 4 - 17 Explicitación. Atributos de los objetos susceptibles a medirse como longitud

6. ¿Qué estrategias se pueden utilizar para ordenar los objetos de mayor o menor longitud?

7. ¿Qué estrategias emplearon para realizar las mediciones propuestas?

El desarrollo de estas preguntas busca nuevamente que los estudiantes desglosen el proceso de medición como algo complejo, o como una sucesión de actividades. En todos los grupos se observa respuestas poco detalladas, a su vez que no se muestran reflexiones en torno a la actividad de medida.

8. Discusión plenaria: El resultado de las mediciones realizadas por cada grupo se resume en la siguiente tabla y se expone en el tablero. La plenaria fue grabada en audio para su posterior análisis.

GRUPO	Largo Salón.			Ancho Salón			Alto Puerta			Ancho Puerta			Ancho T. V.		
	Codo	Palmo	Pie.	Codo	Palmo	Pie.	Codo	Palmo	Pie.	Codo	Palmo	Pie.	Codo	Palmo	Pie.
1 ^(SM)	20,90	60	32	15	42	23,20	5,15	14,5	8,30	2,30	7	4	3,20	7	4
2 ^(QS)	17½	33	32	14½	28½	26½	5	10	11	2½	4½	4½	2½	5	4½
3 ^(DP)	18	39	29,3	14⅓	28	22,3	5	10	8	2½	4	4	2⅓	5	3⅓
4 ^(AD)	21	41	35	15	31	24	5,5	12	8	3	5,5	4	2,5	6	4
5 ^(KS)	19½	41⅜	31¾	18⅓	39½	23½	4⅒	10⅓	8¼	2½	4⅛	3¼	2⅓	4⅓	3¼
6 ^(S6)	17½	39	27	13	27½	14½	4½	9	7¼	2	5	3½	2	4¼	3¼
7 ^(CI)	19,5	47,3	33,5	16,5	37,3	9,5	5,6	12,8	9,5	3,5	6	4,1	2,8	4,6	4,3

Figura 4 - 18 Explicación. Registro de las mediciones. Plenaria

9. El docente realiza a la plenaria las siguientes preguntas.

10. ¿Cuál fue el grupo que realizó la medición más exacta? ¿Por qué?

El análisis de esta pregunta se centró en la medida del ancho del salón, de la cual surge la pregunta. ¿El ancho del salón mide lo mismo? Esta pregunta suscitó a la reflexión que mide lo mismo, pero que para grupo dio un número diferente ya que el instrumento de medida era distinto y por tanto cabía más o menos veces en la longitud pedida para medir.

En cuanto a la exactitud de la medida algunos decían que ninguna era una medida exacta, y otros decían que todas las medidas eran exactas. Otro estudiante manifestó que las medidas exactas eran de los grupos 1 y 4 ya que les había dado el mismo número de codos.

A esta discusión uno de los estudiantes concluye que la medida sería exacta si todos tuvieran la misma longitud del codo, del pie o del palmo. O que todos escogieran el mismo instrumento para medir. En esta parte el docente hace una referencia a la medida egipcia del cúbito como unidad de medida estándar.

10. ¿Por qué creen que se dieron diferentes medidas?

Esta pregunta se respondió a partir de resaltar las diferencias en los cuerpos de todos. Se dijeron frases, como *No todos somos iguales*. A partir de allí se analizaron los datos

máximos y mínimos, con ello se analizó que ante un valor numérico de la medida mayor el instrumento de medida es de menor longitud. Y ante un valor numérico menor para el mismo atributo en el mismo objeto, el instrumento de medida es de mayor longitud.

11. ¿Qué se podría hacer para que las medidas no sean tan diferentes?

En esta pregunta, con la participación de los estudiantes, se acordó que debería medirse con la misma persona, luego con el mismo objeto, y finalmente con un mismo sistema de unidades para la medida de longitud. Llegando, adicionalmente, a la conclusión que el sistema métrico es el ideal para medir longitud. Así mismo, que para medidas cortas se miden en milímetros y centímetros, para medidas del entorno inmediato en metros, y para medidas largas en kilómetros.

4.2.3 Fase 2: Orientación dirigida. Medida de área.

La guía del estudiante para esta fase se encuentra en el anexo L.

Las preguntas que orientan esta actividad son: ¿Qué partes o características de los cuerpos y los objetos pueden nombrarse como superficies? ¿Cómo puedo ordenar de mayor a menor o viceversa las partes de los cuerpos o los objetos por su extensión de superficie?

Con el desarrollo de esta actividad se pretende dar alcance a los descriptores de nivel: 1.4, 1.5, y 2.3.

Momentos

1. Se reúnen en los equipos y se les entrega el material.
2. Cada equipo debe cubrir el cuadrado grande con cada una de las figuras geométricas (triángulo, rectángulo, trapecio). Con esta actividad se pretende la construcción geométrica de magnitud área mediante cortada y cubrimiento, y a partir de allí realizar un ordenamiento cualitativo.



Figura 4 - 19 Orientación dirigida. Construcción geométrica área. Fuente propia

¿Cómo hicieron para establecer estas relaciones?

En la actividad práctica todos los grupos realizaron el recortado de las figuras y su posterior cubrimiento sobre la figura a comparar. Cuatro grupos lograron describir este proceso en la respuesta a esta pregunta.

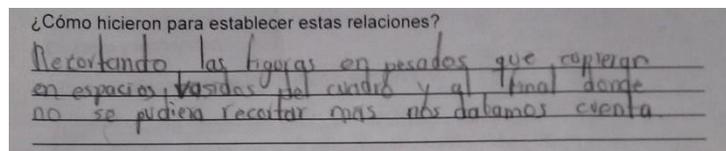


Figura 4 - 20 Orientación dirigida. Construcción geométrica área

¿Cómo afecta la forma de una figura su área?

Con la pregunta se busca que los estudiantes se aproximen al área independiente de la figura, en donde se relacione con la extensión de la superficie. Uno de los grupos se acerca a esta conceptualización indicando que el área es lo que hay adentro.

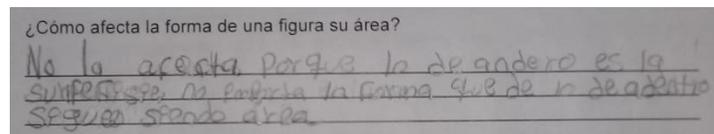


Figura 4 - 21 Orientación dirigida. Construcción geométrica área

3. Cada equipo debe ordenar de menor a mayor las figuras triángulo, rectángulo, y trapecio.

Dialogar y responder:

¿Por qué le dieron ese orden?

Esta parte de la actividad promueve, nuevamente, la explicitación del proceso de construcción geométrica de la magnitud área. De manera que los estudiantes escriban con detalle las acciones que realizaron. Los estudiantes que describen el proceso en el punto 1 también lo hacen en este numeral. Adicionalmente insinúan una importante conclusión: si una medida no es la misma puede determinarse que es mayor o es menor.

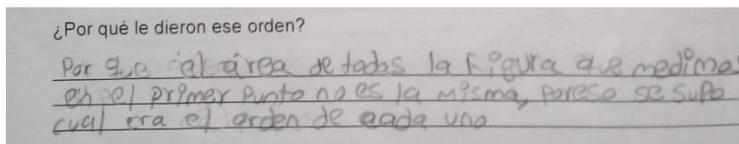


Figura 4 - 22 Orientación dirigida. Construcción geométrica área

4. Cada integrante del equipo debe dibujar la silueta de su pie, y recortarla. Posteriormente comparar el área de cada superficie de la planta y ordenar. Con esta actividad se intenta afianzar la visualización del área más allá de los polígonos, sino que el área también puede visualizarse en superficies delimitadas por líneas curvas.



Figura 4 - 23 Orientación dirigida. Construcción geométrica área. Fuente propia

Dialogar y responder.

¿Qué estrategia emplearon para dar ese orden?

Todos los grupos realizan el ordenamiento por comparación superponiendo las figuras entre sí. En la descripción todos los grupos describen en mayor o menor detalle este proceso.



¿Qué estrategia emplearon para dar ese orden?

comparando uno encima del otro y al contrario viendo el que le sobraba mas y quedaba sin cubrir por el otro era mas grande y al el que lo tava por completo y sobraba era el mas pequeño.

Figura 4 - 24 Orientación dirigida. Comparación áreas. Fuente propia

5. Con los cuadrados de 2 cm, deben recubrir el área contenida por la silueta de las plantas y contar. En esta parte de la medición se intenta aproximar a los estudiantes al empleo de unidades cuadradas como técnica convencional para medir el área.

Dialogar y responder

¿Qué dificultades encuentran para realizar esta medición?

La intención de esta pregunta es que el estudiante perciba la imposibilidad de capturar lo continuo con lo discreto en la medida del área. La mayoría de los grupos percibieron esta dificultad.



¿Qué dificultades encuentran para realizar esta medición?

que la forma del pie es diferente a los cuadrados ya que el pie tiene unas partes redondas

¿Qué dificultades encuentran para realizar esta medición?

Los cuadrados eran incómodos nuestro pie es un poco ovalado por eso nuestra dificultad era que los cuadrados son difícil de ubicar y contar.

Figura 4 - 25 Orientación dirigida. Dificultad de medición utilizando unidades cuadradas. Fuente propia

6. Luego del ejercicio anterior volver a plantear una tabla de ordenamiento.

Dialogar y responder:

¿Hubo un cambio en el orden luego de realizar la medición? ¿Por qué?

La intencionalidad de esta parte de la actividad es mostrar que dependiendo de la técnica de medición empleada los resultados pueden cambiar. En dos grupos se dio el cambio de orden, sin embargo los grupos no hacen la relación con las dos técnicas.

4.2.4 Fase 3: Explicitación. Medida de área.

La guía del estudiante para esta fase se encuentra en el anexo M.

Antes de mostrar el desarrollo de la fase de explicitación es importante ofrecer algunas claridades alrededor de los conceptos explorados. De acuerdo a Corberan (1996) no existe unanimidad entre los matemáticos y los investigadores acerca del significado para referirse a los términos superficie y área. Por lo cual su conceptualización es harto difícil. En este caso, y siguiendo los lineamientos de esta autora, la orientación dirigida y la información brindada a los estudiantes en este desarrollo se fundamentó en:

- La superficie es el espacio que se encuentra dentro una figura cerrada.
- El área es una propiedad de la superficie que da cuenta de su extensión. Es decir de la cantidad de espacio que hay en su interior, por lo cual es medible y se puede conceptualizar independiente de su forma y/o de las fórmulas aritméticas para su cálculo.

Fase 3: Explicitación área

Momentos

1. Discusión en equipos: Cada equipo discute las siguientes preguntas y resume por escrito las respuestas.

2. ¿Qué es la superficie de un cuerpo u objeto?
3. ¿Qué es el área de una superficie?

Se espera que con el desarrollo de estas dos preguntas los estudiantes marquen la diferenciación y la relación entre los dos términos, a su vez que se aproximen a las definiciones anteriormente descritas. En el ejercicio se observan que dos de los siete grupos se aproximan a los conceptos, mientras que los otros cinco tienen respuestas alejadas o no responden.

Entre los que se acercan al concepto, se refieren la superficie como el espacio de una región delimitada por una figura. Y al área la asocian con la asignación numérica que se le da sea en metros cuadradas, sea por un proceso de recubrimiento con figuras conocidas.

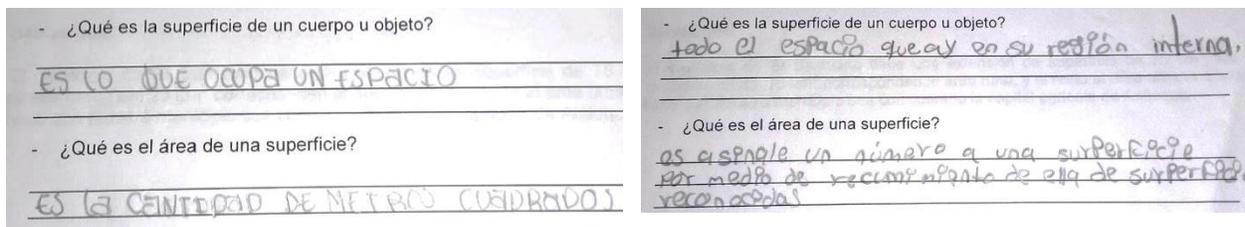


Figura 4 - 26 Explicación. Definición de superficie y área

4. ¿En qué otras partes del cuerpo se pueden medir el área?

5. ¿En qué otras partes del salón de clases se pueden medir el área?

Con estas preguntas se busca que los estudiantes identifiquen directamente en su cuerpo y en su entorno inmediato, partes o atributos de los cuerpos susceptibles a medirse como área. Cinco equipos indicaron partes que se aproximan a la respuesta esperada. Entre las partes del cuerpo responden: la palma de la mano, la espalda, la frente, el omoplato, entre otras. Entre las partes del salón responden: el piso, el tablero, la pantalla del televisor, la ventana, entre otras. Los dos grupos que no se aproximan a la respuesta responden medidas de longitud, o partes en las que no es claro a que se refieren.

6. ¿Qué estrategias se pueden utilizar para ordenar los objetos de mayor o menor área?

Con esta pregunta se espera que los estudiantes resuman las actividades de medición realizadas en la orientación dirigida. Es decir que enuncien la comparación entre las figuras por corte y superposición, y/o el recubrimiento y conteo con unidades cuadradas. Cuatro equipos escriben el proceso de superposición para comparar las figuras y uno de ellos adiciona el proceso de recubrimiento con unidades cuadradas.

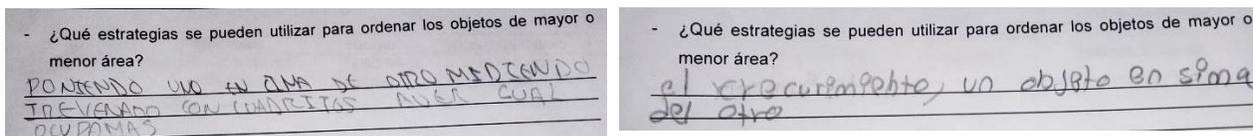


Figura 4 - 27 Explicación. Estrategias para ordenar áreas

7. Lectura. Con esta pequeña lectura de *Sabías que...* se busca reforzar el concepto de área como extensión de un territorio.

4.2.5 Fase 4: Orientación libre. Medida de longitud.

La guía del estudiante para esta fase se encuentra en el anexo N.

Las preguntas que orientan esta actividad son: ¿Cómo puedo estimar las distancias que recorro a diario para llegar al colegio? ¿Cómo puedo estimar distancias largas? ¿Cómo puedo representar los recorridos que hago a diario?

Momentos

1. Lectura en voz alta para contextualizar la actividad. Es una lectura que explica el origen y evolución del nombre del municipio de El Santuario, ésta pretende afianzar el vínculo con el territorio, y generar sentido pertenencia con el mismo.

2. Se realiza una caminata desde la institución educativa hasta la “Piedra de la Bruja” que se encuentra en la vereda El Churimo.

3. Cada equipo debe elaborar un plan para responder a la siguiente pregunta. ¿Cuánto es la distancia entre el colegio y la piedra de la bruja?

Para elaborar el plan deben tener en cuenta los siguientes aspectos.

a. Establecer 10 puntos clave en el recorrido entre los cuales se tomarán medidas parciales.

Con esta pregunta se busca que los estudiantes reconozcan su territorio a partir de asignar nombres al mismo. Cada equipo escribió lo que, de acuerdo a su conocimiento, consideran puntos clave en el recorrido.

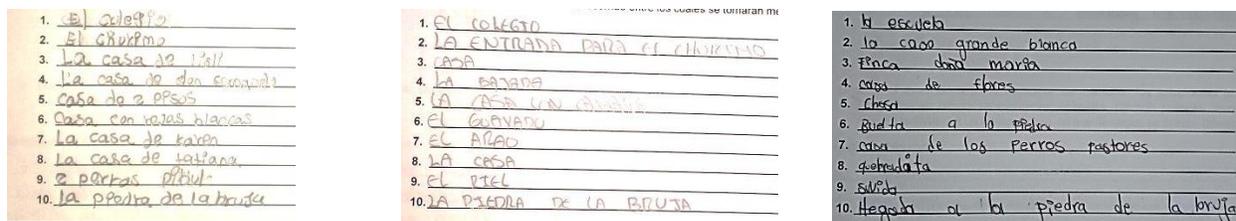


Figura 4 - 28 Puntos clave caminata

b. Determinar un instrumento o una forma de medición. Deben responder a las preguntas. ¿Con qué se va a medir? ¿Cómo se va a medir? ¿Cómo cada integrante del equipo va a contribuir a la medida?

Todos los equipos realizaron un plan para medir. Entre los que están:

Tener una pita con una longitud fija.

Tomado fotos, se van a medir con una pita de 30m. hasta un punto del ferrocarril el grupo integrara en la medida hasta la piedra de la bruta parotado cada 30m 2 personas midiendo, y como ya se había dicho tomada fotos

Figura 4 - 29 Plan de medición

Contar el número de pasos.

medir pasos del compañero despues de contar los pasos desde la salida a la llegada. A nuestro compañero Sebastian y cada paso media 70 cm

Figura 4 - 30 Plan de medición

Utilizar la cinta métrica. El equipo que realiza esta forma de medición no da un resultado final a la distancia pedida.

vamos a medir con metro mirando el numero y lo vamos dividir de 30 en 30 leyendo el metro y con un cuaderno sumar y escribir el resultado y con pita

Figura 4 - 31 Plan de medición

c. Elaborar una tabla para el registro de los datos.

Ningún equipo elabora la tabla para registrar los datos. No obstante seis equipos dan un resultado de la distancia como se muestra en la tabla 4-15:

Tabla 4 - 15 Resultados de la medida caminata

EQUIPO	DISTANCIA
1. Integrantes: E16, E18, E02, E05	1490 metros
2. Integrantes: E11, E21, E23, E24	1731 metros
3. Integrantes: E25, E22, E19	1554 metros
4. Integrantes: E27, E15, E10, E03	No responden
5. Integrantes: E04, E09, E26, E28	1 km 725m 43 cm
6. Integrantes: E20, E17, E07, E06	1 km 500 m 60 cm
7. Integrantes: E01, E08, E13, E12	1 km 350 m

Las siguientes fotografías muestran el recorrido realizado, algunas actividades para realizar la medida, y el punto de llegada.



Figura 4 - 32 Fotografías caminata. Fuente propia

4. Durante el recorrido a parte de tomar las medidas, los estudiantes realizan un registro fotográfico en donde se evidencian animales, plantas, paisajes, que muestren por qué nuestro territorio es un santuario natural que debemos de cuidar. Esta parte de la actividad pretende sensibilizar a los estudiantes desde una perspectiva ética y estética con respecto al cuidado del medio ambiente.

Las siguientes fotografías son las que realizaron los estudiantes en donde destacan la riqueza ambiental de su territorio.



Bromelia



Migración de gaviñanes



Camino al Churimo



Camino de rieles



Ternero



Camino de vuelta



Fuente de agua



Arado

Figura 4 - 33 Fotografías del territorio tomadas por los estudiantes. Fuente estudiantes grado sexto Institución

5. Construcción de una maqueta en donde se muestre el recorrido y las distancias encontradas. Esta parte de la actividad apunta a dar alcance a uno de los estándares propuestos por el MEN (2006) para el pensamiento métrico para el ciclo de los grados 6 y 7 donde: “Resuelvo y formulo problemas que involucren factores escalares (diseño de maquetas, mapas).”

En el desarrollo de la actividad se hace hincapié en el uso racional de los materiales disponibles, además de estimular la creatividad de los estudiantes. La participación fue activa de todos los equipos, los cuales logran realizar la maqueta del recorrido, los sitios de interés y las distancias puestas a una escala aproximada. Las siguientes fotografías evidencian este proceso de construcción.





Figura 4 - 34 Construcción de las maquetas. Fuente propia

6. Exposición en forma de galería de las maquetas realizadas y apreciación de las mismas. Como puede apreciarse en las siguientes imágenes, la actividad refuerza las habilidades artísticas y el disfrute estético.



Figura 4 - 35 Maquetas recorrido. Fuente propia

4.2.6 Fase 4: Orientación libre. Medida de área.

Debe aclararse que esta fase de la intervención no se aplica con los estudiantes debido a las premuras de tiempo en la institución educativa en la finalización del año escolar. Los estudiantes leen las actividades de medición propuestas mas no la llevan a la experiencia. La actividad se muestra en el anexo O.

4.3. Evaluación

Para la evaluación de la propuesta de intervención se realiza nuevamente la actividad del numeral 4.2.1 correspondiente a la prueba de diagnóstico de nivel de razonamiento. Esta etapa de evaluación se inscribe dentro del modelo Van Hiele en la Fase 5 de Integración. En la tabla 4-16 se registran los resultados obtenidos por los estudiantes.

Tabla 4 - 16 Resultados evaluación

Código del estudiante	Evaluación	
	Nota	Desempeño
E01	3,20	BÁSICO
E02	1,50	BAJO
E03	3,80	BÁSICO
E04	2,50	BAJO
E05	3,00	BÁSICO
E06	3,80	BÁSICO
E07	2,50	BAJO
E08	2,50	BAJO
E09	4,00	ALTO
E10	1,50	BAJO
E11	3,50	BÁSICO
E12	1,50	BAJO
E13	4,00	ALTO
E14	-	-
E15	3,00	BÁSICO
E16	2,50	BAJO
E17	1,50	BAJO
E18	3,00	BÁSICO
E19	4,00	ALTO
E20	3,50	BÁSICO
E21	2,50	BAJO
E22	3,50	BÁSICO
E23	4,20	ALTO
E24	4,50	ALTO
E25	4,00	ALTO
E26	2,50	BAJO
E27	3,00	BÁSICO
E28	-	-

Actividades	Superior	Alto	Básico	Bajo
Evaluación	0	6	10	10

Se analizan estos resultados cualitativamente de acuerdo a los descriptores para el nivel 1 para cada desempeño como se muestra en la tabla 4-17.

Tabla 4 - 17 Análisis desempeño. Evaluación final

Desempeño alto		
<p>Los estudiantes tienen el nivel de razonamiento esperado cuando visualizan la longitud como una distancia entre un punto y otro, o reconocen atributos como largo, ancho, alto, etc.</p> <p>1. Menciona tres partes del camino de tu casa al colegio en las que se pueda conocer la longitud. De mi casa a la escuela, curva de la carretera, de la curva a la tienda y de la tienda a la escuela.</p> <p>2. Menciona tres partes o atributos de tu cuerpo en los que sea importante conocer la longitud. ¿Por qué es importante conocerla? El largo de mi pie para saber que talla soy. El largo de mis dedos para bucearme y los guantes. El ancho y largo de mi cabeza.</p> <p>Respuestas de los estudiantes E25 y E23.</p>	<p>Los estudiantes realizan un ordenamiento cualitativo y especifican los atributos que se comparan en el caso de los objetos de su entorno. En el caso de las partes de su cuerpo, se enuncian las partes del cuerpo que se han utilizado como unidad de medida de longitud.</p> <p>5. Ordena de mayor a menor longitud cinco objetos que se encuentren en tu entorno inmediato. La altura de la puerta, la altura del taller, la altura de la mano, la altura del tablero.</p> <p>6. Ordena de menor a mayor longitud cinco partes de tu cuerpo. dedo, palma, codo, brazo, torso.</p> <p>Respuestas estudiantes E24 y E19</p>	<p>La estudiante E09 fue quien se acerca a lo que se pretendía con la pregunta. Visualiza en el objeto indagado la longitud como distancia de un punto a otro, y el área como aquellas partes del objeto que corresponden a una superficie.</p> <p>9. Menciona tres partes de la cancha de micro fútbol que puedan medirse como longitud. De un lado del piso a el otro lado de la mitad del cancha a el arco. De arco a arco.</p> <p>10. Menciona tres partes de la cancha de micro fútbol que puedan medirse como extensión de superficie. El arco, las líneas, el piso.</p>
<p>Adicionalmente dentro de un mismo objeto diferencian partes específicas del objeto que pueden medirse como longitud y lo contextualizan en una situación dada.</p> <p>3. Un carpintero va a construir una mesa. ¿Qué medidas debe conocer el carpintero para realizar su labor? Ancho y alto de la superficie y el grosor de la pata.</p> <p>4. Un agricultor va a sembrar una línea de una parcela de zanahoria. ¿Qué medidas debe conocer para saber cuánta semilla va a utilizar? Cuánto mide de largo y ancho y también. Cada cuanto va a sembrar una del ellas.</p> <p>Respuesta estudiante E25</p>	<p>Los estudiantes, a partir de una situación del contexto, indican la necesidad de medir el área, por lo tanto dan cuenta de visualizarla. En algunos casos relacionan las medidas de largo y ancho para calcularla, y la unidad de superficie hectárea.</p> <p>7. Un albañil va embaldosar un piso. ¿Cómo puede saber la cantidad de baldosas que necesitará? El área del lugar. Para saber cuantas baldosas utilizar el área de las baldosas para saber cuantas utilizar. Espacio entre baldosa y baldosa para complementar el resultado.</p> <p>8. Un ganadero desea abonar el pasto de un potrero. ¿Cómo puede saber la cantidad de abono necesario? El área del potrero. Para saber la cantidad de abono, cuanto abono necesario para cada metro cuadrado para saber la cantidad de abono necesario.</p> <p>7. Un albañil va embaldosar un piso. ¿Cómo puede saber la cantidad de baldosas que necesitará? Largo y ancho de la habitación, tamaño de la baldosa.</p> <p>8. Un ganadero desea abonar el pasto de un potrero. ¿Cómo puede saber la cantidad de abono necesario? Necesita saber cuanto mide por hectárea.</p> <p>Respuestas de las estudiantes E09 y E25</p>	
Desempeño básico		
<p>En la visualización de la longitud los estudiantes de este desempeño, en la mayoría de</p>	<p>En el caso del ordenamiento cualitativo de la longitud. Todo lo proponen pero no especifican</p>	<p>En las respuestas de los estudiantes de este desempeño se mencionan partes del objeto</p>

<p>1. Menciona tres partes del camino de tu casa al colegio en las que se pueda conocer la longitud. <i>MP casa, los paltos y el Camelo. 0</i></p> <p>2. Menciona tres partes o atributos de tu cuerpo en los que sea importante conocer la longitud. ¿Por qué es importante conocerla? <i>cabeza, manos y pies por que si. 0</i></p>	<p>Ordena de mayor a menor longitud cinco objetos que se encuentren en tu entorno inmediato. <i>Tablero, IV, Silla, Bolsa, lápiz. 1/2</i></p>	<p>Respuesta estudiante E10.</p> <p>9. Menciona tres partes de la cancha de micro fútbol que puedan medirse como longitud. <i>línea 0</i></p> <p>10. Menciona tres partes de la cancha de micro fútbol que puedan medirse como extensión de superficie. <i>línea 0</i></p>
<p>En el caso de identificar atributos en los objetos para dar soluciones a un problema determinado, los estudiantes en este nivel de desempeño dan respuestas generales. No hay evidencia de un análisis de los procesos de medida requeridos. Respuesta estudiante E12.</p> <p>3. Un carpintero va a construir una mesa. ¿Qué medidas debe conocer el carpintero para realizar su labor? <i>su longitud, sus materiales. 0</i></p> <p>4. Un agricultor va a sembrar una línea de una parcela de zanahoria. ¿Qué medidas debe conocer para saber cuánta semilla va a utilizar? <i>todo el espacio que tiene. 0</i></p>	<p>En este caso los estudiantes no dan cuenta de la magnitud área o extensión de una superficie, para una situación que involucra la necesidad de esta medida. La mayoría de los casos responden que es necesario medir y ya. Respuesta estudiante E02.</p> <p>5. Un ganadero desea abonar el pasto de un potrero. ¿Cómo puede saber la cantidad de abono necesario? <i>en dicho 0 calculando cuanto necesita</i></p>	

En términos generales se puede observar un progreso de nivel. En cuanto a la visualización y construcción de la magnitud longitud, los estudiantes identifican objetos en los cuáles se puede medir esta magnitud, y se especifican los atributos de los objetos que pueden medirse como tal. Algunos dan muestra de la necesidad de desarrollar un proceso específico para la toma de esta medida.

En cuanto a la magnitud extensión de superficie, la mayoría no da muestra de una visualización de manera autónoma de ésta. Algunos se aproximaron a la visualización geométrica del área y expresan la necesidad de su medida en contextos particulares.

En cuanto al ordenamiento cualitativo de la longitud, en la mayoría de los casos, puede observarse una aproximación a este criterio, algunos estudiantes especifican los atributos de los objetos comparados para hacer tal ordenamiento.

Del análisis de la prueba puede apreciarse que los estudiantes han hecho el intento por ser mucho más explícitos en su escritura. Y en la mayoría de los casos se utilizó el vocabulario adecuado para referirse a las magnitudes de longitud y de área.

La tabla 4-18 y la figura 4-36 presentan el desempeño comparativo en el resultado por estudiante en un antes y un después de la intervención. Los estudiantes E14 y E28 se retiran de la tabla ya que no finalizan el proceso.

Tabla 4 - 18 Comparativo desempeño antes y después.

Código del estudiante	Antes		Después	
	Nota	Desempeño	Nota	Desempeño
E01	1	BAJO	3,20	BÁSICO
E02	2,5	BAJO	1,50	BAJO
E03	1,5	BAJO	3,80	BÁSICO
E04	1	BAJO	2,50	BAJO
E05	4	ALTO	3,00	BÁSICO
E06	1	BAJO	3,80	BÁSICO
E07	2	BAJO	2,50	BAJO
E08	2,5	BAJO	2,50	BAJO
E09	3,5	BÁSICO	4,00	ALTO
E10	1	BAJO	1,50	BAJO
E11	1	BAJO	3,50	BÁSICO
E12	3,5	BÁSICO	1,50	BAJO
E13	1,5	BAJO	4,00	ALTO
E15	2	BAJO	3,00	BÁSICO
E16	1,5	BAJO	2,50	BAJO
E17	2,5	BAJO	1,50	BAJO
E18	3,5	BÁSICO	3,00	BÁSICO
E19	2	BAJO	4,00	ALTO
E20	2,5	BAJO	3,50	BÁSICO
E21	2	BAJO	2,50	BAJO
E22	1	BAJO	3,50	BÁSICO
E23	4	ALTO	4,20	ALTO
E24	2	BAJO	4,50	ALTO
E25	2,5	BAJO	4,00	ALTO
E26	1	BAJO	2,50	BAJO
E27	1	BAJO	3,00	BÁSICO

Actividades	Superior	Alto	Básico	Bajo
Antes	0	2	3	21
Después	0	6	10	10

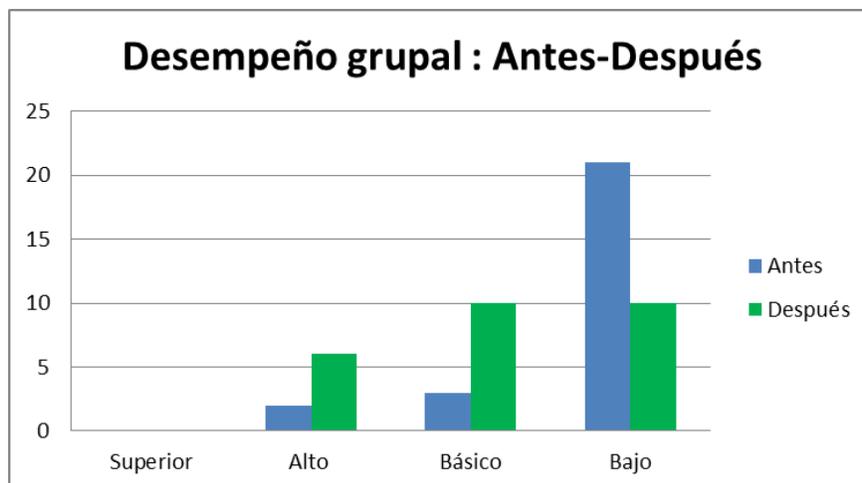


Figura 4 - 36 Desempeño grupal: Antes y después

A nivel cuantitativo hubo un incremento en el promedio de las pruebas. En la primera prueba el promedio fue de 2,01 lo que corresponde a un desempeño bajo. En la segunda prueba, después de la intervención, el promedio fue de 3,03 lo que corresponde a un desempeño básico.

Claramente se puede apreciar un incremento en el nivel de razonamiento. Sin embargo, se encuentran cerca del 40% de los estudiantes en un nivel bajo. Lo que implicaría, con estos estudiantes, emplear otro mecanismo que ponga en evidencia si hay una visualización de las magnitudes estudiadas. En el caso que no haya muestra de este alcance deben desarrollarse nuevas actividades en las fases propias del modelo para la visualización de estas magnitudes, ya que el modelo exige el alcance de cada nivel para el paso al otro.

Es de aclarar que el centro de la propuesta de intervención corresponde a las actividades propias de medición. En ella se percibió en los estudiantes mucha disposición e interés por el desarrollo de las mismas, además se observó que las formas de medida ejecutadas eran las adecuadas para cada problema pedido.

Las prácticas de la medición dan muestra de una construcción y una visualización tácita de las medidas de longitud y de área. La prueba, en sus resultados bajos, se vincula más a la dificultad de expresar con palabras el conocimiento acerca de estos conceptos. Es decir, hacer explícito ese conocimiento adquirido en la práctica.

5. Conclusiones y recomendaciones

5.1. Conclusiones

El desarrollo del pensamiento métrico y su enseñanza tienen gran importancia en el proceso educativo de los estudiantes en todos los niveles de aprendizaje. La actividad humana de medir corresponde a uno de los puntos de partida de las matemáticas desde sus orígenes (Deulofeu, Figueiras, 2002). Es sin duda una actividad que implica el uso sistemático de la razón, y por ende el impulso del lenguaje de las matemáticas a lo largo de los años. Medir es, en un principio, el asidero concreto y natural del pensamiento matemático.

De ahí la conveniencia de diseñar e implementar estrategias didácticas que permitan la conceptualización de las magnitudes. Y no únicamente hacerlo, como se ha hecho habitualmente en el contexto educativo local, mediante procesos de asignación numérica y manipulación aritmética y algebraica. Sino que impliquen situaciones que tengan experiencias de medición en donde se haga posible la reflexión y la comunicación alrededor de las magnitudes estudiadas.

De esta propuesta orientada por sus objetivos específicos se puede concluir.

De las actividades de identificación y de diagnóstico:

En el proceso de identificación es muy importante reconocer, aparte de los conocimientos previos, la condición humana de los estudiantes. Para ello se realizó la actividad de cartografía social en la cual se identificaron sus fortalezas, sueños y debilidades. Una actividad de este estilo debe hacerse siempre antes de comenzar un curso, de tal manera que se puedan desarrollar las clases más contextualizadas.

La importancia de aplicar una herramienta como la cartografía social radica en brindar la posibilidad a los estudiantes de identificarse como seres humanos íntegros, y en la cual el docente pueda reconocer las múltiples dimensiones que posee cada sujeto que asiste a su curso.

Debe aclararse, además, que la cartografía social no es la única herramienta para el conocimiento del estudiante, por lo tanto esta debe combinarse con otras herramientas, formales o informales, explícitas o implícitas, que promuevan el diálogo y reconocimiento del otro dentro del aula de clases.

Para la identificación del nivel de razonamiento alrededor de las magnitudes de longitud y de área se propone descriptores para los niveles 1, 2 y 3 en los cuales es pertinente que dialoguen tres importantes aspectos en la enseñanza del pensamiento métrico: Primero la didáctica específica de la enseñanza de la medida. Segundo los documentos rectores del Ministerio de Educación (Lineamientos, Estándares, DBA). Y tercero las características del modelo Van Hiele para cada nivel de razonamiento.

Esta triangulación debe ser equilibrada y es en el anhelo de alcanzar este equilibrio donde radica su dificultad. Pues, es posible que en la búsqueda de rigurosidad en uno de los aspectos se descuiden los otros. Un conocimiento profundo del docente en estos aspectos es completamente necesario para llevar a buen término el planteamiento de los descriptores de nivel que servirán para determinar el nivel de razonamiento de los estudiantes.

Esta dificultad se resuelve mediante la formación docente. En la cual se pueda encontrar alternativas de solución a las preguntas: ¿Qué es la medida de longitud y de área? Y ¿cómo se enseña la medida de longitud y de área? Es decir la profundización e investigación en el saber específico y el saber didáctico.

En esta propuesta de trabajo, el diseño y aplicación de pruebas y actividades de diagnóstico se hacen intuitivamente y a la luz de algunos referentes teóricos sobre el modelo y la enseñanza de la medida. Son una apuesta tentativa de lo que se cree que es lo fundamental que lo estudiantes deben saber y/o comenzar a aprender.

De las tres actividades de diagnóstico se resaltan tres categorías que se consideran fundamentales para la enseñanza y el desarrollo del pensamiento métrico. En primer lugar siempre debe partirse de los procesos de construcción y visualización de las magnitudes a estudiar. En segundo se resalta la importancia de la enseñanza y el estudio de la historia como una herramienta constructiva para el aprendizaje de cualquier temática en el curso de matemáticas, y, en este caso particular, la medida. En tercer lugar es clara la necesidad del desarrollo de procesos comunicativos, utilizando diversos sistemas de representación, sean escritos, orales, y/o pictóricos.

Del proceso de análisis se concluye que:

De las tres actividades de diagnóstico se encontró que los estudiantes tienen grandes dificultades para expresar de forma oral o escrita la visualización de las magnitudes de longitud y de área. Se les dificultaba extenderse, explicar, detallar, analizar situaciones que involucran estas magnitudes. En muchas ocasiones se percibió que los estudiantes entendían las situaciones de manera tácita, y era difícil llevarlas a las palabras. Tal vez, gracias a esta gran dificultad, es que los docentes han optado por la enseñanza del pensamiento métrico a partir de fórmulas y manipulaciones numéricas. A su vez, esta situación insta al docente de matemáticas a fortalecer la enseñanza para el desarrollo de competencias comunicativas y argumentativas.

A partir del análisis del diagnóstico se diseñan las actividades de intervención. De manera que cada momento guarde un vínculo con lo identificado. Así las lecturas propuestas se sintonizan con las dimensiones destacadas en la cartografía social (Niños, Santuarianos, campesinos). Las situaciones de medición se hicieron contextualizadas en el entorno inmediato (el salón de clase), el cuerpo humano y el territorio (la vereda).

De otro lado, en el diseño de las actividades se intentó que se siguiera estrictamente las fases intermedias del modelo Van Hiele. En el que los roles del docente y los estudiantes están claramente definidos, y las actividades hicieran énfasis en nivel de razonamiento (visualización) de acuerdo a los descriptores de nivel.

Así para la fase de orientación dirigida se explicitaban cuál eran los resultados esperados y la forma para alcanzarlos. En la fase de explicitación se promovía a partir de preguntas orientadas, y en discusiones en pequeños grupos y plenarias, para que los estudiantes depuraran el vocabulario empleado entorno a la medida de longitud y de área. Y en la fase de orientación libre se animaba a que los estudiantes desarrollaran estrategias de medición de manera autónoma y que la aplicaran en el contexto real. Los resultados de la orientación libre en la actividad de medición de longitud dan cuenta que la mayoría de los estudiantes alcanzó el nivel de visualización de la magnitud. Infortunadamente, por motivos de tiempo, la actividad de orientación libre para el área no se alcanzó a realizar y no se podría concluir lo mismo.

Con respecto a las actividades de aplicación de la estrategia se concluye.

Con el propósito de ejecutar detallada y estrictamente todas las fases del modelo y así poder evaluar su pertinencia, fueron necesarias 20 horas de clase entre los meses de octubre y noviembre del año 2018. En tiempos de finalización del año escolar se toma la determinación de que sólo se va a dar alcance al nivel 1 de razonamiento *Visualización*, omitiéndose el desarrollo de las fases para los niveles 2 y 3 tal como se había previsto en los objetivos específicos de este trabajo.

Se utilizó la estrategia de trabajo colaborativo en las fases de orientación libre y orientación dirigida. En esta forma de trabajo se fortalecieron las competencias ciudadanas ya que “el ciudadano (el estudiante) ejerce plenamente sus deberes y derechos, como miembro de la sociedad, desde una posición crítica, autocrítica, responsable, solidaria y ética en pos de la transformación de sí mismo y de la sociedad” (Rúa, Bernaza & Bedoya, 2017). Fue así como entre ellos mismos se motivaban para el alcance y desarrollo de las actividades. La mayoría participó activamente de las mismas y fueron críticos con sus actitudes y con las del otro.

Aparte de ello también se notó que algunos estudiantes con dificultades de atención se dispersaban y jugaban en las actividades en las que había que discutir en pequeños grupos. Mientras que cuando eran actividades de medir, manipular material, tomar fotografías y construir maquetas se concentraban aportando a sus equipos. Esto muestra la pertinencia de una diversificación de los tipos de actividades en el aula de acuerdo a los estilos de aprendizaje de los estudiantes.

Desde el punto de vista del desarrollo de la propuesta en el marco del modelo Van Hiele puede decirse que es pertinente para la enseñanza de las magnitudes de longitud y de área en el nivel de visualización. Estas magnitudes son inicialmente atributos físicos de los objetos geométricos que deben visualizarse y manipularse en lo concreto antes de su construcción como objeto abstracto y representación numérica.

La naturaleza de las actividades de intervención, las cuales eran experienciales y comunicativas, exige al docente que las aplica una sensibilidad profunda. Todos sus sentidos deben estar activos, y debe estar disponible a la escucha y la observación, y a la vez permitir que los estudiantes exploren acorde a sus posibilidades y saberes.

En términos de Freire (c2010), la escucha para que el docente no se quede “hablando al educando, sino para hablar con él”, y la observación, no para señalar errores, sino para hacer mostrar al estudiante que sabe que sabe.

Sobre la evaluación se concluye.

La evaluación de la propuesta es de carácter cuali-cuantitativa. Cuantitativa en la aplicación y evaluación de la prueba de diagnóstico mostrada en el numeral 4.2.1, en donde se asignaron desempeños numéricos dados por el SIE y en la que se presencié un aumento en un punto en la escala de valoración (de 2 a 3). Cualitativa pues se exponen las principales respuestas de los estudiantes mostrando un mejoramiento en el manejo del vocabulario alrededor de la medida de longitud y de área.

La evaluación también fue continua y formativa. Continua en el sentido que los procesos de adquisición de los conocimientos y la conceptualización, se ponían en evidencia durante el desarrollo mismo de las actividades. Formativa ya que a la par de las actividades alrededor de la medida se promovía la comunicación asertiva, el respeto por el otro, el uso racional de los recursos y el cuidado del cuerpo, el medio ambiente y el territorio.

Como docente se reconoce la necesidad asumir una actitud crítica y reflexiva hacia la práctica docente. Retomando de nuevo a Freire (c2010) se debe rescatar la humildad, no como una actitud sumisa ni cobarde, sino como una valiente que exige al docente reconocer que ignora muchas cosas de su práctica y de su saber específico.

Esta cualidad es en lo que se fundamenta la pertinencia de la utilización oportuna de técnicas que promuevan el conocimiento del estudiante y de sus formas de aprendizaje, para que de esta manera, pueda ofrecérsele una enseñanza de las matemáticas contextualizadas y acertadas con sus intereses y el de su comunidad.

La realización de la propuesta de trabajo suscita una reflexión general en cuanto al desarrollo del pensamiento métrico. El proceso de medición es complejo, pues es intermitente entre lo abstracto, lo concreto y lo comunicativo. Esto sugiere la pregunta en términos de la enseñanza: ¿Cuál es el vínculo entre lo real, el lenguaje y el pensamiento al momento de enseñar la medida?

5.2. Recomendaciones

La implementación de la propuesta es satisfactoria y se considera que es acertado aplicarla en la enseñanza de las medidas de longitud y de área, sin embargo se cree que ésta puede mejorar si se le aplican las siguientes recomendaciones:

- Incluir en el ejercicio de cartografía social la percepción que tienen los estudiantes acerca de las matemáticas, y en particular de la medida y el pensamiento métrico. Esto podría aproximar al docente y a los estudiantes al carácter cultural del conocimiento matemático y por ende a una visión más real y contextualizada.

- Entre las actividades de diagnóstico es importante añadir una que indague por los cursos anteriores en los que los estudiantes se enfrentaron al pensamiento métrico. Esta actividad podría realizarse mediante técnicas de investigación cualitativa aplicada a los docentes de primaria. Se sugiere la observación de la clase, las entrevistas o grupos focales a docentes. Estas técnicas arrojarían luces sobre el nivel de razonamiento esperado en los estudiantes de grado sexto.

- En cuanto a los descriptores de nivel de razonamiento es necesario especificarlos un poco más. Esto con el fin de tener mayor claridad hacia lo que apunta cada actividad de la intervención. Puede darse el caso que entre mayor grado de especificidad de los descriptores de nivel se encuentren niveles intermedios entorno al razonamiento de los conceptos estudiados. A la vez, descriptores de nivel más específicos facilitarían la elaboración de rúbricas de evaluación más objetivas.

- Para el diagnóstico de la visualización de las magnitudes de longitud y de área también podría promoverse que los estudiantes expresen ellos mismos situaciones de medida que las involucran. Y no como se hizo en esta propuesta que se presentaba la situación de medida y los estudiantes debían identificar de qué magnitud se estaba hablando.

- Se recomienda transversalizar a docentes de otras áreas. Para el afianzar el desarrollo del pensamiento métrico a partir del estudio del cuerpo humano se recomienda un trabajo transversal con el o la docente de ciencias naturales. Para reforzar y mejorar las situaciones comunicativas es indispensable la colaboración del docente de lengua castellana. Para las actividades de fotografía y elaboración de maquetas es importante la participación del docente de educación artística. Y para contextualizar la medida como forma de explorar y reconocer el territorio es necesario acudir al docente de ciencias sociales.

- Se recomienda seguir la ruta de esta propuesta en su aplicación del modelo Van Hiele para el nivel de visualización en etapas introductorias de conceptos más avanzados. Por ejemplo la visualización de la longitud facilitaría el abordaje de conceptos como el valor absoluto, la visualización del área como fase introductoria al concepto de integral.

- El diseño y desarrollo de una estrategia para la enseñanza usando el modelo Van Hiele requiere tiempo. Para desarrollar a cabalidad la propuesta y además hacerlo de una manera analítica y reflexiva se hace necesario un lapso mayor del empleado en el presente trabajo. Esto daría más posibilidades de identificar los niveles de razonamiento y sus estados intermedios.

- Es muy importante implementar la propuesta haciendo énfasis en las situaciones comunicativas, sean escritas, orales o pictóricas. Ya que estas, aparte de dar respuesta a uno de los problemas de la medición, impactan directamente en un aspecto relevante de la cotidianidad de los estudiantes. Un estudiante que conozca el vocabulario, argumente y pueda expresar respetuosamente su pensamiento y forma de razonar ha alcanzado un gran aprendizaje para la vida.

- La ejecución de esta propuesta exige en el docente cualidades como la humildad, en la que esté dispuesto aprender de y con los estudiantes. La capacidad de observación y escucha para que pueda rescatar, traer al frente y explicitar lo que los estudiantes saben. Y la motivación para estudiar y mejorar la propuesta.

6. Anexos

6.1. Anexo A: Carta aval de la institución



Medellín, 1 de Junio de 2018

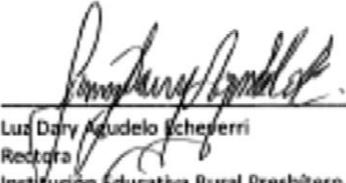
Señores,
Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales
Facultad de Ciencias
Universidad Nacional de Colombia – Sede Medellín

Asunto: Aval institucional para práctica docente

Cordial saludo,

La Institución Educativa Rural Presbítero Jesús Antonio Gómez, autoriza la intervención con fines pedagógicos de la investigación en profundización titulada "Diseño e implementación de una estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento métrico a partir del cuerpo humano" por el docente Juan Pablo González Patiño identificado con c.c. 8164160 de Envigado Antioquia, quien se encuentra cursando estudios de Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.

Para constancia se firma,



Luz Dary Agudelo Echeverri
Rectora
Institución Educativa Rural Presbítero Jesús Antonio Gómez
Km 3 Vía El Santuario- Carmen de Viboral
5462909

6.2. Anexo B: Documento de autorización de uso de imagen sobre fotografías y fijaciones audiovisuales (videos) para uso público

	INSTITUCIÓN EDUCATIVA RURAL PRESBITERO JESÚS ANTONIO GÓMEZ CÓDIGO DANE: 205697000144 NIT 811020169-3 VEREDA EL CARMELO EL SANTUARIO – ANTIOQUIA
Documento de autorización de uso de imagen sobre fotografías y fijaciones audiovisuales (videos) para uso público	
<p>Atendiendo al ejercicio de la Patria Potestad, establecido en el Código Civil Colombiano en su artículo 288, el artículo 24 del Decreto 2820 de 1974 y la Ley de Infancia y Adolescencia, se solicita la autorización escrita del padre/madre de familia o acudiente del (la) estudiante <u>[REDACTED]</u>, identificado(a) con tarjeta de identidad número <u>[REDACTED]</u>, para que aparezca ante la cámara, en videograbación y fotografías con fines pedagógicos. El propósito de los videos o fotografías es evidenciar el desarrollo de la intervención del trabajo de maestría "<i>Diseño e implementación de una estrategia didáctica para el desarrollo del pensamiento métrico</i>" a cargo del docente de matemáticas de la institución Juan Pablo González Patiño. Sus fines son netamente pedagógicos, sin lucro y en ningún momento serán utilizados para objetivos distintos.</p>	
Autorizo, <u>[REDACTED]</u>	<u>[REDACTED]</u>
Nombre del padre/madre de familia o acudiente	Cédula de ciudadanía
Fecha: 29 de Agosto de 2018	

6.3. Anexo C: Actividad 1. Pruebas diagnóstico de nivel 2

PRUEBA NIVEL 2

1. Asigna una medida a la distancia entre tu casa y el colegio ¿Cómo lo hiciste?
2. Asigna una medida a la extensión de la superficie del piso del salón ¿Cómo lo hiciste?
3. ¿Cómo puedes medir la altura de un árbol?
4. ¿Qué partes de tu cuerpo puedes utilizar para medir longitudes?
5. ¿Qué partes de tu cuerpo puedes utilizar para medir extensiones de superficie?
6. ¿Cómo puedes medir la extensión de la cancha de microfútbol?
7. ¿Cómo puedes medir la extensión de un cultivo?
8. Diego y Sebastián miden el ancho del salón usando sus pies como medida. Diego contó 40 pies y Sebastián contó 34. ¿Por qué la medida dio diferente?
9. Yuliana y Carolina son hermanas. Yuliana contó 630 pasos de la escuela a la casa, y Carolina contó 515. ¿Por qué la medida dio diferente?
10. ¿Qué dificultades existen al utilizar las partes del cuerpo para medir?

Tabla 6 - 1 Caracterización de la prueba Nivel 2

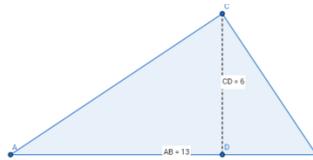
Caracterización de la prueba Nivel 2			
Pregunta	Nivel de razonamiento	Procesos y conceptos	Descriptor
1	2	Estimación de la magnitud longitud	2.1
2	2	Estimación de la magnitud superficie	2.1
3	2	Apreciación del rango de la magnitud longitud: Distancias inaccesibles.	2.1
4	2	Selección de patrones no convencionales de medida de longitud. Asignación numérica.	2.2
5	2	Selección de patrones no convencionales de medida de longitud. Asignación numérica	2.2
6	2	Selección de patrones no convencionales de medida de superficie. Asignación numérica	2.3
7	2	Selección de patrones no convencionales de medida de superficie. Asignación numérica	2.3
8	2	Necesidad de fijación de un patrón estándar en la medida de longitud	2.4
9	2	Necesidad de fijación de un patrón estándar en la medida de longitud	2.4
10	2	Necesidad de fijación de un patrón estándar en la medida de longitud	2.4

6.4. Anexo D: Actividad 1. Pruebas diagnóstico de nivel 3

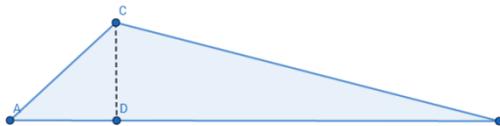
PRUEBA NIVEL 3

1. Escribe un procedimiento y el instrumento que utilizarías para medir la distancia de tu casa al colegio.
2. Escribe un procedimiento y el instrumento que utilizarías para elaborar un pantalón a tu medida.
3. Escribe un procedimiento y el instrumento que utilizarías para medir la dimensiones de una semilla de maíz.
4. ¿Qué unidad de medida emplearías para medir el espesor de una moneda, el ancho del salón, y la distancia del camino de la casa al colegio respectivamente?
5. ¿Qué unidad de medida emplearías para medir el área de una baldosa, el área de la cancha de microfútbol, y el de un cultivo respectivamente?
6. Calcula el área de los siguientes triángulos:

a.



b. La distancia $AB = 60$ cm y la distancia $CD = 13$ cm

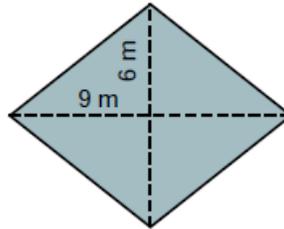


7. Calcula el área de los siguientes cuadriláteros:

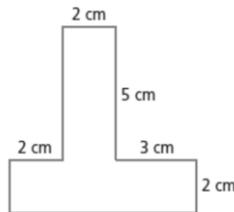
a.



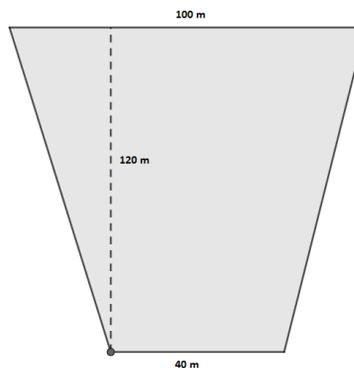
b.



8. Calcula el área de la siguiente figura:



9. El papá de Manuel tiene un cultivo de aguacates en un terreno como el de la figura. Si cada árbol de aguacates ocupa 120 m^2 , ¿Cuántos árboles ha sembrado el papá de Manuel?



10. Esta es una vista frontal de la casa de David. ¿Qué figuras componen el área esta vista? Señala las medidas necesarias para conocer el área total.

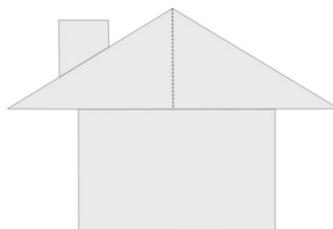


Tabla 6 - 2 Caracterización de la prueba Nivel 3

Caracterización de la prueba			
Pregunta	Nivel de Razonamiento	Concepto	Descriptor
1	3	Selección de unidades, técnicas e instrumentos estándar de medición de longitudes	3.1
2	3	Selección de unidades, técnicas e instrumentos estándar de medición de longitudes	3.1
3	3	Selección de unidades, técnicas e instrumentos estándar de medición de longitudes	3.1
4	3	Selección de unidades y procedimientos de medida de longitudes acorde a la cantidad de la magnitud	3.2
5	3	Selección de unidades y procedimientos de medida de longitudes acorde a la cantidad de la magnitud	3.2
6	3	Fórmulas para el cálculo del área de un triángulo	3.3
7	3	Fórmulas para el cálculo del área de un cuadrilátero	3.3
8	3	Composición y descomposición de figuras para el cálculo de áreas.	3.4
9	3	Composición y descomposición de figuras para el cálculo de áreas.	3.4
10	3	Composición y descomposición de figuras para el cálculo de áreas.	3.4

6.5. Anexo E: Actividad 2. Brindar información, apreciación de un documental. Nivel 1. Plegable actividad 2

ACTIVIDAD: ¿QUÉ ES MEDIR? HISTORIA DE LA MEDIDA

MOMENTO 1

Los estudiantes responderán, antes de observar el video, las siguientes preguntas en un plegable de tres partes.

1. ¿Qué es medir?
2. ¿Por qué es importante medir?
3. ¿Qué es una magnitud?
4. ¿Cuáles son las principales magnitudes existentes en la naturaleza?
5. ¿Cuáles son las unidades de medida para la distancia entre dos puntos?
6. ¿Qué es un patrón de medida?

MOMENTO 2

Observar el video:

“En su justa medida: ¿Qué es medir? Capítulo 1. Canal Encuentro”

Disponible en:

https://www.youtube.com/watch?v=tn_1LR0e_Ps&list=PLZ6Tlj4tHElu46weCOzrxHJoINiwmgvel

Durante este momento los estudiantes registrarán una parte del plegable, en el orden que ellos deseen darle, los siguientes aspectos:

- Palabras clave: Con color negro
- Palabras desconocidas: Con color rojo
- Preguntas al documento: Con color azul

MOMENTO 3

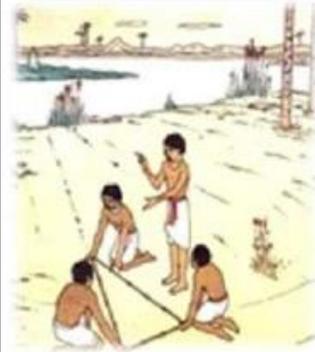
Los estudiantes responderán en una parte del plegable después de observar el video las preguntas anteriormente planteadas en el momento 1.

Documental:

En su justa
medida: ¿Qué
es medir?



nombrer:



**Historia de
la medida**

<p><i>Responde las siguientes preguntas de acuerdo a lo que sepas o creas. Trata de explicar bien tus respuestas.</i></p> <p>1. ¿Qué es medir?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>2. ¿Por qué es importante medir?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>3. ¿Qué es una magnitud?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>4. ¿Cuáles son las principales magnitudes existentes en la naturaleza?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>5. ¿Cuáles son las unidades de medida para la distancia entre dos puntos?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>6. ¿Qué es un patrón de medida?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	<p>Escribe con color negro las palabras que consideras que son las más importantes del video.</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>Escribe con color rojo las palabras del video que no conozcas su significado o te generen dudas.</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>Escribe con color azul las dudas o preguntas que te genere el video.</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>	<p><i>Responde las siguientes preguntas de acuerdo a lo que aprendiste del video. Trata de explicar bien tus respuestas.</i></p> <p>1. ¿Qué es medir?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>2. ¿Por qué es importante medir?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>3. ¿Qué es una magnitud?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>4. ¿Cuáles son las principales magnitudes existentes en la naturaleza?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>5. ¿Cuáles son las unidades de medida para la distancia entre dos puntos?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>6. ¿Qué es un patrón de medida?</p> <p>_____</p> <p>_____</p> <p>_____</p>
--	---	---

Figura 6 - 1 Plegable para análisis del documental

6.6. Anexo F: Actividad 2. Brindar información, apreciación de un documental. Nivel 2

ACTIVIDAD NIVEL 2

MOMENTO 1

Los estudiantes responderán, antes de observar el video, las siguientes preguntas en un plegable de tres partes.

1. ¿Qué utilizaban como patrones de medida las antiguas culturas?
2. ¿Cuál fue la clave para que los egipcios lograran construir las pirámides?
3. ¿Cuál era la unidad principal de medida de longitud para los antiguos egipcios?
4. ¿Cómo se garantizaba la precisión de la unidad de medida de longitud de los egipcios?
5. ¿Qué dio origen a la geometría?
6. ¿Qué unidad de medida de longitud empleaban los Incas de América?
7. ¿Qué entiendes por medidas antropométricas?
8. ¿Por qué es medir con partes del cuerpo genera dificultades en la medición?

MOMENTO 2

Observar el video:

“En su justa medida: Historias de las medidas. Capítulo 2. Canal Encuentro”

Disponible en:

https://www.youtube.com/watch?v=n6JL_nt9acM&index=2&list=PLZ6Tij4tHElu46weCOzrxHJolNiwmgyel

Durante este momento los estudiantes registrarán una parte del plegable, en el orden que ellos deseen darle, los siguientes aspectos:

- Palabras clave: Con color negro

- Palabras desconocidas: Con color rojo
- Preguntas al documento: Con color azul

MOMENTO 3

Los estudiantes responderán en una parte del plegable después de observar el video las preguntas anteriormente planteadas en el momento 1.

6.7. Anexo G: Actividad 2. Brindar información, apreciación de un documental. Nivel 3

ACTIVIDAD NIVEL 3

MOMENTO 1

Los estudiantes responderán, antes de observar el video, las siguientes preguntas en una plegable de tres partes.

1. ¿Cuáles fueron las principales medidas antropométricas para medir longitudes?
2. ¿Cuál es el patrón universal actual para medir las longitudes?
3. ¿Cuándo surge el metro como patrón para medir longitudes?
4. ¿Cómo se define inicialmente el metro?
5. ¿Por qué se necesita exactitud en las medidas de longitud?

MOMENTO 2

Observar el video:

“En su justa medida: Longitud. Capítulo 6. Canal Encuentro”

Disponible en:

<https://www.youtube.com/watch?v=aA5v9nhuntM&list=PLZ6Tlj4tHEIu46weCOzrxHJolNiwmgyeI&index=6>

Durante este momento los estudiantes registrarán una parte del plegable, en el orden que ellos deseen darle, los siguientes aspectos:

- Palabras clave: Con color negro
- Palabras desconocidas: Con color rojo
- Preguntas al documento: Con color azul

MOMENTO 3

Los estudiantes responderán en una parte del plegable después de observar el video las preguntas anteriormente planteadas en el momento 1.

6.8. Anexo H: Actividad 3. Evolución grupal del concepto. Nivel 2

EVOLUCIÓN GRUPAL DEL CONCEPTO NIVEL 2

MOMENTO 1

BRINDAR INFORMACIÓN

En este momento el docente dará al grupo de estudiantes una situación del contexto inmediato en el cual el estudiante intentará estimar magnitudes de longitud y superficie.

Longitud

Un transportador distribuye alimentos todos los días desde el Santuario a los municipios vecinos: Cocorná, Granada, El Carmen de Viboral y Marinilla.

Superficie

Un pintor va a pintar una casa que tiene una sala y tres habitaciones.

MOMENTO 2

EVOLUCIÓN GRUPAL DEL CONCEPTO

Los estudiantes se distribuirán en equipos de a 5. Se le asignará a cada equipo medio pliego de papel.

Cada estudiante escribirá un aspecto relevante de la situación en la que sea importante para estimar el trayecto recorrido por el transportador. Esto tendrá un tiempo límite de 30 segundos por estudiante.

El docente marcará este tiempo y el siguiente estudiante debe escribir otro aspecto sin repetir los anteriores, esto hasta que pase por los 5 estudiantes.

Todos los estudiantes deben escribir lo que piensan.

De la misma manera se hará con la situación de la magnitud superficie, cada estudiante debe escribir un aspecto relevante de la situación que sea importante para estimar la cantidad de pintura a utilizar.

MOMENTO 3

SOCIALIZACIÓN

Cada equipo designará un vocero el cual explicará al grupo sus trabajos. El docente estará atento al empleo del lenguaje y hará los aportes necesarios para el refinamiento del vocabulario adecuado al nivel 2 de análisis.

El docente contrastará los resultados y jerarquizará la importancia de los aspectos para estimar la magnitud estudiada.

6.9. Anexo I: Actividad 3. Evolución grupal del concepto. Nivel 2

EVOLUCIÓN GRUPAL DEL CONCEPTO NIVEL 3

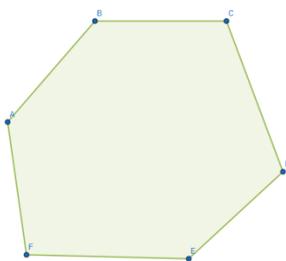
MOMENTO 1

BRINDAR INFORMACIÓN

En este momento el docente dará al grupo de estudiantes una situación del contexto inmediato en el cual el estudiante intentará desarrollar estrategias para medir las magnitudes longitud y superficie.

Longitud

Un ganadero desea cercar un potrero con la forma que se muestra.



Superficie

El ganadero puede tener dos reses por cada hectárea de superficie en el terreno anterior.

MOMENTO 2

EVOLUCIÓN GRUPAL DEL CONCEPTO

Los estudiantes se distribuirán en equipos de a 5. Se le asignará a cada equipo medio pliego de papel.

Cada estudiante escribirá qué longitudes debe conocer el ganadero para determinar la cantidad de alambre a utilizar si desea poner tres líneas de alambre en la cerca.

Esto tendrá un tiempo límite de 30 segundos por estudiante.

El docente marcará este tiempo y el siguiente estudiante debe escribir otro aspecto sin repetir los anteriores, esto hasta que pase por los 5 estudiantes.

Todos los estudiantes deben escribir lo que piensen.

De la misma manera se hará con la situación de la magnitud superficie, cada estudiante debe escribir un aspecto relevante de la situación que el ganadero debe saber para determinar el número de reses que puede tener en el potrero

MOMENTO 3

SOCIALIZACIÓN

Cada equipo designará un vocero el cual explicará al grupo sus trabajos. El docente estará atento al empleo del lenguaje y hará los aportes necesarios para el refinamiento del vocabulario adecuado al nivel 3 de clasificación.

El docente contrastará los resultados y jerarquizará la importancia de los aspectos para medir la magnitud estudiada.

6.10. Anexo J: Fase 2. Orientación dirigida. Medida de longitud

ACTIVIDAD DE MEDICIÓN

INTEGRANTES

COORDINADOR	SECRETARIO	VOCERO	MEDIDOR/MODELO

ROLES:

Coordinador: Será el encargado de liderar el proceso de medición dentro del grupo, moderará las actividades y las discusiones que se dan dentro del equipo.

Secretario: Será el encargado de registrar la información del proceso de medición.

Vocero: Será el encargado de presentar las medidas, los hallazgos, a la vez de manifestar las dudas e inquietudes al docente y a los demás compañeros.

Medidor/modelo: Será el encargado de realizar las mediciones, y en el que se tomarán las medidas iniciales.

Medición de longitud

PREGUNTAS ORIENTADORAS:

Preguntas orientadoras. ¿Cuáles objetos de mi entorno tienen medidas de longitud? ¿Cuáles partes de mi cuerpo tienen medidas de longitud? ¿Cómo puedo medir con mi cuerpo los objetos de mi entorno?

Materiales:

Rollo de lana, Cuaderno, Lápiz, Regla, Tijeras

1. Lectura

UNA CAPA PARA ALEXANDER⁶

Hace mucho, mucho tiempo, en un pueblecito junto al mar, vivía un niño de nueve años que se llamaba Alexander. Alexander vivía feliz con su familia, tenía una hermana que se llamaba Roxana y que era dos años menor que él. En esos días se celebraba en el pueblo el final de la primavera y el comienzo del verano con una gran fiesta, todos los habitantes del pueblo se ponían las mejores ropas que tenían y Alexander pensó que su madre podría hacerle este año una bonita capa roja, fue a buscarla y le comentó su idea, su madre estaba de acuerdo y le dijo que fuera a comprar la tela roja que necesitaba para coser la capa, “antes de que te vayas a la tienda”- le dijo- “ven aquí que voy a medirte” usando su mano , empezó a contar “ uno, dos, tres, cuatro, cinco y ...seis, dios mío, ¿cómo has crecido tan rápido? Muy bien Alexander, ve con tu hermana a la tienda y dile al señor Patrick que necesitas seis palmos de tela roja y que yo se la pagaré mañana que tengo que bajar al pueblo para hacer unos recados”.

Alexander y Roxana se fueron al pueblo llegaron al tienda, entraron y el chico dijo: “ buenas tardes señor Patrick, mi madre me ha dicho que necesita seis palmos de tela roja porque me va a hacer una capa para la fiesta de la semana que viene y que mañana vendrá a pagar la tela” El señor Patrick era enorme, medía por lo menos 2,10 metros y 2 metros de ancho, sus manos eran gigantescas, eran como dos sartenes de las grandes; cogió la tela y lentamente empezó a contar: “ uno, dos, tres, cuatro, cinco y ...seis” lo hizo tan despacio porque parecía que le costaba moverse a causa del gran tamaño que tenía, la verdad es que todo lo hacía muy lentamente, dobló la tela con cuidado y se la dio a Alexander, Roxana dijo “ adiós y buenas tardes” lo dijo con prisa porque en realidad sentía miedo cada vez que entraba el a la tienda de aquel “gigante”.

Cuando Alexander y Roxana llegaron a casa entregaron a su madre la tela que tan cuidadosamente había doblado el señor Patrick, su madre la desdobló y miró enfadada a su hijo, “¿pero qué has comprado? Aquí tenemos tela para hacer una capa a cada uno de la familia, te dije que compraras seis sólo palmos no sesenta” Alexander dijo: “mamá he comprado lo que tu me dijiste, ¿verdad que sí Roxana?” Roxana asintió, entonces después de unos segundos de silencio que a Alexander le parecieron horas, su madre se dio cuenta, “claro, tenía que haberlo pensado antes, tú no tienes la culpa, ha sido fallo mío, tenía que haber tenido en cuenta que mis manos son muchísimo más pequeñas que las del señor Patrick, ¡qué tremendo error!

A la mañana siguiente la madre de Alexander bajó al pueblo y pasó por la tienda del señor Patrick, le explicó lo que había sucedido, le devolvió toda la tela que no había utilizado y pagó por el resto, los dos estuvieron riéndose durante largo rato por lo que había sucedido. Más tarde se dirigió a hablar con el Consejo de los Sabios del pueblo y les contó lo que había pasado y el terrible error que había cometido, entre todos decidieron inventar un nuevo sistema de medir las cosas, EL MISMO PARA TODOS. Autora Raquel Izaguirre

⁶ Recuperado de: <http://matecuentos.blogspot.com/2010/01/una-capa-para-alexander.html>

Los estudiantes ordenarán de mayor a menor estatura y lo registrarán en la siguiente tabla.

Orden de mayor a menor estatura
1.
2.
3.
4.

Dialogar y responder: ¿Cómo descubrieron ese orden?

Los estudiantes ordenaran de mayor a menor longitud los siguientes objetos del salón: Largo del salón, ancho del salón, alto de la puerta, ancho de la puerta, ancho del TV.

Orden de mayor a menor longitud en los objetos
1.
2.
3.
4.

Dialogar y responder: ¿Cómo descubrieron ese orden?

Los estudiantes cortarán trozos de lana con la medida de longitud de las siguientes partes del cuerpo del estudiante que desempeñará el rol de modelo/medidor.

Codo: Recortarán trozos de lana con la longitud del codo hasta la punta del dedo del corazón.

Palmo: Recortarán trozos de lana con la longitud existente entre el extremo del dedo pulgar y el dedo meñique con la mano extendida.

Pie: Recortarán trozos de lana con la longitud existente en el talón y el extremo del dedo grueso.

Cada estudiante medirá su estatura con las tres medidas y llenará la siguiente tabla.

Estudiante	Codos	Palmas	Pies
1.			
2.			
3.			
4.			

Cada equipo de estudiantes deberá medir los siguientes atributos de los objetos del salón de clases con los distintos trozos de lana y llenar la siguiente tabla.

Objeto del salón	Codos	Palmas	Pies
Largo del salón			
Ancho del salón			
Alto de la puerta			
Ancho de la puerta			
Ancho del TV			

6.11. Anexo K: Fase 3. Explicitación. Medida longitud

SOCIALIZACIÓN DE LA ACTIVIDAD.

Discusión en equipos: Cada equipo discutirá las siguientes preguntas y resumirá por escrito las respuestas.

¿Qué es la longitud?

¿Cómo se mide la longitud?

¿Qué otras partes del cuerpo se pueden medir como longitud? (Mínimo 3)

¿Qué otras partes del salón del clases se pueden medir como longitud? (Mínimo 3)

¿Qué estrategias se pueden utilizar para ordenar los objetos de mayor o menor longitud?

¿Qué estrategias emplearon para realizar las mediciones propuestas?

Discusión plenaria: Se dispone el salón en mesa redonda. Deben aclararse los siguientes acuerdos de participación:

Pedir la palabra levantando la mano.

Escuchar y respetar las intervenciones del otro.

Cada vocero expondrá al resto del grupo las respuestas a las preguntas. El docente debe estar pendiente del empleo del vocabulario e procurar que se dé un refinamiento de los términos empleados.

6.12. Anexo L: Fase 2. Orientación dirigida. Medida de área.

MEDIDAS DE EXTENSIÓN DE SUPERFICIE, ÁREA.

Preguntas orientadoras: ¿Qué partes o características de los cuerpos y los objetos pueden nombrarse como superficies? ¿Cómo puedo ordenar de mayor a menor o viceversa las partes de los cuerpos o los objetos por su extensión de superficie?

Materiales

7 Cuadrados de papel de lado 10 cm.

Triángulos rectángulo de papel de altura 20 cm y base 8 cm.

7 Rectángulos de base 5 cm y altura 21 cm.

7 Trapecios isósceles de base mayor 30 cm, base menor 20 cm y altura 4 cm.

7 hojas cuadriculadas con cuadrados de lado 2cm

14 Pliegos de papel bond.

Marcadores

Momentos

1. Se reúnen en los equipos y se les entrega el material.
2. Cada equipo debe cubrir el cuadrado grande con cada una de las figuras geométricas (triángulo, rectángulo, trapecio). Pueden emplear el recortado de las figuras. Posteriormente deben llenar la siguiente tabla.

Figuras	Área con respecto al cuadrado		
	Mayor	Igual	Menor
Triángulo			
Rectángulo			
Trapecio			

Dialogar y responder:

¿Cómo hicieron para establecer estas relaciones?

¿Cómo afecta la forma de una figura su área?

3. Cada equipo debe ordenar de menor a mayor las figuras triángulo, rectángulo, y trapecio.

Orden de menor a mayor área figuras
1.
2.
3.

Dialogar y responder:

¿Por qué le dieron ese orden?

4. Cada integrante del equipo debe dibujar la silueta de su pie, y recortarla. Posteriormente comparar el área de cada superficie de la plante y ordenar.

Orden de menor a mayor área plantas
1.
2.
3.
4.

Dialogar y responder.

¿Qué estrategia emplearon para dar ese orden?

5. Con los cuadrados de 2 cm, deben recubrir el área contenida por la silueta de las plantas y contar.

Estudiante	Cuadrados contados
1.	
2.	
3.	
4.	

Dialogar y responder

¿Qué dificultades encuentran para realizar esta medición?

6. Luego del ejercicio anterior volver a plantear una tabla de ordenamiento.

Orden de menor a mayor área plantas
1.
2.
3.
4.

Dialogar y responder:

¿Hubo un cambio en el orden luego de realizar la medición? ¿Por qué?

6.13. Anexo M: Fase 3. Explicitación. Medida de área

SOCIALIZACIÓN DE LA ACTIVIDAD

Momentos

1. Discusión en equipos: Cada equipo discutirá las siguientes preguntas y resumirá por escrito las respuestas.

¿Qué es la superficie de un cuerpo u objeto?

¿Qué es el área de una superficie?

¿En qué otras partes del cuerpo se pueden medir el área? (Mínimo 3)

¿En qué otras partes del salón del clases se pueden medir el área? (Mínimo 3)

¿Qué estrategias se pueden utilizar para ordenar los objetos de mayor o menor área?

2. Discusión plenaria: Se dispone el salón en mesa redonda. Deben aclararse los siguientes acuerdos de participación:

Pedir la palabra levantando la mano.

Escuchar y respetar las intervenciones del otro.

Cada vocero expondrá al resto del grupo las respuestas a las preguntas. El docente debe estar pendiente del empleo del vocabulario e procurar que se dé un refinamiento de los términos empleados.

3. Sabías que:

El municipio de El Santuario tiene una extensión de superficie de 75 km², los cuales cerca del 73 km² corresponden al área rural, y el resto al área urbana. Esto hace que nuestro municipio sea considerado la capital agrícola de Antioquia⁷.

⁷ Recuperado de: <http://www.elsantuario-antioquia.gov.co/municipio/nuestro-municipio>

6.14. Anexo N: Fase 4. Orientación libre. Medida de longitud

ORIENTACIÓN LIBRE: MEDIDA DE LONGITUD

Preguntas orientadoras. ¿Cómo puedo estimar las distancias que recorro a diario para llegar al colegio? ¿Cómo puedo estimar distancias largas? ¿Cómo puedo representar los recorridos que hago a diario?

Materiales

Cuaderno de notas. Lápiz. Cartón paja. Tijeras. Pegante. Vinilos. Plastilina

Momentos

1. Se hace la siguiente lectura en voz alta para contextualizar la actividad.

El Santuario Antioquia

Nuestro nombre significa lugar santo, además, así se ha llamado el lugar donde los indígenas se enterraban con sus tesoros, según sus costumbres aborígenes.

La tradición santuariana señala que en el alto de El Santuario existía un lugar donde se dice estar el tesoro que ha dado origen al nombre de nuestro municipio; años más tarde el señor Julián Hoyos, propietario de este lugar encontró en una excavación que él hizo, un sepulcro indígena; en él halló restos humanos y tres voluminosas ollas que se conservan en el museo de la Universidad de Antioquia, junto a joyas de oro de poco valor.

Según los apuntes históricos de D. Lino Acevedo Z. los terrenos que actualmente ocupa el municipio de El Santuario estuvieron ocupados por una tribu indígena de la familia Tahamí, al mando del cacique Mariní quien dominaba la hoya hidrográfica del río Marinilla.

Cuando los españoles llegaron a estos lugares los indígenas residentes allí abandonaron estas tierras y se unieron a los que vivían en El Peñol y Cocorná.

Después de ellos los primeros pobladores de El Santuario pertenecieron a la raza blanca, profesaron la religión católica y se caracterizaron por la estricta organización de sus hogares y el amor a la patria.

Después de esta época, El Santuario se empieza cada vez a poblar más y sigue creciendo el nombre de El Santuario es decir se reafirma, porque los habitantes de Marinilla, los días domingos se venían caminando a este lugar, a escuchar la eucaristía aquí, por este motivo se le preguntaban a las personas que ¿A dónde van?, a lo cual respondían: a El Santuario, y ¿Qué es El Santuario?, el lugar sagrado.⁸

En la actualidad el nombre El Santuario ha recobrado mayor auge. Grupos ambientalistas han considerado nuestro territorio un lugar sagrado debido a su riqueza en flora, fauna y fuentes hídricas. Riqueza que garantiza el acceso al agua potable de gran cantidad de población de la región del Oriente antioqueño y de la seguridad alimentaria del departamento de Antioquia, ya que nuestro municipio es su principal despensa agrícola.

En esta actividad haremos un recorrido por nuestro territorio sagrado...

2. Se reúnen en los equipos y observan la siguiente información.

Realizaremos una caminata desde nuestra institución educativa hasta la “Piedra de la bruja” que se encuentra en la vereda El Churimo. El recorrido se encuentra en el siguiente mapa:



Figura 6 - 2 Mapa Vereda El Carmelo- Vereda El Churimo. Fuente: Google Maps

⁸ Recuperado de: <https://viveysienteelsantuario.blogspot.com/2016/05/prehistoria-de-el-santuario.html> 22/10 de 2018

3. Cada equipo debe elaborar un plan para responder a la siguiente pregunta. ¿Cuánto es la distancia entre el colegio y la piedra de la bruja?

Para elaborar el plan deben tener en cuenta los siguientes aspectos.

a. Establecer 10 puntos clave en el recorrido entre los cuales se tomarán medidas parciales.

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____
7. _____
8. _____
9. _____
10. _____

b. Determinar un instrumento o una forma de medición. Deben responder a las preguntas. ¿Con qué se va a medir? ¿Cómo se va a medir? ¿Cómo cada integrante del equipo va a contribuir a la medida?

c. Elaborar una tabla para el registro de los datos.

d. Diseñar una forma para poner en común sus medidas con la de los otros equipos.

4. Durante el recorrido a parte de tomar las medidas, los estudiantes realizarán el registro fotográfico en donde se evidencien animales, plantas, paisajes, que muestren por qué nuestro territorio es un santuario natural que debemos de cuidar. (Mínimo 5, máximo 10)

Nombre de las fotografías

1. _____
2. _____
3. _____
4. _____
5. _____
6. _____
7. _____
8. _____
9. _____
10. _____

5. Construcción de una maqueta en donde se muestre el recorrido y las distancias encontradas.
6. Exposición en forma de galería de las maquetas realizadas y apreciación de las mismas.

6.15. Anexo O: Fase 4. Orientación libre. Medida de área

ORIENTACIÓN LIBRE: ÁREA

Preguntas orientadoras: ¿Cómo puedo medir superficies de diferentes objetos?

Materiales

Cuaderno. Lápiz. Papel bond. Tijeras

Momentos

1. Se hace la lectura en voz alta de la siguiente lectura.

Historia de la agrimensura⁹

La historia debemos buscarla en los orígenes mismos de la historia de la humanidad: dicen que cuando el hombre apareció en la tierra, hace 4500 millones de años, lo primero que sintió nuestro antecesor bajo sus plantas, fue el suelo que lo sustentaba es decir que siempre existió una estrecha vinculación del hombre con la tierra.

Podemos decir que la agrimensura surgió desde el mismo momento que el hombre dejó sus hábitos nómadas y se asentó en el territorio: cuando el hombre comienza a vivir en sociedad y se asienta en lugares fijos, donde desarrolla sus vivencias, surge imperiosamente la necesidad de establecer los espacios que cada grupo ocuparía y la tarea de delimitación de los mismos, ya que una comunidad formada por cientos de familias no podía explotar la tierra en sus conjuntos, así surge la subdivisión de la tierra tomada en propiedad; aun el primitivismo de sus culturas, da origen a la profesión que hoy se denomina Agrimensura.

Como vemos muchas circunstancias en la vida humana, aún en la edad primitiva, condujeron a numerosos descubrimientos geométricos: la noción de distancia fue, sin duda alguna, uno de los primeros conceptos geométricos descubiertos; la estimación del tiempo necesario para hacer un viaje condujo, originalmente, a observar que la recta constituye la trayectoria más corta de un punto a otro; incluso, por intuición, la mayoría de los animales se da cuenta de esto. La necesidad de limitar terrenos llevaron al hombre a la noción de figuras geométricas simples, tales como: rectángulos, cuadrados, triángulos. Otros conceptos geométricos elementales, como las nociones de vertical, de rectas paralelas, de rectas perpendiculares, pueden haber sido sugeridos por la construcción de paredes y viviendas primitivas. De esta manera se fue creando, inconscientemente, una geometría utilizada en un principio por el hombre para solucionar problemas geométricos concretos, que bien pudieron presentarse de manera aislada, sin conexión aparente entre unos y otros y, claro, también la pudo utilizar en la fabricación de objetos ornamentales y artísticos.

⁹ Recuperado de: <https://www.coursehero.com/file/28988266/tarea-1-topodocx/>

2. Cada equipo debe elaborar un plan para responder a las siguientes preguntas

¿Cuánto mide el área de la cancha de microfútbol?

¿Cuánto mide el área delimitada por la silueta de uno de los estudiantes del equipo?

¿Cuánto mide el área de la superficie de un balón de microfútbol?

Para elaborar el plan deben tener en cuenta los siguientes aspectos.

a. Establecer una forma de medición.

b. Fijar una unidad de medida de área.

c. Elaborar una tabla para el registro de los datos.

d. Diseñar una forma para poner en común sus medidas con la de los otros equipos.

3. Exposición por parte del vocero de los resultados y estrategias empleadas.

7. Bibliografía

Barragán, D. (2016). Cartografía social pedagógica: Entre teoría y metodología. *Revista Colombiana de Educación*, 70(1), 247-285.

Cisneros, J. (2014). La objetivación del número racional a partir de procesos de medición (Maestría). Universidad de Antioquia. Medellín.

Rosa, C. (1996). Análisis del concepto de área de superficies planas. Estudio de su comprensión por los estudiantes desde primaria a la universidad (Doctorado). Universidad de Valencia. Valencia.

Deulofeu, J & Figueiras, L. (2002). Las medidas a través de la historia. *Matemàtiques I. Curs*. Universidad Autónoma de Barcelona. Barcelona.

Freire, P. (c2010). *Cartas a quien pretende enseñar*. (3 ed.). Buenos Aires: Siglo XXI.

García, L & Osorio, A. (2008). Modelos mentales sobre el concepto de medida. *Revista Latinoamericana de estudios educativos*, 4(2), 135-150.

Godino, J, Batanero, C & Roa, R. (2002). *Medida de magnitudes y su didáctica para maestros*. (Proyecto EDUMAT maestros ed.). España: Universidad de Granada.

Gómez, E. (2016). Desarrollo del pensamiento métrico en la educación básica secundaria (Maestría). Universidad Pedagógica Nacional. Bogotá.

Gutiérrez, J & Vanegas, M. (2005). Desarrollo del pensamiento métrico en la educación básica secundaria (Maestría). Universidad de Antioquia. Medellín.

Kula, W. (1980). *Las medidas y los hombres*. Madrid: Siglo XXI.

Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos curriculares de matemáticas*. Bogotá: Cooperativa editorial del magisterio.

Ministerio de educación nacional. (2006). *Estándares básicos de competencias en matemáticas*. Bogotá.

Ministerio de educación nacional. (2006). Estándares básicos de competencias en ciencias. Bogotá.

Ministerio de educación nacional. (2014). Derechos básicos de aprendizaje. Bogotá.

Restrepo, B (2006). La investigación acción educativa y pedagógica, escenario basado en la capacitación de docentes. En: Formación de docentes en investigación educativa (pp 5-23). Alcaldía de Medellín.

Restrepo, U. (2014). Una aproximación a la comprensión del teorema de Pitágoras a través de la comparación del área de figuras planas en el contexto de van Hiele (maestría). Universidad de Antioquia. Medellín.

Rúa, J, Bernaza, G & Bedoya, J. (2017). El trabajo colaborativo y la solución de problemas de tipo matemático: una vía para la formación ciudadana. *Pedagogía Universitaria*, 22(2), 94-106.

Salazar, L. (2011). Fases de aprendizaje en el contexto de van Hiele para el concepto de Continuidad Local (maestría). Universidad de Antioquia. Medellín.

Villalonga, P & González, S. (2001). Propuesta para favorecer la comunicación en una facultad de ciencias. *Revista números: Revista de didáctica de las matemáticas*, 48(Diciembre), 25-35.

Vasco, C. (2006). Geometría Activa y geometría de las transformaciones. En: *Didáctica de las matemáticas. Artículos selectos*. (pp. 97-108). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.

Vasco, C. (2006). Sistemas geométricos. En: *Didáctica de las matemáticas. Artículos selectos*. (pp. 27-96). Bogotá: Universidad Pedagógica Nacional.