

XIV SEMINARIO NACIONAL DE HIDRAULICA E HIDROLOGIA

ANÁLISIS EXPLORATORIO PARA LA DETECCIÓN DE CAMBIOS Y TENDENCIAS EN SERIES HIDROLOGICAS

Ricardo A. Smith y Claudia Campuzano
Posgrado en Aprovechamiento de los Recursos Hidráulicos
Facultad de Minas, Universidad nacional de Colombia, Medellín
cpcampuz@andromeda.unalmed.edu.co

RESUMEN

Los análisis de homogeneidad de series hidrológicas son un aspecto fundamental en los análisis hidrológicos y deben realizarse previamente a cualquier otro análisis, con el objetivo de determinar la calidad de la información hidrológica que se está utilizando. Los análisis hidrológicos serán tan buenos como la información hidrológica que se use. Pocos son los análisis que se hacen a este respecto en Colombia y en muchos casos se basan solo en la curva de doble masa. Existen en hidrología una gran cantidad de herramientas gráficas y estadísticas que pueden usarse para soportar este tipo de análisis. La parte gráfica de estos análisis se ha denominado como análisis exploratorio e intenta que el analista tenga una clara comprensión del comportamiento de la serie antes de cualquier otro análisis. Se presenta en este trabajo una discusión de lo que sería un análisis exploratorio de una serie hidrológica, con una breve descripción de las gráficas propuestas. Igualmente se presenta un caso de aplicación (entre los muchos que se tienen pero que problemas de espacio no se pueden presentar), seguido de algunas conclusiones y recomendaciones.

ABSTRACT

Homogeneity analysis is a fundamental aspect of hydrologic time series that should be performed before any other analysis. The main objective is to determine the quality of hydrologic information. Hydrologic analyses are as good as the used information. Few homogeneity analyses are done in Colombia and most of them are based only on the double mass curve. Several methodologies and procedures are available in hydrology for homogeneity analysis. The graph part of homogeneity analysis is called exploratory analysis and it tries to show the time series general behavior. In this work exploratory analysis is presented with a brief description of all proposed graphs. Also an application case is presented followed by some conclusions and recommendations.

1. INTRODUCCIÓN

El análisis y modelado de datos comúnmente encontrados en recursos hidráulicos e ingeniería ambiental a menudo asume que los datos dados son estacionarios en la media y en la covarianza. Sin embargo, si hay cambios o tendencias en los datos, la suposición de estacionariedad no es válida. En estos casos, el cambio o la tendencia en los datos necesita ser identificada, modelada, estimada y, en algunos casos, removida de la serie original para análisis posteriores.

Estos cambios o tendencias pueden ser el resultado de factores naturales o de intervenciones por parte de humanos. Por ejemplo, eventos naturales tales como incendios forestales, explosiones volcánicas, o deslizamientos pueden inducir cambios y tendencias en series hidrológicas, mientras que los cambios realizados por el hombre ocurren debido a cambios culturales y en el uso de la tierra tales como talas forestales o, en general, destrucción o alteración de la cobertura vegetal, pastoreo de ganado, alteración del suelo (erosión y compactación), modificación de prácticas agrícolas, construcción de caminos, y minería de la superficie, entre otros.

En ocasiones no hay evidencia de cambios o tendencias en el uso de la tierra, pero la serie relacionada muestra que un cambio o tendencia ha ocurrido. En este caso, se está interesado en comprobar estadísticamente si la serie dada tiene un cambio o una tendencia significativa. Es de común aceptación la consideración de dos tipos de análisis secuenciales para detectar cambios y tendencias en una serie hidrológica (McLeod y otros, 1983). El primer análisis, llamado "análisis exploratorio", tiene como objetivo descubrir propiedades importantes de los datos usando análisis gráfico y análisis estadístico básico. El segundo análisis, llamado "análisis confirmatorio", tiene como objetivo confirmar estadísticamente la presencia o ausencia de ciertas propiedades en los datos. En este artículo haremos referencia al análisis exploratorio de los datos.

El análisis exploratorio debe siempre ser usado antes de cualquiera análisis confirmatorio. Una gráfica de los datos puede indicar lo que se espera de las hipótesis en las pruebas estadísticas. Si una gráfica de la serie muestra claramente que hay un cambio en el nivel medio en cierto tiempo o hay una tendencia en la media o que las medias varían en el espacio, se esperaría que la prueba de hipótesis de cambio o tendencia en la serie hidrológica acepte la hipótesis nula de cambio o tendencia. De otra manera, si la gráfica no muestra un cambio o tendencia, la prueba resultante debe reflejar esta situación.

El análisis exploratorio le permite al analista adquirir un conocimiento pleno sobre el comportamiento de la serie hidrológica por medio de un análisis gráfico bastante completo soportando en una gran variedad de gráficos. Varios son los gráficos propuestos para el análisis exploratorio y en ocasiones todos ellos son consistentes en la identificación de cambios y/o tendencias. Sin embargo, existen ocasiones en que algunos de estos gráficos identifican de una manera más clara la presencia de cambios o tendencias en las series, y debido a esta situación es recomendable el uso de todos los gráficos propuestos en el análisis exploratorio de series hidrológicas.

2. ANÁLISIS EXPLORATORIO

Generalmente, el primer paso en cualquiera análisis de datos para detectar cambios y tendencias es graficar los datos en la forma de una serie del tiempo. Las gráficas de series de tiempo de los datos observados muestra su variabilidad temporal y usualmente provee una información rápida y valiosa para investigar la existencia de un cambio o una tendencia en la serie del tiempo. También las gráficas de datos espaciales (es decir, datos medidos o estimados en diferentes puntos en el espacio) puede proveer información valiosa sobre la variabilidad de los datos y cambios o tendencias en el espacio. Además de las gráficas de series de tiempo o las gráficas de datos espaciales, existen otras gráficas que se han sugerido en la literatura para el análisis gráfico de datos empíricos (Tukey, 1977; McLeod y otros, 1983; Hirsch, 1992). Específicamente, las gráficas propuestas para detección de cambios y tendencias son:

- ◆ Gráficas de Serie de Tiempo
- ◆ Gráficas de Masa Simple
- ◆ Gráficas de Doble Masa
- ◆ Gráficas de Masa Residual
- ◆ Diagramas de Puntos
- ◆ Histograma
- ◆ Gráfica de Tallo y Hoja
- ◆ Gráficas Box
- ◆ Gráficas S-S
- ◆ Gráficas Q-Q
- ◆ Gráficas Suavizadas

A continuación se explican estas gráficas, como se pueden construir, su significado, y de que forma indican la presencia de cambios o tendencias en las series hidrológicas. Para la descripción que se presenta se asume que X_t ; $t = 1, 2, \dots, N$ representa la serie de observaciones de la serie hidrológica que se esta analizando, en donde N es el número de observaciones.

2.1 Gráfica de Series de Tiempo

Una gráfica de la serie de tiempo es simplemente una gráfica de los valores de la serie contra el tiempo. Es una gráfica de X_t contra el tiempo t , para $t = 1, 2, \dots, N$. Generalmente, las gráficas de serie de tiempo pueden mostrar rápidamente ciertas características tales como periodicidades, estructura de dependencia, grado de variabilidad y aleatoriedad en adición a cambios y tendencias.

2.2 Gráfica de Masa Simple

Las gráficas de Masa Simple son gráficas de la serie acumulada de la variable original contra el tiempo. Para construir esta gráfica primero se define la serie acumulada S_t como:

$$S_t = \sum_{i=1}^t X_i \quad t = 1, 2, \dots, N$$

La gráfica de Masa Simple es una gráfica de S_t contra el tiempo t , $t=1, 2, \dots, N$. Una serie sin un cambio en la media tendrá una gráfica de Masa Simple similar a una línea recta, mientras que una serie con un cambio en la media causará un cambio en la

pendiente de la línea recta. Además, una serie con una tendencia tendrá una gráfica de Masa Simple no lineal o curvilínea.

2.3 Gráfica de Doble Masa

Las gráficas de Doble Masa han sido ampliamente utilizadas en hidrología como una herramienta para detectar si una serie dada es consistente al compararla con otra serie que se conoce no tiene ningún problema de homogeneidad. Si se tiene una serie estacionaria libre de cambios o tendencias, entonces se puede usar la gráfica de Doble Masa para probar si la otra serie tiene un cambio. Una gráfica de Doble Masa es una gráfica de las sumas parciales de la serie a ser analizada contra las sumas parciales de la serie que se sabe que no tiene problemas. En este caso se asume que Y_t , $t = 1, 2, \dots, N$ representa la serie hidrológica libre de problemas de homogeneidad. Se definen entonces las siguientes series:

$$R_t = \sum_{i=1}^t Y_i \quad t = 1, 2, \dots, N$$

$$S_t = \sum_{i=1}^t X_i \quad t = 1, 2, \dots, N$$

La gráfica de Doble Masa es una gráfica de S_t contra R_t , para $t = 1, 2, \dots, N$.

Si ninguna de las series tiene cambios en la media, la gráfica de Doble Masa es una línea recta. Un cambio en la media en una de las series causa un cambio en la pendiente. Una tendencia en la media en una de la serie causa un decaimiento monótono (o levantamiento) en la pendiente. Como un caso especial, si ninguna serie tiene un cambio pero una de las series tiene un outlier (punto anormal extremo), entonces la pendiente de la gráfica de Doble Masa antes del outlier es la misma pendiente después del outlier, pero hay un salto entre las pendientes debido al outlier.

2.4 Gráfica de Masa Residual

Las gráficas de Masa Residual son gráficas de las desviaciones acumuladas de las series promedias contra el tiempo. Para construir esta gráfica primero se calcula la media de la serie X_t como:

$$\bar{\mu}_x = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N X_t$$

y la serie de desviaciones acumuladas se define como:

$$D_t = \sum_{i=1}^t (X_i - \bar{\mu}_x) \quad t = 1, 2, \dots, N$$

La gráfica de Masa Residual es una gráfica de D_t contra el tiempo t , $t=1, 2, \dots, N$.

Una pendiente positiva (en esta gráfica) indicará que los valores están por encima de la media y una pendiente negativa que los valores están por debajo de la media. La serie sin un cambio tendrá valores residuales variando alrededor del eje horizontal. En cambio, una serie con un cambio o una tendencia en la media mostrará una pendiente positiva o negativa (dependiendo si es un cambio descendente o ascendente) siguiendo una pendiente negativa o positiva.

2.5 Diagrama de Puntos

Los Diagramas de Puntos son gráficas de los valores de los datos a lo largo de una línea horizontal o eje. El eje horizontal representa los valores que puede tomar la serie hidrológica, y en él se dibujan los diferentes valores de los datos ya no asociados a ningún eje de tiempo. Una serie con un cambio en la media mostrará en este diagrama dos concentraciones o grupos de datos a lo largo del eje horizontal. La serie con una tendencia en la media no mostrará ninguna concentración. En cambio, una serie sin cambios o tendencias en la media mostrará puntos concentrados alrededor del valor medio

2.6 Histograma

Los Histogramas son gráficas donde los datos disponibles se agrupan de acuerdo a su magnitud. Para dibujar un Histograma primero hay que definir los intervalos de clase. En este caso el rango total de ocurrencias (la diferencia entre los valores máximo y mínimo) se divide en varios intervalos. Se recomienda que el número de intervalos a ser utilizado sea tal que hayan por lo menos 5 observaciones en cada grupo. Una aproximación útil es hacer el número de intervalos n_g igual al entero más cercano al valor $n_g = 1 + 3.3 \log_{10}(N)$ (Kottegoda y Rosso, 1997) en donde N representa el número total de observaciones. Con el número de intervalos definido, los intervalos de clase pueden determinarse usando el rango total de ocurrencias y n_g . Normalmente el ancho de los intervalos de clase es igual para todos.

El número de ocurrencias en cada intervalo de clase puede definirse y se denomina frecuencia absoluta. Cuando las frecuencias absolutas se dividen por el número total de observaciones ellas son llamadas frecuencias relativas. El gráfico de los intervalos de clase sobre el eje horizontal contra las frecuencias absolutas o relativas en el eje vertical es llamado el Histograma. Usualmente éstas gráficas se dibujan como rectángulos en la dirección del eje vertical donde cada rectángulo representa la frecuencia de las observaciones en cada intervalo de clase. La gráfica que junta los puntos medios de las cimas de los rectángulos del histograma extendiendo el diagrama con intervalos de clase a ambos extremos, se denomina polígono de frecuencias relativas.

Cuando una serie o un grupo de datos tiene un cambio en la media el Histograma o el polígono de frecuencias mostrará dos picos. Una serie con tendencias en la media mostrará varios picos o un Histograma casi horizontal. En cambio, una serie sin cambios o tendencias usualmente mostrará un solo pico con una forma relativamente simétrica

2.7 Diagrama de Tallo y Hojas

Las gráficas de Tallos y Hojas dan la misma información que los Histogramas. No se acostumbra usarlos en el caso de muestras pequeñas. Las gráficas de Tallos y Hojas se parecen al Histograma, pero en este caso el eje horizontal representa frecuencias y el eje vertical los grupos de datos. La diferencia de estas dos gráficas es que en la gráfica de Tallos y Hojas los datos se agrupan de tal manera que se la magnitud de todos los valores se muestra en la gráfica. En este caso todos los anchos de los grupos son iguales y se escogen valores convenientes tales como 0.5, 1, 2, 5, 10 o otros valores múltiplos de 10. Los límites del grupo son verticalmente mostrados en orden creciente de magnitud con una línea vertical a su derecha. Los valores de los límites del grupo y la línea vertical representan el Tallo. Los dígitos arrastrados a la derecha de la línea vertical representan

los datos en el grupo en orden creciente de magnitud cuando se leen junto con el Tallo. Por ejemplo, un valor de Tallo de 11 y un valor arrastrado a la derecha de 45 representa un valor de $11.45 \text{ m}^3/\text{s}$ en el grupo de datos. Ese valor arrastrado en cada grupo es entonces tenido en cuenta y representa la frecuencia. Una información adicional incluida en la gráfica de Tallo y Hojas es la frecuencia acumulada comenzando en ambos extremos y terminando en la Hoja que contiene la media donde la frecuencia es indicada entre paréntesis.

La serie con un cambio en la media mostrará una gráfica de Tallo y Hoja con dos picos en el lado de la Hoja de la gráfica. Una serie con una tendencia en la media no mostrará picos dominantes o una gráfica vertical llana en la parte de la Hoja alrededor del Tallo que contiene la media. En cambio series sin cambios o tendencias en la media usualmente mostrarán un solo pico en el lado de la Hoja de la gráfica.

2.8 Gráfica de Cuantiles

La gráfica de cuantiles es una forma de visualizar gráficamente estadísticos básicos anuales y estacionales. La gráfica de cuantiles usada aquí muestra los estadísticos siguientes: el máximo, el percentil de 75%, el percentil de 50% (el del medio), la media, el percentil del 25% y el mínimo. Para propósitos de detección de cambios o tendencias, la gráfica de cuantiles de la primera porción de la serie de tiempo (es decir, antes del punto de cambio sospechoso) y la gráfica de cuantiles de la segunda porción de la misma serie de tiempo (es decir, después del punto de cambio sospechoso) pueden ser determinadas y comparadas. También para detección de cambios espaciales en la media y en la varianza la gráfica de cuantiles puede ser usada para comparar los estadísticos de un grupo de series localizadas en una región dada. Diferencias en las características estadísticas como la media y la mediana podrían indicar un cambio en la media de la serie. Diferencias en el rango del percentil (tamaño de la caja) y en el rango máximo a mínimo podrían indicar un cambio en la varianza. Si existe una diferencia significativa entre la gráfica de cuantiles de la primera porción de la serie de tiempo y la segunda porción de la serie, entonces el tiempo donde esas dos subseries fueron separadas indica el tiempo en que el punto de cambio ocurrió.

2.9 Gráfica S-S

La gráfica S-S es simplemente una gráfica de la serie a ser analizada contra otra serie. Es un gráfica de serie contra serie (S-S). Si las dos series tienen el mismo número de observaciones y si cada valor de una serie corresponde a un valor específico de la otra serie, se dice que son series apareadas. Las gráficas S-S son para series apareadas. Si ambas series tienen la misma media, la gráfica S-S parecerá una gráfica de datos dispersos alrededor de una línea de 45° . Si una serie tiene consistentemente valores más altos que la otra serie, los puntos de la gráfica S-S se concentrarán en la parte superior (o en la inferior) de la gráfica. La gráfica S-S indicará entonces si una serie tiene valores promedios más altos o más bajos que otra serie. Cuando la gráfica S-S se hace usando una sola serie dividida en dos, antes de y después del punto sospechoso de cambio, podría indicar si hay un cambio en la media de la serie.

2.10 Gráfica Q-Q

La gráfica Q-Q (Helsel e Hirsch, 1992, p. 43) es una gráfica de los cuantiles de una serie contra los cuantiles de otra serie. La gráfica Q-Q es esencialmente la gráfica de los datos

ordenados de la primera serie contra los datos ordenados de la segunda serie. En otras palabras, la gráfica Q-Q es una gráfica S-S usando los datos ordenados. La gráfica Q-Q requiere que las dos series a ser comparadas sean del mismo tamaño. La interpretación de la gráfica Q-Q es similar a la de la gráfica S-S. Si ambas series tienen las mismas medias, la gráfica Q-Q tendrá puntos alrededor de la línea de 45°. Si una de las series tiene consistentemente valores más altos o más bajos que la otra serie, se concentrarán los puntos en la parte superior (o más baja) de la gráfica.

2.11 Gráficas Suavizadas

A veces, la serie de observaciones muestra tan alta variabilidad que cualquier cambio o tendencia presente en la serie no puede ser fácilmente identificado. Sin embargo, aplicando algunos procedimientos suavizadores a la serie de observaciones original para posteriormente dibujarla, en ocasiones ayuda en la detección de posibles cambios o tendencias en la serie. Una operación común de suavización es cuando una serie anual se calcula a partir de una serie diaria o mensual. Diferentes procedimientos de suavización se han propuesto en la literatura (Tukey, 1977).

3. CASO DE APLICACION

Los gráficos anteriores se desarrollaron para varias series hidrológicas que se sospechaban tenían cambios o tendencias en la media y/o la varianza. A manera de ejemplo se presentan los gráficos obtenidos para los caudales medios anuales del río Calima, los cuales se sospechan tienen una tendencia decreciente en la media. Las figuras 1 a la 10 muestran los gráficos obtenidos para esta serie que representan el análisis exploratorio discutido anteriormente.

La gráfica de Serie de Tiempo muestra una tendencia decreciente, característica que se refleja en la gráfica de Masa Simple, ya que esta no es una línea recta y la pendiente de la gráfica decrece con el tiempo. La gráfica de Doble Masa fue hecha usando el caudal anual del Río Grande el cual se conoce por representar una serie de caudales homogénea (sin cambios o tendencias). La gráfica de Doble Masa no es una línea recta, y tampoco presenta un quiebre o cambio en la pendiente (como sería en el caso de que la serie tuviera un cambio en la media). Sin embargo, la gráfica sí muestra una pendiente que disminuye con el tiempo indicando que los caudales medios anuales del río Calima tienen una tendencia decreciente. La gráfica de Masa Residual muestra tres partes distintas, primero un rápido incremento indicando que en la primera parte los caudales están generalmente por encima del valor medio de la serie, una segunda parte en la cual la gráfica de Masa Residual fluctúa alrededor de un valor constante, y una tercera parte con valores decreciendo rápidamente indicando que en esta parte los caudales están generalmente por debajo de la media. La forma de esta gráfica es típica de series con una tendencia

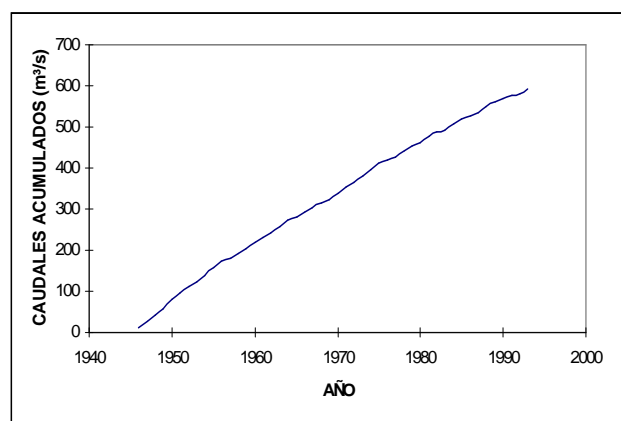
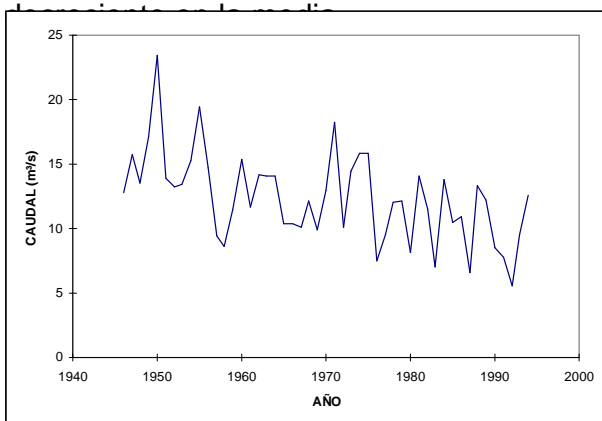


Figura 1. Serie de Caudales Medios Anuales Río Calima

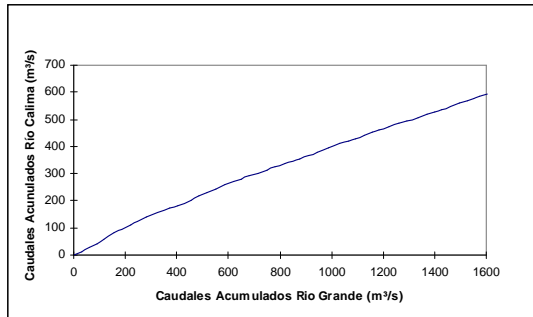


Figura 2. Gráfico de Masa Simple Río Calima

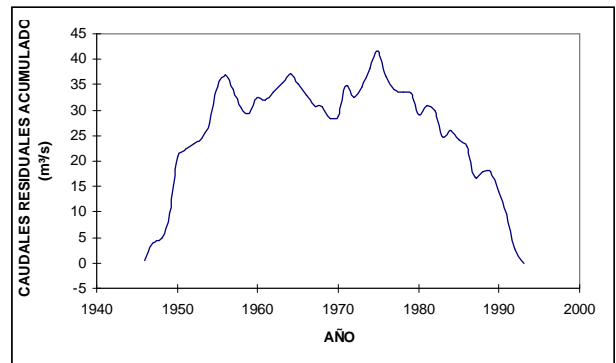


Figura 3. Gráfico de Doble Masa Río Calima

Figura 4. Gráfico de Masa Residual Río Calima

El diagrama de puntos no muestra una clara concentración alrededor de un punto o de varios puntos lo cual representa un comportamiento típico de series con tendencia. El histograma no presenta un comportamiento simétrico alrededor de un pico mostrando más bien varias zonas planas o de no concentración típicas de una serie con tendencia. Similar comportamiento presenta el gráfico de tallos y hojas pero en el sentido horizontal, lo cual es nuevamente típico de una serie con tendencia. Las gráficas de Cuantiles, S-S y Q-Q fueron construidas separando la serie original en dos partes, 1946-1966 y 1967-1994. La gráfica de Cuantiles indica claramente que las dos subseries tienen diferentes medias y diferentes medianas lo cual se espera en series con cambios o tendencias en la media. Debido a que la “caja” en la segunda parte es menor que la de la primera parte, indica un cambio negativo o tendencia decreciente. La gráfica S-S muestra que más puntos están por encima de la línea de 45° que por debajo, sugiriendo un posible cambio descendente o una tendencia decreciente. La gráfica Q-Q muestra claramente que los puntos se apartan de la línea de 45° sugiriendo un cambio negativo o una tendencia decreciente. En resumen, uno puede concluir del análisis gráfico que la serie de caudales anuales del río Calima tiene una tendencia decreciente.

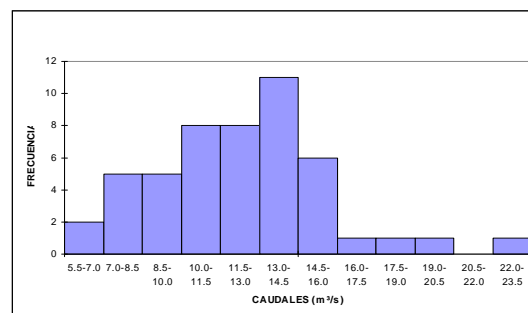
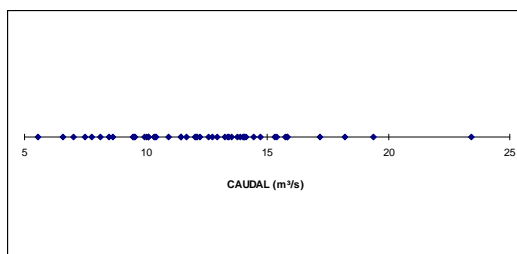


Figura 5. Diagrama de Puntos Río Calima

Figura 6. Histograma, Río Calima

1	5	55						
2	6	57						
5	7	0	50	77				
8	8	13	48	65				
12	9	48	50	54	95			
18	10	8	11	33	37	43	93	
21	11	44	45	68				
7	12	3	9	13	23	60	75	96
21	13	26	37	41	53	79	90	
15	14	3	5	6	15	45	74	
9	15	31	41	74	82	84		
4	16							
4	17	16						
3	18	20						
2	19	40						
1	20							
1	21							
1	22							
1	23	43						

Figura 7. Gráfico de Tallas y Hojas, Río Calima

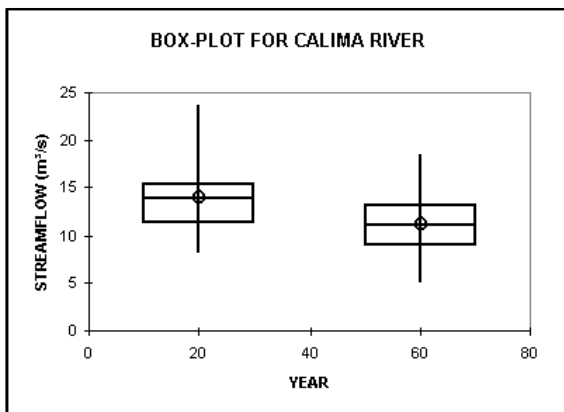


Figura 8. Gráfico de Cuantiles, Río Calima

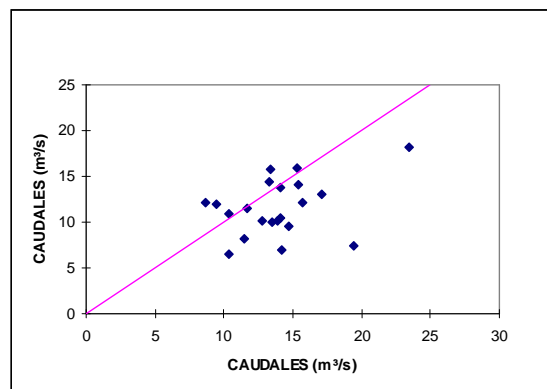


Figura 9. Gráfico S-S, Río Calima

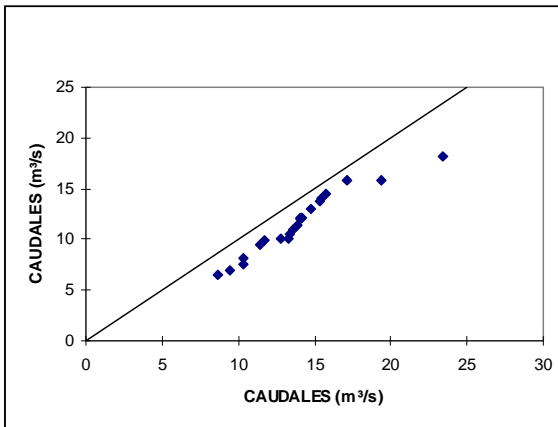


Figura 10. Gráfico Q-Q, Río Calima

4. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

A partir de la presentación realizada del análisis exploratorio y de los resultados presentados en este trabajo, y en muchos otros casos, se pueden hacer las siguientes conclusiones y recomendaciones:

- Los análisis exploratorios dan una buena información gráfica sobre el comportamiento general de la serie hidrológica que se está analizando. Los diferentes gráficos resaltan diferentes propiedades de la serie y se pueden considerar como complementarios.
- En el análisis exploratorio se deben usar tantos gráficos como sean posibles ya que en un caso particular algunos de ellos pueden fallar en detectar problemas y otros pueden resaltar esos problemas. Es importante que el analista tenga una clara comprensión sobre cual serie el comportamiento esperado de la serie hidrológica en cada uno de los gráficos utilizados, de tal manera que pueda conocer en que circunstancia el gráfico está reportando problemas.
- El análisis exploratorio es un complemento al análisis confirmatorio en donde se usan diferentes pruebas estadísticas para hacer análisis de homogeneidad. Como su nombre lo dice el análisis confirmatorio va a tratar de confirmar estadísticamente lo que indica el análisis exploratorio.
- El analista debe tener una comprensión sobre lo que esperaría físicamente del comportamiento de la serie hidrológica. Es posible que los análisis estén indicando inconsistencias, las cuales pueden justificarse físicamente y por lo tanto la serie es adecuada. Las herramientas de análisis presentadas acá y otras son herramientas de apoyo al analista quien tendrá que decidir con toda la información suministrada lo que se debe hacer.
- Es un tratamiento común en hidrología que una vez que se identifique una inconsistencia (un cambio o una tendencia) en la serie hidrológica, esta debe ser removida de la serie y el análisis se hace con la información resultante. Esto debe

discutirse con sumo cuidado ya que la serie resultante será totalmente artificial y no es claro si esto es lo más apropiado. Cada serie es un caso distinto que debe analizarse y tomar decisiones con cuidado.

5. BIBLIOGRAFIA

Chang, M. y Lee, R., 1974. Objective double-mass analysis, *Water Resour. Res.*, 10: 1123-1126.

Conover, W.J., 1999. *Practical Nonparametric Statistics*. John Wiley and Sons, New York.

Helsel, D.R. y Hirsch, R.M., 1992. *Statistical Methods in Water Resources*. Elsevier, Amsterdam, p. 522.

Hirsch, R.M., Slack, J.R. y Smith, R.A., 1982. Techniques of trend analysis for monthly water quality data. *Water Resources Research*, 18(1): 107-121.

Hollander, M. y Wolfe, D.A., 1999. *Nonparametric Statistical Methods*. John Wiley and Sons, New York.

Kottegoda, N.T. y Rosso, R., 1997. *Probability, Statistics and Reliability for Civil and Environmental Engineers*. McGraw Hill Book Co., New York.

McLeod, A.I., Hipel, K.W. y Camacho, F., 1983. Trend assessment of water quality time series, *Water Resour. Bulletin*; 19(4): 537-547.

Tukey, J. W., 1977. *Exploratory Data Analysis*. Addison-Wesley, Reading, Mass.