UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

Aprendizaje del álgebra a partir de la aplicación de herramientas lúdico–pedagógicas que permitan la apropiación de lenguaje técnico matemático en los estudiantes de grado octavo de la I.E San Miguel de la ciudad de Manizales.

LUISA FERNANDA SALAZAR ARANGO

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias Exactas y

Naturales Manizales, Colombia

2017

Aprendizaje del álgebra a partir de la aplicación de herramientas lúdico–pedagógicas que permitan la apropiación de lenguaje técnico matemático en los estudiantes de grado octavo de la I.E San Miguel de la ciudad de Manizales.

Luisa Fernanda Salazar Arango

Tesis o trabajo de investigación presentada(o) como requisito parcial para optar al título de:

Magister en enseñanza de las ciencias exactas y naturales

Director (a):

Doctora Lucero Álvarez Miño

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias Exactas y Naturales Manizales, Colombia

2017

(Dedicatoria o lema)

Dedico este trabajo principalmente a Dios por haberme dado vida y permitirme haber llegado hasta este momento tan importante en mi formación profesional.

A mis padres por ser el pilar más importante y darme su apoyo incondicional durante el transcurso de esta maravillosa etapa académica.

A mi hermana, que siempre ha estado colaborándome y apoyándome en cada una de las etapas vividas en mi vida profesional.

A la Doctora Lucero Álvarez Miño por su colaboración y orientación durante el desarrollo de esta tesis, por sus buenos consejos y recomendaciones. A mis amigos y compañeros de trabajo, mil gracias por su apoyo.

Resumen

Este trabajo se realizó utilizando metodología cualitativa, surge con el fin de que el estudiante mejore en los aspectos de tipo conceptual y procedimental, especialmente en lo relacionado con el álgebra, para esto se realizó el diseño y aplicación de herramientas lúdico-pedagógicas, que permitió a los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa San Miguel, ubicada en la ciudad de Manizales, adquirir mayor habilidad para dar solución a los ejercicios planteados que tengan relación con el álgebra (productos notables, factorización, fracciones algebraica).

Inicialmente se planteó el desarrollo de guías, en las cuales se procuró utilizar un lenguaje cotidiano; con estas se logró despertar un mayor interés en temas relacionados con el álgebra como productos notables, factorización y fracciones algebraicas. En segundo lugar, se realizó la construcción de un diccionario que permitió al alumno ir teniendo claridad sobre los conceptos matemáticos que se iban tratando durante el desarrollo de las actividades en clase; y por último, se realizó el juego de mesa “domino de productos notables”, el cual generó que el alumno adquiriera un mejor acercamiento del tema y lograra obtener mayor habilidad para resolver los ejercicios propuestos, mejorando a través de la lúdica, el juego y la estimulación sus competencias matemáticas.

Palabras clave: lúdica, conceptos matemáticos, álgebra, juego

Learning algebra from the application of ludic-pedagogical tools that allow the appropriation of mathematical technical language in eighth grade students of the I.E San Miguel in the city of Manizales.

Abstract

This work was carried out using qualitative methodology, this work arises in order that the student improves in the aspects of conceptual and procedural type, especially in relation to algebra, for this the design and application of ludic-pedagogical tools was made, which allowed The eighth grade students of the San Miguel Educational Institution, located in the city of Manizales, acquire greater ability to solve the exercises that are related to algebra (notable products, factorization, algebraic fractions).

Initially the development of guides was proposed, in which an everyday language was tried; with these it was possible to arouse a greater interest in subjects related to algebra as notable products, factorization and algebraic fractions. Secondly, the construction of a dictionary was made that allowed the student to be clear about the mathematical concepts that were being treated during the development of the activities in class; And finally, the table game "domino of notable products" was realized, which generated that the student acquired a better approach of the subject and obtained to obtain greater ability to solve the proposed exercises, improving through the ludic, the game and Stimulating their mathematical skills.

Keywords: playful, mathematical concepts, algebra, game.

Tabla de contenido

Resumen ... 4
Abstract ... 5
Lista de figuras ... 7
Lista de tablas ... 8
Introducción ... 9
Justificación ... 10
1. Planteamiento del problema ... 11
1.1 Descripción del problema ... 11
2. Objetivos ... 12
2.1 Objetivo General ... 12
2.2 Objetivos Específicos ... 12
3. Marco Referencial ... 13
4. Metodología del proyecto ... 19
4.1 Tipo de Investigación ... 19
4.2 Diseño de la investigación ... 19
4.3 Población y muestra ... 21
5. Análisis de Resultados ... 21
6. Conclusiones y recomendaciones ... 25
6.1 Conclusiones ... 25
6.2 Recomendaciones ... 26
Anexos ... 27
Bibliografía ... 126

Pág.

Lista de figuras

Ilustración 1: Desempeño de los estudiantes del grado octavo en la asignatura de álgebra 24

Lista de tablas

Pág.

Tabla 1: Concentrador de notas definitivas por periodo 23

Introducción

El presente trabajo de grado se llevó a cabo con estudiantes del grado octavo de la institución educativa San Miguel de la ciudad de Manizales, y con el cual se buscó que el estudiante tuviera claros los conceptos algebraicos, con el fin de que el proceso de enseñanza y aprendizaje fuera acorde haciendo que los estudiantes prestaran más atención y tuvieran un mayor interés en el aprendizaje del álgebra.

Una de las principales dificultades que se presenta en el estudio del álgebra, es que los estudiantes deben entrar a explorar términos desconocidos, valores y variables abstractas que hacen que el estudiante se predisponga durante el proceso de aprendizaje.

Por tanto, se busca fortalecer desde la resolución de problemas y la construcción de un diccionario de términos algebraicos como estrategia lúdica y metodológica, el proceso de enseñanza y aprendizaje del álgebra, permitiendo al estudiante mayor acercamiento a los temas y obteniendo mejoras en los resultados aplicando diferentes actividades que faciliten la comprensión de los conceptos.

Así, aparte del diccionario de términos se trabaja con guías y talleres que permiten aplicar los conceptos en la resolución de problemas, y hacer que el estudiante vaya preparándose para enfrentar situaciones del diario vivir.

Justificación

Una de las prácticas más comunes en las actividades de ocio es la conversación. Nos complace poder conversar con las demás personas sobre las actividades que realizamos o las que podemos realizar, sobre nuestros planes y sobre los sucesos que nos ocurren a diario. La matemática nos brinda interesantes elementos para analizar los enunciados que a diario oímos o emitimos y para lograr una mayor comprensión de los mensajes que enviamos y recibimos. En múltiples actividades de nuestra vida cotidiana, se nos presenta la necesidad de hacer cálculos numéricos. A menudo hacemos cálculos relacionados con cantidades, tiempo, dinero, puntajes… debemos aprender a recrear, analizar y aplicar los procedimientos y conceptos que nos permiten conocer, identificar y operar con los objetos de diversos sistemas numéricos.

El mundo de las matemáticas ofrece diversos elementos para analizar y construir espacios. Son muchas las ramas de las matemáticas con las cuales todos, sin excepción alguna podemos contar y jugar como niños, porque de eso se trata las matemáticas de un juego, que permite que los conceptos algebraicos y su aplicación en la vida diaria queden para siempre en nuestras mentes.

Este proyecto busca que los estudiantes se apropien de un lenguaje concreto y preciso, que les permita un mejor desenvolvimiento en los entornos reales, comprensión de los temas del álgebra, claridad en la resolución de problemas de aplicación en los diferentes temas, posibilitando además la comprensión más clara y precisa de los enunciados matemáticos encontrados y generando con ello un mejor desarrollo cognitivo y por ende un mejor nivel de desempeño escolar.

1. Planteamiento del problema

1.1 Descripción del problema

Uno de los aspectos que caracterizan a los estudiantes del grado octavo de la institución educativa San Miguel de la ciudad de Manizales, es la dificultad que tienen para apropiarse de los conceptos básicos propios del área de matemáticas, lo cual se evidencia en:

- La dificultad del estudiante para comprender y responder en los momentos en que se cambian algunos términos por otros semejantes, por ejemplo: suma, por adición; resta, por diferencia; división, por cociente; multiplicación, por producto; en este sentido los estudiantes al enfrentarse a un problema de aplicación o a las Pruebas SABER en dónde encuentran lenguaje técnico matemático, argumentan no comprender lo que se les pregunta.

- No se percibe desarrollo de lógica y razonamiento en la resolución de los problemas básicos de la cotidianidad y el ámbito escolar, notándose de manera amplia la brecha que se presenta entre la aritmética y el álgebra como ramas de las matemáticas.

Asimismo, y teniendo en cuenta la apatía que genera en la mayoría de los estudiantes el álgebra, se hace necesario aplicar herramientas lúdicas que le permitan apropiarse del lenguaje matemático con mayor motivación, en este sentido la presente tesis se hace aplicable al grado octavo, pero también a otros grados de educación básica y media.

Se plantea la implementación de herramientas lúdico-pedagógicas en los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa San Miguel para fortalecer el proceso de aprendizaje del álgebra, con el fin de tener un mejor acercamiento con los conceptos y el leguaje algebraico para mejor comprensión de los temas.

2. Objetivos

2.1 Objetivo General

Fortalecer el proceso de aprendizaje del álgebra a partir de la aplicación de herramientas lúdico–pedagógicas que permitan la apropiación de lenguaje técnico matemático en los estudiantes de grado octavo de la Institución Educativa San Miguel de la ciudad de Manizales.

2.2 Objetivos Específicos

- Identificar los conceptos básicos matemáticos que debe manejar un estudiante de grado octavo para garantizar un mayor y mejor proceso de aprendizaje del álgebra en grado octavo.

- Aplicar herramientas lúdico–pedagógicas que promuevan el uso de términos adecuados y lenguaje técnico matemático acorde al grado octavo (diccionario de términos).

- Analizar el impacto obtenido con la aplicación de las herramientas lúdico–pedagógicas para promover el uso adecuado del lenguaje técnico matemático en el grado octavo.

3. Marco Referencial

3.1 Antecedentes Investigativos

Los procesos matemáticos a través de los tiempos han sufrido diferentes transformaciones ligadas estas a los avances tecnológicos, los cambios sociales, culturales y las nuevas tendencias de mercadeo y medios de comunicación principalmente en los últimos dos siglos. Otro factor que influye de manera directa en el proceso de enseñanza de las matemáticas es la disposición con la cual los estudiantes llegan al aula de clases y las expectativas que estos traen sobre todo en lo relacionado con la aplicación de lo que aprenden en la vida cotidiana.

Las generaciones estudiantiles llegan al aula con unos conocimientos construidos a través de sus experiencias cotidianas los cuales se convierten en el punto de partida para el desarrollo cognitivo, emocional, creativo y para su formación integral. Estos conocimientos, que llamamos presaberes o saberes previos, constituyen la base para iniciar el proceso de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Benítez, 2007, afirma. “La enseñanza no puede entenderse más que en relación al aprendizaje; y esta realidad relaciona no sólo a los procesos vinculados a enseñar, sino también a aquellos vinculados a aprender.” (p. 32)

El proceso de enseñanza – aprendizaje se convierte entonces en un proceso surgido de la conjunción, del intercambio de saberes y experiencias del docente, del estudiante y el contexto en que interaccionan, a través de estrategias que permiten adquirir aprendizajes significativos. “La reconsideración constante de cuáles son los procesos y estrategias a través de los cuales los estudiantes llegan al aprendizaje". [Zabalza, 2004, p. 189].

Según Contreras, entendemos los procesos enseñanza-aprendizaje como “sistema de comunicación intencional que se produce en un marco institucional y en el que se generan estrategias encaminadas a provocar el aprendizaje”. (Contreras, 1990 p. 23).

Lo anterior hace relevante el hecho de que el proceso de enseñanza y aprendizaje del ser humano genera cambios en la conducta de la persona a partir del resultado de la experiencia que tienen. De aquí la importancia de que la experiencia del proceso de aprendizaje de las matemáticas sea oportuna, asertiva y significativa para los estudiantes.

3.2 Marco Conceptual

3.2.1 Conceptos Matemáticos

Según Tall y Vinner (1981), "Los conceptos matemáticos constituyen las definiciones verbales que explican los conceptos con precisión y que son aceptados por la comunidad de científicos o las personas", en este sentido son los conocimientos o esquemas conceptuales propios de los docentes y que deben ser enseñados a los estudiantes. Los conceptos son parte de la formación de la ciencia, es por ello que para explicarlos es necesario de la utilización de otras ideas y de herramientas que permitan que estos sean explicados y comprendidos de manera clara y precisa.

Los conceptos y esquemas en matemáticas juegan un rol muy importante en el desarrollo de habilidades ya que los alumnos logran desarrollarlo mentalmente y posteriormente identifican si son correctas o incorrectas frente a determinadas situaciones. Es aquí donde se identifica el error en una situación dada que no es efecto de la ignorancia, incertidumbre o azar, sino el efecto de un conocimiento anterior que ahora se revela falso o inadaptado. (Brousseau, 1983)

Bachelard (1938) y Piaget (1975) en sus trabajos demuestran que el fracaso y el error no son sólo producto de la ignorancia o del azar sino de conocimientos anteriores que tenían éxito pero que ahora se encuentran inadaptados, por lo tanto es importante que el profesor observe, comprenda ideas y razonamiento de los alumnos cuando enfrentan problemas matemáticos e identifique los métodos de solución que utilizan los alumnos. Es importante centrarse en que los conceptos básicos estén bien interiorizados en el estudiante, pues siendo así los nuevos conceptos son más proclives al éxito en su enseñanza, así, si el concepto no fue madurado correctamente por el estudiante, y no comprendió bien un concepto base, difícilmente podrá seguir construyendo aprendizaje. Desde lo anterior, se visualiza la importancia del proceso de aprendizaje desde los primeros grados de escolaridad lo que tendrá gran impacto en la comprensión de los conceptos enseñados en grados superiores.

3.2.2 Aprendizajes Significativos

Para Ausubel (1963, p. 58), el aprendizaje significativo es el mecanismo humano, por excelencia, para adquirir y almacenar la inmensa cantidad de ideas e informaciones representadas en cualquier campo de conocimiento. Es el proceso por el cual un individuo elabora e internaliza conocimientos, haciendo referencia no solo a conocimientos, sino también a habilidades, destrezas, en base a experiencias anteriores relacionadas con sus propios intereses y necesidades.

Al ser aprendizaje significativo implica que aparte de ser aprendido puede ser aplicado con mayor facilidad por el estudiante, permitiendo no solo el desarrollo del saber sino del saber hacer y por ende del ser (habilidades, destrezas, actitudes), básicamente permite utilizar los conocimientos previos del alumno para construir un nuevo aprendizaje, que conlleva al compromiso del alumno con su proceso de aprendizaje.

En este sentido, con la aplicación de las estrategias propuestas, en la presente investigación se pretende adquirir aprendizajes significativos impactando desde la motivación y la lúdica, y desde la apropiación de conceptos matemáticos claros mejorar el proceso de aprendizaje de los estudiantes.

3.2.3 Pensamiento Variacional

El pensamiento variacional se introdujo con la intención de profundizar un poco más en lo que se refiere al aprendizaje y manejo de funciones como modelo de situaciones de cambio. Se trata de abandonar el enfoque rígido de los sistemas y superar la enseñanza de los contenidos matemáticos fragmentados que ha gobernado por un tiempo la actividad matemática escolar. El énfasis que se quiere hacer con la introducción de esta manera de ver el currículo es, como lo dicen los Lineamientos, la ubicación en el dominio de un campo conceptual que involucra conceptos y procedimientos interestructurados y vinculados que permitan analizar, organizar y modelar matemáticamente situaciones y problemas tanto de la actividad práctica del hombre, como de las ciencias. (MEN, 1997).

Vasco (2006) describe el pensamiento variacional “como una manera de pensar dinámica, que intenta producir mentalmente sistemas que relacionen sus variables internas de tal manera que covaríen en forma semejante a los patrones de covariación de cantidades de la misma o distintas magnitudes en los subprocesos recortados de la realidad” (p. 6)

3.3 Historia del álgebra

La matemática es la ciencia deductiva que estudia las propiedades de los objetos abstractos y de sus relaciones, donde como objetos abstractos entendemos los números, símbolos, figuras geométricas, entre otros.

De acuerdo a la historia los primeros desarrollos surgieron en la antigüedad, donde se inició con el concepto de número, las bases de numeración y resolución de problemas geométricos.

Según Jean Lauand, fueron los árabes quienes le dieron a la nueva ciencia de plantear y resolver ecuaciones un nombre, trabajó el matemático, astrónomo y geógrafo Al-Jawarizmi, considerado como el padre del álgebra y el introductor de nuestro sistema numeral, en su tratado de álgebra, pretende enseñar un álgebra aplicada a la resolución de problemas de la vida cotidiana del imperio islámico. En una de sus obras se describe con detalle el sistema indio de numeración posicional en base 10 y métodos para hacer cálculos con él. Posiblemente fue el primero en utilizar el cero como indicador posicional.

Para Socas, (1996), el uso de las letras como variables procede de la geometría griega; es por esto que no se pretendía resolver ecuaciones algebraicas, sino, satisfacer situaciones geométricas, mostrando que la solución griega se aplica a líneas y áreas y no a cualquier cantidad numérica.

El álgebra comienza en realidad, cuando los matemáticos empiezan a interesarse por las “operaciones” que se puede realizar con cualquier número, teniendo en cuenta que los cálculos algebraicos se construyen a partir de las propiedades del sistema numérico: Conmutativa y Asociativa de la adición y el producto, y la distributiva del producto respecto la suma.

Mason (1996), formula que la diferencia entre aritmética y álgebra es: “la aritmética procede directamente de lo conocido a lo desconocido utilizando cálculos conocidos; el álgebra procede indirectamente de lo desconocido a lo conocido, a ecuaciones y desigualdades que pueden ser resueltas utilizando técnicas establecidas” (p.23).

Es por esto que es importante, que al estudiante se les enseñe a deducir las fórmulas algebraica, o a representarlas en figuras geométricas para que cuando vuelvan a necesitar las apliquen.

Por otra parte, hay estudiantes que no aprenden álgebra no porque no recuerden las fórmulas sino porque no le encuentran sentido a las ecuaciones. La cultura que se tiene frente a la matemática, en especial del álgebra, es que cada ecuación o formula algebraica hay que explicar el para qué sirve, en qué casos puede ser aplicada, en la vida cotidiana donde se encuentra, con estas respuesta se notara el cambio del estudiante hacia el deseo de aprender álgebra.

Según Polya (1957), al resolver un problema se deben seguir 4 grandes etapas: Entender el problema, Trazar un plan, Ejecutar el plan y Revisar el plan. En cada una de las etapas el docente desempeña un papel fundamental, el de supervisor y guía en el alcance de cada una de ellas. Entender el problema, se debe comprender la parte verbal del problema, releer e identificar las incógnitas y los datos. De la comprensión del problema a la concepción de un plan, el camino puede ser largo; lo mejor que puede hacer el docente por su alumno es conducirlo a esa idea brillante sin imponérsele.

Finalmente, una vez que los alumnos han obtenido la solución y han expuesto claramente su razonamiento se debe reconsiderar la solución, reexaminar el resultado y el camino que los condujo a ella, esto podría consolidar sus conocimientos y desarrollar aptitudes para resolver problemas.

4. Metodología del proyecto

Este proyecto se desarrolla en la Institución Educativa San Miguel de Manizales Caldas a los estudiantes de grado octavo, donde retomé desde el segundo periodo académico del año 2.016 y en reemplazo del docente anterior, estableciendo que los estudiantes no tenían claridad de los conceptos algebraicos y no manejan el pensamiento matemático variacional, lo cual se evidenció porque los estudiantes al momento de nombrarles términos como adición, sustracción, cociente, producto, variables, constantes y otros términos usados en el álgebra, no comprendían y no sabían a qué hacían relación dichas palabras, presentando dificultades en el desarrollo de operaciones algebraicas y ocasionando un bajo nivel de rendimiento académico en los estudiantes y una desmotivación en el área de las matemáticas especialmente lo relacionado con el álgebra (factorización, productos notables, fracciones algebraicas).

4.1 Tipo de Investigación

El tipo de investigación es cualitativa, apoyado de métodos estadísticos que permiten mostrar los resultados de una forma concisa, clara y objetiva frente a la unidad de estudio la cual es la apropiación de lenguaje técnico matemático en los estudiantes del grado octavo de la Institución Educativa San Miguel de la ciudad de Manizales.

Para la aplicación de la propuesta en el presente trabajo de investigación, la ruta metodológica a seguir fue la siguiente:

4.2 Diseño de la investigación

Fase 1. Se realizó la revisión de apuntes de los estudiantes y planes de aula de la institución educativa para poder identificar el avance durante los dos primeros logros del primer periodo, dado que para estos se encontraban con otro docente; realizando un análisis a partir de las notas que permitieron identificar la capacidad de análisis matemático de pensamiento variacional, y en las cuales se observó que el nivel de todos los estudiantes se encontraba en un nivel superior (5.0). Es por esto que a partir del tercer logro del primer periodo, se aplicaron guías por cada una de las temáticas encontradas en el plan de área de la Institución Educativa San Miguel (generalidades del álgebra, suma y resta de expresiones algebraicas, productos y cocientes notables, factorización y fracciones algebraicas) y las cuales fueron desarrolladas durante los cuatro periodos. (Ver Anexo A)

Fase 2. Consistió en la aplicación de tres talleres, el primer taller; taller de selección múltiple, falso y verdadero y completar los espacios, compuesto de conceptos sobre expresiones algebraicas y factorización; además, de ejercicios prácticos de productos notables y factorización; el segundo taller, consistió en 52 ejercicios de descomposición factorial y el tercer taller a partir de figuras (cuadrado, cubo, rectángulo) calcular el área, identificando el producto notable aplicado en cada figura. Los talleres permitieron poner en práctica el desarrollo del pensamiento variacional en cada uno de los estudiantes de grado octavo y que el estudiante con ayuda del docente pudiera reforzar las dificultades que presentaba en el desarrollo de los ejercicios de productos notables y descomposición factorial (Ver Anexo B).

Fase 3. Se propuso una lúdica en la cual a partir del juego de domino de productos notables, se buscó desarrollar el pensamiento matemático variacional del estudiante y adquirir una mayor habilidad de solución a situaciones problemas (Ver Anexo C).

Fase 4. Se basó en la elaboración de un diccionario de términos algebraicos con el cual los estudiantes tendrán un mejor dominio de los conceptos matemáticos dado que vienen con conceptos básicos de la matemática, como son suma, resta, multiplicación y división los cuales en el momento de ser cambiados como es el caso de suma por adición; resta por sustracción; multiplicación por producto; división por cociente; entre otros términos, el estudiante no comprende de que se está hablando.

Algunas de las palabras que se trabajaron en la construcción del diccionario fueron: algoritmo, axioma, expresión algebraica, ecuación, binomio, trinomio, polinomio, adición, sustracción, cociente, producto, entre otras (Ver Anexo D).

Fase 5. Diagnóstico. Consistió en la aplicación de tres pruebas por periodo, dado que en la Institución Educativa San Miguel cada periodo está dividido en tres logros los cuales deben ser debidamente evaluados. Para el cuarto periodo, se realizó un cuestionario final de todos los temas visto durante el año, con el fin de evaluar las temáticas y aplicar la prueba del tercer logro del cuarto periodo, la cual debe elaborarse en base al cuestionario final desarrollado por los estudiantes con ayuda del docente. (Ver Anexo E Y F)

Fase 6. Martes de prueba. En cada periodo académico, se aplica un martes de prueba de Milton Ochoa, el cual es un sistema de evaluación que contribuye al fortalecimiento del nivel académico de los estudiantes por medio de la aplicación y retroalimentación de pruebas por competencias diseñadas bajo la estructura aprobada en prueba saber.

4.3 Población y muestra

La población la constituyen la totalidad de estudiantes del grado octavo con 22 estudiantes en edades entre los 12 y 14 años de edad de la Institución Educativa San Miguel de Manizales.

5. Análisis de Resultados

Después de ser aplicadas las herramientas lúdico–pedagógicas que permitan la apropiación de lenguaje técnico matemático, y de acuerdo a los resultados obtenidos con el desarrollo de los martes de prueba, se puede concluir que la lúdica (domino, diccionario, crucigrama), facilita el pensamiento variacional en los estudiantes logrando interpretar, analizar y dar solución a un problema de manera significativa.

Teniendo en cuenta las actividades propuestas en el aula durante el segundo periodo, tales como guías de suma y resta de expresiones algebraicas, productos notables, y

factorización, juego del domino de productos notables con el fin de reforzar el tema con los estudiantes, desarrollo de talleres y evaluación de estos temas; adicional se da inicio a la creación de un diccionario que se fue construyendo durante todo el curso con el fin de que el estudiante tuviera claridad con los términos algebraicos. Se puede observar que para el segundo logro del segundo periodo los estudiantes se encontraban en un nivel básico de aprendizaje, comprobando con esto que con la lúdica se puede lograr un mayor interés de parte del estudiante por la asignatura.

Si comparamos las notas obtenidas durante los tres logros evaluados en el segundo periodo del estudiante con código 10132 (ver anexo G) se puede observar que hubo una variación en las notas: en el primer logro obtuvo una nota de 3.7, en el segundo logro 3.1 y en el tercer logro 2.5. Realizando un análisis del proceso de aprendizaje de este estudiante se observa que durante el desarrollo de las actividades propuestas en el aula cumple de forma satisfactoria, pero en la evaluación presenta notas bajas, esto puede deberse a que durante el desarrollo de la evaluación el estudiante se llena de nervios, se preocupa por el tiempo, cómo va el otro compañero y no logra concentrarse haciendo que se le olvide lo desarrollado durante el periodo y al ser la evaluación el 50% de la nota baje la nota de los talleres, desarrollo de la guía y quede en un nivel bajo.

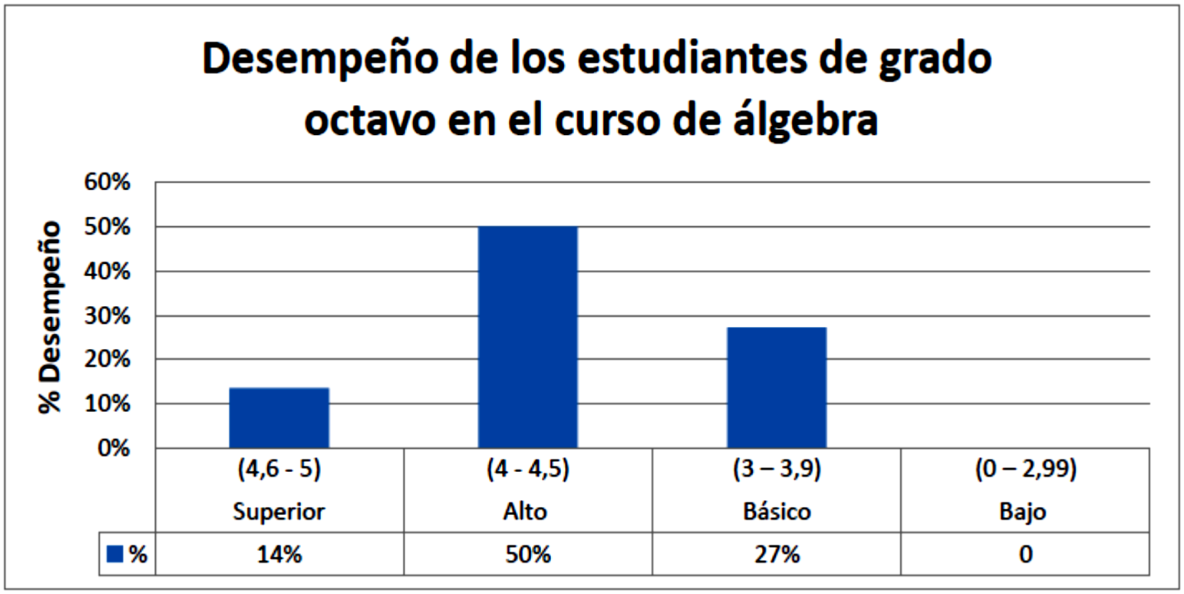
Asimismo, encontramos el estudiante de código 10142 quien se mantiene en el nivel de desempeño básico, con notas en el segundo periodo: primer logro 3.7, segundo logro 3.8 y tercer logro 3.6; observando que es un estudiante que durante todo este periodo comprendió los temas y los aplico durante el desarrollo de la evaluación.

Cabe resaltar que durante los dos logros del primer periodo los estudiantes venían con notas superiores, dado que la metodología de enseñanza del docente que los venia acompañando en estos logros calificaba solo participación en clase y desarrollo de actividades en clase para lo cual, según lo manifestado por los estudiantes, el hecho de participar en clase, salir al tablero y aportar al grupo la nota era de 5.0, es decir, solo valoraba el esfuerzo del estudiante, no conocimiento.

Tabla 1: Concentrador de notas definitivas por periodo

CONCENTRADOR DE VALORACIONES - COLEGIO SAN MIGUEL 0455-01 - PRINCIPAL MANIZALES (CALDAS) ***Calendario: A Periodo Lectivo: 2016 Anual 2016 OCTAVO (Mañana) Periodo: 4 – Algebra***								
Estudiante	**Código**	**P1**	**P2**	**P3**	**P4**	**Prom. Acum**	**Val.**	**Desempeño**
1	10133	3,9	3,0	2,6	3,0	3,12	3,12	BS
2	10141	4,1	3,6	4,0	4,3	4,0	4,0	AL
3	10124	4,7	4,5	4,2	4,6	4,6	4,6	AL
4	10123	4,5	4,3	4,0	3,8	4,3	4,3	AL
5	10132	4,7	4,4	4,5	4,0	4,5	4,5	AL
6	10142	4,5	4,3	4,2	4,1	4,4	4,4	AL
7	10128	4,1	3,3	2,6	3,5	3,4	3,4	BS
8	10125	4,2	4,1	3,9	3,6	4,0	4,0	AL
9	10137	4,7	4,4	3,8	3,9	4,3	4,3	AL
10	10140	4,8	4,3	4,4	4,0	4,5	4,5	AL
11	10121	4,6	4,3	4,2	4,3	4,5	4,5	AL
12	10136	3,9	3,2	3,2	3,0	3,32	3,32	BS
13	10127	4,7	4,5	3,9	3,6	4,3	4,3	AL
14	10122	4,5	4,0	3,7	3,5	4,0	4,0	AL
15	10134	4,8	4,6	4,3	4,2	4,6	4,6	AL
16	10129	4,2	3,0	3,5	3,1	3,4	3,4	BS
17	10131	4,2	3,6	3,8	3,8	3,8	3,8	BS
18	10138	4,0	3,6	3,2	3,6	3,6	3,6	BS
19	10139	3,9	3,0	3,4	3,3	3,4	3,4	BS
20	10135	4,0	3,2	3,4	3,3	3,5	3,5	BS
21	10126	4,8	4,5	4,2	4,3	4,6	4,6	AL
22	10130	4,5	4,1	3,8	3,5	4,0	4,0	AL

Ilustración 1: Desempeño de los estudiantes del grado octavo en la asignatura de álgebra.



En la gráfica anterior se muestra el desempeño que obtuvieron los 22 estudiantes de grado octavo en el curso de álgebra durante el año 2016, en el cual se puede observar que el 50% de los estudiantes se encuentran en un nivel de desempeño alto, evidenciándose que los estudiantes tienen más claridad con los temas relacionados con el álgebra (factorización, fracciones algebraicas, productos notables) y permitiendo a los estudiantes construir y dar solución a los problemas aplicando los procedimientos enseñados; también se puede observar que el 14% de los estudiantes se encuentran en un nivel superior donde se evidencia que la lúdico-pedagogía permitió que los estudiantes encontrarán en el álgebra una solución a problemas de la vida cotidiana y tuvieran más interés por la materia.

6. Conclusiones y recomendaciones

6.1 Conclusiones

El presente trabajo de investigación dejó ver la capacidad del estudiante para apropiarse del lenguaje algebraico y desarrollar habilidades que permitieron mejorar los resultados, lo cual se hizo visible durante el desarrollo del cuestionario final realizado.

Al desarrollar la primer guía de introducción al álgebra y aplicar la evaluación como seguimiento, se detectó que los estudiantes presentaban dificultades para comprender los términos conceptuales y dar buenos resultados a los ejercicios planteados, dificultad que se observó al momento de revisar los temas que los alumnos habían visto con el docente que los acompañó durante los dos primeros logros del primer periodo y es a partir de ese momento donde se abordó el problema con un aprendizaje desarrollado en la aplicación de herramientas lúdico-pedagógicas que permitan la apropiación del lenguaje técnico del álgebra.

Es importante mencionar también que el desarrollo del pensamiento variacional en los estudiantes del grado octavo a través de la lúdica (diccionario), juegos (domino, crucigrama) y talleres es de vital importancia para tener claridad con los conceptos algebraicos, y solucionar con facilidad los problemas planteados que involucren pensamiento numérico, sistemas algebraicos y analíticos.

Con el desarrollo de los talleres propuestos y el diccionario de conceptos algebraicos se pudo observar que la mayoría de los estudiantes pudieron tener claridad con los términos usados en el planteamiento de los problemas logrando dar solución a los ejercicios propuestos. Además, durante el desarrollo de las guías se trabajaron las competencias (interpretativa, argumentativa y propositiva), lo cual permitió al estudiante analizar, proponer y argumentar las diferentes soluciones que se le pueden dar a los problemas propuestos.

Se realizó trabajos en equipo los cuales permitieron el intercambio y debate de conceptos, con el fin de encontrar posibles resultados a los problemas propuestos. Es importante resaltar los resultados obtenidos con el cuestionario final, el cual se toma como pos test y en el cual se pudo observar que los estudiantes respondieron de forma acertada pasando de un nivel bajo a un nivel básico de aprendizaje del álgebra.

6.2 Recomendaciones

Para los docentes que ofrecen el curso de fundamentos del álgebra en las diferentes instituciones educativas se plantean las siguientes recomendaciones.

- El docente debe tener claridad frente a la malla curricular y tener los conocimientos adecuados, para transmitirlos en el aula de clase y cumplir con los tiempos estipulados por la institución; además, debe ser un docente con capacidades de resolver con sus estudiantes las dudas que surgen, permitiendo al estudiante dar solución a problemas aplicando los procesos más adecuados y adquiriendo nuevos conocimientos que permitan evidenciar lo aprendido.

- Profundizar los referentes teóricos con el fin de encontrar nuevos juegos que permitan desarrollar el pensamiento variacional en los estudiantes, logrando de tal forma que sean más dinámicos con los procesos mentales.

- Lograr que el alumno se integre al trabajo colectivo e individual consiguiendo que sus conocimientos sean analizados y reforzados, con el fin de que el alumno adquiera su propio aprendizaje significativo, respetando su forma y ritmo de trabajo.

- Aplicar estrategias que involucren al estudiante de forma dinámica, donde se desarrollen habilidades y destrezas que permitan llegar a sus propios resultados de los problemas y logren tener un mejor pensamiento variacional a partir de las situaciones planteadas.

Anexos

Anexo A: Guías de Trabajo

GUÍA DE TRABAJO N° 1

ESTUDIANTE: **GRADO: OCTAVO**

FECHA:______________________ **DOCENTE: LUISA SALAZAR A.**

AREA: MATEMÁTICAS **ASIGNATURA: ALGEBRA**

GENERALIDADES DEL ÁLGEBRA

OBJETIVOS GENERALES:

- Reconocer expresiones en las cuales se presentan variables.
- Plantear expresiones que muestren la variabilidad de una situación dada.

***LOGROS*:**

- Reconoce expresiones algebraicas.
- Identifica los elementos de un término.
- Clasifica expresiones algebraicas según el número de términos
- Calcula el valor numérico de una expresión algebraica.

COMPETENCIAS:

- **Interpretativa:** Analiza el significado real que tiene una expresión algebraica.
- **Argumentativa:** Explica el significado de otras expresiones algebraicas y señala sus partes.
- **Propositiva:** Idea situaciones que se puedan dar como expresiones algebraicas.

CONTENIDO

EXPRESIONES ALGEBRAICAS.

Con frecuencia, nos enfrentamos a situaciones en las que se tiene que operar con cantidades que se desconocen, representadas por letras y que se relacionan entre sí mediante sumas y productos. Así aparece el álgebra, que desempeña un papel importante en muchos ámbitos de la Ciencia y la Tecnología.

En general, se emplean expresiones compuestas de números y letras y las diferentes operaciones, para representar modelos matemáticos de situaciones concretas. Estas formas de presentación matemática se denominan **expresiones algebraicas.**

Veamos algunos ejemplos,

CASO 1

María Antonia Narváez, compro 6 camisetas. Ella sabe que el valor que debe cancelar depende del precio de cada camiseta, por eso utiliza la expresión **6 c,** para indicar el valor total, donde **6** es el número de camisetas que compra y **c** es el costo por cada uno.

CASO 2

Camila Muñoz, desea comprar una tableta. Después de mucho averiguar se dio cuenta que el valor estaba entre $200.000 y $ 300.000. El papá le dijo que le colaboraría con la mitad del valor. Sofía tiene ahorrado la quinta parte, si la mamá le regala $60.000, ¿Cuánto dinero tiene Camila?

El párrafo anterior tiene mucha información que podemos analizar con más cuidado, para expresarlo en lenguaje matemático.

Si se va a representar el valor de la tableta con $\boldsymbol{x}$.

Situación	**Expresión verbal**	**Expresión matemática**
Precio de la tableta		
Dinero que le da el papá		
Dinero ahorrado por Camila		
Dinero que le da la mamá		
Dinero recogido por Camila		

La letra que se usa para representar la cantidad desconocida se combina con operaciones. Estas operaciones se llaman **operaciones algebraicas.**

CASO 3

Fig. 1

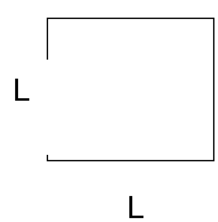


Fig. 2

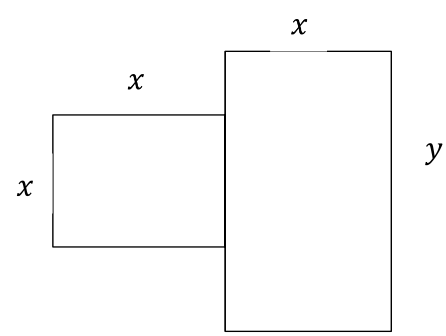


Fig. 3

¿Cuál es el área de las figuras anteriores?

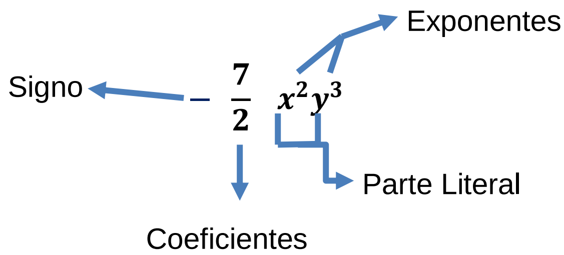
Las expresiones como la anterior, que están formadas por números y letras (alfanuméricas) separados por los signos de operaciones fundamentales se denominan **EXPRESIONES ALGEBRAICAS.**

Con expresiones matemáticas se enuncian las leyes de la Física, la Química, las fórmulas de perímetro, el área de las figuras geométricas, el volumen de los cuerpos, etc.

Cada una de las distintas letras que aparecen en una expresión algebraica se llama **VARIABLE** o **INCOGNITA**.

Cada uno de los sumandos que aparecen en la expresión algebraica se llama **TÉRMINO**.

PARTES DE UN TÉRMINO



Las partes del término son:

- **Signo:** Positivo o negativo.
- **Coeficiente numérico:** Parte numérica.
- **Factor literal:** Es la letra o grupo de letras.
- **Exponente o potencia:** Indica cuantas veces se usa el número en una multiplicación.
- **Grado absoluto:** Es la suma de los exponentes de los factores literales del término.
- **Grado relativo:** Es el mayor exponente con relación a una letra.

CLASIFICACIÓN DE EXPRESIONES ALGEBRAICAS

Las expresiones algebraicas pueden ser:

- **Monomio:** Es una expresión algebraica que consta de un solo término.
- **Binomio:** Es una expresión algebraica que consta de dos términos.
- **Trinomio:** Es una expresión algebraica que consta de tres términos.
- **Polinomio:** Es una expresión algebraica que consta de más de un término.

VALOR NUMÉRICO DE UNA EXPRESIÓN ALGEBRAICA

Se llama valor numérico de una expresión algebraica al número que se obtiene de sustituir cada una de sus variables por el valor que se le haya asignado de antemano, y de efectuar las operaciones indicadas.

Hallar el valor numérico de $-x + 3x - 4$ si, $x = 2$ Reemplazamos el valor de $\boldsymbol{x}$ en la expresión algebraica

$-2 + 3(2) - 4 \qquad -2 + 6 - 4 = 0$

EJERCICIOS

1. Escribir, en cada caso, la expresión algebraica que corresponda a la situación.

a. El cuadrado de un número aumentado en 1.

b. El número siguiente a un múltiplo de 5.

c. Las tres octavas partes de un número elevado al cubo.

d. Un número elevado a una potencia par

e. La raíz cuadrada del triple de un número.

2. Hallar el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas.

a. $-6ax^2$ $\quad a = 5;\ x = 1;\ y = 2$

b. $-2x^2 + ax - b$ $\quad x = -3;\ a = -2;\ b = -7$

c. $3x^3 + \frac{ax}{c} + 3$ $\quad x = -1;\ a = 49;\ c = 7$

d. $\frac{3}{5}x^3y^2z$ $\quad x = -\frac{1}{2};\ y = -\frac{3}{4};\ z = \frac{5}{3}$

e. $4(a - b - c)$ $\quad a = 2;\ b = 5;\ c = -3$

3. Completar el cuadro con base en los elementos de cada término.

Término	**Signo**	**Coeficientes**	**Factor literal**	**Grado absoluto**	**Grado relativo**
$-5x$					
$-3x^2$					
$\frac{3}{2}xy^2$					
$7{,}2ab^2c^3$					
$-\sqrt{2}x^2y^3$					

4. Clasifica las siguientes expresiones según el número de términos.

a. m

b. $-3xy^2 + z$

c. $\frac{3}{4}x + \frac{2}{5}y - 5$

d. $-4ab - 3ac$

e. $-2a^2 - b^5 + c - 3$

5. Dada las siguientes expresiones subrayar con rojo los monomios, con azul los binomios, con verde los trinomios y con negro los polinomios.

a. $-12a + 3m$

b. x^2

c. $5w - 3c + 2x - 9a$

d. $5x^4$

e. $4a - 2b + 5c$

GUÍA DE TRABAJO N° 2

ESTUDIANTE:__________________________ **GRADO: OCTAVO**

FECHA: _________________________ **DOCENTE: LUISA SALAZAR A.**

AREA: MATEMATICAS **ASIGNATURA: ALGEBRA**

SUMA Y RESTA DE EXPRESIONES ALGEBRAICA

OBJETIVOS GENERALES:

- Resolver operaciones y plantear relaciones entre expresiones en las cuales se involucren variables.

LOGRO: Realiza operaciones de suma y resta entre expresiones algebraicas, reduciéndola a su más mínima expresión.

COMPETENCIAS*:*

- **Interpretativa:** Reconocer, en situaciones concretas, el concepto de variación entre objetos matemáticos.
- **Argumentativa:** Justificar el planteamiento y solución de situaciones que involucren la variación entre objetos.
- **Propositiva:** Plantear y resolver problemas que involucren los conceptos de variación relacionados con números, figuras, medidas.

CONTENIDO

TÉRMINOS SEMEJANTES

Dos o más términos son semej antes, cuando su parte literal con sus correspondientes exponentes son iguales. Por ejemplo:

$3x^2y^3$; $-9x^2y^3$ son términos semejantes.

Por el contrario $4a^{2b}$ y $-3ab$ no son términos semejantes, porque aunque tienen iguales letras, éstas no tienen los mismos exponentes, ya que la $\boldsymbol{a}$ del primero tiene exponente dos y la $\boldsymbol{a}$ del segundo tiene exponente uno.

REDUCCIÓN DE TÉRMINOS SEMEJANTES

Es una operación que convierte en un solo término dos o más términos semejantes.

Caso 1. Reducción de dos o más términos semejantes del mismo signo.
Se suman los coeficientes y se les deja el mismo signo que tienen todos. Luego se escribe la parte literal. Por ejemplo,

$$3b + 5b = 8b$$

$$-2x^2 - 3x^2 - 6x^2 = -11x^2$$

Caso 2. Reducción de dos o más términos semejantes de diferentes signos.
Se restan los coeficientes, poniendo delante de esta diferencia el signo del mayor, luego se escribe la parte literal. Por ejemplo,

$$13b - 8b = 5b$$

$$-9x^2 + 5x^2 = -4x^2$$

SUMA DE POLINOMIOS

Para sumar dos o más polinomios se suman los términos semejantes. Para realizar el procedimiento existen dos formas:

Horizontal

1. Se ordenan los polinomios dados en forma ascendente o descendente respecto a una letra.
2. Se escriben seguidos los términos semejantes.
3. Se reducen los términos semejantes.

Vertical

1. Se ordenan los polinomios dados en forma ascendente o descendente respecto a una letra.
2. Se escriben los polinomios uno debajo del otro.
3. Se reducen términos semejantes.

Ejemplos

1. Sumar $a+b+c$; $2a-3c+2b$; $5b+3a-2c$ con el procedimiento horizontal.

$a+b+c$; $2a+2b-3c$; $3a+5b-2c$ *Paso 1*

= $(a+2a+3a)+(b+2b+5b)+(c-3c-2c)$ *Paso 2*

= $6a+8b-4c$ *Paso 3*

Luego $(a+b+c)+(2a+2b-3c)+(3a+5b-2c)$ = $6a+8b-4c$

2. Sumar $x+2x^3y-3x^2y$; $5x^3y-2xy$; $3x^2y-20x^3y-x^5$

$2x^3y-3x^2y+x$; $5x^3y-2xy$; $-x^5-20x^3y+3x^2y$ *Paso 1*

= $-x^5+(2x^3y+5x^3y-20x^3y)+(-3x^2y+3x^2y)-2xy+x$ *Paso 2*

= $-x^5-13x^3y-2xy+x$ *Paso 3*

Luego $x+2x^3y-3x^2y+5x^3y-2xy+3x^2y-20x^3y-x^5$
= $-x^5-13x^3y-2xy+x$

RESTA

RESTA DE MONOMIOS

En la resta de expresiones algebraicas se utilizan dos palabras en el planteamiento de los ejercicios.

Las palabras "De" y "Restar". La palabra "De" se utiliza para indicar la expresión que hace las veces del minuendo.

La palabra "Restar" se utiliza para indicar el sustraendo.

Comúnmente la palabra restar se reemplaza por un signo menos, lo cual indica que a la expresión sustraendo se le debe cambiar el signo. Por ejemplo.

- De $5x$ restar – 3 x

$5x$ es el minuendo y la palabra restar se reemplaza por un signo menos. Así,

$5x - (-3x) = 5x + 3x = 8x$

↓ ↓

Minuendo Sustraendo

Resta de polinomios

En la resta de polinomios es importante tener en cuenta que la palabra restar, se remplaza por un signo menos. Es decir, a los términos del polinomio sustraendo se les debe cambiar el signo. Luego se reducen términos semejantes. Por ejemplo,

De $(6a + 3b)$ restar $-2a + 5b$,

$(6a + 3b)$ Es el minuendo y la palabra restar se reemplaza por un signo menos. Así,

$(6a + 3b) - (-2a + 5b) = 6a + 3b + 2a - 5b = 8a - 2b$

Cuando el ejercicio planteado está presentado en la forma, Restar…. De…., es bastante útil organizar la expresión a la forma, De….restar. Por ejemplo, restar $a - b$ de $2a + b$.

Se organiza la expresión.

De $2a + b$ restar $a - b$ = $(2a + b) - (a - b) = 2a + b - a + b = a + 2b$

También se puede resolver la resta anteponiendo un signo menos al sustraendo y un signo más al minuendo. Así,

Restar $a - b$ de $2a + b$

Sustraendo Minuendo

$-\,(\,a - b) + (2a + b) = -\,a + b + 2a + b = a + 2b$

Signos de agrupación

Los signos de agrupación usados en matemáticas son el paréntesis ( ), el corchete [ ] y las llaves { }.

Uso de los signos de agrupación

Los signos de agrupación se emplean para indicar que las cantidades encerradas en ellos deben considerarse como una sola cantidad.

Supresión de signos de agrupación

1. Para suprimir un signo de agrupación precedido del signo meno (+) se conserva el mismo signo que posea cada uno de los términos que se hallan dentro de él. Por ejemplo:

$$a + (b - c) = a + b - c$$

2. Para suprimir un signo de agrupación precedido del signo menos (-) se cambia el signo de cada uno de los términos que se hallan dentro de él. Por ejemplo:

$3x - (-y + z) = 3x + y - z$

3. Cuando unos signos de agrupación están dentro de otros, se suprime uno en cada paso empezando por el más interno. Por ejemplo:

$3x - [5x - (2x + 5x)] = 3x - [(5x - 2x - 5x = 3x - 5x + 2x + 5x = 5x$

Se suprime primero paréntesis ( ) y luego el corchete. Finalmente se reducen términos semejantes.

Planteamiento de signos de agrupación

La solución de sumas y restas combinadas permiten la introducción de signos de agrupación en una expresión. Por ejemplo:

De $x^2 - x$ restar la suma de $3x^2 - 5x$ con $-8x^2 + 3x$.

Se pueden plantear las operaciones por medio de signos de agrupación.

$$\underbrace{x^2 - x -}_{\text{Restar}} [(3x^2 - 5x) \underbrace{+}_{\text{Sumar}} (-8x^2 + 3x)]$$

Para luego resolver

$x^2 - x - [3x^2 - 5x - 8x^2 + 3x] = x^2 - x - [3x^2 - 8x^2 - 5x + 3x] = x^2 - x - [-5x^2 - 2x]$
$= x^2 - x + 5x^2 + 2x = x^2 + 5x^2 - x + 2x = 6x^2 + x$

EJERCICIOS

1. Determina que parejas de términos son semejantes.

a. $a; 3a$

b. $5xy; -2xyz$

c. $-5x^2y; 2x^2y$

d. $-5x^2y; 2x^2y$

e. $8xy^2; -3xy^2$

f. $-11mn; -2mn$

2. Reduce los siguientes términos semejantes

a. $9x + 8a + a$

b. $-3a - 5a - 10a$

c. $-2a^x - 3a^x$

d. $-109xyz + 43\ xyz$

3. Reduce los términos semejantes en las expresiones dadas:

a. $-14xy + 6xy^2 + 8x^2y + 6xy^2 - xy$

b. $5a^2b - 3ab + 4a^2b$

c. $-71a^3b + 84a^4b^2 + 50a^3b + 48a^4b^2$

d. $6 - 4a^2 - 9b + 8 - 7a^2 + 8b$

4. Halle la suma de los siguientes polinomios.

a. $9b + 7c + 2d;\ -4b + 8c - 5d$

b. $2m^2n - 4mn^2; 3m^2n + 3mn^2$

c. $4x^2y - 3y; 6x^2y - 7xy^2$

d. $2a^4 - 3b^4; 2a^3b + a^2b^2 + ab^3;\ -5a^4 - 5a^3b - 2a^2b^2;\ -5a^3b + 2a^2b^2 + 3b^4$

5. Halle la resta de los siguientes polinomios.

a. $Restar\ 3x^2y + 2xy - y^2 + 1\ de\ 5x^2y - y^2 - 4xy - 3$

b. $Restar\ 2a - 3b\ de - 3b + 5a$

c. $Restar\ a^{x+2} - 4a^{x+1} - 5a^x\ de\ 2a^{x+2} + 5a^{x+1} - 3a^{x+3}$

d. $Restar\ y^5 - 9y^3 + 6y^2 - 13\ de - 11y^4 - 31y^3 - 8y^2 - y$

6. Suprime los signos de agrupación y reduce términos semejantes.

a. $2x - [-5x - (-2y - (x - y))]$

b. $-\{5a - [8a - (3a - 5)]\}$

c. $4y^2 + [x^2 - xy - (-3y^2 + x^2)]$

7. Plantea los signos de agrupación y resuelve.

a. $De\ a - b - c\ restar\ la\ suma\ de\ a - b + c\ con - 2a + b - c$

b. $De\ x^2 - ax - 3a^2\ restar\ la\ suma\ de\ 9ax - a^2\ con\ 5x^2 - 9ax + 7a^2$

c. $De\ la\ suma\ de\ 8x - 3\ con - 5x + 8\ restar\ x^2 - x + 6$

d. $Resta\ la\ suma\ de\ a^2 + b^2 + ab\ con - 3a^2 - 5ab + 7b^2\ de\ x^2 - 5x + 6$

GUIA DE TRABAJO N° 3

ESTUDIANTE: **GRADO: OCTAVO**

FECHA: **DOCENTE: LUISA FERNANDA SALAZAR A.**

ÁREA: MATEMÁTICAS **ASIGNATURA: ALGEBRA**

PRODUCTOS NOTABLES

SABERES BÁSICOS

- Expresiones algebraicas.
- Potenciación.
- Multiplicación de Expresiones algebraicas.

MARCO TEÓRICO PRODUCTOS NOTABLES

Los productos notables son productos especiales que resultan de generalizar algunas multiplicaciones y permiten encontrar un resultado de manera práctica y rápida.

Los productos notables más importantes y de mayor utilidad son:

a. Cuadrado de la suma de dos términos o cuadrado de la suma de un binomio

El cuadrado de la suma de dos términos es igual al cuadrado del primer término más el doble producto de ambos términos, más el cuadrado del segundo término.

Ejemplo:

$(3a^2 + 4b^3)^2 = (3a^2)^2 + 2(3a^2)(4b^3) + (4b^3)^2 = 9a^4 + 24a^2b^3 + 16b^6$

b. Cuadrado de la diferencia de dos términos o cuadrado de la suma de un binomio

El cuadrado de la diferencia de dos términos es igual al cuadrado del primer términos, menos el doble producto de ambos términos, más el cuadrado del segundo término.

Ejemplo:

$(3m - 5n)^2 = (3m)^2 - 2(3m)(5n) + (5n)^2 = 9m^2 - 30mn + 25n^2$

c. Cuadrado de un polinomio

El cuadrado de un polinomio es igual a la suma de los cuadrados de cada uno de los términos y todos los posibles dobles productos que resulten al multiplicar cada término por cada uno de los que le siguen.

Ejemplo:

$(3a + b - c)^2 = (3a)^2 + (b)^2 + (-c)^2 + 2(3a)(b) + 2(3a)(-c) + 2(b)(-c) =$

$9a^2 + b^2 + c^2 + 6ab - 6ac - 2bc$

d. La suma por la diferencia de un binomio

Los productos de la forma $(x + a)(x - a)$ se conocen como suma por la diferencia de dos términos.

Ejemplo:

$(xy + 3a^2)(xy - 3a^2) = (xy)^2 - (3a^2)^2 = x^2y^2 - 9a^4$

e. Producto de dos binomios

Para multiplicar binomios, utilizaremos el orden **PEIU** (Primeros, Extremos, Interiores, Últimos), que significa multiplicar horizontalmente los términos de ambos binomios y luego reducir si es posibles términos semejantes.

Ejemplo:

$(2x + 5)(3x - 4) = 6x^2 - 8x + 15x - 20 = 6x^2 + 7x - 20$

f. Cubo de la suma de dos términos

El cubo de la suma de dos términos es igual al cubo del primer término, más tres veces el cuadrado del primero por el segundo, más tres veces el primero por el cuadrado del segundo, más el cubo del segundo.

Ejemplo:

$(4x+y)^3 = (4x)^3 + 3(4x)^2(y) + 3(4x)(y)^2 + (y)^3 = 64x^3 + 3(16x^2)y + 12xy^2 + y^3$

$= 64x^3 + 48x^2y + 12xy^2 + y^3$

g. Cubo de la diferencia de dos términos

Desarrollemos $(a-b)^3 = (a-b)^2(a-b) = (a^2 - 2ab + b^2)(a-b)$

$= a^3 - a^2b - 2a^2b + 2ab^2 + ab^2 - b^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Observa que la generalización tiene los mismos términos que la anterior, pero los signos se alternan empezando siempre por el signo más (+).

TRIANGULO DE PASCAL

El triángulo de pascal es un arreglo de números que permite hallar coeficientes de expresiones de la forma $(a \pm b)$, donde n es un número natural.

1

1 1

1 2 1

1 3 3 1

1 4 6 4 1

1 5 10 10 5 1

1 6 15 20 15 6 1

1 7 21 35 35 21 7 1

1 8 28 56 70 56 28 8 1

1 9 36 84 126 126 84 36 9 1

En el triángulo de pascal, cada fila comienza y termina en 1. El resto de valores se obtiene de la suma de los dos números que se encuentran exactamente sobre él, ubicados en la fila inmediatamente superior.

EJEMPLO: Resolver la siguiente expresión.

$(a+b)^6$

Para hallar los factores literales de cada término, se copian en forma descendente las potencias de a a partir de a^6, y en forma ascendente las potencias de b hasta b^6.

Así, los factores literales estarán dados por las expresiones.

$$a^6,\ a^5b,\ a^4b^2,\qquad a^3b^3,\ a^2b^4,\ ab^5,\ b^6$$

Como el binomio esta elevado a la 6, se ubica en el triángulo de Pascal en la fila donde el segundo término es 6. Esta fila tiene los números 1, 6, 15, 20, 15, 6, 1 que son los coeficientes de las partes literales halladas.

Luego,

$$a^6+6\,a^5b+15\,a^4b^2+20\,a^3b^3+15\,a^2b^4+6\,ab^5+b^6$$

DESARROLLO DE COMPETENCIAS

COMPETENCIA INTERPRETATIVA

1. Resolver los siguientes productos:

a. $(10-xy)^2$

b. $(a^2+8)(a^2-8)$

c. $(x+y-z)^2$

d. $(m^2-p)(p+m^2)$

e. $(a+1)(a-1)(a+3)(a-3)$

f. $(2a+3)^3$

g. $(3mn-5q^3)^2$

h. $(4-5a)$

i. $(ht^2+2t)^3$

j. $(ax^2+by^2)^2$

2. Utiliza el triángulo de Pascal para desarrollar cada binomio.

a. $(m+1)^4$

b. $(3x-1)^3$

c. $(x\ -\ 2)^8$

d. $(w\ -z)^5$

e. $(2t\ +4)^6$

f. $(x^3-2y)^3$

g. $(5a^2+3ab)^7$

h. $(1-0{,}2tu)^9$

COMPETENCIA ARGUMENTATIVA

3. Unir los coeficientes del desarrollo binomial con la expresión

$(w+x)^3$	**a)** 1, 6, 15, 20, 15, 6, 1
$(a-c)^5$	**b)** 1, 4, 6, 4, 1
$(r+q)^7$	**c)** 1, 9, 26, 84, 126, 126, 84, 36, 9, 1
$(t-v)^6$	**d)** 1, 5, 10, 10, 5, 1
$(z+y)^4$	**e)** 1, 8, 28, 56, 70, 56, 28, 8, 1
$(h-k)^8$	**f)** 1, 3, 3, 1
$(m+n)^9$	**g)** 1, 7, 21, 35, 35, 21, 7, 1

COMPETENCIA PROPOSITIVA

4. Hallar el término que se pide:

a. El quinto término en $(2m + 1)^7$

b. El tercer término en $(x - 3y)^{11}$

c. El sexto término en $(a - 2b)^{12}$

d. El cuarto término en $(t^2 + 4v)^8$

e. El término que contiene x^6 en $(2\,x^3 - 1)^{10}$

f. El término que contiene a^{12} en $(a^3 - 2)^7$

GUÍA DE TRABAJO N° 4

ESTUDIANTE: _________________ GRADO: OCTAVO

FECHA: ______________________ DOCENTE: LUISA FERNANDA SALAZAR A

AREA: MATEMATICAS ASIGNATURA: ALGEBRA

FACTORIZACIÓN

SABERES BÁSICOS

- Expresiones algebraicas.
- Operaciones con Expresiones algebraicas.
- Ley de signos.
- Radicación y potenciación.
- Descomposición en factores primos

LOGRO

Identifica y resuelve expresiones algebraicas utilizando diferentes casos de factorización.

MARCO TEÓRICO

FACTORIZACIÓN

Factorización es el inverso de multiplicar. Factorizar una expresión significa escribir una expresión equivalente que sea el producto de dos o más expresiones.

Para factorizar un monomio, se encuentran dos monomios cuyo producto sea ese monomio. Por ejemplo, factorizar

$20x^2 = (4x)(5x)$

$= (2x)(10x)$

$= (-4x)(-5x)$

$= x(20x)$

CASO 1: FACTOR COMÚN.

Para obtener un factor común de un polinomio, se aplica el proceso inverso de multiplicar, que es la propiedad distributiva. Se saca el factor común de cada término con el coeficiente más grande posible y la variable a la potencia más alta.

Por ejemplo, factorizar;

$5x + 15 = 5 \cdot x + 5$

$= 5 \cdot (x + 3)$

CASO 2: FACTOR COMÚN POR AGRUPACIÓN.

Es posible que el polinomio no tenga un factor común para todos los términos, y se debe agrupar los términos en forma adecuada para así sacar un factor común. En los términos obtenidos se debe sacar nuevamente el factor común.

Por ejemplo,

$3m - 2n - 2nx^2 + 3mx^2$

Se agrupa

$(3m + 3mx^2)$; $-(2n + 2nx^2)$

Es importante que al agrupar se tenga en cuenta los cambios de signos. En caso que el signo de agrupación este precedido por un menos los signos interiores cambian.

Se saca el factor común en cada grupo, así.

$(3m + 3mx^2) = 3m(1 + x^2)$

$-(2n + 2nx^2) = -2n(1 + x^2)$

Luego

$$3m - 2n - 2nx^2 + 3mx^2 = 3m(1 + x^2) - 2n(1 + x^2)$$

Se saca nuevamente el factor común: $(1 + x^2)(3m - 2n)$

3 CASO: TRINOMIO CUADRADO PERFECTO.

De estudio de los productos notables se sabe que el cuadrado de un binomio es un trinomio. Tales trinomios se llaman trinomios cuadrados perfectos. Por ejemplo,

$(x + 3)^2 = x^2 + 6x + 9$

Los siguientes puntos ayudan a identificar un trinomio cuadrado perfecto.

1. Dos de los términos deben ser cuadrados.

2. No debe haber signo menos en ninguno de los cuadrados.

3. Si se multiplica la raíz cuadrada del primero por la raíz cuadrada del otro cuadrado y se duplica el resultado, se obtiene el tercer término.

Por ejemplo, $x^2 + 10x + 25$ es un trinomio cuadrado perfecto pues hay dos términos que son cuadrados y positivos y el producto de sus raíces $x \cdot 5 \cdot 2$ es igual al término $10x$.

Para factorizar trinomios cuadrados perfectos se utilizan las siguientes igualdades.

$a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)^2$

$a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)^2$

La factorización corresponde a las raíces cuadradas de los términos que están al cuadrado, con el signo del término de la mitad y todo elevado al cuadrado.

4 CASO: DIFERENCIA DE CUADRADOS PERFECTOS.

Para reconocer cuándo un binomio es la diferencia de dos cuadrados, se deben cumplir dos condiciones.

1. Debe haber únicamente dos términos, ambos al cuadrado.

2. Deben estar separados por un signo menos.

Ejemplos:

$4x^2 - 9y^2;\ y^4 - 16z^2$

Son binomios que forman una diferencia de cuadrados.

Para factorizar una diferencia de cuadrados perfectos se utiliza la relación,

$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

Es decir, el proceso contrario del producto de una suma por una diferencia.

La factorización corresponde a las raíces cuadradas de los dos términos sumadas, por las raíces cuadradas de los dos términos restadas.

CASO 5. TRINOMIO CUADRADO PERFECTO POR ADICIÓN Y SUSTRACCIÓN

Hay trinomios que sin ser cuadrados perfectos pueden convertirse en trinomios cuadrados perfectos, siempre y cuando la potencia de uno de sus términos sea cuatro o un múltiplo de cuatro y la potencia del otro debe ser la mitad del anterior.

Por ejemplo, el trinomio

$$x^4 + 2x^2 + 9$$

No es un trinomio cuadrado perfecto ya que el término de la mitad no corresponde al doble producto de las raíces cuadradas de los otros dos. Para que sea trinomio cuadrado perfecto, hay que lograr que el segundo término $2x^2$ se convierta en $6x^2$, lo cual se consigue sumando $4x^2$, pero para que el trinomio no varíe, hay que restarle la misma cantidad que se suma. Así,

$$\begin{array}{r} x^4 + 2x^2 + 9 \qquad \\ +4x^2 \qquad -4x^2 \\ \hline x^4 + 6x^2 + 9 - 4x^2 \end{array}$$

Obteniendo así un trinomio cuadrado perfecto $x4+6x2+9-4x2$ y un cuadrado perfecto con signo menos, lo que al factorizar da

$$(x^4 + 6x^2 + 9) - 4x^2 = (x^2 + 3)^2 - 4x^2$$

Una diferencia de cuadrados,

$$(x^2 + 3)^2 - 4x^2 = (x^2 + 3 + 2x)(x^2 + 3 - 2x)$$

Ordenado finalmente,

$$x^4 + 6x^2 + 9 = (x^2 + 2x + 3)(x^2 - 2x + 3)$$

CASO 6. TRINOMIO DE LA FORMA $\boldsymbol{x^2 + bx + c}$

Para factorizar trinomios de la forma $\boldsymbol{x^2 + bx + c}$ se siguen los siguientes pasos:

1. Se escribe dos factores binomios cuyo primer término es x o la raíz cuadrada del primer término del trinomio.

Así: $(x \qquad)\ (x \quad)$

2. En el primer factor, después de x se escribe el signo del segundo término, y en el segundo factor, después de x se escribe el resultado del producto de los signos del trinomio.

3. Si los factores resultan con signos iguales, se buscan dos números que multiplicados den el valor absoluto del tercer término y que sumados den el valor absoluto del segundo término.

4. Si los factores resultan con signos distintos, se buscan dos números cuya resta sea el valor absoluto del segundo término, teniendo en cuenta que el mayor de estos números se escribe en el primer factor. Ejemplo:

$x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$

$x^2 + 2x - 15 = (x + 5)(x - 3)$

Para buscar los dos términos se utiliza la descomposición de factores primos del último número.

CASO 7. TRINOMIO DE LA FORMA $\boldsymbol{ax^2 + bx + c}$

Para factorizar trinomios de la forma $ax^2 + bx + c$ se buscan los binomios (□x+___)(□x+___) donde los productos de los números que van en los espacios □ y ___ son como sigue:

1. Los números del primer espacio □ de cada binomio dan el producto a.

2. Los números del último espacio ___ de cada binomio dan el producto de $\boldsymbol{c}$.

3. Los productos exterior e interior dan la suma a.

Por ejemplo: $\boldsymbol{3x^2 + 5x + 2}$

1. Se buscan dos números cuyo producto sea 3.

1 y 3 o -1 y -3

2. Se buscan dos números cuyo producto sea 2.

1 y 2 o -1 y -2

Ya que el último término del trinomio es positivo, los signos de los segundos términos deben ser iguales. Algunas posibles factorizaciones son:

$(x+1)(3x+2)$; $(x-1)(3x-2)$; $(x+2)(3x+1)$; $(x-2)(3x-1)$

Solo una factorización da el término medio $(x+1)(3x+2)$

Luego, $\mathbf{3x^2+5x+2} = \mathbf{(x+1)(3x+2)}$

FACTORIZACIÓNDEL TRINOMIO ax^2 + bx + c POR MULTIPLICACIÓN Y DIVISIÓN

Para factorizar un trinomio por multiplicación y división se siguen los siguientes pasos.

1. Se multiplica el trinomio por el coeficiente del primer término $\mathbf{x^2}$**,** es decir, por $\boldsymbol{a}$, dejando indicado el producto del segundo término.

$ax^2 + bx + c = (ax^2 + bx + c) = a^2x^2 + abx + ac$

2. Se factoriza el trinomio obtenido buscando dos números cuyo producto sea $\boldsymbol{ac}$ y cuya suma (o resta) sea $\boldsymbol{b}$**.**

$(ax +$___$) + (ax +$___$)$

3. Se divide el resultado entre $\boldsymbol{a}$ para no alterar el trinomio y obtener finalmente la factorización pedida.

Ejemplo: $\mathbf{6x^2 + 7x + 2}$

1. Se multiplica el trinomio por 6.

$6(6x^2 + 7x + 2) = 36x^2 + 6\cdot 7x + 12 = (6x)^2 + 7(6x) + 12$

2. Se factoriza el trinomio como en el caso anterior, y se buscan 2 números que sumados den 7 y multiplicados den 12.

$= (6x + 4)(6x + 3) = \dfrac{(6x + 4)(6x + 3)}{6}$

3. Se saca factor común en cada factor y se divide entre 6.

$= \dfrac{2(3x + 2)(2x + 1)}{6} = (3x + 2)(2x + 1)$

Luego

$\mathbf{6x^2 + 7x + 2 = (3x + 2)(2x + 1)}$

CASO 8. CUBO PERFECTO DE BINOMIOS

En los productos notables se vio que: $(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$

$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$

Lo anterior nos dice que, para que una expresión algebraica ordenada con respecto a una letra sea el cubo de un binomio, tiene que cumplir las siguientes condiciones:

1. Tener cuatro términos.
2. Que el primero y el último término sean cubos perfectos
3. Que el segundo término sea más o menos el triple del cuadrado de la raíz cúbica del primer término multiplicado por la raíz cúbica del último término
4. Que el tercer término sea más el triple de la raíz cúbica del primer término por el cuadrado de la raíz cúbica del último.

CASO 9. SUMA O DIFERENCA DE CUBOS PERFECTOS

La suma se descompone en dos factores.
1. La suma de sus raíces cúbicas.
2. El cuadrado de la primera raíz, menos el producto de las dos raíces, más el cuadrado de la segunda raíz.

La diferencia se descompone en dos factores.

1. La diferencia de sus raíces cúbicas

2. El cuadrado de la primera raíz, más el producto de las dos raíces, más el cuadrado de la segunda raíz.

Ejemplo: factorizar las sumas o diferencias de cubos perfectos.

a. $x^3 - 8 = (x - 2)\ (x^2 + 2x + 4)$

b. $27x^3 + 64 = (3x + 4)\ (9x^2 - 12x + 16)$

DESARROLLO DE COMPETENCIAS COMPETENCIA INTERPRETATIVA

1. Une cada polinomio con su equivalente presentado en forma de factores

a) $x^2 - 6x + 9$	- $(a + 12)(a - 11)$
b) $x^2 + 7x - 60$	- $(m - 2ab)^2$
c) $a^2 + a + 132$	- $(x - 50)(x + 8)$
d) $4 - 32x + 64x^2$	- $(c + 3d)(c + 3d)$
e) $c^2 + 6cd + d^2$	- $(x + 12)(x - 5)$
f) $m^2 - 4abm + 4a^2b^2$	- $(x - 3)(x - 3)$
g) $x^2 - 42\mathrm{x} - 400$	- $(2 - 8x)^2$

2. Factorizar:

a. $93a^3x^2y - 62a^2x^3y^2 - 124a^2x$

b. $(1{+}3a)\ (x{+}1) - 2a\ (x{+}1){+}3(x{+}1)$

c. $10b - 30ab^2$

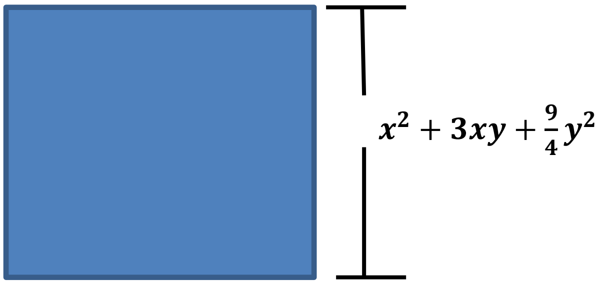
d. $4x^2 - 20xy + 25y^2$

e. $49x^2y^6z^{10} - a^{12}$

f. $4a^4 + 8a^2b^2 + 9b^4$

g. $x^2 - 7x + 12$

3. La expresión que determina el área del cuadrado es:



a. $(x + \frac{3}{2})^2$

b. $(x + \frac{3}{2})^4$

c. $(x + \frac{3}{2})\ (x + \frac{3}{2})$

d. $(x + \frac{3}{2})^2\ (x + \frac{3}{2})$

COMPETENCIA ARGUMENTATIVA

4. Responde verdadero o falso según el caso. Justifique las falsas.

a. La factorización por factor común es posible por la propiedad distributiva que podemos expresar así**:** $\boldsymbol{a\,(m+n)=am+an}$**.**

b. La factorización de una diferencia de cuadrados es un producto de binomios conjugados.

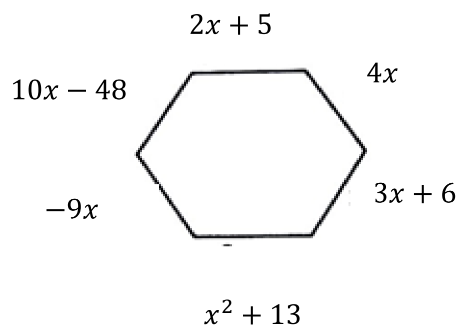
c. El trinomio $a^2 + 4ab + b^2$ resulta de la factorización de ($a + b$) ($a + b$)

d. $6x^2 + 3x^7 = 3x^2(2 + x^5)$

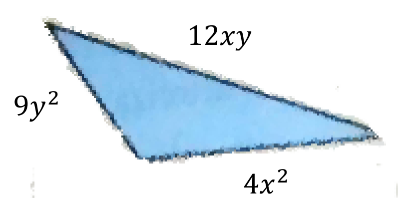
e. $5a^8 - 15a^9 = 5a^8(1 - 3a^2)$

COMPETENCIA PROPOSITIVA

5. ¿Cuál es el perímetro del hexágono?



6. ¿Cuál es el perímetro del triángulo?



GUÍA DE TRABAJO N° 5

ESTUDIANTE: ____________________GRADO: OCTAVO

FECHA: _________________________DOCENTE: LUISA FERNANDA SALAZAR

AREA: MATEMATICAS ASIGNATURA: ALGEBRA

FRACCIONES ALGEBRAICAS

SABERES BÁSICOS

- Factorización.
- MCM.
- MCD,
- Expresiones algebraicas.
- Operaciones con fracciones algebraicas.

LOGRO

Reconoce y aplica las propiedades de las fracciones algebraicas a través de la definición de las restricciones, la simplificación y opera correctamente con fracciones algebraicas.

MARCO TEÓRICO

Una fracción algebraica es el cociente de dos expresiones algebraicas.

Así, $\frac{a}{b}$ es una fracción algebraica porque es el cociente indicado de la expresión a (dividido) entre la expresión b (divisor).

El dividendo a se llama **numerador** de la fracción algebraica, y el divisor b, **denominador.** El numerador y el denominador son los términos de las fracciones.

Expresión algebraica **entera** es la que no tiene denominador literal.

Así, a; $x+\ y$; $m - n$; $\frac{1}{2}\ a\ +\ \frac{2}{3}\ b$ son expresiones enteras.

Una expresión entera puede considerarse como una fracción de denominador 1.

Así, $a = \frac{a}{1}$; $x\ +\ y = \frac{x+y}{1}$.

Expresión algebraica **mixta**, es la que consta de parte entera y parte fraccionaria.

Así, $\boldsymbol{a\ +\ \frac{b}{c}}$; $\boldsymbol{x\ -\ \frac{3}{x-a}}$ son expresiones mixtas.

REDUCCIÓN DE FRACCIONES

Reducir una fracción algebraica es cambiar su forma sin cambiar su valor.

SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES

Simplificar una fracción algebraica es convertirla en una fracción equivalente cuyos términos sean primos entre sí.

Cuando los términos de una fracción son primos entre sí, la fracción es **irreducible** y entonces la fracción esta reducida a su más simple expresión o su mínima expresión.

SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES CUYOS TÉRMINOS SEAN MONOMIOS

Se divide el numerador y el denominador por sus factores comunes que sean primos entre sí.

Ejemplo:

1. Simplificar: $\frac{4a^2b^5}{6a^3b^3m}$

Tendremos: $\frac{4a^2b^5}{6a^3b^3m}$

Hemos dividido 4 y 6 y obtuvimos 2 y 3; a^2 y a^3 entre a^2 y obtuvimos los cocientes 1 y a; b^5 y b^3 y obtuvimos los cocientes b^2 y 1. Como $2b^2$ y $3am$ no tienen ningún factor común, esta fracción que resulta es irreducible.

2. Simplificar: $\frac{9x^3y^3}{36x^5y^6}$

Tendremos: $\frac{9x^3y^3}{36x^5y^6} = \frac{1 \cdot 1 \cdot 1}{4x^2y^3} = \frac{1}{4x^2y^3}$

Dividimos 9 y 36 entre 9; x^3 y x^5 entre x^3; y^3 y y^6 entre y^3.

Obsérvese que cuando al simplificar desaparecen todos los factores del numerador, queda en el numerador **1**, que no puede suprimirse. Si desaparecen todos los factores del denominador, queda en este 1, que puede suprimirse. El resultado es una expresión entera.

SIMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES CUYOS TÉRMINOS SEAN POLINOMIOS

Se descomponen en factores los polinomios todo lo posible y se suprime los factores comunes al numerador y denominador.

Ejemplo:

1. Simplificar: $\frac{2xy-2x+3-3y}{18x^3+15x^2-63x}$

$$\frac{2xy-2x+3-3y}{18x^3+15x^2-63x} = \frac{2x(y-1)+3(1-y)}{3x(6x^2+5x-21)} = \frac{(y-1)(2x-3)}{3x(3x+7)(2x-3)} = \frac{(\boldsymbol{y-1})}{\boldsymbol{3x(3x+7)}}$$

AMPLIFICACIÓN DE FRACCIONES ALGEBRAICAS

Amplificar una fracción algebraica es convertirla en una fracción equivalente con numerador y denominador múltiplo del numerador y del denominador de la fracción dada.

Por ejemplo, amplificar $\frac{3y}{2x}$ a fracción equivalente de denominador $6x^2$.

$$\frac{3y}{2x} \cdot \frac{\quad}{6x^2}$$

Se multiplica el numerador y el denominador por el resultado de $6x^2 \div 2x$, es decir, por $3x$. Así,

$$\frac{3y}{2x} \cdot \frac{3x}{3x} = \frac{6xy}{6x^2}$$

AMPLIFICACIÓN DE POLINOMIOS

Se multiplica el numerador y el denominador por el polinomio que resulta de dividir el polinomio final entre el polinomio inicial.

Por ejemplo, ampliar la expresión $\frac{x-5}{a+2}$ fracción con numerador $3x^2 - 15x$

Se divide el polinomio final $3x^2 - 15x$ entre el polinomio inicial $x-5$ y se obtiene $3x$. Luego se multiplica el numerador y el denominador por $3x$ y se obtiene.

$$\frac{x-5}{a+2} \cdot \frac{3x}{3x} = \frac{3x(x-5)}{3x(a+2)} = \frac{3x^2 - 15}{3ax + 6x}$$

DESARROLLO DE COMPETENCIAS

COMPETENCIA INTERPRETATIVA

1. Hallar el mcd las expresiones en cada caso.

a. $2a^2 + 2ab, 4a^2 - 4ab$

b. $2ax^2 + 4ax, x^3 - x^2 - 6x$

c. ba^2n, b^2an

d. $14a^2b^2$,$18a^3b^4$,$12a^2bc$,$10ab^3c^{\ 4}$

e. $64 - x^6$,$8 - x^3$

2. Hallar el mcm las expresiones en cada caso.

a. $20a^2b, 8ab^3, 4a^3x^2, 12x^{\ 3}$

b. $12mn + 8m - 3n - 3{,}48m^2n - 3n + 32m^2 - 2{,}6n^2 - 5n - 6$

c. $4ab, 6a^2, 3b^2$

d. $ax^2 + 5ax - 14a, x^3 + 14x^2 + 49x, x^4 + 7x^8 - 18x^2$

e. xy^2z, x^2yz

f. $2a^3 - 12a^2 + 18a, 3a^4 - 27a^2, 5a^3 + 30a^2 + 45a$

g. $x^2 - 25,\ x^3 - 125{,}2 + 10$

h. $20n^3, 10p^2, 15n^2p, 25n^4p$

COMPETENCIA ARGUMENTATIVA

3. Multiplica cada fracción algebraica por la expresión dada.

a. $\frac{9-x}{y+3}\ por\ \frac{x2}{x2}$

b. $\frac{a2-b2}{a}\ por\ \frac{a2-b2}{a2-b2}$

c. $\frac{1-x}{3-y}\ por\ \frac{3y^2}{3y^2}$

d. $\frac{x-y}{x+y} por\ \frac{x-y}{x-y}$

e. $\frac{x2}{m-n}\ por\ \frac{x^3m}{x^3m}$

f. $\frac{x^2y^2}{m^2-n}\ por\ \frac{m^2+n}{m^2+n}$

4. Simplifica las siguientes fracciones:

a. $\frac{2x^2+6x+4}{x^3-8z^3}$

b. $\frac{4x^2y}{2xy^3}$

c. $\frac{x^2-4xz+4z^{\ 2}}{x^3-8z^3}$

d. $\frac{9x^2y^3}{18a^2x^3y^4}$

e. $\frac{x+7}{x^2-49}$

f. $\frac{8m^2-32}{4m^2-16}$

5. Amplifica cada fracción algebraica.

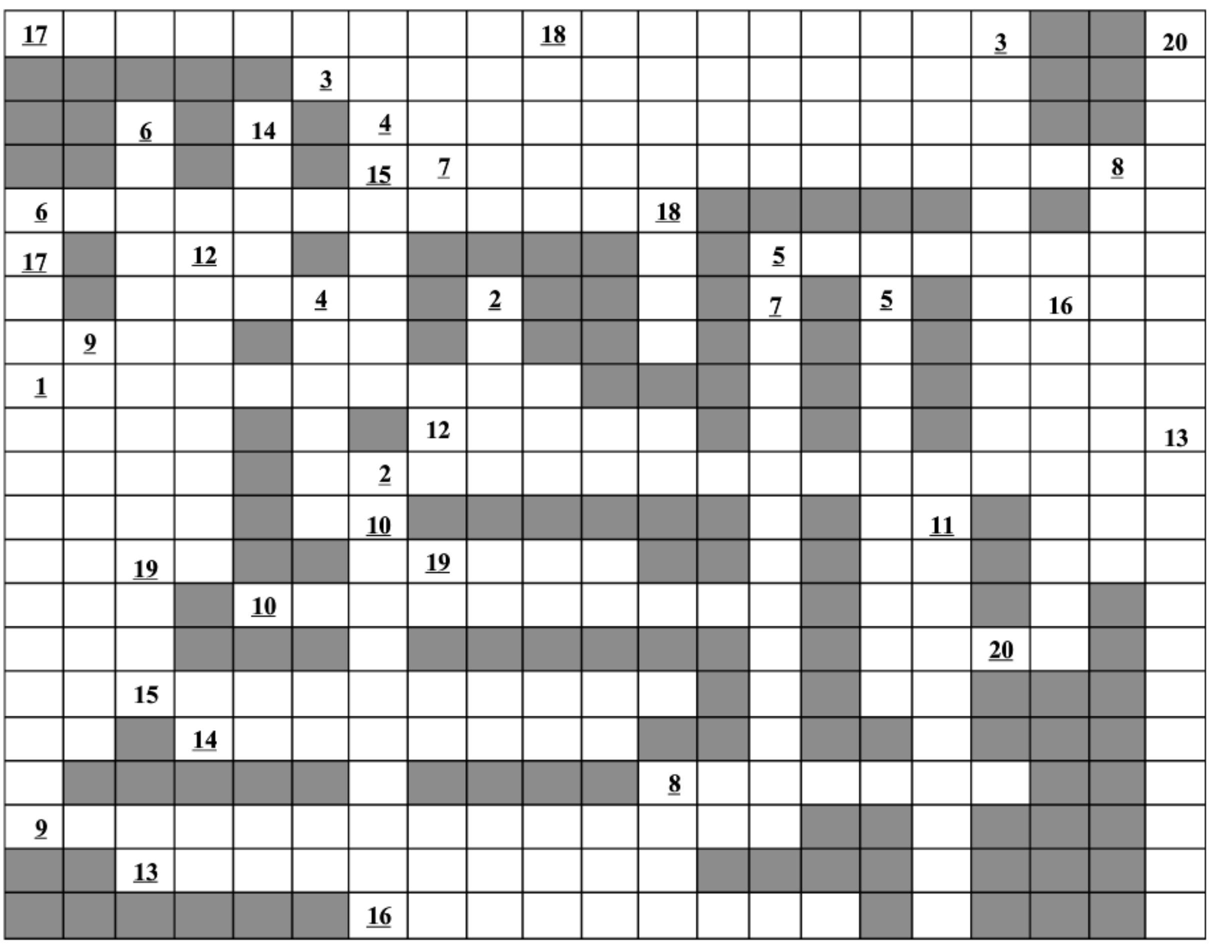
a. $\frac{2x}{3}$ a fracción con numerador $4x^3$

b. $\frac{5}{9x^2}$ a fracción con denominador $63x^2$

c. $\frac{m}{ab^2}$ a fracción con denominador $3a^2b^2c^5$

COMPETENCIA PROPOSITIVA

6. Resuelve el siguiente crucigrama



HORIZONTALES

1. Cualquiera de los números que se usan para contar los elementos de un conjunto. Reciben ese nombre porque fueron los primeros que utilizo el ser humano para contar objetos, denominados con la letra “$\mathbb{N}$”.

2. Propiedad que refiere “el orden al sumar o multiplicar reales no afecta el resultado. Ejemplo: $a + b = b + a$ ó $ab = ba$” se llama.

3. Propiedad de la multiplicación sobre la suma por la que la suma de dos o más sumandos, multiplicada por un número, es igual a la suma del producto de cada sumando con el número. Por ejemplo: $(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$.

4. Todo número que puede representarse como el cociente, de dos enteros con denominadores distinto de cero (una fracción común). Denominado con letra “$\mathbb{Q}$”

5. Decimal que tienen fin.

6. Cualquier fracción decimal que repite interminablemente un número o grupo de números después del punto decimal.

7. Número cuyo cuadrado es negativo. El término fue acuñado por Rene Descartes en el siglo XVII y expresaba claramente sus creencias: obviamente tales números no existen.

8. Números usados para representar una cantidad continua (incluyendo el cero y los negativos), también denominada con la letra “$\mathbb{R}$”

9. Número que se obtiene dividiendo un número por otro. Suele escribirse en la forma $\frac{1}{2}$ o $\frac{a}{b}$, el número "a" que es dividido se llama **numerador** y el número "b" que divide, **divisor o denominador.**

10. Todo número natural no primo, a excepción del 1, que tiene uno o más divisores distintos a 1 y así mismo. También se utiliza el término **divisible** para referirse a estos números.

11. $f(x) = a^x$ (a elevado a la potencia x), al número “a” se le llama.

12. $(\sqrt{\ })$

13. Σ

14. Expresión algebraica en la que se utilizan letras, números y signos de operaciones. Ejemplo: $5x^3$.

15. Término matemático que define al número superior en una fracción

16. Operación aritmética que consiste en averiguar cuántas veces un número (el divisor) está contenido en otro número (el dividendo).

17. Resultado de una división.

18. Sobrante de una división inexacta.

19. $5x^3$

20. $\sqrt[5]{32}$

VERTICALES

1. Suma de varios monomios.

2. Símbolo numérico de valor nulo (en letras).

3. La propiedad de hacer diferentes asociaciones al sumar o multiplicar reales sin afectar el resultado se llama. Ejemplo $a + (b + c)$ ó $(a + b) + c$

4. Número natural que tiene exactamente dos divisores naturales distintos: él mismo y el 1.

5. Lo mismo que decimal recurrente. Es un decimal en el que un digito o grupo de dígitos se repite interminablemente.

6. Forma de expresar número no entero, esto es, números racionales e irracionales.

7. Cualquier número real que no es racional, es decir, es un número que no puede ser expresado como una fracción $\frac{m}{n}$, donde m y n son enteros, con n diferente de cero y donde esta fracción es irreducible. Ejemplo: el número π.

8. Números que describen la suma de un número real y un número imaginario (que es un múltiplo de real de la unidad imaginaria, que se indica con la letra $\mathbb{i}$.

9. Números resultantes de restar a un número natural otro mayor, además del cero. El hecho de que un número sea entero, significa que no tiene parte decimal, estos números pueden aplicarse en diversos contextos, como la representación de profundidades bajo el nivel del mar, temperaturas bajo cero, o deudas, entre otros.

10. Expresión matemática que incluye dos términos denominados: base a y exponente n.

11. Número utilizado para indicar el número de veces que se utiliza un término como factor para multiplicarse por sí mismo. Normalmente se coloca como superíndice después del término.

12. Números denominados con la letra “$\mathbb{Z}$”.

13. Término matemático que define al número inferior en una fracción.

Anexo B: Talleres de Estudio

ESTUDIANTE:____________________GRADO: OCTAVO FECHA:

DOCENTE: LUISA FERNANDA SALAZAR ASIGNATURA: ALGEBRA

Logro 3: Identifica y resuelve expresiones algebraicas utilizando diferentes casos de factorización.

TALLER

I. SELECCIONE LA RESPUESTA CORRECTA.

1. El producto de $(5ab - 3)(5ab + 3)$ es:

a. $25ab + 9$

b. $25a^2b^2 + 9$

c. $25a^2b^2 - 9$

d. $25a^2b^2 - 30ab + 9$

2. La factorización de $(x + 1)^2 - 9y^2$

a. $(x + 1 - 3y)(x + 1 - 3y)$

b. $(x - 1 - 3y)(x - 1 - 3y)$

c. $(x - 1 + 3y)(x - 1 + 3y)$

d. $(x + 1 + 3y)(c + 1 - 3y)$

3. El producto de $(6k + 8m)(6k - 8m)$ es:

a. $36k^2 - 64m^2$

b. $36k^2 - 96km + 64m^2$

c. $36k^2 + 64m^2$

d. $36k^2 + 96km + 64m^2$

4. El producto de $(2x + 4y)^3$ es:

a. $8x^3 - 64y^3$

b. $8x^3 + 48x^2y + 96xy^2 + 64y^3$

c. $8x^3 - 48x^2y + 96xy^2 - 64y^3$

d. $-8x^3 - 48x^2y - 96xy^2 - 64y^3$

5. El producto de $(5p - 1)(5p + 3)$ es:

a. $25p^2 + 10p - 3$

b. $25p^2 - 2p - 3$

c. $25p^2 - 10p + 3$

d. $25p^2 + 2p - 3$

6. La factorización $6(2x + 1) + (2x + 1)$ es:

a. $12x + 6 + 2x^2 + x$

b. $(6x)(2x + 1)$

c. $(2x + 1)(6 + x)$

d. $(2x + 1)6 + (2x + 1)$

7. La factorización de $4x^2 - 20xy + 25y^2$ es:

a. $(2x - 5y)(2x + 5y)$

b. $(2x - 5y)^2$

c. $(2x + 5y)^2$

d. $(4x - 5y)^2$

8. La factorización de $6x^2 - 13x - 5$ es:

a. $(3x + 1)(2x - 5)$

b. $(6x + 1)(x - 5)$

c. $(2x + 1)(3x - 5)$

d. $(x + 5)(6x - 1)$

9. Al factorizar $m^2 - mn$ se obtiene:

a. $m(m - 1)$

b. $m^2(m - n)$

c. $(m - n)$

d. $m^2(1 - n)$

10. Al factorizar $(4 - p^2)$ se obtiene:

a. $(2 - p)^2$

b. $(2 - p)(2 + p)$

c. $(p - 2)(p + 2)$

d. $(4 - p)^2$

II RESPONDA MARCANDO LA OPCIÓN CORRECTA:

11. Es el proceso inverso al de los productos notables, consistente en indicar en factores a una expresión.

a. Simplificación

b. Álgebra

c. Factorización

d. Ninguna de las anteriores

12. ¿cómo representarías algebraicamente la expresión “el producto de un binomio por un trinomio?

a. $(x - 1)\ (x + 1)$

b. $(x + 1)\ (x)$

c. $(x + 1)\ (x + 2)\ (x + 3)$

d. $(x - 1)\ (x^2 + 3x - 2)$

13. Es una representación formada por números y letras unidos mediante operaciones matemáticas

a. Notación algebraica

b. Expresión algebraica

c. Operación algebraica

d. Excepción algebraica

14. El trinomio cuadrado perfecto es el trinomio que resulta del producto notable denominado.

a. Cuadrado de un binomio

b. Binomio al cubo

c. Binomio conjugado

d. Ninguna de las anteriores

15. Dos números que sumados dan 5 y multiplicados dan -14 son

a. 7 y 2

b. -7 y 2

c. 3 y 2

d. Ninguna de las anteriores

16. La factorización del trinomio $x^2 - 7x - 18$ es:

a. $(x + 7)(x + 1)$

b. $(x - 6)(x - 1)$

c. $(x - 9)(x + 2)$

d. $(x - 9)(x - 2)$

17. La factorización de la suma de cubos $a^3 + b^3$ es:

a. $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$

b. $(b^2 - ab + a^2)(b + a)$

c. $(a + b)(a^2 + b^2 - ab)$

d. Cualquiera de ellas

III COMPLETA LOS ESPACIOS

Factorizar: (se tiene en cuenta el procedimiento)

18. $x^3 - 4x$

Solución: __. $(x^2 -$ ___$)$ =____. $(x + 2)$(_)

19. $9x^3 - 12x^2 + 4x$

Solución: __. $(9x^2 - 12x +$ ___$)$ =___. (_)^2

20. $x^3 - 10x^2 + 25x$

Solución: __. $(x^2 - 10x +$ ___$)$ =___. (_)^2

21. $3x^3 + 18x^2 + 27x$

Solución: __. $(x^2 +$____$+ 9)$ =___. (__)^2

22. $4x^3 - 36x$

Solución:__. $(x^2 -$ ___$)$ =____. $(x + 3)$(_)

Ejer.N°	Espacio 1	Espacio 2	Espacio 3	Espacio 4
18				
19				
20				
21				
22				

¡¡Ánimo!! Confío en que puedes contestar bien este taller. Te va a ir muy bien.

ESTUDIANTE:______________________GRADO: OCTAVO FECHA:_

DOCENTE: LUISA FERNANDA SALAZAR ASIGNATURA: ALGEBRA

Logro 1: Resuelve problemas e identifica el cuadrado de la suma como producto notable. Resuelve e identifica una diferencia de cuadrados como producto notable.

TALLER

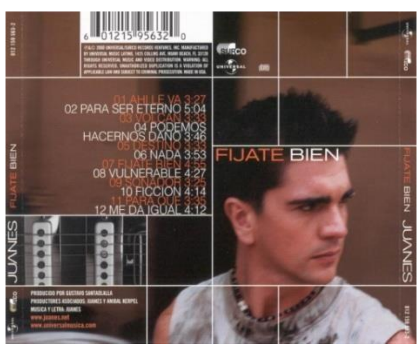
1. Hallar el Área de una Puerta cuyas dimensiones son $(2x\ +10)\ (2x\ -4)$.

$(2x\ +10)$

$(2x\ -4)$

2. Hallar el área del CD DE JUANES cuyas dimensiones son $(\ 8x\ +\ 10)\ (8x\ +10\ )$

$8x\ +\ 10$



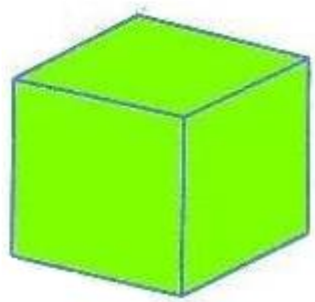
$8x\ +\ 10$

3. ¿Cuál será la expresión polinominal del área del siguiente rectángulo?

$(y-6)$

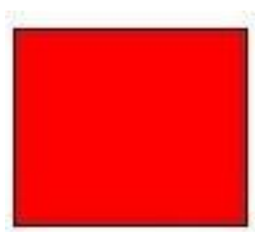
$(y+6)$

4. ¿Cuál será expresión polinominal del volumen del siguiente cubo?



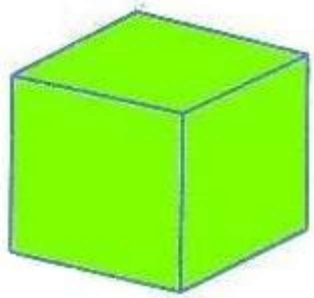
$(x+4)$

5. ¿Cuál será expresión polinominal del área del siguiente cuadrado?



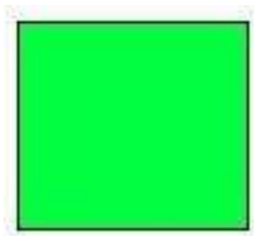
$(2x+5)$

6. ¿Cuál será expresión polinominal del volumen del siguiente cubo?



$(x-5)$

7. ¿Cuál será expresión polinominal del área del siguiente cuadrado?

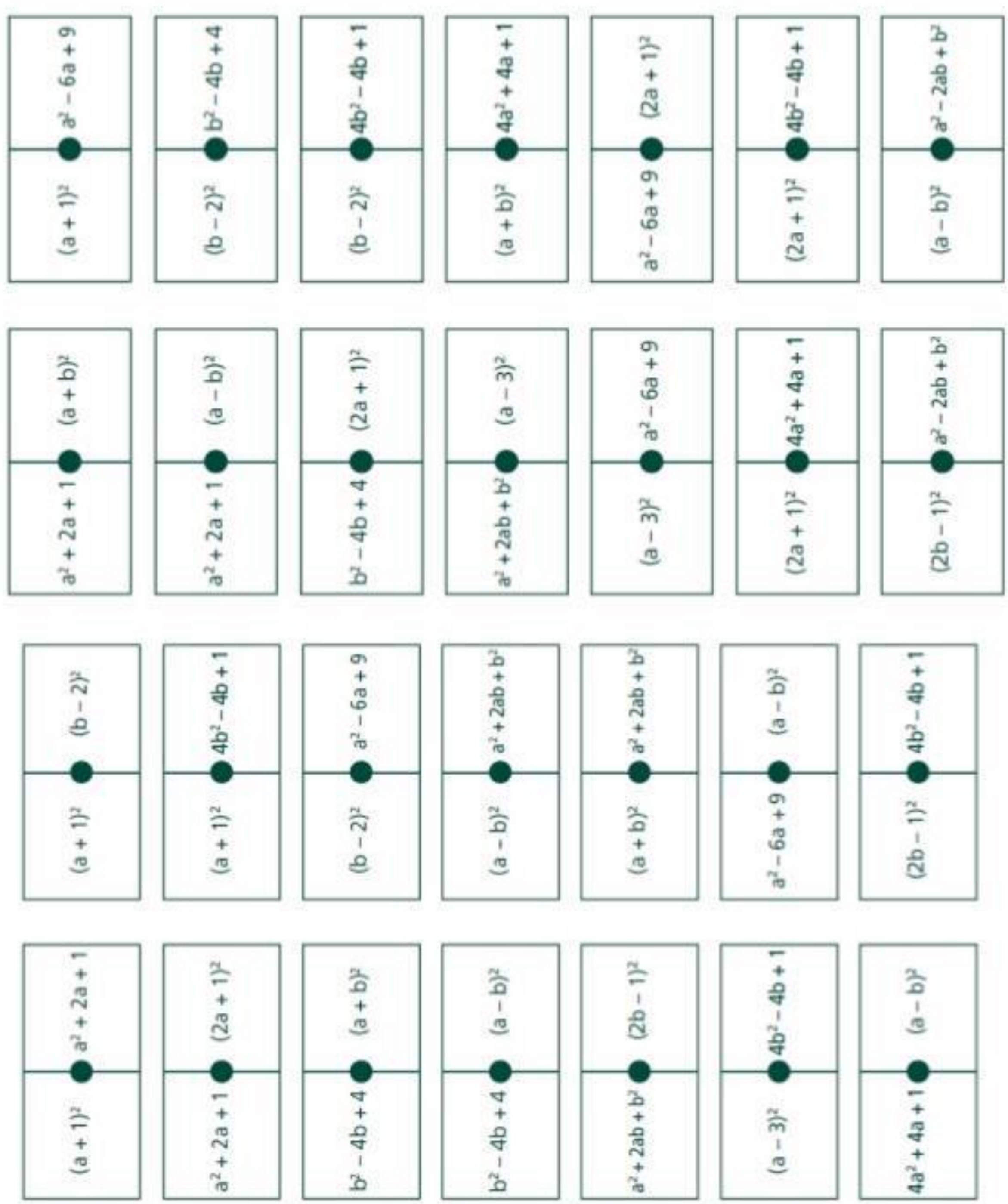


$(x-5)$

8. El área de un rectángulo es $a^4 - b^4$ y su base es $a - b$. ¿Cuál es su altura?

9. Si un rectángulo tiene de área $2y^2 + 7y - 15$ y su base es $y + 5$, ¿cuál es la altura?

Anexo C: Juego de domino de Productos Notables



Anexo D: Diccionario de términos algebraicos

A

Adición	Operación matemática en la que se unen dos o más cantidades.
Álgebra	Rama de la Matemática en la que se usan símbolos, letras y números para expresar relaciones entre expresiones que representan números.
Algoritmo	Descripción paso a paso de una solución de un problema.
Amplificar una fracción	Es obtener una fracción equivalente a la original, multiplicando su numerador y su denominador por un mismo número.
Aritmética	Es la parte de la Matemática que estudia los números y las operaciones hechas con ellos.
Asociativa (propiedad)	Una operación . cumple la propiedad asociativa en un conjunto dado A, si para cualesquiera elementos a, b y c de A, se tiene que $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$.
Axioma	Proposición aceptada sin demostración.

B

Binomio	Polinomio que consta exactamente de dos términos.

C

Clasificar	Agrupar elementos de acuerdo con determinadas características.
Conmutativa (propiedad)	Una operación · cumple la propiedad conmutativa en un conjunto dado A, si para cualesquiera elementos a y b, se tiene que $a \cdot b = b \cdot a$

D

Diagrama de Venn	Es una representación pictórica de dos o más conjuntos que muestran los elementos que los conjuntos tienen en común y los que pertenecen a uno u otro conjunto.
Distributiva (propiedad)	La expresión $a \cdot (b + c) = ab + ab$, en donde $a, b, c \in \mathbb{R}$, significa que la multiplicación es distributiva respecto de la adición, en el conjunto de los números reales.
Divisible	Una cantidad m es divisible entre otra cantidad n si m contiene a n un número exacto de veces. Por ejemplo 12 es divisible entre 3 porque 12 dividido entre 3 es 4.
División	Es una operación matemática, la operación inversa de la multiplicación, que consiste en la partición o separación de elementos de un conjunto en subconjuntos de un número fijo de elementos.

E

Ejercicio	En el contexto de la Matemática, un ejercicio es una pregunta con la que él o la estudiante ya se han encontrado y para cuya resolución tiene un algoritmo o técnica.
Ecuación	Una ecuación es una declaración de que dos números o expresiones matemáticas son iguales.
Elemento neutro	Dada una operación · en un conjunto A, se dice que el elemento $e \in A$ es neutro para la misma, si dado cualquier elemento $a \in A$, se cumple que $a \cdot e = e \cdot a = a$. En el conjunto de los números reales, el elemento neutro de la adición es el 0 y el elemento neutro de la multiplicación es el 1.
Estadística	Es la recopilación, organización e interpretación de datos.

Exponente	Un exponente es un número que indica cuántas veces debe usarse la base como factor.
Expresión algebraica	Es una afirmación que expresa una relación matemática mediante símbolos y números.

F

Factores	Dos números a y b son factores de otro número c, si $c = a \cdot b$.
Fracción decimal	Es una fracción en la que el denominador es una potencia de 10.
Fracciones equivalentes	Dos fracciones son equivalentes si representan la misma cantidad.
Fracciones homogéneas	Son las que tienen igual denominador.
Fracción impropia	Es una fracción en la que el numerador es mayor o igual que el denominador.
Frase matemática abierta	Es una afirmación sobre una relación matemática en la que las incógnitas no han sido determinadas todavía.

G

Grado de un polinomio	Dado El polinomio $\boldsymbol{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a^2 x^2 + a_1 x + a_0}$, en donde $\boldsymbol{a_n \neq 0}$, entonces el grado del polinomio es n. El polinomio 0 no tiene grado.

I

Identidad	Relación matemática que establece la igualdad de dos expresiones matemáticas para todos los posibles valores de las variables en un conjunto dado.
Intercepto	En la ecuación lineal $y = mx + b$, b es el intercepto en y. El punto $(0, b)$ es el punto donde la recta corta al eje y.
Inverso multiplicativo	Si a es un número real y $a \neq 0$, entonces $1/a$ es el elemento inverso multiplicativo de a.

J

Jerarquía de las operaciones	Para la adición, la sustracción, la multiplicación y la división, la jerarquía es: primero se realizan las multiplicaciones y divisiones y después se realizan las adiciones y sustracciones.

L

Logaritmo de un número real positivo	Sean $a, b, c \epsilon \mathbb{R}, a > 0, a > 1, c > 0$ entonces el logaritmo en base a del número c es b, si se cumple $a^b = c$; y se escribe $\mathbf{log}_{\boldsymbol{a}} \boldsymbol{c} = \boldsymbol{b}$.

M

Matemática	Es la ciencia que estudia las propiedades de los entes abstractos, como los números, figuras geométricas o símbolos, y sus relaciones.
Máximo Común Divisor	El Máximo Común Divisor de dos o más números dados, es mayor número que divide a todos y a cada uno de los números dados.
Mínimo Común Múltiplo	El Mínimo Común Múltiplo de dos o más números dados, es el menor de todos los múltiplos comunes de los números dados.

Modelo matemático	Abstracción matemático.
Monomio	Es el polinomio que tiene un solo coeficiente distinto de cero. También se dice que un monomio es polinomio de un solo término.
Multiplicación	Es la adición de un número varias veces. Los términos de la multiplicación son: multiplicando, el número que se suma; multiplicador, el número de veces que se suma; producto, el resultado de la multiplicación.
Múltiplo	El múltiplo de un número dado es el producto de la multiplicación del número dado con un número entero.

N

Numeral	Símbolo que representa un número.
Número	Es el concepto que identifica una cantidad dada.
Número algebraico	Es cualquier número real o complejo que es solución de una ecuación polinómica.
Número cardinal	Es un número que dice la cantidad de elementos que hay en un conjunto.
Número compuesto	Un número es compuesto si tiene dos o más factores diferentes de 1.
Número complejo	Es un número que puede ser escrito en la forma $a + bi$ donde a y b son números reales e i es la unidad imaginaria, tal que $i^2 = -1$.
Número entero	Es un número del conjunto…-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3,....
Número ordinal	Es un número que describe orden o posición.
Número natural	Es un elemento del conjunto 1, 2, 3,....
Número impar	Es un número entero que da residuo 1 al ser dividido entre 2.

Números irracionales	Son los números que tienen representación en la recta real pero que no pueden ser expresados en la forma a/b en donde a y b son números enteros y b es diferente de cero.
Número par	Es un número entero que da residuo 0 al ser dividido entre 2.
Número primo	Número entero mayor que 1 que tiene sólo dos factores, 1 y él mismo.
Números racionales	Son números que pueden ser escritos como la razón de dos números enteros.
Números reales	Son números usados para representar una cantidad continua. A cada número real se puede hacer corresponder uno y sólo un punto de la recta y a cada punto de la recta se puede hacer corresponder uno y sólo un número real.

O

Opuesto (elemento)	Para cualquier número entero, racional, real o complejo a, existe un número $-a$ tal que $a + (-a) = (-a) + a = a$.

P

Perímetro de una figura plana	Es la suma de las medidas de todos sus lados.
Pirámide	Es un poliedro en el que la base es un polígono y el resto de caras son triángulos que se encuentran en un vértice común.
Poliedro	Figura tridimensional limitada por polígonos.
Polígono	Es una figura plana cerrada limitada por segmentos de recta.
Polinomio	La expresión $\boldsymbol{a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \cdots + a_2 x^2 + a_1 x + a_0}$, donde $\boldsymbol{a_n, a_{n-1}, \ldots, a_1, a_2, a_0}$ son números reales y n es un número natural o 0, es un polinomio de variable x.

Polinomio cero	Es el polinomio en el que todos los coeficientes son 0.
Problema	En el contexto de la Matemática, un problema es una pregunta que el alumno o la alumna no ha visto antes y para la cual un algoritmo o procedimiento no es inmediatamente obvio.

R

Razón de dos números	Expresión que compara dos números por división.
Redondear	Proceso que consiste en reemplazar un número con el valor más cercano, para un valor de lugar especificado. Por ejemplo, redondear un número a la decena más próxima, es expresar ese número aproximándolo a la decena más próxima.
Rombo	Paralelogramo equilátero.

S

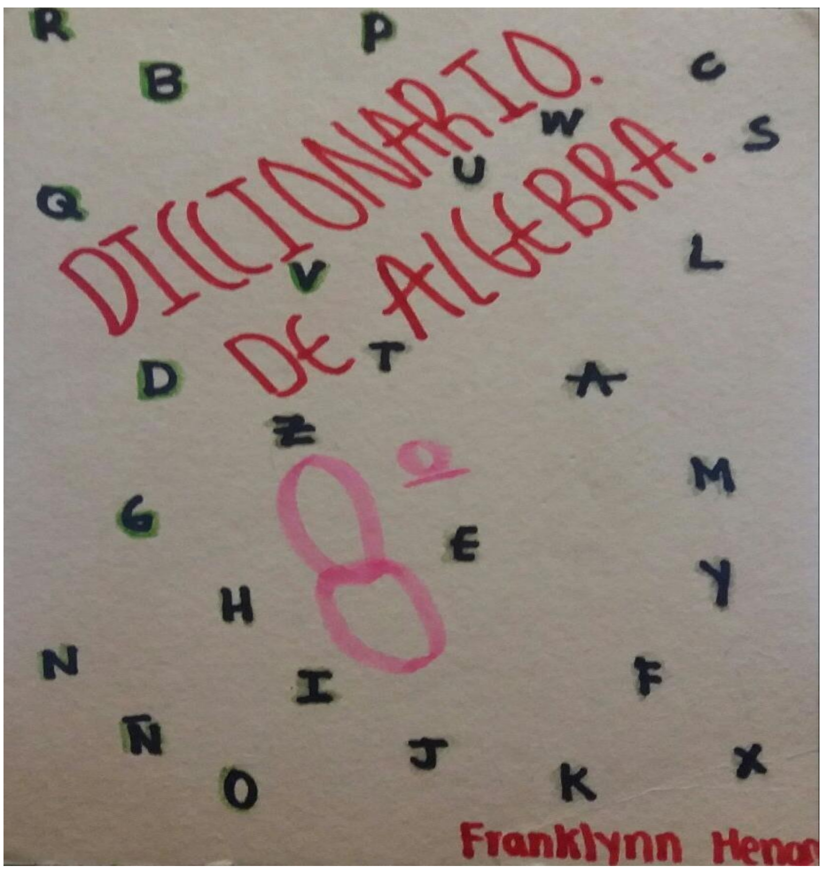
Sistema de coordenadas cartesianas	Es un sistema gráfico que divide el plano en cuatro cuadrantes. Los puntos en el plano se identifican mediante pares ordenados.
Solución de una ecuación	Cuando una ecuación tiene una variable, una solución de la ecuación es un número que hace la ecuación verdadera cuando se sustituye la variable por ese número.
Sustracción	Es la operación matemática opuesta de la adición. El primer número de la adición se llama minuendo, el segundo, se llama sustraendo y el resultado se llama diferencia.

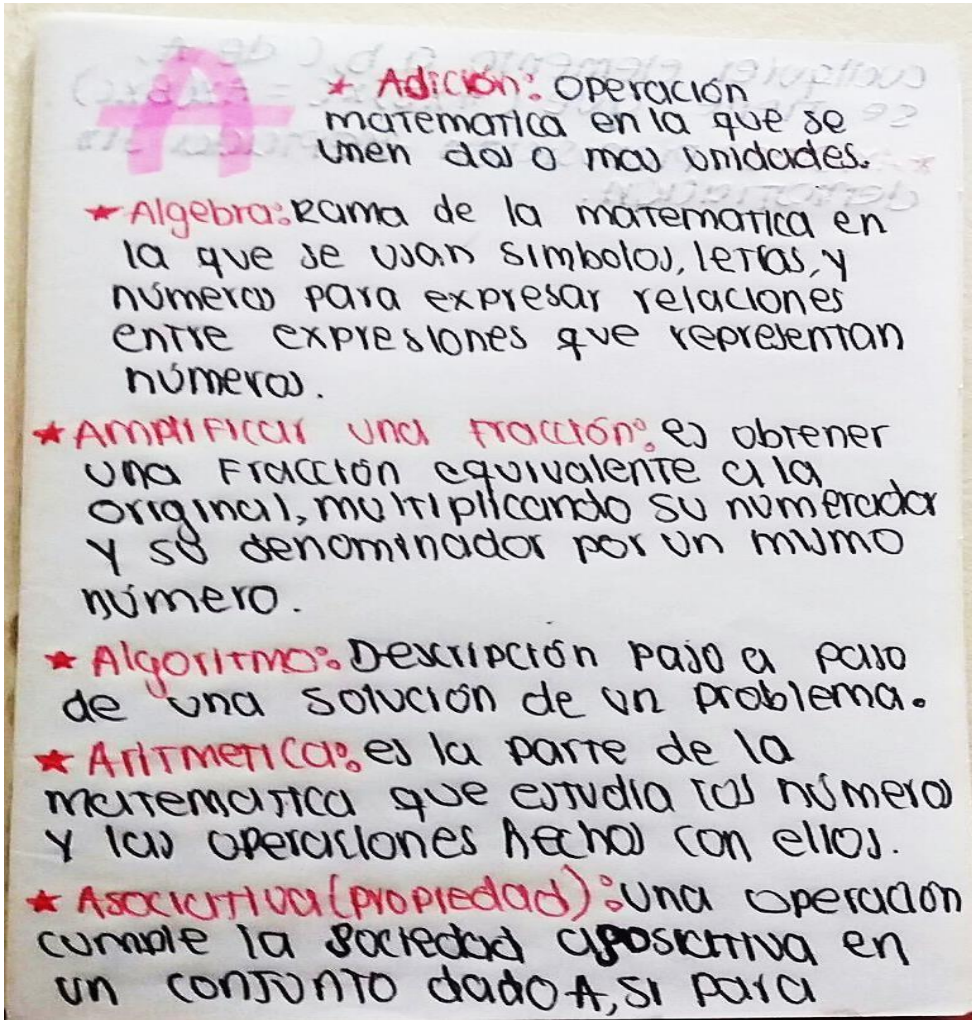
T

Teorema	Proposición que puede demostrarse.
Teoría	Rama de la matemática que estudia las propiedades de los números enteros.
Trinomio	Es un polinomio que consta exactamente de tres términos.

V

Valor absoluto de un número	El valor absoluto de un número real es su distancia de cero.
Variable	Una variable es un símbolo que representa un número de un conjunto dado de números.





A

★ Adición: operación matemática en la que se unen dos o mas unidades.

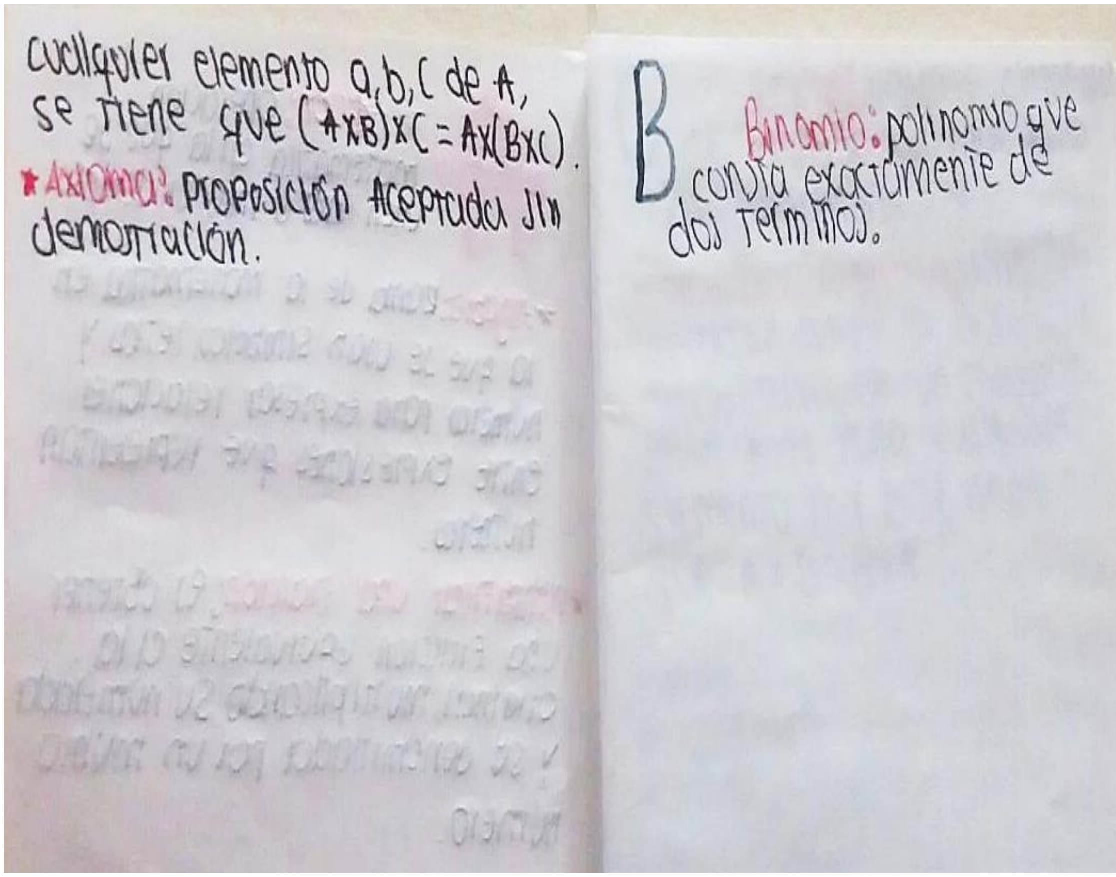
★ Algebra: Rama de la matemática en la que se usan simbolos, letras, y números para expresar relaciones entre expresiones que representan números.

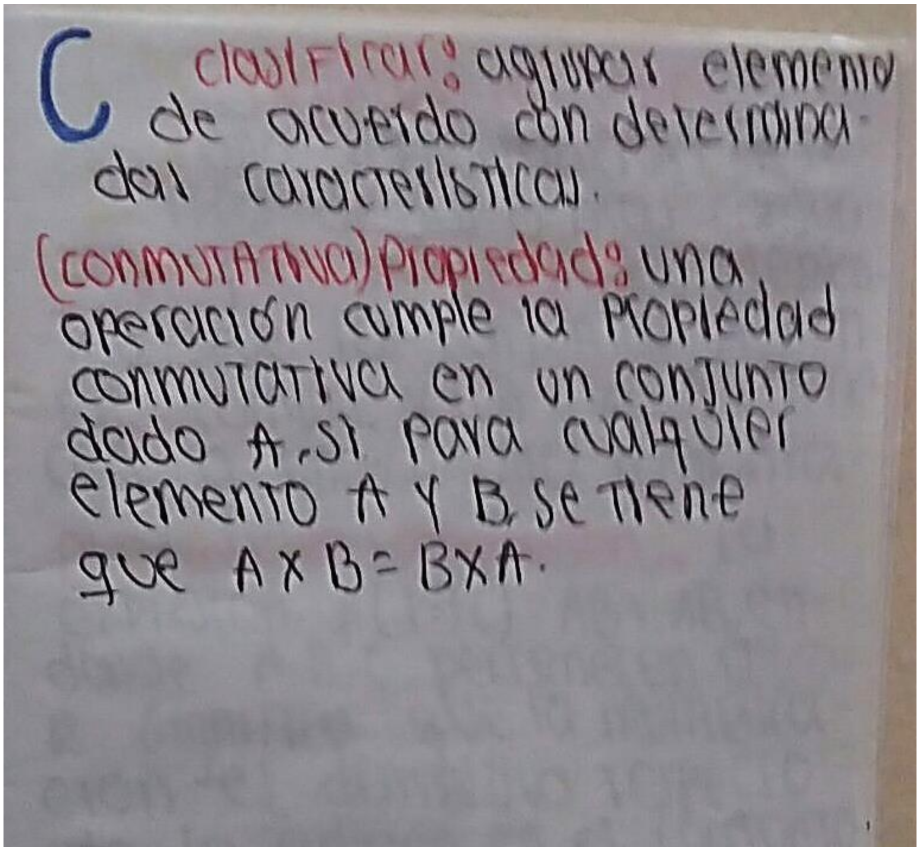
★ Amplificar una fracción: es obtener una fracción equivalente a la original, multiplicando su numerador y su denominador por un mismo número.

★ Algoritmo: Descripción paso a paso de una solución de un problema.

★ Aritmetica: es la parte de la matemática que estudia los número y las operaciones hechos con ellos.

★ Asociativa (propiedad): una operación cumple la sociedad asociativa en un conjunto dado A, si para

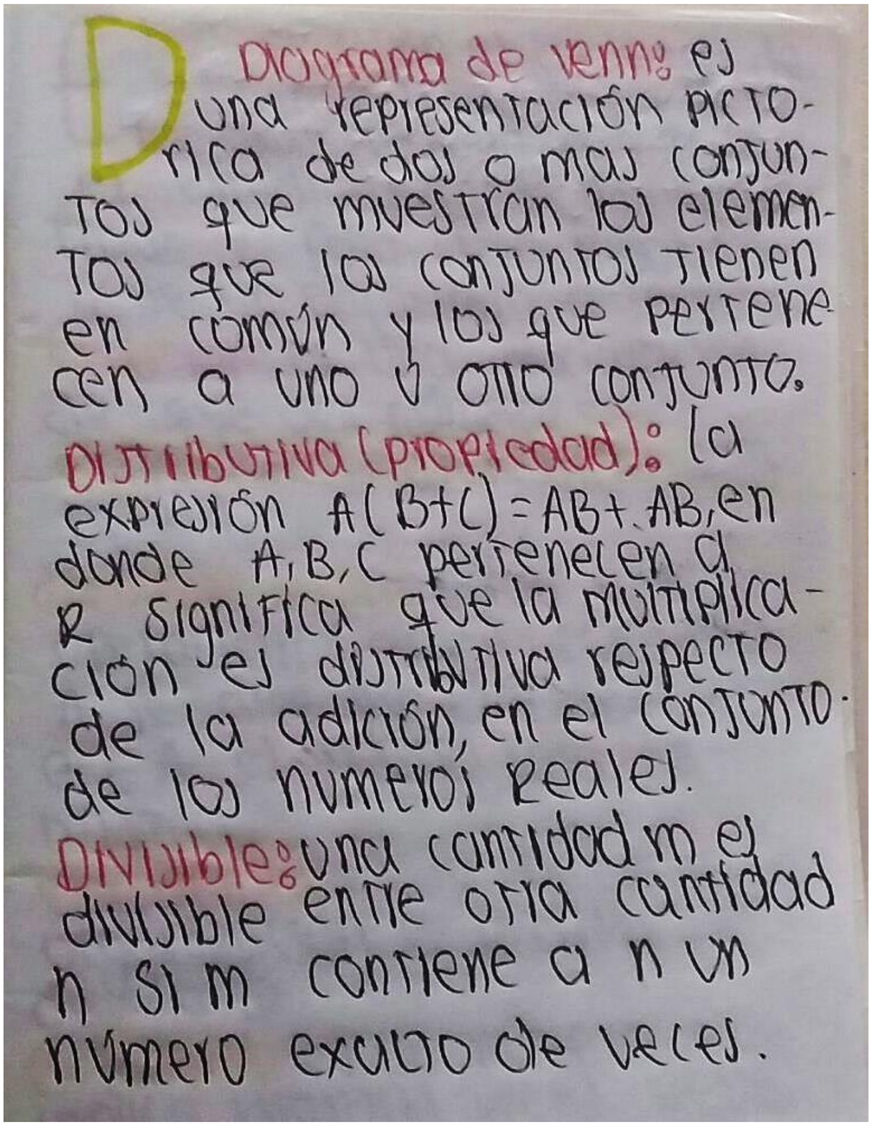

cualquier elemento a,b,c de A,
se tiene que (AxB)xC = Ax(BxC).
* Axioma: Proposición Aceptada sin
demostración.
B
Binomio: polinomio que
consta exactamente de
dos terminos.



C

clasificar: agrupar elementos de acuerdo con determina-das características.

(CONMUTATIVA) Propiedad: una operación cumple la propiedad conmutativa en un conjunto dado A, si para cualquier elemento A y B se tiene que A x B = B x A.

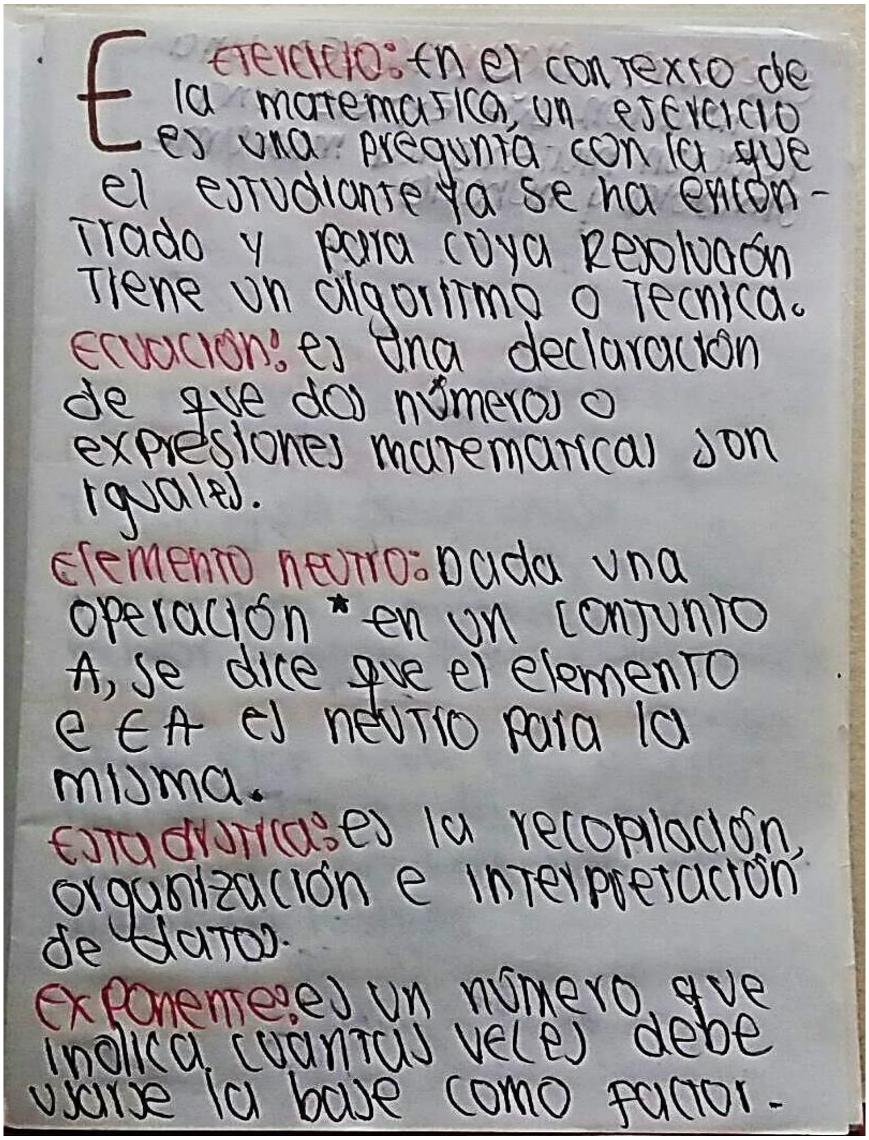


D

Diagrama de venn: es una representación pictórica de dos o mas conjuntos que muestran los elementos que los conjuntos tienen en común y los que pertenecen a uno u otro conjunto.

Distributiva (propiedad): la expresión A(B+C) = AB+AB, en donde A, B, C pertenecen a R significa que la multiplicación es distributiva respecto de la adición, en el conjunto de los numeros reales.

Divisible: una cantidad m es divisible entre otra cantidad n si m contiene a n un número exacto de veces.



E

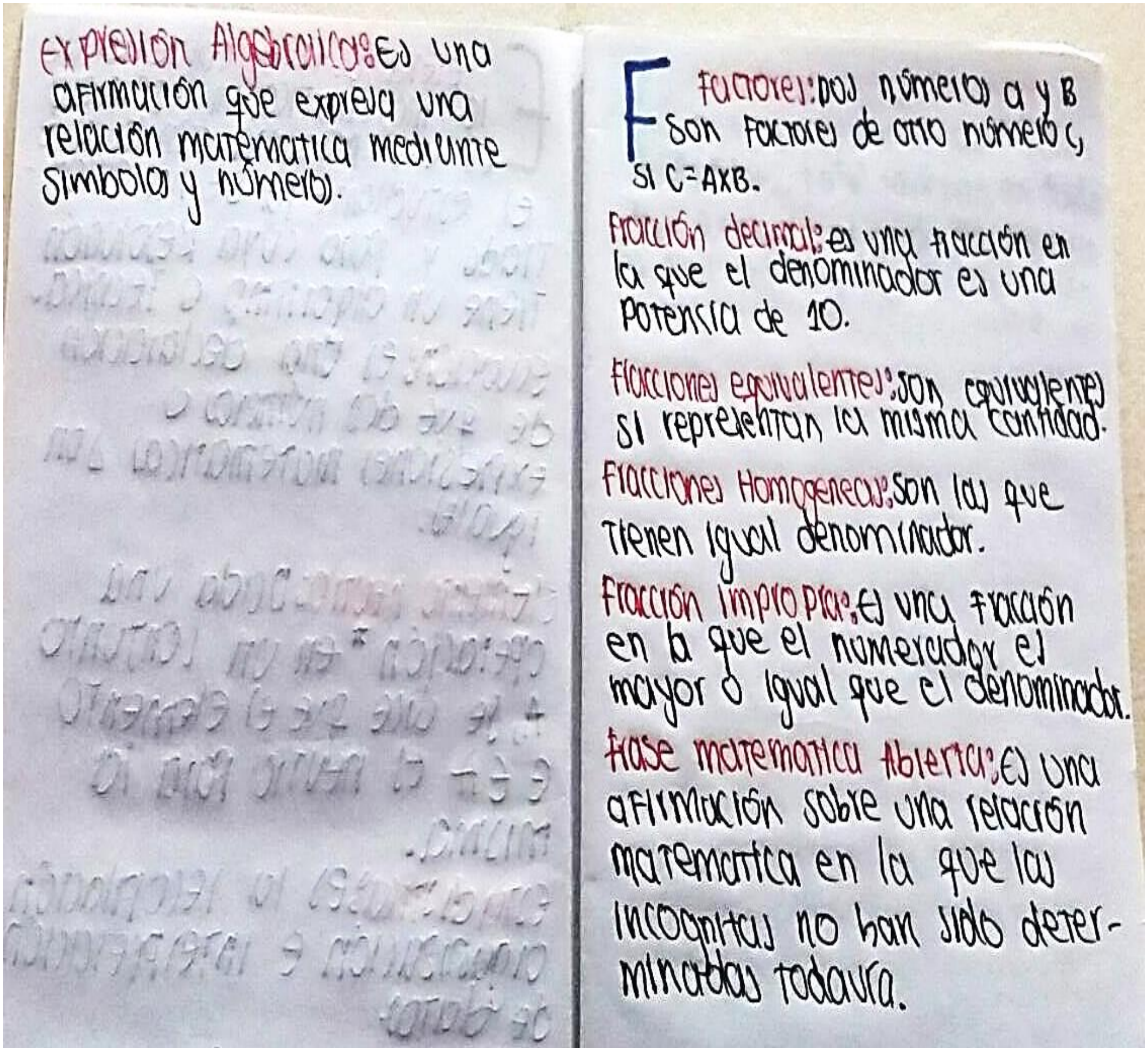
Ejercicio: En el contexto de la matematica, un ejercicio es una pregunta con la que el estudiante ya se ha encontrado y para cuya resolución tiene un algoritmo o tecnica.

Ecuación: es una declaración de que dos números o expresiones matematicas son iguales.

Elemento neutro: Dada una operación * en un conjunto A, se dice que el elemento $e \in A$ es neutro para la misma.

Estadística: es la recopilación, organización e interpretación de datos.

Exponente: es un número que indica cuantas veces debe usarse la base como factor.



Expresión Algebraica: Es una afirmación que expresa una relación matemática mediante símbolos y números.

Factores: Dos números a y B son factores de otro número C, si C=AxB.

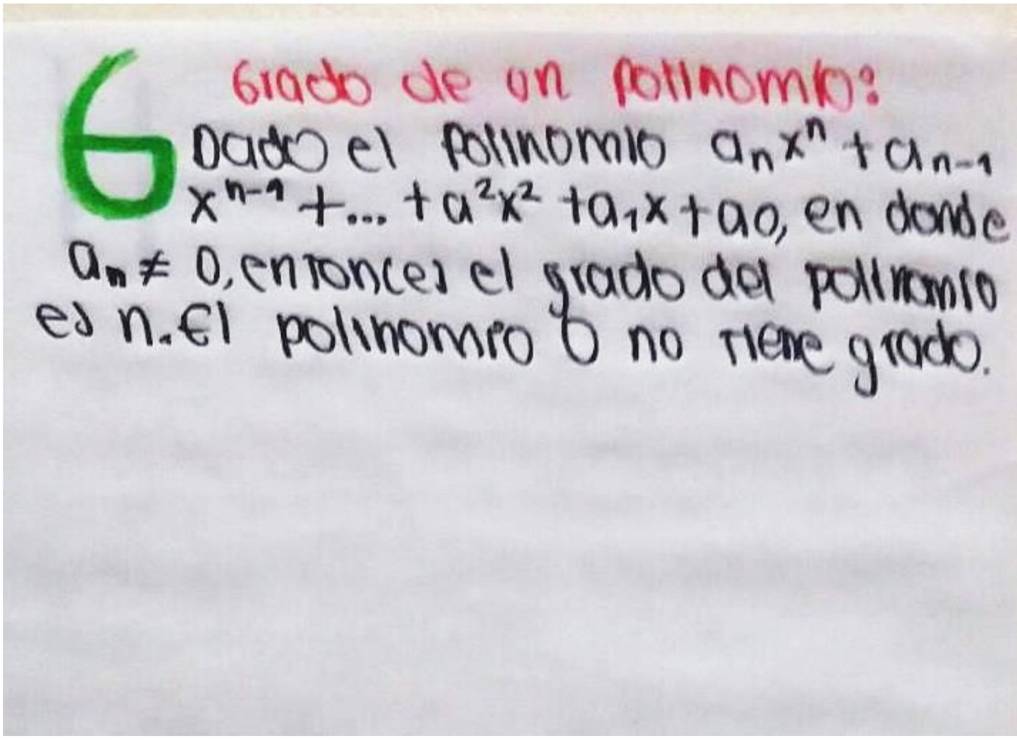
Fracción decimal: es una fracción en la que el denominador es una potencia de 10.

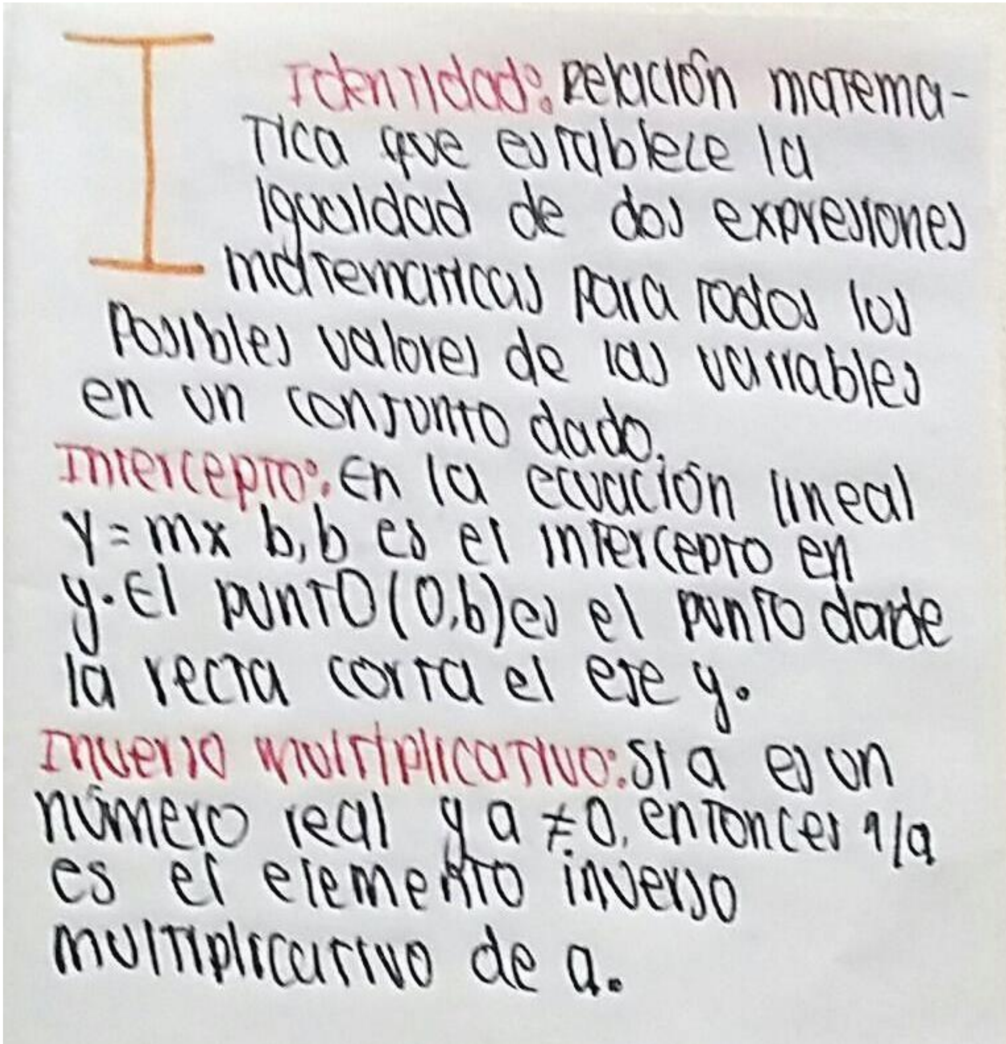
Fracciones equivalentes: son equivalentes si representan la misma cantidad.

Fracciones Homogéneas: Son las que tienen igual denominador.

Fracción impropia: Es una fracción en la que el numerador es mayor o igual que el denominador.

Frase matemática Abierta: Es una afirmación sobre una relación matemática en la que las incógnitas no han sido deter-minadas todavía.

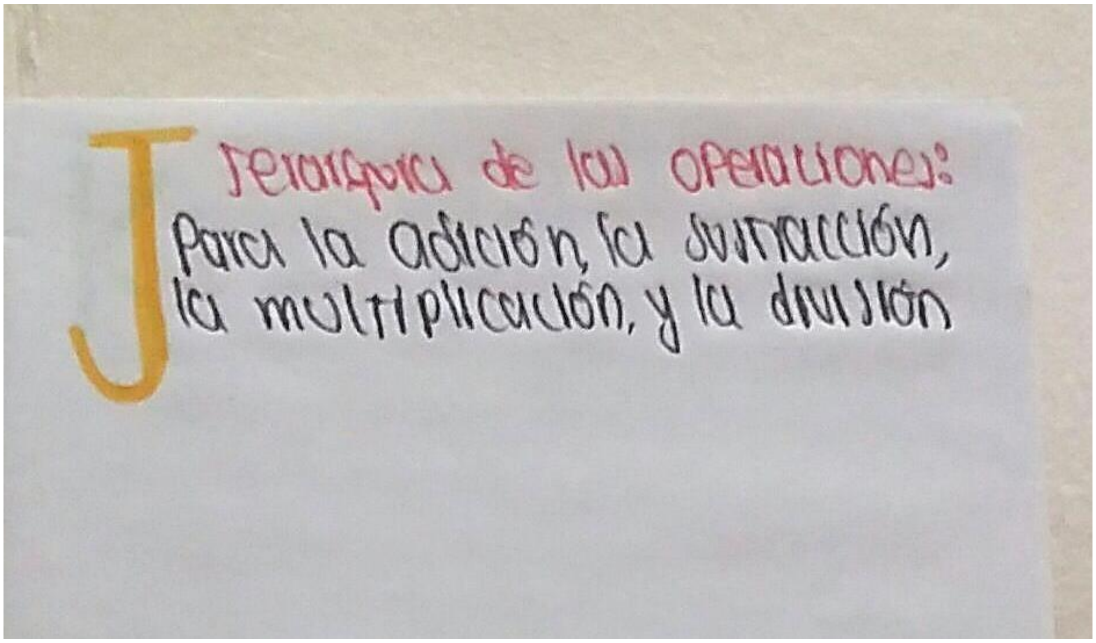

6
Grado de un polinomio:
Dado el polinomio $a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \ldots + a^2 x^2 + a_1 x + a_0$, en donde $a_n \neq 0$, entonces el grado del polinomio es n. El polinomio 0 no tiene grado.



Identidad: Relación matemática que establece la igualdad de dos expresiones matemáticas para todos los posibles valores de las variables en un conjunto dado.

Intercepto: En la ecuación lineal $y = mx\ b$, b es el intercepto en y. El punto $(0,b)$ es el punto donde la recta corta el eje y.

Inverso multiplicativo: Si a es un número real y $a \neq 0$, entonces $1/a$ es el elemento inverso multiplicativo de a.


J
jerarquía de las operaciones:
para la adición, la sustracción,
la multiplicación, y la división

Anexo E: Pruebas

EVALUACIÓN DEL LOGRO Nº 3 PERIODQ I

ESTUDIANTE: **GRADO: OCTAVO**

FECHA: ABRIL 05 2016 **DOCENTE: LUISA SALAZAR A.**

ASIGNATURA: ALGEBRA **NOTA: _____________________**

LOGRO: Reconoce, clasifica y halla el valor numérico de una expresión algebraica, reduciendo a su más mínima expresión.

1. Completar el cuadro con base en los elementos de cada término.

Monomio	**Signo**	**Coeficiente**	**Factor Literal**	**Grado Absoluto**	**Grado Relativo**
$-8\,x^2y^5$					
$-5x$					
$-3{,}6\,p^7q^2r$					
$-\sqrt{2x^2y^2}$					
$12\,mn^8$					
$\frac{3}{2}xy^2$					

–

2. Establece si cada afirmación es verdadera o falsa. Justificar la respuesta en caso de que la afirmación sea falsa.

a. Un polinomio de tres variables siempre es un trinomio.
b. El grado relativo de un polinomio con respecto de una variable es el mayor exponente de la variable en el polinomio.
c. Dos términos con distintos coeficientes pueden ser semejantes.
d. El grado absoluto de un polinomio es el grado del término con mayor grado absoluto.

3. Determinar cuántos términos tiene cada polinomio. Luego, establece si es binomio, trinomio o polinomio.

a. $6 - 3a + 5\,a^2 + 7\,a^3 - 9a^4$
b. $x^2y - xy^2 - 5$
c. $-6\,m^3n^2 + 8\,m^2n$
d. $3x^2y - 5xy + 7$

4. Traduce al lenguaje algebraico las siguientes expresiones:

a. El triple de un número.
b. La mitad del resultado de sumarles al triple de un número 4 unidades.
c. La diferencia de los cuadrados de dos números de dos números consecutivos

5. Hallar el valor numérico de las siguientes expresiones algebraicas.

a. $-6\,ax^3y^2$ a= 4; x= 2; y= 5
b. $-2x^2 + ax - b$ $x= -2$; $a= -3$; $b= -7$
c. $3x^3 + \frac{ax}{c} + 3$ $x = -8; a = 26; c = 5$
d. $4(\,a - b - c\,)$ $a = 6;\ b = 45;\ c = -3$

EVALUACIÓN DEL LOGRO Nº 1 PERIODO II

ESTUDIANTE: **GRADO: OCTAVO**

FECHA: MAYO 03 2016 **DOCENTE: LUISA SALAZAR A.**

ASIGNATURA: ALGEBRA **NOTA: ____________________**

LOGRO: Realiza operaciones de suma y resta entre expresiones algebraicas, reduciéndola a su más mínima expresión. .

1. Determina que parejas de términos son semejantes

a. $8xy^2; -3xy^2$

b. $5xy; -2xyz$

c. $2x^2y^2; -5xy^2$

d. $a; 3a$

e. $-11\,mn; -2mn$

f. $-5x^2y; 2x^2y$

2. Reduce los siguientes términos semejantes

a. $-a - \frac{7}{8}a - \frac{3}{4}a$

b. $-3a - 5a - 10a$

c. $-14xy + 6xy^2 + 8x^2y + 6xy^2 - xy$

d. $-\frac{3}{4}a^2 + \frac{3}{2}ab + \frac{5}{6}b^2 + \frac{7}{3}a^2 - \frac{3}{4}ab - 2ab$

3. Realiza las siguientes operaciones:

a. $(-11y^4 - 31y^3 - 8y^2 - y) - (y^5 - 9y^3 + 6y^2 - 13$

b. $\frac{2}{9}a^3 + \frac{5}{6}ax^2 - \frac{1}{3}x^3;\ \frac{3}{7}a^2x - \frac{3}{8}ax^2 + \frac{1}{9}x^3;\ -\frac{2}{3}a^3 - \frac{3}{2}a^2x - \frac{1}{4}ax^2$

c. $4x^2y - 3\,y; 6x^2y - 7xy^2$

4. Suprime los signos de agrupación y reduce términos semejantes.

a. $4y^2 + [x^2 - xy - (-3y^2 + x^2)]$

b. $2x - [-5x - (-2y - (x - y))]$

c. $\frac{4}{7}y^2 + \left[3x^2 - \frac{2}{7}xy — \frac{3}{14}y^2 + 6x^2\right)]$

d. $\frac{1}{10}a^2 — \left(\frac{2}{5}a^2 - 3b\right) + \left(-\frac{1}{3}b + 2a\right)]$

EVALUACIÓN DEL LOGRO Nº 2 PERIODO II

ESTUDIANTE: **GRADO: OCTAVO**

FECHA: MAYO 19 2016 **DOCENTE: LUISA SALAZAR A.**

ASIGNATURA: ALGEBRA **NOTA: ___________________**

LOGRO: Clasifica y calcula ejercicios sobre productos notables.

1. Desarrollar los siguientes productos notables.

a. $(2a + 3b)^2$

b. $(a^2 + 3b)^3$

c. $(x^3 + 7)\ (x^3 + 6)$

d. $(x + 1)\ (x - 1)$

2. Unir los coeficientes del desarrollo binomial con la expresión

$(w + x)^3$	**a)** 1, 6, 15, 20, 15, 6, 1
$(a - c)^5$	**b)** 1, 4, 6, 4, 1
$(r + q)^7$	**c)** 1, 9, 26, 84, 126, 126, 84, 36, 9, 1
$(t - v)^6$	**d)** 1, 5, 10, 10, 5, 1
$(z + y)^4$	**e)**1, 8, 28, 56, 70, 56, 28, 8, 1
$(h - k)^8$	**f)**1, 3, 3, 1
$(m + n)^9$	**g)**1, 7, 21, 35, 35, 21, 7, 1

3. Indicar el nombre del producto notable.

a. $(x+8)^2$

b. $(7x+2y)^3$

c. $(5a+b-3c)^2$

d. $(2x+5)\ (3x-4)$

4. Utiliza el triángulo de Pascal para desarrollar cada binomio.

a. $(x-2)^2$

b. $(2t-4)^6$

c. $(w-z)^5$

EVALUACIÓN DEL LOGRO Nº 3 PERIODO II

ESTUDIANTE:___________________________ **GRADO: OCTAVO**

FECHA: JUNIO 02 2016 **DOCENTE: LUISA SALAZAR A.**

ASIGNATURA: ALGEBRA **NOTA: __________________**

LOGRO: Clasifica y calcula ejercicios sobre cociente notables.

1. Efectuar las siguientes divisiones.

a. $(a^3 - a^2) \div a^2$

b. $(18x^2 - 9xy) \div 3x$

c. $(x^2 - 4x + 2) \div (x - 2)$

d. $(4x^4 - 3x^2 + 5x - 10) \div (x + 6)$

e. $\frac{121y^8 - 16}{11y^4 + 4}$

f. $\frac{x^6y^8 - x^4y^{10}}{x^3y^4 - x^2y^5}$

g. $\frac{8a^3 + b^3}{2a + b}$

h. $\frac{1 - x^3y^3}{1 - xy}$

2. Realiza las siguientes divisiones por división sintética.

a. $(4b^3 - 3b^2 + 2b) \div (b - 1)$

b. $(28 + x^2 + 5x) \div (x + 6)$

c. $(3x^3 - 2 + 5x^2) \div (x + 1)$

d. $(a^2 - 2a - 8) \div (a - 4)$

EVALUACIÓN DEL LOGRO Nº 1 PERIODO III

ESTUDIANTE:___________________________ **GRADO: OCTAVO**

FECHA: JULIO 26 2016 **DOCENTE: LUISA SALAZAR A.**

ASIGNATURA: ALGEBRA **NOTA:** __________________

LOGRO: Identifica y resuelve expresiones algebraicas utilizando diferentes casos de factorización.

1. Factorizar:

a. $93a^3x^2y - 62a^2x^3y^2 - 124a^2$

b. $(1+3a)\ (x+1)\ -2a\ (x+1)+3(x+1)$

c. $10b - 30ab^2$

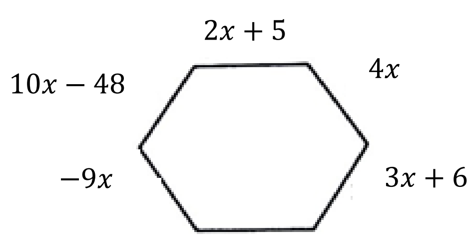
d. $4x^2 - 20xy + 25y^2$

e. $49x^2y^6z^{10} - a^{12}$

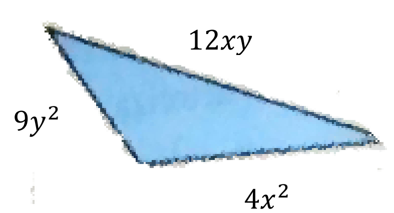
f. $4a^4 + 8a^2b^2 + 9b^4$

g. $x^2 - 7x + 12$

2. ¿Cuál es el perímetro del hexágono?



3. ¿Cuál es el perímetro del triángulo?



EVALUACIÓN DEL LOGRO Nº 2 PERIODO III

ESTUDIANTE:________________________________ **GRADO: OCTAVO**

FECHA: AGOSTO 11 2016 **DOCENTE: LUISA SALAZAR A.**

ASIGNATURA: ALGEBRA **NOTA: __________________**

LOGRO: Identifica y resuelve expresiones algebraicas utilizando diferentes casos de factorización. Resuelve con destreza la suma por la diferencia de dos cantidades.

1. Factorizar:

a. $24a^2xy^2 - 36x^2y^4$

b. $a^2 + ab + ax + bx$

c. $\frac{a^2}{36} - \frac{x^2}{25}$

d. $a^4 - a^2b^2 + \frac{b^4}{4}$

e. $8x^3 + y^3$

f. $9(x - y)^2 + 12(x - y)(x + y) + 4(x + y)^2$

EVALUACIÓN DEL LOGRO Nº 3 PERIODO III

ESTUDIANTE:_____________________________ **GRADO: OCTAVO**

FECHA: AGOSTO 30 2016 **DOCENTE: LUISA SALAZAR A.**

ASIGNATURA: ALGEBRA **NOTA:** ______

LOGRO: Reconoce y aplica los casos de factorización para resolver a partir del mcm y mcd fracciones algebraicas.

1. Hallar el mcd de las expresiones en cada caso:

a. $2ax^2 + 4ax$, $x^3 - x^2 - 6x$
b. $64 - x^6$, $8 - x^3$
c. $150a^2b^3c^2$, $240ab^2x^2$, $360b^4x^4$
d. $2a^2 + 2ab$, $4a^2 - 4ab$

2. Hallar el mcm de las expresiones en cada caso:

a. $20a^2b$, $8ab^3$, $4a^3x^2$, $12x^3$
b. $12mn + 8m - 3n - 3$, $48m^2n - 3n + 32m^2 - 2$, $6n^2 - 5n - 6$
c. $4ab$, $6a^2$, $3b^2$
d. $x^2 - 25$, $x^3 - 125$, $2x + 10$

EVALUACIÓN FINAL

ESTUDIANTE:____________________________ **GRADO: OCTAVO**

FECHA: SEPTIEMBRE 13 2016 **DOCENTE: LUISA SALAZAR A.**

ASIGNATURA: ALGEBRA **NOTA: ____________________**

1. Multiplica cada fracción algebraica por la expresión dada.

a. $\frac{9-x}{y+3}$ por $\frac{x^2}{x^2}$

b. $\frac{a^2-b^2}{a}$ por $\frac{a^2-b^2}{a^2-b^2}$

c. $\frac{1-x}{3-y}$ por $\frac{3y^2}{3y^2}$

2. Simplifica las siguientes fracciones:

a. $\frac{2x^2+6x+4}{x^3-8z^3}$

b. $\frac{4x^2y}{2xy^3}$

c. $\frac{x^2-4xz+4z^2}{x^3-8z^3}$

3. Amplifica cada fracción algebraica.

a. $\frac{2x}{3}$ a fracción con numerador $4x^3$

b. $\frac{5}{9x^2}$ a fracción con denominador $63x^2$

EVALUACIÓN CUESTIONARIO FINAL

NOMBRE:		GRADO: OCTAVO
FECHA: 17 NOVIEMBRE 2016	AREA: MATEMÁTICAS	ASIGNATURA: ALGEBRA

1. Escribe:

a. Un polinomio ordenado sin término independiente.

b. Un polinomio no ordenado y completo.

c. Un polinomio completo sin término independiente.

d. Un polinomio de grado 4, completo y con coeficiente impares.

2. Simplificar las fracciones algebraicas:

a. $\frac{x^2-3x}{x^2+3x}$

b. $\frac{x^2-5x+6}{x^2-x-2}$

c. $\frac{x^2-2x-3}{x^2-x-2}$

3. Suma y resta las fracciones algebraicas.

a. $\frac{1}{x+1}+\frac{2x}{x^2-1}-\frac{1}{x-1}$

b. $\frac{x+2}{x^3-1}-\frac{1}{x-1}$

4. Multiplica y divide las siguientes fracciones algebraicas:

a. $\frac{x^2-2x}{x^2-5x+6} \cdot \frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$

b. $\frac{9-6x+x^2}{9-x^2} \cdot \frac{x^2-5x+6}{3x^2-9x}$

5. Dados los polinomios:

P (x) = $4x^2 - 1$

Q (x) = $x^3 - 3x^2 + 6x - 2$

R (x) = $6x^2 + x + 1$

S (x) = $\frac{1}{2}x^2 + 4$

T (x) = $\frac{3}{2}x^2 + 5$

U (x) = $x^2 + 2$

a. P (x) + Q (x) =

b. 2P (x) − R (x) =

c. S (x) − T (x) + U (x) =

6. Responde las preguntas de acuerdo a la siguiente información.

El pasatiempo creado por el Grupo de Newton se basó en el siguiente gráfico:

$\square$ $(x+1)^2$	$\square$ $(x+4)\,(x-4)$	$\square$ $(x+1)(x^2-x+1)$
$\square$ $(x+b)(a+b)$	$\square$ $3x(2x+1)$	$\square$ $(x-1)(x^2+x+1)$
$\square$ $(x-3)(x-3)$	$\square$ $(x-6)(x-4)$	$\square$ $(x+5)(2x+1)$

Los casos de factorización son:

a. $2x^2+11x+5$

b. $6x^2+3x$

c. x^2-6x+9

d. x^3+1

e. $x^2-10x+24$

f. x^2+2x+1

g. x^2-16

h. $ax+bx+ab+b^2$

i. x^3-1

El pasatiempo consiste en poner la letra que identifica al polinomio en el cuadrito de la parte superior de cada rectángulo, correspondiente a su correcta factorización.

Anexo F: Cuestionario Final

NOMBRE:		GRADO: Octavo
FECHA:	AREA: Matemáticas	ASIGNATURA: Algebra

1. Indique cuáles de las siguientes proposiciones son verdaderas y cuáles son falsas. Justifique.

a. El residuo (resto) de la división planteada es -18: $(x^5 - 10x^2 - 10) \div (x^2 - 2)$

b. $(2(x + y))^2 = (2x + 2y)^2$

c. $(x - 3)\ (x - 3) = x^2 - 3^2$

d. El valor numérico del polinomio dado en $x = -2$ es 1. $P(x) = x^3 - 2x^2 + 1$

e. $(x + 2)^2 - (x - 2)\ (x + 2) = 4(x + 2)$

Responde las preguntas del 2 al 10 de acuerdo a la siguiente información.

El pasatiempo creado por el Grupo de Newton se basó en el siguiente gráfico:

$(x+1)^2$	$(x+4)\ (x-4)$	$(x+1)(x^2-x+1)$
$(x+b)(a+b)$	$3x(2x+1)$	$(x-1)(x^2+x+1)$
$(x-3)(x-3)$	$(x-6)(x-4)$	$(x+5)(2x+1)$

Los casos de factorización son:

a. $2x^2 + 11x + 5$

b. $6x^2 + 3x$

c. $x^2 + 6x + 9$

d. $x^3 + 1$

e. $x^2 - 10x + 24$

f. $x^2 + 2x + 1$

g. $x^2 - 16$

h. $ax + bx + ab + b^2$

i. $x^3 - 1$

El pasatiempo consiste en poner la letra que identifica al polinomio en el cuadrito de la parte superior de cada rectángulo, correspondiente a su correcta factorización.

1. El polinomio que corresponde a la factorización $(x + 1)^2$ es identificado con la letra:

a. I

b. G

c. F

d. A

2. El polinomio correspondiente al producto $(x + 4)\,(x - 4)$ es el identificado con la letra:

a. H

b. A

c. G

d. B

3. El polinomio cuya factorización es $(x + 1)\,(x^2 - x + 1)$ es el identificado con la letra:

a. C

b. D

c. A

d. B

4. La factorización $(x + b)\,(a + b)$ corresponde al polinomio identificado con la letra:

a. H

b. E

c. D

d. J

5. La factorización $3x\ (2x + 1)$ corresponde al polinomio identificado con la letra:

a. H

b. E

c. D

d. B

6. La descomposición en factores $(x - 1)\ (x^2 + x + 1)$ corresponde al polinomio identificado con la letra:

a. I

b. D

c. G

d. E

7. El producto $(x + 3)\ (x + 3)$ es la factorización del polinomio identificado con la letra:

a. I

b. H

c. D

d. C

8. El polinomio que corresponde a la descomposición en factores $(x - 6)\ (x - 4)$ es el identificado con la letra:

a. H

b. I

c. E

d. G

9. La descomposición en factores (x + 5) (2x + 1) corresponde al polinomio identificado con la letra:

a. A

b. G

c. D

d. H

10. Indica cuales de las siguientes expresiones son monomio. En caso afirmativo indica su grado y coeficiente:

a. $3x^3$

b. $5x^{-3}$

c. $3x + 1$

d. $-\frac{3}{4}x^4$

e. $-\frac{3}{x^4}$

11. Di si las siguientes expresiones algebraicas son polinomios o no. En caso afirmativo, señala cuál es su grado y término independiente.

a. $x^4 - 3x^5 + 2x^2 + 5$

b. $\sqrt{x} + 7x^2 + 2$

c. $1 - x^4$

d. $x^3 + x^5 + x$

e. $x - 2x^{-3} + 8$

12. Escribe:

a. Un polinomio ordenado sin término independiente.

b. Un polinomio no ordenado y completo.

c. Un polinomio completo sin término independiente.

d. Un polinomio de grado 4, completo y con coeficientes impares.

13. Dados los polinomios:

$P(x) = 4x^2 - 1$

$Q(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 2$

$R(x) = 6x^2 + x + 1$

$S(x) = \frac{1}{2}x^2 + 4$

$T(x) = \frac{3}{2}x^2 + 5$

$U(x) = x^2 + 2$

a. $P(x) + Q(x) =$

b. $2P(x) - R(x) =$

c. $S(x) - T(x) + U(x) =$

14. Multiplicar:

a. $(x^4 - 2x^2 + 2) \cdot (x^2 - 2x + 3) =$

b. $(3x^2 - 5x) \cdot (2x^3 + 4x^2 - x + 2) =$

c. $(2x^2 - 5x + 6) \cdot (3x^4 - 5x^3 - 6x^2 + 4x - 3) =$

15. Dividir:

a. $(x^4 - 2x^3 - 11x^2 + 30x - 20) \div (x^2 + 3x - 2)$

b. $(x^6 + 5x^4 + 3x^2 - 2x) \div (x^2 - x + 3)$

c. $P(x) = x^5 + 2x^3 - x - 8 \qquad Q(x) = x^2 - 2x + 1$

16. Simplificar las fracciones algebraicas:

a. $\frac{x^2-3x}{x^2+3x}$

b. $\frac{x^2-5x+6}{x^2-x-2}$

c. $\frac{x^2-2x-3}{x^2-x-2}$

17. Suma y resta las fracciones algebraicas.

a. $\frac{1}{x+1} + \frac{2x}{x^2-1} - \frac{1}{x-1}$

b. $\frac{x+2}{x^3-1} - \frac{1}{x-1}$

18. Multiplica las siguientes fracciones algebraicas:

a. $\frac{x^2-2x}{x^2-5x+6} \cdot \frac{x^2+4x+4}{x^2-4}$

b. $\frac{9-6x+x^2}{9-x^2} \cdot \frac{x^2-5x+6}{3x^2-9x}$

19. Divide las siguientes fracciones algebraicas:

a. $\frac{x^3+3x^2-4x-12}{x^2+2x-3} \div \frac{x^2-4}{x^3-2x^2+x}$

b. $\frac{x+2}{x^2+4x+4} \div \frac{4x-2x^2}{x^3+8}$

20. Resuelve las siguientes ecuaciones:

a. $\frac{a-1}{6} - \frac{x-3}{2} = -1$

b. $4(x - 10 = -6(2 - x) - 6x$

c. $2(x + 1) - 3(x - 2) = x + 6$

d. $\frac{4}{x-3} = \frac{5}{x-2}$

e. $\frac{3x+1}{7} - \frac{2-4x}{3} = -\frac{5x-4}{14} + \frac{7x}{6}$

Anexo G: NOTAS POR PERIODO Y LOGROS

Tabla 2: Notas Periodo I - Logro 1

COLEGIO SAN MIGUEL 0455- 01 - PRINCIPAL MANIZALES (CALDAS) Calendario: A Periodo Lectivo: 2016 Anual 2016 OCTAVO (Mañana) Periodo: 1 – Algebra		LOGRO 1														
		CONV		TRABAJO PERSONAL			TAREAS				EVALUACIÓN			AUTO		DEF
		Def	10%	Not1	Def	20%	Not1	Not2	Def	15%	Not1	Def	50%	Def	5%	Ind
																1
N°	Código Estudiante															
1	10133	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4,5	0,2	4,97
2	10141	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4,5	0,2	4,97
3	10124	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4,5	0,2	4,97
4	10123	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4	0,2	4,95
5	10132	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4,7	0,2	4,98
6	10142	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4	0,2	4,95
7	10128	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4	0,2	4,95
8	10125	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4	0,2	4,95
9	10137	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4	0,2	4,95
10	10140	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	5	0,3	5
11	10121	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4	0,2	4,95
12	10136	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4,5	0,2	4,97
13	10127	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4	0,2	4,95
14	10122	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4	0,2	4,95
15	10134	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4	0,2	4,95
16	10129	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4,5	0,2	4,97
17	10131	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4,5	0,2	4,97
18	10138	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4,3	0,2	4,96
19	10139	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4	0,2	4,95
20	10135	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	3,2	0,2	4,91
21	10126	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4,5	0,2	4,97
22	10130	5	0,5	5	5	1	5	5	5	0,8	5	5	2,5	4	0,2	4,95

Tabla 3: Notas Periodo I - Logro 2

COLEGIO SAN MIGUEL 0455-01 - PRINCIPAL MANIZALES (CALDAS) Calendario: A Periodo Lectivo: 2016 Anual 2016 OCTAVO (Mañana) Periodo: 1 – Algebra		LOGRO 2													
		CONV	TRABAJO PERSONAL				TAREAS			EVALUACIÓN			AUTO		DEF
		Def	10%	Not1	Def	20%	Not1	Def	15%	Not1	Def	50%	Def	5%	Ind
															1
															1720
#	Código														
1	10133	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	2,1	2,1	1,05	4	0,2	3,5
2	10141	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	2,8	2,8	1,4	4,5	0,22	3,87
3	10124	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	3,8	3,8	1,9	4	0,2	4,35
4	10123	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	3	3	1,5	4	0,2	3,95
5	10132	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	3,3	3,3	1,65	4	0,2	4,1
6	10142	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	3,9	3,9	1,95	4,5	0,22	4,42
7	10128	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	2,8	2,8	1,4	4,5	0,22	3,87
8	10125	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	3,1	3,1	1,55	4	0,2	4
9	10137	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	2,8	2,8	1,4	4	0,2	3,85
10	10140	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	3,2	3,2	1,6	4,5	0,22	4,07
11	10121	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	3	3	1,5	4	0,2	3,95
12	10136	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	2,2	2,2	1,1	4	0,2	3,55
13	10127	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	3	3	1,5	4	0,2	3,95
14	10122	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	2,5	2,5	1,25	4	0,2	3,7
15	10134	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	2,7	2,7	1,35	4	0,2	3,8
16	10129	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	3	3	1,5	4	0,2	3,95
17	10131	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	3,1	3,1	1,55	4	0,2	4
18	10138	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	2,8	2,8	1,4	4,5	0,22	3,87
19	10139	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	2,5	2,5	1,25	4	0,2	3,7
20	10135	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	3	3	1,5	3	0,15	3,9
21	10126	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	3	3	1,5	4,4	0,22	3,97
22	10130	5	0,5	5	5	1	5	5	0,75	3,2	3,2	1,6	4	0,2	4,05

Tabla 4: Notas Periodo I - Logro 3

COLEGIO SAN MIGUEL 0455-01 - PRINCIPAL MANIZALES (CALDAS) Calendario: A Periodo Lectivo: 2016 Anual 2016 OCTAVO (Mañana) Periodo: 1 - Algebra		LOGRO 3																
		CONV		TRABAJO PERSONAL				TAREAS					EVALUACION			AUTO		DEF
		Def	10%	Not1	Not2	Def	20%	Not1	Not2	Not3	Def	15%	Not1	Def	50%	Def	5%	Ind
																		1
																		1721
#	Código																	
1	10133	4,5	0,5	5	3,4	4,2	0,8	5	3,7	3,7	4	0,6	2,1	2,1	1,1	4	0,2	**3,14**
2	10141	4	0,4	5	3,2	4,1	0,8	5	3,8	3,8	3,5	0,5	2,8	2,8	1,4	4,5	0,2	**3,37**
3	10124	5	0,5	5	4	4,5	0,9	5	4,8	4,8	4,8	0,7	3,8	3,8	1,9	4	0,2	**4,22**
4	10123	5	0,5	5	3	4	0,8	5	4,8	4,2	4,7	0,7	3	3	1,5	4	0,2	**3,7**
5	10132	5	0,5	5	3,6	4,3	0,9	5	4,6	4,7	4,8	0,7	3,3	3,3	1,7	4	0,2	**3,93**
6	10142	5	0,5	5	3,4	4,2	0,8	5	4,6	5	4,9	0,7	3,9	3,9	2	4,5	0,2	**4,24**
7	10128	4,5	0,5	5	3,5	4,3	0,9	5	4	3,5	4,2	0,6	2,8	2,8	1,4	4,5	0,2	**3,55**
8	10125	5	0,5	5	3,4	4,2	0,8	5	4,2	4	4,4	0,7	3,1	3,1	1,6	4	0,2	**3,75**
9	10137	4	0,4	5	3,7	4,4	0,9	5	4,2	4	4,1	0,6	2,8	2,8	1,4	4	0,2	**3,48**
10	10140	4,5	0,5	5	3,5	4,3	0,9	5	4,4	3,9	4,4	0,7	3,2	3,2	1,6	4,5	0,2	**3,78**
11	10121	4	0,4	5	3	4	0,8	5	3,7	4,2	3,9	0,6	3	3	1,5	4	0,2	**3,49**
12	10136	5	0,5	5	3	4	0,8	5	4,6	4,4	4,4	0,7	2,2	2,2	1,1	4	0,2	**3,26**
13	10127	5	0,5	5	3	4	0,8	5	3	4,4	3,8	0,6	3	3	1,5	4	0,2	**3,57**
14	10122	4,5	0,5	5	3,2	4,1	0,8	5	4,2	4,6	4,4	0,7	2,5	2,5	1,3	4	0,2	**3,38**
15	10134	4	0,4	5	3,5	4,3	0,9	5	4,6	4	4	0,6	2,7	2,7	1,4	4	0,2	**3,4**
16	10129	4	0,4	5	3,4	4,2	0,8	5	4,6	4,8	4,8	0,7	3	3	1,5	4	0,2	**3,66**
17	10131	5	0,5	5	3,5	4,3	0,9	5	4,6	4,6	4,4	0,7	3,1	3,1	1,6	4	0,2	**3,76**
18	10138	4	0,4	5	1,5	3,3	0,7	5	3	2	2,3	0,4	2,8	2,8	1,4	4,5	0,2	**3,02**
19	10139	4	0,4	5	1,5	3,3	0,7	5	2,1	4,3	3,5	0,5	2,5	2,5	1,3	4	0,2	**3,02**
20	10135	3,5	0,4	5	1,2	3,1	0,6	5	3,8	3,5	3,6	0,5	3	3	1,5	3	0,2	**3,16**
21	10126	3,8	0,4	5	3,2	4,1	0,8	5	4,6	4,5	4,4	0,7	3	3	1,5	4,4	0,2	**3,58**
22	10130	4	0,4	5	3,5	4,3	0,9	5	4,2	3,5	3,9	0,6	3,2	3,2	1,6	4	0,2	**3,64**

Tabla 5: Notas Periodo II - Logro 1

COLEGIO SAN MIGUEL 0455-01 - PRINCIPAL MANIZALES (CALDAS) Calendario: A Periodo Lectivo: 2016 Anual 2016 OCTAVO (Mañana) Periodo: 2- Algebra		LOGRO 1														
		CONV		TRABAJO PERSONAL			TAREAS			EVALUACIÓN				AUTO		DEF
		Def	10%	Not1	Def	20%	Not1	Def	15%	Not1	Not2	Def	50%	Def	5%	Ind
																1
																1722
#	Código															
1	10133	5	0,5	4	4	0,8	4	4	0,6	2	3	3	1,3	4	0,2	3,7
2	10141	4	0,4	4	4	0,8	4,5	5	0,7	2,5	1,8	2	1,1	4	0,2	3,7
3	10124	5	0,5	4	4	0,8	5	5	0,8	3,8	3,1	4	1,7	4	0,2	4,1
4	10123	5	0,5	4	4	0,8	4,5	5	0,7	2,2	2,5	2	1,2	4	0,2	3,7
5	10132	5	0,5	4	4	0,8	4	4	0,6	2,2	3	3	1,3	4	0,2	3,7
6	10142	5	0,5	4	4	0,8	5	5	0,8	4,8	2,2	4	1,8	4	0,2	4,1
7	10128	5	0,5	5	5	1	5	5	0,8	2,5	2	2	1,1	4	0,2	4,1
8	10125	5	0,5	5	5	1	5	5	0,8	4,3	3	4	1,8	5	0,2	4,5
9	10137	5	0,5	4	4	0,8	5	5	0,8	3,3	1,5	2	1,2	4	0,2	3,9
10	10140	4	0,4	3,2	3	0,6	4	4	0,6	3,8	2,2	3	1,5	5	0,2	3,7
11	10121	5	0,5	3,5	4	0,7	4	4	0,6	2,1	1,5	2	0,9	4	0,2	3,3
12	10136	4	0,4	4,5	5	0,9	4,5	5	0,7	2,2	1,5	2	0,9	4	0,2	3,7
13	10127	5	0,5	4	4	0,8	4	4	0,6	2	1,5	2	0,9	4	0,2	3,4
14	10122	5	0,5	3,5	4	0,7	4,5	5	0,7	3,2	3,1	3	1,6	5	0,2	3,9
15	10134	5	0,5	4	4	0,8	4	4	0,6	3,2	3,8	4	1,8	4	0,2	3,9
16	10129	4	0,4	4	4	0,8	5	5	0,8	2,8	2,2	3	1,3	5	0,2	4
17	10131	4	0,4	4	4	0,8	4	4	0,6	3,8	3,3	4	1,8	4	0,2	3,9
18	10138	4	0,4	2,6	3	0,5	4	4	0,6	2,5	2	2	1,1	4	0,2	3,3
19	10139	4	0,4	3	3	0,6	4	4	0,6	2	2,8	2	1,2	4	0,2	3,3
20	10135	4	0,4	3	3	0,6	2,5	3	0,4	2,1	2	2	1	4	0,2	2,8
21	10126	5	0,5	3,6	4	0,7	4,5	5	0,7	4,3	3	4	1,8	4	0,2	4
22	10130	5	0,5	4,2	4	0,8	5	5	0,8	2,8	2,8	3	1,4	5	0,2	4,1

Tabla 6: Notas Periodo II - Logro 2

COLEGIO SANMIGUEL 0455-01 - PRINCIPAL MANIZALES (CALDAS) Calendario: A Periodo Lectivo: 2016 Anual 2016 OCTAVO (Mañana) Periodo: 2- Algebra		LOGRO 2																
		CONV		TRABAJO PERSONAL				TAREAS				EVALUACIÓN				AUTO		DEF
		Def	10%	Not1	Not2	Def	20%	Not1	Not2	Def	15%	Not1	Not2	Def	50%	Def	5%	Ind
																		1
																		1723
#	Código																	
1	10133	4,5	0,5	5,0	2,0	3,5	0,7	4,0	4,0	4,0	0,6	3,1	3,0	3,1	1,5	3,5	0,2	**3,5**
2	10141	4,0	0,4	5,0	1,5	3,3	0,7	4,5	3,5	4,0	0,6	3,1	1,8	2,5	1,2	4,0	0,2	**3,1**
3	10124	5,0	0,5	5,0	2,1	3,6	0,7	5,0	3,5	4,3	0,6	4,5	3,1	3,8	1,9	4,8	0,2	**4,0**
4	10123	5,0	0,5	5,0	3,8	4,4	0,9	4,5	3,5	4,0	0,6	3,0	2,5	2,8	1,4	4,5	0,2	**3,6**
5	10132	5,0	0,5	5,0	2,5	3,8	0,8	4,0	3,5	3,8	0,6	2,7	1,5	2,1	1,1	4,0	0,2	**3,1**
6	10142	5,0	0,5	4,0	4,2	4,1	0,8	5,0	4,0	4,5	0,7	4,4	2,2	3,3	1,7	4,0	0,2	**3,8**
7	10128	5,0	0,5	5,0	3,8	4,4	0,9	5,0	4,0	4,5	0,7	2,7	2,0	2,4	1,2	4,3	0,2	**3,4**
8	10125	4,5	0,5	5,0	3,1	4,1	0,8	5,0	3,5	4,3	0,6	3,6	3,0	3,3	1,7	4,0	0,2	**3,8**
9	10137	5,0	0,5	4,0	3,7	3,9	0,8	5,0	4,5	4,8	0,7	3,1	1,5	2,3	1,2	4,5	0,2	**3,4**
10	10140	4,0	0,4	4,0	4,0	4,0	0,8	4,0	4,0	4,0	0,6	3,3	2,2	2,8	1,4	4,7	0,2	**3,4**
11	10121	4,5	0,5	3,5	3,3	3,4	0,7	4,0	3,5	3,8	0,6	3,1	1,5	2,3	1,2	4,5	0,2	**3,1**
12	10136	4,0	0,4	4,0	1,7	2,9	0,6	4,5	4,0	4,3	0,6	3,0	1,5	2,3	1,1	4,5	0,2	**3,0**
13	10127	5,0	0,5	5,0	2,5	3,8	0,8	4,0	3,5	3,8	0,6	3,1	1,5	2,3	1,2	4,0	0,2	**3,2**
14	10122	5,0	0,5	1,0	1,0	1,0	0,2	4,5	5,0	4,8	0,7	2,5	3,1	2,8	1,4	4,0	0,2	**3,0**
15	10134	4,5	0,5	4,0	2,5	3,3	0,7	4,0	4,5	4,3	0,6	4,5	3,8	4,2	2,1	4,5	0,2	**4,0**
16	10129	4,0	0,4	5,0	1,0	3,0	0,6	5,0	3,5	4,3	0,6	2,7	2,2	2,5	1,2	4,5	0,2	**3,1**
17	10131	4,0	0,4	5,0	3,3	4,2	0,8	4,0	3,5	3,8	0,6	3,8	3,3	3,6	1,8	4,6	0,2	**3,8**
18	10138	4,0	0,4	5,0	1,0	3,0	0,6	4,0	3,5	3,8	0,6	2,2	2,0	2,1	1,1	3,8	0,2	**2,8**
19	10139	3,5	0,4	3,5	3,8	3,7	0,7	4,0	3,5	3,8	0,6	3,4	2,8	3,1	1,6	4,0	0,2	**3,4**
20	10135	3,8	0,4	5,0	3,8	4,4	0,9	2,0	2,0	2,0	0,3	3,6	2,0	2,8	1,4	3,8	0,2	**3,2**
21	10126	5,0	0,5	3,5	4,2	3,9	0,8	4,5	4,0	4,3	0,6	3,9	3,0	3,5	1,7	4,4	0,2	**3,9**
22	10130	5,0	0,5	5,0	1,5	3,3	0,7	5,0	4,5	4,8	0,7	2,8	2,8	2,8	1,4	4,5	0,2	**3,5**

Tabla 7: Notas Periodo II - Logro 3

COLEGIO SAN MIGUEL 0455-01 - PRINCIPAL MANIZALES (CALDAS)
Calendario: A Periodo Lectivo: 2016 Anual
2016 OCTAVO (Mañana)
Periodo: 2- Algebra

		LOGRO 3														
		CONV		TRABAJO PERSONAL			TAREAS			EVALUACIÓN			AUTO		DEF
		Def	10%	Not1	Def	20%	Not1	Def	15%	Not1	Def	50%	Def	5%	Ind
															1
															1724
#	Código														
1	10133	4,5	0,5	3,5	3,5	0,7	3,1	3,1	0,5	1,0	1,0	0,5	4,0	0,2	2,3
2	10141	4,0	0,4	3,3	3,3	0,7	3,2	3,2	0,5	1,7	1,7	0,9	3,9	0,2	2,6
3	10124	5,0	0,5	3,6	3,6	0,7	3,8	3,8	0,6	4,3	4,3	2,2	4,5	0,2	4,2
4	10123	5,0	0,5	4,4	4,4	0,9	3,2	3,2	0,5	2,2	2,2	1,1	4,0	0,2	3,2
5	10132	5,0	0,5	3,8	3,8	0,8	3,5	3,5	0,5	1,0	1,0	0,5	4,0	0,2	2,5
6	10142	5,0	0,5	4,1	4,1	0,8	3,6	3,6	0,5	3,0	3,0	1,5	4,0	0,2	3,6
7	10128	5,0	0,5	4,4	4,4	0,9	4,1	4,1	0,6	1,0	1,0	0,5	4,2	0,2	2,7
8	10125	4,5	0,5	4,0	4,0	0,8	3,4	3,4	0,5	4,0	4,0	2,0	4,5	0,2	4,0
9	10137	5,0	0,5	3,9	3,9	0,8	3,8	3,8	0,6	2,0	2,0	1,0	4,5	0,2	3,1
10	10140	4,0	0,4	4,0	4,0	0,8	1,0	1,0	0,2	1,0	1,0	0,5	4,5	0,2	2,1
11	10121	4,5	0,5	3,4	3,4	0,7	3,8	3,8	0,6	1,0	1,0	0,5	4,0	0,2	2,4
12	10136	4,0	0,4	3,0	3,0	0,6	3,5	3,5	0,5	1,0	1,0	0,5	3,7	0,2	2,2
13	10127	5,0	0,5	3,8	3,8	0,8	3,5	3,5	0,5	2,3	2,3	1,2	4,0	0,2	3,1
14	10122	5,0	0,5	3,7	3,7	0,7	4,0	4,0	0,6	2,7	2,7	1,4	4,0	0,2	3,4
15	10134	4,5	0,5	4,6	4,6	0,9	4,5	4,5	0,7	4,0	4,0	2,0	4,5	0,2	4,3
16	10129	4,0	0,4	3,5	3,5	0,7	2,8	2,8	0,4	1,0	1,0	0,5	4,1	0,2	2,2
17	10131	4,0	0,4	4,2	4,2	0,8	4,5	4,5	0,7	2,0	2,0	1,0	4,0	0,2	3,1
18	10138	4,0	0,4	3,9	3,9	0,8	1,0	1,0	0,2	1,0	1,0	0,5	3,8	0,2	2,0
19	10139	3,5	0,4	3,7	3,7	0,7	3,0	3,0	0,5	2,0	2,0	1,0	3,5	0,2	2,7
20	10135	3,8	0,4	4,0	4,0	0,8	2,0	2,0	0,3	4,5	4,5	2,3	4,0	0,2	3,9
21	10126	5,0	0,5	3,9	3,9	0,8	3,5	3,5	0,5	3,0	3,0	1,5	4,4	0,2	3,5
22	10130	5,0	0,5	3,5	3,5	0,7	4,5	4,5	0,7	3,7	3,7	1,9	4,5	0,2	3,9

Tabla 8: Notas Periodo III - Logro 1

COLEGIO SAN MIGUEL 0455-01 PRINCIPAL MANIZALES (CALDAS) Calendario: A Periodo Lectivo: 2016 Anual 2016 OCTAVO (Mañana) Periodo: 3- Algebra		LOGRO 1																
		CONV		TRABAJO PERSONAL					TAREAS			EVALUACIÓN			AUTO		DEF
		Def	10%	Not1	Not2	Not3	Def	20%	Not1	Def	15%	Not1	Def	50%	Def	5%	Ind
																		1
																		1725
#	Código																	
1	10133	5	0,5	5	5	4,5	4,8	0,97	2,5	2,5	0,38	1	1	0,5	3,5	0,18	2,53
2	10141	4	0,4	5	5	3,5	4,5	0,9	4	4	0,6	2	2	1	4	0,2	3,1
3	10124	5	0,5	5	5	3,5	4,5	0,9	4	4	0,6	3,3	3,3	1,65	4	0,2	3,85
4	10123	5	0,5	5	3	4	4	0,8	4,5	4,5	0,67	3,9	3,9	1,95	4,5	0,22	4,14
5	10132	5	0,5	5	3	4	4	0,8	4	4	0,6	3,6	3,6	1,8	4	0,2	3,9
6	10142	5	0,5	5	5	4	4,7	0,93	4,8	4,8	0,72	3	3	1,5	4	0,2	3,85
7	10128	4,5	0,45	1	3	4	2,7	0,53	3,5	3,5	0,53	2	2	1	4	0,2	2,71
8	10125	4	0,4	5	5	4	4,7	0,93	4	4	0,6	3,2	3,2	1,6	4	0,2	3,73
9	10137	4,5	0,45	1	5	4	3,3	0,67	3,7	3,7	0,56	2,5	2,5	1,25	4	0,2	3,13
10	10140	4,5	0,45	5	3	4,5	4,2	0,83	3,4	3,4	0,51	2	2	1	4	0,2	2,99
11	10121	5	0,5	5	5	5	5	1	4,5	4,5	0,67	4,4	4,4	2,2	4,5	0,22	4,59
12	10136	4	0,4	5	5	4	4,7	0,93	3,8	3,8	0,57	2,5	2,5	1,25	4	0,2	3,35
13	10127	4	0,4	5	5	4	4,7	0,93	3	3	0,45	3	3	1,5	4	0,2	3,48
14	10122	4,5	0,45	5	5	5	5	1	4,3	4,3	0,64	2	2	1	4	0,2	3,29
15	10134	5	0,5	5	5	5	5	1	4	4	0,6	3,6	3,6	1,8	4,5	0,22	4,12
16	10129	4,5	0,45	5	3	4	4	0,8	3,5	3,5	0,53	2,6	2,6	1,3	4,5	0,22	3,3
17	10131	5	0,5	1	3	4	2,7	0,53	4,4	4,4	0,66	3,3	3,3	1,65	4,5	0,22	3,56
18	10138	4	0,4	5	5	3	4,3	0,87	3,4	3,4	0,51	2	2	1	4	0,2	2,98
19	10139	4	0,4	1	3	3,8	2,6	0,52	3,6	3,6	0,54	3,3	3,3	1,65	3,5	0,18	3,29
20	10135	4	0,4	5	1	3,5	3,2	0,63	3,3	3,3	0,49	2	2	1	3	0,15	2,67
21	10126	5	0,5	5	5	4	4,2	0,93	3,2	3,2	0,48	3,6	3,6	1,8	4,4	0,22	3,93
22	10130	4	0,4	5	5	4	4,2	0,93	3,2	3,2	0,48	2	2	1	4	0,2	3,01

Tabla 9: Notas Periodo III - Logro 2

COLEGIO SAN MIGUEL 0455-01 - PRINCIPAL MANIZALES (CALDAS) Calendario: A Periodo Lectivo: 2016 Anual 2016 OCTAVO (Mañana) Periodo: 3- Algebra		LOGRO 2															
		CONV		TRABAJO PERSONAL					TAREAS			EVALUACIÓN			AUTO		DEF
		Def	10%	Not1	Not2	Not3	Def	20%	Not1	Def	15%	Not1	Def	50%	Def	5%	Ind
																	1
																	1726
#	Código																
1	10133	5	0,5	4,5	5	4,5	4,67	0,93	4	4	0,6	1,5	1,5	0,75	4	0,2	**2,98**
2	10141	4	0,4	2	5	3,7	3,57	0,71	3	3	0,45	1,5	1,5	0,75	3,5	0,18	**2,49**
3	10124	5	0,5	4,5	5	4,5	4,67	0,93	5	5	0,75	3,3	3,3	1,65	4,5	0,22	**4,05**
4	10123	5	0,5	3,6	5	4,5	4,37	0,87	5	5	0,75	3	3	1,5	4,5	0,22	**3,84**
5	10132	5	0,5	3,7	5	5	4,57	0,91	5	5	0,75	4	4	2	4,3	0,21	**4,37**
6	10142	5	0,5	5	5	5	5	1	5	5	0,75	4,5	4,5	2,25	4,6	0,23	**4,73**
7	10128	4,5	0,45	3	5	4	4	0,8	4,5	4,5	0,67	1,5	1,5	0,75	4,2	0,21	**2,88**
8	10125	4	0,4	3,5	5	3,7	4,07	0,81	4	4	0,6	1,5	1,5	0,75	4	0,2	**2,76**
9	10137	4,5	0,45	4	5	4	4,33	0,87	5	5	0,75	1	1	0,5	4,5	0,22	**2,79**
10	10140	4,5	0,45	3	5	4	4	0,8	4,9	4,9	0,73	2	2	1	4,0	0,2	**3,18**
11	10121	5	0,5	3,2	5	5	4,4	0,88	5	5	0,75	3,4	3,4	1,7	4,5	0,22	**4,05**
12	10136	4	0,4	4,5	5	4	4,5	0,9	5	5	0,75	1,5	1,5	0,75	4	0,2	**3**
13	10127	4	0,4	2,8	5	3,5	3,77	0,75	4,5	4,5	0,67	1	1	0,5	3,5	0,18	**2,5**
14	10122	4,5	0,45	2,8	5	4	3,93	0,79	4,5	4,5	0,67	3,3	3,3	1,65	4	0,2	**3,76**
15	10134	5	0,5	3	5	5	4,33	0,87	5	5	0,75	4,8	4,8	2,4	4,8	0,24	**4,76**
16	10129	4,5	0,45	4,4	5	4,5	4,63	0,93	4	4	0,6	3	3	1,5	4,5	0,22	**3,7**
17	10131	5	0,5	3,9	5	4,5	4,47	0,89	4	4	0,6	4,2	4,2	2,1	4,5	0,22	**4,31**
18	10138	4	0,4	0,1	4	3	2,37	0,47	4	4	0,6	1	1	0,5	3,7	0,19	**2,16**
19	10139	4	0,4	3,8	4	3,3	3,7	0,74	5	5	0,75	3	3	1,5	3,7	0,19	**3,58**
20	10135	4	0,4	2,8	4	3,5	3,43	0,69	3,5	3,5	0,53	2	2	1	3,5	0,18	**2,8**
21	10126	5	0,5	3	5	4,5	4,17	0,83	4,5	4,5	0,67	3	3	1,5	4,4	0,22	**3,72**
22	10130	4	0,4	2	5	4	3,67	0,73	4	4	0,6	1,5	1,5	0,75	4	0,2	**2,68**

Tabla 10: Notas Periodo III - Logro 3

COLEGIO SAN MIGUEL 0455-01 - PRINCIPAL MANIZALES (CALDAS) Calendario: A Periodo Lectivo: 2016 Anual 2016 OCTAVO (Mañana) Periodo: 3- Algebra		LOGRO 3															
		CONV		TRABAJO PERSONAL					TAREAS			EVALUACIÓN			AUTO		DEF
		Def	10%	Not1	Not2	Not3	Def	20%	Not1	Def	15%	Not1	Def	50%	Def	5%	Ind
																	1
																	1727
#	Código																
1	10133	4,5	0,45	4	4,5	4,5	4,33	0,87	1	1	0,15	1,5	1,5	0,75	4,3	0,21	**2,43**
2	10141	4	0,4	3,5	4	3	3,5	0,7	5	5	0,75	1	1	0,5	3	0,15	**2,5**
3	10124	5	0,5	4,5	4,5	4,3	4,43	0,89	5	5	0,75	3	3	1,5	4	0,2	**3,84**
4	10123	5	0,5	4,3	3,6	3,8	3,9	0,78	5	5	0,75	2	2	1	4	0,2	**3,23**
5	10132	5	0,5	4,4	4,5	4,4	4,43	0,89	5	5	0,75	2,5	2,5	1,25	4,5	0,22	**3,61**
6	10142	5	0,5	5	5	4,5	4,83	0,97	5	5	0,75	3,4	3,4	1,7	4,6	0,23	**4,15**
7	10128	4,5	0,45	4	3	3,5	3,5	0,7	1	1	0,15	1	1	0,5	4	0,2	**2**
8	10125	4	0,4	3,7	3,5	3,8	3,67	0,73	5	5	0,75	1,5	1,5	0,75	4	0,2	**2,83**
9	10137	4	0,4	4	3,5	4	3,83	0,77	5	5	0,75	1,5	1,5	0,75	4,5	0,22	**2,89**
10	10140	4	0,4	4	3	3,8	3,6	0,72	5	5	0,75	1,5	1,5	0,75	4,3	0,21	**2,83**
11	10121	5	0,5	5	4,1	4,1	4,4	0,88	5	5	0,75	3,4	3,4	1,7	4	0,2	**4,03**
12	10136	4	0,4	4	4,2	4,2	4,13	0,83	5	5	0,75	1,5	1,5	0,75	4	0,2	**2,93**
13	10127	4	0,4	3,5	3,9	3,4	3,6	0,72	5	5	0,75	2,5	2,5	1,25	3	0,15	**3,27**
14	10122	4,5	0,45	3,8	3,9	3,9	3,87	0,77	5	5	0,75	3,2	3,2	1,6	4,5	0,22	**3,79**
15	10134	5	0,5	4	4	4	4	0,8	5	5	0,75	1,5	1,5	0,75	4,5	0,22	**3,02**
16	10129	4,5	0,45	4,5	4,7	4,2	4,47	0,89	5	5	0,75	2,3	2,3	1,15	4,5	0,22	**3,46**
17	10131	5	0,5	3,6	3,5	3,9	3,67	0,73	5	5	0,75	2,5	2,5	1,25	4	0,2	**3,43**
18	10138	3,7	0,37	3	3	2,8	2,93	0,59	5	5	0,75	2,5	2,5	1,25	3,5	0,18	**3,14**
19	10139	3,7	0,37	3	3,4	3,8	3,4	0,68	5	5	0,75	1,5	1,5	0,75	4	0,2	**2,75**
20	10135	3,8	0,38	3,5	2,8	3,2	3,17	0,63	5	5	0,75	2	2	1	3	0,15	**2,91**
21	10126	4,6	0,46	4	4	3,5	3,83	0,77	5	5	0,75	3	3	1,5	4,4	0,22	**3,7**
22	10130	4	0,4	3,5	3,5	3	3,33	0,67	5	5	0,75	3,4	3,4	1,7	4	0,2	**3,72**

Tabla 11: Notas Periodo IV - Logro 1

COLEGIO SAN MIGUEL 0455-01 - PRINCIPAL MANIZALES (CALDAS) Calendario: A Periodo Lectivo: 2016 Anual 2016 OCTAVO (Mañana) Periodo: 4- Algebra		LOGRO 1													
		CONV		TRABAJO PERSONAL			TAREAS			EVALUACIÓN			AUTO		DEF
		Def	10%	Not1	Def	20%	Not1	Def	15%	Not1	Def	50%	Def	5%	Ind
															1
															1728
#	Código														
1	10133	4,5	0,5	2,5	2,5	0,5	3,1	3,1	0,5	1,0	1,0	0,5	4,0	0,2	2,2
2	10141	4,0	0,4	2,3	2,5	0,5	3,2	3,2	0,5	1,7	1,7	0,9	3,9	0,2	2,5
3	10124	5,0	0,5	5,0	5,0	1,0	3,8	3,8	0,6	4,3	4,3	2,2	4,5	0,2	4,5
4	10123	5,0	0,5	2,7	2,7	0,54	3,2	3,2	0,5	2,2	2,2	1,1	4,0	0,2	3,0
5	10132	5,0	0,5	4,0	4,0	0,8	3,5	3,5	0,5	1,0	1,0	0,5	4,0	0,2	2,5
6	10142	5,0	0,5	2,5	2,5	0,5	3,6	3,6	0,5	3,0	3,0	1,5	4,0	0,2	3,2
7	10128	5,0	0,5	3,3	3,3	0,66	4,1	4,1	0,6	1,0	1,0	0,5	4,2	0,2	2,5
8	10125	4,5	0,5	3,0	3,0	0,6	3,4	3,4	0,5	4,0	4,0	2,0	4,5	0,2	3,8
9	10137	5,0	0,5	3,0	3,0	0,6	3,8	3,8	0,6	2,0	2,0	1,0	4,5	0,2	3,0
10	10140	4,0	0,4	5,0	5,0	1,0	1,0	1,0	0,2	1,0	1,0	0,5	4,5	0,2	2,3
11	10121	4,5	0,5	3,0	3,0	0,6	3,8	3,8	0,6	1,0	1,0	0,5	4,0	0,2	2,4
12	10136	4,0	0,4	2,5	2,5	0,5	3,5	3,5	0,5	1,0	1,0	0,5	3,7	0,2	2.1
13	10127	5,0	0,5	5,0	5,0	1,0	3,5	3,5	0,5	2,3	2,3	1,2	4,0	0,2	3,4
14	10122	5,0	0,5	2,4	2,4	0,48	4,0	4,0	0,6	2,7	2,7	1,4	4,0	0,2	3,2
15	10134	4,5	0,5	4,7	4,7	0,94	4,5	4,5	0,7	4,0	4,0	2,0	4,5	0,2	4,3
16	10129	4,0	0,4	3,0	3,0	0,6	2,8	2,8	0,4	1,0	1,0	0,5	4,1	0,2	2,1
17	10131	4,0	0,4	4,0	4,0	0,8	4,5	4,5	0,7	2,0	2,0	1,0	4,0	0,2	3,1
18	10138	4,0	0,4	4,7	4,7	0,94	1,0	1,0	0,2	1,0	1,0	0,5	3,8	0,2	2,2
19	10139	3,5	0,4	2,5	2,5	0,5	3,0	3,0	0,5	2,0	2,0	1,0	3,5	0,2	2,6
20	10135	3,8	0,4	3,0	3,0	0,6	2,0	2,0	0,3	4,5	4,5	2,3	4,0	0,2	3,8
21	10126	5,0	0,5	3,6	3,6	0,72	3,5	3,5	0,5	3,0	3,0	1,5	4,4	0,2	3,4
22	10130	5,0	0,5	3,2	3,2	0,64	4,5	4,5	0,7	3,7	3,7	1,9	4,5	0,2	3,9

Tabla 12: Notas Periodo IV - Logro 2

COLEGIO SAN MIGUEL 0455-01 - PRINCIPAL MANIZALES (CALDAS) Calendario: A Periodo Lectivo: 2016 Anual 2016 OCTAVO (Mañana) Periodo: 4- Algebra		LOGRO 2													
		CONV		TRABAJO PERSONAL			TAREAS			EVALUACIÓN			AUTO		DEF
		Def	10%	Not1	Def	20%	Not1	Def	15%	Not1	Def	50%	Def	5%	Ind
															1
															1730
#	Código														
1	10133	4,5	0,5	2,5	2,5	0,5	3,1	3,1	0,5	1,0	1,0	0,5	4,0	0,2	2,3
2	10141	4,0	0,4	2,3	2,5	0,5	3,2	3,2	0,5	1,7	1,7	0,9	3,9	0,2	2,6
3	10124	5,0	0,5	5,0	5,0	1,0	3,8	3,8	0,6	4,3	4,3	2,2	4,5	0,2	4,2
4	10123	5,0	0,5	2,7	2,7	0,54	3,2	3,2	0,5	2,2	2,2	1,1	4,0	0,2	3,2
5	10132	5,0	0,5	4,0	4,0	0,8	3,5	3,5	0,5	1,0	1,0	0,5	4,0	0,2	2,5
6	10142	5,0	0,5	2,5	2,5	0,5	3,6	3,6	0,5	3,0	3,0	1,5	4,0	0,2	3,6
7	10128	5,0	0,5	3,3	3,3	0,66	4,1	4,1	0,6	1,0	1,0	0,5	4,2	0,2	2,7
8	10125	4,5	0,5	3,0	3,0	0,6	3,4	3,4	0,5	4,0	4,0	2,0	4,5	0,2	4,0
9	10137	5,0	0,5	3,0	3,0	0,6	3,8	3,8	0,6	2,0	2,0	1,0	4,5	0,2	3,1
10	10140	4,0	0,4	5,0	5,0	1,0	1,0	1,0	0,2	1,0	1,0	0,5	4,5	0,2	2,1
11	10121	4,5	0,5	3,0	3,0	0,6	3,8	3,8	0,6	1,0	1,0	0,5	4,0	0,2	2,4
12	10136	4,0	0,4	2,5	2,5	0,5	3,5	3,5	0,5	1,0	1,0	0,5	3,7	0,2	2,2
13	10127	5,0	0,5	5,0	5,0	1,0	3,5	3,5	0,5	2,3	2,3	1,2	4,0	0,2	3,1
14	10122	5,0	0,5	2,4	2,4	0,48	4,0	4,0	0,6	2,7	2,7	1,4	4,0	0,2	3,4
15	10134	4,5	0,5	4,7	4,7	0,94	4,5	4,5	0,7	4,0	4,0	2,0	4,5	0,2	4,3
16	10129	4,0	0,4	3,0	3,0	0,6	2,8	2,8	0,4	1,0	1,0	0,5	4,1	0,2	2,2
17	10131	4,0	0,4	4,0	4,0	0,8	4,5	4,5	0,7	2,0	2,0	1,0	4,0	0,2	3,1
18	10138	4,0	0,4	4,7	4,7	0,94	1,0	1,0	0,2	1,0	1,0	0,5	3,8	0,2	2,0
19	10139	3,5	0,4	2,5	2,5	0,5	3,0	3,0	0,5	2,0	2,0	1,0	3,5	0,2	2,7
20	10135	3,8	0,4	3,0	3,0	0,6	2,0	2,0	0,3	4,5	4,5	2,3	4,0	0,2	3,9
21	10126	5,0	0,5	3,6	3,6	0,72	3,5	3,5	0,5	3,0	3,0	1,5	4,4	0,2	3,5
22	10130	5,0	0,5	3,2	3,2	0,64	4,5	4,5	0,7	3,7	3,7	1,9	4,5	0,2	3,9

Tabla 13: Notas Periodo IV - Logro 3

COLEGIO SAN MIGUEL 0455-01 - PRINCIPAL MANIZALES (CALDAS) Calendario: A Periodo Lectivo: 2016 Anual 2016 OCTAVO (Mañana) Periodo: 4- Algebra		LOGRO 3															
		CONV		TRABAJO PERSONAL				TAREAS			EVALUACIÓN			AUTO		DEF
		Def	10%	Not1	Not2	Def	20%	Not1	Def	15%	Not1	Def	50%	Def	5%	Ind
																1
																1729
#	Código															
1	10133	4,5	0,45	4	4	4	0,8	1	1	0,15	2,5	2,5	1,25	4,3	0,21	**2,9**
2	10141	4	0,4	3,5	4	3,8	0,76	5	5	0,75	3,1	3,1	1,55	3	0,15	**3,6**
3	10124	5	0,5	4,5	4,5	4,5	0,9	5	5	0,75	3,1	3,1	1,55	4	0,2	**3,9**
4	10123	5	0,5	4,3	3,6	4	0,8	5	5	0,75	2	2	1	4	0,2	**3,3**
5	10132	5	0,5	4,4	4,5	4.5	0,9	5	5	0,75	2,5	2,5	1,25	4,5	0,22	**3,6**
6	10142	5	0,5	5	5	5	1	5	5	0,75	3	3	1,5	4,6	0,23	**4**
7	10128	4,5	0,45	4	3	3,5	0,7	1	1	0,15	3,8	3,8	1,9	4	0,2	**3,4**
8	10125	4	0,4	3,7	3,5	3,6	0,72	5	5	0,75	3,2	3,2	1,6	4	0,2	**3,7**
9	10137	4	0,4	4	3,5	3,8	0,76	5	5	0,75	2,8	2,8	1,4	4,5	0,22	**4**
10	10140	4	0,4	4	3	3,5	0,7	5	5	0,75	3,8	3,8	1,9	4,3	0,21	**4**
11	10121	5	0,5	5	4,1	4,6	0,92	5	5	0,75	3	3	1,5	4	0,2	**3,9**
12	10136	4	0,4	4	4,2	4,1	0,82	5	5	0,75	3,5	3,5	1,75	4	0,2	**3,9**
13	10127	4	0,4	3,5	3,9	3,7	0,74	5	5	0,75	2	2	1	3	0,15	**3**
14	10122	4,5	0,45	3,8	3,9	3,9	0,78	5	5	0,75	2,5	2,5	1,25	4,5	0,22	**3,5**
15	10134	5	0,5	4	4	4	0,8	5	5	0,75	2	2	1	4,5	0,22	**3,3**
16	10129	4,5	0,45	4,5	4,7	4,6	0,92	5	5	0,75	2,3	2,3	1,15	4,5	0,22	**3,5**
17	10131	5	0,5	3,6	3,5	3,6	0,72	5	5	0,75	3,8	3,8	1,9	4	0,2	**4,1**
18	10138	3,7	0,37	3	3	3	0,6	5	5	0,75	3,8	3,8	1,9	3,5	0,18	**3,8**
19	10139	3,7	0,37	3	3,4	3,2	0,64	5	5	0,75	2,8	2,8	1,4	4	0,2	**3,4**
20	10135	3,8	0,38	3,5	2,8	3,2	0,64	5	5	0,75	3	3	1,5	3	0,15	**3,4**
21	10126	4,6	0,46	4	4	4	0,8	5	5	0,75	3,1	3,1	1,55	4,4	0,22	**3,8**
22	10130	4	0,4	3,5	3,5	3,5	0,7	5	5	0,75	3,4	3,4	1,7	4	0,2	**3,8**

Tabla 14: Rango de notas con desempeño

Rango	Desempeño	Abreviación
(4,6 - 5)	Superior	S
(4 - 4,5)	Alto	AL
(3 – 3,9)	Básico	BS
(0 – 2,99)	Bajo	B

Tabla 15: Logros evaluados durante el curso de álgebra de grado octavo

Primer Periodo	**Logro 3:** Reconoce, clasifica y halla el valor numérico de una expresión algebraica, reduciendo a su más mínima expresión.
Segundo Periodo	**Logro 1:** Realiza operaciones de suma y resta entre expresiones algebraicas, reduciéndola a su más mínima expresión. **Logro 2:** Clasifica y calcula ejercicios sobre productos notables. **Logro 3:** Identifica y resuelve expresiones algebraicas utilizando diferentes casos de factorización.
Tercer Periodo	**Logro 1:** Identifica y resuelve expresiones algebraicas utilizando diferentes casos de factorización. **Logro 2:** Identifica y resuelve expresiones algebraicas utilizando diferentes casos de factorización. Resuelve con destreza la suma por la diferencia de dos cantidades. **Logro 3:** Reconoce y aplica los casos de factorización para resolver a partir del mcm y mcd fracciones algebraicas.
Cuarto Periodo	**Logro 1:** Reconocer las operaciones de adición, sustracción, multiplicación, y división de los números racionales en las operaciones con fracciones algebraicas. **Logro 2:** Desarrolla cuestionario aplicando los conceptos básicos vistos durante el año. **Logro 3:** Presenta evaluación final

Bibliografía

- Contreras Domingo, J. (1990). *Enseñanza, currículo y profesorado.* Madrid. Akal.

- Guzmán, M. de. (1985). *Enfoque heurístico de la enseñanza de la matemática, Aspectos didácticos de matemáticas* 1. Publicaciones del Instituto de Ciencias de la Educación de la Universidad de Zaragoza, 31-46.

- Meneses Benítez G. (2007). *El proceso enseñanza-aprendizaje: el acto didáctico.*Barcelona: Universitat Rovira I Virgili. Recuperado de http://www.tdx.cat/bitstream/handle/10803/8929/Elprocesodeensenanza.pdf

- Milton Ochoa. (2016). *Martes de prueba.* Obtenido de https://miltonochoa.com.co/home/index.php/martes-de-prueba

- Moreira, Marco A. *Aprendizaje significativo: un concepto subyacente.* Porto Alegre, RS, Brasil. Recuperado de https://www.if.ufrgs.br/~moreira/apsigsubesp.pdf

- Sessa, C. (2005*). Iniciación al estudio didáctico del álgebra: orígenes y perspectiva.* Buenos Aires, Argentina: Libros del Zorzal.

- Tall, D. y Vinner, S. (1981). *Concepto de imagen y definición de concepto en matemáticas, con particular referencia a límites y continuidad*. Estudios educativos en matemáticas, 12 (2), 151-169.

- Vasco, Carlos E. *El pensamiento variacional y la modelación matemática.* Cali, Colombia, Recuperado de http://pibid.mat.ufrgs.br/2009-2010/arquivos_publicacoes1/indicacoes_01/pensamento_variacional_VASCO. pdf

- Zabalza, MiguelA. (2004). *La enseñanza universitaria el escenario y sus protagonistas.*España: Narcea, S.