

# CONTROL DE VIBRACIONES EN UNA VIGA GERBER UTILIZANDO AMORTIGUADORES DE MASA SINTONIZADOS

## VIBRATION CONTROL IN A GERBER BEAM USING TUNED MASS DAMPERS

LUIS A. LARA V.

*Candidato a Doctor en Estructuras y Construcción Civil, Universidad de Brasilia, Brasil. luislara@unb.br*

JOSÉ L. V. BRITO

*Profesor Adjunto, Universidad de Brasilia, Brasil. jlbrito@unb.br*

SUZANA M. AVILA

*Profesor Adjunto, Universidad de Brasilia, Brasil. avilas@unb.br*

Recibido para revisar Marzo 30 de 2009, aceptado Diciembre 18 de 2009, versión final Febrero 10 de 2010

**RESUMEN:** Una de las estrategias más comúnmente usadas en el control estructural es la instalación de amortiguadores de masa sintonizados (AMS). Los amortiguadores de masa sintonizados consisten básicamente de una masa, un resorte y un amortiguador, los cuales son fijados en la estructura, sintonizando la frecuencia del amortiguador a una frecuencia particular de la misma, con el objetivo de hacer que el amortiguador absorba parte de la energía, disminuyendo la respuesta de la estructura frente a una carga dinámica. En el presente trabajo se analiza numéricamente por medio del software *ANSYS* el número y la posición más eficiente de AMS, cuyos parámetros son obtenidos mediante las expresiones de Den Hartog y de Jangid, para una viga Gerber metálica. Los resultados obtenidos muestran reducciones en la respuesta dinámica máxima de la viga, superiores al 80% en los casos en que la excitación de la estructura era armónica y superiores al 45% en los casos en que la carga aplicada era aleatoria de tipo ruido blanco.

**PALABRAS CLAVE:** Dinámica de estructuras, control de vibraciones, viga Gerber, amortiguadores de masa sintonizados.

**ABSTRACT:** One of the most common strategies in structural control is the installation of Tuned Mass Dampers (TMD). A TMD basically consists of a mass, a spring and a damper which are connected to the structure. Its frequency can be tuned to a particular value with the objective of making the damper absorb part of the input energy, decreasing the structural peak response caused by the dynamic load. The present paper analyzes numerically, with the help of the software *ANSYS*, the most efficient number and position of Tuned Mass Dampers attached to a metallic Gerber beam. TMD's properties are designed according to Den Hartog's and Jangid's expressions. The obtained results demonstrated reductions in the beam's dynamic maximum response above of 80% in the cases where the excitation was harmonic and above 45% in the case that the applied load in the beam was a random load white noise load.

**KEYWORDS:** Dynamic of structures, vibration control, metallic beams, tuned mass dampers.

### 1. INTRODUCCIÓN

Los amortiguadores de masa sintonizados (AMS) son dispositivos utilizados en el control estructural. Estos mecanismos consisten básicamente en un sistema masa, resorte y

amortiguador, generalmente fijado a un sistema vibrante para reducir la demanda de disipación de energía en los miembros estructurales primarios bajo la acción de fuerzas externas. Esta reducción de energía se obtiene cuando la frecuencia del amortiguador de masa se sintoniza

a una frecuencia particular de la estructura. Cuando esa frecuencia es alcanzada, el amortiguador vibrará fuera de fase con el movimiento estructural y parte de la energía vibratoria es transferida al AMS.

Uno de los primeros investigadores que realizó estudios con amortiguadores sintonizados en vigas fue Jones (1967), que presentó un análisis aproximado de la respuesta debida al modo fundamental de una viga simple de una única luz equipada con amortiguadores sintonizados.

En otro estudio realizado en vigas, Özgüven e Çandir (1986) determinaron los parámetros óptimos de dos amortiguadores de vibraciones dinámicas sintonizados en las dos primeras frecuencias de resonancia de una viga. Ellos estudiaron numéricamente una viga empotrada y libre, encontrando los valores óptimos de las razones de amortiguamiento y de sintonía de los amortiguadores en la primera y segunda frecuencia de la viga.

Kwon *et al.* (1998) estudiaron el efecto de un AMS en el control de vibraciones en puentes bajo la acción de cargas que se mueven a lo largo de la estructura. Sintonizaron el AMS en el modo vertical dominante y lo instalaron en el medio de los puentes. Además, agregaron masas al modelo con el objetivo de simular las masas de los vehículos para así determinar la respuesta dinámica de los puentes. Los autores mostraron la eficiencia de los AMS en el caso de un puente con tres luces. Los desplazamientos verticales en el medio del puente fueron comparados antes y después de la instalación de los AMS.

Gu *et al.* (2001) estudiaron la vibración irregular del puente Yangpu usando amortiguadores de masa sintonizados múltiples (AMSM). Siete conjuntos diferentes de AMSM fueron analizados y sus propiedades óptimas fueron obtenidas numéricamente. Fue verificado, que la eficiencia del control por medio de los AMSM es sensible a su frecuencia central y al ancho de banda de la frecuencia, esto indica que al proyectar un AMSM, la rigidez de todos los amortiguadores podría ser considerada constante, mientras que la masa de cada amortiguador sería determinada con base en las frecuencias y

valores de rigidez. Por otra parte, la razón de amortiguamiento de los AMSM mostró tener menos influencia en la eficiencia del control. Siendo así, para simplificar el análisis, las razones de amortiguamiento de todas las masas de los AMSM fueron consideradas con el mismo valor.

Recientemente Chen y Huang (2004), estudiaron vigas de Timoshenko equipadas con AMS bajo la acción de excitaciones armónicas. Los autores estudiaron la respuesta dinámica de las vigas para un determinado intervalo de frecuencias. Ellos propusieron un modelo simplificado de dos grados de libertad y emplearon el método propuesto por Den Hartog (1956) para estudiar las características dinámicas de los AMS presentando algunas tablas de diseño para aplicaciones prácticas. Fue realizado, también, un estudio comparativo entre vigas simplemente apoyadas sin dispositivos de control, vigas con un AMS y vigas con AMSM demostrando la eficiencia de los dispositivos de control.

Elias y Avila (2006) presentaron un estudio numérico donde analizaron la influencia de la variación de masa en la respuesta dinámica de una viga biapoyada. Los autores mostraron seis casos donde masas con distintas concentraciones eran localizadas en distintas posiciones de la viga concluyendo que la amplitud del movimiento era mayor en los lugares de mayor masa. En este trabajo también fue analizado el efecto del número y de la posición de amortiguadores viscofluidos en una viga biapoyada y en una viga empotrada y libre, encontrándose que en el caso de la viga biapoyada la respuesta permanente del sistema era menor cuando cinco amortiguadores se instalaban cerca del centro de la viga. Para el caso de la viga empotrada y libre, se encontró que la respuesta permanente era menor cuando se instalaron los amortiguadores viscofluidos en el extremo libre de la viga.

El objetivo general del presente trabajo es analizar numéricamente, por medio del programa de elementos finitos *ANSYS* versión 10.0, la eficiencia de un sistema de control pasivo (AMS) instalado en una viga Gerber metálica de sección transversal rectangular. En este artículo,

es estudiada la reducción de la respuesta dinámica de la estructura cuando se instalan uno, tres, cinco y siete AMS. También se realizó un estudio del posicionamiento de los amortiguadores con el propósito de obtener el mejor desempeño posible de los mismos.

Las cargas seleccionadas para excitar la estructura fueron de tipo armónico y aleatorio. La carga armónica fue escogida debido a la facilidad de modelaje y la amplificación de la respuesta dinámica de la estructura que ocurre cuando la frecuencia de la excitación es próxima de la frecuencia fundamental del sistema. Por otro lado, la excitación aleatoria usada fue del tipo ruido blanco y fue tomada en cuenta con el objetivo de simular la eficiencia del control pasivo cuando la estructura fuese sometida a excitaciones reales, como las provocadas por vientos, tráfico de vehículos y sismos.

## 2. FUNDAMENTOS TEORICOS

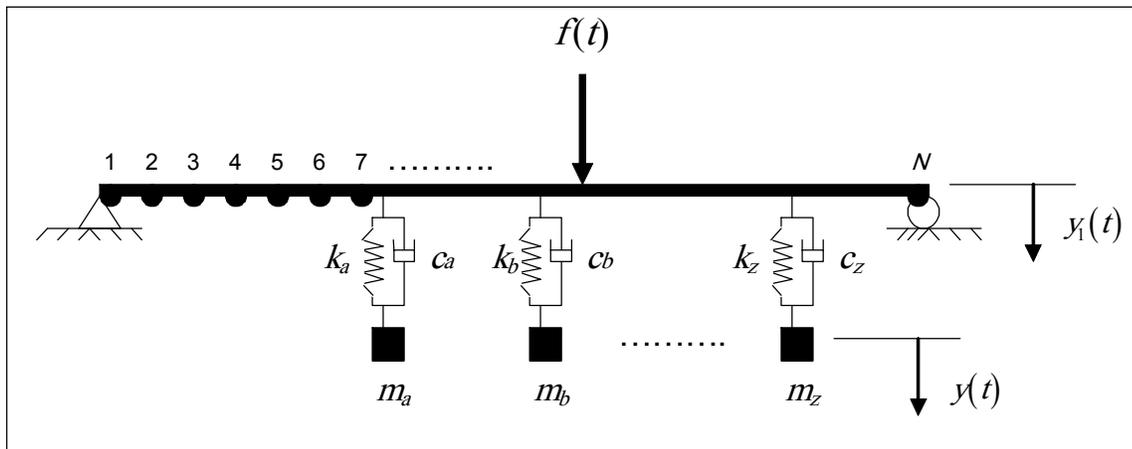
### 2.1 Ecuaciones de movimiento para un sistema con N grados de libertad y Z AMS instalados

La Figura 1 muestra una viga con N grados de libertad y Z amortiguadores de masa sintonizados. Así, el sistema completo tendrá N+Z ecuaciones de movimiento que pueden ser escritas matricialmente de la forma

$$M\ddot{y}_1(t) + C\dot{y}_1(t) + Ky_1(t) = f(t) + c\dot{y}(t) - c\dot{y}_1(t) + ky(t) - ky_1(t) \quad (1)$$

$$m\ddot{y}(t) + c\dot{y}(t) - c\dot{y}_1(t) + ky(t) - ky_1(t) = 0 \quad (2)$$

Donde  $M$ ,  $C$ , y  $K$  son, respectivamente, las matrices de orden  $N \times N$  de masa, amortiguamiento y rigidez de la viga,  $f(t)$  es



**Figura 1.** Viga discretizada con Z AMS  
**Figure 1.** Discretized beam with Z TMD

el vector de orden N de excitación dinámica aplicada sobre la viga,  $m$ ,  $c$  y  $k$  son matrices de orden  $Z \times Z$  de masa, amortiguamiento y rigidez, respectivamente, del conjunto de amortiguadores instalados en la viga,  $y_1(t)$  es el vector de desplazamientos de la viga correspondiente a los N grados de libertad y  $y(t)$  es el vector de desplazamientos de los amortiguadores con respecto a la base.

### 2.2 Criterio de Den Hartog para la determinación de los parámetros óptimos de un AMS

Den Hartog (1956) fue el pionero en el estudio de absorbers dinámicos. Él estudió sistemas simples no amortiguados con un grado de libertad, sometidos a excitaciones armónicas. A partir de este estudio el autor obtuvo expresiones para la determinación de los parámetros óptimos de los AMS.

Todas las expresiones para determinar los parámetros óptimos de Den Hartog van a depender de la relación entre la masa del amortiguador  $m$  y la masa del sistema principal  $M$ , esta relación es llamada comúnmente de razón de masa,  $\mu$ , así:

$$\mu = \frac{m}{M} \quad (3)$$

La razón de frecuencias está dada por la relación entre la frecuencia natural del AMS y la frecuencia natural del sistema principal. La razón entre frecuencias óptima en términos de  $\mu$  se define como:

$$\alpha_{\text{óptimo}} = \frac{1}{1+\mu} \quad (4)$$

De acuerdo con Den Hartog, la razón de amortiguamiento  $\xi$  óptimo esta dado por:

$$\xi_{\text{óptimo}} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)^3}} \quad (5)$$

Con estas expresiones es posible calcular los parámetros óptimos de los AMS para estructuras reducidas a un grado de libertad no amortiguadas, sometidas a una excitación armónica.

Warburton y Ayonride (1980), realizaron un estudio sobre el efecto de la consideración de amortiguamiento en el sistema principal ( $C_{\text{estructura}} \neq 0$ ), en la obtención de los valores óptimos de las propiedades del amortiguador. En la mayor parte de los casos estudiados, los valores de los parámetros no son muy diferentes de los encontrados por Den Hartog.

### 2.3 Criterio de Jangid para la determinación de los parámetros óptimos de amortiguadores de masa sintonizados múltiples (AMSM)

La técnica numérica utilizada por Jangid (1999) para la determinación de los parámetros óptimos de AMSM, fue desarrollada para sistemas de un grado de libertad sometidos a excitaciones

armónicas y se fundamentó en el procedimiento *Min/Max* propuesto por Tsai y Lin (1993). Esta metodología consiste en variar la razón de amortiguamiento  $\xi$ , el ancho de banda  $\beta$  y la razón de frecuencia  $\alpha$  de los amortiguadores para una dada razón de masa  $\mu$  y un número  $n$  de amortiguadores de masa, de forma que la respuesta permanente máxima  $R_{\text{max}}$  alcance el menor valor. Los intervalos admitidos para los parámetros fueron:  $0 \leq \xi < 1$ ,  $0 \leq \beta < 2$  e  $\alpha > 0$ .

Jangid (1999), sugirió expresiones para el cálculo de los parámetros óptimos de los amortiguadores a partir de los valores óptimos encontrados en los análisis numéricos. Así, las expresiones que proporcionan el cálculo de los valores apropiados de los parámetros de los AMSM son las siguientes:

$$\xi' = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1+\mu)(1-0,5\mu)}} + (a_1 + a_2\sqrt{\mu} + a_3\mu)^* \sqrt{\mu} \left\{ a_4 \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right) + a_5 \left( \frac{1}{n} - 1 \right) + a_6 (\sqrt{n} - 1) \right\} \quad (6)$$

$$\beta_L = (a_1 + a_2\sqrt{\mu} + a_3\mu) \sqrt{\mu}^* \left\{ a_4 \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right) + a_5 (n-1) + a_6 (\sqrt{n} - 1) \right\} \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (7)$$

$$\alpha = \frac{\sqrt{1-0,5\mu}}{1+\mu} + (a_1 + a_2\sqrt{\mu} + a_3\mu) \sqrt{\mu}^* \left\{ a_4 \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right) + a_5 (n-1) + a_6 (\sqrt{n} - 1) \right\} \frac{1}{\sqrt{n}} \quad (8)$$

$$R_{\text{max}} = \sqrt{\frac{2}{\mu}} (1+\mu) + (a_1 + a_2\sqrt{\mu} + a_3\mu)^* \sqrt{\frac{1}{\mu}} \left\{ a_4 \left( \frac{1}{\sqrt{n}} - 1 \right) + a_5 \left( \frac{1}{n} - 1 \right) + a_6 \left( \frac{1}{n\sqrt{n}} - 1 \right) \right\} \quad (9)$$

Los valores de los coeficientes  $a_i$  de cada una de las expresiones se encuentran listados en la Tabla 1.

Utilizando la razón de frecuencia ( $\alpha$ ) determinada por la ecuación (8) y la frecuencia natural de la estructura ( $\omega_{\text{est}}$ ), se calcula el valor

de la frecuencia media de los amortiguadores ( $\omega_T$ ):

$$\alpha_{\text{optimo}} = \frac{\omega_T}{\omega_{est}} \quad (10)$$

Así, la frecuencia de cada amortiguador ( $\omega_i$ ) será calculada de la siguiente forma:

$$\omega_i = \omega_T \left[ 1 + \left( i - \frac{n+1}{2} \right) \frac{\beta_L}{n-1} \right] \quad (11)$$

De acuerdo con Jangid (1999), la utilización de múltiples AMS es más simple si se fija la rigidez y se varía la masa de cada amortiguador en función de la frecuencia  $\omega_i$ . De esta manera, se tiene que:

$$m_i = \frac{k}{\omega_i^2} \quad (12)$$

La masa total resultante del sistema deberá satisfacer al parámetro  $\mu$  conforme la siguiente expresión:

$$\mu = \frac{\sum_{i=1}^n m_i}{M} \quad (13)$$

La razón de amortiguamiento es fijada en el valor óptimo y la constante de amortiguamiento para cada amortiguador ( $c_i$ ) será:

$$c_i = 2m_i \xi_{\text{optimo}} \omega_i \quad (14)$$

De acuerdo con Jangid (1999), las expresiones descritas anteriormente son aplicables para razones de masas menores o iguales a 10% ( $\mu \leq 0,1$ ) y sistemas con un número máximo de 31 masas. El uso de las

**Tabla 1.** Valores de los coeficientes de Jangid para parámetros óptimos (1999)  
**Table 1.** Values of Jangid coefficients for optimum parameters (1999)

Coeficientes	Valor Correspondiente			
	$\xi'$	$\beta_L$	$\alpha$	$R_{max}$
$a_1$	0,5474	0,42113	-0,00241	0,2985
$a_2$	0,1038	0,04479	0,72152	-0,0078
$a_3$	-0,4522	-0,38909	-0,43970	0,2355
$a_4$	0,7604	-0,73518	-0,66385	-0,0442
$a_5$	0,3916	-0,11866	-0,01138	0,6265
$a_6$	0,0403	4,86139	0,99522	0,4789

expresiones que determinan los parámetros óptimos de múltiples AMS para razones de masa

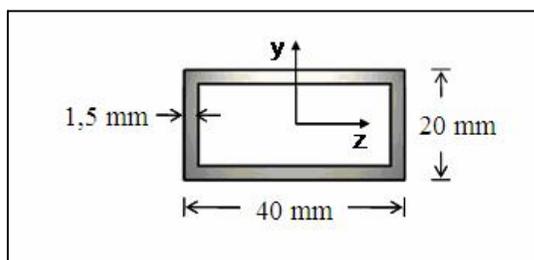
y/o número de masas superiores puede conducir a errores.

### 3. MODELO NUMÉRICO

En el modelo numérico fue utilizada una viga Gerber metálica plana del tipo Euler-Bernoulli, cuyas propiedades y atributos geométricos son presentados en la Tabla 2 y Figura 2, respectivamente. Se analizó el efecto de uno, tres, cinco y siete AMS instalados en la estructura.

**Tabla 2.** Propiedades de la viga  
**Table 2.** Beam properties

PROPIEDADES DE LA VIGA	VALOR
Longitud (m)	3,36
Área de la sección transversal (m <sup>2</sup> )	1,71x10 <sup>-4</sup>
Momento de inercia respecto al eje Z (m <sup>4</sup> )	1,152x10 <sup>-8</sup>
Modulo de elasticidad (N/m <sup>2</sup> )	1,999x10 <sup>11</sup>
Coefficiente de Poisson	0,3
Masa especifica (Kg/m <sup>3</sup> )	7849
Razón de amortiguamiento (%)	5



**Figura 2.** Atributos geométricos de la viga  
**Figure 2.** Geometrical attributes of the beam

Fueron realizados, con ayuda del programa ANSYS, análisis modales y transientes con el objetivo de determinar las frecuencias naturales y los modos de vibración, así como las respuestas dinámicas máximas de acuerdo con el posicionamiento de la carga externa.

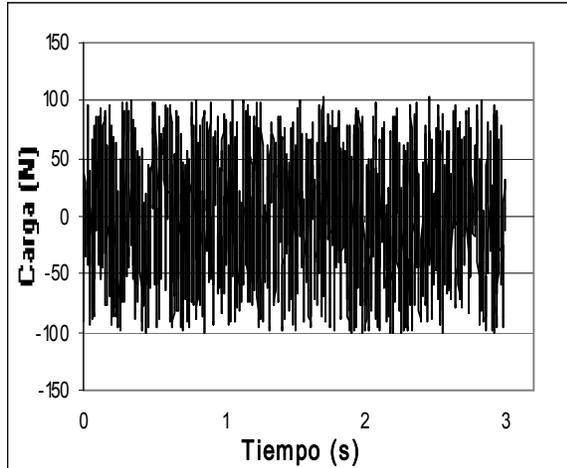
La viga Gerber utilizada fue modelada en el ANSYS con 169 nodos que componen 168 elementos finitos del tipo *Beam3*, elemento de viga en 2 dimensiones que presenta tres grados de libertad por nodo (dos grados de traslación y uno de rotación) con capacidad de experimentar tensión, compresión y flexión. La rotula de la viga fue modelada con auxilio del elemento *Combination7*, el cual es un elemento que simula articulaciones. El elemento encargado de representar el comportamiento de los amortiguadores y resortes fue el elemento *Combination14*, en donde son definidos los coeficientes de amortiguamiento del amortiguador ( $C_v$ ) y la rigidez del resorte ( $K$ ). Ya la masa de cada amortiguador fue modelada con ayuda del elemento *Mass21*, elemento que fue definido sin tener en cuenta la inercia rotacional de la masa.

Una vez determinado el lugar donde la respuesta dinámica de la estructura era máxima, se verificó la mejor posición para cada una de las configuraciones de AMS y AMSM analizadas. Finalmente, mediante un análisis comparativo, se determinó cual de las configuraciones presentó el mejor desempeño en la tarea de reducir los desplazamientos de la estructura.

El modelo fue analizado bajo la acción de dos tipos de cargas. La primera de ellas fue del tipo armónico, regida por la ecuación:

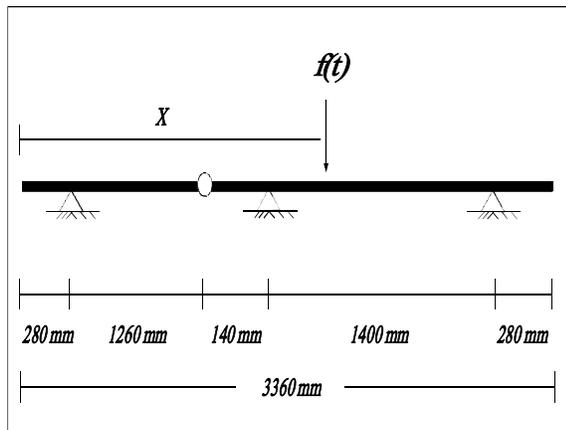
$$f(t) = P_0 \cdot \text{sen} \bar{\omega} t \quad (15)$$

Donde  $P_0$  es la amplitud de la fuerza y  $\bar{\omega}$  es la frecuencia de la excitación. La segunda carga aplicada sobre la viga fue una excitación del tipo ruido blanco generada con ayuda del programa *Matlab*. Esta carga presenta una amplitud que oscila entre 100N y -100N, con un tiempo de aplicación de 3s, intervalo de tiempo igual al utilizado para determinar la respuesta dinámica del sistema. El intervalo de frecuencias de la excitación aleatoria varía entre 0 y 166,34 Hz. La Figura 3 muestra el grafico de la excitación aleatoria a lo largo del tiempo utilizada en el análisis.



**Figura 3.** Carga aleatoria utilizada  
**Figure 3.** White noise load

Finalmente, el esquema del modelo analizado es presentado en la Figura 4. Como puede ser observado, el modelo consiste de una viga Gerber con tres apoyos simples y una rotula. La longitud total de la estructura es de 3,36 m.



**Figura 4.** Esquema del modelo analizado  
**Figure 4.** Outline of the analyzed model

#### 4. RESULTADOS OBTENIDOS

De acuerdo con Chen y Huang (2004), para que los AMS tengan aplicabilidad y funcionalidad, el valor de  $\mu$  debe estar en un intervalo de valores entre 0,01 y 0,15, o sea, la relación debe estar en el orden de 1 a 15%. La razón de masa adoptada en la totalidad del presente trabajo fue de 10%,

escogiéndose este valor, por ser un valor comúnmente utilizado en la literatura. Se destaca también que los parámetros para un único AMS fueron determinados mediante las expresiones de Den Hartog (1956), mientras los parámetros de los AMSM (3,5 y 7 AMS) fueron calculados con el procedimiento propuesto por Jangid (1999).

#### 4.1 Viga Gerber bajo el efecto de la carga armónica

La carga armónica utilizada para excitar la estructura fue  $f(t) = 100 \text{sen} \bar{\omega} t$ , siendo la frecuencia  $\bar{\omega} = 191,71 \text{ rd/s}$  el valor correspondiente a la primera frecuencia natural de la viga.

En este estudio se verificó que el local más desfavorable para aplicar las cargas era el punto situado a 2,38m del extremo izquierdo de la viga (punto de mayor desplazamiento de la viga). Aplicando la carga armónica en este punto, se determinó que el desplazamiento máximo de la estructura fue de 3,07cm, localizado en el mismo punto de aplicación de la carga. Ya el valor *RMS* del desplazamiento de la viga en este punto fue igual a 2,04cm.

La Tabla 3 presenta una síntesis con los valores de los parámetros de diseño utilizados en cada configuración de AMS instalados en la viga Gerber.

En el análisis de la viga con un único AMS instalado se encontró, que el lugar más favorable para posicionar el dispositivo de control era el mismo punto donde la carga se aplicó y donde la estructura presentaba el desplazamiento máximo. Con el dispositivo de control instalado en la viga se encontró un desplazamiento máximo de 0,385cm y un valor *RMS* de la evolución del desplazamiento del punto de mayor desplazamiento de 0,186cm, lo que significó reducciones de 87,46% y 90,88% en el desplazamiento máximo y en el valor *RMS*, respectivamente.

**Tabla 3.** Parámetros empleados en cada una de las configuraciones de AMS utilizadas en la viga Gerber  
**Table 3.** Parameters used in each configurations of TMD used in the Gerber beam

		$\alpha_i$	$\mu_i$	$\xi_i$
1 AMS	AMS 1	0,909	0,100	0,168
3 AMS	AMS 1	0,828	0,045	0,096
	AMS 2	0,962	0,033	0,096
	AMS 3	1,096	0,025	0,097
5 AMS	AMS 1	0,796	0,030	0,073
	AMS 2	0,883	0,024	0,073
	AMS 3	0,969	0,020	0,074
	AMS 4	1,056	0,017	0,074
	AMS 5	1,142	0,014	0,074
7 AMS	AMS 1	0,779	0,022	0,064
	AMS 2	0,844	0,019	0,064
	AMS 3	0,908	0,016	0,064
	AMS 4	0,972	0,014	0,064
	AMS 5	1,037	0,013	0,064
	AMS 6	1,101	0,011	0,064
	AMS 7	1,166	0,010	0,064

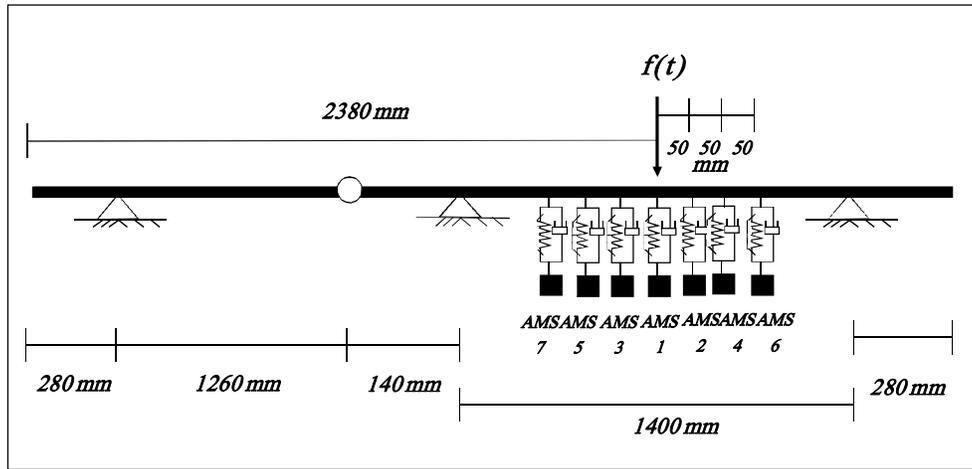
Para la configuración de tres AMS se determinó, mediante un estudio preliminar, que la posición óptima de los amortiguadores era aquella en que los mecanismos de control fueran posicionados próximos al punto de mayor desplazamiento de la viga. Así, los AMS fueron espaciados 5cm uno de otro. Con esta distribución, se obtuvo un desplazamiento máximo de 0,36cm y un valor *RMS* de 0,162cm de desplazamiento en el punto localizado a 2,38m del extremo izquierdo de la viga, lo que quiere decir que se consiguió reducir en 6,49% el desplazamiento máximo de la

estructura y en 12,9% el valor *RMS* de la respuesta dinámica, comparados con los valores obtenidos para la viga con un único AMS instalado.

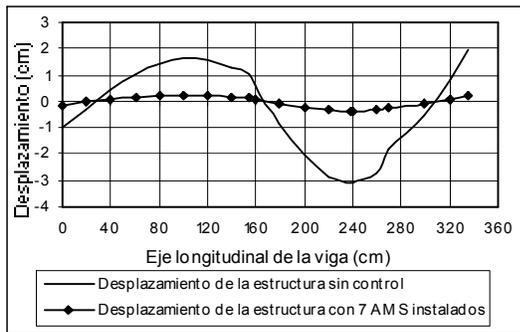
Finalmente, fueron desarrollados análisis en la viga para sistemas con cinco y siete AMS. La localización de los amortiguadores en las dos alternativas obedeció al principio establecido en el sistema con tres AMS, o sea, aquel que suponía que los amortiguadores deberían ser instalados próximos al punto de mayor desplazamiento de la estructura. Los resultados obtenidos para estas alternativas fueron prácticamente los mismos, siendo el desplazamiento máximo de la estructura igual a 0,353cm y el valor *RMS* del desplazamiento en el punto de mayor desplazamiento (a 2,38m del extremo izquierdo de la viga) igual a 0,158cm, lo que equivale a reducciones de 88,50% y de 92,25%, respectivamente, comparados con los resultados de la estructura sin control.

Es posible concluir entonces que los sistemas mas eficientes para reducir la respuesta dinámica de la viga Gerber estudiada bajo la acción de cargas armónicas son las configuraciones de cinco y siete AMS, las cuales consiguieron reducciones de 88,53% en el desplazamiento máximo de la estructura y de 92,4% en el valor *RMS* del desplazamiento a lo largo del tiempo.

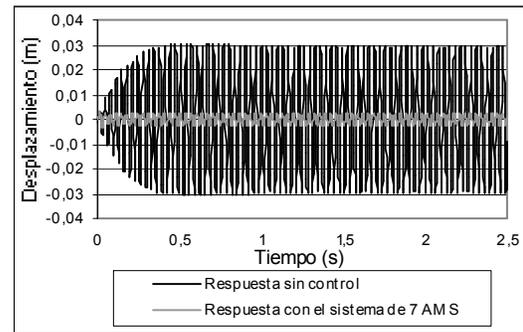
En la Figura 5 se presenta la posición óptima de los dispositivos de control para el caso en que fueron utilizados 7 AMS. Una comparación del desempeño de la estructura sin control y bajo la influencia del sistema con 7 AMS es presentada en la Figura 6. En esta figura es posible observar los desplazamientos máximos en el eje longitudinal de la viga.



**Figura 5.** Posición óptima del conjunto de 7 AMS instalados en la viga Gerber  
**Figure 5.** Optimal position of the 7 TMD installed in the Gerber beam



**Figura 6.** Desplazamientos máximos de la viga  
**Figure 6.** Maximum displacements of the beam



**Figura 7.** Evolución del desplazamiento a lo largo del tiempo para el punto de desplazamiento máximo para el sistema controlado con 7 AMS y para el sistema sin control

**Figure 7.** Time history of the maximum displacement for the systems with 7 TMD and without control

Cerrando el análisis de la viga Gerber sometida a la acción de una excitación armónica, se presenta la Figura 7 que muestra el desplazamiento a lo largo del tiempo del punto de la viga que presenta el desplazamiento máximo absoluto. La Figura trae el grafico de la estructura sin control y con el sistema de 7 AMS instalado.

#### 4.2 Viga Gerber bajo el efecto de la carga aleatoria

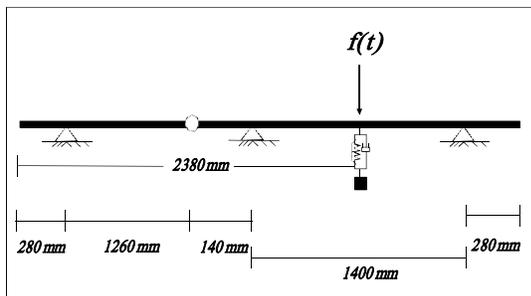
El valor del desplazamiento máximo de la viga sin control, sometida a la excitación aleatoria descrita en el modelo numérico, fue de 0,72cm, mientras que el valor *RMS* del desplazamiento del punto de máximo desplazamiento de la viga fue de 0,234cm.

Fue encontrado en los análisis que la mayor reducción en los desplazamientos y en las respuestas se obtuvo cuando solo un AMS se instaló en la estructura (este amortiguador se posicionó exactamente en el mismo punto donde la carga fue aplicada, o sea, a 2,38m del extremo izquierdo de la estructura), obteniendo reducciones de 47,64% en el valor del desplazamiento máximo y de 46,58% en el valor *RMS* del desplazamiento. El resumen con los valores obtenidos para cada una de las configuraciones de AMS instaladas en la viga Gerber sometida a la carga aleatoria puede ser observado en la Tabla 4.

**Tabla 4.** Resultados obtenidos para la viga Gerber aplicando la carga aleatoria  
**Table 4.** Results obtained for the Gerber beam under white noise load

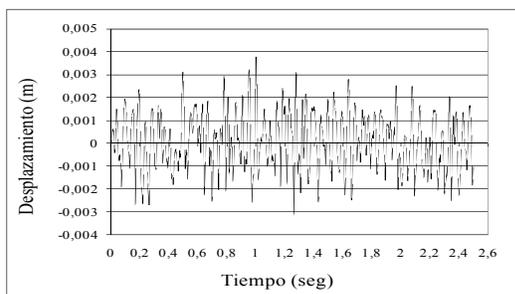
Número de AMS	Valor máximo del desplazamiento (cm)	Respuesta RMS (cm)	Reducción en la respuesta RMS (%)	Reducción de la respuesta máxima (%)
Sin AMS	0,72	0,234	—	—
1 AMS	0,377	0,125	46,58	47,64
3 AMS	0,399	0,128	45,30	44,58
5 AMS	0,394	0,129	44,87	45,28
7 AMS	0,393	0,129	44,87	45,42

Finalmente, la Figura 8 presenta un esquema de la posición óptima del AMS en la viga Gerber, mientras que la Figura 9 muestra el grafico de la evolución del desplazamiento de la viga con un AMS instalado, sometida a la acción de la carga aleatoria en el punto localizado a 2,38m del extremo izquierdo.



**Figura 8.** Posición óptima de un único AMS para el control de la respuesta del sistema sujeto al efecto de la carga aleatoria

**Figure 8.** Optimal position of the TMD for the system response control subject to white noise load



**Figura 9.** Evolución del desplazamiento en el punto localizado a 2,38m del extremo izquierdo de la viga con 1 AMS instalado, sujeta a la acción de la carga aleatoria

**Figure 9.** Time history of the displacement in the point located at 2,38m of the beam's left end with 1 TMD installed, subject to white noise load

## 5. CONCLUSIONES

En los análisis realizados pudo ser observado que cuanto más próximos del punto de mayor desplazamiento de la viga se instalen los amortiguadores, mayor será la reducción de la respuesta.

Otra importante conclusión a la que se llegó en el presente trabajo fue que el aumento del número de amortiguadores en la estructura, no garantiza una mayor reducción en la respuesta de la estructura, especialmente en el caso donde la excitación fue la carga aleatoria del tipo ruido blanco. Finalmente, es posible afirmar que la reducción de los desplazamientos es mayor en los sistemas sometidos a la excitación armónica que en los sistemas bajo la acción de la carga aleatoria, esto probablemente causado por la naturaleza de los criterios de determinación de parámetros de Den Hartog y de Jangid, los cuales fueron deducidos para sistemas con un grado de libertad sometidos a cargas armónicas, lo que hace importante y necesario la realización de estudios paramétricos que permitan optimizar el desempeño de los AMSM en vigas cuando la estructura esté sometida a excitaciones aleatorias.

## 6. AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen el apoyo financiero dado por el CNPq, la CAPES y la Universidad de Brasilia para el desarrollo de este trabajo.

**REFERENCIAS**

- [1] JONES, D.I.G. Response and damping of a simple beam with tuned dampers, *The Journal of the Acoustical Society of America*, 42(1), 50-53, 1967.
- [2] ÖZGÜVENT, H.N. AND ÇANDIR, B. Suppressing the first and second resonances of beams by dynamic vibration absorbers, *Journal of Sound and Vibration*, 111(3), 377-390, 1986.
- [3] KWON, H.C., KIM, M.C. AND LEE, I.W. Vibration control of bridges under moving loads, *Computers & Structures*, 66(4), 473-480, 1998.
- [4] GU, M., CHEN, S.R. AND CHANG, C.C. Parametric study on multiple tuned mass dampers for buffeting control of Yangpu bridge, *Journal of Wind and Engineering*, 89, 987-1000, 2001.
- [5] CHEN, Y.H. AND HUANG, Y.H. Timoshenko beam with tuned mass dampers and its design curves, *Journal of Sound and Vibration*, 278, 873-888. 2004.
- [6] DEN HARTOG, P. J., *Mechanical Vibrations* 4<sup>th</sup> Edition, McGraw-Hill, New York, 1956.
- [7] ELIAS, G.T. AND AVILA, S.M. Metodologia para definição do melhor número e posição para dispositivos de controle estrutural. XXVII Iberian Latin American Congress on Computational Methods in Engineering. Belem, Brasil, Septiembre 2006.
- [8] ANSYS. Revision 10.0, ANSYS user's manual, EUA, 2005.
- [9] WARBURTON, G.B. AND AYONRIDE, E.O. Optimum absorber parameter for simple system, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 8, 197-217, 1980.
- [10] JANGID, R.S. Optimum multiple tuned mass dampers for base-excited undamped systems, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 28, 1041-1049, 1999.
- [11] TSAI, H. AND LIN, G. Optimum tuned-mass dampers for minimizing steadystate response of support-excited and damped systems, *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 22, 957-973, 1993.