



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# **Enseñanza de la mecánica cuántica en la escuela media a partir del concepto de superposición**

**Gustavo Eduardo López Ramírez**

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de ciencias, Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.

Medellín, Colombia

2014



# **Enseñanza de la mecánica cuántica en la escuela media a partir del concepto de superposición**

**Gustavo Eduardo López Ramírez**

Trabajo de investigación presentado como requisito parcial para optar al título de:  
**Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales**

Director (a):

Jhonny Alexander Castrillón Pérez

(M. Sc Física)

Línea de Investigación:

Enseñanza de la Física: Fundamentos de Mecánica Cuántica

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de ciencias, Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.

Medellín, Colombia

2014



*Hace ya más de cien años que la física cuántica comenzó a surgir como un nuevo paradigma alternativo y complementario a la mecánica newtoniana. A pesar de ser un conocimiento ya centenario, la mayoría de nosotros permanecemos ajenos a los nuevos supuestos que han emergido con ella.*

*Anónimo.*



## **Agradecimientos**

A mi hermosa Isa, amigos y familia por colocar su granito de arena y ayudarme a sacar adelante este proyecto. A mi director de trabajo final, Jhonny Alexander Castrillón Pérez por brindarme su exigencia, tiempo y buenas recomendaciones. Gracias a Daniel Sierra Botero, Santiago Hincapié Potes, Santiago Correa Carmona y Federico Alberto Cuartas, por querer participar en este proceso y sin los cuales no se habría hecho realidad. Y gracias a Nelson de Jesús Ramírez por facilitarme los espacios y tiempos.





## Resumen

Enseñanza de la mecánica cuántica en la escuela media a partir del concepto de superposición es la sistematización de una experiencia de aula realizada analizando experimentos sobre el concepto fundamental de la mecánica cuántica, a saber, superposición. Se estudian los sistemas cuánticos de dos niveles o qubits, propiedades incompatibles y su fundamentación a través de modelos matemáticos para realizar una construcción conceptual del principio de superposición de estados. Esta construcción conceptual es contextualizada en una aplicación práctica en el área de la informática cuántica, como lo es la criptografía cuántica. En especial, el trabajo se constituye como la propuesta de una unidad didáctica, materializada en seis guías conceptuales e informativas.

**Palabras clave:** Sistema cuántico, Superposición de estados, Incompatibilidad, Indeterminación, Modelos matemáticos, Criptografía cuántica, Qubit.

## Abstract

Teaching Quantum Mechanics in High School from superposition concept is the systematization of a classroom experience from conducted experiments and the basic concepts of quantum mechanics. Two-level quantum system, incompatible properties and its basis on mathematical models are studied in order to find a conceptual construction of the principle of superposition of states. The conceptual construction is contextualized in a practical application in the field of quantum computing such as the quantum cryptography. In particular, this research is the

proposal of a teaching unit embodied in six conceptual and informative worksheets.

**Keywords:** Quantum system, States superposition, Incompatibility, Uncertainty, Mathematical models, Quantum cryptography, Qubit.

# Contenido

<b>Resumen .....</b>	<b>IX</b>
<b>Lista de figuras.....</b>	<b>XIV</b>
<b>Lista de tablas .....</b>	<b>XV</b>
<b>Introducción.....</b>	<b>1</b>
<b>1. Planteamiento del problema .....</b>	<b>3</b>
1.1    Objetivos .....	5
1.1.1    General .....	5
1.1.2    Específicos.....	5
1.2    Antecedentes .....	5
<b>2. Marco de referencia teórico .....</b>	<b>7</b>
2.1    Superposición .....	7
2.1.1    Sistemas Clásicos y Sistemas Cuánticos .....	7
2.1.2    Dígitos binarios (Bits).....	8
2.1.3    Dígitos binarios cuánticos (Qubits) .....	9
2.1.3.1    Experimentos con qubits. ....	9
2.1.4    El principio de superposición .....	18
2.2    El formalismo matemático y una forma de pensar la superposición .....	20
2.2.1    Vectores.....	21
2.2.2    Operadores y propiedades.....	27
2.2.3    Algoritmo cuántico .....	28
2.2.3.1    Estado cuántico.....	28
2.2.3.2    Propiedad física.....	29
2.2.3.3    Propiedades espín x y espín z .....	30
2.2.3.4    Conexión con los experimentos .....	32
2.3    Criptografía cuántica: Protocolo BB84. ....	37
2.3.1    Implementación.....	38

2.3.2 El espía.....	40
<b>3. Fundamentos metodológicos.....</b>	<b>41</b>
3.1 Tipo de intervención.....	41
3.2 Población y tiempos.....	42
3.3 Materiales y métodos.....	44
3.3.1 Secuencia de las guías en la unidad didáctica.....	44
3.3.1.1 Guía # 1: Motivación e introducción.....	46
3.3.1.2 Guía # 2: Bloques lógicos.....	46
3.3.1.3 Guía # 3: Experimentos con qubits I.....	48
3.3.1.4 Guía # 4: Experimentos con qubits II.....	49
3.3.1.5 Guía # 5: Formalismo matemático y una forma de entender la superposición.....	50
3.3.1.6 Guía # 6: Protocolo BB84.....	51
3.4 Herramientas de recolección de información.....	52
3.5 Herramientas de análisis y presentación de la información.....	53
<b>4. Desenlace, resultados y discusión.....</b>	<b>55</b>
4.1 El primer encuentro.....	56
4.2 La experiencia con los bloques lógicos.....	57
4.3 La situación de los experimento con qubits.....	59
4.4 Continuación de los experimentos con qubits y la fundamentación matemática.....	61
4.5 Continuación de la fundamentación matemática.....	63
4.6 La experiencia con la aplicación de la superposición en criptografía cuántica.....	65
<b>5. Conclusiones y recomendaciones.....</b>	<b>67</b>
5.1 Conclusiones.....	67
5.2 Recomendaciones.....	68
<b>6. Anexos: Guías y actividades de la unidad didáctica.....</b>	<b>69</b>

---

6.1	Guía # 1 .....	70
6.2	Guía # 2 .....	77
6.3	Guía # 3 .....	80
6.4	Guía # 4 .....	84
6.5	Guía # 5 .....	90
6.6	Guía # 6 .....	99
<b>7.</b>	<b>Bibliografía .....</b>	<b>103</b>

## Lista de figuras

	<b>Pág.</b>
Figura 1. Caja de espín z	10
Figura 2. Caja de espín x	10
Figura 3. Experimento II	11
Figura 4. Experimento III	12
Figura 5. Experimento IV	13
Figura 6. Interferómetro de espines	14
Figura 7. Experimento V	15
Figura 8. Experimento VI	15
Figura 9. Experimento VII	16
Figura 10. Experimento VIII	17
Figura 11. Experimento IX	18
Figura 12. Elementos de un vector	21
Figura 13. Vectores en $\mathbb{R}^2$	21
Figura 14. Suma geométrica de vectores	22
Figura 15. Proyección de un vector sobre otro	24
Figura 16. Un vector como la suma de sus proyecciones sobre una base ortogonal	25
Figura 17. Representación del vector $ x\rangle$ en la base espín z	26
Figura 18. Proyección parcial de estados	33
Figura 19. Resolviendo los experimentos con qubits	60

## Lista de tablas

	<b>Pág.</b>
Tabla 1. Registro de Alice	38
Tabla 2. Registro de Bob	39
Tabla 3. Comparación de los registros y coincidencias	39





## Introducción

Un mundo que cambia a una velocidad vertiginosa, lleva a que los individuos a su vez adapten sus vidas a las constantes transformaciones que se presentan en las sociedades. Transformaciones a las cuales no les asignan ningún significado, aun sabiendo que afecta sus vidas en forma directa, imposibilitándole al sujeto asumir una posición crítica frente a las problemáticas sociales emergentes.

La escuela, como medio que fomenta la formación cultural y el conocimiento socialmente constituido, se convierte en el lugar ideal para ir generando un cambio de paradigma en la forma en que se realiza una interpretación e intervención en el mundo. Por consiguiente, se asume la elaboración de una unidad didáctica en mecánica cuántica, fundamentada en las investigaciones Jhonny Alexander Castrillón Pérez que compila en *Mecánica Cuántica Fundamental: Una Propuesta Didáctica* (2013), y David Z. Albert en *Quantum Mechanics and Experience* (1994), con el fin de llevar a los estudiantes a reflexionar sobre el mundo y sus dinámicas desde una perspectiva no determinista o clásica, sino cuántica. Obviamente, se tiene conocimiento que esto no constituye una solución a la problemática y no pretende serlo, aunque en sentido metafórico, si es claro que se desea sembrar una semilla que tal vez pueda perdurar en el tiempo.

Dentro de la propuesta de intervención didáctica se inducirá a pensar la superposición de estados cuánticos, desde lo físico y matemático, como una forma de ser diferente al pensamiento clásico, que abre innumerables aplicaciones de la cotidianidad, en especial lo que respecta al desarrollo

informática cuántica, y a los procesos de encriptación y codificación de información secreta o privada.

De la misma manera, para potenciar el sentido pedagógico y formativo, se tendrá como trasfondo la teoría del aprendizaje significativo de Ausubel desde la interpretación y las elaboraciones teóricas de Marco Antonio Moreira (1997, 2005, 2009, 2011), que permitirán movilizar el trabajo y desarrollo de los conceptos cuánticos en la escuela. Es de esta forma que la teoría del aprendizaje significativo sirve de base metodológica para el diseño de materiales didácticos, más allá (aunque sin dejar de lado) de abordar aspectos puramente cognitivos.

En síntesis, el presente estudio es el diseño de una unidad didáctica, que en su construcción e implementación consta fundamentalmente de cuatro partes. En la primer parte se hace una presentación de cómo surge el problema y el planteamiento de la pregunta de investigación. En el segundo capítulo, se realiza una exposición de los argumentos teóricos que intervinieron en el diseño de la unidad didáctica. En el siguiente capítulo se muestran los fundamentos metodológicos que se tuvieron en cuenta para alcanzar los objetivos planteados. Y finalmente, se describen el desenlace, los resultados y las discusiones que se dieron al vivir la experiencia de la intervención.

# 1. Planteamiento del problema

Con el advenimiento de una época en la que la tecnología y la ciencia protagonizan un papel fundamental en el desarrollo social, económico y por ende personal de cada individuo; surge la preocupación por definir un acercamiento de la sociedad en general y el conocimiento científico. Aspectos como la poca aproximación al desarrollo del saber científico de una inmensa mayoría de ciudadanos inmersos en una sociedad de consumo tecnológico, es una de las cuestiones que hacen pensar en una nueva concepción de la enseñanza de las ciencias exactas y naturales en la escuela, en particular de la mecánica cuántica.

La mecánica cuántica alcanza una alta relevancia en la cotidianidad de las personas, como se justifica en palabras de Castrillón (2013. p. 121) al decir “...*la mecánica cuántica cambió para siempre nuestro mundo, en particular, nuestra manera científica de comprenderlo...pero también cambió nuestra vida cotidiana, porque al develar la naturaleza de los constituyentes de la materia, permitió a ingenieros e inventores diseñar toda clase dispositivos basados en el conocimiento de las propiedades de los sistemas cuánticos.*”

Así mismo, bajo la idea de la enseñanza de la mecánica cuántica, Mendoza (2006) plantea que en el cambio de paradigma que ha habido en las ciencias, se deja dilucidar nuevos retos en la enseñanza de las ciencias mismas, por las consideraciones filosóficas y epistemológicas que esto ha supuesto. Con la emergencia de la mecánica cuántica, hubo un cambio en la forma de ver la naturaleza y una forma de abordar la solución a viejos problemas desde un enfoque nuevo. La física clásica es la reina como descripción suprema y definitiva en la naturaleza para los sistemas educativos de la educación colombiana, pero

no se ha pensado en hacer extensivo ese cambio de paradigma en las ciencias a la enseñanza de las ciencias en la escuela, sino que se siguen enseñando ciencias como se hacía hace cien años, sin atender a las nuevas demandas que hace el mundo actual a los individuos.

Bajo la idea anterior, Fanaro (2009) menciona algunos elementos que destacan la importancia de enseñar mecánica cuántica en la escuela, como lo son: la inmensa cantidad de aplicaciones en computación cuántica y nanotecnología. Las implicaciones filosóficas y epistemológicas que modifico las concepciones sobre la medición y la predicción en física. La interdisciplinariedad de la mecánica cuántica con la química y como base de fundamental junto con la relatividad de teorías emergentes como es la teoría de las súper cuerdas. El abandono del carácter determinista propio de la física clásica por un enfoque que provee la probabilidad de un evento considerando estados inicial y final.

Es de esta manera que atendiendo a un consenso por investigar en la enseñanza de la física, que incluyen temas de física cuántica en la educación media. Se pretende considerar experimentalmente una secuencia didáctica que lleve a los estudiantes a formarse una *representación social* sobre los conceptos cuánticos, como una forma de conocimiento socialmente construido y compartido y que influye significativamente en la vida de cada individuo.

Es de esta forma que se asume como pregunta que guía del presente trabajo:

***¿Cuáles deben ser las estrategias didácticas para lograr un aprendizaje significativo del concepto de superposición cuántica en correspondencia con los conceptos matemáticos que lo determinan y le dan significado físico en el contexto de la criptografía cuántica para los estudiantes del grado Once del Colegio San Ignacio de Loyola?***

## 1.1 Objetivos

### 1.1.1 General

Diseño e implementación de una unidad didáctica para un aprendizaje significativo del concepto de superposición en el contexto de la criptografía cuántica en correspondencia con los conceptos matemáticos que lo determinan y le dan significado físico, para los estudiantes del grado Once del Colegio San Ignacio de Loyola.

### 1.1.2 Específicos

- Discutir la idea de propiedad física, mostrando el contraste entre las propiedades cuánticas y las clásicas del concepto de superposición.
- Mostrar que las matemáticas en física, sirven para establecer relaciones entre magnitudes y describir fenómenos físicos, más allá de lo puramente procedimental.
- Idear actividades de aula donde se genere la discusión sobre la idea de cantidad física y su sustentación matemática.
- Describir las aplicaciones básicas de la informática cuántica, en particular de la criptografía cuántica, basados en la idea de superposición.

## 1.2 Antecedentes

A nivel internacional, ha ido surgiendo un consenso entre los círculos académicos por incorporar de forma significativa fundamentos de mecánica cuántica en la escuela básica y media. Es por esto que se ha abonado el camino para un nuevo campo de investigación, donde se empiezan a conocer experiencias relevantes en la enseñanza de la mecánica cuántica.

Algunos trabajos destacados son los Fanaro (2009) orientada al tratamiento de los conceptos fundamentales de la física cuántica en la escuela media con el

enfoque de la mecánica cuántica de Feynman o “camino múltiple”, en donde se adopta un enfoque que prescinde del desarrollo estrictamente histórico y tradicional que se adopta usualmente en la enseñanza de la mecánica cuántica; Solbes, Sinarcas (2010) señalan una “crisis” en la física clásica, por lo que realizan una propuesta didáctica orientada a la enseñanza de la cuántica en la media, basados en investigación en didáctica de las ciencias donde se incluyen todos los aspectos conceptuales, de procedimiento y de relaciones en la comprensión de problemas tecnológicos, sociales y ambientales.

Así mismo, bajo esta línea de investigación surgen en Colombia socializaciones como las de Segura y Nieto. Segura (2012) con su tratamiento de la enseñanza aprendizaje de los fenómenos duales en la media; Moreno y Guarín (2010) que proponen una nociones de cuántica básicas para ser tratadas en la escuela secundaria donde se muestra una idea de tamaño, dualidad de la materia y el principio de superposición de estados; y Castrillón (2013) con su *Mecánica Cuántica Fundamental: Una Propuesta Didáctica* (MCF) que asume la enseñanza de la cuántica desde una perspectiva de la superposición de estados cuánticos y sus diversas aplicaciones a la ciencia.

Es justamente el trabajo de Castrillón (2013), el cual se asume para los fines del presente estudio como base teórica y conceptual. Debido a que MCF, se rige bajo una nueva perspectiva del tratamiento de la enseñanza de cuántica, no desde los fenómenos duales como comúnmente se ha trabajado, sino desde la superposición de estados cuánticos y el entrelazamiento. Es llamativo que induce al principio de superposición desde la informática cuántica y el algoritmo matemático que le da fundamento. Además asume el estudio de problemas como la medición, la experimentación y la aplicación de la cuántica a la cotidianidad.

## **2. Marco de referencia teórico**

En el diseño e implementación de una estrategia didáctica para un aprendizaje significativo del concepto de superposición en aplicación a la criptografía cuántica, se tomarán fundamentos teóricos la propuesta didáctica de la MCF de Castrillón (2013), de la que se seguirán las recomendaciones en cuanto a la construcción significativa de la superposición de estados cuánticos y la aplicación de la superposición en la criptografía cuántica. También se recurrirá a la Mecánica Cuántica de Albert (1994), de donde se precisará, más aun, la superposición de estados y el algoritmo que modela el sistema cuántico de dos niveles de acuerdo a la idea de vector;

Todo el proceso de enseñanza aprendizaje que demanda los conceptos antes mencionados, será movilizado bajo la concepción de aprendizaje significativo de Moreira (1997, 2005, 2009) y el diseño de unidades de enseñanza potencialmente significativas (UEPS) (Moreira, 2011).

### **2.1 Superposición**

#### **2.1.1 Sistemas Clásicos y Sistemas Cuánticos**

Para tratar los sistemas físicos se hace necesario analizar el concepto de *Estado*. Es de esta forma que en un sistema clásico, la idea de estado juega un papel importante al detallar la evolución momentánea del sistema en sí mismo; bajo esta percepción “se define el estado de un sistema como las diferentes formas de estar, sin que el sistema pierda su identidad.” (Mendoza y Rozo, 2011). Así mismo, la idea de estado está ligado al concepto de propiedad, como por

ejemplo: la propiedad térmica de un objeto físico se puede encontrar en un estado caliente, tibio o frío. En un sistema clásico, se tiene en cuenta que se puede conocer completamente el estado de dos propiedades, sin que el sistema se altere al realizar la medición sobre este.

En un sistema cuántico se describe el estado instantáneo de un sistema con una función de onda correspondiente y la evolución del estado está dado por una distribución de probabilidades de todas las propiedades medibles u observables. En mecánica cuántica, el observador modifica la sucesión de estados, es decir, solo es posible medir el estado en el que el sistema físico queda luego de hacer la medida y no el estado anterior (Niño, Herrera, Cortés, Forero y Gómez. 2003); al medir se excluyen los estados anteriores del sistema físico descrito; mientras que en un sistema clásico, por ejemplo, en el caso de una partícula, es posible conocer exactamente cada uno de los estados de esta, sin que el conocimiento de uno de esos estados, no me permita conocer los demás.

### **2.1.2 Dígitos binarios (Bits)**

El sistema clásico más sencillo es el dígito binario clásico (Bit), corresponde a una propiedad que puede tener dos diferentes estados, denotados por 0 o 1. Es decir, se puede considerar el *Bit* como la cantidad de información para escoger entre dos posibles alternativas, por ejemplo, la posibilidad de escoger entre un sí o no, + o -, se tratara con sistemas algorítmicos binarios. El bit también puede ser interpretado como la mínima unidad de información, ya que los ordenadores funcionan internamente con dos niveles de voltaje; lo que hace que el sistema binario trabaje como un interruptor que puede adquirir dos posibles valores on u off (Dür y Heusler, 2013).

Una forma de representar los dígitos binarios puede ser una asociación a dos estados posibles de un vector, en donde el vector orientado hacia *arriba* corresponde al estado 0 u orientado hacia *abajo* en estado 1. El estado de un bit



puede presentar cuatro posibilidades lógicas que se pueden formar siendo en las siguientes combinaciones 01, 10, 11 ó 00.

### 2.1.3 Dígitos binarios cuánticos (Qubits)

Del mismo modo, se entenderá como el sistema cuántico más simple, el *bit cuántico* o qubit. La descripción del sistema se hará en términos de estados y su manipulación mediante la medición de sus propiedades.

Es de esta forma que se definirá un *sistema cuántico de dos niveles* con las propiedades Espín x y Espín z, las cuales pueden tener dos valores: más (+) o menos (-). Por lo tanto diremos que un qubit tiene o está en determinado estado cuántico de acuerdo a los valores de sus propiedades. Entonces, si la propiedad espín x tiene un valor más (+), es porque tiene un estado cuántico “espín x más”, lo cual denotaremos  $|x +\rangle$  y si el valor de la propiedad espín x vale menos (-) entonces  $|x -\rangle$ . De manera análoga, se tendrá que  $|z +\rangle$  y  $|z -\rangle$ , representaran los estados cuánticos “espín z más” y “espín z menos” (Albert, 1994. Castrillón, 2013).

#### 2.1.3.1 Experimentos con qubits.

Al trabajar los experimentos con qubits se deben tener en cuenta dos aspectos del fenómeno cuántico, como lo son: “*el valor de la propiedad proviene de una observación del fenómeno, mientras que el estado del qubit es el conocimiento de dicho fenómeno*” (Castrillón, 2013, p 18). Lo anterior hace referencia a que intenta medir precisamente las características de un objeto cuántico, su estado será radicalmente distinto del que tenía antes de la medición, siendo esto una característica intrínseca de la naturaleza cuántica. Es decir, en mecánica cuántica no se puede decir que una partícula existe o no, sino hasta que se halla interaccionado haciendo una medición y nos halla proporcionado un conocimiento sobre su existencia.

Los instrumentos de medición de las propiedades espín x y espín z, será **Las Cajas de Medición de Espín**. La caja tiene tres aberturas, de tal forma que por ejemplo, los qubits entran a la **caja espín z** por la abertura de la izquierda y según el valor más (+) o menos (-) puede salir por alguna de las otras dos aberturas, tal como se muestra en la figura 1.

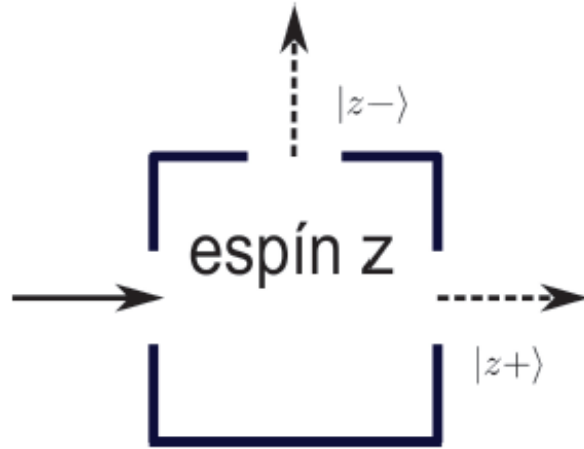


Figura 1. Caja espín z

De la misma forma, se puede suponer una caja similar para el espín x (Figura 2) de tal forma que:

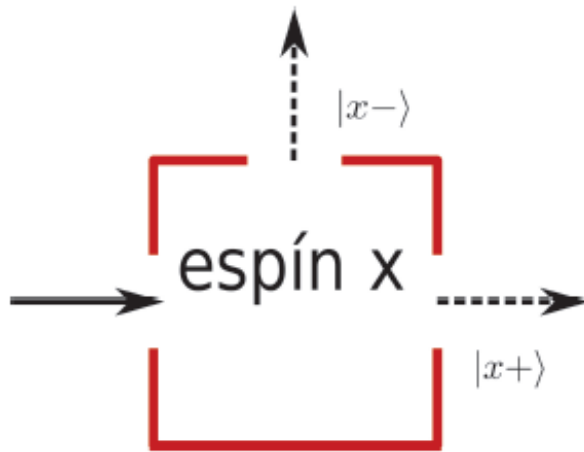


Figura 2. Caja espín x

### 2.1.3.1.1 Experimento I (calibración)

El experimento consiste en verificar que las cajas de medición de espín funcionen de forma adecuada. La calibración es primordial en todos los instrumentos de

medida, ya que permite constatar argumentos de confiabilidad en la realización de la medida y dar certeza que la medida es la indicada.

Los qubits que entran a la caja de medición de espín saldrán por alguna de las aberturas quedando automáticamente determinado su estado, así en la caja de medición de espín, el ingresar un qubits su estado será efectivamente  $|z +\rangle$  o  $|z -\rangle$ , según la puerta de salida.

### 2.1.3.1.2 Experimento II (medición de espín)

En este experimento resalta una de las características intrínsecas de la mecánica cuántica, y es que no se puede determinar con exactitud el estado del qubit antes de realizar la medición en la caja de espín. Como se indicaba en el experimento anterior, el estado del qubit queda determinado en el momento en el que se hace la medición, no antes de ese preciso instante.

Ahora bien, colocamos una secuencia de dos cajas de medición espín  $x$  (Figura 3), si en la caja número uno ingresan qubits, según lo discutido en párrafos anteriores no sería posible determinar el estado inicial de los qubits, pero si después de una primera medición se obtiene un número cualquiera de qubits  $|x +\rangle$ , al realizar una segunda medición en una caja espín  $x$ , con seguridad se obtendrán qubits  $|x +\rangle$ . Sucede lo mismo para obtener qubits en estado  $|x -\rangle$ , como también para qubits  $|z +\rangle$  y  $|z -\rangle$ .

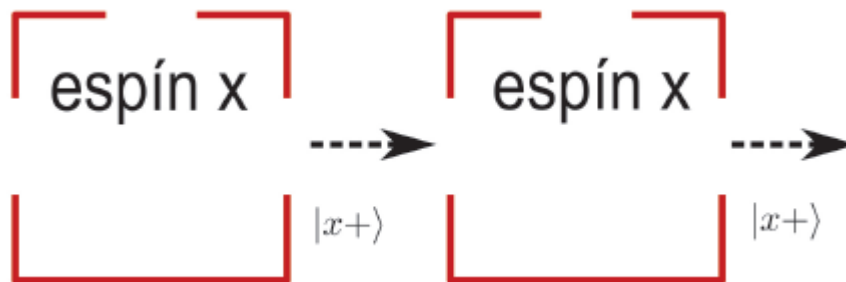
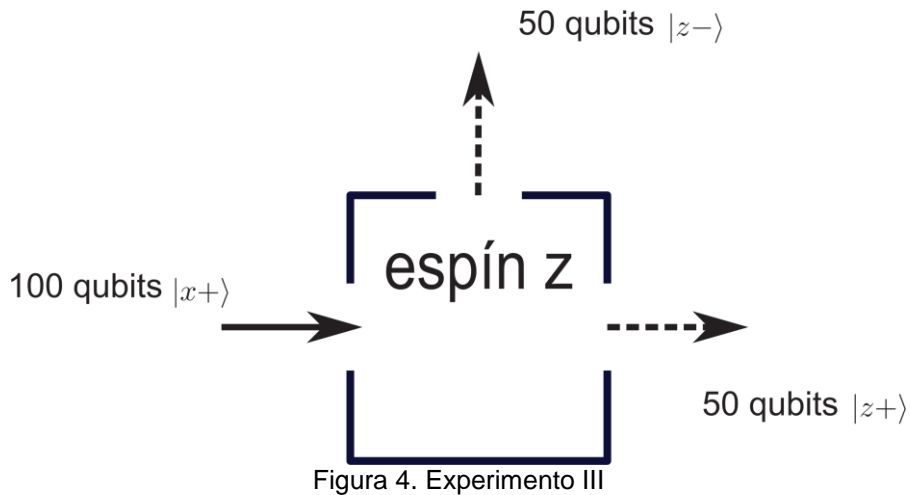


Figura 3. Experimento II

Este procedimiento se conoce como la preparación de espín, para lo cual se recurre a mediciones repetibles para obtener con certeza un estado determinado de un qubit.

### 2.1.3.1.3 Experimento III (complementariedad I)

En este experimento se preparan 100 qubits en estado  $|x-\rangle$  (o  $|x+\rangle$ ) y se hacen ingresar a una caja de medición de espín z, y se tiene que de los 100 qubits que ingresan se obtendrá 50  $|z+\rangle$  y 50  $|z-\rangle$ , tal y como se muestra en la figura 4.

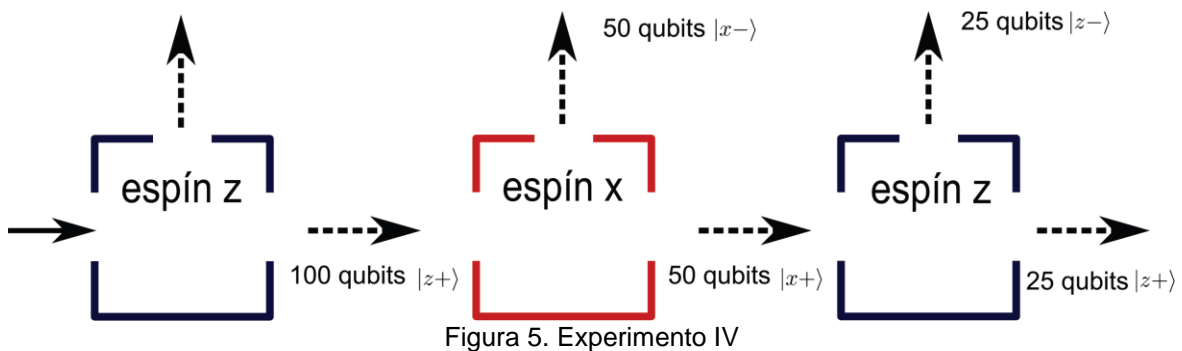


Algo característico del experimento es la indeterminación del estado de salida de los qubits, porque de los 100 qubits  $|x+\rangle$  que ingresan a la caja espín z, estos ingresan de a uno en uno en un estado conocido, pero no podemos decir con certeza cuál es el estado del qubit en las aperturas de salida, es decir, al ingresar el primer qubit no podemos predecir cuál va a ser el estado de salida, solo podremos conjeturar que su estado sería  $|z+\rangle$  o  $|z-\rangle$ , lo que hace que el conocimiento de la propiedad espín z indetermina el conocimiento de la propiedad espín x; es por esto que se dice que las propiedades espín x y espín z cumplen el *principio de indeterminación*. Las propiedades que cumplen este principio se dice que *incompatibles o complementarias*.

Del mismo modo, del experimento surge el rasgo probabilístico de la mecánica cuántica, porque según lo descrito para cada qubit se cumple que tiene dos posibilidades de ser  $|z+\rangle$  o  $|z-\rangle$ .

#### 2.1.3.1.4 Experimento IV (Complementariedad II)

El experimento consta de una secuencia de tres cajas de medición de espín, donde la primera y la tercera son cajas de espín z y la segunda una caja de espín x. Al realizar las medidas secuenciales en cada una de las cajas, se encuentra que en los valores de salida en cada caja se cumple el experimento de complementariedad al realizar cada medición. Es de esta forma que al finalizar la tercera medición se podrá predecir cuales son los resultados de los valores de salida.



#### 2.1.3.1.5 Experimento V. (Calibración del interferómetro de espines)

En los experimentos con qubits a partir de este experimento se utilizara un nuevo instrumento en la realización de la medición, denominado interferómetro de espines. Este instrumento consta de una caja de medición de espín con dos brazos, por los que salen los qubits en determinado estado de preparación, chocan contra un espejo en cada brazo y cambian su orientación a una caja negra (Figura 6). Los espejos solo cambian la dirección de los qubits y la caja negra los reconduce en nuevamente en una sola dirección, sin modificar sus propiedades.

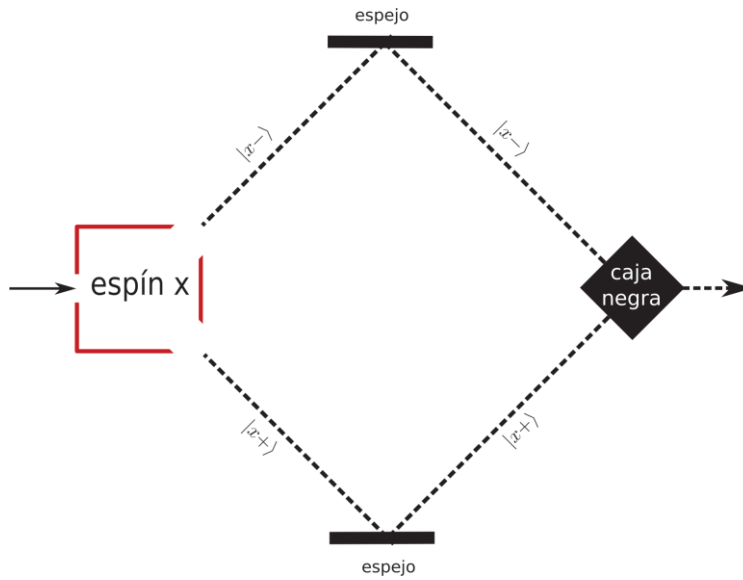


Figura 6. Interferómetro de espines

Nuevamente la calibración del interferómetro de espines permite verificar que el dispositivo está funcionando en forma adecuada. Para ello, se introducen 100 qubits  $|x - \rangle$  en la caja de medición de espín  $x$ . Para verificar que los qubits preparados en  $|x - \rangle$ , viajan por el brazo correspondiente del interferómetro, se trunca el brazo  $|x + \rangle$  con un riel donde hay un muro deslizante que permite llevar la cuenta de los qubits que chocan contra el muro; de donde ningún qubit choca contra el muro, lo que significa que todos los qubits que ingresaron a la caja de medición de espín  $x$  viajaron por el brazo  $|x - \rangle$ , ingresaron a la caja negra que los redirigió nuevamente a otra caja de medición espín  $x$ , obteniéndose 100 qubits  $|x - \rangle$  (Figura 7).

### 2.1.3.1.6 Experimento VI

En este experimento se hará que 100 qubits  $|x - \rangle$ , transiten por el brazo  $|x - \rangle$  del interferómetro, donde luego de salir de la caja negra se medirá el espín  $z$ , por lo que replicara un experimento de complementariedad, obteniéndose como resultado de los 100 qubits  $|x - \rangle$  que entra a la caja de medición de espín  $z$ , los valores de salida serán 50 qubits  $|z - \rangle$  y 50 qubits  $|z + \rangle$  (Figura 8).

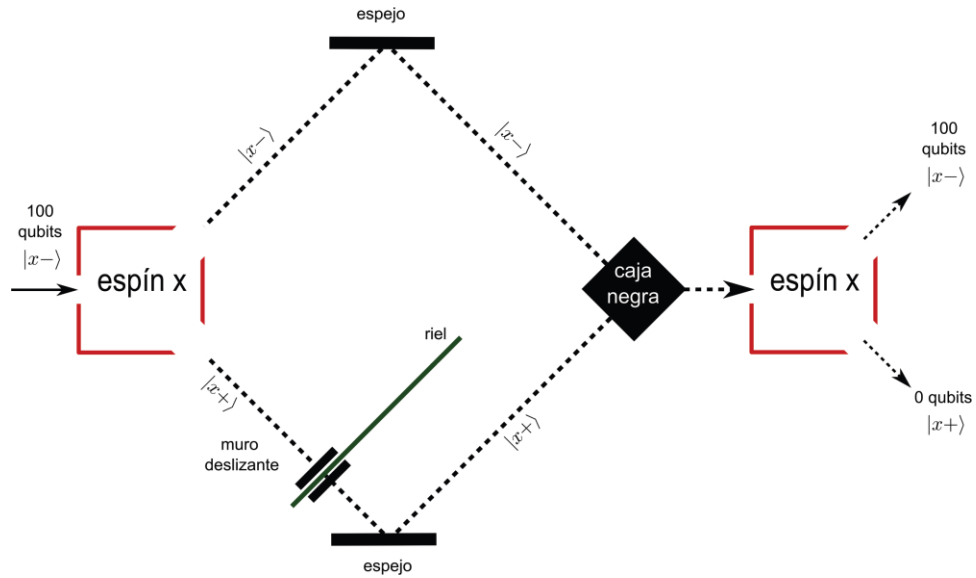


Figura 7. Experimento V

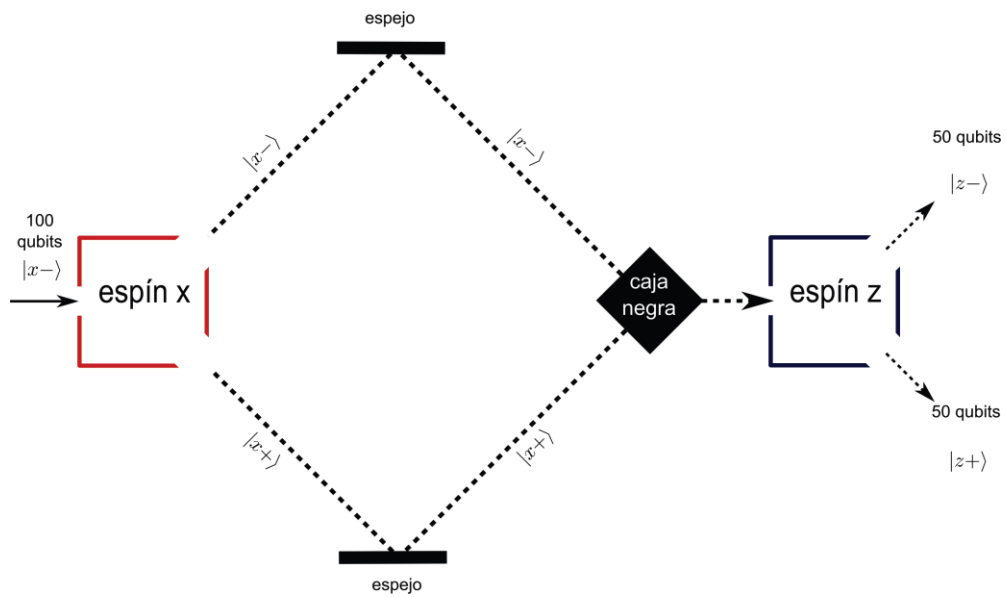


Figura 8. Experimento VI

### 2.1.3.1.7 Experimento VII

Para el experimento se tomará en una primera medición 100 qubits  $|z + \rangle$  en la caja de medición espín x. Luego los qubits transitarán por el interferómetro y al salir de la caja negra se medirá su espín x, obteniéndose que los valores en los que se preparan los qubits sean 50  $|x + \rangle$  y 50  $|x - \rangle$  (Figura 9).

Aunque no se puede suponer que sucede durante el tránsito de los qubits en el interferómetro, se recalca que en esta situación no hay medida sino hasta después de la caja negra, justificando los valores de preparación obtenidos mediante un experimento de complementariedad. Surge entonces la pregunta ¿Cuál es el estado de los qubits desde su ingreso al interferómetro hasta la salida de la caja negra? Un acercamiento a esta interrogante se abordará en el próximo experimento.

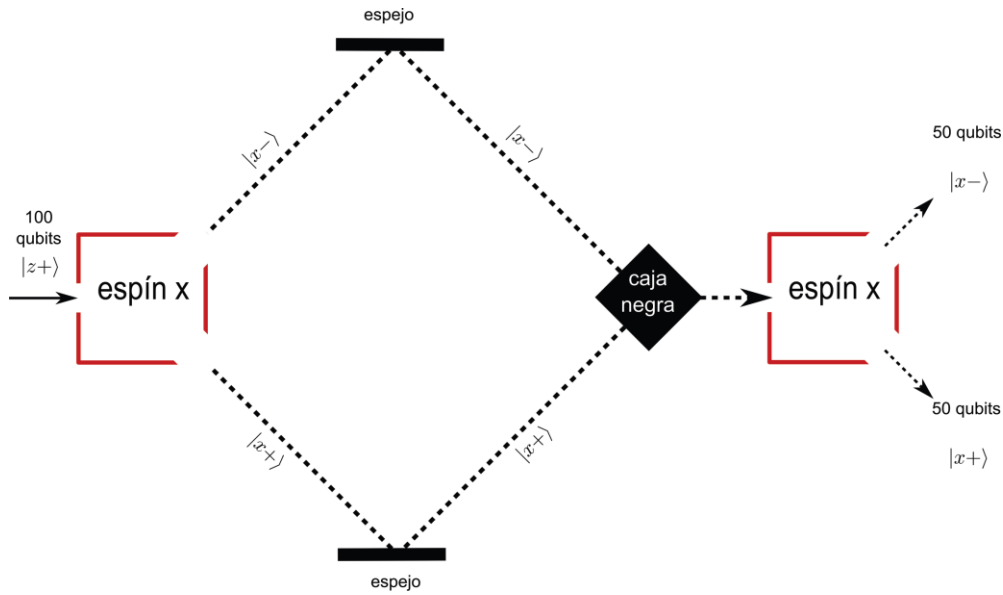


Figura 9. Experimento VII

### 2.1.3.1.8 Experimento VIII

De forma similar al experimento VII, se tendrá 100 qubits  $|z+\rangle$  que entran a una caja de medición de espín x, luego de transitar por interferómetro y salir de la caja negra medimos su espín z, lo que indica un resultado inesperado ya que se obtienen 100 qubits en  $|z+\rangle$  (Figura 10)

Sin ningún tipo de interrupción en el interferómetro al parecer los qubits en estado  $|z+\rangle$ , transitan por el dispositivo y nunca cambian de estado. Es decir, en el experimento no se realiza ningún tipo de medición en el interferómetro, lo cual lleva a que no se modifique el estado inicial de los qubits. Lo anterior hace



referencia a una de la propiedad fundamental de la mecánica cuántica que se ampliara en el siguiente experimento.

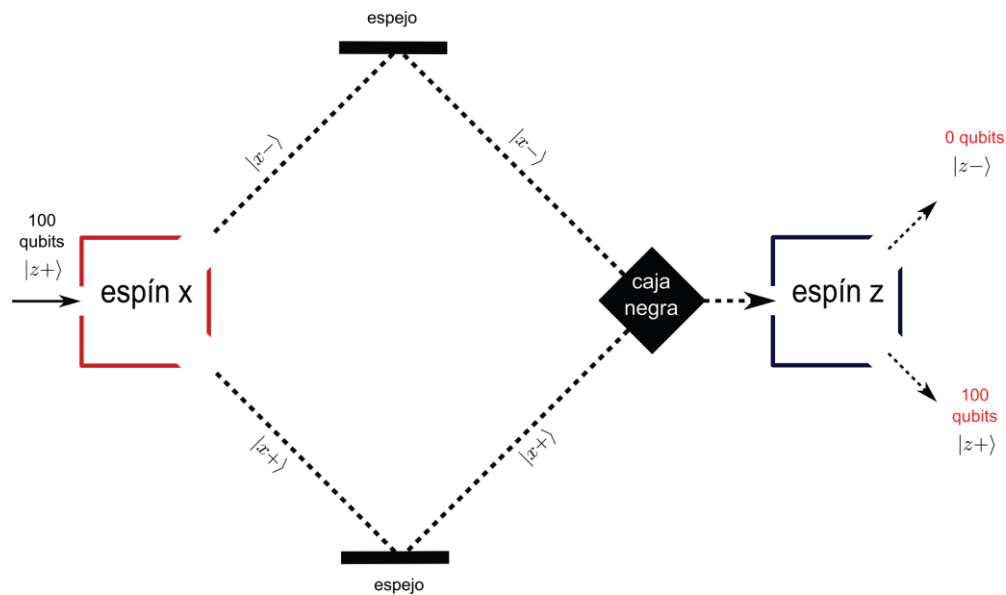


Figura 10. Experimento VIII

### 2.1.3.1.9 Experimento IX (Interferómetro truncado)

Para este experimento se utilizara el mismo diseño que se realizó para el experimento VIII, aunque en este caso se adicionara el muro deslizante en el brazo  $|x + \rangle$  del interferómetro. Ahora, al igual que en el experimento anterior se preparan 100 qubits  $|z + \rangle$  que ingresan al interferómetro de donde se obtiene que el muro deslizante detecta 50 qubits y el resto, los otros 50 qubits atraviesan el interferómetro por el brazo  $|x - \rangle$ , que al realizar una medición su espín z al salir de la caja negra se consigue que los valores de salida son 25 qubits  $|z + \rangle$  y 25 qubits  $|z - \rangle$  (figura 11).

Algo característico de la naturaleza cuántica es el cambio en los valores resultantes en los experimentos VIII y IX. La presencia del muro deslizante modifica drásticamente el estado de los qubits, tanto que reduce el experimento VIII a un experimento de complementariedad. La función del muro deslizante es llevar la cuenta de los qubits que chocaron contra él, es decir, realizó una medida sobre el sistema cuántico propuesto en el experimento lo que lleva a una de las

propiedades fundamentales de la mecánica cuántica que es: “*el proceso de medida afecta de forma incontrolable el sistema físico medido*”, ya que en los sistemas cuánticos no se puede considerar que la realización de la medida revela el estado de las propiedades con anterioridad a la acción misma de medir, simplemente se puede considerar que los qubits están en una *superposición* de los estados.

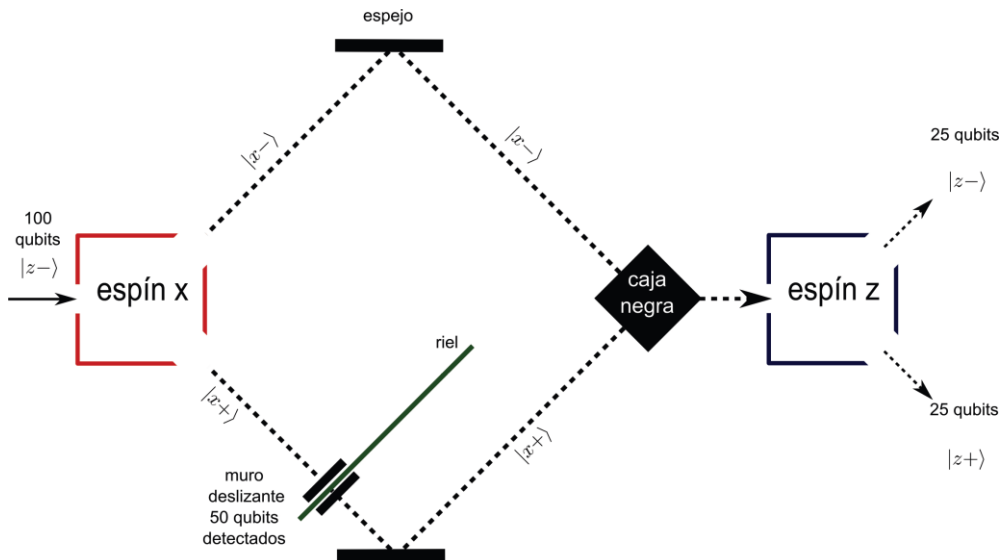


Figura 11. Experimento IX

### 2.1.4 El principio de superposición

El análisis del resultado en el experimento VIII, muestra que se podría pensar en las posibilidades lógicas de las trayectorias que pueden seguir los qubits hasta llegar a la caja negra: una posibilidad podría ser que los 100 qubits  $|z+\rangle$  pueden irse por el brazo  $|x-\rangle$ , lo que indicaría que el resultado estaría dado en una probabilidad del 50 – 50 de ser  $|z+\rangle$  o  $|z-\rangle$ . De la misma forma se puede considerar la posibilidad que los qubits viajan por el brazo  $|x+\rangle$  del interferómetro, lo cual llevaría al mismo resultado que si viajaran por el brazo  $|x-\rangle$ ; resultando que ninguna de las dos opciones son posibles y esto basados en los resultados que indican el experimento IX que muestra que los qubits solo van de a uno por cada brazo. Entonces cabe la eventualidad de que los qubits

viajen por ambos brazos del interferómetro a la vez, siendo esto imposible porque el experimento IX prueba que los qubits se desplazan de a uno por el interferómetro, quedando la mitad en el muro deslizante y la otra mitad que llega a la caja negra, es decir, no es posible que un qubit viaje por ambos brazos a la vez. Será que los qubits no transiten por ningún de los brazos, lo que sería improbable ya que si se colocan muros en ambos brazos nada llegaría a la caja negra (Castrillón, 2013).

Después de analizar las posibilidades lógicas, se tiene que los qubits al parecer tienen forma de desplazarse que no es convencional al dominio de los sistemas clásicos. Propiamente esa nueva lógica de desplazamiento que parece mostrar los qubits, y que es asumida como el objeto de estudio de la mecánica cuántica, al que históricamente se ha denominado *superposición*. Es de esta manera que en el experimento VIII, no se puede decir cómo se desplaza los qubits, simplemente se puede mencionar que los qubits están en una superposición de  $|x +\rangle$  y  $|x -\rangle$ .

Pero ¿qué significa que un qubit  $|z +\rangle$  este en una superposición de estados  $|x +\rangle$  y  $|x -\rangle$ ? Es una cuestión que se ha dejado entrever en cada uno de los experimentos que se realizaron con qubits, en los que en algunos casos se obtienen resultados un poco extraños y que van por fuera de la lógica clásica y determinista propia de los sistemas clásicos. Siendo el concepto de superposición hasta el momento impreciso, solo se atenderá a expresar que la superposición está relacionada con las “reglas para predecir los resultados de las mediciones de propiedades incompatibles sean reglas probabilísticas y no reglas deterministas” (Castrillón, 2013, p. 30), es decir, la superposición permite hacer las mediciones de espín  $x$  de qubits  $|z +\rangle$  o  $|z -\rangle$  en termino de probabilidades para ser qubits  $|x +\rangle$  o  $|x -\rangle$ .

Para entender y definir con precisión el *principio de superposición* se acudirá a la aplicación de las matemáticas a los problemas del ámbito de la física cuántica y el estudio de los métodos matemáticos para el desarrollo de los conocimientos

físicos que permitan dar respuesta a las interrogantes que pudieron surgir en los experimentos con qubits.

## 2.2 El formalismo matemático y una forma de pensar la superposición

El sentido que asumen las matemáticas en esta sección, corresponde a como los modelos matemáticos emplean el formalismo propio de las matemáticas para expresar relaciones entre variables, entidades u operaciones. Lo que se pretende es evidenciar que las matemáticas son fundamentales para comprender e interpretar el mundo físico. Es de esta manera, que las matemáticas desempeñan un papel primordial en las ciencias físicas, evidenciándose del modo más drástico en las predicciones teóricas de la existencia de objetos y fenómenos nunca observados.

Los modelos matemáticos adquieren sentido en la consideración de variables correlacionadas funcionalmente. Siendo las funciones una de las relaciones más potente en la descripción matemática del mundo, estas permiten asignar propiedades físicas a los fenómenos. De acuerdo a esto Castrillón (2013), sostiene que *por su función “verificadora” esta correspondencia ha sido considerada como el criterio único para afirmar de una propiedad que es física, y a la inversa, si una propiedad no tiene valores numéricos “observables”, entonces es una idealidad matemática, sin realidad física* (p 33). Es decir, las relaciones matemáticas que se establecen entre las variables deben verificar los criterios de validez que se les da a las *propiedades* físicas.

Los elementos conceptuales que permiten establecer relaciones y correspondencia entre las variables físicas, serán los vectores y operadores como una forma de pensar la mecánica cuántica en la que se establecen relaciones entre *estados y propiedades*.

## 2.2.1 Vectores

Un vector en física es una representación geométrica de una magnitud física definida por un módulo, dirección y su sentido. Los vectores en un espacio euclídeo, se pueden representar como segmentos de recta dirigidos (como una flecha). Dentro de las características, aparte de las ya mencionadas, un vector tiene un punto inicial y un punto final, los cuales coinciden con el sentido del vector (Figura 12).

Los vectores en un espacio vectorial  $\mathbb{R}^2$ , es decir en el plano, pueden ser asociados a un conjunto infinito de puntos, por lo que hay infinitos vectores, esto se hace evidente que cualquier punto  $(x, y)$  del plano, con  $x$  y  $y$  números reales, es un vector en  $\mathbb{R}^2$ . A su vez estos pueden ser representados como se muestra en la figura 13.

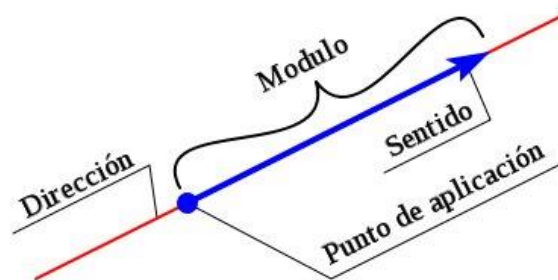


Figura 12. Elementos de un vector

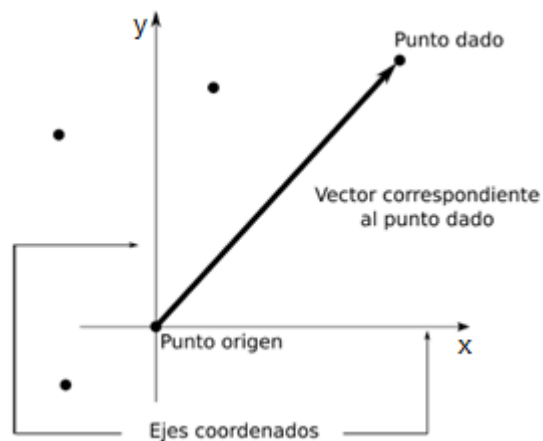


Figura 13. Vectores en  $\mathbb{R}^2$

Antes de empezar a trabajar las operaciones con vectores, definiremos la notación a usar. La forma más utilizada para mostrar que un elemento es un vector en mecánica cuántica es la notación  $|\rangle$ , en donde el vector  $A$  estaría nombrado por  $|A\rangle = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$ . Los números  $a_1$  y  $a_2$ , se denominan primera y segunda componente del vector, respectivamente y son asociadas a las coordenadas  $(x, y)$  del plano.

**Suma de vectores** Gráficamente la suma o resultante de vectores se obtiene uniendo sucesivamente los extremos y orígenes de ellos, como se muestra en la figura 12. El vector suma o resultante se obtiene uniendo el primer origen con el último extremo.

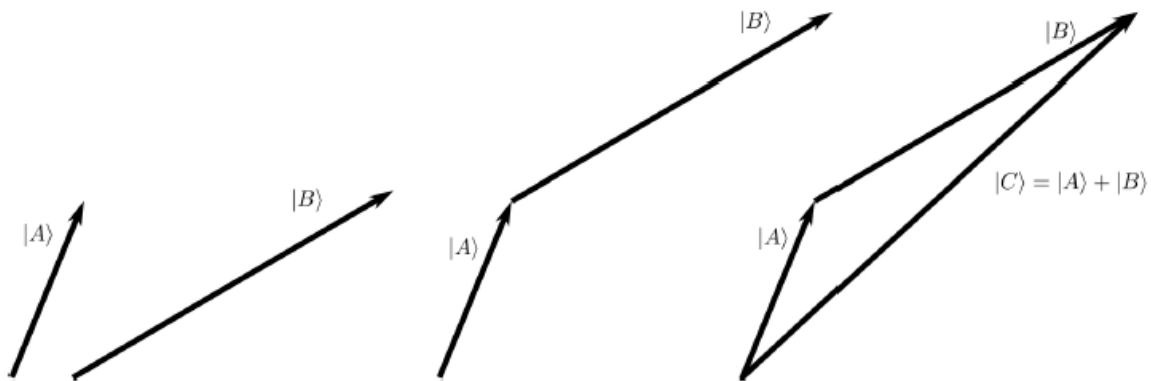


Figura 14. Suma geométrica de vectores

En la adición analítica de vectores, se suma sus respectivas componentes, de la siguiente manera:

En la realización de la suma  $|C\rangle = |A\rangle + |B\rangle$ , se tiene que  $|A\rangle = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$  y  $|B\rangle = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$ .

Entonces  $|A\rangle + |B\rangle = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$ , de donde  $|A\rangle + |B\rangle = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{bmatrix}$  lo que es lo mismo

$|C\rangle = \begin{bmatrix} a_1 + b_1 \\ a_2 + b_2 \end{bmatrix}$ . Luego haciendo  $c_1 = a_1 + b_1$  y  $c_2 = a_2 + b_2$ , se obtiene que

$$|C\rangle = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}. \quad (2.1)$$

**Producto de vectores.** Se pueden presentar dos casos en la multiplicación de vectores, como lo son: producto de un vector por un escalar y el producto escalar de dos vectores.

El producto de un número  $k$  ( $k$  es un escalar) por un vector  $|A\rangle$  es otro vector, con alguna de las siguientes características: 1) De igual dirección que el vector. 2) del mismo sentido que el vector  $|A\rangle$  si  $k$  es positivo, 3) de sentido contrario del vector  $|A\rangle$  si  $k$  es negativo y 4) de **módulo**  $|k||A\rangle$ . Las componentes del vector resultante se obtienen multiplicando por  $k$  las componentes del vector, de la siguiente manera: siendo  $|A\rangle = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$  entonces

$$|k||A\rangle = \begin{bmatrix} |k|a_1 \\ |k|a_2 \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

Según la posición de los vectores se puede presentar que el producto vectorial de dos vectores  $|A\rangle$  y  $|B\rangle$ , si  $\alpha$  el ángulo entre los dos entonces su producto está dado por:

$$\langle A|B\rangle = |A||B|\cos \alpha \quad (2.3)$$

Geométricamente, el producto escalar de dos vectores tiene que ver con la *proyección* de uno sobre el otro, que consiste en encontrar el vector que tiene la misma dirección que el vector que recibe la proyección, pero su longitud depende del vector que se proyecta: es como una sombra donde el vector  $|A\rangle$  se está proyectando sobre  $|B\rangle$ . (Figura 15)

El vector proyección es resultado de multiplicar el vector  $|B\rangle$  por un escalar, en el dibujo la proyección es más pequeña que el vector que recibe la proyección, pero puede darse el caso de que la proyección sea más larga que el vector que la recibe, sin embargo, no deja de ser producto de un escalar por el vector, ya que tiene la misma dirección.

Siendo  $|A\rangle$  y  $|B\rangle$  la magnitudes de los vectores  $|A\rangle$  y  $|B\rangle$  respectivamente. Si los dos vectores  $|A\rangle$  y  $|B\rangle$  (diferentes de cero) son paralelos, entonces el ángulo entre ellos es cero. Observe que los vectores paralelos tienen el mismo sentido o sentidos opuestos. Se denominan vectores ortogonales a aquellos vectores (diferentes de cero), si el ángulo entre ellos es de  $90^\circ$ , es decir si son perpendiculares.

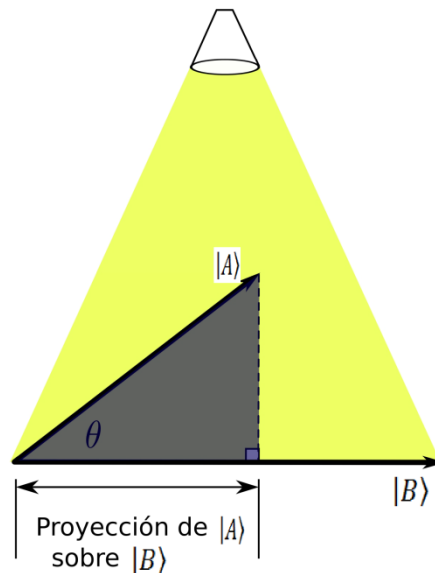


Figura 15. Proyección de un vector sobre otro

Otra forma de multiplicar dos vectores tiene como resultado la suma las multiplicaciones de sus componentes respectivas. Entonces si tenemos que

$|A\rangle = \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$  y además  $|B\rangle = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix}$ , el producto

$$\langle A|B\rangle = a_1 b_1 + a_2 b_2. \quad (2.4)$$

En este punto, se hace conveniente expresar las representaciones vectoriales de los estados de espín z y espín x. Considerando los posibles dos posibles valores de las propiedades espín z y x, resultaría que tendría como correspondencia los vectores para el espín z:

$$|z +\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ y } |z -\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2.5)$$



Así mismo para el espín  $x$

$$|x + \rangle = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \text{ y } |x - \rangle = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (\text{Castrillón, 2013, p 39}). \quad (2.6)$$

Los vectores ortogonales, son relevantes porque representan estados cuánticos excluyentes, ya que  $\cos 90^\circ = 0$ , entonces  $\langle z + | z - \rangle = 0$ , porque según las propiedades espín  $z$  definida con anterioridad solo tiene la posibilidad de dos estados  $|z + \rangle$  o  $|z - \rangle$ . Es por esto que las parejas de vectores ortogonales juegan un papel importante en la representación de cualquier estado (Albert, 1994). Del mismo modo, los vectores ortogonales son importantes en tanto la dimensión de un espacio vectorial está dada por la ortogonalidad de vectores. Igualmente, la dimensión del espacio vectorial está dada por el número de vectores ortogonales. Es de esta manera, que dos vectores ortogonales definen un espacio de dimensión dos, mientras que tres definen un espacio de dimensión tres. Es así que para  $n$  vectores existen  $n$  dimensiones.

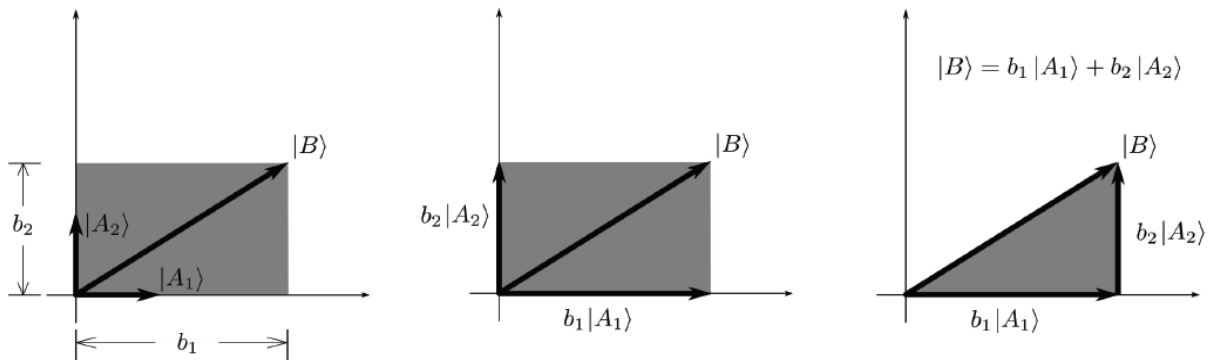


Figura 16. Un vector como la suma de sus proyecciones sobre una base ortogonal

Bajo la misma idea, se da la definición de *base* en un espacio vectorial de dos dimensiones como: “Si los vectores  $|A_1 \rangle$  y  $|A_2 \rangle$  forman una base ortonormal del espacio vectorial de dos dimensiones, es porque cualquier vector de dicho espacio (llámese  $|B \rangle$ ) puede expresarse como la siguiente suma

$$|B \rangle = b_1 |A_1 \rangle + b_2 |A_2 \rangle \quad (2.7)$$

Los números  $b_1, b_2$  que multiplican a los respectivos vectores de la base  $|A_1\rangle, |A_2\rangle$ , son precisamente las componentes del vector columna  $|B\rangle$ , referidas a dicha base” (Castrillón, 2013, p 42). (Figura 16)

Desde lo tratado en párrafos anteriores, ahora se puede considerar las bases para las propiedades espín z y espín x. Como habíamos dicho que  $\{|z +\rangle, |z -\rangle\}$  y  $\{|x +\rangle, |x -\rangle\}$ , son parejas de vectores, entonces estos son bases para espacio vectorial de dos dimensiones. Los cuales bajo el planteamiento de Castrillón (2013), son llamados *bases de espín z o espín x*. luego a partir de ellos se puede representar cualquier vector en el espacio de dos dimensiones. Por ejemplo, si hacemos la representación del vector  $|x +\rangle$ , en la base espín z, tendríamos que

$$|x +\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}|z +\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}}|z -\rangle,$$

ya que

$$|x +\rangle = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \text{ (Figura 17)} \quad (2.8)$$

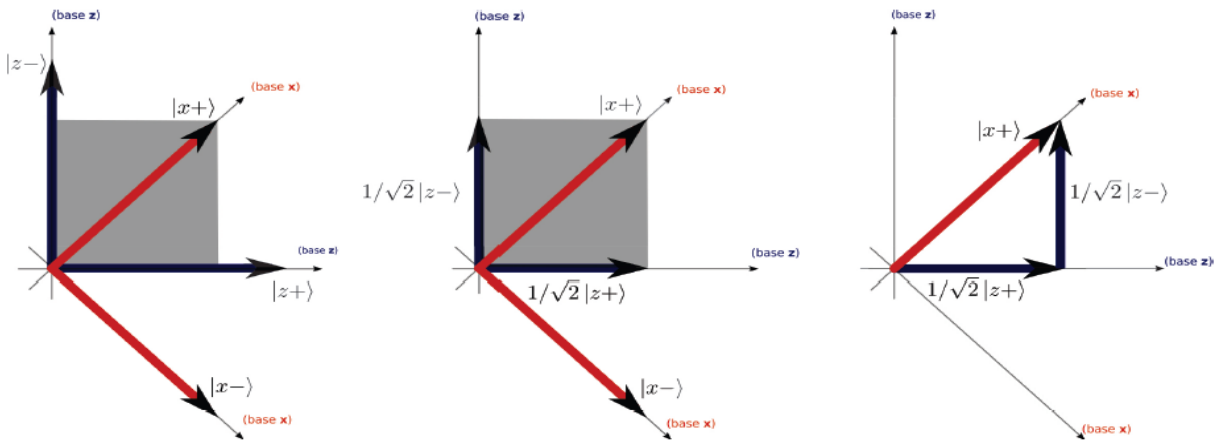


Figura 17. Representación del vector  $|x +\rangle$  en la base espín z

## 2.2.2 Operadores y propiedades<sup>1</sup>

El operador es un objeto matemático que permite transformar vectores a través de las operaciones sobre otros vectores. Se denotan por  $\hat{O}$  e indica la acción sobre un vector  $|A\rangle$ , de la siguiente manera  $\hat{O}|A\rangle$ , teniendo como resultante otro vector  $|A^*\rangle$  que pertenece al mismo espacio vectorial, pero que puede variar en su módulo, dirección o sentido, o en todas las anteriores.

Siguiendo bajo la perspectiva de Castrillón (2013), se toman los *operadores lineales* como aquellos que adquieren sentido en el trabajo con superposición cuántica. Por lo que se define operador lineal como: “*Los operadores lineales son aquellos que cumplen las siguientes condiciones:*

$$\begin{aligned}\hat{O}(|A\rangle + |B\rangle) &= \hat{O}|A\rangle + \hat{O}|B\rangle \\ \hat{O}(c|A\rangle) &= c(\hat{O}|A\rangle)\end{aligned}\quad (2.9)$$

*Para cualquier vectores  $|A\rangle$  y  $|B\rangle$ , y  $c$  un numero cualquiera”*

Para los operadores en dos dimensiones, tienen una representación en forma de matriz como se muestra a continuación:

$$\hat{O} = \begin{bmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{bmatrix}\quad (2.10)$$

Luego la actuación de un operador sobre un vector está dado por:

$$\hat{O}|A\rangle = \begin{bmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_{11}a_1 + O_{12}a_2 \\ O_{21}a_1 + O_{22}a_2 \end{bmatrix}\quad (2.11)$$

---

<sup>1</sup> El concepto de operador no fue incluido en el desarrollo de la unidad didáctica que se implementó con los estudiantes por consideraciones temporales. Sin embargo, se piensa que es importante que fuera desarrollado teóricamente porque el concepto de operador, autovector y autovalor tienen como correspondiente físico los conceptos de estado y propiedad física que fueron ampliamente abordados directa e indirectamente en las diferentes actividades.

Pero como se había dicho que la acción de un operador sobre un vector es otro, se tiene que:

$$\begin{aligned} |A^*\rangle &= \begin{bmatrix} O_{11} & O_{12} \\ O_{21} & O_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} O_{11}a_1 + O_{12}a_2 \\ O_{21}a_1 + O_{22}a_2 \end{bmatrix} \\ &= (O_{11}a_1 + O_{12}a_2)|A_1\rangle + (O_{21}a_1 + O_{22}a_2)|A_2\rangle = |A^*\rangle \end{aligned}$$

Donde  $|A_1\rangle$  y  $|A_2\rangle$ , son los vectores de la *base*. Además  $(O_{11}a_1 + O_{12}a_2)$  es la primera componente y  $(O_{21}a_1 + O_{22}a_2)$  la segunda.

**Autovalores y autovectores.** Los *autovectores* de un operador son los vectores no nulos que, cuando son transformados por el operador, dan lugar a un múltiplo escalar de sí mismos, con lo que no cambian su dirección. Este escalar  $\gamma$  recibe el nombre de *autovalor*. A menudo, una transformación queda completamente determinada por sus autovectores y autovalores, de tal forma que para un vector  $|A\rangle$ ; siendo el operador lineal  $\hat{O}$  y un escalar  $\gamma$ , ocurre que:

$$\hat{O}|A\rangle = \gamma|A\rangle \quad (2.13)$$

### 2.2.3 Algoritmo cuántico

Hasta el momento se han definido los conceptos matemáticos de vector y operador lineal en base a cuales se establecerá el algoritmo físico matemático que satisfaga la descripción de los sistemas cuánticos de dos niveles. Se fundamentarán las relaciones entre *estado cuántico* y *vector*, como también de *propiedad física* y *operador*.

#### 2.2.3.1 Estado cuántico

En fenómenos físicos, los estados pueden ser representados en el algoritmo cuántico por vectores, esto es lo que se denomina *vectores de estado* (Albert, 1994, p 30); es de esta manera que a cada sistema físico se le puede asociar un espacio vectorial. En especial, los estados cuánticos son representados por

vectores unitarios, es decir, los vectores cuya magnitud no es uno, no representan estados cuánticos. La posibilidad de representar estados con vectores llega a ser una forma adecuada de asociación en el algoritmo cuántico, ya que la probabilidad de superposición de dos estados para formar otro se refleja en el algoritmo al poder sumar (o sustraer) dos vectores para formar otro (Albert, 1994).

Esto implica que *“los estados solo pueden distinguirse por la orientación de sus vectores...Donde la máxima diferencia se da cuando los vectores son ortogonales, y sus estados correspondientes son exclusivos, y la identidad, cuando son paralelos, y sus estados son equivalentes”* (Castrillón, 2013, p. 51). En consecuencia cuando un proceso físico cambia de un estado inicial en el tiempo a un estado diferente es porque el vector que lo representa cambia de dirección. En otras palabras, esto es una *dinámica* del estado del vector donde se determinan leyes acerca de cómo el estado del vector en cualquier sistema cuántico dado, sujeto a fuerzas y contracciones, cambia con el tiempo; exclusivamente cambio de dirección pero no de magnitud (Albert, 1994).

### 2.2.3.2 Propiedad física

La medición de las propiedades de un sistema físico es representada en el algoritmo cuántico por operadores lineales de un vector en un espacio vectorial asociado con el sistema. Ahora, *“las propiedades son la evidencia física de los estados”* (Castrillón, 2013). La forma de conectar los operadores (las propiedades) y los vectores (los estados físicos), se establece de la siguiente manera: si el vector asociado con algún estado físico particular pasa a ser un autovector, con autovalor  $\gamma$ , de un operador asociado con alguna propiedad medible particular del sistema en cuestión, entonces ese estado tiene el valor  $\gamma$  de la propiedad medible.

### 2.2.3.3 Propiedades espín x y espín z

Particularmente para la propiedad espín z de los qubits se tiene en un espacio bidimensional que los vectores  $|z +\rangle$  y  $|z -\rangle$  tienen coordenadas:

$$|z +\rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad |z -\rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (2.14)$$

Nótese que por la ecuación (2.3) se tiene que  $\langle z + | z - \rangle = 0$ . Así mismo, los dos vectores en cuestión constituyen una base en un espacio de dos dimensiones. Entonces para analizar cómo funciona el algoritmo cuántico en la propiedad de espín z, se asume el operador matriz:

$$\hat{O}_z = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix} \text{ (Albert, 1994, p 31)} \quad (2.15)$$

Como los vectores son *autoestados* del operador  $\hat{O}_z$ , ya que tiene autovalores +1 y -1 para  $|z +\rangle$  y  $|z -\rangle$  respectivamente. Esto se debe a que fácilmente se confirma los autovectores del operador  $\hat{O}_z$ , con sus apropiados autovalores.

Así mismo, se puede verificar el autovalor de la propiedad de espín x, cuando se encuentra en un *autoestado* determinado. Entonces se asume como operador matriz  $\hat{O}_x$  a la expresión:

$$\hat{O}_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Donde se tiene que

$$|x +\rangle = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ 1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad |x -\rangle = \begin{bmatrix} 1/\sqrt{2} \\ -1/\sqrt{2} \end{bmatrix} \quad (2.16)$$

Luego entonces los vectores ortogonales  $|x +\rangle$  y  $|x -\rangle$  son autovectores con autovalores +1 y -1. Por lo que se puede verificar que  $|x +\rangle$  y  $|x -\rangle$  son autoestados de la propiedad espín x.

Después de ahora, si tenemos que las parejas de vectores  $|x +\rangle$  y  $|x -\rangle$ , y  $|z +\rangle$  y  $|z -\rangle$  forman en sí mismas una base de dimensión dos, con los puntos iniciales de cada vector en el origen, entonces por la ecuación (2.4) se puede afirmar que

$$\begin{aligned} |x +\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} |z +\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |z -\rangle \\ |x -\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} |z +\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |z -\rangle \\ |z +\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} |x +\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |x -\rangle \\ |z -\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} |x +\rangle - \frac{1}{\sqrt{2}} |x -\rangle \end{aligned} \quad (2.17)$$

Entonces estas sumas y diferencias entre vectores, en el algoritmo, hacen denotar la combinación lineal de estados físicos; es decir se define el estado espín x como una superposición de diferentes estados del espín z, y se define el estado espín z como la superposición de diferentes estados del espín x.

Así pues, la forma de los operadores para el espín x y espín z confirma lo dicho en el párrafo anterior: se puede verificar que los vectores  $|x +\rangle$  y  $|x -\rangle$  no son autovectores del operador matriz  $\hat{O}_z$ , y así mismo, los vectores  $|z +\rangle$  y  $|z -\rangle$  no son autovectores del operador matriz  $\hat{O}_x$ . Los operadores matrices  $\hat{O}_x$  y  $\hat{O}_z$  son incompatibles el uno con el otro, en el sentido que los estados de espín z definidos (que es: estados cuyos vectores son autovectores de operador  $\hat{O}_z$ ) al parecer no tienen ningún valor de espín x asignable (ya que esos vectores no son autovectores de la operador  $\hat{O}_x$ ) y viceversa.

Por lo que resulta que las descripciones de las propiedades espín x y espín z, y de todas las relaciones que se establecen entre ellas pueden incluirse dentro de un mismo espacio vectorial bidimensional. Ese espacio se conoce dentro de la literatura de la mecánica cuántica como el espacio de espín, y espín x y espín z se conocen como propiedades de espín (Albert, 1994, p 33)

### 2.2.3.4 Conexión con los experimentos

En los experimentos con qubits se pretendía hacer resaltar en forma intuitiva la idea de incompatibilidad, indeterminación y superposición de estados. Además de conceptos procedimentales propios como la medición, que no se abordarán en el presente trabajo. Ahora lo que se pretende es establecer una relación conceptual entre el formalismo matemático y algunos de los experimentos tratados en apartados anteriores.

La primera correspondencia física y matemática de los experimentos surge con la ecuación (2.13), llamada *autoecuación* (Castrillón, 2013, p 49) en donde tendría una correlación física en el **experimento I** en el que la *calibración* de las cajas de medición de espín, como instrumentos que preparan los qubits en algún estado de su propiedad. Es decir, la calibración hace constar que un estado (relacionado con un vector) es estado de una propiedad (relacionado con un operador); respecto a esto Castrillón (2013), afirma:

*“en el mundo físico podemos predecir que si un qubit es un estado posible de cierta propiedad, al pasar por la “caja” de esta propiedad, el qubit sale por la abertura que indica el valor de dicha propiedad, y sigue en el mismo estado. En el mundo matemático, que si un vector es autovector de cierto operador, la acción sobre el vector es su autovalor por el mismo autovector. La intuición física, cuántica en este caso, es la asociación autoestado↔autovector, y propiedad↔operador, y sobre todo, el tránsito del aspecto físico al formal y viceversa”* (p 54)

A continuación se discutirán las relaciones entre propiedades cuánticas incompatibles y las implicaciones del indeterminismo cuántico, a la vez que se realiza un contraste con los experimentos con qubits.

#### 2.2.3.4.1 Incompatibilidad

La incompatibilidad de propiedades de espín hace referencia a la independencia que se da al poder relacionar los vectores base de otra propiedad incompatible a



la elegida. Esto se debe a que las propiedades espín  $x$  y espín  $z$  son incompatibles en el sentido que no se pueden determinar simultáneamente, es decir, el conocimiento de una de las propiedades, indetermina el conocimiento de la otra. Es entonces que el conjunto de propiedades de espín son incompatibles entre sí; se dice que hay unas más incompatibles que otras, esto es denominado *grados de compatibilidad* (Castrillón, 2013). Ahora para analizar la incompatibilidad de las propiedades de espín, hay que analizar la relación entre sus estados.

Los estados se proyectan parcialmente uno sobre otros. Es por esto que dos vectores paralelos corresponden a estados físicos equivalentes, mientras que dos vectores ortogonales le competen estados físicos excluyentes o exclusivos. Gráficamente, el grado de compatibilidad se aprecia en la proyección de los vectores de una base sobre otra, es decir, a mayor proyección de una base sobre otra, menor será su incompatibilidad, y de la misma manera a menor proyección mayor incompatibilidad.

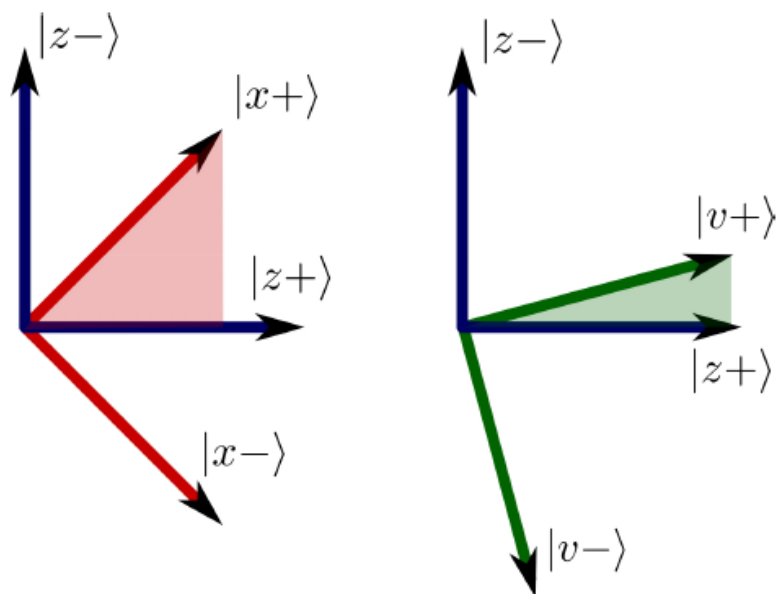


Figura 18. Proyección parcial de estados

En la figura 18 se puede apreciar que la proyección del vector (estado)  $|x + \rangle$  sobre  $|z + \rangle$  es menor a la proyección de  $|v + \rangle$  sobre  $|z + \rangle$ ; por lo cual se dice que

la incompatibilidad entre las propiedades espín z y espín v es menor que la incompatibilidad entre las propiedades espín z y espín x.

#### 2.2.3.4.2 Indeterminación e indeterminación parcial

Cuando se conoce el valor de una propiedad esta queda determinada, y por consiguiente el valor de la otra propiedad es indeterminado. La indeterminación se da por el grado de incompatibilidad que se da entre dos propiedades, así en el caso de vectores paralelos corresponden a estados físicos equivalentes lo que hace que la indeterminación desaparezca. Igualmente, ocurre con la determinación de un estado, lo que indetermina el conocimiento de los otros.

Así en el experimento de complementariedad I (**experimento III**), se tiene que para el qubit  $|x +\rangle$  al medir su espín z (propiedades espín x y espín z son incompatibles) se predice solamente su resultado cuando actúan sobre él alguno de los autoestados  $|z +\rangle$  o  $|z -\rangle$ . Es decir, el valor  $+1$  y  $-1$  de la propiedad espín z del qubit  $|x +\rangle$ , no se puede determinar, lo único que se puede determinar con seguridad es que el valor de  $|x +\rangle$  es  $+1$  para el espín x.

Ahora, la determinación parcial de los estados está dada por el grado de incompatibilidad que tienen las propiedades; en la base de espín z se tiene que la proyección del estado  $|x +\rangle$ , se debe escalar los vectores  $|z +\rangle$  y  $|z -\rangle$  por el valor de las proyecciones, obteniéndose la pajera  $1/\sqrt{2}|z +\rangle$  y  $1/\sqrt{2}|z -\rangle$  para la cual el valor de los sus estados debe ser menor a uno. Es por esto que los nuevos vectores no representan estados cuánticos, ya que tiene una magnitud diferente de uno, sino que representan estados indeterminados: esto se debe a que en la base espín z solo pueden ser determinados los estados  $|z +\rangle$  y  $|z -\rangle$ .

Es de tener en cuenta que sus autoestados no son indeterminados totalmente, sino de forma parcial. Ya que en función de las magnitudes de los vectores  $|z +\rangle$  y  $|z -\rangle$  escalados, el escalar determina parcialmente la posibilidad de que uno u

otro sean  $|x +\rangle$ . Es por esto que si en los vectores el escalar es  $1/\sqrt{2}$ , tienen 0,5 de probabilidades de convertirse en  $|x +\rangle$ .

Para ilustrar un poco más, supongamos un vector  $|v +\rangle$  con componentes:

$$|v +\rangle: \begin{bmatrix} \sqrt{3}/2 \\ 1/2 \end{bmatrix} \quad (2.18)$$

Tendría en la base espín z, los vectores escalados  $\sqrt{3}/2 |z +\rangle$  y  $1/2 |z -\rangle$ ; por lo que la determinación parcial de estos vectores podría ser asumida como la probabilidad de 0,75 de que  $|z +\rangle$  sea  $|v +\rangle$  o 0,25 de que  $|z -\rangle$  sea  $|v -\rangle$ .

### 2.2.3.4.3 Reconsideración del principio de superposición

Hasta el momento se ha tratado en sobre las propiedades incompatibles como una característica intrínseca de la mecánica cuántica. Asimismo como, el principio de indeterminación y la determinación parcial del valor de una propiedad cuántica. Justamente a partir de la anterior la superposición adquiere significado como enlace entre la predeterminación y la determinación entre estados y “*en ese sentido es una manera cuántica de ser: un qubit a la vez está determinado y parcialmente determinado, según la propiedad que se quiera estudiar en él*” (Castrillón, 2013, p 59).

Y lo que es más, se plantea la construcción de la ecuación:

$$|x +\rangle = 1/\sqrt{2} |z +\rangle + 1/\sqrt{2} |z -\rangle \quad (2.19)$$

Que responde al modelo matemático que explica las relaciones entre los sistemas de la física cuántica tratados hasta el momento; por tal motivo, en base a los argumentos teóricos planteados se le da significado a la superposición como: **la probabilidad que posee un estado cuántico de ser alguno de los estados base de alguna propiedad, reflejado mediante la superposición del estado**

**en relación con los estados base. Las componentes o proyecciones de los escalares de la superposición señalan el grado respectivo de la probabilidad. Más aun, es la relación entre el cuadrado de las componentes. Gráficamente queda demostrado por el grado de proyección de un estado sobre alguna de sus bases; así entre más se proyecte un estado sobre uno de los vectores de la base, mayor la probabilidad de ser precisamente ese estado.**

En retrospectiva, analizando el **experimento VIII**, vemos que los qubits no viajan por un brazo a la vez, ni por ambos, ni por ninguno; ahora se puede afirmar que viajan en una superposición de estados  $|x-\rangle$  y  $|x+\rangle$ . Cuestión que se ve clarificada en el **experimento IX** donde se confirma que los qubits pueden ir por un brazo o por el otro.

También en el experimento de complementariedad I (**experimento III**), se deja entrever que hay mucho más que un cambio de estado, sino que es en si el sistema cuántico el que cambia de tal forma que todas las propiedades cuánticas del sistema, adquieren nuevos posibles valores.

Es entonces que para terminar se enuncia el principio de superposición cuántica, como: ***“En general, un sistema cuántico de dos niveles  $|\Psi\rangle$  es un estado de superposición de los autoestados de alguna base ( $|\Phi_1\rangle$  y  $|\Phi_2\rangle$ ), donde el estado se completa buscando las componentes (proyecciones)  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  del estado sobre los estados de la base:***

$$|\Psi\rangle = \alpha_1|\Phi_1\rangle + \alpha_2|\Phi_2\rangle \quad (2.20)$$

***Donde  $|\alpha_1|^2$  y  $|\alpha_2|^2$  son el grado de probabilidad física de  $|\Psi\rangle$  de ser  $|\Phi_1\rangle$  o  $|\Phi_2\rangle$ ”.***

## 2.3 Criptografía cuántica: Protocolo BB84.

En esta sección, hablaremos de un uso moderno práctico de los qubits en el contexto de criptografía cuántica. El objetivo es la transmisión segura de mensajes secretos de un remitente (Alice) a un receptor (Bob). La transmisión de qubits a través de un canal cuántico es usada para establecer una clave secreta (una secuencia al azar de bits que sólo conoce Alice y Bob, pero no cualquier espía) (Dür y Heusler, 2013).

En el contexto de la informática cuántica, se hace necesario realizar un cambio en la notación que hasta el momento se había utilizado en el marco conceptual. En el caso de los qubits, se representaran con fotones polarizados de tal forma que un vector con polarización vertical ( $|\uparrow\rangle$ ) represente un uno (1) y otro fotón con polarización horizontal ( $|\rightarrow\rangle$ ) represente un cero (0), lo que análogamente corresponde a los estados  $|z-\rangle$  y  $|z+\rangle$  que respectivamente podía tomar un qubit. Consecuentemente, se define la polarización rectilínea (+), siendo equivalente a lo que antes se mencionaba como base de espín z. Lo mismo para la propiedad espín x, que se denominara base diagonal ( $\times$ ). Es de esta forma que Alice transmite su clave como una secuencia en binario, representados con fotones polarizados vertical y horizontalmente.

Si utilizamos qubits que pueden ser representados por fotones polarizados de tal forma que un vector con polarización vertical ( $|\uparrow\rangle$ ) represente un uno (1) y otro fotón con polarización horizontal ( $|\rightarrow\rangle$ ) represente un cero (0). Es de esta forma que Alice transmite su clave como una secuencia en binario, representados con fotones polarizados vertical y horizontalmente.

Los fotones polarizados, hasta el momento forman una base y se podría escribir un vector polarización con dirección arbitraria

$$|\Psi\rangle = \alpha_1|\uparrow\rangle + \alpha_2|\rightarrow\rangle \quad (2.21)$$

Aunque en el protocolo no se utiliza solo una, sino dos bases que se obtienen girando los estados anteriores  $45^\circ$ , resultando que  $|\nearrow\rangle$  representa un uno y  $|\searrow\rangle$  representa un cero. Así el vector polarización con dirección diagonal (espín x) a la base anterior, es:

$$|\Psi\rangle = \alpha_1^t |\nearrow\rangle + \alpha_2^t |\searrow\rangle \quad (2.22)$$

Las dos bases que se presentan están relacionadas por lo que se designara como base rectilínea + y base diagonal x, que están vinculadas por la ecuación de superposición cuántica que permite conectar estados referidos a estas dos bases incompatibles, expresándose de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} |\nearrow\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle + |\rightarrow\rangle) \\ |\searrow\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|\uparrow\rangle - |\rightarrow\rangle) \end{aligned} \quad (2.23)$$

### 2.3.1 Implementación

Alice generara una secuencia de forma aleatoria tanto para las bases (x y +) que va a utilizar, como también para el qubit que va a enviar. La Tabla 1, corresponde al registro realizado por Alice en la cual: la primera fila son las bases elegidas, la segunda el resultado de la propiedad medida y la tercera el estado del fotón.

+	x	x	+	+	x	+	x	x	x	+	x	+	+	+	x
1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0
$ \uparrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$	$ \searrow\rangle$	$ \uparrow\rangle$	$ \rightarrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$	$ \uparrow\rangle$	$ \searrow\rangle$	$ \searrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$	$ \uparrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$	$ \rightarrow\rangle$	$ \rightarrow\rangle$	$ \uparrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$

Tabla 1. Registro de Alice

Bob no sabe cómo Alice ha preparado cada uno de los fotones. Lo que hace es orientar aleatoriamente su selector de base rectilínea o diagonal y registra la medición de las polarizaciones. Entonces se puede afirmar que existe una probabilidad de 50%, que las orientaciones elegidas por Bob coincidan con las de Alice o que no coincidan. Más aún, si las orientaciones coinciden por encima del

50%, Bob no puede estar seguro de que está recibiendo los qubits correctos, debido a que no sabe cuáles han sido las elecciones de Alice. Es decir, Bob solo tiene la certeza de poseer una probabilidad 50 – 50 de estar recibiendo los qubits correctos. Entonces Bob puede medir y hacer un registro como se muestra en la Tabla 2, donde la primera fila es la base que utilizo, la segunda el estado del fotón y la tercera el resultado obtenido.

+	+	×	+	×	+	+	+	×	×	×	+	×	×	+	×
$ \uparrow\rangle$	$ \rightarrow\rangle$	$ \searrow\rangle$	$ \uparrow\rangle$	$ \searrow\rangle$	$ \rightarrow\rangle$	$ \uparrow\rangle$	$ \rightarrow\rangle$	$ \searrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$	$ \searrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$	$ \uparrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$
1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0

Tabla 2. Registro de Bob

Con este proceso, se analiza los casos en los que ha habido coincidencia de bases, es decir, donde Alice y Bob comparten el mismo qubit. Siendo los casos en los que no hay coincidencia, qubits reconstruidos aleatoriamente. Es entonces cuando Alice y Bob deben de encontrar la forma de eliminar la secuencia de no coincidencia, dando como resultado una secuencia de qubits aleatorios que podrán usar como *clave aleatoria compartida* (Baig, 2001, p 12) para un proceso de encriptación *one time pad*. En el ejemplo (Tabla 3) se tendría que la secuencia compartida es:

Base Alice	+	×	×	+	+	×	+	×	×	×	+	×	+	+	+	×
Bit Alice	1	0	1	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0	0	1	0
Estado Alice	$ \uparrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$	$ \searrow\rangle$	$ \uparrow\rangle$	$ \rightarrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$	$ \uparrow\rangle$	$ \searrow\rangle$	$ \searrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$	$ \uparrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$	$ \rightarrow\rangle$	$ \rightarrow\rangle$	$ \uparrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$
Base Bob	+	+	×	+	×	+	+	+	×	×	×	+	×	×	+	×
Estado Bob	$ \uparrow\rangle$	$ \rightarrow\rangle$	$ \searrow\rangle$	$ \uparrow\rangle$	$ \searrow\rangle$	$ \rightarrow\rangle$	$ \uparrow\rangle$	$ \rightarrow\rangle$	$ \searrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$	$ \searrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$	$ \uparrow\rangle$	$ \nearrow\rangle$
Bit Bob	1	0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	1	0	0	1	0
	✓	X	✓	✓	X	X	✓	X	✓	✓	X	X	X	X	✓	✓

Tabla 3. Comparación de los registros y coincidencias

Alice y Bob pueden hacer públicas las bases en la que coinciden, sin importar que Eve (una espía) este escuchando, es decir, no se compromete la seguridad del

establecimiento de la clave, mientras no se digan totalmente cuáles son los valores de los bits en las bases de coincidencia. Por ejemplo, vemos en la tabla 3 que Alice y Bob coinciden en ocho ocasiones las bases elegidas, luego es cuando toman la mitad de los resultados de los bits, manteniendo la otra mitad oculta, y nuevamente comparan que los valores también coincidan; en caso de que los aciertos de los valores de los bits sean del 100%, efectivamente pueden tomar la mitad de los valores ocultos para generar la clave compartida. En caso contrario pueden estar seguros que la seguridad en la generación de la clave ha sido comprometida.

### **2.3.2 El espía**

¿Cómo podría eventualmente Eve (espía), interferir en el proceso de comunicación? Si Eve interfiere el canal de comunicación, lo que haría es en forma aleatoria medir el fotón (de la misma forma que Bob) que llega de Alice y enviando un fotón que ella genera a Bob.

La manera de detectar este efecto y saber si hay o no la presencia de un espía, es hacer pública una secuencia de bits emitidos y medidos (No todos). Se puede verificar que la probabilidad de acertar no habiendo espía es de  $3/4$  y la probabilidad de fallar de  $1/4$ . Pero si Eve está monitoreando, midiendo y emitiendo fotones, la probabilidad de acertar es de  $5/8$  o en caso de fallar de  $3/8$ , lo que implica que hay un incremento en el número de fallas sobre el 60% para la coincidencia de los resultados de Alice y Bob.



## **3. Fundamentos metodológicos**

En este apartado lo que se pretende es hacer una descripción de la estrategia seguida durante el proceso de diseño e implementación de la unidad didáctica. Se mencionara la forma en que se enfocó la investigación en cuanto a los propósitos planteados en el objetivo general y los específicos. Se realiza una descripción de los participantes y el contexto que interviene en la práctica pedagógica. También se especifica cada una de las actividades que componen la unidad didáctica y como se utiliza como trasfondo metodológico de cada una los principios programáticos facilitadores del aprendizaje significativo, ya que corresponde a una apropiación practica de los postulados teóricos del aprendizaje significativo. Y finalmente, se piensa en el análisis y reporte de los resultados de la práctica pedagógica desde una concesión narrativa de la sistematización de la experiencia.

### **3.1 Tipo de intervención**

La experiencia investigativa de enseñanza de fundamentos de la mecánica cuántica en la escuela media se enmarco en un enfoque investigativo de corte cualitativo, desde la asunción de su planteamiento teórico y su estrategia operacional. Puesto que, la pregunta y las hipótesis planteadas, fueron desarrollando retrospectivamente durante el proceso de intervención y el posterior análisis de resultados obtenidos. Si bien se tenía una pregunta y unos objetivos claros desde el inicio de la intervención misma, estos se fueron reformulando y refinando constantemente a medida que se desarrollaba el proceso de intervención y el trabajo con los estudiantes, o sea, el proceso entre los hechos,

la teoría y la interpretación estuvo movilizado por una dinámica circular de revisión de cada una de las partes del presente trabajo.

Además una parte importante del proyecto es que no se basó en métodos de recolección de datos estandarizados, ni completamente determinados. No se efectuaron mediciones numéricas, por lo que no se recurre a un análisis estadístico. Se atendió fue a la recopilación de las experiencias vividas por los diferentes participantes (profesor facilitador, estudiantes e investigador), enfatizando en las interacciones entre los individuos y analizando sus perspectivas, puntos de vista, emociones, prioridades, experiencias y significados.

Desde este punto de vista, la experiencia estuvo ligada a un tratamiento *naturalista e interpretativo* (Hernández, Fernández, Baptista, 2010, p 10), porque se trató de realizar el estudio en los contextos, ambientes naturales y cotidianidad de los estudiantes, como también se busca encontrar sentido a los fundamentos de los fenómenos cuánticos en función de los significados que las personas involucradas les otorguen.

Es por ello, que se toma como herramienta de investigación fundamental el *estudio de casos*, porque se convierte en una estrategia dirigida a comprender la dinámica presente en la atribución de significados a la superposición cuántica en el contexto de una de sus aplicaciones. Centrándose en el estudio de la experiencia de cuatro estudiantes como un caso, en donde se analizaran la riqueza, profundidad y calidad de la información, más allá de la cantidad de la misma.

### **3.2 Población y tiempos**

El estudio fue realizado en el Colegio San Ignacio de Loyola, el cual es una institución de educación formal y carácter privado en la ciudad de Medellín. Es un colegio con una filosofía educativa enmarcada en la espiritualidad católica, ya que

es administrado por la Compañía de Jesús (sacerdotes jesuitas), cuya propuesta educativa es la formación integral de los estudiantes, en busca de desarrollar todas y cada una de las dimensiones del ser humano.

Los participantes en el estudio fueron cuatro estudiantes del grado once, quienes voluntariamente y movidos por intereses puramente académicos se propusieron a sí mismos como participantes, respondiendo activamente a la invitación. Estos estudiantes, en términos generales, tienen familias económicamente estables y consideradas de clase social media alta, ya que se puede aseverar que su núcleo familiar es conformado por profesionales en diversas áreas.

Son estudiantes ávidos por el estudio de la física, siendo académicamente destacados en áreas como ciencias naturales y matemáticas. Igualmente, son estudiantes que participan en diversos eventos académicos a nivel local y nacional, logrando destacarse y ser reconocidos. Además su perfil vocacional está orientado en afinidad con el área de las ciencias exactas.

El tiempo de la intervención pactado con los estudiantes, fue en horario extra clase, una reunión cada dos semanas. El día programado para la reunión fueron los viernes en el horario de 1:45 pm a 3:10 pm. Es estos espacios se pretendió que mediante la elaboración de guías que componen una unidad didáctica, los estudiantes trabajan se llevara el proceso académico y de aprendizaje.

Así mismo, el docente de la asignatura de física para el grado once, se propuso como participante activo en el estudio referenciado. Haciendo en ocasiones el papel de mediador entre el investigador y los estudiantes, como también resolviendo las guías a la par de con los alumnos.

### 3.3 Materiales y métodos

Como se dijo anteriormente la intervención se realizó con la aplicación a un grupo de cuatro estudiantes, de una unidad didáctica compuesta por seis *guías didácticas*<sup>2</sup>. El desarrollo de la unidad didáctica, está fundamentado cognitivamente y pedagógicamente desde la *teoría del aprendizaje significativo crítico* de Moreira (1997, 2005, 2009, 2011). Se asume el diseño de las guías de intervención desde este enfoque pedagógico, porque personalmente se piensa que en las *unidades de enseñanza potencialmente significativas* (UEPS) (Moreira, 2011), se sistematiza una secuencia didáctica fundamentada en teorías de aprendizaje, particularmente aprendizaje significativo (y crítico). En la UEPS se dan recomendaciones y una serie de pasos prácticos para su construcción, además que se convierte en una herramienta que estimula el trabajo investigativo aplicado a la enseñanza apoyado en las construcciones teóricas del aprendizaje significativo clásico de Ausubel.

A continuación se mostrara el objetivo de cada una de las guías, la descripción y los elementos conceptuales que se propusieron trabajar en cada una de las mismas.

#### 3.3.1 Secuencia de las guías en la unidad didáctica

Propuesta de intervención y la elaboración de las guías didácticas, se pensó en tres momentos:

En el primer momento, se plantea una situación de introductoria donde se busca motivación y contextualización en los estudiantes sobre lo que es una aplicación moderna y práctica de la física cuántica, en particular de la superposición de

---

<sup>2</sup> Se utiliza el término *guía* porque son herramientas propias del contexto de la institución. Es decir, en cada una de las áreas el diseño didáctico y metodológico de las clases se realiza a partir de la elaboración de *guías didácticas*. Por tal motivo, se pensó que se debía seguir bajo esta misma idea el nombramiento de cada una de las actividades de intervención.

estados. La aplicación a la que se hace referencia es la criptografía cuántica. Este momento se realizara en la primera guía didáctica.

El segundo momento, se realizara una presentación de los contenidos que lleven construcción conceptual del principio de superposición cuántica. Se mostrara en un inicio las singularidades de las propiedades físicas en mecánica cuántica y el comportamiento de los qubits al realizar mediciones que afecten sus estados, enunciando de forma intuitiva que el concepto subyacente en los experimentos es la superposición de estados. Después, se realiza una construcción deductiva de la superposición a partir de la formulación de un modelo matemático que permita expresar las relaciones entre las entidades físicas de un sistema cuántico de dos niveles. Este bloque abarca desde la guía didáctica número dos hasta la guía número cinco.

Y finalmente en un tercer momento se retoma la criptografía cuántica, pero en esta ocasión la situación problema conducirá a la aplicación y explicación de la encriptación de mensajes, utilizando el principio de superposición de estados. En este momento se evaluarán si la asimilación de los conceptos fue significativa. La situación se llevara a cabo en la última guía.

La secuencia de las actividades en las que se estructura la unidad didáctica, se fundamentó en el *principio programático facilitador* de la *organización secuencial* (Moreira, 2005, p 6), ya que se trató de secuenciar las unidades de estudio de una manera que fuera coherente e interrelacionada en la construcción del concepto de superposición. De tal manera que se facilite el aprendizaje significativo considerando los procesos de *diferenciación progresiva* y *reconciliación integradora* entre los tópicos fundamentales de la mecánica cuántica mencionados con anterioridad.

### 3.3.1.1 Guía # 1: Motivación e introducción

**Objetivo:** mostrar y considerar métodos de encriptación clásica como motivación para el estudio de la criptografía cuántica siendo una aplicación de la superposición de estados.

**Descripción:** la guía se divide en dos actividades. En la primera se presenta un método de encriptación clásico denominado “la cifra de cesar”, con el cual algunos estudiantes codifican un mensaje y la clave para descifrarlo, mientras que otro hace el papel de espía y trata de descifrarlo. Luego se cuestiona estos métodos de encriptación y su vulnerabilidad. En la segunda actividad, se muestra una lectura donde se tratan algunos conceptos importantes de la mecánica cuántica y que serán tenidos en cuenta en el desarrollo de la estrategia didáctica. De igual manera, se muestra un video de aplicación de la criptografía cuántica a la seguridad bancaria.

El hecho de codificar y decodificar mensajes, como la presentación preliminar de los conceptos y las preguntas generadas sobre ellos, es propuesto como una situación problema a un nivel bastante introductorio, donde se busca indagar sobre los *conocimientos previos* de los alumnos. A su vez que preparen el terreno para la *asimilación* del conocimiento (declarativo y procedimental), como lo son: el qubit, la medición, vectores, estados, encriptación cuántica, superposición, entre otros. La guía número uno, funciona como *organizador previo*, buscando que los estudiantes le den sentido a los nuevos conocimientos sobre fundamentos de cuántica que se le van a presentar a continuación.

### 3.3.1.2 Guía # 2: Bloques lógicos

**Objetivo:** analizar y considerar el concepto de bit y qubit, de acuerdo a la compatibilidad e incompatibilidad de propiedades físicas en sistemas clásicos y cuánticos.

**Descripción:** la guía inicia respondiendo a la pregunta sobre ¿Qué son los bits? Para lo cual se plantea un trabajo de bloques lógicos, en el que los estudiantes de acuerdo a las preguntas, deben clasificarlos respecto a alguna propiedad en correspondencia con dos posibles valores; así por ejemplo, de la propiedad color, se pueden escoger los valores rojo y azul. A su vez, se plantea la cuestión de la compatibilidad de propiedades en un sistema físico clásico. Se continúa realizando preguntas, con las cuales se tratan de extrapolar la idea de bits.

Después de lo anterior, surge una segunda pregunta ¿Qué es el qubit? Para su respuesta, se plantea una lectura donde de manera sencilla y muy clara se plantea una analogía entre el comportamiento de una brújula y los estados de un qubit. Se recomienda la observación de un video donde se explican los qubits en la aplicación de la informática cuántica y su diferencia respecto a los bits. Se realizan preguntas donde se resalten la diferencia entre los qubits y los bits.

En esta actividad nuevamente cobra relevancia la estrategia facilitadora para un aprendizaje significativo de los organizadores previos, o avanzados, ya que consecuentemente sigue siendo una actividad en un nivel bastante introductorio que busca que los conceptos de bit y qubit, en correspondencia con los sistemas clásicos y cuánticos, sirvan de puente entre lo que el alumno ya sabe y lo que posteriormente debería saber. O sea, se da prioridad a las relaciones que se pueden establecer entre el nuevo conocimiento que es concepto de superposición y los subsunsores recién que se están estableciendo que es la noción de bit.

De la misma forma, se hace referencia a dos conceptos más generales que permitirán luego hacer la diferenciación progresiva, como lo son: sistemas físicos clásicos y sistemas físicos cuánticos, dejando entrever las características deterministas e indeterminadas de uno u el otro.

### 3.3.1.3 Guía # 3: Experimentos con qubits I

**Objetivo:** analizar y experimentar con sistemas cuánticos en la determinación de los valores de sus propiedades, además de la utilización de los instrumentos que miden esas propiedades.

**Descripción:** se propone una secuencia de cuatro esquemas experimentales que remiten a experimentos reales. A medida que se realizan cada uno de los experimentos, los estudiantes deben replicarlos en un simulador virtual, donde se corrobora el fenómeno que se pretende estudiar en los diferentes experimentos.

En el primer experimento, se coloca en juego la confiabilidad de los instrumentos de medición. El experimento se denomina calibración y trata de evaluar el buen funcionamiento del instrumento (caja de medición de espín). El segundo experimento, se realizan mediciones repetibles de un espín con la intención de preparar un qubit en un estado determinado. El tercero es el experimento de complementariedad, en el cual se describe una de los fenómenos fundamentales de la mecánica cuántica; en este experimento se realiza una primera aproximación al concepto de probabilidad cuántica y el concepto de superposición. Finalmente, en el cuarto experimento se propone un esquema en el que se muestra una secuencia de mediciones de tres caja de espín, siempre repitiendo de una caja a otra, el experimento de complementariedad.

Con las preguntas que se generan en cada experimento, se pretende favorecer la diferenciación progresiva. Se toma el concepto de propiedad física compatibles y la medición de sus valores, como una idea mucha más general e inclusiva, dando una panorámica que frente a este concepto va a girar en gran parte de la intervención. A partir de esto se empiezan a tratar ideas mucho más particulares como lo es el estado de un qubit y las cuestiones probabilísticas que acarrea su medición posibilitando un aprendizaje subordinado que se espera reacomoden jerárquicamente las estructuras cognitivas de los participantes.



### 3.3.1.4 Guía # 4: Experimentos con qubits II

**Objetivo:** considerar comportamiento no clásico de un objeto físico, generando intuitivamente la idea de superposición de estados.

**Descripción:** en esta actividad se continúan con los esquemas experimentales con qubits, pero en este momento se referencia un nuevo instrumento llamado interferómetro de espines. Es importante que en este dispositivo interviene un riel con un muro deslizante, permitiendo llevar la cuenta (medir) del número de qubits que chocan contra él.

La actividad consta de nueve experimentos. El quinto experimento (con la secuencia de la guía # 3), es referido a la calibración del interferómetro de espines. Luego en el experimento VI, se rehace el experimento de complementariedad utilizando el interferómetro, en este experimento se mide el espín  $z$  de 100 qubits  $|x -\rangle$  que salen de la caja negra. En el experimento VII, se mide a qubits  $|x +\rangle$  su espín  $x$  al entrar y salir del interferómetro, obteniéndose nuevamente la aplicación de un experimento de complementariedad. Para el experimento VIII, se deja notar a los estudiantes que sucede algo inusual, ya que los valores obtenidos al salir del interferómetro no son los esperados gracias a la superposición cuántica, lo cual queda clarificado al realizar el experimento IX, donde se muestra que la modificación del experimento VIII al colocar el muro deslizante (que toma mediciones) cambia los resultados. Después se hace una lectura donde se comenta que los resultados del experimento VIII son debido al principio de superposición.

En esta actividad se busca provocar un choque cognitivo, al no poderse explicar (usando la lógicamente clásica) que le está sucediendo a los qubits en el experimento VIII. En esta parte se busca explorar relaciones entre diferencias y similitudes relevantes y reconciliar inconsistencias entre los resultados esperados y los reales. Es por esto que fundamentados en la reconciliación integradora, se espera que los estudiantes integren la indeterminación característica de la

mecánica cuántica en relación con los resultados de la segunda parte de los experimentos con qubits.

### 3.3.1.5 Guía # 5: Formalismo matemático y una forma de entender la superposición

**Objetivo:** establecer una correspondencia entre la construcción de un modelo matemático para el principio de superposición en la explicación de los fenómenos cuánticos.

**Descripción:** en esta guía se recurre a que los estudiantes realicen un tratamiento de elementos y conceptos puramente matemáticos. Se inicia presentando una serie de objetos matemáticos como lo son las nociones de vector, modulo, suma de vectores, escalares, proyección de un vector, vectores ortogonales, base de un espacio vectorial, entre otros. Luego se relacionan las propiedades de espín  $x$  y espín  $z$ , en una condición de bases para representar geométricamente mediante vectores un estado cuántico. En la actividad se resalta como la proyección de un vector sobre otro está ligada a la idea de incompatibilidad de las propiedades físicas y como esto determina parcialmente las probabilidades que se muestra en el principio de superposición, el cual se plantea en la parte final. Se plantean nuevos problemas, relacionados a que en función de los experimentos con qubits de complementariedad se obtengan probabilidades diferentes.

En esta actividad se retoma una dinámica entre organizadores previos, diferenciación progresiva y reconciliación integradora. En la primera parte de la guía donde se tratan las definiciones y la presentación de contenido matemático, se está recurriendo a una indagación de los conocimientos previos y el establecimiento de organizadores como lo es el concepto de vector. Después en la parte de la construcción de un vector de acuerdo a una base vectorial determinada, vectores ortogonales y estados excluyentes, se pone en juego los

procesos de diferenciación progresiva. Y finalmente cuando se establecen relaciones entre las propiedades de espín, los estados cuánticos y se construye el principio de superposición, se hace reconciliación progresiva entre la teoría de vectores y su correspondiente físico.

Aunque no es solo eso, ya que la *consolidación* de los conceptos cobra relevancia cuando se plantean problemas, donde cada alumno debe mirar retrospectivamente los esquemas experimentales y a partir de nuevas combinaciones lineales debe proponer experimentos que correspondan con esos modelos matemáticos.

### 3.3.1.6 Guía # 6: Protocolo BB84

**Objetivo:** examinar la aplicación significativa del principio de superposición en la solución de un problema de encriptación cuántica.

**Descripción:** por último, se culmina con una actividad donde se presenta una situación de la elaboración de una clave para codificar y decodificar un mensaje. La actividad consiste en que dos personas desean compartir secretamente un mensaje, pero quieren estar seguros de que una tercera persona no este espionando, para lo cual la superposición de estados juega un papel primordial para detectar si hay espía o no.

Para empezar la guía se dan unas indicaciones donde se definen unas bases y los posibles valores de esas bases, relacionándolos con la ecuación de la combinación lineal, para el principio de superposición. Luego, se muestra una imagen donde se dan cinco pasos que componen el proceso de elaboración de una clave segura utilizando la mecánica cuántica en un proceso de encriptación. En cada paso se da una pequeña descripción y se realizan preguntas que pretenden movilizar procesos de razonamiento y aplicación de lo trabajado en las guías anteriores.

En esta sección, se vuelve a indagar por si el proceso de intervención llevó a la adquisición de aprendizaje significativo del concepto de superposición en una aplicación práctica. Según los principios programáticos facilitadores, se estaría en la parte de la consolidación, en el que se presenta una situación problema de complejidad mayor a las desarrolladas anteriormente. Es en este espacio y momento donde se buscan evidencias captación de significados, comprensión, capacidad de explicar, de aplicar el conocimiento para resolver situaciones problema. Es de anotar, que este es solo una parte de la evaluación para analizar si hubo o no aprendizaje significativo.

### **3.4 Herramientas de recolección de información**

La herramienta de recolección de información más importante que se utilizó es la secuencia de guías didácticas que se describieron en la sección anterior. La respuestas a cada una de las preguntas que se realizó y el registro que hace el estudiante para responderlas, son asumidas como un elemento que puede suministrar información precisa y confiable de los procesos cognitivos que atravesaron a los participantes en cada una de las secciones de la intervención.

De la misma forma, se recurre al diario de campo como una forma en que el investigador capta todas aquellas impresiones, sentimientos e insumos de carácter subjetivo que colocaban en juego los estudiantes al realizar las diferentes guías, y que no quedaban consignados en estas. El diario de campo es una herramienta muy valiosa, porque a la vez permite registrar las experiencias del investigador de acuerdo a los contextos y los ambientes de discusión que se forman en las diferentes secciones.

También, se realizaron grabaciones de voz que después fueran cotejados con la vivencia del investigador y que permitieran complementar los registros de campo. Otro uso eficiente de las grabaciones es dejar el registro de las conversaciones

personales entre investigador y participante a modo de entrevista no estructurada, más sin embargo, con un carácter indagador.

### **3.5 Herramientas de análisis y presentación de la información**

Para analizar la información, se piensa en una sistematización de la práctica pedagógica como una tarea reflexiva. Se seguirá la ruta metodológica de sistematización de las redes pedagógicas<sup>3</sup>, la cual consiste en cuatro momentos: planificación, reconstrucción de la experiencia, análisis e interpretación crítico reflexivo y divulgación del proceso y los resultados.

En la planificación se examina la forma de realizar la sistematización de acuerdo con los objetivos planteados. La adopción del modelo metodológico a utilizar parte de enmarcar la propuesta en el campo de lo didáctico, entendiéndose como métodos, técnicas, instrumentos y estrategias para la enseñanza y aprendizaje de los fundamentos de la mecánica cuántica. También se define como eje de la sistematización los indicadores de aprendizaje significativo cuando el estudiante elabora argumentos y explicaciones comprensivas de los fenómenos cuánticos estudiados en cada una de las guías didácticas.

En la reconstrucción de la experiencia se trata de recuperar y organizar de manera cronológica los momentos principales vividos en cada uno de los encuentros con el grupo de estudiantes, recurriendo a los métodos de recolección de información y a los registros tomados en las notas de campo. Surgiendo consecuentemente como criterios de *categorización* y organización de la información, la agrupación en las siguientes temáticas: estado cuántico,

---

<sup>3</sup> Las redes pedagógicas son una experiencia vivida en el ámbito de la Escuela del Maestro, con la participación Universidad de Antioquia que consiste en hacer acompañamiento metodológico a los docentes que desarrollan procesos de sistematización de experiencias significativas derivadas de prácticas pedagógicas.

propiedad física, incompatibilidad, indeterminación, vectores y superposición. Es bajo la atenta mirada a estos aspectos, que se hace una descripción, reconstrucción e interpretación de la experiencia siempre en la búsqueda de sentido en relación con el aprendizaje significativo del concepto de superposición.

El análisis e interpretación de la experiencia parte de profundizar en la experiencia reconstruida, buscando nueva información posibilitando que emerjan nuevas categorías. Retomar y replantear los objetivos, transversalmente con los hechos y la experiencia misma. Para la cual, se hace necesario establecer una triangulación con las fuentes conceptuales, las categorías y los hallazgos, buscando la lógica de la experiencia y comprender los factores claves que llevaron a una adquisición de los saberes cuánticos.

La divulgación de la experiencia será un texto donde a manera de relato, donde se visualice el desarrollo de la experiencia en la aplicación de la unidad didáctica. Se espera cumplir con características tales como: *Brevedad*, siendo preciso y transparente en la descripción de la experiencia. *Veracidad*, aludiendo a la fidelidad de los hechos descritos. *Claridad*, dando una expresión sencilla y precisa de lo que se quiere comunicar. *Orden*, con un ordenamiento lógico y secuencial de acuerdo a las guías didácticas y a la categorización realizada.

## **4.Desenlace, resultados y discusión**

Tal y como se mencionó en capítulos anteriores, el desarrollo de la unidad didáctica se hizo mediante la realización de seis guías didácticas, donde cada guía tenía un objetivo claramente establecido para el propósito del presente trabajo. A continuación se referirá la experiencia como fue vivida, tratando de resaltar el aprendizaje significativo y la evolución de los elementos conceptuales, como también las dificultades que se presentaron en torno al principio de superposición cuántica.

Después de planear con el asesor los diferentes momentos en los que se debían desarrollar las intervenciones, y de un primer bosquejo de las actividades, se procedió a contarle al docente de la asignatura de física del grado once del colegio San Ignacio de Loyola de lo que se trataba el proyecto. Después de esto, el docente facilitador pidió varias reuniones donde se fuera particularizando conceptualmente lo que se iba a realizar en cada sección; es de recalcar la insistencia del docente por tener claridad sobre lo que se iba a realizar, a la vez que pretendía ampliar sus conocimientos frente al tema.

Es de esta forma, que el docente facilitador logró seleccionar a un grupo de cuatro estudiantes que voluntariamente quisieron participar. Aunque en un primer momento no quedaba claro cuáles eran sus expectativas, estas fueron desvelándose a medida que realizaban las actividades propuestas en las guías. Así se fijó que la intervención se realizaría los viernes cada quince días, desde la 1:45 pm hasta las 3:10 pm.

Seguidamente mencionaremos que sucedió en cada uno de estos encuentros:

## 4.1 El primer encuentro

En la primera sección se disponía a que los estudiantes realizaran la guía # 1. Después de explicarles a los alumnos en qué consistía la actividad, procedieron a realizarla. Surgían ciertas dudas en algunas de las consignas e instrucciones que se daban, como por ejemplo: en el ejercicio de criptografía los estudiantes no ubicaban bien el papel de cada uno (emisor, receptor o espías). Después de superada la dificultad, se continuó, dándose que todos lograron descifrar el mensaje, inclusive los espías. Para los estudiantes este trabajo fue relativamente fácil, ya que según la habilidad y pericia de cada uno de ellos descubrieron rápidamente el mensaje cifrado.

En la lectura propuesta en el segundo momento de la realización de la primera guía, a medida que los estudiantes leían, alguno iba preguntando por los conceptos y términos más relevantes o que no entendían. Al final realizaron desde sus propias palabras una aproximación a la definición de dichos conceptos.

Ante la vulnerabilidad del proceso de encriptación, se estableció una discusión sobre otros métodos para enviar mensajes cifrados, surgiendo la pregunta ¿Qué de diferente tiene la encriptación cuántica? Siendo a la vez una de las preguntas que se realizaba en la guía. Algunas de las cosas que se decían o se preguntaban era el papel de la estadística en el proceso de encriptación cuántica y como esta permite saber cuándo hay “*perturbaciones*” realizadas por un espía. El concepto de perturbación al parecer fue entendido como la acción que realiza el espía al tomar mediciones sobre lo que se estaba codificando, y cómo esta medición destruía el estado anterior de la partícula. Esta idea nos dejó ver, que si bien los estudiantes mencionaban que algo sucedía al realizar la medición, no lo sabían describir con precisión.

Las anteriores consideraciones dieron pie para que después de la lectura, quedara en el aire dos conceptos que llamaron la atención, los cuales son qubit y superposición. Por ejemplo, frente al concepto de superposición se mencionó:



“*superposición: capacidad de una partícula de encontrarse en más de un estado a la vez*”. Pero entonces se generó la pregunta, sobre qué significaba “*encontrarse en más de un estado a la vez*”. Para lo cual, se alcanzó a vislumbrar a partir de las expresiones propias de los estudiantes que la concesión de *estado* como un sinónimo de *disposición* o *situación*. Además, la definición hecha por el estudiante no es correcta, según lo que se ha definido por superposición; al parecer esta idea es una noción generada a partir de las *representaciones sociales* erróneas que se tiene de los conceptos cuánticos.

Según el objetivo de la guía, se logró generar cierta incertidumbre y curiosidad frente a la temática de la mecánica cuántica, y los conceptos de qubit, superposición y criptografía cuántica. A la vez, los estudiantes mencionaron sus concepciones frente a los temas, permitiendo identificar como organizadores previos la idea de aleatoriedad, mediación, incertidumbre y cifrado.

## **4.2 La experiencia con los bloques lógicos**

En el segundo encuentro, se propuso la realización de la guía # 2. Antes de desarrollar esta guía, se hizo un breve recuento de lo visto en la sección anterior, priorizando que la gran diferencia entre el proceso de encriptación cuántica respecto a otros métodos, consistía en que era posible determinar si un espía estaba presente o no, en la creación de una clave de cifrado. Además se hace bastante énfasis, que es la aplicación de la superposición lo que hace esto realidad.

Como se indicó con antelación, el objetivo de esta actividad era explorar las relaciones entre propiedades físicas compatibles. Más aun, consecuentemente con las propiedades físicas, iniciar el estudio intuitivo del sistema cuántico más sencillo, que es: el qubit, comparado en contrapartida con el bit clásico. Por consiguiente, se buscó suscitar por parte de los participantes, la diferenciación entre sistemas clásicos y sistemas cuánticos.

La actividad inicia realizando una identificación de cada una de las propiedades de los bloques lógicos y de cómo cada propiedad puede adquirir valores determinados. Los estudiantes respondieron la secuencia de preguntas, al parecer, sin ningún contratiempo. Se les notó callados y poco expresivos cuando manipularon los bloques lógicos, dando respuesta a las preguntas 1 a la 6. En la solución de las preguntas de la 7 a la 9, se quejaron porque el texto propuesto estaba en inglés, aunque se observó que mediante una lectura atenta alcanzaron a comprender la idea principal del fragmento, y después responder las preguntas. En el texto en el que se basaban las últimas dos preguntas, al parecer fue mucho más fácil de comprender, ya que la metáfora de la brújula para explicar el qubit fue muy dicente.

En el estudio de las propiedades, se percibió poca comprensión del concepto de compatibilidad desde un punto de vista clásico, quedando un poco diluido por qué en mecánica cuántica las propiedades son incompatibles. Esto se debe a que los estudiantes miraron compatibilidad en relación con los valores de la propiedad en algún caso, mientras que en otros, dicen que: *“los valores de la misma propiedad pueden ser compatibles”*. Esto demuestra que cognitivamente se suscitó una confusión entre lo que debía ser compatible, ya que hacían la comparación entre valores y propiedades, y no entre propiedades entre sí. Esto se ve reflejado en respuesta como: *“los valores de una misma propiedad pueden ser compatibles o no, pero los valores de diferentes propiedades no tienen nada que ver con la compatibilidad”* y *“si los valores son compatibles con las propiedades”*

En la conceptualización del bit y los sistemas clásicos, escriben: *“un sistema de una sola propiedad que puede tener dos estados”*, lo cual hace alusión a una concepción del bit como una posibilidad de dos posibles. Mientras que en otra argumentación, *“es la más pequeña unidad de información que puede tener valores de 0 y 1”* deja ver una idea desde un punto de vista de la informática. Sin embargo, se observa que hay una concepción de bit como la dualidad equivalente a la elección entre dos posibilidades igualmente posibles.

Para el qubit, las respuestas a las preguntas ¿Qué es el qubit? y ¿Cuál es la diferencia entre bit y qubit? fueron movilizadas bajo la idea de probabilidad, así: “*de ser en diferente proporción*”, lo cual le asigna una percepción de indeterminación y determinación parcial a la posibilidad de ser uno u otro estado. Las respuestas no fueron acertadas, pero dejan advertir los conocimientos que tienen los estudiantes frente a las consideraciones teóricas planteadas en la unidad didáctica.

### 4.3 La situación de los experimento con qubits

En esta sección se realizó la guía # 3, en la cual se proponían una primera parte de los experimentos con qubits. En el espacio de la biblioteca, se inició explicando en qué consisten los esquemas experimentales, como también se definieron las propiedades de espín y como podían obtener sus valores. Luego se aclaró brevemente en qué consistía cada uno de los cuatro experimentos que se iban a realizar y como se podían apoyar en la simulación virtual del experimento de Stern-Gerlach<sup>4</sup> para verificar las respuestas que presentaban.

En esta ocasión solo pudieron intervenir en la sección tres estudiantes. El trabajo por parte de ellos empezó con una lectura de los preliminares de la guía, en la que se explicaba las propiedades de espín y en que residían las mediciones que se realizaran sobre ellas. Después con la ayuda del simulador empezaron a replicar el esquema experimental de cada uno de los experimentos, notándose que era de gran ayuda para la comprensión de los fenómenos estudiados en ellos.

---

<sup>4</sup> El clásico experimento de Stern-Gerlach muestra que los átomos tienen una propiedad llamada spin (giro). El spin es un tipo de momento angular intrínseco, el cual no tiene una contraparte clásica. Cuando el componente-z de un spin es medido, uno siempre logra uno de dos valores: Spin Up o Spin Down. La simulación está disponible en: <https://phet.colorado.edu/es/simulation/stern-gerlach>

Algo curioso es que en esta ocasión, uno de los estudiantes no trabajó en la resolución de la guía en forma escrita, dedicándose exclusivamente a la manipulación del simulador virtual. Algo que lo cautivó, era: si en los experimentos III y IV, se observaba que se manejaban probabilidades 50 – 50, por qué cuando giraba el imán (herramienta análoga a la caja de medición de espín), las probabilidades cambiaban y no se conservaba el 50%, sino probabilidades desiguales, según el caso. Al parecer intuyó que al girar el imán de alguna forma afectaba el espín de los átomos que pasaban a través de él y de ahí los resultados obtenidos. Surgió entonces la interrogante, si al estudiante cognitivamente le surgía la necesidad de pensar en indeterminación y determinación parcial de un estado.



Figura 19. Resolviendo los experimentos con qubits

Por lo demás, analizando la contestación frente a los elementos conceptuales se apreció:

La confusión con la palabra calibrar, ya que no entendían o asociaban la palabra con lo que se estaba haciendo en el experimento; se debió hacer referencia a aspectos de confiabilidad para que entendieran el objetivo del experimento I. Aunque también el experimento I, tenía como finalidad el familiarizar a los estudiantes con los esquemas experimentales.

En el experimento II, respecto a la pregunta ¿Es posible determinar el estado del qubit antes de entrar a la caja de medición de espín? La respuesta fue la misma:

“No”, lo cual indicaba que los estudiantes empezaban a entender la indeterminación de estados, que es una de las características de los fenómenos cuánticos, mostrando la imposibilidad de conocer con exactitud el estado del qubit antes de la medición.

Ligado a lo anterior, en la pregunta ¿Cuál sería el estado  $|z +\rangle$  o  $|z -\rangle$ , del primero de 100 qubits inicialmente preparados en  $|x +\rangle$ ? contestaron en términos generales, que: “no se puede definir sino hasta después de la medición”, lo que recalcó un elemento primordial de la medición en cuántica, que se menciona como el efecto destructivo que tiene la medición en el estado de un qubit antes de la misma.

En esta actividad, se alcanza a percatar cómo van manifestándose desde los razonamientos de los participantes la indeterminación de los estados cuánticos y el cuestionamiento de la medición. Indirectamente también empieza a nacer la idea de que el qubit debe tener un estado antes de la medición, pero lo caracterizan como uno de dos, no como una superposición de ambos.

#### **4.4 Continuación de los experimentos con qubits y la fundamentación matemática**

Para la sección se propuso desarrollar la guía # 4 y la guía # 5. En el salón de física, se inicia el trabajo, realizando un resumen y presentando algunas conclusiones de la actividad realizada en la guía # 3. Se buscó que quedara claro el papel de los experimentos de complementariedad.

Durante la resolución de la guía # 4 no se suscitaban mayores preguntas en los experimentos V, VI y VII. La interiorización del experimento de complementariedad, hizo que las situaciones fueran fácilmente comprendidas. Cuando se llegó al experimento VIII y su modificación en el experimento IX, se presentó cierta controversia e incompreensión de la situación. No podían explicar que estaba sucediendo para obtener los resultados mostrados en estos dos

experimentos. La discusión en cierto momento se orientó a señalar que los experimentos estaban mal diseñados, aunque siempre se hizo referencia a que correspondía a resultados reales de experimentos reales.

Conceptualmente, como ya se señaló, se mostró una comprensión significativa del experimento de complementariedad, lo que permitió un entendimiento, argumentación y la aplicación en otros experimentos. Por el contrario a lo vivido en los últimos dos experimentos, en los cuales se evidencio cierto desconocimiento e impotencia al no poder discernir qué era lo que estaba pasando. Se presume por los gestos y sentimientos exteriorizados en la discusión que hubo un choque cognitivo, entre lo que era lógico y lo que no lo era.

Cuando en el experimento IX, se introduce el muro deslizante los estudiantes argumentaron que esa simple modificación cambia los resultados, pero frente al por qué cambia los resultados, se mostraron dudas e inseguridades. Fue entonces, cuando se recuerda que el muro estaba contando qubits, lo que rápidamente llevo a inferir que había una medición, mientras que en el experimento VIII no la había. Entonces comprendieron que en este experimento los qubit transitaron sin ser medidos, lo que no modifico su estado. Frente a lo anterior mencionaron *“porque el muro está detectando 50 qubits  $|x+\rangle$  al parecer el muro al contar los qubits cambio el experimento VIII”*

Consecuentemente en la revisión del experimento VIII, se expuso en la lectura que ninguna posibilidad lógica (desde los sistemas clásicos) en el desplazamiento de los qubits, tenía sentido para explicar el experimento. A la pregunta ¿Qué le están pasando a los qubits en su viaje a través del interferómetro? Respondieron que no sabían, que tal vez se estaban *“teletransportando”* de un lugar a otro. Este razonamiento, muestra que los estudiantes crearon la necesidad cognitiva de justificar los fenómenos cuánticos desde la misma cuántica, no desde una concepción clásica.

En la guía # 5, la primera expresión manifestada por los estudiantes es que estaba muy larga. Fueron resolviendo paulatinamente la guía, pero en la sección solo alcanzaron a resolver hasta la parte donde debían explicar, cómo dada una base se podía expresar el vector como la suma de las componentes ortogonales.

En términos generales, se evidenció que los participantes tenían un manejo significativo de elementos como: escalar un vector, el cálculo de la magnitud de un vector y la suma de vectores. Que estuvieron pensados como organizadores previos en el desarrollo de una segunda parte de la guía.

Un elemento conceptual importante, en esta parte, fue la justificación de porque utilizar vectores ortogonales. Referente a esto dijeron: *“porque los vectores ortogonales son excluyentes, de tal forma que el horizontal no tenga relación con el vertical”*. Esto destaca la transcendencia de que los vectores no se proyecten entre sí, correspondiente a estados cuánticos exclusivos. Esto debido a que las propiedades de espín solo pueden tener uno de dos posibles estados. Es significativo porque estas parejas de vectores después serán retomadas en relación con las propiedades espín x y espín z, para representar cualquier estado cuántico.

## 4.5 Continuación de la fundamentación matemática

En este encuentro se continuó realizando la guía # 5. Utilizando lo visto en la primera parte de la guía y lo hecho en la sección anterior, los tres estudiantes que participaron en este momento, empezaron a desarrollar los problemas desde que se hace referencia a las bases de espín x y espín z.

El trabajo fue muy concienzudo y destacó capacidades intelectuales de los estudiantes al tratar argumentos matemáticos en la construcción de un modelo. Eficazmente calcularon módulos y escalaron vectores, además de relacionar la base formada por los vectores  $|z +\rangle$  y  $|z -\rangle$  con el vector  $|x +\rangle$ . En esta parte las preguntas fueron pocas, ya que previamente el docente facilitador había realizado una introducción desde la suma de vectores que forman una base ortogonal.

Las componentes conceptuales en este trabajo giraba en torno a por qué solo los vectores de magnitud 1, podrían representar estados cuánticos. Esta parte presentó dificultades, porque no captaron que se trataba de una suma de probabilidades de eventos mutuamente excluyentes, contando con el axioma de que la probabilidad es positiva y menor o igual a 1. Este fue un aspecto de difícil inferencia por parte de los estudiantes y no fue hasta que en la socialización hecha en la última intervención, se clarificó.

Después de dar la definición de superposición, se estableció una relación con las ecuaciones que construyeron en apartados anteriores de la guía. Ahora de lo que se trataba era de asignar significado físico a la expresión resultante. Donde se dieron respuestas como: *“la ecuación (\*) dice que se tiene un 50% de probabilidades que es lo que ocurre cuando  $|x + \rangle$  cuando ingresan a la caja spin  $z$ ”*. Una explicación para los resultados del experimento VII, fue: *“porque  $|z + \rangle = 1/\sqrt{2} |x + \rangle + 1/\sqrt{2} |x - \rangle$ ”* en lo que podemos ver que se hace una conexión entre el modelo matemático y los resultados experimentales. Y en cuanto a los resultados del experimento VIII, la respuesta fue: *“porque no se utiliza la ecuación (\*)”*. Donde se nota una comprensión significativa del trasfondo conceptual que involucraban cada uno de los experimentos. Se piensa que en este momento hubo una asignación de sentidos y por consiguientes una reconciliación integradora con los elementos teóricos tratados en las guías anteriores.

Después, con las siguientes preguntas, se hizo una pequeña etapa verificadora donde debían crear e interpretar ecuaciones en las que se manejaran probabilidades diferentes a las de 50 – 50. Estas probabilidades son 90 – 10 y 75 – 25, además de su interpretación geométrica. Las respuestas fueron satisfactorias, ya que fueron dadas según lo esperado y dio a entender que había una asimilación significativa del concepto de superposición. Concerniente a la pregunta por la superposición, dicen: *“es la probabilidad que tiene los estados que forma una base de ser un estado cuántico”*. Definitivamente no es una definición muy precisa, pero señala apropiación del concepto.



## 4.6 La experiencia con la aplicación de la superposición en criptografía cuántica

Este fue el último encuentro, donde se propuso la guía # 6. En esta oportunidad solo se pudo contar con dos participantes. El trabajo inicia con la explicación y el establecimiento de relaciones con el principio de superposición, como también, la introducción de la notación adecuada para la aplicación. Se vieron cómodos en esta parte, y no tuvieron dificultades en la asimilación de la nueva notación.

En la descripción de los pasos, tuvo que explicarse la secuencia de fotones como estaban en la imagen, ya que no sabían cuál era el primer fotón o el último. A pesar de la pequeña introducción que se hace en la guía para cada paso, se dificultaba tener precisión en las descripciones hechas por los estudiantes. Se piensa que puede ser algo usual, ya que la interpretación a partir de imágenes puede ser muy subjetiva.

Conceptualmente quedo algo perdida la idea de cuando era que en la elaboración del protocolo intervenía el principio de superposición, ya que en cierto momento pesaban que actuaba era en la elección de las bases. Esto se evidencia cuando se pregunta por la elección de la base al mencionar: *“la posibilidad de que Bob acierte la elección de la base se debe a que la fórmula de la superposición dice que puede ser de 50%”*. No alcanzaron a percibir que habían dos tipos de probabilidades: una cuántica donde intervenía la superposición de estados y una clásica dada en el momento de elección de la base.

Si bien no fue claro para los estudiantes en qué momento se utilizó el principio de superposición, acertaron al aludir que: *“la superposición en el protocolo está presente cuando se alteran las probabilidades de que Bob acierte en los valores con Alice”*. Es decir, en la determinación parcial, se asume que Bob tiene un porcentaje de probabilidad definido, que es alterado cuando el espía toma mediciones.

En conclusión, los resultados fueron satisfactorios por las siguientes razones: a pesar del inconveniente de algunos de los participantes para asistir a las secciones se logró realizar toda la intervención tal y como estaba planeado. Además, se consiguió poner en discusión y análisis conceptos abstractos, tanto en forma experimental como matemática, con los que, los estudiantes tuvieron la oportunidad de interactuar y sobre todo aprender. También se destaca la aproximación de manera rigurosa que realizaron los alumnos a tema de actualidad en la física y en el desarrollo tecnológico.

## **5. Conclusiones y recomendaciones**

### **5.1 Conclusiones**

Se caracterizó una evolución significativa del concepto de superposición a medida que se realizaban las actividades, sin embargo, queda un sentimiento de que se puede profundizar un poco más en la comprensión del concepto y sus aplicaciones en situaciones de la cotidianidad. Es de esta forma, que se debe reflexionar sobre el papel de los fenómenos cuánticos en el entendimiento del mundo circundante.

Se considera que se realizó una buena intervención didáctica y en cierta forma se cumplió con el objetivo de promover un aprendizaje significativo de conceptos fundamentales de la mecánica cuántica. Se dice “en cierta forma”, porque aún quedan aspectos por mejorar y que a la vez no fueron considerados, pero como labor ardua del docente queda en sus manos hacer una reflexión crítica de sus prácticas pedagógicas, replantearlas y modificarlas para alcanzar la perfección en sus métodos de enseñanza.

Para terminar, pienso que durante el proceso de elaboración, aplicación y evaluación del trabajo de investigación, se generó cierta incertidumbre al tratar fundamentos cuánticos desde un punto de vista totalmente nuevo, a como tradicionalmente se han empleado. Quedando la sensación de que sigue germinando una semilla de una renovación curricular en el campo de enseñanza de las ciencias, donde se adopten nuevos enfoques metodológicos y se aborden temas de avanzada en el desarrollo social y tecnológico.

## 5.2 Recomendaciones

Algo importante a tener en cuenta para trabajos del mismo tipo es la precisión en el diseño de las actividades. Una de las dificultades que se presentaron con las guías didácticas que se especificaron anteriormente, fue la claridad en las consignas e instrucciones, ya que fue común en algunas ocasiones que los participantes no entendieran lo que había que hacer en determinada actividad. También el volumen de las mismas, es decir, considerar muy detalladamente que no sean muy extensas y cargadas de contenidos, ni tampoco muy cortas y superficiales teóricamente, de ahí que, la escogencia de los contenidos sea delimitada a los tiempos disponibles en la aplicación.

Considerar herramientas y estrategias que favorecen el aprendizaje significativo de los temas. Tales estrategias facilitadoras son los mapas conceptuales, los diagramas V y los organizadores previos. Que se convierten en fuentes metodológicas y heurísticas que pueden ser utilizadas en cualquier etapa del diseño de UEPS.

Por otra parte, la escuela debe propender a visualizar nuevas esferas del conocimiento que están a la vanguardia en el desarrollo social y económico. Para que así, los estudiantes sean formados con una conciencia crítica frente a los adelantos tecnológicos dados en sus vidas. Esto implicaría repensar el currículo en el área de enseñanza de las ciencias, donde se fomente la producción científica y el desarrollo sostenible de las sociedades.

## **6.Anexos: Guías y actividades de la unidad didáctica**

## 6.1 Guía # 1



### COLEGIO SAN IGNACIO DE LOYOLA

**Estudiante:** \_\_\_\_\_ **Grado:** \_\_\_\_\_

**Área** Ciencias naturales.

**Fecha:** \_\_ de marzo 2014

**Asignatura:** Física

**Sección # 1**

**Docente:** Gustavo Eduardo López Ramírez.

#### La cifra del César

Según cuenta Suetonio en Vida de los Césares, Julio César enviaba los mensajes a sus generales sustituyendo cada letra del alfabeto por la correspondiente tres posiciones más avanzadas:

Alfabeto llano	a	b	c	d	e	...	x	y	z
Alfabeto cifrado	D	E	F	G	H	...	A	B	C

Ejemplo:

Texto llano: este es un mensaje cifrado

Texto cifrado: HVXH HV XQ PHQVDMH FLIUDGR

Puede complicarse un poco si se eliminan los espacios entre palabras

Texto llano: esteesunmensajecifrado

Texto cifrado: HVXHHVXQPHQVDMHFLIUDGR

Evidentemente, no hace falta limitarse a avanzar tres letras. Tenemos 26 posibilidades de formar una cifra del César.

Esta sencilla cifra nos presenta ya los elementos básicos del proceso de encriptación de un texto:

1. Cifra: Método de codificación. En este caso el método es la transposición cíclica de las letras del alfabeto.
2. Texto llano: texto del mensaje a codificar. Buscaremos siempre métodos que permitan codificar cualquier texto, es decir, que evitaremos considerar las claves que se basan en una serie de palabras previamente concertadas



4. Discute con tus compañeros cuales fueron sus impresiones al recibir y tratar de descifrar el mensaje. Escriban las conclusiones a las que llegaron.

---

---

---

---

---

---

---

### Actividad # 2

1. Lee el siguiente texto:

#### **La cuántica aplicada a la seguridad: Claves criptográficas inviolables<sup>1</sup>**

La *mecánica cuántica* ofrece nuevas formas de procesamiento y transmisión de la información. Una de las más importantes es su aplicación a la seguridad en los protocolos de transmisión. Los sistemas físicos cuánticos presentan propiedades fascinantes que parecen diseñadas para su utilización en seguridad. Sin embargo, tardaron en verse las aplicaciones debido a lo misterioso y anti intuitivo de las mismas. Aún hoy cuesta pensar sobre algunas de ellas.

La primera propiedad, que se deducía de la linealidad de la función de onda de Schrödinger, es la *superposición de estados*.

Sabemos que un *qubit*, como *sistema cuántico*, además de los estados clásicos "0" y "1", puede encontrarse en una *superposición* de ambos *al mismo tiempo*.

---

<sup>1</sup>Tomado de: <http://www.factorhumanoformacion.es/blog/la-cu%C3%A1ntica-aplicada-a-la-seguridad-claves-criptogr%C3%A1ficas-inviolables/?p=2&de=2367818+member+5834923784754208768> (21 de febrero de 2014)



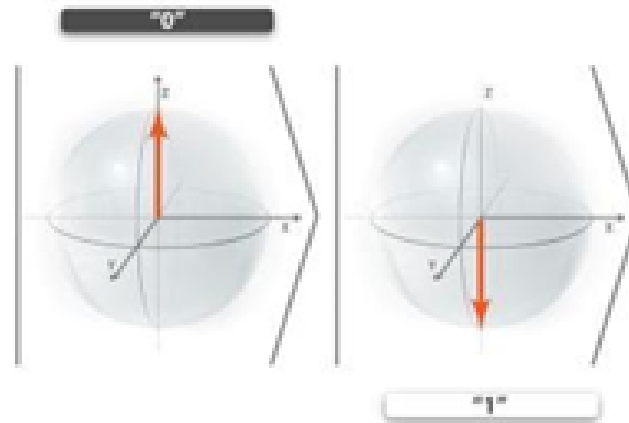


Fig. 1. Los dos estados "clásicos" de un qubit representados en la esfera de Bloch.

Una **superposición** de estados de un **qubit** se puede escribir como:

$$\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$$

Donde  $\alpha$  y  $\beta$  son los coeficientes que dan "el peso" de cada uno en la **superposición**. Es decir, nos van a dar la **probabilidad** del resultado de la **medida**.

Si, por ejemplo  $\alpha^2 = \beta^2 = \frac{1}{2}$  significa que tenemos el 50% de **probabilidades** de obtener un cero y el 50% de obtener un 1. Si alguien que desconoce el **estado del qubit** lo mide, obtendrá un 0 o un 1 pero nunca sabrá qué estado tenía antes de la **medida**. El **estado** cambia, es decir, pasa a valer el resultado de la **medida** y no se puede "reconstruir" la **superposición**.

$$\left| \begin{array}{c} z \\ | \\ y \\ | \\ x \end{array} \right\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \begin{array}{c} z \\ | \\ y \\ | \\ x \end{array} \right\rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} \left| \begin{array}{c} z \\ | \\ y \\ | \\ x \end{array} \right\rangle$$

FIG. 2. Representación en la esfera de Bloch de la superposición de estados del ejemplo.

Esta propiedad, es fundamental desde el punto de vista de la seguridad en la transmisión y se basa en el *principio de incertidumbre de Heisenberg (1927)*. Siempre que se realiza una *medida* (observación) el *estado del sistema* "cambia". Este es el secreto de la inviolabilidad: en una comunicación cuántica el espía siempre deja rastro.

¿Cabría la *posibilidad* de crear copias del *estado cuántico* y realizar muchas medidas deduciendo los coeficientes a partir de la estadística de los resultados?

Wootters y Zurek en 1982 demostraron que si existe un equipo capaz de clonar los *estados cuánticos* 0 y 1, no puede existir un equipo capaz de clonar una *combinación lineal* arbitraria de éstos. Es el conocido teorema de la no clonación.

En 1984 Bennett y Brassard hacen público un protocolo (BB84) que basándose en estas propiedades establece una transmisión completamente segura: Si un espía estuviera interceptando la información sería detectado.

Otra de las propiedades aplicables a la seguridad en la transmisión de la información, quizás la más misteriosa, es el entrelazamiento cuántico.

El 15 de Mayo de 1935 Physical Review publica un artículo titulado *Can Quantum-Mechanical Description of Physical Reality Be Considered Complete?* (¿Puede Considerarse Completa la Descripción Mecánico-Cuántica de la Realidad física?).

Firmado por Einstein, Podolsky y Rosen, es una carga de profundidad contra la Mecánica Cuántica y su entrelazamiento cuántico.

El artículo concluía que la función de onda de Schrödinger no proporciona una descripción completa de la realidad física porque, si así fuera, la realidad *no sería local*. Este argumento pasó a la historia como la paradoja EPR (Einstein, Podolsky, Rosen).

Pero.... ¿Qué significa que la realidad no sea local?

Significa que una acción ejercida sobre una determinada partícula afecta a otra de forma instantánea aunque esa otra se encuentre en el otro extremo del universo.

Esta idea le repugnaba a Einstein y lo llamaba "acción fantasmal a distancia".

Sin embargo, en 1982 Alain Aspect demostró experimentalmente lo que la formulación matemática de la mecánica cuántica predecía: la realidad *no es local*.

Esta idea es inexistente en nuestra concepción de la realidad. En nuestro *mundo clásico* resulta muy difícil pensar sobre ella. Incluso utilizando las matemáticas de la *mecánica cuántica* para razonar, es muy fácil caer en analogías clásicas que nos induzcan a errores.

La prueba de ello es que hubo que esperar hasta la década de los 90 para que los investigadores comenzaran a preguntarse sobre la utilidad del entrelazamiento en el procesado de la información. Su *pensamiento clásico* no les dejaba ver con nitidez.

Así, en 1991, Artur K. Ekert, de la Universidad de Cambridge, publicó un procedimiento en el que utilizaba el entrelazamiento cuántico para distribuir *claves criptográficas* inviolables.

Este procedimiento se denominó protocolo E91 y es una generalización del que propusieron Bennett y Brassard (BB84).

A partir de aquí apareció una riada de aplicaciones, como la teleportación cuántica, basadas en el entrelazamiento.

Las principales leyes de la mecánica cuántica y su correspondiente *formulación matemática* se encuentran bien establecidas desde hace más de ocho décadas. Sin embargo sus aplicaciones prácticas se han visto limitadas, entre otras razones, por una falta de comprensión profunda de las mismas. Debemos aprender a pensar de forma diferente, cambiar nuestro pensamiento "*clásico*" por uno "*cuántico*".



## 6.2 Guía # 2



COLEGIO SAN IGNACIO DE LOYOLA

Estudiante: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_  
 Área Ciencias naturales. Fecha: \_\_\_ de Abril 2014  
 Asignatura: Física Sección # 2  
 Docente: Gustavo Eduardo López Ramírez.

### ¿QUÉ SON LOS BITS?

#### Los bloques lógicos

Los bloques lógicos constan de cuarenta y ocho piezas sólidas, de madera o plástico de fácil manipulación. Cada pieza se define por cuatro propiedades: color, forma, tamaño y grosor. Cada propiedad tiene unos valores diferentes.

Escribe los posibles valores que puede tomar cada propiedad.

El color: \_\_\_\_\_

La forma: \_\_\_\_\_

El tamaño: \_\_\_\_\_

El grosor: \_\_\_\_\_

1. Selecciona los bloques lógicos atendiendo a una propiedad y con dos valores.
2. Selecciona los bloques lógicos atendiendo a dos propiedades con dos valores cada una.
3. Responde: ¿la escogencia del valor de una propiedad excluye el valor de la otra? Es decir, el que la propiedad color, con valor rojo, excluye que el bloque lógico tenga en la propiedad forma triángulos Si No ¿Por qué?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

4. Responde: ¿podrías dar un ejemplo donde la escogencia de un valor de una propiedad en un bloque lógico excluye el valor de la otra, es decir puede estar en uno y solo un estado de dos posibles?

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

5. Utilizando el termino *compatibilidad* que conclusiones sacarias de lo sucedido en las preguntas anteriores.

---



---



---

6. Responde: ¿podrias dar ejemplos donde un propiedad cualquiera puede estar en uno de dos valores posibles?

---



---



---

Lee el siguiente texto:

#### CLASSICAL SYSTEMS - THE CLASSICAL BIT

The simplest classical system is a classical bit (binary digit), corresponding to a system with one characteristic property which can have two different states, denoted as 0 and 1. The bit is also the smallest unit of classical information, and should be contemplated as abstract object. Various physical realizations of a bit are possible, ranging from a switch that can be on or off, over a voltage with possible values 0V or 5V , to the position of a ball with possible values x0 or x1. Only one characteristic property is considered, and all other features are neglected or fixed to a certain value. In the case of the ball only its position (e.g. on an upper shelf or lower shelf) is important, while its mass, color or size are irrelevant.<sup>1</sup>

7. ¿A que se hace referencia con sistema clasico?

---



---



---

8. ¿Qué es un bit clasico?

---



---



---

9. ¿Cómo se puede evidenciar en los bloques logicos la utilizacion del bit clasico?

---



---



---

### ¿QUÉ ES EL QUBIT?

<sup>1</sup>Dur, W. Heusler, S. (2013) *What we can learn about quantum physics from a single qubit*. P 1.

Un qubit (del inglés qubit, de quantum bit) es un estado cuántico en un espacio vectorial complejo bidimensional. Un qubit es la unidad mínima de información cuántica. Sus dos estados básicos se llaman, convencionalmente,  $|0\rangle$  y  $|1\rangle$  (se pronuncian: ket cero y ket uno). Un estado qubital puro es una superposición cuántica de esos dos estados. Esto es significativamente distinto al estado de un bit clásico, que puede asumir solamente un valor 0 ó 1

Una forma más fácil de entenderlo es, por ejemplo: si consideras la aguja de una brújula que esta hacia el norte, es como un qubit que está en un estado  $|0\rangle$ . Y cuando la aguja del compás esta hacia el este, que es como un qubit en estado  $|1\rangle$ . Sin embargo, una aguja de la brújula también puede apuntar noreste. La dirección noreste no es, ni norte ni este, pero es una superposición de partes iguales norte y este: si se agrega un vector orientada hacia el norte y un vector de señalando hacia el este de igual magnitud, obtendrá un vector que apunta al noreste. Del mismo modo, el estado qubit  $\frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle)$  no es ni  $|0\rangle$  ni  $|1\rangle$ . Pero es una superposición de partes iguales  $|0\rangle$  y  $|1\rangle$

#### Ejercicio:

Mira el siguiente video y escribe lo que entendiste sobre lo que es un qubit. Enlace:

<http://www.youtube.com/watch?v=xbW7wF2L4b0>

10. El qubit es:

---

---

---

---

11. ¿Cuál crees que es la diferencia entre un bit y un qubit?

---

---

---

---

## 6.3 Guía # 3



COLEGIO SAN IGNACIO DE LOYOLA

Estudiante: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_

Área Ciencias naturales.

Fecha: \_\_\_ de Abril 2014

Asignatura: Física

Sección # 3

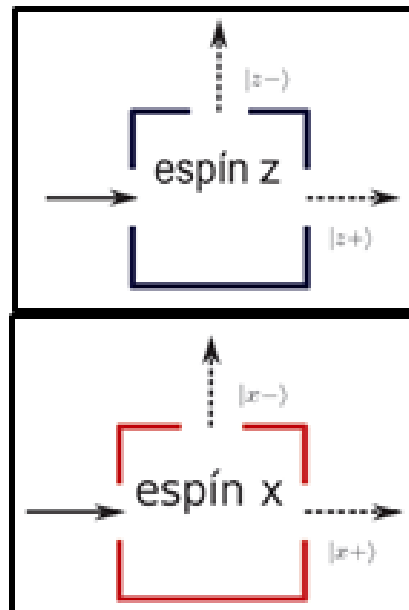
Docente: Gustavo Eduardo López Ramírez.

### ACTIVIDAD: EXPERIMENTOS CON QUBITS I

En los experimentos determinaremos los dos posibles valores que podría tomar un qubit como  $+1$  y  $-1$ <sup>2</sup>. Además tomaremos las propiedades espín  $z$  y espín  $x$ , como características propias de los qubits. Es de esta manera que un qubit, se dice que tiene o está en cierto estado cuántico de acuerdo a los valores de sus propiedades. Si su espín  $z$  vale  $+1$  es porque está en el estado "espín  $z$  más" y si vale  $-1$ , en el estado "espín  $z$  menos". Para identificarlos usaremos los símbolos  $|z+\rangle$  y  $|z-\rangle$ , respectivamente. Del mismo modo, los símbolos  $|x+\rangle$  y  $|x-\rangle$  representarán los estados cuánticos "espín  $x$  más" y "espín  $x$  menos" de la propiedad espín  $x$ .

- Experimento I (calibración)

Ya que sabemos lo que necesitamos de los qubits, que tienen dos propiedades, espín  $z$  y espín  $x$ , y que cada una solo puede valer  $+1$  ó  $-1$ , describamos los instrumentos con los que es posible medir estos valores y determinar los estados cuánticos de los qubits. El instrumento que mide la propiedad espín  $z$  se llama "caja de espín  $z$ ". La caja tiene tres aberturas, y funciona de la siguiente manera: los qubits entran por la abertura izquierda (flecha continua), y si el espín  $z$  vale  $+1$ , entonces sale por la abertura marcada con  $|z+\rangle$  (a lo largo de la flecha punteada), y si vale  $-1$  entonces sale por la abertura marcada con  $|z-\rangle$ . (Ver figuras de la derecha). Ahora bien, la finalidad de estas cajas, aunque simple, es muy importante: lo que nos dicen es que los qubits que salen por la abertura  $|z+\rangle$  están en el estado cuántico  $|z+\rangle$ , lo que es lo mismo que decir



<sup>2</sup> Básicamente es lo mismo en pensar en los dos valores de un qubit como 0 o 1, y  $+1$  o  $-1$ . Lo importante es resaltar la distinción entre los dos estados.



que el estado cuántico (y el valor de la propiedad de espín) se determina sabiendo la abertura por la que salen los qubits.

Así mismo, existen "cajas de espín x" y funcionan de manera análoga: el estado cuántico de espín x de los qubits se determina sabiendo la abertura por la que salen.

Contesta las siguientes preguntas:

1. ¿Qué es calibrar?

---



---



---

2. ¿Cuál crees que es la importancia de la calibración de las cajas de Espín?

---



---



---

3. Utilizando el simulador virtual realiza la calibración de la caja de espín x y la caja de espín z. ¿Qué ventajas y desventajas tiene la utilización del simulador?

---



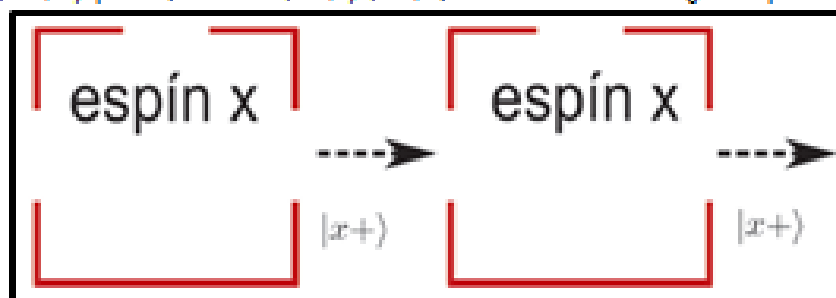
---



---

- Experimento II (medición de espín)

Mediciones repetibles (primer y segunda medición) de espín x. Si un qubit se mide en  $|x+\rangle$ , al repetir la medición espín x el resultado será siempre  $|x+\rangle$ . Lo mismo para qubits en  $|x-\rangle$ , y para qubits en  $|z+\rangle$  y  $|z-\rangle$  que se miden con cajas espín z.



Responde:

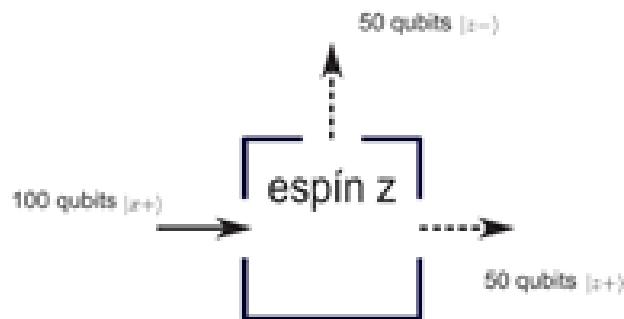
4. ¿Cómo garantizaría que en una segunda medición se obtuviera un qubit en estado  $|x-\rangle$  o estado  $|z+\rangle$ ?

5. Si después de una primera medición se obtiene  $|z+\rangle$  ¿se podría predecir con exactitud el estado del qubit antes de entrar a la caja de espín  $z$ ?

6. Describe la realización del experimento en el simulador virtual.

• Experimento III (complementariedad I)

Hasta el momento hemos estudiado las propiedades espín  $x$  y espín  $z$  por separado, ahora planteemos ciertas correlaciones entre ambas. Analiza la imagen y contesta:



7. Realiza una explicación detallada de lo que está sucediendo en la imagen.

8. Si de los 100 qubits en estado  $|x+\rangle$  que entran en la caja espín  $z$ , entran de uno en uno. ¿Cuál será el estado de ese primer qubit:  $|z+\rangle$  o  $|z-\rangle$ ? Justifica tu respuesta.

9. ¿Cuál es la probabilidad que de cada uno de los 100 qubits en estado  $|x+\rangle$ , salga por alguna de la compuerta en estado  $|z+\rangle$  o estado  $|z-\rangle$ ? Justifica tu respuesta.

10. Describe la realización del experimento en el simulador virtual.

---



---



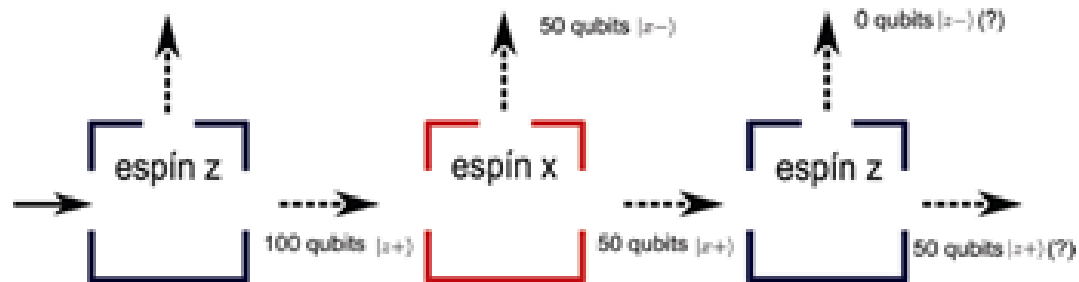
---



---

- Experimento IV (complementariedad II)

Analiza la secuencia de mediciones que se dan entre tres cajas:



11. ¿Es correcta la afirmación resultante del proceso de mediciones en cada una de las tres cajas? Justifica tu respuesta.

---



---



---

12. Para usted, en caso tal que considere que la argumentación sea incorrecta ¿Cuál sería entonces la secuencia correcta de los valores de salida de la puerta en cada una de las tres cajas? Realice un diagrama.

13. Verifica la gráfica que realizó en el numeral anterior en el simulador virtual

## 6.4 Guía # 4

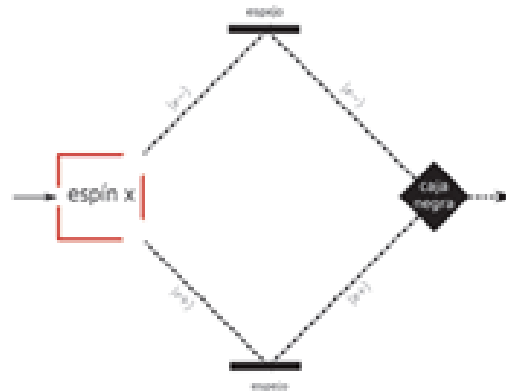


### COLEGIO SAN IGNACIO DE LOYOLA

Estudiante: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_  
 Área Ciencias naturales. Fecha: \_\_ de Abril 2014  
 Asignatura: Física Sección # 4  
 Docente: Gustavo Eduardo López Ramírez.

#### ACTIVIDAD: EXPERIMENTOS CON QUBITS II

Para la segunda parte de los experimentos con qubits, se considerara un nuevo instrumento denominado interferómetro de espines. El cual consta de una caja de medición de espín; que en este caso es una caja de medición de espín  $x$  con dos brazos por los que saldrán los qubits según el estado en que sean preparados  $|x+\rangle$  o  $|x-\rangle$ , estos a su vez chocaran contra un espejo que cambiara únicamente su dirección para dirigirlos a una caja negra de los que salen todos en la misma dirección, tal y como se muestra en la figura.

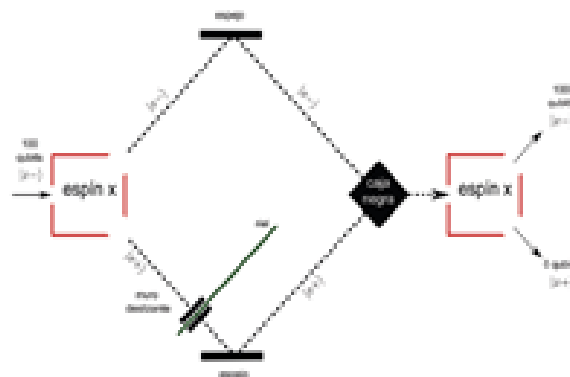


A continuación describiremos cada uno de los experimentos con qubits en los que se utilizara el interferómetro de espines.

- Experimento V (Calibración)

Para la calibración del interferómetro de espines, se prepararan 100 qubits en estado  $|x-\rangle$  y se trunca o corta el brazo  $|x+\rangle$  con un muro y un riel deslizante que a la vez nos permitirá llevar la cuenta de si algún qubit choca contra el riel.

Analiza la siguiente imagen y responde:



1. ¿Utilizando el simulador virtual y de acuerdo con la imagen, se podría decir que el interferómetro de espines está funcionando de forma adecuada? Justifica tu respuesta.

---



---



---

2. ¿Cuáles podría ser los casos en los que el interferómetro de espines no estuviera funcionando en forma adecuada?

---



---



---

3. ¿Qué sucedería si se preparan 100 qubits en estado  $|x+\rangle$  y se trunca el brazo  $|x-\rangle$  del interferómetro?

---



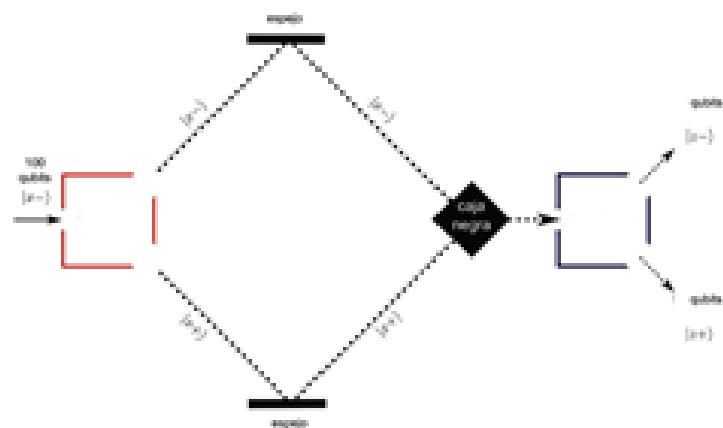
---



---

- Experimento VI

Sabiendo que el interferómetro funciona bien, quitaremos el muro y el riel de uno de los brazos del interferómetro de espines y después de la caja negra ubicaremos una caja de medición de espín  $z$ . Completa en la siguiente figura el experimento. De ser necesario utiliza el simulador virtual.



4. ¿Podría conjeturar cuáles son los resultados que se obtienen después de la caja de medición de espín z?

---



---

5. Con la ayuda del simulador virtual ¿Por qué crees que se obtiene ese resultado?

---



---



---



---

6. Si en la figura, en vez de considerar 100 qubits en estado  $|x-\rangle$ , consideramos 100 qubits en estado  $|x+\rangle$ , que ingresan en el interferómetro ¿Cuál sería el resultado después de la medición en la caja de espín z?

---



---



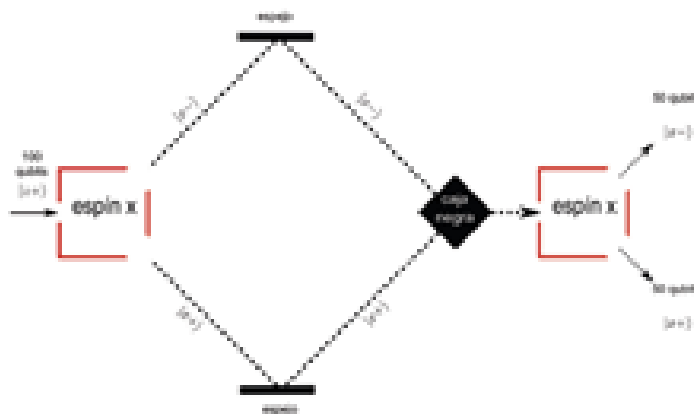
---



---

#### • Experimento VII

Analiza la siguiente imagen donde se representa el experimento VII y luego responde las preguntas planteadas



7. realiza una descripción del experimento

---



---



---



---

8. ¿Cómo explicarías que después de la caja negra en que se hace una medición del espín  $x$ , se obtenga como resultado 50 qubits  $|x-\rangle$  y 50 qubits  $|x+\rangle$ ?

---



---



---

9. ¿Cuál o cuáles experimentos realizados con anterioridad pueden apoyar su respuesta en la pregunta 8? Justifica tu respuesta

---



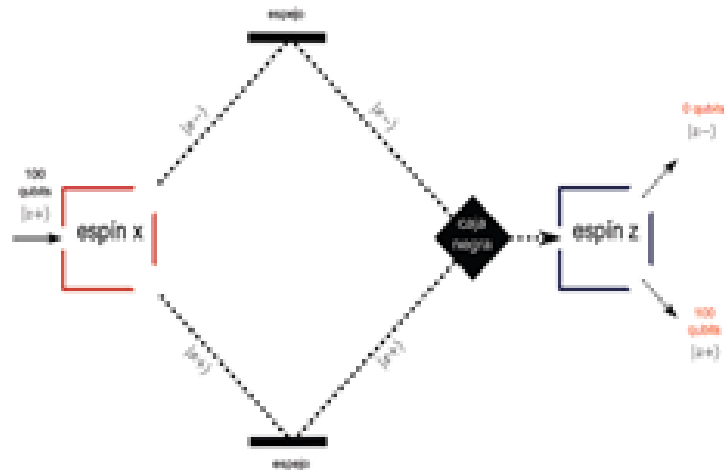
---



---

• Experimento VIII

La siguiente imagen corresponde a un experimento real donde se preparan 100 qubits  $|z+\rangle$  y después del proceso de medición en el interferómetro se obtiene un resultado inesperado.



10. Realiza una descripción del experimento observado en la imagen

---



---



---

11. Según el proceso de medición ¿Cuál considera usted que debería ser el resultado correcto? Explique el proceso de medición

---



---



---

12. ¿Podría conjeturar a qué se debe el resultado del experimento descrito en la imagen?

---



---



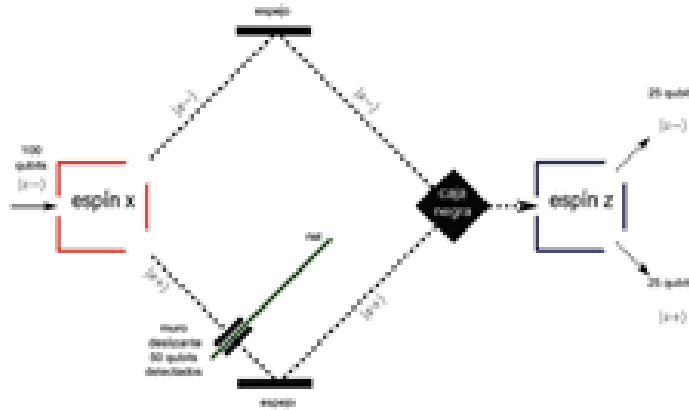
---



---

• Experimento IX (Interferómetro truncado)

Ahora si al montaje realizado en el experimento colocamos un muro o riel en el brazo  $|x+\rangle$  del interferómetro, de tal modo que los qubits que viajen por ese brazo queden detenidos en el muro se obtendrá el siguiente resultado, como se muestra en la figura



13. Realiza una descripción de los qué está sucediendo en el experimento

---



---



---



---

14. ¿Podría explicar por qué la presencia del muro modifica el resultado del experimento?

---



---



---



---

15. ¿Qué le hace el muro al experimento?

---



---



---



---



## Actividad: Experimento VIII revisado

Lee con atención el siguiente texto<sup>1</sup>.

Sea entonces uno de estos qubits  $|z+\rangle$  que entra al interferómetro de la figura del experimento VIII. ¿Qué rutas puede seguir para llegar a la caja negra?

- ¿Puede irse por el brazo  $|x-\rangle$ ? Parece que no. El resultado del experimento IX nos garantiza, precisamente, que cuando los qubits van por este brazo, los estados finales tienen una probabilidad 50:50 de ser  $|z+\rangle$  o  $|z-\rangle$  y recordemos que de la caja negra sólo salen qubits  $|z+\rangle$ .
- ¿Se va por el brazo  $|x-\rangle$ ? entonces? No, por las mismas razones.
- ¿Será que de algún modo viaja por ambos brazos? Otra vez, no. Esto también puede concluirse del experimento IX. El hecho de poner el muro en uno de los brazos nos permite verificar que los qubits, en efecto, viajan uno a la vez por alguno de los brazos: la mitad chocarán contra el muro, y la otra mitad llegará a la caja negra. Esto quiere decir también que no puede ser que un qubit se parta en dos y cada mitad viaje por un brazo diferente. No es posible que un qubit viaje por los dos brazos a la vez.
- ¿Puede ser que no vaya por ninguno? Ciertamente no. Si hay muros en ambos brazos, nada llega a la caja negra.

Es decir, los qubits que atraviesan el interferómetro no van por el brazo  $|x-\rangle$  y no van por el brazo  $|x+\rangle$  y no van por ambos brazos y obviamente no es que vayan por ninguno, ...

16. Entonces el asunto es ¿Qué le está pasando a los qubits en su viaje a través del interferómetro?

---



---



---



---

17. ¿Cómo lógica siguen los qubits en su viaje por el interferómetro?

---



---



---

<sup>1</sup> Tomado de: CASTRILLÓN, Johnny. (2013). *Mecánica Cuántica Fundamental: Una Propuesta Didáctica*. P 28. Sin publicar.

## 6.5 Guía # 5



COLEGIO SAN IGNACIO DE LOYOLA

Estudiante\* \_\_\_\_\_ Grado\* \_\_\_\_\_  
 Área Ciencias naturales. Fecha\* \_\_\_ de Mayo 2014  
 Asignatura\* Física Sección # 5  
 Docente\* Gustavo Eduardo López Ramírez.

### FORMALISMO MATEMÁTICO CUÁNTICO

#### Preliminares y conocimientos previos.

La fundamentación matemática que se abordará a continuación, se definirá en un espacio vectorial de dimensión dos. Es de esta forma que a los vectores en el plano diremos que está en un espacio vectorial  $\mathbb{R}^2$ .

**Vector coordenado y suma de vectores:** Un vector  $|v\rangle$  en el plano  $xy$  es un par ordenado de números reales  $(x,y)$ . Los números  $x$  y  $y$  se denominan elementos o componentes del vector  $|v\rangle$ . Así se define el vector  $|v\rangle$  como  $|v\rangle = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$  donde  $x$  es la coordenada en el eje horizontal y  $y$  la coordenada en el eje vertical.

Gráficamente la suma o resultante de vectores se obtiene uniendo sucesivamente los extremos y orígenes de ellos, como se muestra en la figura 1. El vector suma o resultante se obtiene uniendo el primer origen con el último extremo.

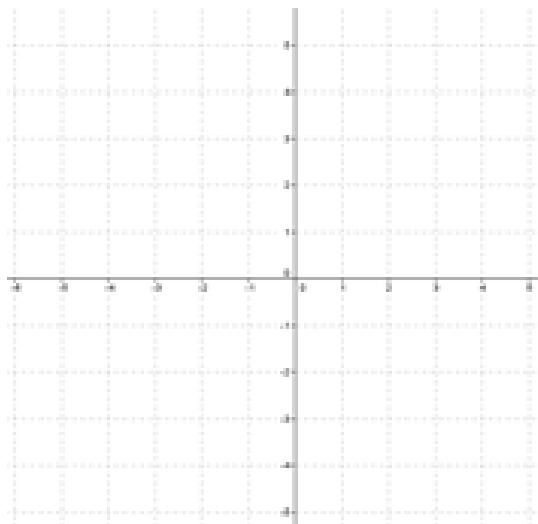


Figure 1

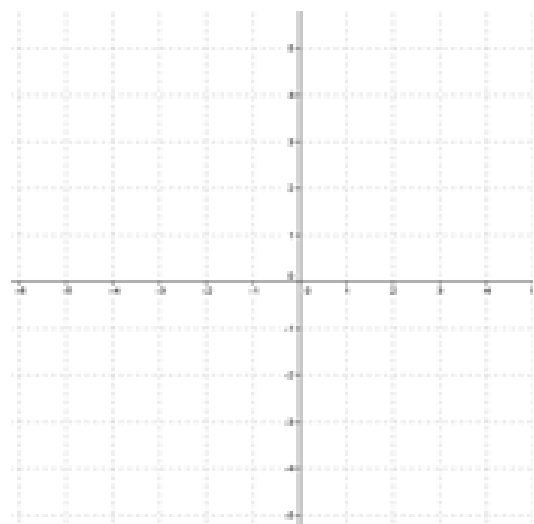
**Módulo de un vector:** El módulo de un vector representa su longitud. Se calcula como la raíz cuadrada de la suma de sus componentes elevadas al cuadrado. Es de esta forma que el módulo del vector  $|A|$  se denota por  $|A|$ .

**Multiplicación de número (escalar) por vector:** Esta operación consiste en escalar la magnitud del vector según el número que lo multiplica, sin alterar la orientación del vector. Todo vector  $(x, y)$  se puede multiplicar por un escalar  $h$ , es decir por un número real  $h$ , de la siguiente manera:  $h(v) = \begin{bmatrix} hx \\ hy \end{bmatrix}$

1. Grafica el vector resultante si  $v = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$  y  $h = 2$ .



2. Grafica el vector resultante si  $v = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$  y  $h = 1/2$ .



3. ¿Calcula el módulo de cada uno de los vectores que dibujó?

--	--

**Multiplicación de vector por vector:** En esta multiplicación el resultado es un número, no un vector. Geométricamente, si tenemos dos vectores  $|f\rangle$  y  $|i\rangle$ , el producto de ambos  $\langle f|i\rangle$ , se obtiene de multiplicar la magnitud del vector  $|f\rangle$  ( $|f|$ ), la magnitud del vector  $|i\rangle$  ( $|i|$ ), por el coseno del ángulo que se forma entre los dos vectores:  $\langle f|i\rangle = |f||i|\cos(\theta)$ . Entonces si los vectores son de magnitud 1 se tiene que (Fig. 2):

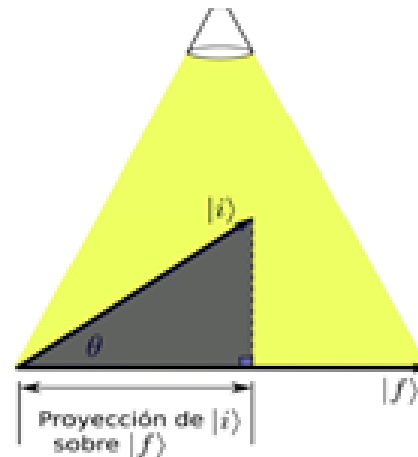
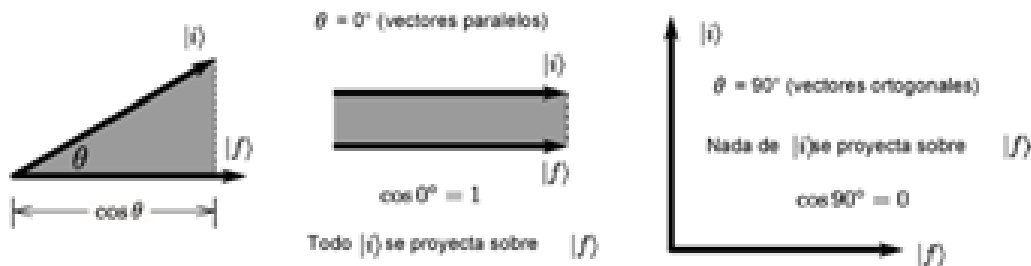


Figura 2

Caso que se pueden presentar en el producto de dos vectores en  $\mathbb{R}^2$ .

$$\langle f|i\rangle = |i||f|\cos\theta = 1 \times 1 \times \cos\theta = \cos\theta.$$



**Vectores ortogonales:** Los vectores  $|i\rangle$  y  $|f\rangle$  diferentes de cero son ortogonales (o perpendiculares) si el ángulo entre ellos es  $\pi/2$ . Los vectores ortogonales son los que utilizaremos para representar a los qubits en sus respectivos estados. Es de esta forma que los vectores  $|z+\rangle$  y  $|z-\rangle$  son vectores ortogonales.

4. Responde: ¿Por qué crees que los vectores ortogonales son los adecuados para representar los dos posibles estados de un qubit?

---



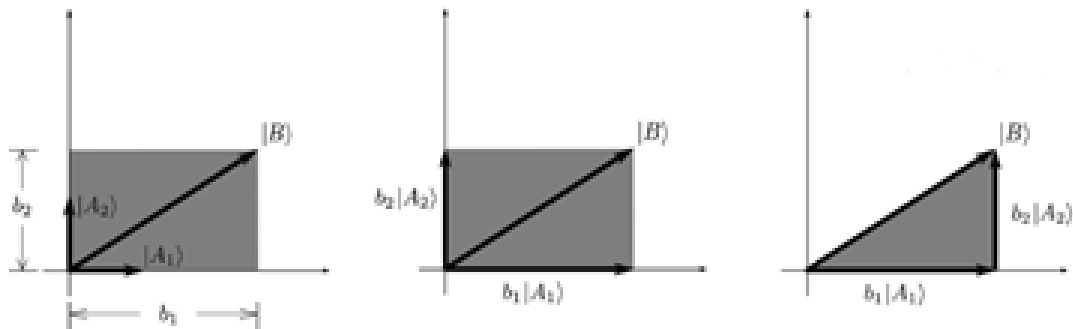
---



---

**Dimensión y base de un espacio vectorial:** La dimensión de un espacio vectorial tiene que ver con la ortogonalidad de vectores: en dicho espacio es siempre posible formar subconjuntos cuyos vectores sean ortogonales entre sí. La dimensión del espacio es el número máximo de estos vectores. En un espacio de dos dimensiones, por ejemplo, podemos dibujar infinidad de parejas de vectores ortogonales, pero solo parejas...

5. Analiza la siguiente secuencia de imágenes. Considerando que  $b_1$  y  $b_2$  son escalares y  $|A_1$ ,  $|A_2$  y  $|B$  son vectores, y recurriendo a los conceptos mencionados con anterioridad, responde:



- a. En la imagen de la izquierda ¿Qué significado tienen los escalares  $b_1$  y  $b_2$ ? ¿Cuál es la relación entre  $|A_1$  y  $|A_2$ ?

---



---



---

- b. En la imagen del centro ¿Qué relación se da entre  $b_2$  y  $|A_2$ , así mismo que entre  $b_1$  y  $|A_1$ ? ¿Por qué se hace necesario explicitar esta relación?

---



---



---

- c. ¿Explica qué ocurre en la imagen de la derecha? Podría escribir matemáticamente esta relación.

---



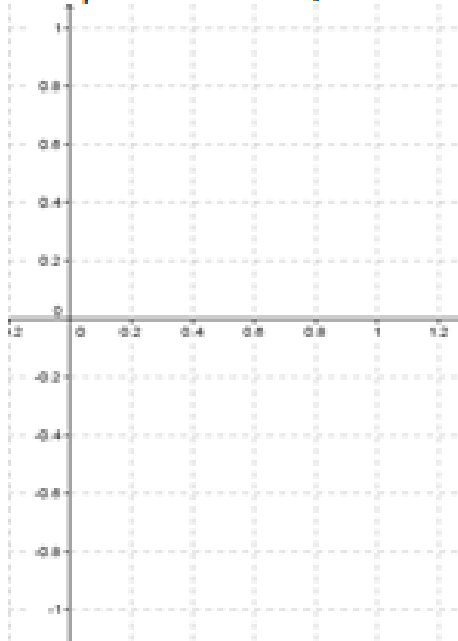
---



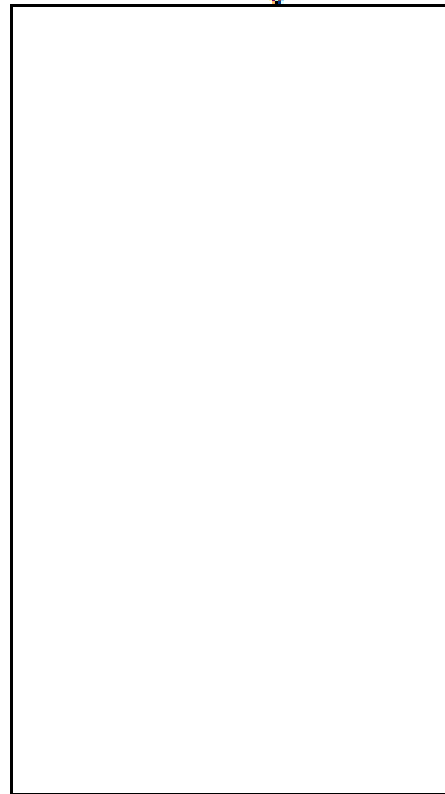
---

**Bases de espín z y espín x:** En efecto, los conjuntos  $|z + \rangle$  y  $|z - \rangle$  y  $|x + \rangle$  y  $|x - \rangle$  son dos bases diferentes para el espacio de dos dimensiones. Los llamaremos entonces base de espín z y espín x, respectivamente; y como bases que son, pueden escogerse para representar cualquier vector de dicho espacio.

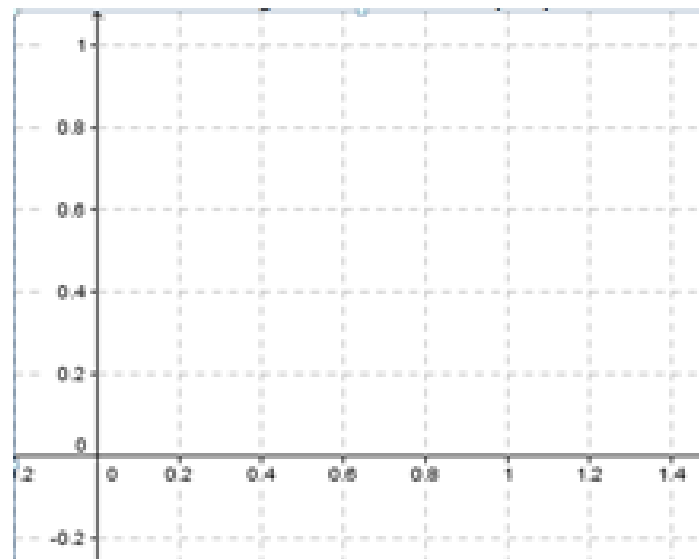
6. Sabiendo que  $|z + \rangle = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ,  
 $|z - \rangle = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ;  $|x + \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ;  
 $|x - \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$ . Graficalos en el siguiente plano (diferencia cada par de vectores).



7. Calcula la magnitud o el módulo de los vectores que acabaste de dibujar.



8. Según lo sucedido en el numeral, la proyección del vector  $|x + \rangle$  sobre los ejes coordenados está dado por: \_\_\_\_\_
9. Podrías escalar los vectores  $|z + \rangle$  y  $|z - \rangle$  mediante las proyecciones del vector  $|x + \rangle$ . Dibuja las relaciones que podrías establecer.



10. ¿Cuáles son los módulos de los vectores escalados mediante las proyecciones del vector  $|x+\rangle$ ? justifica tu respuesta.

11. Podrías escribir el vector  $|x+\rangle$  como una suma de los vectores  $|z+\rangle$  y  $|z-\rangle$

Lee el siguiente texto.

"Estados cuánticos: Así pues, a cada sistema le corresponde un espacio vectorial, de manera que cualquiera sea el estado cuántico del sistema, siempre existe un vector que lo representa. Cada sistema entonces tiene asociado un espacio de estados, todos y cada uno de los cuales tiene su vector correspondiente. El primer paso del algoritmo es esta correspondencia entre estados físicos y vectores, justificada en la intuición física según la cual el sistema puede pasar por una infinidad de estados.

Más específicamente, los estados cuánticos son representados por vectores unitarios. Vectores de magnitud  $\neq 1$  no representan estados cuánticos. En consecuencia, los estados solo

pueden distinguirse por la orientación de sus vectores, (ya que todos son de magnitud 1. Donde la máxima diferencia se da cuando los vectores son ortogonales, y sus estados correspondientes son exclusivos, y la identidad, cuando son paralelos, y sus estados son equivalentes.<sup>2</sup>

12. A partir de lo anterior puedes decir que el vector  $|x+\rangle$  en términos de los vectores  $|z+\rangle$  y  $|z-\rangle$ , representan matemáticamente un estado cuántico. Justifica tu respuesta.

---



---



---

13. ¿Los vectores  $|z+\rangle$  y  $|z-\rangle$  escalados representan un estado cuántico? Justifica tu respuesta.

---



---



---

14. Si el vector  $|x+\rangle$  en términos de los vectores  $|z+\rangle$  y  $|z-\rangle$  escalados representan un estado cuántico, ¿Qué representan los escalares? Justifica tu respuesta.

---



---



---

Lee el siguiente texto

### Superposición

Insistamos en este punto importante: la esencia de la física cuántica se manifiesta relacionando propiedades incompatibles de un sistema, con todo y que la primera impresión sea negativa: no tiene sentido físico atribuir valores determinados a tales propiedades. Esto puede parecer extraño porque tal vez solo hemos conocido objetos clásicos, cuyas propiedades son todas compatibles. Uno de los resultados de la lectura anterior que sintetiza esta novedad es el principio de indeterminación: conocer el valor de una propiedad cuántica, indetermina el valor de otra propiedad incompatible, y enfatizamos que esto un hecho fundamental, y no una dificultad técnica, o una imprecisión instrumental.



Lo que hemos visto hoy nos posibilita a escribir matemáticamente, la idea de superposición, con la cual entender los resultados del experimento de Complementariedad:

$$|x + \rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} |z + \rangle + \frac{1}{\sqrt{2}} |z - \rangle \quad (*)$$

que ya habíamos comentado a propósito de las relaciones matemáticas entre las bases de espín  $z$  y espín  $x$ . Concluimos entonces que el vector  $|x + \rangle$  del espacio vectorial de dos dimensiones, en virtud de que es independiente de su representación, puede representarse en cualquier base, y mostramos su construcción explícita en la base espín  $z$ , justamente la superposición.

Entonces nos aproximaremos a lo que entenderemos como El Principio de Superposición: "Un sistema cuántico de dos niveles  $|\Psi\rangle$  es un estado de superposición de los autoestados de alguna base ( $|\phi_1\rangle$  y  $|\phi_2\rangle$ ), donde el estado se completa buscando las componentes (proyecciones)  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  del estado sobre los estados de la base:

$$|\Psi\rangle = \alpha_1 |\phi_1\rangle + \alpha_2 |\phi_2\rangle$$

Donde  $|\alpha_1|^2$  y  $|\alpha_2|^2$  son el grado de probabilidad física de  $|\Psi\rangle$  de ser  $|\phi_1\rangle$  o  $|\phi_2\rangle$ "

15. A la luz del anterior enunciado ¿Qué significa la ecuación (\*)?

---



---



---

16. Utilizando la ecuación (\*) ¿Cómo explicarías los resultados de los experimentos de complementariedad (Experimento III y IV)?

---



---



---

17. ¿Cómo explicarías los resultados de los experimentos VII?

---



---

18. ¿Cómo explicarías los resultados del experimento VIII?

---



---

19. Si en el experimento IX, los valores obtenidos cambian respecto al experimento VIII ¿Qué pasa entonces? ¿Puede explicarse a partir de la ecuación (\*)?

---



---

20. Si de 100 qubits  $|x+\rangle$  que entran a una caja de medición espín z obtengo 90 qubits  $|z-\rangle$  y 10  $|z+\rangle$ . ¿Cómo debería modificar la ecuación (\*) para predecir los resultados?

---

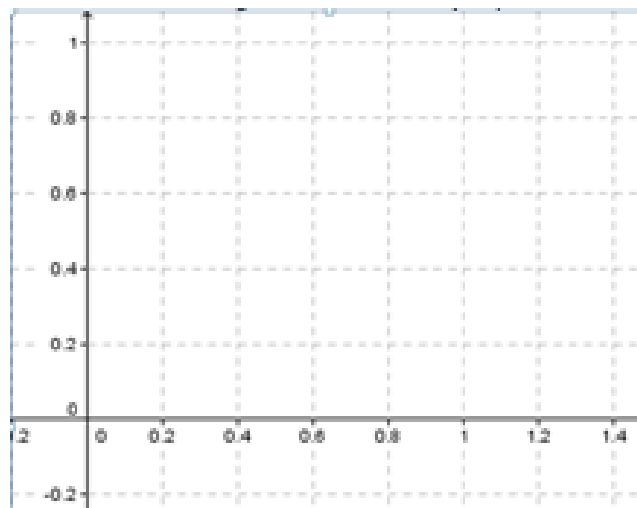
21. ¿Qué me predice la ecuación  $|x+\rangle = \frac{\sqrt{3}}{2}|z+\rangle + \frac{1}{2}|z-\rangle$  (\*\*)?

---



---

22. Realiza en el plano las relaciones explicitadas en la ecuación (\*\*)



23. Di que entiendes por superposición cuántica y que aplicación práctica le encuentras en situaciones cotidianas.

---



---



---

## 6.6 Guía # 6



COLEGIO SAN IGNACIO DE LOYOLA

Estudiante: \_\_\_\_\_ Grado: \_\_\_\_\_  
 Área Ciencias naturales. Fecha: \_\_\_ de Julio 2014  
 Asignatura: Física Sección # 6  
 Docente: Gustavo Eduardo López Ramírez.

### Criptografía cuántica: Protocolo de distribución de clave BB84

En 1984 Charles Bennett y Gilles Brassard publicaron un protocolo para la distribución de una clave criptográfica que estuviera completamente protegida contra espionaje, usando nociones fundamentales como la medición cuántica. En este protocolo, Eve (espía) puede monitorizar la transmisión, pero ya que la señal es transportada por un sistema cuántico, Bob (receptor) estará en capacidad de decir si Eve está escuchando o no. Más todavía, Bob puede compartir con Alice (emisor) este conocimiento de la presencia o ausencia de Eve antes de que Alice le envíe alguna información importante a él. Y finalmente, Eve nunca se dará cuenta si su información es buena o un sin sentido.

La codificación se hace en binario de tal forma que el qubit, representado en este caso con un fotón de polarización vertical con una orientación de giro (espín) ( $|v\rangle$ ) que tendrá como valor un cero (0) y un fotón con polarización horizontal que representa ( $|h\rangle$ ) un uno (1). Ahora una de las características primordiales es que del protocolo BB84 es que no solo utiliza una base ortogonal (la base está dada por  $|v\rangle$  y  $|h\rangle$ ), sino dos bases. La otra base se obtiene al girar  $45^\circ$  la base anteriormente dada, de donde se da que  $|v'\rangle$  es un cero y  $|h'\rangle$  es un uno.



Luego se cumple que:

$$|v'\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} [|v\rangle + |h\rangle], \quad (1)$$

1. Como se puede justificar la expresión (1):

---



---

2. Escribe el estado  $|h\rangle$  en términos de la base primada. Así mismo, escribe cada uno de los estados primados en términos de la base sin primar.

---



---

En la siguiente imagen se muestran cinco pasos en el protocolo BB84, responde las preguntas que se planteen respectivamente en cada paso.



### Paso 1

Alice envía una secuencia de nueve fotones utilizando las dos bases en forma aleatoria:

3. Escribe en el siguiente cuadro la secuencia de filtros usados por Alice

Fotón	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Base utilizada									

4. ¿Cuál es la probabilidad de que el fotón tres esté preparado en ese estado?

---



---



---

## Paso 2

---

Bob desconociendo el estado de los fotones enviados por Alice realiza mediciones de los mismos utilizando la elección de alguna de las dos bases al azar.

5. Escribe en el siguiente cuadro la secuencia de filtros usados por Bob.

Fotón	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Base utilizada									

6. En la probabilidad de que Bob acierte o no la elección de la base ¿interviene el principio de superposición? Si No ¿Por qué?

---



---



---

## Paso 3:

---

Eve utilizando las mismas bases que Bob y Alice intercepta el sexto fotón de la secuencia. De la misma forma, la elección del filtro de detección es al azar.

7. La complementariedad en mecánica cuántica establece que no puede determinar simultáneamente las propiedades de polarización: rectilínea o diagonal. ¿Por qué no puede hacerlo?

---



---



---

8. ¿Cómo puedes argumentar que las propiedades rectilínea y diagonal son incompatibles?

---



---



---

9. ¿Cuál es la probabilidad que tiene Eve de acertar en las orientaciones?

---



---



---

10. ¿Cómo afecta Eve la probabilidad de que Bob acierte en las mediciones?

---



---



---

11. ¿Cómo darse cuenta de que Eve está espiando?

---



---



---

### Paso 4

---

Después de que Bob realice un registro de sus resultados, comunica a Alice sus mediciones

12. ¿Por qué crees que lo hace?

---

---

---

### Paso 5

---

Alice le dice a Bob cuales fueron los resultados correctos de la medición que el realizo

13. ¿Cuándo eligieron los mismos filtros cuales fueron los resultados? ¿porque?

---

---

---

14. Cuando los filtros no coinciden ¿porque?

---

---

---

15. ¿Qué papel juega la superposición de estados en el protocolo?

---

---

---

16. ¿Qué diferencia encuentra entre la criptografía cuántica y la que se trabajó en la primera actividad?

---

---

---

Así pues, Alice y Bob generan un subconjunto con los resultados de las mediciones, por ejemplo, elegir la mitad de los valores y compararlos, si coinciden totalmente se puede decir que Eve no espió, pero si en alguno de ellos no coinciden los valores entonces pueden estar seguros que Eve estuvo espiando.

Es de esta forma que la funcionalidad del protocolo BB84 es dar las herramientas para saber si alguien está espiando la transmisión del mensaje. Además, si después de comparar el subconjunto de resultados, Alice y Bob coinciden, entonces pueden utilizar la otra mitad de los resultados que no han publicado para generar una clave de encriptación segura.

## 7. Bibliografía

- Albert, D. (1994). Quantum Mechanics and Experience. Harvard University Press. Cambridge, Massachusetts.
- Baig, M. (2001) Criptografía Cuántica. [en línea]. Disponible en: <http://giq.iffae.es/EducationalMaterial/Cripto.pdf>. (5 marzo 2014)
- Castrillón, J. (2013) Mecánica cuántica fundamental: Una Propuesta Didáctica. Tesis de maestría en física. Universidad de Antioquia. Medellín
- Dür, W. Heusler, S. (2013). What we can learn about quantum physics from a single qubit. [Bases de datos]: Cornell University Library. Disponible en: <http://arxiv.org/pdf/1312.1463v1.pdf> (23 de Abril 2014)
- Fanaro, M. (2009) La Enseñanza de la Mecánica Cuántica en la Escuela Media. Tesis doctoral. Departamento de didácticas específicas. Universidad de Burgos. [en línea]. Disponible en: [http://dspace.ubu.es:8080/tesis/bitstream/10259/109/1/Fanaro\\_Cavalli.pdf](http://dspace.ubu.es:8080/tesis/bitstream/10259/109/1/Fanaro_Cavalli.pdf) (27 de abril de 2014).
- Gil, N. Gil, P. López, Z. Pineda, A. Zapata, L. (2007) Hacia la sistematización de prácticas pedagógicas, en: redes pedagógicas Experiencias con-sentido. Escuela del Maestro, Universidad de Antioquia.
- Hernández, R. Fernández, C. Baptista, M (2010) Metodología de la investigación. Quinta edición. McGRAW-HILL. México.
- Niño, V. Herrera W. Cortés, R. Forero, N. Gómez, S. (2003) causalidad y determinismo en la mecánica clásica y la mecánica cuántica. [Base de datos] Revista Colombiana de Física, Vol. 35, No. 1. Disponible en: <http://revcolfis.org/publicaciones/index.html> (2 de noviembre 2013)

- Mendoza, D. Rozo, M. (2011) El principio de superposición de estados, a partir de los estados de polarización de una onda monocromática. *5º Congreso Nacional de Enseñanza de la Física*. Revista Científica. Volumen Extra. Bogotá.
- Moreira, M. (1997). Encuentro Internacional de Aprendizaje Significativo. Aprendizaje Significativo: un Concepto Subyacente (págs. 19 - 44). España: Burgos
- Moreira, M. (2005). Aprendizaje Significativo Crítico. INDIVISA: Boletín de Estudios e Investigación (6), 83-102.
- Moreira M. (2011) Unidades de enseñanza potencialmente significativas – UEPS. Instituto de Física – UFRGS. 3 edición. Documento de Apoyo Aprendizaje Significativo. Tomado de: <http://www.if.ufrgs.br/~moreira/> (25 de Octubre 2013)
- Moreno, H. Guarín, E. (2010) Nociones cuánticas en la escuela secundaria: Un estudio de caso. [en línea] Tomado de: [http://www.lajpe.org/sep10/433\\_Edgar\\_Guarin.pdf](http://www.lajpe.org/sep10/433_Edgar_Guarin.pdf) (23 de octubre 2013)
- Segura, A. Nieto, V. Segura, E. (2012) Un proceso de enseñanza-aprendizaje sobre fenómenos duales en la educación media. [en línea] Disponible en: [http://www.lajpe.org/sep12/22\\_LAJPE\\_693\\_Aaron\\_Segura\\_preprint\\_corr\\_f.pdf](http://www.lajpe.org/sep12/22_LAJPE_693_Aaron_Segura_preprint_corr_f.pdf) (23 de octubre 2013)
- Solbes, J. Sinarcas, V. (2010) Una propuesta para la enseñanza aprendizaje de la física cuántica basada en la investigación en didáctica de las ciencias. *Revista de Enseñanza de la Física*, Vol. 23, N. 1 y 2. Rosario.