

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA  
SEDE MANIZALES**



**FACULTAD DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES  
DEPARTAMENTO DE FÍSICA Y QUÍMICA  
PROGRAMA DE MAESTRIA EN FÍSICA**

**TESIS:  
SIMULACION DE CARGAS ELECTRICAS EN CAMPOS  
ELECTROSTATICOS Y MAGNETICOS**

**Por:  
HECTOR BARCO R  
DIRECTOR: PEDRO J ARANGO A**

**Manizales, 2007**

## CONTENIDO

Resumen .....	1	
1	Introducción.....	2
2	Antecedentes y estado del arte .....	3
3	Justificación .....	7
4	Planteamiento del problema .....	10
5	Marco teórico .....	11
5.1	Fuerza electrostática .....	11
5.2	Líneas de fuerza .....	13
5.3	Cálculo de $\vec{E}$ debido a un sistema de cargas puntuales .....	14
5.4	Trayectoria de una carga eléctrica en el interior de un campo eléctrico .....	14
5.5	Trayectoria de una carga eléctrica en el interior de un campo magnético .....	15
5.6	Trayectoria de una carga eléctrica en el interior de un $\vec{E}$ y $\vec{B}$ .....	16
6	Objetivos .....	16
6.1	Objetivos generales .....	16
6.2	Objetivos específicos .....	16
7	Desarrollo del software .....	17
8	Ejemplos sobre el funcionamiento del programa .....	19
8.1	Fuerza electrostática .....	19
8.1.1	Análisis cualitativo del movimiento .....	19
8.1.2	Análisis cualitativo del movimiento mostrando la fuerza .....	20
8.1.3	Análisis cualitativo del movimiento con velocidad inicial y mostrando la fuerza .....	21
8.1.4	Análisis cualitativo de la fuerza electrostática .....	23
8.1.5	Análisis cuantitativo de la fuerza electrostática .....	24
8.1.6	Análisis cuantitativo del movimiento .....	25
8.1.7	Análisis cuantitativo de la fuerza en 3D .....	27
8.1.8	Tabulación de puntos para la ecuación de la trayectoria .....	28
8.2	Campo eléctrico .....	30
8.2.1	Análisis cualitativo del movimiento .....	30
8.2.2	Análisis cualitativo del movimiento mostrando el campo eléctrico .....	32
8.2.3	Análisis cualitativo del movimiento con velocidad inicial y mostrando el campo eléctrico .....	33
8.2.4	Análisis cualitativo del campo eléctrico .....	35

	8.2.5	Análisis cuantitativo del campo eléctrico .....	36
	8.2.6	Análisis cuantitativo del movimiento .....	38
	8.2.7	Análisis cuantitativo del campo eléctrico en 3D .....	39
	8.2.8	Líneas de fuerza del campo eléctrico .....	41
	8.2.9	Tabulación de puntos para la ecuación de la trayectoria .....	42
8.3		Potencial electrostático .....	44
	8.3.1	Líneas de fuerza y líneas equipotenciales .....	44
	8.3.2	Aplicación de la ecuación de Laplace .....	45
8.4		Campo magnético .....	47
	8.4.1	Análisis cualitativo del movimiento .....	47
	8.4.2	Análisis cuantitativo del movimiento .....	48
	8.4.3	Análisis cualitativo del movimiento con la fuerza de Lorentz .....	49
	8.4.4	Análisis cuantitativo del movimiento con la fuerza de Lorentz .....	51
9		Conclusiones .....	53
10		Referencias .....	54

## **RESUMEN**

El presente trabajo tiene como objetivo el diseño y desarrollo de un programa de simulación por computador sobre fenómenos físicos que tienen que ver especialmente con cargas eléctricas en presencia de campos eléctricos y magnéticos.

Para ser más preciso, el programa consiste básicamente en el estudio de cuatro fenómenos eléctricos y magnéticos, estos son:

Fuerzas electrostáticas  
Campos electrostáticos  
Potenciales electrostáticos  
Campos magnéticos

Además de este trabajo, se adjunta un CD donde se encuentra el programa de simulación, programa fuente y el manual de operación de dicho programa.

## **SUMMARY**

The present work has as objective the design and development of a simulation program for computer it has more than enough physical phenomena that have to do especially with electric charges in presence of electric and magnetic fields.

To be more necessary, the program consists basically on the study of four electric and magnetic phenomena, these they are:

Force electrostatic  
Electrostatic Fields  
Electrostatic potentials  
Magnetic Fields

Besides this work, a CD is attached the simulation program, it programs source and the operation manual.

## **PALABRAS CLAVE**

Simulación, Electrostática, Potencial, Líneas, Campos, Laplace, Lorentz

## 1. INTRODUCCION

Una simulación discreta por computador, o simplemente una simulación por computador, es un programa de computador que intenta reproducir, con fines pedagógicos o científicos, un fenómeno natural a través de la visualización de los diferentes estados que éste puede presentar. Cada uno de estos estados está descrito por un conjunto de variables que cambia en el tiempo debido a la iteración de un cierto algoritmo.

En este trabajo se describen algunos fenómenos electromagnéticos que ocurren sobre cargas eléctricas puntuales positivas o negativas tales como la fuerza electrostática, campo electrostático, potencial electrostático y campo magnético. Cada uno de ellos con diversas características para que el usuario del programa pueda experimentar de una forma didáctica y a la vez aprenda de manera propia lo que tiene que ver con cada fenómeno y la relación que tiene con la vida cotidiana.

El trabajo está sustentado por un software diseñado especialmente para el estudio de los fenómenos electromagnéticos descritos arriba. Este software estará acompañado también del manual respectivo para hacer un uso óptimo de este recurso novedoso para estudiar los fenómenos físicos de una manera más didáctica.

Con ayuda del software se estudia los diferentes fenómenos electromagnéticos tales como: fuerza electrostática, campo electrostático, potencial electrostático y campo magnético. La versatilidad del programa permite determinar los resultados tanto gráficos como numéricos del experimento efectuado.

Con el programa, también se pueden grabar e imprimir las gráficas y resultados para hacer un mejor análisis a medida que varían los parámetros; es más, se

puede grabar todo el fenómeno para luego hacerle un análisis posterior más detallado.

## **2. ANTECEDENTES Y ESTADO DEL ARTE**

El hombre siempre ha demostrado un especial interés por hacer cálculos de forma rápida y efectiva tratando de inventar máquinas que ejecutaran ciertas operaciones. La historia del uso de las computadoras en la educación se inicia al final de los años 50, aunque en esa época algunas universidades las utilizaban con propósitos administrativos. De manera aislada surgieron grupos que realizaban investigaciones relacionadas con el empleo de la computadora en el proceso de la enseñanza [1].

En los inicios de los años 80 se dotó a colegios y universidades de computadores los cuales trajeron un gran potencial en esta nueva tecnología para el mejoramiento de la educación. Diferentes grupos de investigadores han diseñado e implementado programas de computador alrededor de los cuales se puede construir ambientes virtuales en el proceso de enseñanza y aprendizaje dándole una nueva utilización a esta tecnología informática [2].

Desde hace varios años se vienen elaborando modelos de simulación para el aprendizaje de la Física aprovechando los desarrollos tecnológicos en materia de informática y con el auge del Internet se ha pretendido globalizar la educación para que quede al alcance de la humanidad. Para desarrollar estas simulaciones por Internet es necesario utilizar el lenguaje de programación llamado Java, pero simultáneamente han aparecido otros programas de simulación realizados en otros lenguajes en los que no es necesario conectarse al Internet para tener acceso a ellos [3].

Un software para enseñanza es un material de estudio, como puede ser un libro, un equipo de laboratorio o una guía de problemas. Como cualquier

herramienta para el aprendizaje debe estar correctamente integrado al currículum. Para esto es necesario tener en cuenta su contenido conceptual, su estructura, y las actividades que con ella va a realizar el alumno. Prestar atención a este último aspecto resulta de singular importancia, ya que el mejor software puede resultar poco provechoso si con él no se planifican y desarrollan actividades que se adecuen al contexto particular de aprendizaje. En este aspecto resultan importantes las experiencias educativas realizadas por el equipo que desarrolla el programa, pero también resulta necesaria una reelaboración por parte del docente que lo va a aplicar [3].

A continuación se citan algunos trabajos realizados en las décadas de los 80's sobre aplicaciones del computador en simulaciones de fenómenos físicos [4]:

- Cole, R. W., *Electromagnetic Radiation and Animation on the Apple Macintosh*, Presentado en la sección de poster en 1987 de la MacAdemia at UC Davis.
- Cole, R.W., and Miller, E.K., *Computer Animation: Physics in the Time Domain*, Presentado en el encuentro de verano de 1987 de la APS y AAPT en San Francisco, CA, enero de 1987.
- Cole, R.W., *Computer-Based Movies in Electromagnetics*, artículo presentado en la 2nd Modern Technology in the Microwave Classroom and Laboratory Workshop, Santa Clara University, Julio 1988.
- Cole, R.W., *Superposition & the Lienard-Wiechert Potentials: Radiation from Multiple Charges*, presentado en el Rockwell Science Center, Octubre 1988.

En la década de los 90's, entre otros, aparecen los siguientes trabajos [4]:

- Cole, R.W., *Applying Computer Visualization Technology to Large Physics Classes*, presentado en California Educational Computing Consortium Workshops, Davis, California, April 10-12, 1991.
- Cole, R.W., *Applying Computer Visualization Technology to Large Physics Classes*, presentado en la California Educational Computing Consortium Workshops, Davis, California, Abril 10-12, 1991.
- Cole, R. W., Brune, C., *Simulating Time-Domain Motions of Point Charges To Understand Electromagnetic Radiation*, AAPT encuentro de verano en Orono Maine, Agosto 10-15, 1992.
- Cole, R.W., *Integrating Visual Software in Classroom Teaching*, NSF/IEEE Center for Computer Applications in Electromagnetic Education Workshop Cole, R.W.,
- Brune, C., *Visualization of Radiation Effects from Simple Charged Particles*, *Octava revista anual de Progress In Applied Computational Electromagnetics*, Naval Postgraduate School, Marzo 17-19, 1992.

A partir del año 2000 han surgido otros trabajos, entre los cuales, se citan los siguientes [5]:

- D. P. Landau and K. Binder, *A Guide to MC simulations in Statistical Physics*, Cambridge University, 2000
- D.W. Heermann , K. Binder , *Monte Carlo Simulation in Statistical Physics*, ISBN: 3540432213 Springer Verlag, 2002
- Esquembre Francisco, *Creación de simulaciones interactivas en java aplicación a la enseñanza de la física*, ISBN 8420540099, Editorial Pearson Educación, 2005

Poco a poco su aplicación se va generalizando, en la medida que los propios docentes comprueban en la práctica las ventajas que representa esta innovación pedagógica.

Basado en lo anterior, a partir del año 1991, se ha venido trabajando en la realización de software de simulación de fenómenos físicos cubriendo algunos de los temas que se orientan en los cursos de física general para los estudiantes de ingeniería de la Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales. Algunos de los fenómenos simulados realizados hasta la fecha son:

Péndulo Simple y Sistema masa-resorte

Oscilaciones forzadas y resonancia

Fenómenos ondulatorios en una dimensión y termodinámicos

Movimiento de un paracaidista

Movimiento con masa variable (Cohete)

Trayectorias orbitales de satélites

Movimiento de una partícula con aceleración constante

Pulsos y ondas por computador

Movimiento rectilíneo

Caída libre de los cuerpos (simulación)

Movimiento circular por computador

Líneas de inducción y cálculo del campo magnético generado por diferentes configuraciones de corriente

Movimiento con aceleración variable

Actualmente en la Universidad Nacional de Colombia Sede Manizales, existe un grupo de trabajo académico reconocido por Colciencias llamado "Laboratorio virtual de física", el cual ha venido desarrollando software para la enseñanza de la física y prácticas remotas de laboratorio de física básica a través de Internet. Simultáneamente, como método alternativo en dicha enseñanza se realizan

paquetes de software de simulación de fenómenos físicos para aquellos usuarios que no tienen el fácil acceso a Internet en sus hogares.

En el campo de la electrostática y magnetismo, fenómenos en los cuales se basará la simulación, la mayor parte de simulaciones son de carácter cualitativo y se limitan a mostrar el fenómeno sin ofrecer una gama amplia de manipulación de los parámetros que caracterizan el fenómeno, limitando al usuario a una simple observación, sin darle la oportunidad de hacer un estudio más riguroso del comportamiento del fenómeno cuando se hace la variación de dichos parámetros. Algunas de estas simulaciones son: Electricidad y magnetismo [6], Cargas y campos [7], Fuerzas sobre las cargas [8]

### **3. JUSTIFICACIÓN**

Las Simulaciones se han convertido en una excelente herramienta para mejorar la comprensión y el aprendizaje de temas complejos en algunas materias, especialmente matemáticas, física, estadística y química. El proceso de instalación es muy sencillo y tanto el maestro como el estudiante las puede utilizar muy fácilmente. Lo anterior reduce al mínimo el tiempo de capacitación requerido por este tipo de herramienta, lo que posibilita una mayor concentración en el tema que se quiere aprender [9].

En Internet se encuentran disponibles muchas simulaciones que se pueden utilizar con fines educativos, en la mayoría de los casos sin costo. Algunas de ellas son interactivas, es decir, permiten al estudiante modificar algún parámetro y observar en la pantalla el efecto que produce dicho cambio. Otras posibilitan además configurar el entorno, es decir, los educadores pueden programarlas para que aparezcan distintos elementos y diferentes tipos de interacción. Las Simulaciones proveen una representación interactiva de la realidad que permite a los estudiantes probar y descubrir cómo funciona o cómo se comporta un fenómeno, qué lo afecta y qué impacto tiene sobre otros fenómenos. El uso de

este tipo de herramienta educativa alienta al estudiante para que manipule un modelo de la realidad y logre la comprensión de los efectos de su manipulación mediante un proceso de ensayo-error [9].

Las simulaciones por computador tienen una popularidad creciente y ello obedece a las siguientes razones:

- 👉 Seguridad: Algunas actividades son tan peligrosas que no serían éticamente posibles sin simulaciones por computador (v.g.: efectos ambientales de una fuga en una planta de energía nuclear).
- 👉 Economía: Es mucho menos costoso producir un modelo digital que construirlo. Se puede evaluar el modelo en una serie de simulaciones antes de construir y probar un prototipo físico.
- 👉 Proyección: Una simulación por computador puede servir como máquina del tiempo para explorar uno o más futuros posibles.
- 👉 Visualización: Los modelos por computador hacen posible la visualización, y ésta permite ver y comprender relaciones que de otra manera podrían pasar inadvertidas.
- 👉 Replicación : En el mundo real sería difícil o imposible repetir un proyecto de investigación en condiciones ligeramente diferentes. Si la investigación se lleva a cabo en un modelo por computador, la replicación sólo implica cambiar los valores de entrada y ejecutar otra simulación [10].

Las simulaciones por computador juegan un papel cada vez más importante en la forma en que hacemos o transmitimos ciencia. Tanto para apoyar aproximaciones tradicionales mediante el uso de técnicas computacionales, como para obtener nuevas ideas usando las simulaciones como herramientas para visualizar los fenómenos bajo consideración o interactuar con ellos. Esto

es especialmente cierto en el campo de la enseñanza de la Física, en el que los computadores se usan frecuentemente con el fin de hacer las clases más atractivas a los estudiantes y para facilitar una comprensión más profunda de aquello que se enseña.

En este caso se va a plantear la discusión alrededor de aplicaciones específicas del computador en el campo de la física, en dos temas que resultan particularmente árido a los alumnos: la electrostática y magnetismo. Se trata de áreas en las que son prácticamente imposibles de realizar muchas experiencias de laboratorio, particularmente aquellas en las que aparecen distribuciones uniformes de carga, o sistemas de cargas aisladas. El problema no reside sólo en la imposibilidad práctica de conformar esos sistemas, sino en la medición del campo eléctrico y el potencial, dado que cualquier instrumento que se introduzca provoca grandes variaciones de las magnitudes [11].

Una forma alternativa para plantear este problema es la de utilizar simulaciones computacionales, las cuales permiten una mayor flexibilidad para definir el sistema y una incomparable ventaja en cuanto a la obtención de resultados numéricos y gráficos. Como contrapartida podría argumentarse sobre la "artificialidad" del sistema, lo cual constituye siempre la limitación de estas herramientas didácticas. Sin embargo, existen ya muchas pruebas de la eficacia de las simulaciones para la enseñanza, y de la aceptación que este método tiene entre los alumnos [11].

Para utilizar software en la enseñanza, es necesario que el docente conozca perfectamente el modelo que se utiliza, sus posibilidades y limitaciones, y tener una instancia de análisis y reflexión sobre los aspectos metodológicos de la aplicación de estas herramientas. Esto además de dominar con agilidad el manejo del entorno. En otras palabras, para obtener los mayores beneficios de la introducción de los métodos computacionales a la enseñanza de la Física no basta con bajar "ejecutables" de algún sitio de la red, para dárselos a los

alumnos, sino que se requiere todo un proceso previo de aprendizaje, elaboración y planificación por parte del docente [11].

El grupo trabajo académico (GTA) de Laboratorio Virtual de Física, adscrito al departamento de Física y Química, tiene entre otros objetivos, el desarrollo de software de simulación de fenómenos físicos y de prácticas remotas de laboratorio de Física a través de Internet, que sirve para complementar, enriquecer y mejorar el aprendizaje de este campo de la ciencia, que normalmente encuentra resistencia entre los estudiantes de ingeniería de esta universidad. Justamente, es en temas relacionados con la electrostática y el magnetismo donde se encuentra que los estudiantes presentan más dificultades para asimilar en forma racional, el tratamiento tanto matemático como fenomenológico.

Como ya se mencionó, las simulaciones que se encuentran para el estudio de la electrostática y magnetismo, están destinadas fundamentalmente a un análisis cualitativo del fenómeno; por esta razón, las características de la simulación que se propone desarrollar en este campo se caracterizan porque permiten entre otras cosas lo siguiente: Simulación del fenómeno, análisis cualitativo, análisis cuantitativo, presentar resultados tanto gráficos como numéricos, facilitar al usuario la manipulación de los parámetros que caracterizan el fenómeno para obtener un mayor análisis de éste, permitir grabar e imprimir resultados, etc.

#### **4. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA**

En este trabajo se desarrolla un software de simulación relacionado con un fenómeno electromagnético muy común y de gran importancia el cual permite analizar el comportamiento de una carga eléctrica en el interior de un campo eléctrico, obtener la fuerza que ésta experimenta en presencia de otras cargas, observar y estudiar las líneas de fuerza de diferentes configuraciones de

cargas, estudiar un comportamiento en presencia de un campo magnético, como también, hacer un estudio muy completo cuando la carga está en el interior de un campo eléctrico y magnético simultáneamente.

El software que comprende todo lo anterior se desarrolla en Visual Basic y con base a esto la simulación puede ejecutarse en cualquier PC que tenga un sistema operativo Windows 95/98/98SE/2000/XP.

La importancia de este trabajo consiste en ofrecer nuevas alternativas para el estudio y análisis del fenómeno electromagnético citado anteriormente, ya que no existe, o es muy poco el material de este tipo, que haga un análisis tan profundo y que pueda manejar tantos parámetros para una mejor comprensión de éste.

El desarrollo de este software, se hace factible teniendo en cuenta que el GTA “Laboratorio virtual de física” del cual hago parte, tiene una experiencia de varios años en el desarrollo de software de simulación de fenómenos físicos tanto para Internet como por paquetes de software.

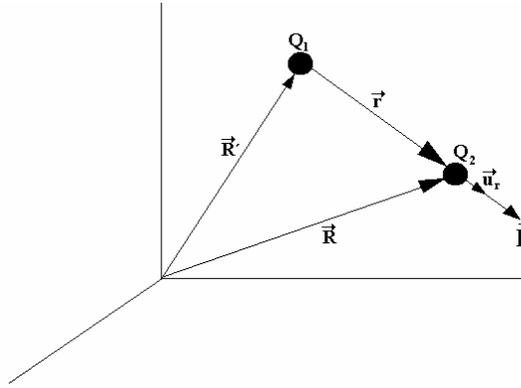
La creación de este tipo de software para la educación, permite la interacción de los estudiantes con los fenómenos físicos, y es de vital importancia para la generación de nuevos profesionales inmersos y familiarizados en un mundo virtual, flexible y dinámico, que le permita ampliar su versión de la naturaleza y ofrecerles nuevas inquietudes para posteriores investigaciones sobre determinados fenómenos físicos.

## **5. MARCO TEORICO**

### **5.1 FUERZA ELECTROSTATICA**

La magnitud de la fuerza de atracción o de repulsión entre dos cargas puntuales es directamente proporcional al producto de sus cargas e inversamente

proporcional al cuadrado de la distancia entre ellas. Se encuentra que la dirección de la fuerza se ejerce a lo largo de la recta que une las dos cargas, como se muestra en la Fig. 1.



**Fig. 1** La dirección de la fuerza electrostática coincide con la dirección de la recta que une las cargas puntuales.

Matemáticamente, la ley de Coulomb se expresa como:

$$\vec{F} = K \frac{Q_1 Q_2}{r^2} \hat{U}_r \quad (1)$$

Siendo,

$$r = |\vec{R} - \vec{R}'| \quad (2)$$

$$\hat{U}_r = \frac{\vec{R} - \vec{R}'}{r} \quad (3)$$

donde,

$Q_1, Q_2$  : Cargas puntuales.

$r$  : Distancia de separación entre las cargas.

$\hat{U}_r$  : Vector unitario en la dirección de la recta que une las cargas y en el sentido de la fuerza.

K : Constante de proporcionalidad.

Por el principio de superposición se tiene que la fuerza total electrostática sobre una carga debido a un sistema de N cargas puntuales se halla de la siguiente manera [12]:

$$\mathbf{F} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i Q}{r_i^2} \hat{U}_{ri} \quad (4)$$

donde,

$$r_i = |\vec{R} - \vec{R}_i| \quad (5)$$

$$\hat{U}_{ri} = \frac{\vec{R} - \vec{R}_i}{r_i} \quad (6)$$

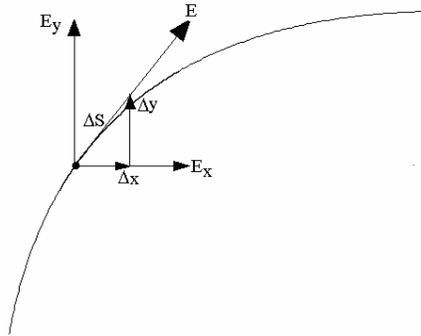
## 5.2 LINEAS DE FUERZA

Una línea de fuerza indica la dirección de la fuerza que se ejerce sobre una carga de prueba positiva introducida en el campo. Si se suelta la carga, se mueve en la dirección de la línea de campo.

El campo eléctrico se representa gráficamente por medio de líneas de fuerza. Que deben cumplir con lo siguiente:

- a) La tangente a una línea de fuerza en un punto cualquiera da la dirección de la intensidad del campo eléctrico en ese punto.
- b) Las líneas de fuerza se dibujan de manera que el número de ellas por unidad de área de sección transversal sea proporcional a la magnitud de la intensidad del campo eléctrico.

Para determinar el algoritmo que permite dibujar las líneas de fuerza, se hace el siguiente análisis como se muestra en la Fig. 2, [13]:



**Fig. 2** Los triángulos  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ ,  $\Delta S$  y  $E_x$ ,  $E_y$ ,  $E$  son semejantes en cualquier punto de la línea de campo.

$$\Delta x = \left( \frac{E_x}{\sqrt{E_x^2 + E_y^2}} \right) \Delta S \qquad \Delta y = \left( \frac{E_y}{\sqrt{E_x^2 + E_y^2}} \right) \Delta S \qquad (7)$$

### 5.3 CALCULO DEL $\vec{E}$ DEBIDO A UN SISTEMA DE CARGAS PUNTUALES

Si hay un sistema de cargas puntuales en una región del espacio, la intensidad del campo eléctrico en un punto de esa región debido al sistema se calcula de la siguiente manera [13]:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{Q_i}{r_i^2} \hat{U}_{ri} \qquad (8)$$

### 5.4 TRAYECTORIA DE UNA CARGA ELÉCTRICA EN EL INTERIOR DE UN CAMPO ELECTRICO

Una carga eléctrica  $Q$  con masa  $m$  se encuentra en presencia de un campo eléctrico  $\vec{E}$  [14]:

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \therefore \quad \vec{F} = Q\vec{E} \quad (9)$$

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \frac{Q\vec{E}}{m} \quad (10)$$

$$a_x = \frac{QE_x}{m}, \quad a_y = \frac{QE_y}{m} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} v_x &= v_{ox} + a_x \Delta t \\ v_y &= v_{oy} + a_y \Delta t \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned} x &= x_o + v_x \Delta t \\ y &= y_o + v_y \Delta t \end{aligned} \quad (13)$$

## 5.5 TRAYECTORIA DE UNA CARGA ELÉCTRICA EN EL INTERIOR DE UN CAMPO MAGNETICO.

Una carga eléctrica  $Q$  con masa  $m$  que se mueve con una velocidad  $\vec{v}$  en una región donde hay un campo magnético  $\vec{B}$  experimenta una fuerza dada por [14].

$$\vec{F} = Q\vec{v} \times \vec{B} \quad (14)$$

$$\vec{F} = Q \left\{ [v_y B_z - v_z B_y] \hat{i} - [v_x B_z - v_z B_x] \hat{j} + [v_x B_y - v_y B_x] \hat{k} \right\} \quad (15)$$

$$\begin{aligned} a_x &= \frac{Q}{m} [v_y B_z - v_z B_y] \\ a_y &= -\frac{Q}{m} [v_x B_z - v_z B_x] \\ a_z &= \frac{Q}{m} [v_x B_y - v_y B_x] \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} v_x &= v_{ox} + a_x \Delta t \\ v_y &= v_{oy} + a_y \Delta t \\ v_z &= v_{oz} + a_z \Delta t \end{aligned} \quad (17)$$

$$\begin{aligned}
 x &= x_o + v_x \Delta t \\
 y &= y_o + v_y \Delta t \\
 z &= z_o + v_z \Delta t
 \end{aligned}
 \tag{18}$$

## 5.6 TRAYECTORIA DE UNA CARGA ELÉCTRICA EN EL INTERIOR DE UN $\vec{E}$ Y $\vec{B}$ .

Una carga eléctrica  $Q$  con masa  $m$  se encuentra en presencia de un campo eléctrico  $\vec{E}$  y de un campo magnético  $\vec{B}$  [12].

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q\vec{v} \times \vec{B} \tag{19}$$

$$\vec{F} = Q\vec{E} + Q \left\{ [v_y B_z - v_z B_y] \hat{i} - [v_x B_z - v_z B_x] \hat{j} + [v_x B_y - v_y B_x] \hat{k} \right\} \tag{20}$$

$$\begin{aligned}
 a_x &= \frac{Q}{m} [E_x + (v_y B_z - v_z B_y)] \\
 a_y &= -\frac{Q}{m} [E_y + (v_x B_z - v_z B_x)] \\
 a_z &= \frac{Q}{m} [E_z + (v_x B_y - v_y B_x)]
 \end{aligned}
 \tag{21}$$

## 6. OBJETIVOS

### 6.1 OBJETIVO GENERALES

Diseñar y desarrollar el software de simulación de los fenómenos físicos relacionados con la interacción de campos eléctricos y magnéticos con diferentes configuraciones de cargas eléctricas.

### 6.2 OBJETIVOS ESPECIFICOS

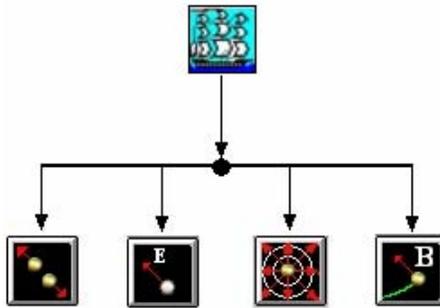
- ☞ Diseñar y desarrollar una interface para el cálculo de fuerzas electrostáticas sobre una carga debido a un sistema de cargas puntuales.

- ☞ Diseñar y desarrollar una interface para el análisis cualitativo de líneas de fuerza producidas por sistemas de cargas puntuales.
- ☞ Diseñar y desarrollar una interface para el análisis cuantitativo del campo eléctrico debido a un sistema de cargas puntuales.
- ☞ Diseñar y desarrollar una interface para el análisis cualitativo y cuantitativo del movimiento de una carga eléctrica en el interior de un campo eléctrico constante y variable tanto en el tiempo como en la posición.
- ☞ Diseñar y desarrollar una interface para el análisis cualitativo y cuantitativo del movimiento de una carga eléctrica en el interior de un campo magnético constante y variable tanto en el tiempo como en la posición.
- ☞ Diseñar y desarrollar una interface para el análisis cualitativo y cuantitativo del movimiento de una carga eléctrica en el interior de un campo eléctrico y uno magnético simultáneamente constantes y variables en el tiempo y en la posición.

## **7. DESARROLLO DEL SOFTWARE**

El programa está organizado en cuatro módulos o subprogramas, como se muestra en la Fig. 3.

Estos programas están desarrollados en un lenguaje de programación orientada a objetos y manejado por eventos llamado Visual Basic cuya función es la creación de aplicaciones bajo el sistema operativo Windows.



**Fig. 3** Esquema básico del programa.



Subprograma de inicio.



Subprograma para la Fuerza electrostática.



Subprograma para el Campo electrostático.



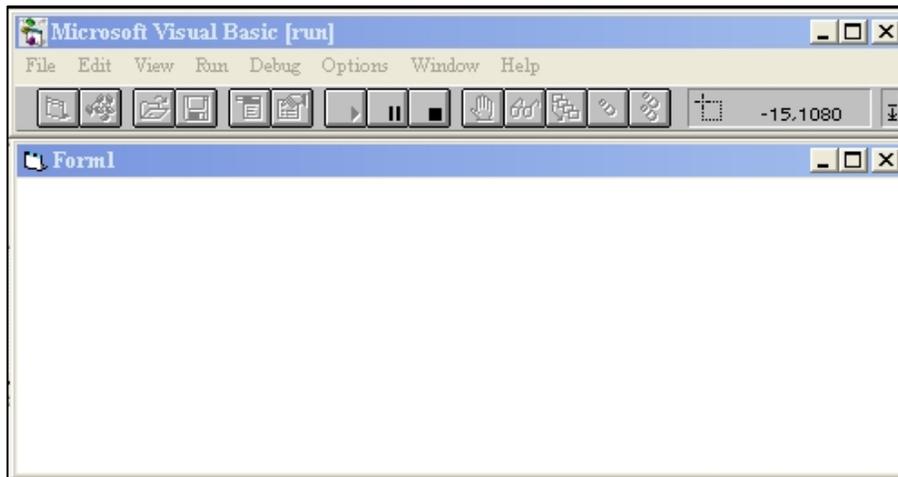
Subprograma para el Potencial electrostático.



Subprograma para el Campo magnético.

El entorno de programación de Visual Basic que se utilizó en el desarrollo del software es el que se muestra en la Fig. 4.

El programa fuente, es decir, la serie de instrucciones lógicas escritas en lenguaje de programación utilizado para que el software funcione se encuentra en el CD adjunto.



**Fig. 4** Ventana del entorno de desarrollo del programa Visual Basic.

## **8. EJEMPLOS SOBRE EL FUNCIONAMIENTO DEL PROGRAMA**

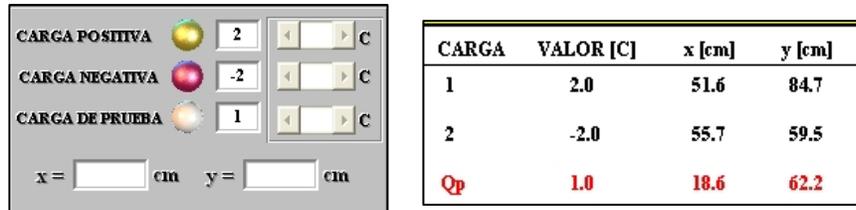
A continuación se presenta algunos ejemplos para cada uno de los fenómenos anteriormente mencionados en los que se observa las características, ventajas y aplicabilidad entre otras del software diseñado.

### **8.1 FUERZA ELECTROSTATICA**

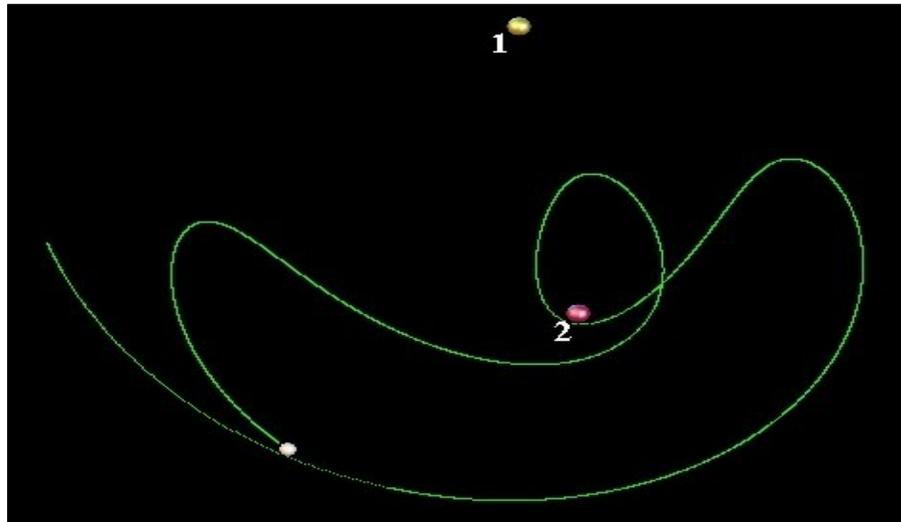
#### **8.1.1 ANALISIS CUALITATIVO DEL MOVIMIENTO**

En este ejemplo se coloca alguna configuración de cargas puntuales y se observa la cinemática del movimiento de la carga de prueba.

Se coloca una carga puntual positiva de 2 coul en la posición (51.6, 84.8) cm, una carga negativa de -2 coul en la posición (55.7, 55.9) cm y luego la carga de prueba de 1 coul en la posición inicial de (18.6, 62.8) cm, como se muestra en la Fig. 5. Por la acción de la fuerza electrostática que actúa sobre la carga de prueba debida a las dos cargas, ésta comienza a moverse siguiendo la trayectoria que se muestra en la Fig. 6.



**Fig. 5** Ventana de introducción de los datos y tabla de los valores y posiciones de las cargas.



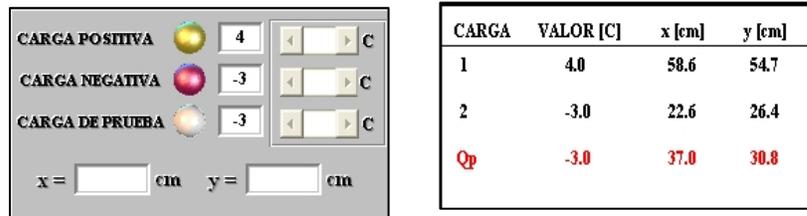
**Fig. 6** Ventana donde se muestra el movimiento de la carga de prueba.

### 8.1.2 ANALISIS CUALITATIVO DEL MOVIMIENTO MOSTRANDO LA FUERZA

Este ejemplo permite observar el movimiento de la carga y en todo momento se indica la fuerza total que obra sobre ella debido a una configuración de cargas localizadas en la región.

Se coloca una carga puntual positiva de 4 coul en la posición (58.6, 54.7) cm, una carga negativa de -3 coul en la posición (22.6, 26.4) cm y luego la carga de prueba de -3 coul en la posición inicial de (37.0, 30.8) cm, como se muestra en la Fig. 7. Por la acción de la fuerza electrostática que actúa sobre la carga de prueba debida a las dos cargas, ésta comienza a moverse siguiendo la

trayectoria que se muestra en la Fig. 8 y mostrando en todo momento la fuerza electrostática que actúa sobre ella debida a las demás cargas.



**Fig. 7** Ventana de introducción de los datos y tabla de los valores y posiciones de las cargas.



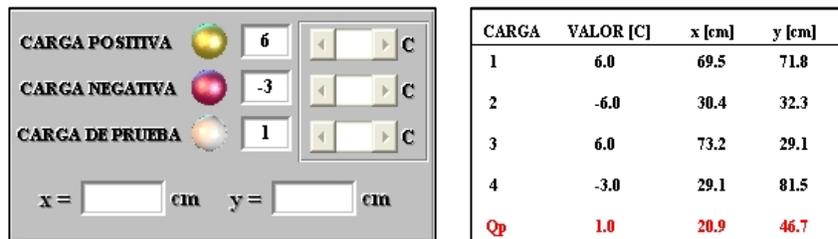
**Fig. 8** Ventana donde se muestra el movimiento de la partícula mostrando en todo momento la fuerza.

### 8.1.3 ANALISIS CUALITATIVO DEL MOVIMIENTO CON VELOCIDAD INICIAL Y MOSTRANDO LA FUERZA

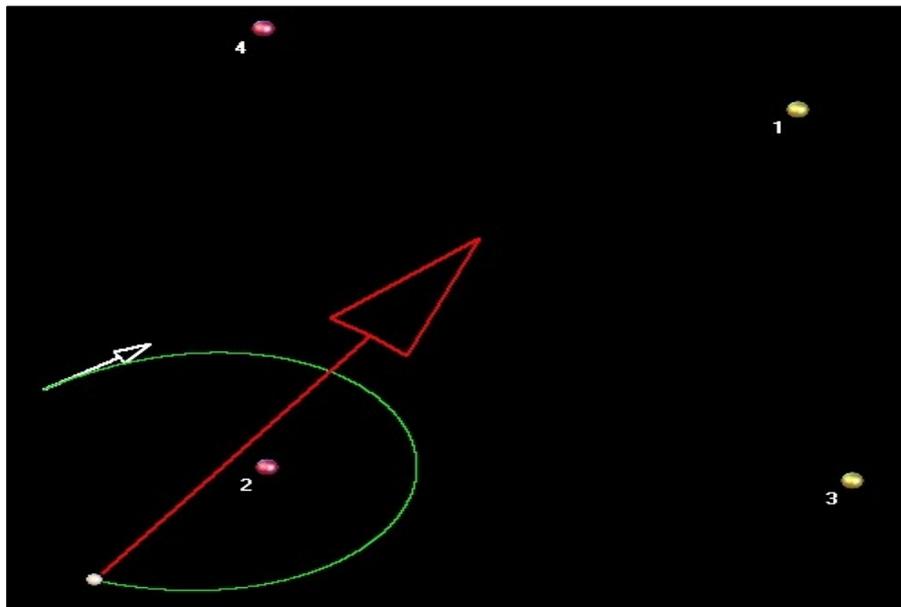
Este ejemplo permite observar el movimiento de la carga a la cual se le imprime una velocidad inicial en una determinada dirección y en todo momento se indica la fuerza total que obra sobre ella debido a una configuración de cargas localizadas en la región.

Se colocan cuatro cargas puntuales: 6 coul en la posición (69.5, 71.8) cm, -6 coul en la posición (30.4, 32.3) cm, 6 coul en la posición inicial de (73.2, 29.1) cm, -3 coul en la posición inicial de (29.1, 81.5) cm y la carga de prueba de 1

coul en la posición inicial (20.9,46.7) cm como se muestra en la Fig. 9, luego se le aplica a la carga de prueba una velocidad inicial cuyo valor es proporcional a la longitud del vector velocidad. Por la acción de la fuerza electrostática que actúa sobre la carga de prueba debida a las cuatro cargas, ésta comienza a moverse siguiendo la trayectoria que se muestra en la Fig. 10 y mostrando en todo momento la fuerza electrostática que actúa sobre ella debida a las demás cargas.



**Fig. 9** Ventana de introducción de los datos y tabla de los valores y posiciones de las cargas.



**Fig. 10** Movimiento de la carga con velocidad inicial y mostrando la fuerza.

### 8.1.4 ANALISIS CUALITATIVO DE LA FUERZA ELECTROSTATICA

Este ejemplo permite observar cómo el usuario por medio del mouse puede mover la carga de prueba y simultáneamente se indica la fuerza total que obra sobre ella debido a una configuración de cargas localizadas en la región.

Se colocan cuatro cargas puntuales: 10 coul en la posición (70.3, 61.6) cm, -3 coul en la posición (25.4, 29.4) cm, -4 coul en la posición inicial de (33.8, 78.9) cm, 9 coul en la posición inicial de (60.2, 18.2) cm y la carga de prueba de 1 coul en la posición inicial (72.2,89.9) cm como se muestra en la Fig. 11.

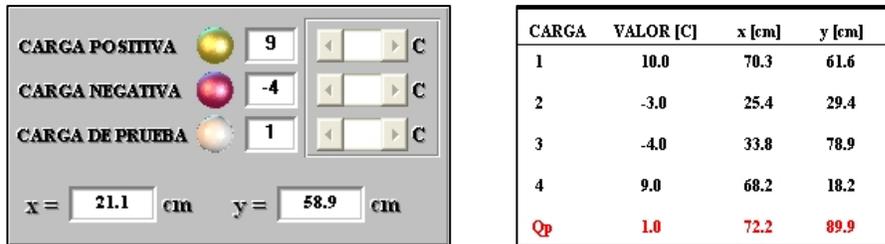


Fig. 11 Ventana de introducción de los datos y tabla de los valores y posiciones de las cargas.

Con el Mouse se le imprime un movimiento a la carga de prueba cuya trayectoria es a gusto del usuario observándose en todo momento la fuerza electrostática que actúa sobre la carga de prueba debida a las demás cargas colocadas en esa región, tal como se muestra en la Fig. 12.

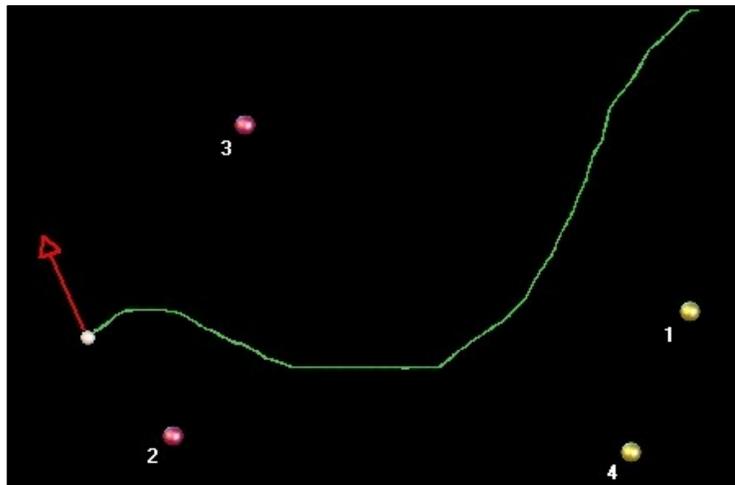


Fig. 12 Trayectoria del movimiento de la carga de prueba debido al usuario a través del mouse

### 8.1.5 ANALISIS CUANTITATIVO DE LA FUERZA ELECTROSTATICA

En este ejemplo se puede observar como se puede determinar en forma cuantitativa y las direcciones de las componentes de la fuerza electrostática que actúa sobre una carga de referencia debida a cargas localizadas en la región.

Se colocan tres cargas puntuales y la carga de referencia en la ventana de introducción de datos como se muestra en la Fig. 13, los valores de las cargas y sus posiciones se muestran en la Fig. 14. El valor de la fuerza electrostática total y sus componentes rectangulares que actúa sobre la carga de referencia debida a las demás cargas se muestra en la ventana de resultados, Fig. 15. En la Fig. 16 se muestra las direcciones de las componentes de la fuerza electrostática que actúa sobre la carga de referencia.

**ENTRADA DE DATOS**

Número de cargas =

---

**DATOS DE LA CARGA DE REFERENCIA**

Carga de referencia =  Coul

Coordenada (x) =  Cm

Coordenada (y) =  Cm

Coordenada (z) =  Cm

**DATOS DE CADA UNA DE LAS CARGAS**

Carga #

Valor de la carga =  Coul

Coordenada (x) =  Cm

Coordenada (y) =  Cm

Coordenada (z) =  Cm

**Fig. 13** Ventanas de introducción de los datos.

#	CARGA [coul]	x [m]	y [m]	z [m]
Po	.000001	45	67	78
1	.000001	-45	-67	-54
2	-.000001	-67	56	-23
3	-.000001	67	-67	45

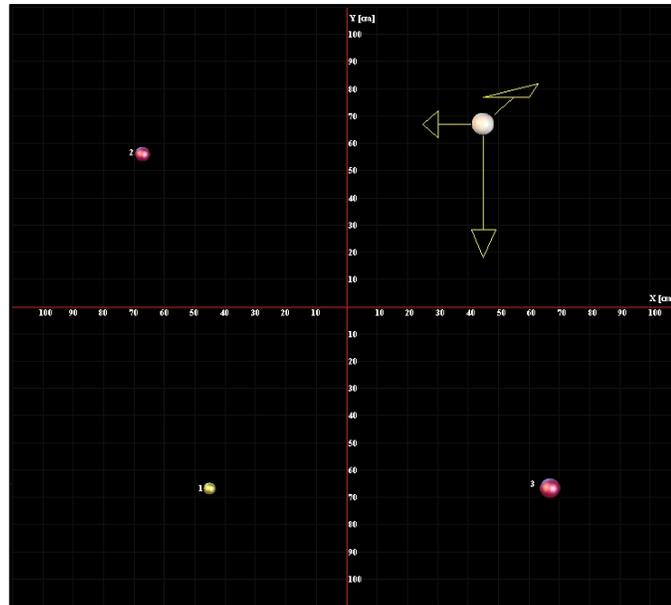
**Fig. 14** Ventana donde se muestra una lista de los valores y posiciones de las cargas.

**RESULTADOS**

Fx =  Nw    Fz =  Nw

Fy =  Nw    Ft =  Nw

**Fig. 15** Resultados de la fuerza electrostática que actúa sobre la carga de referencia.



**Fig. 16** Ventana donde se observa las componentes de la fuerza sobre la carga de referencia.

### 8.1.6 ANALISIS CUANTITATIVO DEL MOVIMIENTO

En este ejemplo se puede observar el movimiento de la carga de prueba a la cual se le puede imprimir una velocidad inicial, además puede mostrar la trayectoria seguida y la fuerza que actúa sobre la carga en todo momento, adicionalmente calcula la posición velocidad, aceleración y fuerza que tiene la partícula en todo instante de su movimiento.

Se colocan dos cargas puntuales:  $3 \times 10^{-6}$  coul en la posición (64.1, 53.7) cm,  $-1 \times 10^{-6}$  coul en la posición (20.2, 34.1) cm y la carga de prueba de  $-2 \times 10^{-6}$  coul en la posición inicial (16.3, 89.8) cm como se muestra en la Fig. 17, en la Fig. 18 se muestra la lista de las cargas con sus valores y posiciones; luego se le aplica a la carga de prueba una velocidad inicial cuyo valor es proporcional a la longitud del vector velocidad en este caso es  $19.74 \times 10^3$  m/s . Por la acción de la fuerza electrostática que actúa sobre la carga de prueba debida a las dos cargas, ésta comienza a moverse siguiendo la trayectoria que se muestra en la Fig. 19 y mostrando en todo momento la fuerza electrostática que actúa sobre

ella debida a las demás cargas. Además se puede observar en la ventana de resultados (Fig. 20) los valores instantáneos de la posición, velocidad, aceleración y fuerza de la carga de prueba durante su movimiento.

CARGA POSITIVA   C  
 CARGA NEGATIVA   C  
 CARGA DE PRUEBA   C  
 m =  kg     $V_0 =$   m/s  
 x =  cm    y =  cm

CARGA	VALOR [C]	x [cm]	y [cm]	m [kg]
1	3.00E-6	64.1	53.7	
2	-1.00E-6	20.2	34.1	
<b>Qp</b>	<b>-2.00E-6</b>	<b>16.3</b>	<b>89.8</b>	<b>2.00E-8</b>

**Fig. 17** Ventana de introducción de los datos de cada una de las cargas.

**Fig. 18** Lista de todas las cargas con sus valores y posiciones.



**Fig. 19** Ventana donde se observa el movimiento de la carga mostrando además su trayectoria y fuerza.

POSICIÓN DE LA PARTICULA	
x =	3416 cm y = 57.81 cm
VELOCIDAD DE LA PARTICULA	
Vx =	-16.8E3 m/s Vy = 17.1E3 m/s
ACELERACION DE LA PARTICULA	
Ax =	35.6E6 m/s <sup>2</sup> Ay = 62.1E5 m/s <sup>2</sup>
FUERZA SOBRE LA PARTICULA	
Fx =	71.2E-2 Nw Fy = 12.4E-2 Nw

**Fig. 20** Ventana donde se observa los valores instantáneos de la posición, velocidad, aceleración y fuerza de la carga de prueba.

### 8.1.7 ANALISIS CUANTITATIVO DE LA FUERZA EN 3D

En este ejemplo se puede observar como se puede determinar en forma cuantitativa y las direcciones de las componentes de la fuerza electrostática que actúa sobre una carga de referencia debida a cargas localizadas en la región en modo 3D.

Se colocan dos cargas puntuales y la carga de referencia en la ventana de introducción de datos como se muestra en la Fig. 21, los valores de las cargas y sus posiciones se muestran en la Fig. 22. El valor de la fuerza electrostática total y sus componentes rectangulares que actúa sobre la carga de referencia debida a las demás cargas se muestra en la ventana de resultados, Fig. 23. En la Fig. 24 se muestra las direcciones de las componentes de la fuerza electrostática que actúa sobre la carga de referencia en 3D.

ENTRADA DE DATOS	
Número de cargas =	3
DATOS DE LA CARGA DE REFERENCIA	
Carga de referencia =	1e-6 Coul
Coordenada (x) =	12 Cm
Coordenada (y) =	56 Cm
Coordenada (z) =	78 Cm

DATOS DE CADA UNA DE LAS CARGAS	
Carga #	2
Valor de la carga =	-2e-6 Coul
Coordenada (x) =	89 Cm
Coordenada (y) =	-78 Cm
Coordenada (z) =	67 Cm

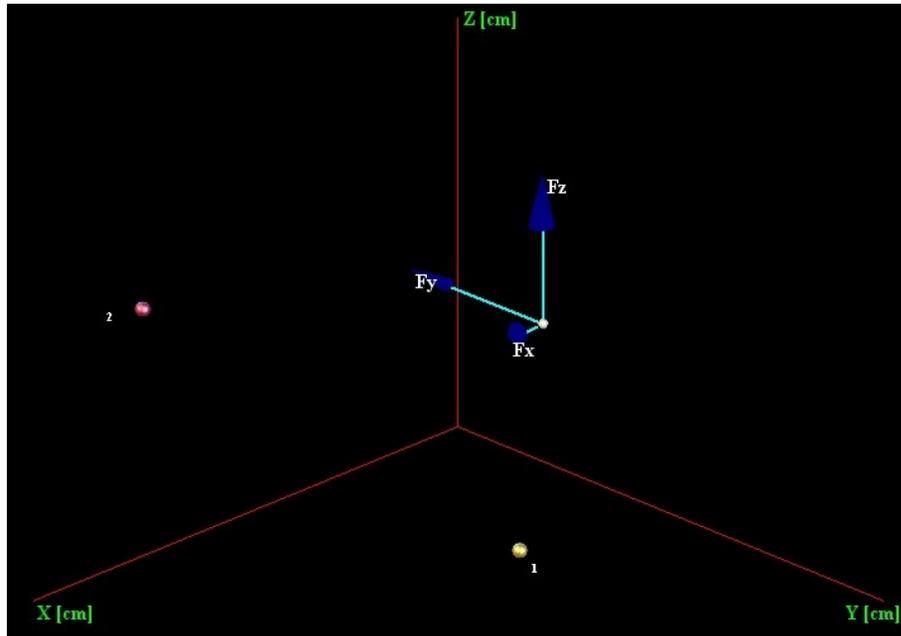
**Fig. 21** Ventana de introducción de los datos de cada una de las cargas.

#	CARGA [coul]	x [m]	y [m]	z [m]
$Q_0$	.000001	12	56	78
1	.000001	34	67	-23
2	-.000002	89	-78	67

**Fig. 22** Lista de todas las cargas con sus valores y posiciones.

RESULTADOS					
$F_x =$	19.64E-04	$N_w$	$F_z =$	75.60E-04	$N_w$
$F_y =$	-73.66E-04	$N_w$	$F_t =$	10.74E-03	$N_w$

**Fig. 23** Resultados de la fuerza electrostática que actúa sobre la carga de referencia.

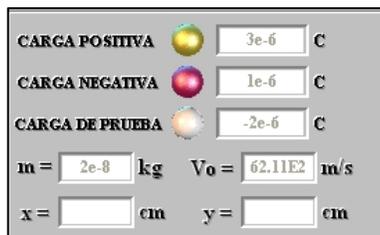


**Fig. 24** Ventana donde se observa las componentes de la fuerza sobre la carga de referencia en 3D.

### 8.1.8 TABULACION DE PUNTOS PARA LA ECUACION DE LA TRAYECTORIA

En este ejemplo se estudia y se analiza el movimiento de una carga que se mueve por la acción de una fuerza electrostática debido a una configuración de cargas, mostrando todos los valores cinemáticos y dinámicos de la carga de prueba en movimiento; además permite guardar en un archivo los valores cinemáticos y dinámicos de la carga en todo momento de su trayectoria para luego determinar a través de un programa especial una ecuación aproximada de la trayectoria utilizando los valores de la posición de la partícula durante su movimiento.

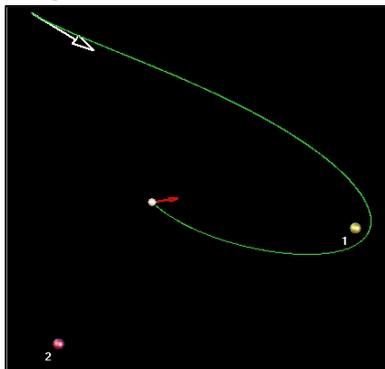
Se colocan dos cargas puntuales:  $3 \times 10^{-6}$  coul en la posición (64.1, 53.7) cm,  $-1 \times 10^{-6}$  coul en la posición (20.2, 34.1) cm y la carga de prueba de  $-2 \times 10^{-6}$  coul en la posición inicial (16.3, 89.8) cm como se muestra en la Fig. 25, en la Fig. 26 se muestra la lista de las cargas con sus valores y posiciones; luego se le aplica a la carga de prueba una velocidad inicial cuyo valor es proporcional a la longitud del vector velocidad en este caso es  $62.11 \times 10^2$  m/s . Por la acción de la fuerza electrostática que actúa sobre la carga de prueba debida a las dos cargas, ésta comienza a moverse siguiendo la trayectoria que se muestra en la Fig. 27 y mostrando en todo momento la fuerza electrostática que actúa sobre ella debida a las demás cargas. Además se puede observar en la ventana de resultados (Fig. 28) los valores instantáneos de la posición, velocidad, aceleración y fuerza de la carga de prueba durante su movimiento.



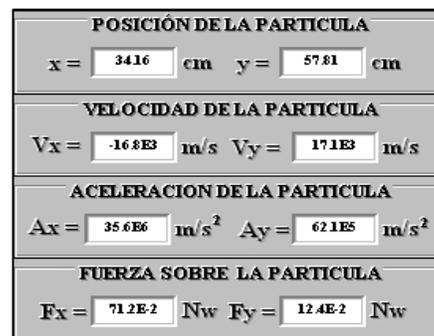
**Fig. 25** Ventana de introducción de los datos de cada una de las cargas.

CARGA	VALOR [C]	x [cm]	y [cm]	m [kg]
1	3.00E-6	64.1	53.7	
2	-1.00E-6	20.2	34.1	
<b>Qp</b>	<b>-2.00E-6</b>	<b>16.3</b>	<b>89.8</b>	<b>2.00E-8</b>

**Fig. 26** Lista de todas las cargas con sus valores y posiciones.



**Fig. 27** Ventana donde se observa el movimiento de la carga mostrando además su trayectoria y fuerza.



**Fig. 28** Ventana donde se observa los valores instantáneos de la posición, velocidad, aceleración y fuerza de la carga de prueba.

Además, el programa tiene una opción de mostrar una lista de los puntos que componen la trayectoria seguida por la carga de prueba, como se observa en la

Fig. 29; con esta tabulación es posible obtener la ecuación aproximada de la trayectoria seguida por la carga.

Tiempo [s]	x [cm]	y [cm]	Vx [m/s]	Vy [m/s]	Ax [m/s <sup>2</sup> ]	Ay [m/s <sup>2</sup> ]
20.0E-08	16.04E02	89.18E02	12.21E00	-33.03E-01	58.14E05	-15.73E05
30.0E-08	16.04E02	89.18E02	27.03E00	-73.13E-01	58.14E05	-15.73E05
40.0E-08	16.04E02	89.18E02	47.67E00	-12.9E00	58.14E05	-15.73E05
50.0E-08	16.04E02	89.18E02	74.13E00	-20.05E00	58.14E05	-15.73E05
60.0E-08	16.04E02	89.18E02	10.64E01	-28.78E00	58.14E05	-15.73E05
70.0E-08	16.04E02	89.18E02	14.45E01	-39.08E00	58.14E05	-15.73E05
80.0E-08	16.04E02	89.18E02	18.84E01	-50.96E00	58.14E05	-15.73E05
90.0E-08	16.05E02	89.18E02	23.81E01	-64.41E00	58.15E05	-15.73E05
10.0E-07	16.05E02	89.18E02	29.36E01	-79.44E00	58.15E05	-15.74E05
11.0E-07	16.05E02	89.18E02	35.5E01	-96.05E00	58.16E05	-15.74E05
12.0E-07	16.06E02	89.18E02	42.22E01	-11.42E01	58.17E05	-15.75E05
13.0E-07	16.06E02	89.18E02	49.52E01	-13.4E01	58.19E05	-15.76E05
14.0E-07	16.07E02	89.18E02	57.4E01	-15.54E01	58.2E05	-15.77E05
15.0E-07	16.08E02	89.17E02	65.87E01	-17.83E01	58.22E05	-15.78E05
16.0E-07	16.09E02	89.17E02	74.93E01	-20.29E01	58.24E05	-15.79E05
17.0E-07	16.1E02	89.17E02	84.57E01	-22.9E01	58.27E05	-15.81E05
18.0E-07	16.12E02	89.16E02	94.8E01	-25.68E01	58.3E05	-15.84E05
19.0E-07	16.14E02	89.16E02	10.56E02	-28.62E01	58.34E05	-15.86E05
20.0E-07	16.16E02	89.15E02	11.7E02	-31.72E01	58.39E05	-15.89E05
21.0E-07	16.18E02	89.14E02	12.9E02	-34.99E01	58.44E05	-15.93E05
22.0E-07	16.21E02	89.14E02	14.16E02	-38.43E01	58.5E05	-15.97E05
23.0E-07	16.25E02	89.13E02	15.48E02	-42.04E01	58.58E05	-16.02E05
24.0E-07	16.29E02	89.12E02	16.86E02	-45.82E01	58.66E05	-16.07E05
25.0E-07	16.33E02	89.1E02	18.31E02	-49.77E01	58.75E05	-16.13E05
26.0E-07	16.38E02	89.09E02	19.81E02	-53.9E01	58.86E05	-16.2E05
27.0E-07	16.43E02	89.08E02	21.37E02	-58.22E01	58.97E05	-16.28E05
28.0E-07	16.49E02	89.06E02	23.0E02	-62.72E01	59.11E05	-16.37E05
29.0E-07	16.56E02	89.04E02	24.69E02	-67.41E01	59.26E05	-16.47E05
30.0E-07	16.64E02	89.02E02	26.44E02	-72.29E01	59.42E05	-16.58E05
31.0E-07	16.72E02	89.0E02	28.26E02	-77.38E01	59.6E05	-16.71E05
32.0E-07	16.81E02	88.97E02	30.14E02	-82.68E01	59.81E05	-16.85E05
33.0E-07	16.92E02	88.94E02	32.1E02	-88.19E01	60.03E05	-17.0E05
34.0E-07	17.03E02	88.91E02	34.11E02	-93.92E01	60.28E05	-17.17E05
35.0E-07	17.15E02	88.88E02	36.2E02	-99.89E01	60.55E05	-17.35E05
36.0E-07	17.28E02	88.84E02	38.35E02	-10.61E02	60.85E05	-17.56E05
37.0E-07	17.43E02	88.8E02	40.59E02	-11.26E02	61.17E05	-17.79E05

Fig. 29 Ventana donde se observa los puntos y los valores cinemáticos y dinámicos de la partícula.

## 8.2 CAMPO ELECTRICICO

### 8.2.1 ANALISIS CUALITATIVO DEL MOVIMIENTO

En este ejemplo se coloca alguna configuración de cargas puntuales y se observa la cinemática del movimiento de manera cualitativa de la carga de prueba por la acción del campo eléctrico producido por la configuración de cargas.

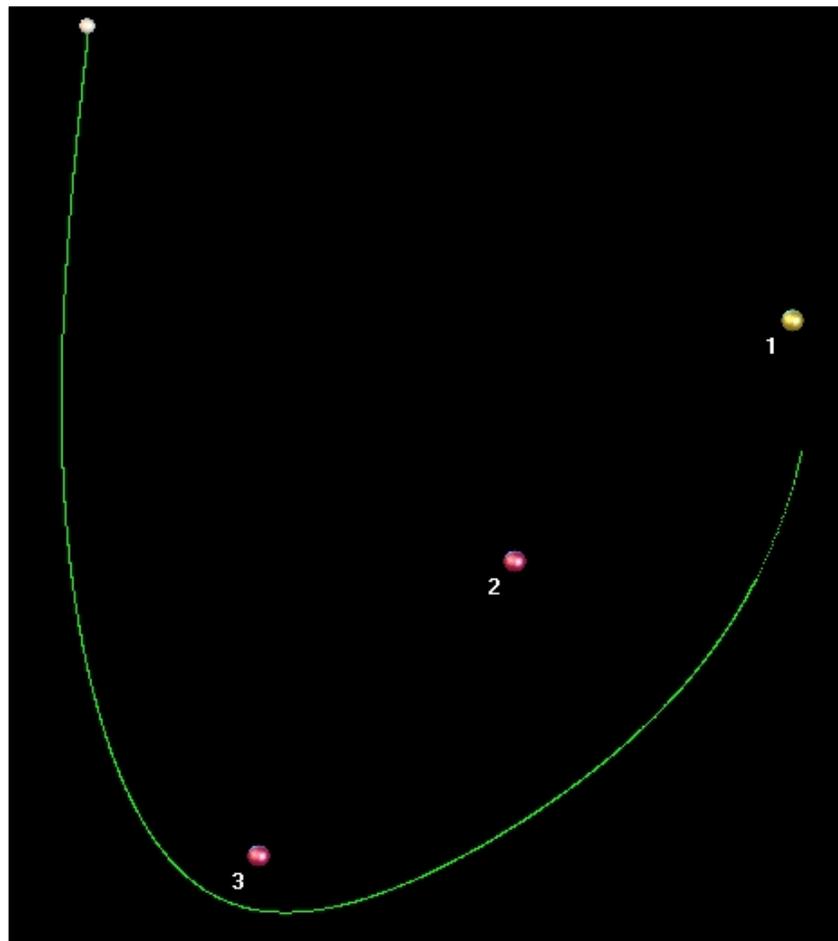
Se coloca una carga puntual positiva de 1 coul en la posición (65.8, 71.2) cm, una carga negativa de -1 coul en la posición (45.1, 50.9) cm, una carga positiva de -2 coul en la posición (26.1, 26.1) cm y luego la carga de prueba de 1 coul en la posición inicial de (66.6, 60.0) cm, como se muestra en la Fig. 30. El programa saca una lista de todos los valores y posiciones de las cargas introducidas (Fig. 31). Por la acción del campo eléctrico que actúa sobre la

carga de prueba debida a las tres cargas, ésta comienza a moverse siguiendo la trayectoria que se muestra en la Fig. 32.

**Fig. 30** Ventana de introducción de los datos de cada una de las cargas.

CARGA	VALOR [C]	x [cm]	y [cm]
1	1,0	65,8	71,2
2	-1,0	45,1	50,9
3	-2,0	26,1	26,1
$Q_p$	1,0	66,6	60,0

**Fig. 31** Lista de todas las cargas con sus valores y posiciones.



**Fig. 32** Ventana donde se observa el movimiento de la carga y su trayectoria seguida.

## 8.2.2 ANALISIS CUALITATIVO DEL MOVIMIENTO MOSTRANDO EL CAMPO ELECTRICO

Este ejemplo permite observar el movimiento de la carga y en todo momento se indica el campo eléctrico que obra sobre ella debido a una configuración de cargas localizadas en la región.

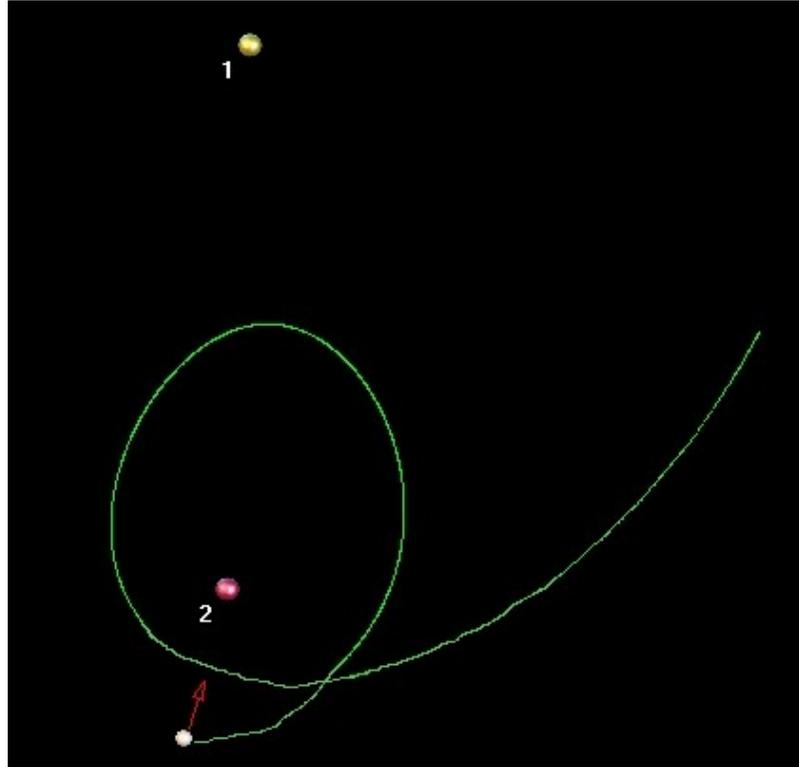
Se coloca una carga puntual positiva de 3 coul en la posición (35.3, 74.1) cm, una carga negativa de -5 coul en la posición (33.6, 30.5) cm y luego la carga de prueba de 1 coul en la posición inicial de (71.7, 50.9) cm en la ventana de datos, como se muestra en la Fig. 28. El programa saca una lista de todos los valores y posiciones de las cargas introducidas (Fig. 29). Por la acción del campo eléctrico que actúa sobre la carga de prueba debida a las dos cargas, ésta comienza a moverse siguiendo la trayectoria que se muestra en la Fig. 30 y mostrando en todo momento la dirección y sentido del campo eléctrico que actúa sobre ella debida a las demás cargas.

CARGA POSITIVA 3 C  
CARGA NEGATIVA -5 C  
CARGA DE PRUEBA 1 C  
x = [ ] cm y = [ ] cm

**Fig. 28** Ventana de introducción de los datos de cada una de las cargas.

CARGA	VALOR [C]	x [cm]	y [cm]
1	3,0	35,3	74,1
2	-5,0	33,6	30,5
$Q_p$	1,0	71,7	50,9

**Fig. 29** Lista de todas las cargas con sus valores y posiciones.



**Fig. 30** Ventana donde se observa el movimiento de la carga y su trayectoria seguida mostrando en todo momento la dirección del campo eléctrico sobre ella.

### 8.2.3 ANALISIS CUALITATIVO DEL MOVIMIENTO CON VELOCIDAD INICIAL Y MOSTRANDO EL CAMPO ELECTRICO

Este ejemplo permite observar el movimiento de la carga a la cual se le imprime una velocidad inicial en una determinada dirección y en todo momento se indica el campo eléctrico que obra sobre ella debido a una configuración de cargas localizadas en la región.

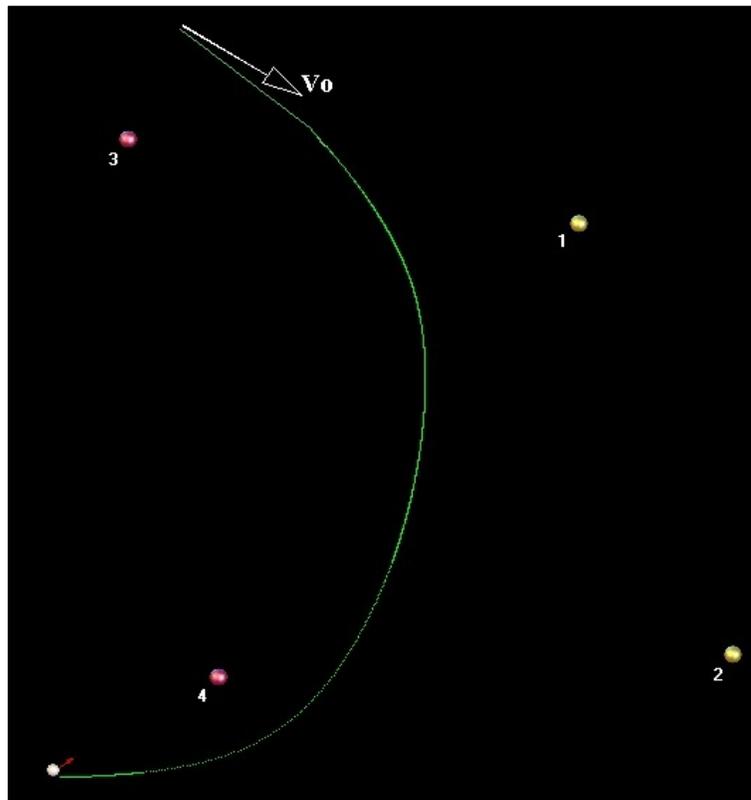
Se colocan cuatro cargas puntuales: 2 coul en la posición (65.3, 71.3) cm, 3 coul en la posición (80.0, 25.0) cm, -2 coul en la posición inicial de (22.7, 80.2) cm, -3 coul en la posición inicial de (31.1, 22.7) cm y la carga de prueba de 2 coul en la posición inicial (28.0,92.1) cm como se muestra en la Fig. 31. El programa saca una lista de todos los valores y posiciones de las cargas introducidas (Fig. 32). Luego se le aplica a la carga de prueba una velocidad

inicial cuyo valor es proporcional a la longitud del vector velocidad. Por la acción del campo eléctrico que actúa sobre la carga de prueba debida a las cuatro cargas, ésta comienza a moverse siguiendo la trayectoria que se muestra en la Fig. 33 y mostrando en todo momento el campo eléctrico que actúa sobre ella debida a las demás cargas.

**Fig. 31** Ventana de introducción de los datos de cada una de las cargas.

CARGA	VALOR [C]	x [cm]	y [cm]
1	2,0	65,3	71,3
2	3,0	80,0	25,0
3	-2,0	22,7	80,2
4	-3,0	31,1	22,7
<b>Qp</b>	<b>2,0</b>	<b>28,0</b>	<b>92,1</b>

**Fig. 32** Lista de todas las cargas con sus valores y posiciones.



**Fig. 33** Ventana donde se muestra la cinemática del movimiento de la carga de prueba a la cual se le imprime una velocidad inicial y en todo momento mostrando el campo eléctrico que actúa sobre ella.

## 8.2.4 ANALISIS CUALITATIVO DEL CAMPO ELECTRICO

En este ejemplo permite observar como el usuario a través del mouse puede mover la carga de prueba y simultáneamente se indica el campo eléctrico que obra sobre ella debido a una configuración de cargas localizadas en la región.

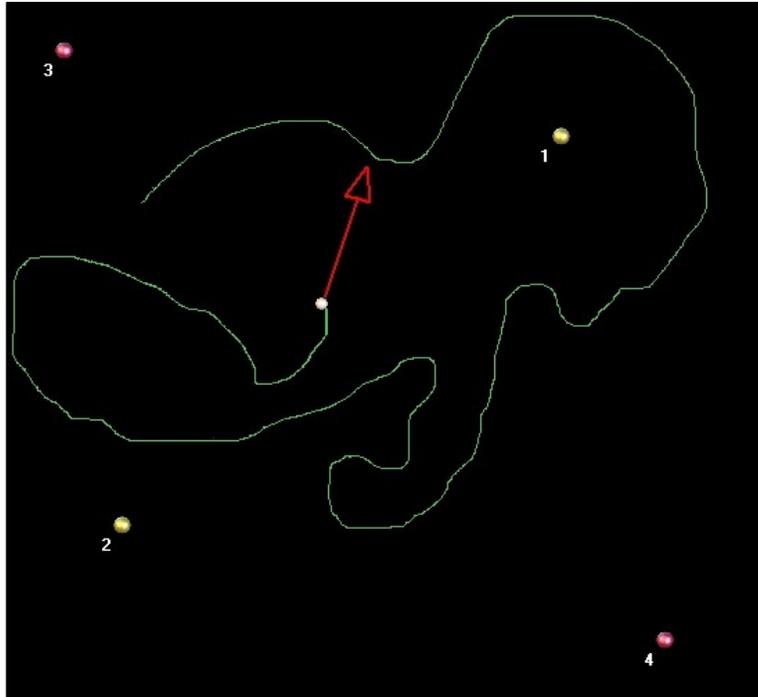
Se colocan cuatro cargas puntuales: 3 coul en la posición (71.2, 74.0) cm, 5 coul en la posición (28.6, 31.6) cm, -3 coul en la posición inicial de (23.0, 83.4) cm, -5 coul en la posición inicial de (81.3, 19.1) cm y la carga de prueba de 3 coul en la posición inicial (49.9,57.5) cm como se muestra en la Fig. 34, el programa saca una lista de todos los valores y posiciones de las cargas introducidas (Fig. 35). Con el Mouse se le imprime un movimiento a la carga de prueba cuya trayectoria es a gusto del usuario observándose en todo momento la fuerza electrostática que actúa sobre la carga de prueba debida a las demás cargas colocadas en esa región, tal como se muestra en la Fig. 36.



**Fig. 34** Ventana de introducción de los datos de cada una de las cargas.

CARGA	VALOR [C]	x [cm]	y [cm]
1	3,0	71,2	74,0
2	5,0	28,6	31,6
3	-3,0	23,0	83,4
4	-5,0	81,3	19,1
$Q_p$	3,0	49,9	57,5

**Fig. 35** Lista de todas las cargas con sus valores y posiciones.



**Fig. 36** Ventana donde se muestra el movimiento de la carga de prueba debido al usuario a través del mouse y en todo momento mostrando el campo eléctrico que actúa sobre ella.

### 8.2.5 ANALISIS CUANTITATIVO DEL CAMPO ELECTRICO

En este ejemplo se puede observar como se puede determinar en forma cuantitativa y las direcciones de las componentes del campo eléctrico en un punto de la región.

Se colocan tres cargas puntuales y el punto donde se quiere determinar el campo eléctrico en la ventana de introducción de datos como se muestra en la Fig. 37, los valores de las cargas, sus posiciones y el punto se encuentra en la lista que se muestra en la Fig. 38. El valor del campo eléctrico total y sus componentes rectangulares en el punto de referencia debida a las demás cargas se muestra en la ventana de resultados, Fig. 39. En la Fig. 40 se muestra las direcciones de las componentes del campo eléctrico en el punto de referencia.

**ENTRADA DE DATOS**

Número de cargas =

**COORDENADAS DEL PUNTO**

Coordenada (x) =  Cm

Coordenada (y) =  Cm

Coordenada (z) =  Cm

**DATOS DE CADA UNA DE LAS CARGAS**

Carga #

Valor de la carga =  Coul

Coordenada (x) =  Cm

Coordenada (y) =  Cm

Coordenada (z) =  Cm

**Fig. 37** Ventana donde se introducen los valores y las posiciones de las cargas y del punto de referencia.

#	CARGA [coul]	x [m]	y [m]	z [m]
Po		-34	-45	-45
1	.000001	-67	34	56
2	-.000001	45	-56	0
3	-.000002	67	34	67

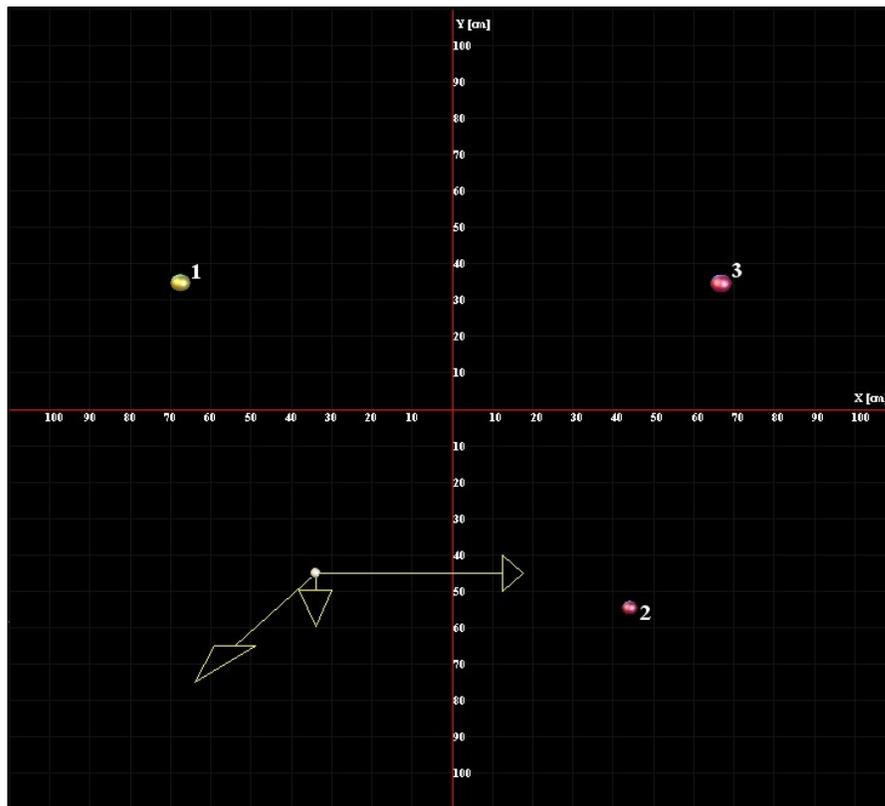
**Fig. 38** Lista de todas las cargas con sus valores y posiciones.

**RESULTADOS**

$E_x = 14,22E03$  n/c       $E_z = 54,42E02$  n/c

$E_y = -14,71E02$  n/c       $E_t = 15,30E03$  n/c

**Fig. 39** Resultados del campo eléctrico y sus componentes en el punto de referencia.

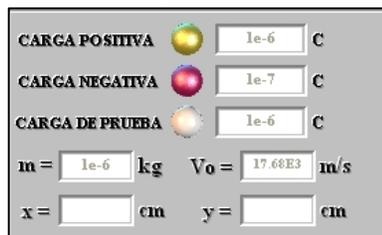


**Fig. 40** Ventana donde se observa las componentes del campo eléctrico en el punto de referencia.

## 8.2.6 ANALISIS CUANTITATIVO DEL MOVIMIENTO

En este ejemplo se puede observar el movimiento de la carga de prueba a la cual se le puede imprimir una velocidad inicial, además puede mostrar la trayectoria seguida y el campo eléctrico que actúa sobre la carga en todo momento, adicionalmente calcula la posición velocidad, aceleración y fuerza que tiene la partícula en todo instante de su movimiento.

Se colocan tres cargas puntuales:  $1 \times 10^{-6}$  coul en la posición (66.6, 74.8) cm,  $-1 \times 10^{-6}$  coul en la posición (35.7, 45.1) cm,  $-1 \times 10^{-7}$  coul en la posición (78.2, 40.5) cm y la carga de prueba de  $1 \times 10^{-6}$  coul en la posición inicial (21.7, 86.7) cm con masa  $1 \times 10^{-6}$  kg como se muestra en la Fig. 41, en la Fig. 42 se muestra la lista de las cargas con sus valores y posiciones; luego se le aplica a la carga de prueba una velocidad inicial cuyo valor es proporcional a la longitud del vector velocidad en este caso es  $17.68 \times 10^3$  m/s . Por la acción del campo eléctrico que actúa sobre la carga de prueba debida a las tres cargas, ésta comienza a moverse siguiendo la trayectoria que se muestra en la Fig. 43 y mostrando en todo momento el campo eléctrico que actúa sobre ella debida a las demás cargas. Además se puede observar en la ventana de resultados (Fig. 44) los valores instantáneos de la carga como la posición, velocidad, aceleración, fuerza sobre ella, campo eléctrico durante su movimiento.

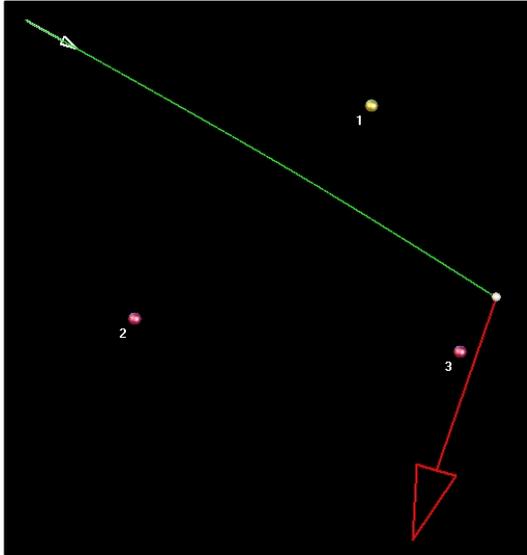


CARGA POSITIVA  C  
 CARGA NEGATIVA  C  
 CARGA DE PRUEBA  C  
 m =  kg     $V_0 =$   m/s  
 x =  cm    y =  cm

**Fig. 41** Ventana de introducción de los datos de cada una de las cargas.

CARGA	VALOR [C]	x [cm]	y [cm]	m [kg]
1	1.00E-6	66.6	74.8	
2	-1.00E-6	35.7	45.1	
3	-1.00E-7	78.2	40.5	
<b>Qp</b>	<b>1.00E-6</b>	<b>21.7</b>	<b>86.7</b>	<b>1.00E-6</b>

**Fig. 42** Lista de todas las cargas con sus valores y posiciones.



**Fig. 43** Ventana donde se observa el movimiento de la carga mostrando además su trayectoria y campo eléctrico.

<b>POSICIÓN DE LA PARTICULA</b>	
x = <input type="text" value="83.07"/> cm	y = <input type="text" value="47.86"/> cm
<b>VELOCIDAD DE LA PARTICULA</b>	
V <sub>x</sub> = <input type="text" value="14.6E3"/> m/s	V <sub>y</sub> = <input type="text" value="-99.6E2"/> m/s
<b>ACELERACION DE LA PARTICULA</b>	
A <sub>x</sub> = <input type="text" value="-56.8E3"/> m/s <sup>2</sup>	A <sub>y</sub> = <input type="text" value="-17.5E4"/> m/s <sup>2</sup>
<b>FUERZA SOBRE LA PARTICULA</b>	
F <sub>x</sub> = <input type="text" value="-56.8E-3"/> Nw	F <sub>y</sub> = <input type="text" value="-17.5E-2"/> Nw
<b>CAMPO ELECTRICO SOBRE LA PARTICULA</b>	
E <sub>x</sub> = <input type="text" value="-56.8E3"/> Nw/c	E <sub>y</sub> = <input type="text" value="-17.5E4"/> Nw/c

**Fig. 44** Ventana donde se observa los valores instantáneos de la posición, velocidad, aceleración, fuerza y campo eléctrico sobre la carga de prueba.

### 8.2.7 ANALISIS CUANTITATIVO DEL CAMPO ELECTRICO EN 3D

En este ejemplo se puede observar como se puede determinar en forma cuantitativa y las direcciones de las componentes del campo eléctrico en un punto del espacio tridimensional debido a cargas localizadas en la región en modo 3D.

Se colocan dos cargas puntuales y la carga de referencia en la ventana de introducción de datos como se muestra en la Fig. 45, los valores de las cargas y sus posiciones se muestran en la Fig. 46. El valor del campo eléctrico total y sus componentes rectangulares que actúan en el punto de referencia debido a las demás cargas se muestra en la ventana de resultados, Fig. 47. En la Fig. 48 se muestra las direcciones de las componentes en 3D de la fuerza electrostática que actúa sobre la carga de referencia.

**ENTRADA DE DATOS**

Número de cargas =

**COORDENADAS DEL PUNTO**

Coordenada (x) =  Cm

Coordenada (y) =  Cm

Coordenada (z) =  Cm

**DATOS DE CADA UNA DE LAS CARGAS**

Carga #

Valor de la carga =  Coul

Coordenada (x) =  Cm

Coordenada (y) =  Cm

Coordenada (z) =  Cm

**Fig. 45** Ventana de introducción de los datos de cada una de las cargas.

#	CARGA [coul]	x [m]	y [m]	z [m]
Po		0	0	0
1	.001	34	-45	-65
2	-.002	-45	67	0

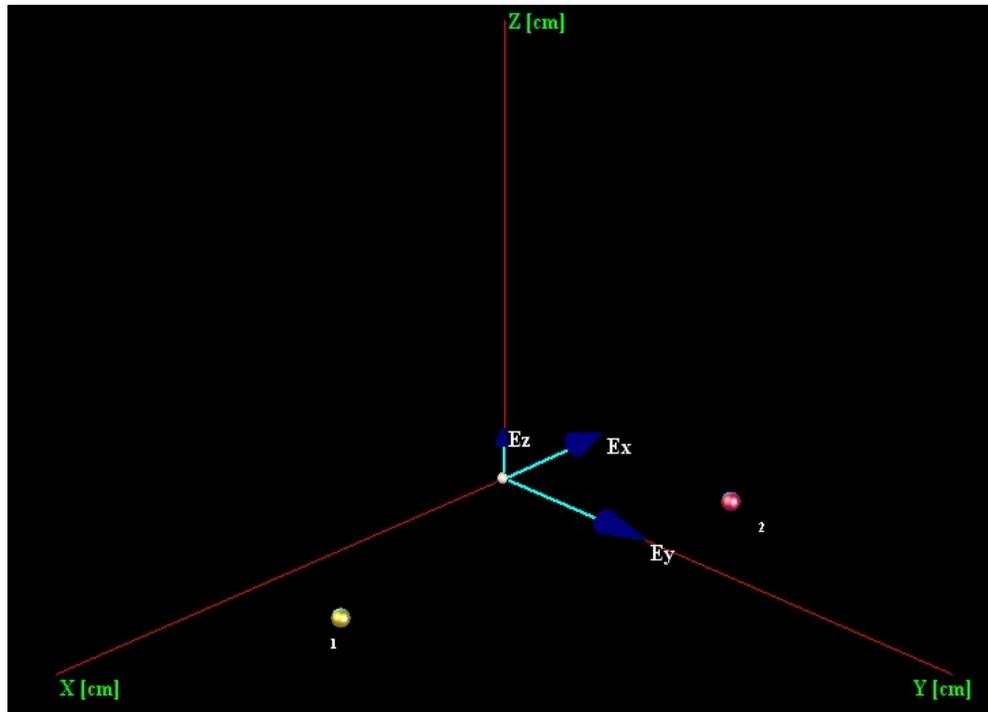
**Fig. 46** Lista de todas las cargas con sus valores y posiciones.

**RESULTADOS**

$\vec{E}_x = -20,21E06 \text{ n/c}$        $\vec{E}_z = 91,79E05 \text{ n/c}$

$\vec{E}_y = 29,29E06 \text{ n/c}$        $\vec{E}_t = 36,75E06 \text{ n/c}$

**Fig. 47** Ventana donde se observa los valores de las componentes del campo eléctrico en un punto determinado.



**Fig. 48** Ventana de se observa las componentes del campo eléctrico en un punto determinado en 3D.

## 8.2.8 LINEAS DE FUERZA DEL CAMPO ELECTRICO

En este ejemplo se puede observar como son las líneas de fuerza del campo eléctrico debido a diferentes configuraciones de cargas puntuales colocadas en una región del espacio.

Se colocan cuatro cargas puntuales en la ventana de introducción de datos como se muestra en la Fig. 49, los valores de las cargas y sus posiciones se muestran en la Fig. 50.

El programa muestra en pantalla como se distribuyen las líneas de fuerza debido al sistema de cuatro cargas, como se observa en la Fig. 51.

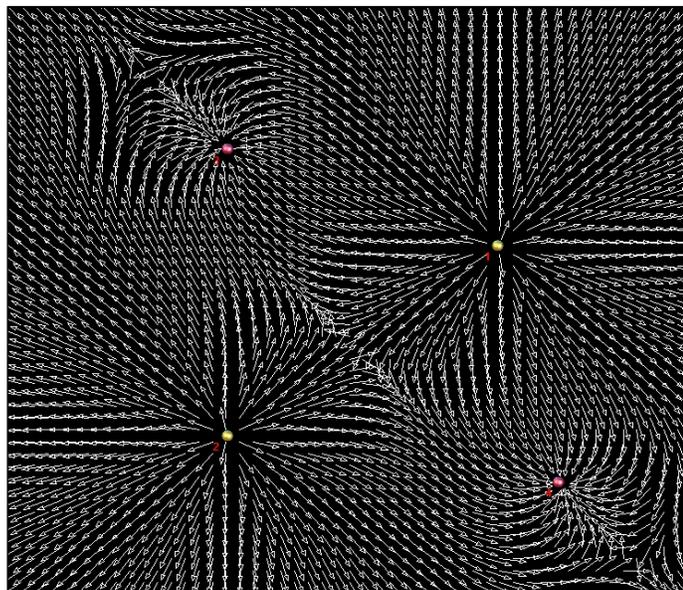


The screenshot shows a software interface for entering data for four point charges. It features two rows of controls: 'CARGA POSITIVA' with a yellow sphere icon, a numeric input field containing '6', and a unit selector set to 'C'; and 'CARGA NEGATIVA' with a red sphere icon, a numeric input field containing '-1', and a unit selector set to 'C'. Below these are two empty input fields for 'x = [ ] cm' and 'y = [ ] cm'.

**Fig. 49** Ventana de introducción de los datos de cada una de las cargas.

CARGA	VALOR [C]	x [cm]	y [cm]
1	8,0	70,8	60,5
2	6,0	31,2	28,0
3	-1,0	31,2	77,0
4	-1,0	79,7	20,1

**Fig. 50** Lista de todas las cargas con sus valores y posiciones.



**Fig. 51** Ventana de se observa las líneas de fuerza del campo eléctrico debido a una configuración de cargas puntuales.

## 8.2.9 TABULACION DE PUNTOS PARA LA ECUACION DE LA TRAYECTORIA

En este ejemplo se estudia y se analiza el movimiento de una carga que se mueve por la acción de un campo eléctrico debido a una configuración de cargas, mostrando todos los valores cinemáticos y dinámicos de la carga de prueba en movimiento; además permite guardar en un archivo los valores cinemáticos y dinámicos de la carga en todo momento de su trayectoria para luego determinar a través de un programa especial una ecuación aproximada de la trayectoria utilizando los valores de la posición de la partícula durante su movimiento.

Se colocan dos cargas puntuales:  $1 \times 10^{-6}$  coul en la posición (54.7, 61.9) cm,  $-2 \times 10^{-6}$  coul en la posición (26.8, 31.4) cm y la carga de prueba de  $-1 \times 10^{-6}$  coul en la posición inicial (29.6, 43.7) cm como se muestra en la Fig. 52, en la Fig. 53 se muestra la lista de las cargas con sus valores y posiciones. Por la acción de la fuerza electrostática que actúa sobre la carga de prueba debida a las dos cargas, ésta comienza a moverse siguiendo la trayectoria que se muestra en la Fig. 54 y mostrando en todo momento la fuerza electrostática que actúa sobre ella debida a las demás cargas. Además se puede observar en la ventana de resultados (Fig. 28) los valores instantáneos de la posición, velocidad, aceleración y fuerza de la carga de prueba durante su movimiento.



CARGA POSITIVA  C

CARGA NEGATIVA  C

CARGA DE PRUEBA  C

m =  kg

x =  cm    y =  cm

**Fig. 52** Ventana de introducción de los datos de cada una de las cargas.

CARGA	VALOR [C]	x [cm]	y [cm]	m [kg]
1	1.00E-6	54.7	61.9	
2	-2.00E-6	26.8	31.4	
<b>Qp</b>	<b>-1.00E-6</b>	<b>29.6</b>	<b>43.7</b>	<b>2.00E-8</b>

**Fig. 53** Lista de todas las cargas con sus valores y posiciones.