

IDENTIFICACIÓN DE MODOS PRINCIPALES DE VARIABILIDAD HIDROCLIMÁTICA

EN COLOMBIA MEDIANTE LA TRANSFORMADA DE HILBERT-HUANG

Alejandra Carmona¹, Germán Poveda¹

(1) Postgrado en Aprovechamiento Recursos Hidráulicos, Escuela de Geociencias y Medio Ambiente,

Universidad Nacional de Colombia, Medellín, Colombia.

amcarmo0@unal.edu.co, gpoveda@unal.edu.co

Resumen

Se estudian los principales modos de variabilidad hidro-climática en series de precipitación, caudales y temperatura de variada resolución temporal en Colombia mediante tres metodologías: la transformada de Hilbert-Huang, la transformada de Fourier y la transformada en Onditas. Los resultados obtenidos indican que los principales modos de oscilación hidro-climática en las variables con resolución mensual (precipitación, caudal y temperatura) están asociadas con períodos de 3, 6 y 12 meses, 2-3 años y 3.5-6 años. Por otra parte, en los registros diarios, además de los períodos ya mencionados se encontraron frecuencias asociadas a períodos de 3.5-5 días y 69-78 días. Finalmente en las series horarias se encontraron frecuencias asociadas a períodos de 12 y 24 horas, seguidas de una frecuencia de 0.017 h⁻¹ equivalente a 59 horas (2.5 días). Se evidencia la potencia y superioridad de la transformada de Hilbert-Huang con respecto a las Transformadas de Fourier y Onditas, especialmente para señales no estandarizadas y series que contienen datos atípicos.

Palabras Clave: Análisis espectral, Descomposición en Modos Empíricos, Hidrometeorología, Transformada de Hilbert-Huang, Variabilidad Hidro-climática.

Abstract

The principal modes of hydro-climatic variability in Colombian series of rainfall, discharge and temperature in various temporal resolutions are studied through three methodologies: the Hilbert-Huang transform, Fourier transform and the Wavelet transform. Results show that the main oscillation modes in hydro-climatic variables with monthly resolution (rainfall, discharge and temperature) are associated with periods of 3, 6 and 12 months, 2-3 years 3.5-6 years. On the other hand, in daily records, in addition to the aforementioned periods, frequencies were associated with periods of 3.5-5 days and 69-78 days. Finally, in hourly series, frequencies were associated with periods of 12 and 24 hours, followed by a frequency of 0.017 h^{-1} equivalent to 59 hours (2.5 days). Also, the power and superiority of the Hilbert-Huang transform with respect to the Fourier and Wavelet transforms is demonstrated, especially for non-standardized signals and sets containing outliers.

Keywords: Spectral analysis, Empirical Mode Decomposition, Hydrometeorology, Hilbert-Huang Transform, hydro-climatic variability.

1. Introducción

El entendimiento de la interacción de la dinámica acoplada del sistema hidroclimático en distintas escalas espaciales y temporales es especialmente relevante en un país como Colombia que exhibe una alta variabilidad climática (Poveda, 2004).

Dada la complejidad de los fenómenos hidrometeorológicos que tienen influencia de forma simultánea sobre la climatología Colombiana se hace necesario el análisis de las diferentes variables hidro-climáticas mediante herramientas de diagnóstico potentes que contribuyan de manera eficaz al entendimiento de los distintos fenómenos y modos de variabilidad.

La Transformada de Hilbert-Huang (THH; Huang et al., 1998, Huang y Wu, 2008) es una herramienta matemática moderna que se compone de la Descomposición en Modos Empíricos (DME) y de la transformada de Hilbert. Esta transformada es aplicable para estimar el espectro de señales no lineales y no estacionarias, permitiendo el análisis de series de variables sin un procesamiento previo, entregando resultados de fácil interpretación física. Es por esto que la THH es útil para la investigación de la variabilidad hidrológica, superando en muchos aspectos otras técnicas como la Transformada Rápida de Fourier y la Transformada en Onditas (Wavelets).

Este trabajo tiene por objeto identificar los principales modos de variabilidad hidrológica en series de precipitación, caudales y temperatura de variada resolución temporal en Colombia, comparando los resultados obtenidos mediante las transformadas de Fourier, Onditas y Hilbert-Huang.

2. Metodología

La transformada de Hilbert-Huang, que lleva su nombre debido a la combinación del análisis espectral de Hilbert y la Descomposición en Modos Empíricos (DME), desarrollada por Norden Huang (Huang et al., 1998, 1999, Huang y Hu, 2008), fue diseñada específicamente para el análisis de datos no lineales y no estacionarios. Consiste en descomponer primero la serie de datos en Funciones de Modos Intrínsecos (FMI) mediante la metodología de DME, la cual expande la serie en modos base derivados de los propios datos y luego se aplica la transformada de Hilbert para estimar la distribución Tiempo-Frecuencia-Energía, denominada Espectro de Hilbert (Huang et al., 1998).

2.1 Análisis Espectral de Hilbert

Para cualquier función $x(t)$ de clase L^p , es decir

$$x(t) \in L^p = \int_{-\infty}^{\infty} |x(t)|^p dt < \infty, \quad \text{su}$$

transformada de Hilbert, $y(t)$, es un caso especial de convolución de la función $x(t)$ y una función $g(t)=1/t$ y se define como:

$$y(t) = \frac{1}{\pi} P \int_{-\infty}^{\infty} \frac{x(\tau)}{t - \tau} d\tau, \quad (1)$$

donde P es el valor principal de Cauchy de la integral singular, es decir que el límite definido por la ecuación 2, existe:

$$P \int_{-a}^a \frac{1}{x} dx = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0^+} \left(\int_{-a}^{-\varepsilon} \frac{1}{x} dx + \int_{\varepsilon}^a \frac{1}{x} dx \right) = 0. \quad (2)$$

La función $x(t)$ y su transformada de Hilbert, $y(t)$, forman un par conjugado complejo, y por lo tanto es posible definir una señal analítica $z(t)$:

$$z(t) = x(t) + iy(t) = a(t)e^{i\theta(t)},$$

con $i = \sqrt{-1}$, (3)

$$a(t) = (x^2 + y^2)^{1/2}, \quad (4)$$

$$\theta(t) = \tan^{-1} \frac{y}{x}, \quad (5)$$

En las ecuaciones (3) y (4), la variable a representa la amplitud instantánea y θ (ecuaciones (3) y (5)), la función de fase instantánea. La frecuencia instantánea, única

para un tiempo dado, es:

$$w = \frac{d\theta}{dt} \quad (6)$$

Dado que tanto la amplitud como la frecuencia son funciones del tiempo, es posible expresar la amplitud, o la energía, definida como el cuadrado de la amplitud (Huang y Wu, 2008) en términos de una función del tiempo y la frecuencia $H(w,t)$. Sin embargo, para un proceso estocástico $x(t)$ arbitrario, la frecuencia obtenida a partir de la transformada de Hilbert no tiene necesariamente significado físico. Huang *et al.* (1998), demostraron que para una adecuada estimación de la frecuencia instantánea mediante la transformada de Hilbert, la función $x(t)$ debe ser una función puramente oscilatoria con un nivel de referencia cero. De esta manera surge la necesidad de buscar una expresión para una $x(t)$ arbitraria en términos de una suma de un pequeño número de funciones puramente oscilatorias, dando como resultado la metodología de descomposición en modos empíricos (Huang y Wu, 2008).

2.2 Descomposición en Modos Empíricos

El procedimiento clave de la transformada de Hilbert-Huang es la descomposición en modos empíricos (Huang y Wu, 2008), mediante la cual, cualquier conjunto de datos puede ser descompuesto en un número finito de Funciones de Modos Intrínsecos (FMI), asumiendo que en cualquier tiempo dado, la serie de tiempo puede contener diversos modos oscilatorios simples de diferente frecuencia, coexistiendo simultáneamente en la señal. Cada FMI debe satisfacer dos condiciones básicas: 1) en toda la serie, el número de valores extremos y el número de cruces por cero deben ser iguales o diferentes al menos en uno. 2) en cualquier punto de los datos, el valor medio de la envolvente definida usando el máximo local y el mínimo local es cero (Huang y Wu, 2008) y a diferencia de las funciones armónicas que tienen frecuencia y amplitud constante, las FMI pueden tener amplitud y frecuencias variables como función del tiempo.

El proceso de la DME es un proceso de filtrado mediante el cual se separan los modos de oscilación de más alta frecuencia, con base en la

escala de tiempo característica, suavizando las amplitudes desiguales, y según las siguientes suposiciones: (i) la señal tiene por lo menos dos extremos (valores máximos o mínimos); (ii) la escala de tiempo característica se define por el tiempo transcurrido entre los extremos. Tal proceso de filtración consiste en los siguientes pasos (Rao y Hsu, 2008):

1. Se identifican todos los extremos (máximos y mínimos) de la señal $x(t)$.
2. Se conectan todos los valores máximos mediante un spline cúbico y se construye la envolvente superior $e_{max}(t)$. Luego se usa el mismo procedimiento para construir la envolvente inferior $e_{min}(t)$.
3. Se halla la media entre la envolvente superior y la envolvente inferior:
$$m(t)=[e_{max}(t)- e_{min}(t)]/2.$$
4. Se calcula $d(t)=x(t)-m(t)$.
5. Se considera $d(t)$ como la nueva señal $x(t)$. Se sigue el procedimiento anterior hasta que $d(t)$ sea una señal con media cero de acuerdo con un criterio de convergencia. Para este trabajo se usa el test de convergencia de tipo Cauchy

(Huang *et al.*,1998), definido por la diferencia normalizada al cuadrado entre dos operaciones de filtrado sucesivas (Huang *et al.*,1999, 2003):

$$SD_k = \frac{\sum_{t=0}^T |h_{k-1}(t) - h_k(t)|^2}{\sum_{t=0}^Y h_{k-1}^2(t)} \quad (7)$$

6. Una vez se tiene la señal $d(t)$ de media cero, ésta se designa como la primera función de modos intrínsecos (FMI), c_1 .
7. Esta primera FMI se extrae de la señal original, y el residuo se convierte en una nueva señal $x(t)$. Se repite el proceso de filtrado con el fin de obtener la siguiente FMI, c_2 .
8. Se continúa con el proceso de filtrado para obtener las siguientes FMI. El proceso final se detiene cuando el residuo es una función monótona que tiene sólo un máximo o sólo un mínimo y ya no es posible extraer más funciones a partir de éstas.

Es importante tener en cuenta que es posible reconstruir la señal original a partir de las FMI

generadas mediante el proceso de descomposición:

$$x(t) = \sum_{i=1}^n c_i(t) + r_n, \quad (8)$$

Una vez descompuesta la señal original, en sus FMI se aplica la transformada de Hilbert para cada una de ellas, determinando de esta manera la amplitud y la frecuencia instantánea de las series producto de la descomposición.

Para la implementación de la THH se utilizó el software DATADEMON V1.2 cuya licencia fue otorgada por la NASA de Estados Unidos. El software permite realizar la descomposición en modos empíricos de la serie, así como calcular la transformada de Hilbert de las funciones de modos intrínsecos (FMI) y estimar el espectro de Hilbert. También contiene los módulos para el cálculo de las transformadas de Fourier y Onditas, entre otras herramientas.

Se realizaron análisis regionales para cada una de las variables, encontrando las frecuencias comunes en las zonas y ríos estudiados. De esta manera se identificaron las frecuencias y las

fechas que explican la mayor parte de la variabilidad de las series estudiadas y se trató de asociar los resultados con los fenómenos climáticos que tienen una mayor influencia sobre el territorio Colombiano.

3. Información Utilizada

En este trabajo de investigación se utilizan series de precipitación mensual (100 estaciones), diaria (26 estaciones) y de caudales medios mensuales (42 estaciones) suministradas por el Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (IDEAM), obtenidas dentro del marco del programa de investigación del grupo GRECIA. También se utilizan series de precipitación horaria (22 estaciones) y de temperaturas medias y mínimas mensuales (22 y 15 estaciones, respectivamente) suministradas por CENICAFÉ.

Se escogieron estaciones que no sólo tuvieran una buena distribución espacial a través del territorio colombiano sino que además contaran con un período de registro superior a 25 años y el menor número de datos faltantes posible.

Las estaciones colombianas de precipitación mensual fueron escogidas tomando como base un mapa de regiones con precipitación homogénea (22 Regiones), identificadas en la Tesis de Maestría “Estimación de los campos mensuales históricos de precipitación en el territorio colombiano” (Hurtado, 2009), en la cual se definen regiones considerando las diferencias latitudinales por efecto del paso de la ZCIT, diferenciando cada una de las laderas de las tres cordilleras y teniendo en cuenta los valles de los ríos Cauca y Magdalena. De igual manera, se estudiaron las estaciones de precipitación diaria localizadas en las regiones 1, 11, 12 y 22 definidas por Hurtado 2009, en las cuencas de los ríos Atrato, Catatumbo, Patía, y Orinoco. Por otra parte, las estaciones de precipitación horaria y temperatura media y mínima se encuentran localizadas principalmente en la parte central del país, en la región cafetera de Colombia. Finalmente para las estaciones de caudal se seleccionaron ríos que tuvieran un mínimo de 3 estaciones sobre la misma corriente, con el fin de cuantificar la variación de los procesos a lo largo de una misma cuenca. De esta manera fueron estudiados 10 ríos colombianos: Atrato,

Catatumbo, Lebrija, Nechí, Negro, Patía, Saldaña, San Juan, Sinú y Sumapaz.

4. Resultados

Las Figuras 1 a 5 presentan los resultados para la estación 5311501 de precipitación mensual en la Región 1 (Costa Pacífica) en Colombia. Primero se presenta la variación de la precipitación a través de los años (Figura 1), luego las 6 FMI y el residuo, resultantes del proceso de descomposición en modos empíricos (Figura 2). Finalmente se presentan los espectros de potencias (Figura 3), Onditas (Figura 4) y el de Hilbert (Figura 5).

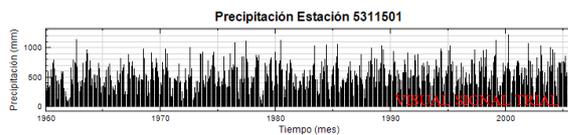


Figura 1.- Precipitación mensual, estación 5311501, Costa Pacífica.

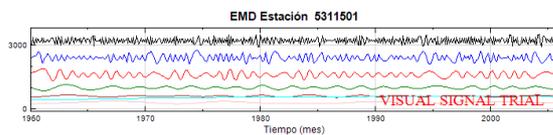


Figura 2.- Descomposición en modos empíricos, estación 5311501, Costa Pacífica.

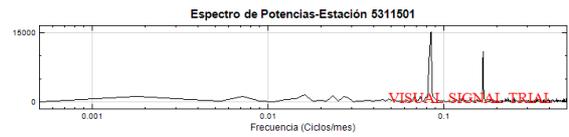


Figura 3.- Espectro de potencias (Fourier), estación 5311501, Costa Pacífica.

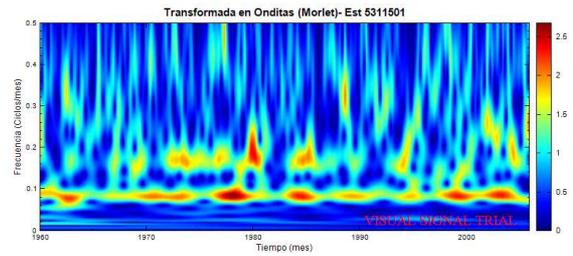


Figura 4.- Espectro de Onditas, estación 5311501, Costa Pacífica.

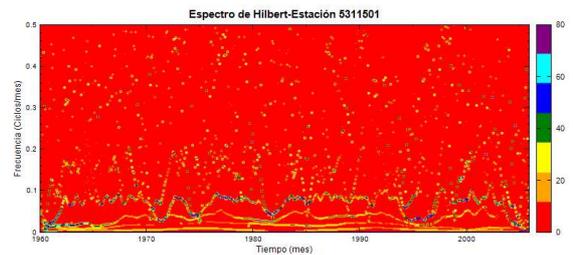


Figura 5.- Espectro de Hilbert, estación 5311501, Costa Pacífica.

El espectro de potencias identifica dos modos de oscilación principales de frecuencia $f_1=0.084 \text{ mes}^{-1}$ y $f_2=0.167 \text{ mes}^{-1}$, representados en los dos picos que se observan en la Figura 3, asociados al ciclo anual y semi-anual respectivamente. En el espectro en Onditas se identifica, además de los dos ciclos mencionados anteriormente, un tercer modo asociado a un período de 3 meses

con una energía particularmente fuerte en las siguientes fechas: junio de 1963, septiembre de 1989 y noviembre de 2002 (Figura 4). La transformada de Hilbert-Huang detecta 6 modos de oscilación principales con frecuencias asociadas con períodos de 3, 7, 14, 28, 53 meses, de los cuales los primeros tres son los que aportan mayor contribución a la varianza de la serie. Particularmente, en la Figura 5 se observa que la frecuencia asociada con un período de 53 meses, presenta mayor energía en los siguientes años: 1963-1964-1966-1972-1975-1982-1988-1998-1999-2004-2005, coincidiendo con los años que han sido reportados como años con fenómeno El Niño (1965-1966, 1972-1973, 1982-1983, 1997-1998-2004-2005) o La Niña (1975-1976, 1988-1989 1998-1999) y por lo tanto esta frecuencia está asociada al sistema ENSO.

Las Figuras 6 a 10 muestran los resultados gráficos obtenidos para la estación 5307003 de la Región 1 (Costa Pacífica), en Colombia. En tal estación se identifica una temporada de lluvias inusualmente altas (probablemente debidas a un error de medición) alrededor del año 1990 la cual es detectada por las tres

metodologías (Fourier, Onditas y THH). Sin embargo, mientras que las transformadas de Fourier (Figura 8) y Onditas (Figura 9) se concentran sólo en mostrar que hay datos atípicos (“Outliers”), la transformada de Hilbert-Huang los muestra y localiza temporalmente (Figura 10), pero además identifica las demás frecuencias de oscilación en la señal. La transformada de Hilbert-Huang detecta que la frecuencia predominante en esta estación es la asociada a un período de 7 meses, con un porcentaje de potencia del 42%.



Figura 6.- Precipitación mensual, estación 5307003 Costa Pacífica.

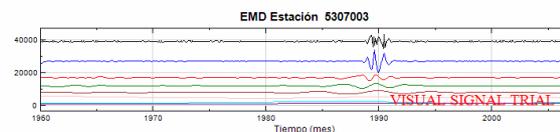


Figura 7.- Descomposición en modos empíricos, estación 5307003, Costa Pacífica.

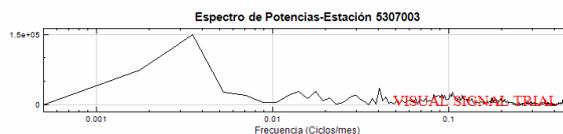


Figura 8.- Espectro de potencias (Fourier), estación

5307003, Costa Pacífica.

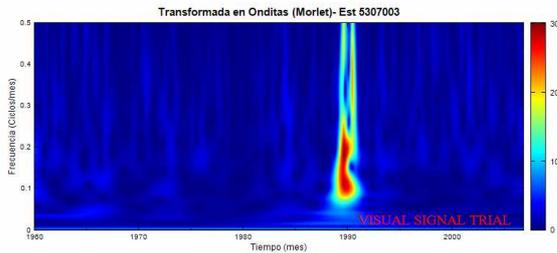


Figura 9.- Espectro de Onditas, estación 5307003, Costa Pacífica.

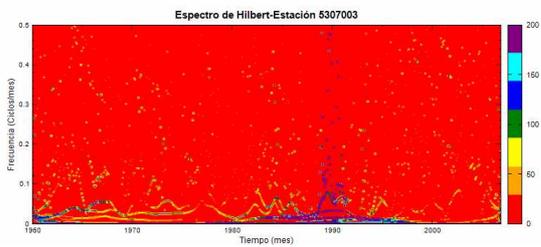


Figura 10.- Espectro de Hilbert, estación 5307003, Costa Pacífica.

Las Figuras 10 a 14 presentan los resultados para la estación 5102001 de precipitación diaria localizada en la región de la cuenca del río Patía. En esta estación la transformada de Fourier (Figura 12) detectó frecuencias predominantes asociadas a períodos de 183 días (semi-anual), 365 días (anual), 813 (cuasi-bienal) y 1464 días (interanual asociada la ENSO), mientras que la transformada en Onditas (Figura 13) detectó frecuencias asociadas a períodos de 4 y 254 días. La THH

(Figura 14) detectó que en esta estación el modo de oscilación principal es el asociado a un período de 3 días con un porcentaje de potencia de 44.4%, seguido por períodos de 6 y 13 días con porcentajes de potencia de 19.4% y 13.1% respectivamente.

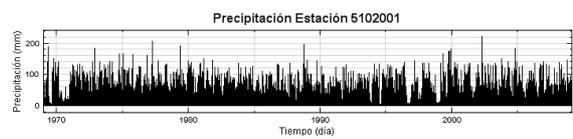


Figura 10.- Precipitación Diaria, estación 5102001, Cuenca del río Patía

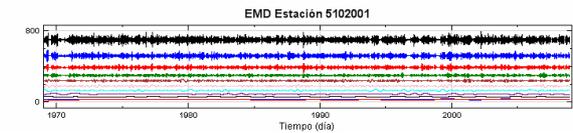


Figura 11.- Descomposición en modos empíricos, estación 5102001, Cuenca del río Patía



Figura 12.- Espectro de potencias (Fourier), estación 5102001, Cuenca del río Patía

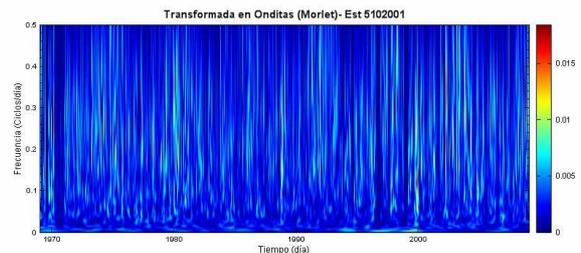


Figura 13.- Espectro de Onditas, estación 5102001,
Cuenca del río Patía

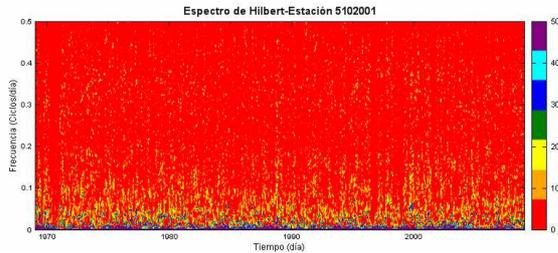


Figura 14.- Espectro de Hilbert, estación 5102001, Cuenca del río Patía

Las Figuras 15 a 19 presentan los resultados gráficos obtenidos para la estación 2308517 de precipitación horaria. Para esta estación la transformada de Fourier (Figura 17) detectó frecuencias asociadas a ciclos semi-diario y diario (12 y 24 horas) al igual que la transformada en Onditas (Figura 18) La THH (Figura 19) encontró 10 modos de oscilación de los cuales el asociado a un período de 7 horas es el predominante (porcentaje de potencia de 35.6%), el cual es necesario entender desde el punto de vista físico, seguido por las frecuencias asociadas a los ciclos semi-diario y diario.

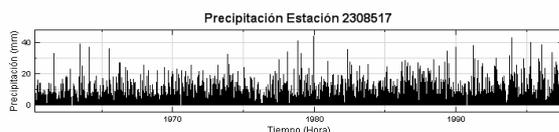


Figura 15.- Precipitación Horaria, estación 2308517,

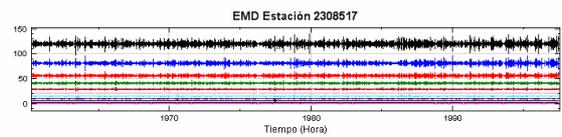


Figura 16.- Descomposición en modos empíricos, estación 2308517.



Figura 17.- Espectro de potencias (Fourier), estación 2308517.

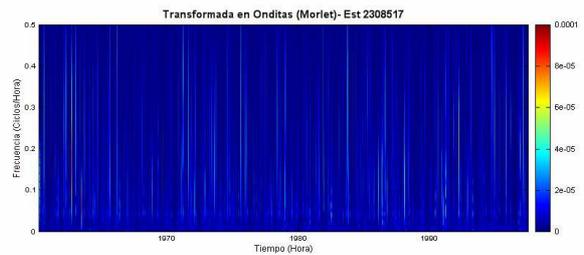


Figura 18.- Espectro de Onditas, estación 2308517.

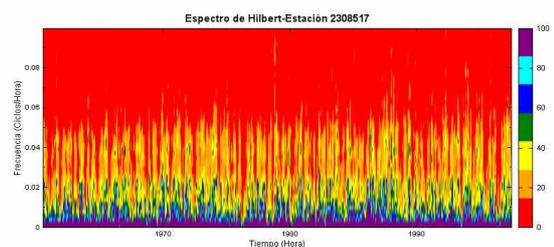


Figura 19.- Espectro de Hilbert, estación 2308517.

Cada una de las 227 estaciones de precipitación, caudal y temperatura fueron analizadas de la misma manera, encontrando que los principales modos se oscilación hidro-climática en las

variables con resolución mensual en Colombia (Precipitación, Caudal y Temperatura) están asociadas con períodos de 3, 6 y 12 meses, 2-3 años, 3.5-6 años. Por otra parte, en los registros diarios, además de los períodos ya mencionados se encontraron frecuencias asociadas a períodos de 3.5-5 días y 69-78 días. Finalmente en las series horarias se encontraron frecuencias asociadas a períodos de 12 y 24 horas, seguidas de una frecuencia de 0.017 h⁻¹ equivalente a 59 horas (2.5 días).

5. Conclusiones

A partir de los resultados obtenidos se confirma que los fenómenos climáticos que mayor influencia tienen en las variables climáticas colombianas corresponden a los ciclos anuales y semi-anuales, mayormente asociados con la migración de la zona de convergencia intertropical, pero también al sistema ENSO, la Oscilación Cuasi-Bienal, las Oscilaciones intra-estacionales, y las Ondas Tropicales del Este, y los ciclos diurnos y semidiurnos.

Teniendo en cuenta los resultados encontrados mediante las Transformadas de Fourier, Onditas

y de Hilbert-Huang se concluye que la THH es una herramienta más potente para detectar los más importantes modos tempo-frecuenciales en las señales hidrológicas estudiadas.

Se evidenció que mientras que las Transformadas de Fourier y Onditas se concentran en mostrar que hay datos atípicos (“Outliers”) o alguna frecuencia particularmente fuerte, el espectro de Hilbert los muestra y los localiza temporalmente, pero al mismo tiempo está en capacidad de detectar otras frecuencias de oscilación en la señal. Estos resultados denotan la superioridad de la transformada de Hilbert-Huang. Así mismo, este trabajo demuestra que la THH está en capacidad de detectar modos de oscilación significativos de frecuencia más baja que la anual, aún para series de registros que no han sido previamente estandarizados, lo cual no ocurre con las Transformadas de Fourier y Onditas, para las cuales se hace necesario estandarizar las series, dada la significancia de los ciclos anuales y semi-anuales que absorben la totalidad de la varianza de la señal.

Gracias a la posibilidad de contar con

información de precipitación en tres escalas de resolución temporal (mensual, diaria y horaria), fue posible determinar que las frecuencias detectadas dependen de la resolución: desde meses hasta años para los registros mensuales, de días hasta meses para los diarios y desde horas hasta días para los horarios. Esto indica que es necesario analizar las variables con una resolución temporal coherente con las preguntas de investigación específicas y con el período de los fenómenos en los que se quiera hacer énfasis. De igual manera se encontró que las frecuencias detectadas también dependen de la longitud de la serie de registros.

6. Agradecimientos

Agradecemos el apoyo de COLCIENCIAS al programa de investigación del grupo Red de Cooperación en Investigación Del Agua (GRECIA) y de igual manera al Instituto de Hidrología, Meteorología y Estudios Ambientales (IDEAM) por los datos de precipitación y caudales suministrados dentro del marco de este programa. También agradecemos al Centro Nacional de Investigaciones de Café (CENICAFÉ) por

proporcionar los datos de temperatura utilizados en el estudio. Finalmente agradecemos a la National Aeronautics and Space Administration (NASA) de Estados Unidos por permitirnos el acceso al software DataDemon.

7. Referencias Bibliográficas

Huang, N. E., Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, N.-C. Yen, C. C. Tung, y H. H. Liu (1998). The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and nonstationary time series analysis, *Proc. R. Soc. London, Ser. A*, 454, 903–993.

Huang, N. E., Z. Shen, y S. R. Long (1999). A new view of nonlinear water waves—The Hilbert spectrum, *Annu. Rev. Fluid Mech.*, 31, 417–457, doi:10.1146/annurev.fluid.31.1.417.

Huang N.E, Wu Z. (2008). A Review on Hilbert-Huang Transform: Method and its applications to geophysical studies. *Rev. Geophys.* 46. RG2006. doi:10.1029/2007/RG000228.

Hurtado A.F (2009). Estimación de los campos mensuales históricos de precipitación en el territorio colombiano. Tesis de Maestría en Ingeniería-Recursos Hidráulicos. Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.

Poveda G. (2004). La Hidroclimatología de Colombia: Una síntesis desde la escala inter-decadal hasta la escala diurna. Revista Academia Colombiana de Ciencias. 28 (107):201-222. ISSN:0370-3908.

Rao A.R y Hsu E.C (2008). Hilbert-Huang transform analysis of hydrological and environmental time series. Water Science and Technology Library, Vol. 60. Springer.