

*Una aproximación al costo fiscal en pensiones como  
consecuencia del envejecimiento de la población en  
Colombia y el efecto de la sobre-mortalidad masculina*

ADRIANA ROCÍO REYES SIERRA

ESTADÍSTICA

CÓDIGO: 901031



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS  
MAESTRÍA EN CIENCIAS ECONÓMICAS  
BOGOTÁ, D.C.  
SEPTIEMBRE DE 2010

*Una aproximación al costo fiscal en pensiones como  
consecuencia del envejecimiento de la población en  
Colombia y el efecto de la sobre-mortalidad masculina*

ADRIANA ROCÍO REYES SIERRA

ESTADÍSTICA

CÓDIGO: 901031

TRABAJO FINAL PARA OPTAR AL TÍTULO DE  
MAGISTER EN CIENCIAS ECONÓMICAS

DIRECTOR

PIEDAD URDINOLA, PH.D.

DOCTORA EN DEMOGRAFÍA



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS  
MAESTRÍA EN CIENCIAS ECONÓMICAS  
BOGOTÁ, D.C.  
SEPTIEMBRE DE 2010

**Título en español**

Una aproximación al costo fiscal en pensiones como consecuencia del envejecimiento de la población en Colombia y el efecto de la sobre-mortalidad masculina.

**Title in English**

An approach to fiscal pension costs as a result of population aging in Colombia and the effect of male overmortality.

**Resumen:** Predecir adecuadamente el proceso de envejecimiento de la población es una preocupación no sólo de países desarrollados sino también de naciones en desarrollo que observan con preocupación el acelerado proceso de transición demográfica de los últimos 50 años. La inquietud se origina en las repercusiones económicas y sociales que se derivan de una población que envejece. El sostenimiento de las personas mayores es un tema central que no da espera. Este trabajo realiza una proyección del gasto fiscal en pensiones para un horizonte de 50 años a través de la estimación de la población colombiana basada en la proyección de las tasas de mortalidad y fecundidad bajo dos escenarios diferentes, con y sin sobre-mortalidad masculina. Se proyecta el costo en pensiones en aumento superando 10 % del PIB para 2050, siendo menor en el escenario sin sobre mortalidad. Lo que implica que disminuir la sobre mortalidad e incentivar el mercado laboral formal se constituyen en retos para la política social si el objetivo es controlar el gasto en pensiones.

**Abstract:** The right prediction of aging process concerns not only developed countries but also developing nations because of the accelerated process of demographic transition occurred in the last 50 years. The support of elderly people is a central issue that can not wait. The economic and social impacts from an aging population is the cause of the concern. This work makes a projection of fiscal expenditure on pensions based on an estimate of mortality rates in Colombia under two different settings, with and without male overmortality, finding that the expected expenditure increases with time exceeding 10 % of GDP in 2050. Without overmortality the expenditure decreases. Therefore, whether the objective is to control the expenditure in public pensions, some challenges for social politics are reducing over mortality and stimulating formal employment.

JEL Classifications: J11, J18, H55, H68.

**Palabras clave:** Modelos demográficos, método Lee-Carter, proyección de población estocástica, política fiscal.

**Keywords:** Demographic modelling, Lee-Carter method, stochastic population forecast, fiscal policy.

---

# Índice general

---

<b>Índice general</b>	<b>II</b>
<b>Índice de tablas</b>	<b>III</b>
<b>Índice de figuras</b>	<b>IV</b>
<b>Introducción</b>	<b>VI</b>
<b>1. Antecedentes</b>	<b>1</b>
<b>2. Ciclo de vida económico</b>	<b>4</b>
<b>3. Proyección de mortalidad</b>	<b>8</b>
3.1. Modelo propuesto por Lee y Carter . . . . .	9
3.2. Aplicación para Colombia . . . . .	10
<b>4. Proyección de fecundidad</b>	<b>21</b>
4.1. Aplicación para Colombia . . . . .	21
<b>5. Proyección de población</b>	<b>23</b>
5.1. Aplicación para Colombia . . . . .	23
<b>6. Proyección del gasto fiscal en pensiones</b>	<b>26</b>
6.1. Aplicación para Colombia . . . . .	27
<b>Conclusiones</b>	<b>32</b>
<b>Bibliografía</b>	<b>35</b>

---

## Índice de tablas

---

3.1. Error cuadrático medio del pronóstico de la tasa de mortalidad . . . . .	12
6.1. Gasto en pensiones como porcentaje del PIB con corrección . . . . .	30

---

## Índice de figuras

---

1.1. Diagrama de lexis población objetivo . . . . .	3
2.1. Consumo e ingreso laboral anual en miles de pesos constantes de 2008 . . . . .	6
2.2. Déficit del ciclo de vida . . . . .	6
2.3. Gasto en educación y en salud . . . . .	7
3.1. Esquema de escenarios a considerar . . . . .	12
3.2. Errores de ajuste tasa de mortalidad femenina sin corrección . . . . .	12
3.3. Errores de ajuste tasa de mortalidad femenina con corrección . . . . .	13
3.4. Errores de ajuste tasa de mortalidad masculina escenario E1 sin corrección . . . . .	13
3.5. Errores de ajuste tasa de mortalidad masculina escenario E2 sin corrección . . . . .	13
3.6. Errores de ajuste tasa de mortalidad masculina escenario E3 sin corrección . . . . .	14
3.7. Errores de ajuste tasa de mortalidad masculina escenario E1 con corrección . . . . .	14
3.8. Errores de ajuste tasa de mortalidad masculina escenario E2 con corrección . . . . .	14
3.9. Errores de ajuste tasa de mortalidad masculina escenario E3 con corrección . . . . .	15
3.10. Parámetros del modelo fdm - hombres escenario E1 con corrección . . . . .	15
3.11. Parámetros del modelo fdm - hombres escenario E3 con corrección . . . . .	16
3.12. Parámetros del modelo bms - hombres escenario E1 con corrección . . . . .	16
3.13. Parámetros del modelo bms - hombres escenario E3 con corrección . . . . .	17
3.14. Parámetros del modelo fdm - mujeres con corrección . . . . .	17
3.15. Parámetros del modelo bms - mujeres con corrección . . . . .	18
3.16. Logaritmo de la tasa de mortalidad ajustada . . . . .	18
3.17. Log. tasa de mortalidad proyectada (2006-2050) - Hombres con corrección . . . . .	18
3.18. Log. tasa de mortalidad proyectada (2006-2050) - Hombres sin corrección . . . . .	19
3.19. Logaritmo tasa de mortalidad proyectada (2006-2050) - Mujeres . . . . .	19
3.20. Esperanza de vida proyectada (2006-2050) - Hombres sin corrección . . . . .	20
3.21. Esperanza de vida proyectada (2006-2050) - Hombres con corrección . . . . .	20

---

3.22. Esperanza de vida proyectada (2006-2050) - Mujeres . . . . .	20
4.1. Parámetros tasa de fecundidad . . . . .	22
4.2. Tasa de fecundidad - Errores de ajuste y proyección . . . . .	22
5.1. Proyección de población para cada escenario con corrección por subregistro .	24
5.2. Proyección de población con y sin corrección por subregistro . . . . .	24
5.3. Proyección defunciones hombres por edad . . . . .	24
5.4. Proyección defunciones mujeres por edad . . . . .	25
5.5. Pirámides poblacionales proyectadas . . . . .	25
5.6. Comparación proyección de población DANE . . . . .	25
6.1. Proyección del número de pensionados del sistema de prima media . . . . .	28
6.2. Proyección de la tasa de ocupación . . . . .	29
6.3. Proyección del número de ocupados y PIB . . . . .	29
6.4. Gasto en pensiones como porcentaje del PIB con y sin corrección . . . . .	30
6.5. Proyección gasto en pensiones como porcentaje del PIB . . . . .	30
6.6. Proyección componentes del gasto en pensiones . . . . .	31
6.7. Comparación proyecciones gasto en pensiones . . . . .	31

---

## Introducción

---

Los procesos de transición demográfica, que comenzaron en 1800 con la disminución de la mortalidad en Europa, se han extendido a todos los países del mundo y se proyecta que se completen para 2100 (Lee 2003). En los países con bajos ingresos la disminución en las tasas de mortalidad comenzó ya entrado el siglo XX, pero el proceso que en Europa tomó entre 150 y 200 años, se desarrolla de manera mucho más acelerada (Chackiel 2000). Estos bajos niveles en la mortalidad de la población mundial generan por un lado que la gente viva más años, y por otro, que más personas lleguen a edades más avanzadas, con el consecuente envejecimiento poblacional.

Como ilustración del incremento porcentual de adultos mayores, en los países desarrollados, que ya completaron la transición, la proporción de personas mayores de 65 años es 16 % (Naciones-Unidas 2006). Mientras que en Colombia, donde la transición está en proceso, esta proporción es 5.1 % y se proyecta que para 2050 esta cifra alcance 17.5 % (CELADE 2009).

La necesidad de financiar a la población mayor conlleva grandes cargas al fisco de las naciones, que dependiendo del sistema implementado no revela los verdaderos costos a largo plazo de los compromisos pensionales. El valor presente de los beneficios esperados de los programas públicos de pensiones se conoce como la deuda pública implícita de pensiones (Banco-Mundial 1994). Para países desarrollados como Francia y Alemania un estudio del Fondo Monetario Internacional proyecta que esta deuda excede su PIB, analizando las prestaciones debengadas hasta 2050; mientras que en países en desarrollo, como algunos del este de Europa y América Latina, la deuda equivale a dos y hasta tres veces el PIB (Knowledge-SMU 2007).

Debido a que los costos fiscales en pensiones tienen una estrecha relación con el comportamiento de la mortalidad, se propone abordar el tema bajo la mirada demográfica y económica. En Colombia la mortalidad tiene dos características principales, está subregistrada como en la mayoría de los países subdesarrollados y presenta sobre-mortalidad masculina por causa del conflicto interno y la violencia juvenil. Diferentes estudios han demostrado que tanto los registros de defunciones como los de nacimientos presentan omisiones importantes (Bayona & Pabón (1982); Florez (1985); Florez & Mendez (1997)). Para 1996 el subregistro de defunciones en Colombia fue de 34 % (Minprotección 2007). El incremento de las muertes violentas en la población masculina está documentado por Ruiz & Rincon (1991). Vargas (2003) estudia empíricamente la influencia del conflicto armado colombiano en la acumulación de factores de producción y en la productividad y encuentran que Colombia deja de crecer anualmente más de dos puntos porcentuales por causa del conflicto interno, lo que ocurre a través de una disminución en productividad.



Así mismo, las consecuencias y el desarrollo de la violencia en Colombia, dentro de las que se encuentra la sobre-mortalidad masculina, han sido ampliamente documentadas por Urdinola (2004). El peso relativo de la mortalidad por homicidio sobre la mortalidad general es de 10.66 %, alto comparado con la magnitud esperada para una población con las características demográficas de Colombia que es de 6.8 % (Núñez et al. 2006). Del contexto colombiano, caracterizado por una población en transición demográfica enmarcada en un conflicto interno de muchos años y violencia juvenil urbana, se derivan las preguntas de investigación. ¿Cómo afectará el envejecimiento poblacional el costo fiscal en pensiones si se mantienen las tendencias de mortalidad y fecundidad observadas? ¿Cuál sería el peso para el fisco en pensiones dentro de 50 años si la violencia no hubiera causado las altas muertes por homicidio observadas?

El inevitable envejecimiento de la población plantea diferentes desafíos a las sociedades como el sostenimiento del creciente número de personas mayores; las consecuencias de este fenómeno dependerán de las medidas que se adopten para afrontar dichos retos. Naciones Unidas (2007) plantea que para mantener estable la transferencia de recursos, la población en edad productiva tendrá que soportar mayores cargas, en forma de impuestos y contribuciones, a menos que se acelere el crecimiento económico sostenidamente. Las pautas de consumo, inversión y ahorro también se verán afectadas por el envejecimiento y como consecuencia se producirán cambios en la demanda de bienes y servicios. Naciones Unidas (2007) sostiene que 80 % de la población mundial no está suficientemente protegida frente a riesgos relacionados con salud, discapacidad y reducción de ingresos durante la vejez.

Lee & Tuljapurkar (1997) afirman que las diferencias en mortalidad afectan la proporción de nacimientos que sobreviven a la edad reproductiva y por tanto perturban la tasa de crecimiento de la población, y la forma de la distribución de la probabilidad de sobrevivir. Esta probabilidad influencia el número de años persona vividos en cada una de las tres etapas del ciclo de vida económico. Al disminuir la mortalidad, la interacción entre los ciclos económicos y demográficos se modifica ya que las posibilidades de consumo están gobernadas por el ciclo de la restricción presupuestal. Cuando la mortalidad baja, los valores esperados de consumo e ingreso traídos a valor presente se alteran y sus magnitudes ponderadas ya no serán iguales, a menos que algunos ajustes sobre consumo y oferta de trabajo sean implementados. De esta forma, se presentan aumentos en las primas de anualidades y se incrementa la preocupación por la influencia de estos fenómenos en los fondos que se necesitarán para el pago de pensiones a los trabajadores.

Lee & Mason (2010) encuentran que el envejecimiento poblacional, reflejado en bajas tasas de crecimiento de la población, causan disminución en la tasa de ahorro y paralelamente, aumento en el consumo por habitante. Es decir, la disminución en la mortalidad puede modificar los patrones de consumo y ahorro. En otro artículo, Lee (1976) sostiene que el tamaño de la población y la estructura etaria son determinantes importantes de la condición socio-económica ya que afectan el proceso de formación de capital humano y por este camino, eventualmente pueden llegar a afectar el ingreso. Estos resultados indican que las consecuencias del envejecimiento poblacional afectan diferentes aspectos económicos de una sociedad.

En Colombia el envejecimiento poblacional comienza a evidenciar sus primeros síntomas, medir el impacto de las tendencias demográficas permite hacer previsiones desde ahora que se consoliden en medidas para afrontar los retos que una sociedad envejecida supone, más aún cuando el pago de las pensiones públicas está enteramente a cargo de la Nación luego del agotamiento de las reservas acontecido en 2004. Con esta perspectiva

en mente, este trabajo busca ajustar un modelo para proyectar las tasas de mortalidad y fecundidad que represente los patrones colombianos de manera adecuada, a partir de los datos de defunciones, nacimientos y población reportados por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE). Así mismo, basado en las proyecciones poblacionales aproximar los costos presupuestales en pensiones bajo dos escenarios, con y sin sobre-mortalidad masculina por violencia.

El régimen de prima media, donde se constituye un fondo común para el pago de las mesadas de hoy con los aportes de los trabajadores actuales, es el que representa un reto de sostenibilidad, y no los fondos privados donde cada persona ahorra para sí misma. Por este motivo, este trabajo se enfoca exclusivamente en los gastos pensionales del sistema de prima media. Adicionalmente, solo se tiene en cuenta el sector formal, que realiza sus cotizaciones por obligatoriedad y no se abordará la complejidad del creciente sector informal que supone retos adicionales a la sociedad, por constituirse en un grupo de población que en su edad avanzada no contará con recursos para su sustento.

El carácter aplicado de este trabajo supone una alta dependencia de fuentes de información provenientes principalmente de las estadísticas vitales acuñadas por el DANE, la tasa de ocupación calculada por el Departamento Nacional de Planeación con base en los reportes del DANE y el número de pensionados reportado por la Superintendencia Financiera de Colombia. De esta manera, el alcance de este trabajo está limitado por la naturaleza misma de los datos que no es ajena a las falencias y omisiones que conlleva su recolección. Adicionalmente, las proyecciones de población y gastos más que un pronóstico pretenden ser una ilustración de los cambios que podrían ocurrir si los supuestos realizados sobre las tendencias demográficas y del mercado laboral prevalecen durante el período de proyección.

Las proyecciones realizadas reflejan el envejecimiento poblacional colombiano caracterizado por un número creciente de ancianos, y la reducción relativa de la cantidad de personas jóvenes y activas que entrarían aportar para el pago de las mesadas. Los escenarios sin sobre-mortalidad implicaron un peso ligeramente menor al fisco comparado con el escenario de sobre-mortalidad, debido que al aumentar el número de personas en edad de trabajar, el factor de mercado de trabajo contrarresta el peso del factor demográfico sobre el gasto en pensiones, que se proyecta por encima de 10 % del PIB para el año 2050.

Este trabajo está organizado en seis secciones distribuidas como sigue. La primera sección presenta el contexto teórico del problema de envejecimiento poblacional sobre el gasto fiscal en pensiones que afrontan las naciones, y el caso particular de Colombia. La segunda sección expone los resultados del cálculo del ciclo de vida económico para Colombia basados en la encuesta de calidad de vida de 2008, que refleja el comportamiento económico de los colombianos a lo largo de la vida, influenciado por la biología, la cultura, las restricciones presupuestales y las decisiones individuales; así como también permite identificar las edades de dependencia económica. La tercera sección presenta la metodología y los resultados de la proyección de la tasa de mortalidad para Colombia por sexo. La cuarta sección contiene los resultados de la estimación de la tasa de fecundidad para Colombia y su proyección. En la quinta sección se explica la metodología de proyección de población y los resultados para Colombia. La sexta sección recoge la metodología y la aproximación al del gasto fiscal en pensiones basado en la estimación de la población, la tasa de ocupación y el número de pensionados. Finalmente, la última parte concluye.

## Antecedentes

---

La trascendencia de las repercusiones del envejecimiento poblacional, especialmente las alteraciones en las transferencias intergeneracionales, entendidas como flujo de bienes materiales y no materiales entre generaciones, son objeto de preocupación y análisis en muchos países. En Estados Unidos se estudia el impacto del aumento en los costos de salud para las finanzas públicas (Lee & Miller 2000). Un país en desarrollo como Chile centra sus investigaciones en las implicaciones del envejecimiento poblacional sobre el financiamiento de los sistemas pensional y de salud (Bravo & Holz 2008).

Sin embargo, dado que la problemática es mundial, los esfuerzos se plantean también conjuntamente. De hecho, el Banco Mundial (Fajardo 1996) afirma que los sistemas de seguridad social en pensiones van al fracaso en países industrializados y en desarrollo y propone tres pilares para hacer viable el sostenimiento económico a largo plazo: componente público, factor privado y elemento personal.

Colombia no es ajena a este fenómeno mundial por lo que las preocupaciones asociadas al cambio en los patrones de mortalidad deben ser de especial importancia. El informe de estudios censales del DANE (1997) afirma que las estructuras de mortalidad han presentado cambios debido, entre otros aspectos, al avance en el control de enfermedades, que se refleja en una reducción general de la mortalidad, avanzando hacia patrones observados en países desarrollados.

La viabilidad de los planes futuros de las personas para su retiro se ven afectados por discapacidad, muerte prematura, cuidados médicos costosos, quiebra de firmas, cambios en la economía y demás riesgos de largo plazo. Esto hace que la problemática más apremiante y que merece mayor atención y esfuerzos sea el sustento de las personas mayores. Existen dos grandes sistemas de financiación a saber: el informal que no tiene injerencia gubernamental y cuenta con poca participación del mercado y el de seguridad social.

El primero es el sostén principal en la mayoría de los países en desarrollo según un informe del Banco-Mundial (1994). Allí, la redistribución y el ahorro tiene lugar al interior de la familia extendida y aunque es un sistema voluntario, se ha visto reforzado por fuertes sanciones sociales. El Banco-Mundial (1994) estima para 1994 que 60 % de la fuerza laboral mundial y 70 % de los adultos mayores confían exclusivamente en el sistema tradicional donde los hijos cuidan de sus padres y la transferencia del ingreso fluye en diferentes edades entre las dos generaciones. En las economías desarrolladas, caracterizadas por urbanización, migración, familias nucleares y debilitamiento de las normas sociales tradi-

cionales, los acuerdos informales han dado paso a acuerdos formales donde el mercado tiene gran injerencia y el gobierno obliga y reglamenta su implementación.

Este plan de financiación puede ser manejado por entidades privadas o públicas y se divide en dos categorías: beneficio definido y contribución definida. El riesgo de inversión es el mayor a enfrentar en los planes de contribución definida, ya que cada persona ahorra para su propia vejez una cuantía definida con antelación pero sus beneficios son inciertos. En los planes de beneficio definido la fórmula de pensión es fijada anticipadamente, la sociedad es la que asume los riesgos de longevidad e insolvencia y la persona está sujeta al acontecer político. Este último mecanismo surge para proteger a la población contra grandes contingencias sociales como la vejez (Merchán 2002) y se financia basado en el mecanismo conocido como PAYGO (pay-as-you-go). Bajo este sistema los trabajadores de hoy pagan las mesadas de los pensionados de hoy, esperando que sus pensiones sean pagadas por trabajadores futuros (Banco-Mundial 1994).

En Colombia el sistema de seguridad social fue implementado con la creación entre 1945 y 1946 de la Caja Nacional de Previsión (CAJANAL), ente encargado de administrar las pensiones de los empleados públicos. En 1967 se creó un sistema de seguridad social en la nación bajo el nombre de Instituto Colombiano de Seguridad Social (ICSS) convertido en 1977 en el Instituto de Seguros Sociales (ISS) (Urdinola 2006). El sistema de financiación adoptado fue el régimen de prima media (RPM), que veinte años después de su implementación comenzó a mostrar señales de insostenibilidad financiera, baja cobertura e inequidad (FEDESARROLLO 2009).

El tema de cobertura se puede abordar de dos maneras distintas, entendiéndolo como el porcentaje de pensiones del total de cotizantes al sistema y el número de pensiones por anciano. Dentro de esta última mirada se encuentra el sector informal que aunque trabaja difícilmente logrará una pensión. A pesar de que uno de los objetivos de las reformas al sistema pensional se centraba en incrementar la cobertura, fata mucho por avanzar en este campo. El preocupante atasco en la cobertura se refleja en las siguientes cifras: en 1973 la cobertura representaba 18 % de la población económicamente activa, pasando a poco más de 20 % en 1990, actualmente no supera 30 % (Acuña et al. 2009).

Como respuesta a las problemáticas del sistema, la Ley 100 de 1993 creó el Sistema de Seguridad Social Integral (SSSI) y acordó la coexistencia de dos regímenes solidarios, el RPM y el de ahorro individual con solidaridad (RAIS). Sin embargo, los problemas de sostenibilidad financiera persistieron como lo muestra el modelo de simulación contable discreto a un horizonte de 100 años, DNPension (Parra 2001), que fue desarrollado por el Departamento Nacional de Planeación y permite calcular el déficit pensional del Estado a mediano y largo plazo (Osorio et al. 2005). Como consecuencia se implementaron las reformas, leyes 797 y 860 de 2003, las cuales crearon el Fondo de Garantía de la Pensión Mínima (FGPM) para el RAIS, redujeron los beneficios en el RPM y aumentaron tanto la edad de pensión como las semanas de cotización.

En 2004 las reservas del ISS se agotaron y la Nación tuvo que hacerse cargo del pago de pensiones del RPM (FEDESARROLLO 2009) por lo que mediante el Acto Legislativo 01 de 2005 se eliminaron exenciones y privilegios que afectaban la sostenibilidad del sistema como la mesada 14 y varios regímenes especiales y se estableció una pensión máxima de 25 salarios mínimos en el RPM. Ante el agotamiento de las reservas para el pago de pensiones es relevante el estudio del costo para la Nación en los años venideros de esta responsabilidad con el fin de realizar planeaciones y tomar medidas si el objetivo es controlar su monto. Así mismo, ante el desalentador panorama de la baja cobertura en pensiones, el análisis del

pago de las mesadas causadas abre la puerta a la discusión sobre el sostenimiento de las personas que no cumplen los requisitos legales para acceder a una pensión, lo que implicaría un mayor peso fiscal y al mismo tiempo un reto moral.

A pesar de las medidas legislativas, el envejecimiento poblacional acelerado sigue planteando un desafío a la sostenibilidad del sistema ya que mientras en 1980 había 2 pensionados por cada 100 afiliados en 2000 esta relación llegó a 21 por cada 100 (FEDESARROLLO 2009). La ventaja principal que tiene Colombia a este respecto es el haber hecho explícita la deuda pensional, ya que al incluir estos gastos en el balance fiscal es posible medir realmente el déficit.

Para analizar el impacto del envejecimiento en el gasto fiscal en pensiones se requiere proyectar el número de personas hoy activas que llegarán a la edad de pensión. De esta forma, el ámbito poblacional se enmarca en la generación que entra a la edad productiva en 2005, año inicio de la proyección, que comenzará a jubilarse en 2050 (ver figura 1.1). Por este motivo, a pesar de que las proyecciones a más de 15 años se consideran inciertas, si se quiere planear a largo plazo, se requieren análisis sobre un horizonte de tiempo amplio en los que apoyarse.

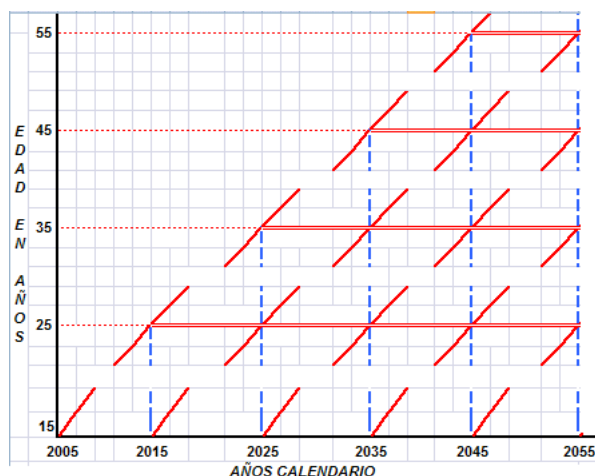


Figura 1.1: Diagrama de lexis población objetivo

### Ciclo de vida económico

---

La teoría sobre el modelo del ciclo de vida asume que las personas distribuyen su consumo y su ahorro a largo plazo, repartiendo el consumo a lo largo de su vida de la mejor manera. De acuerdo con este planteamiento los ingresos fluctúan a lo largo del ciclo de vida, mientras que el consumo se suaviza (Tovar 2007). De esta forma, la propensión promedio a consumir es mayor en hogares compuestos mayoritariamente por jóvenes o ancianos, mientras que los hogares con personas en edades productivas tienen una mayor propensión a ahorrar a expensas de su consumo (Mejía 2008).

El ciclo de vida económico define los perfiles de consumo e ingreso laboral por grupos etarios. Está constituido por la cantidad de bienes y servicios consumidos y por la cantidad de bienes y servicios producidos a través de la vida laboral en cada grupo de edad. Su diferencia constituye el déficit del ciclo de vida, que se presenta debido a que, dependiendo de la etapa de la vida en la que se encuentre un individuo, produce más de lo que consume o viceversa.

Cuando el consumo excede los ingresos laborales se produce una dependencia económica, situación que caracteriza principalmente a la infancia y a la vejez. Desde este punto de vista, una persona mayor es económicamente dependiente aunque haya acumulado recursos a lo largo de su vida que compensen su consumo en la vejez (Mason et al. 2009).

Así, el déficit del ciclo de vida (LCD) se define como el valor total de bienes y servicios consumidos por los miembros de un grupo de edad,  $C(a)$ , menos el valor de bienes y servicios producidos por los miembros del mismo grupo de edad,  $Y(a)$ , (Mason et al. 2008). Esto es,

$$LCD(a) = C(a) - Y(a)$$

$$C(a) = C^h(a) + C^g(a)$$

donde  $LCD$  es el déficit de ciclo de vida,  $a$  es el grupo de edad,  $C$  es el consumo,  $Y$  es el ingreso laboral,  $C^h$  es el consumo de los hogares y  $C^g$  es el consumo del gobierno.

Como se observa, el consumo tiene dos componentes, uno público y otro privado. En este trabajo se analiza únicamente los patrones de consumo de los hogares, a través de la información proveniente de una encuesta de hogares y personas que se describe a continuación.

El DANE realizó entre el 11 de agosto y el 18 de octubre de 2008 una encuesta a nivel nacional sobre las condiciones socioeconómicas de los hogares colombianos denominada Encuesta de Calidad de Vida (ECV). El tipo de investigación consistió en una encuesta por muestreo de 13,611 hogares con representatividad nacional. Las unidades de análisis utilizadas fueron viviendas, hogares y personas. El total de personas encuestadas fue de 50,542. El examen de los patrones de consumo e ingreso se realizó a nivel de personas y se consideró consumo y gasto indistintamente a pesar de las disparidades teóricas que pueda haber (Tovar 2007).

Inicialmente, la información a utilizar de la encuesta se encontraba organizada en dos tablas diferentes, una de hogares y otra de personas. Los hogares fueron consultados por gastos relacionados con la vivienda como servicios públicos, arriendo o cuota de amortización, y otros gastos como alimentos, ropa, calzado, bienes durables, impuestos, entre otros. Por su parte, las personas fueron interrogadas por consumo en salud y educación. Las preguntas relacionadas con ingresos fueron dirigidas a las personas y el ingreso se encuentra discriminado según su fuente de origen: salario, pensión y otros.

La medición de las variables consumo e ingreso conlleva dificultades como la tendencia a subestimar gastos en bienes con connotaciones negativas, problemas de sesgo en la selección de muestra, de auto-consumo, de subestimación de la variable ingreso causada por motivaciones psicológicas o de desconfianza ante el encuestador, entre otros (Tovar 2007). Adicionalmente, está la posibilidad de confundir ingresos y egresos personales provenientes de negocios familiares, sin embargo para la ECV, este riesgo se minimiza debido a la desagregación del ingreso por componentes. Muchos de estos inconvenientes están fuera del alcance del usuario de la información recolectada, no obstante, el manejo de los datos dado en este trabajo está encaminado a solventar algunos de los problemas.

El tratamiento de datos consistió inicialmente en agregar los componentes individuales del consumo tanto de hogares como de personas. Debido a la diferencia en periodicidad presente en las variables, algunas semanales, otras mensuales, trimestrales o anuales, se homogenizaron los períodos de tiempo a un año haciendo un barrido artículo por artículo. Por ejemplo, la frecuencia de las preguntas relacionadas con gasto en alimentos era semanal, las vinculadas con calzado y ropa fue trimestral mientras que las referentes a uniformes y útiles escolares era anual. A continuación se adicionó la variable agregada de consumo de los hogares a cada persona que lo integra suponiendo que cada una de ellas consume una fracción igual. Los ingresos, que están medidos en dos frecuencias, anuales y mensuales, fueron homogenizados del mismo modo.

Finalmente, se realizó un suavizamiento spline a las series obtenidas. Todos los cálculos se ejecutaron a través del software libre R Development Core Team (2009). La figura 2.1 presenta el ciclo de vida económico agregado en miles de pesos constantes de 2008, ingresos y gastos anualizados. Los grupos de edad con déficit de ciclo de vida positivo apoyan sus excedentes de consumo a través de reasignaciones de flujos, se observa que estos van para menores de 23 años y medio y mayores de 68 años. Por lo tanto, el período donde se presenta un superávit es de 45.5 años, más del doble que los 22 años calculados para México en 2004 (Mejía 2008). La figura 2.2 muestra el déficit de ciclo de vida.

Del análisis anterior se puede determinar la edad de consumo promedio (AC) y la edad de ingreso laboral promedio (AYL), definidas como la edad promedio ponderada por el consumo y por el ingreso respectivamente (Mejía 2008). La AC está alrededor de 44.8 años y la AYL de 45.4, muy cercanas, siendo su diferencia (AC-AYL) negativa igual a -0.6

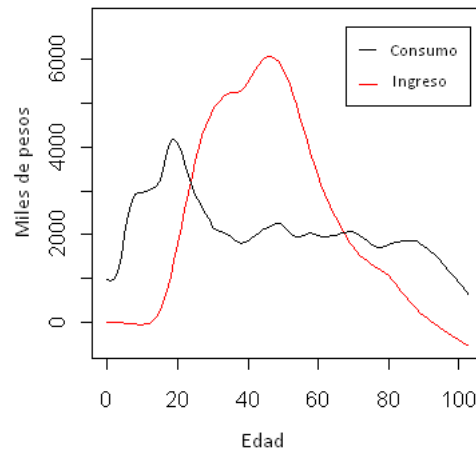


Figura 2.1: Consumo e ingreso laboral anual en miles de pesos constantes de 2008

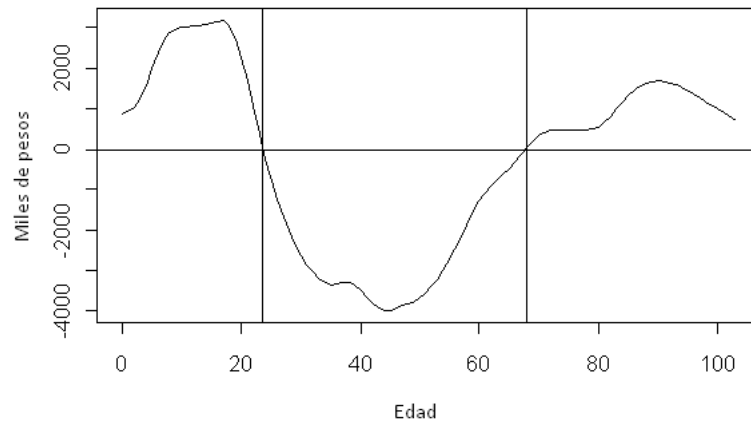


Figura 2.2: Déficit del ciclo de vida

denominada demanda de crédito o demanda negativa de riqueza y se presenta porque el consumo en los jóvenes es mayor y no alcanza a ser compensado con el ingreso que reciben.

En las edades dependientes jóvenes, menores de 23 años, el consumo promedio anual es de 2.8 millones de pesos, 1.7 veces mayor que el consumo promedio de los adultos mayores de 68 años que está alrededor de 1.6 millones de pesos. Por el lado del ingreso la relación se invierte ya que el salario promedio anual en la dependencia juvenil es de 559 mil pesos, correspondiente a 0.87 veces el salario promedio anual en la dependencia adulta que llega a 642 mil pesos.

La edad de dependencia juvenil cercana a los 23 años puede estar indicando un aumento en los años de escolaridad de la población que dedica un tiempo posterior a la terminación de la educación básica y media en la formación técnica y profesional antes de incorporarse al mercado laboral.

El consumo en educación tiene un pico alrededor de los 19 años debido a la alta inversión realizada en el pago de educación superior. A partir de este momento comienza a caer de



manera rápida y sostenida hasta entrados los 30 años cuando el gasto en educación es bajo y después de los 60 años es nulo. Este comportamiento se ve reflejado de manera marcada en el consumo total.

Por el lado del gasto en salud se observa niveles bajos hasta los 20 años momento en el cual empieza un aumento gradual y sostenido, hasta cerca de los 60 años cuando se presenta una alta volatilidad debido a las enfermedades relacionadas directamente con el envejecimiento (ver figura 2.3).

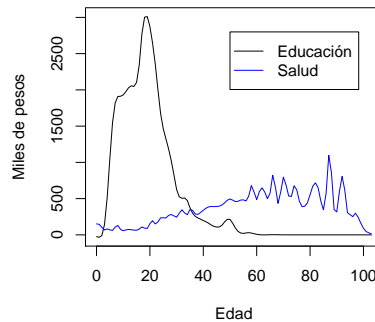


Figura 2.3: Gasto en educación y en salud

La transición demográfica traducida en el aumento de la esperanza de vida tiene un gran impacto en el ciclo de vida económico ya que a mayor mortalidad, mayor porcentaje de la vida de un individuo transcurre en las edades de excedente de producción y menor en las de dependencia económica de la vejez. Al caer la mortalidad, la esperanza de vida se eleva, con lo que aumenta el porcentaje de vida que transcurre en la dependencia de la vejez.

Por ejemplo, cuando la esperanza de vida es 20 años, 36 % del promedio de vida transcurre en la dependencia de la infancia, 61 % en el superávit y sólo 3 % ocurre en la dependencia de la vejez. Cuando la esperanza de vida alcanza 75 años, los porcentajes pasan a 20 %, 63 % y 17 % respectivamente (Lee & Tuljapurkar 1997).

De esta forma, la interacción de los ciclos demográficos y económicos determina el impacto en el fisco del envejecimiento poblacional. Ya que, como el aumento en años persona vividos se da en diferentes edades, si este aumento se concentra en el superávit, mayor planeación de consumo en cada edad a través del ciclo de vida es factible. Sin embargo, si el aumento ocurre en las edades de déficit debe disminuir el consumo o aumentar la oferta de trabajo en algunos años (Lee & Tuljapurkar 1997). El reto está en que la mayoría de los años ganados se ubican en el déficit de la vejez.

### Proyección de mortalidad

---

Existen diversas técnicas para pronosticar mortalidad agrupadas dentro de dos grandes categorías a saber: determinísticas o ad hoc y probabilísticas. Las primeras no tienen un modelo estadístico asociado, por lo que no se puede calcular la incertidumbre de las estimaciones como errores estándar o intervalos de confianza (Giroso & King 2008). De esta forma, se tienen las aproximaciones basadas en extrapolación donde se define una función con base en los datos de mortalidad de un año; están las aproximaciones paramétricas como la propuesta por Gompertz (1825); los métodos no paramétricos como el de componentes principales y la aproximación de Lee & Carter (1992), entre otras.

Lee & Carter (1992) proponen utilizar una técnica de series de tiempo para pronosticar a largo plazo (70 años) la mortalidad por rangos de edad de los Estados Unidos. Su modelo se basa en la persistencia de los patrones y tendencias históricas y consiste en modelar el logaritmo de la tasa de mortalidad para cada rango de edad como una función de variables no observadas que dependen de la edad y el tiempo. La solución se realiza mediante la descomposición en valores singulares (DVS). La intensidad de la mortalidad la modelan mediante la metodología de Box y Jenkins al suponer que sigue un proceso ARIMA.

Este modelo fue tomado como base para estudios similares y fue objeto de gran cantidad de modificaciones y extensiones. Booth et al. (2006) comparan cuatro variantes o extensiones del método de Lee-Carter para el pronóstico de la mortalidad de diez países desarrollados; concluyen que todas las variantes son más precisas en el pronóstico del logaritmo de la tasa de mortalidad que el método original. Giroso y King estudian las características del modelo y algunas de sus variaciones para entender en qué casos es conveniente aplicarlo. Pedroza (2006) utiliza el modelo de Lee-Carter pero lo expresa como un modelo de estado-espacio enmarcado en la metodología Bayesiana para pronosticar la tasa de mortalidad de los hombres estadounidenses. Encuentra que su propuesta refleja errores de pronóstico con mayor precisión y permite trabajar con datos faltantes, lo que significa una ventaja en países con información incompleta o poco fiable.

Carter & Prskawetz (2001) presentan una extensión al método de Lee-Carter que permite tener en cuenta cambios estructurales en las trayectorias de mortalidad y realizan una aplicación al caso australiano. El método original asume constante el índice de mortalidad en los rangos de edad, pero los autores citan evidencia de muchos países donde la mortalidad cae más rápidamente en edades mayores que en jóvenes. De esta forma, los autores

tienen en cuenta este cambio en los patrones de mortalidad según rangos de edad al usar la metodología de Lee-Carter.

Hanewald (2009) relaciona la mortalidad con el estado de la economía al estudiar los efectos de las condiciones macroeconómicas en el índice de mortalidad del modelo de Lee-Carter para seis países. El autor encuentra correlaciones significativas con el PIB real para Australia, Canadá y Estados Unidos; y con cambios en la tasa de desempleo en Japón. El aporte principal del autor fue el mostrar que el índice de mortalidad no es estrictamente inobservable, sino que puede derivarse de factores externos.

### 3.1. Modelo propuesto por Lee y Carter

El modelo de Lee & Carter (1992), como se mencionó anteriormente, propone pronosticar las tasas específicas de mortalidad a través de una variable no observable que depende del tiempo,  $k_t$ , utilizando únicamente la información histórica de las tasas de mortalidad observadas. La ecuación 3.1 presenta el modelo, siendo  $m(x, t)$  la tasa específica de mortalidad para el rango de edad  $x$  y el tiempo  $t$ .

$$\ln m(x, t) = a_x + b_x k_t + \epsilon_{x,t} \quad (3.1)$$

de donde

$$m(x, t) = \exp [a_x + b_x k_t + \epsilon_{x,t}]$$

La variable  $k_t$  se conoce como índice de mortalidad para el tiempo  $t$  y refleja la tendencia de la mortalidad a lo largo del período  $t$ . Los parámetros del modelo  $a_x$  y  $b_x$  dependen únicamente del grupo de edad  $x$  y no cambian con el tiempo. El comportamiento de  $a_x$  indica el patrón general de la mortalidad por año, es decir, el perfil general de la mortalidad del grupo de edad  $x$ . El cambio porcentual en la tasa de mortalidad dado el cambio de una unidad en el índice de mortalidad está cuantificado por  $b_x$ . Los autores observaron que a largo plazo el valor de  $b_x$  es no negativo, reflejando la velocidad relativa a la que cambia la tasa de mortalidad ante cambios en el índice  $k_t$  en cada grupo de edad.

De esta forma, la magnitud de  $b_x$  da una idea de la velocidad de decrecimiento de la mortalidad. La función de  $b_x$  es modificar la tendencia principal en la mortalidad reflejada por  $k_t$  de acuerdo a si el cambio en una edad particular es mayor o menor que la tendencia general, y si se mueve en la misma o en diferente dirección. Para efectos de estimabilidad se asume la restricción  $\sum_x b_x = 1$ , por lo que  $b_x$  revela la proporción de cambio en todo el logaritmo de la tasa de mortalidad atribuible a la edad  $x$ . Las influencias históricas y demás variables que afectan la mortalidad que no son capturadas por el modelo, están recogidas en  $\epsilon_{x,t}$ .

Debido a que los valores de  $k_t$  son no observados y a que para cada grupo de edad  $x$  y cada instante de tiempo  $t$  se tiene una ecuación, conformando así un sistema de ecuaciones simultáneas, no es posible usar la metodología tradicional de regresión para estimar los parámetros del modelo.

La propuesta de Lee & Carter (1992) para estimar el modelo es utilizar el método de descomposición en valores singulares (SDV) que proporciona las estimaciones para los coeficientes  $a_x$  y  $b_x$  y una primera aproximación a la variable  $k_t$ . A continuación se realiza un segundo ajuste a  $k_t$  para que dadas las estimaciones de los coeficientes obtenidas en el

paso anterior, refleje exactamente las defunciones totales obtenidas para el tiempo  $t$  en el grupo de edad  $x$ . Finalmente, los autores proponen estimar  $k_t$  a través del modelo de series temporales  $k_t = c + k_{t-1} + e_t$ , es decir, suponiendo que el índice de mortalidad sigue una caminata aleatoria.

Booth et al. (2002) proponen una modificación al modelo de Lee-Carter en el ajuste del componente temporal, para reproducir la distribución de las defunciones por grupos de edad en lugar de la total, aceptando desviaciones de la linealidad en el componente de tiempo  $k_t$  así como cambios en el componente de edad a través del tiempo. El objetivo principal de esta metodología es mejorar la estimación del componente de edad. Así, proponen ajustar  $k(t)$  a través de un modelo de regresión Poisson para el número de defunciones anual en cada grupo de edad  $x$ :

$$\ln[D(x, t)] = \ln[N(x, t)] + \ln[m'(x, t)] + e'(x, t)$$

donde  $N(x, t)$  denota la población total en el grupo de edad  $x$  en el tiempo  $t$ ;  $\ln[m'(x, t)] = a(x) + b(x)k'(t)$ , en el cual  $k'(t)$  se refiere al ajuste de  $k(t)$  bajo esta metodología.

La modificación propuesta por Hyndman & Ullah (2007) consiste en una generalización del modelo al usar metodología de análisis funcional mediante suavizamiento no paramétrico. Su estimación resulta robusta ante años atípicos debidos a guerras o epidemias. Partiendo de

$$y_t(x_i) = f_t(x_i) + \sigma_t(x_i) + \epsilon_{t,i}$$

donde  $y_t(x)$  denota el logaritmo de la tasa de mortalidad observada para la edad  $x$  en el tiempo  $t$ ,  $f_t$  es la función de suavizamiento y  $\sigma_t(x)$  es el ruido asociado a la variación con  $x$ . Los autores en primer lugar suavizan las tasas de mortalidad a través de un método no paramétrico para estimar  $f_t(x)$ .

A continuación descomponen las curvas ajustadas mediante una expansión como la siguiente

$$f_t(x) = \mu(x) + \sum_{k=1}^K \beta_{t,k} \phi_k(x) + e_t(x)$$

donde  $\mu(x)$  es una medida de ubicación de  $f_t(x)$ ,  $\{\phi_k(x)\}$  es un conjunto de funciones ortonormales de base y  $e_t(x) \sim N(0, v(x))$ . En seguida estiman un modelo univariado de series de tiempo para cada coeficiente  $\beta_{t,k}$  y usan sus pronósticos para predecir  $f_t(x)$  y  $y_t(x)$ . Los autores aplican métodos robustos para estimar las funciones de edad  $\mu(x)$  y  $\phi_k(x)$  y así eliminan el efecto de años atípicos.

Adicionalmente, la modificación comprende la identificación del período más apropiado para aplicar el modelo lineal ARIMA a la estimación del índice de mortalidad basado en el criterio de una medida estadística de bondad de ajuste. De esta forma esta metodología es aplicable no solo a la estimación de tasas de mortalidad sino también al pronóstico de tasas de fecundidad.

## 3.2. Aplicación para Colombia

El modelo de Lee & Carter (1992) significó un cambio contundente en la forma de proyectar variables demográficas que se mantiene hasta el momento, ya que los avances en este campo incluyen modificaciones y mejoras pero la filosofía del método original perdura.

Los innumerables trabajos comparativos de metodologías encuentran cambios significativos sólo en la precisión de los métodos y no en su estimación puntual, es decir, los avances han tenido como resultado reducción en la varianza de la estimación. Dada la importancia de estos enfoques, los métodos elegidos para la proyección de las tasas de mortalidad en este trabajo fueron los de Lee & Carter (1992) (lca) y las modificaciones propuestas por Booth et al. (2002) (bms) y Hyndman & Ullah (2007) (fdm), procedimientos descritos antes, implementados en el paquete `demography` elaborado por Hyndman et al. (2009).

La información utilizada está constituida por datos quinquenales de defunciones discriminados por sexo para el período comprendido entre 1953 y 2005. La principal fuente fue World Health Organization (WHO) (2010) de donde se obtuvieron los períodos 1953 a 1969, 1984 a 2002 y 2004 a 2005; para el período comprendido entre 1970 y 1983 se utilizaron los registros de defunciones publicados por DANE-UNICEF. Finalmente, para el año 2003 se emplearon los resultados publicados por el Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) (2010).

Adicionalmente, se requirió la información de la población por sexo y grupos de edad, para lo cual se utilizaron los registros censales del Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) (2010) para los años 1951, 1964, 1973, 1985, 1993 y 2005. Los valores intermedios fueron completados a través de interpolación lineal bajo un modelo de crecimiento exponencial. Para la creación de los escenarios sin sobre-mortalidad masculina se utilizó la información de defunciones quinquenales para las edades de 15 a 45 años por causa homicidio de hombres, acuñada por el DANE desde 1979 a 2005, disponible en su página de internet.

La medición de la mortalidad colombiana adolece de las deficiencias propias de los países en desarrollo como el bajo conteo y la inexactitud en la edad registrada. Para corregir este problema de subregistro en las defunciones se utilizaron los cálculos para tal fin realizados por Miller & Urdinola (2010), quienes aplicaron el método Brass-Trussell para la mortalidad infantil y lo recopilado y estimado en Urdinola (1998). Para el tratamiento de la mortalidad adulta, Urdinola utilizó el método de Bennett-Horiuchi estimado en Hill (2003).

Los escenarios de mortalidad masculina considerados son tres, uno con sobre-mortalidad (E1) utilizando la totalidad de las defunciones reportadas por el DANE y dos escenarios sin sobre-mortalidad construidos de la siguiente manera. Únicamente para los años de 1979 a 2005, dada la disponibilidad de información de defunciones por causa, se redujeron las defunciones de hombres para los grupos de edad de 15 a 45 años en la mitad de las defunciones por homicidio (E2) y en las tres cuartas partes (E3). Esto es, si desde 1979 la mitad o las tres cuartas partes de los homicidios no se hubieran presentado, disminuyendo así el número de defunciones en estos grupos de edad. Adicionalmente los cálculos se realizaron con la información cruda y usando las correcciones por subregistro en las defunciones para cada sexo. De esta manera se tienen 6 escenarios a considerar, especificados en la figura 3.1.

Para evaluar los modelos de proyección se utilizó el error medio de los residuales al cuadrado, calculado como la raíz del promedio de la diferencia cuadrada entre los valores observados y los ajustados. La tabla 3.1 presenta la evaluación de los modelos para cada escenario considerado. Se observa que el modelo con menor error de pronóstico para la tasa de mortalidad masculina es el fdm mientras que para la tasa de mortalidad femenina el mejor comportamiento es el bms (valores resaltados en negrilla).

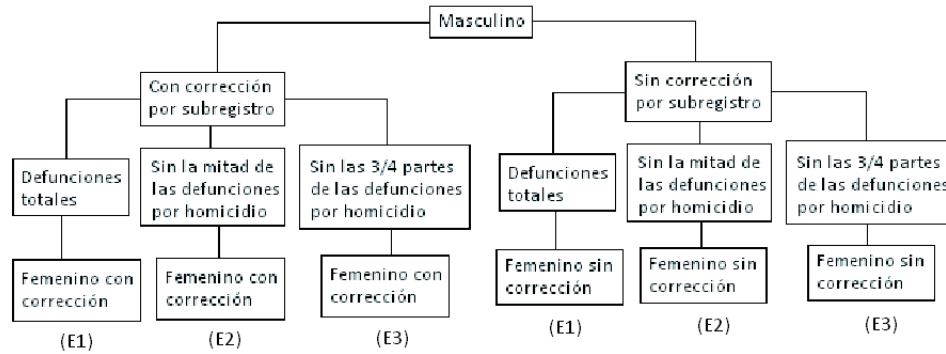


Figura 3.1: Esquema de escenarios a considerar

Tabla 3.1: Error cuadrático medio del pronóstico de la tasa de mortalidad

Escenario	fdm	lca	bms
Hombre sin corrección E1	<b>0.0043</b>	0.0177	0.0077
Hombre sin corrección E2	<b>0.0031</b>	0.0095	0.0051
Hombre sin corrección E3	<b>0.0031</b>	0.0062	0.0042
Hombre con corrección E1	<b>0.0060</b>	0.0169	0.0088
Hombre con corrección E2	<b>0.0031</b>	0.0106	0.0056
Hombre con corrección E3	<b>0.0031</b>	0.0071	0.0045
Mujer sin corrección	0.0036	0.0095	<b>0.0033</b>
Mujer con corrección	0.0038	0.0094	<b>0.0035</b>

La figura 3.2 presenta el gráfico de las matrices de error para la proyección de la tasa de mortalidad femenina sin corrección para cada uno de los modelos ajustados. La gama de colores va desde rojo, pasando por naranja y blanco hasta llegar al amarillo. El color rojo indica error negativo grande mientras que el color amarillo refleja error positivo grande. El rango de error va desde -0.4 hasta 0.38. Se observa que para la mayoría de años y edades el método fdm subestima la tasa de mortalidad, por predominar los amarillos, mientras que el modelo lca tiende más a sobre estimar, reflejado en el color rojo. El método bms predominantemente sobre estima pero en menor medida comparado con el lca.

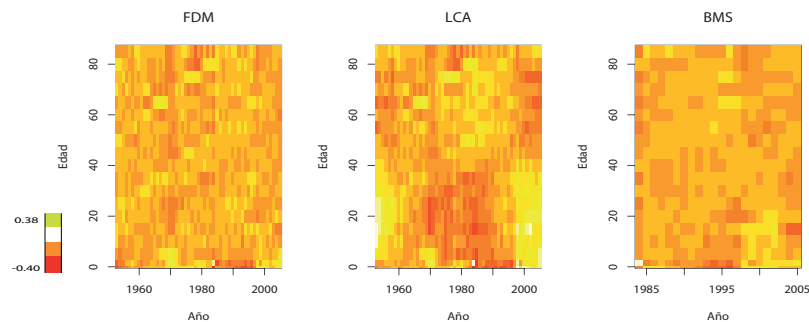


Figura 3.2: Errores de ajuste tasa de mortalidad femenina sin corrección

Los errores para la tasa de mortalidad femenina al utilizar la corrección por subregistro tienen un comportamiento similar, salvo por el método lca que presenta en general menor sobre estimación que sin utilizar la corrección (ver figura 3.3). El rango de los errores es ligeramente mayor variando de -0.41 a 0.39.

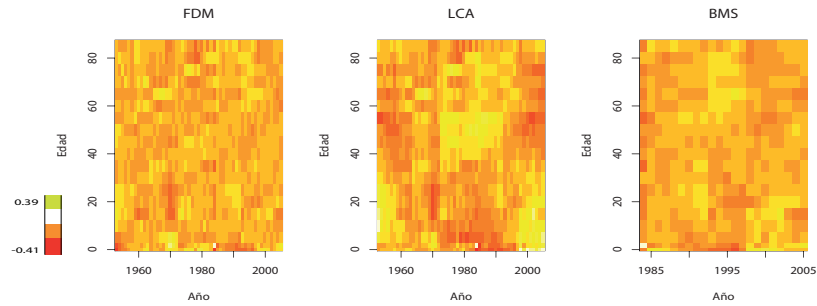


Figura 3.3: Errores de ajuste tasa de mortalidad femenina con corrección

La figura 3.4 presenta las matrices de error para la estimación de la tasa de mortalidad masculina en el escenario de sobre-mortalidad (E1) sin corrección por subregistro. Los errores van desde -0.57 hasta 0.62, mayores a los encontrados en el ajuste de la tasa de mortalidad femenina. Se observa que el método lca es el que presenta el ajuste más pobre, dadas las zonas con error de ajuste alto negativo (rojo) y alto positivo (amarillo). El método bms presenta predominante sobre estimación pero de menor dimensión que el lca. El modelo fdm es el que ajusta mejor. En el escenario de reducción de la mitad de las defunciones por homicidio (E2) el rango de error se reduce a (-0.46, 0.53), los métodos lca y bms presentan un ajuste muy similar y el método con menor error es el fdm (ver figura 3.5). Para el tercer escenario, con una disminución de las tres cuartas partes en las defunciones por homicidio (E3), el rango de error va desde -0.47 a 0.49, los tres modelos tienen un ajuste similar, siendo ligeramente superior el fdm (ver figura 3.6).

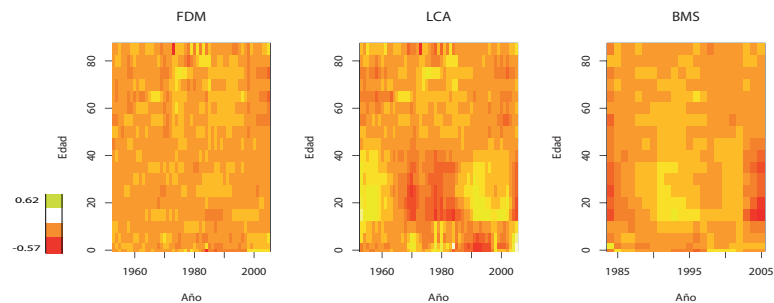


Figura 3.4: Errores de ajuste tasa de mortalidad masculina escenario E1 sin corrección

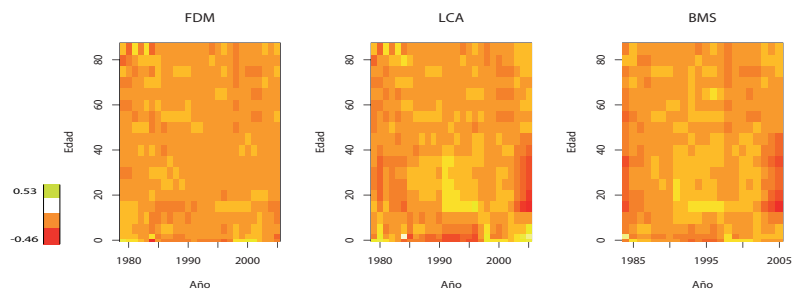


Figura 3.5: Errores de ajuste tasa de mortalidad masculina escenario E2 sin corrección

Al utilizar la corrección por subregistro se observa que los errores de ajuste de los modelos tienden a ser positivos dada la predominancia de los amarillos comparados con los ajustes sin utilizar la corrección. Para el escenario con sobre-mortalidad (E1) el intervalo

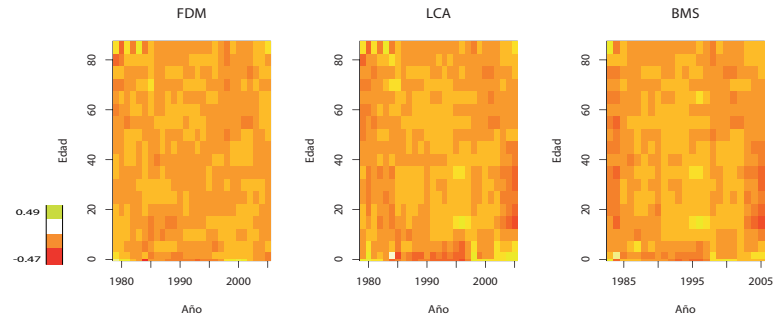


Figura 3.6: Errores de ajuste tasa de mortalidad masculina escenario E3 sin corrección

de error de ajuste se incrementa ligeramente pasando a ser  $(-0.58, 0.85)$ . Adicionalmente, predominan los errores de ajuste negativos siendo el *fdm* el modelo mejor comportado dada la poca presencia de rojos y amarillos (figura 3.7). Para el escenario sin la mitad de las defunciones por homicidio (E2) la magnitud de la subestimación disminuye al pasar a un rango de error de  $(-0.55, 0.59)$ . La superioridad del método *fdm* se mantiene, pero ya no es tan marcada (figura 3.8). Finalmente, para el escenario de reducción de las tres cuartas partes en las defunciones por homicidio (E3) se observa un mejor ajuste reflejado en un menor intervalo de error  $(-0.46, 0.52)$ . A así mismo, los métodos *lca* y *bms* tienden a sobre estimar para el año 2005 y los grupos de edad de 10 a 30, mientras que el método *fdm* es el que ajusta mejor (figura 3.9).

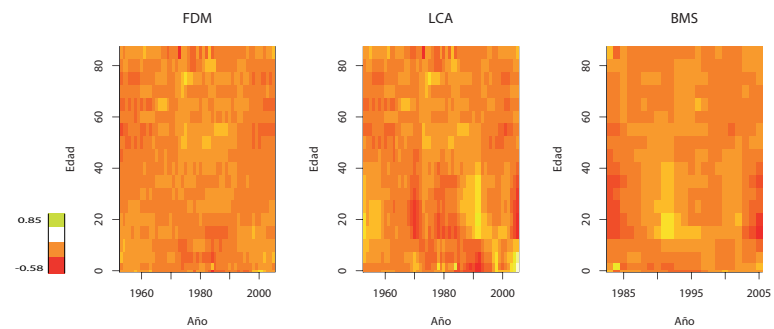


Figura 3.7: Errores de ajuste tasa de mortalidad masculina escenario E1 con corrección

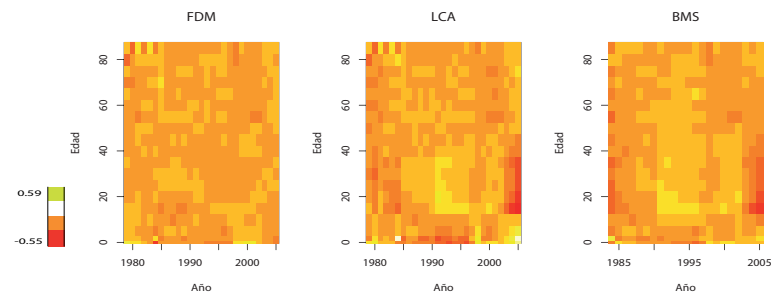


Figura 3.8: Errores de ajuste tasa de mortalidad masculina escenario E2 con corrección

A continuación se muestran las estimaciones de los parámetros de los modelos *fdm* y *bms*, se omite la presentación de los coeficientes del modelo *lca* por tener el ajuste más pobre y porque su interpretación coincide con la del modelo *bms*. La estimación de los parámetros de los modelos con y sin corrección por subregistro muestran el mismo comportamiento por



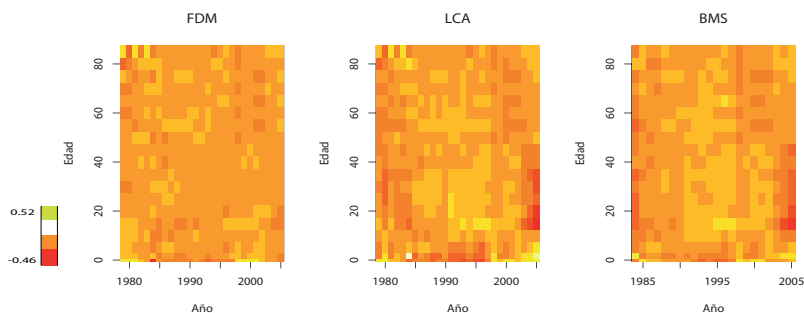


Figura 3.9: Errores de ajuste tasa de mortalidad masculina escenario E3 con corrección

lo que sólo se presentan las gráficas para los modelos con corrección. Adicionalmente, para visualizar la diferencia en los escenarios, se muestran únicamente los extremos, es decir, con sobre-mortalidad (E1) y con disminución de las tres cuartas partes de las defunciones por homicidio (E3).

La figura 3.10 presenta los parámetros del modelo *fdm* para la tasa de mortalidad masculina en el escenario E1. Se observa que la función de base 1 muestra primordialmente los cambios en mortalidad de niños y adultos mayores de 45 años. El coeficiente 1 correspondiente evidencia que para estas edades la mortalidad ha caído en todos los períodos. Por su parte, el coeficiente 2 está relacionado con la mortalidad de hombres entre 15 y 45 años. Su coeficiente asociado 2 muestra que el comportamiento de la mortalidad de jóvenes y adultos ha sido oscilante, con tendencia a la baja desde 1953 hasta 1970 cuando comienza a aumentar, hasta 1991 cuando vuelve a descender. El efecto principal muestra el patrón general de la mortalidad a lo largo de las edades. Se observa que hay una disminución en la mortalidad hasta los 10 años cuando comienza a crecer teniendo un pico a los 20 años que disminuye ligeramente hasta los 40 años, momento en el cual vuelve a su tendencia de crecimiento sostenida.

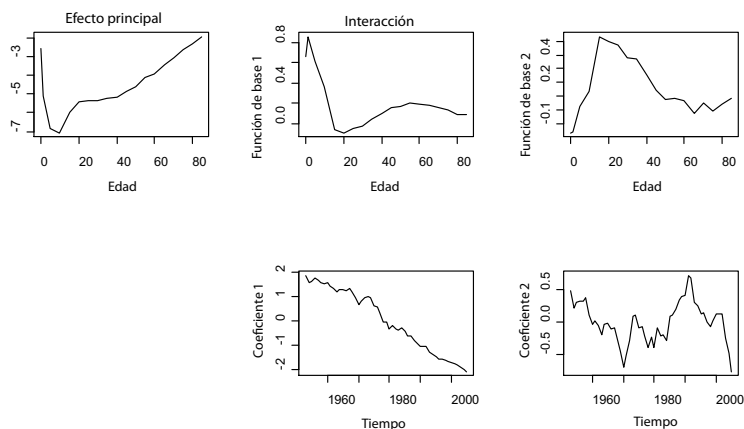


Figura 3.10: Parámetros del modelo *fdm* - hombres escenario E1 con corrección

En el escenario con disminución de las tres cuartas partes de los homicidios (E3) se observa en términos generales el mismo comportamiento, salvo por el coeficiente 2 que muestra una clara trayectoria oscilante de la mortalidad de jóvenes y adultos hasta 2003 momento en el cual comienza a disminuir (ver figura 3.11).

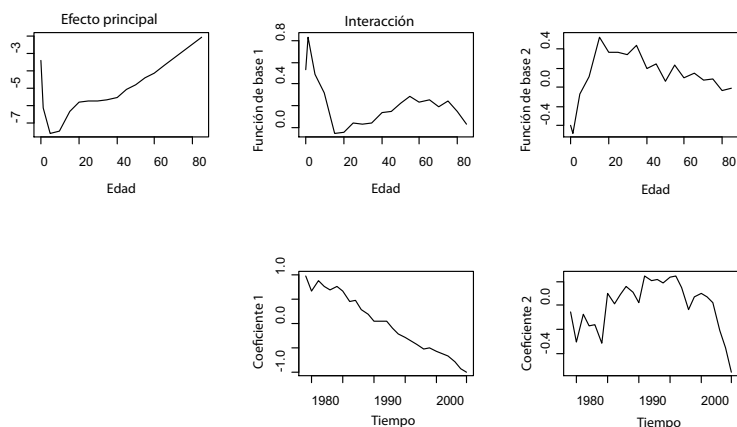


Figura 3.11: Parámetros del modelo fdm - hombres escenario E3 con corrección

La figura 3.12 presenta la estimación de los parámetros del modelo bms para la tasa de mortalidad masculina en el escenario con sobre-mortalidad (E1). El esquema general de la mortalidad a lo largo de las edades, representado por el parámetro  $a$ , coincide con el encontrado anteriormente. El coeficiente  $b$  muestra la velocidad relativa de cambio en el índice de mortalidad, se observa que de 0 a 5 años la mortalidad cae rápidamente, mientras que de 5 a 10 años lo hace más lentamente. Para las edades de 10 a 20 años  $b$  es negativo, lo que significa que la mortalidad en este grupo de edad está aumentando. Entre 20 y 55 años la mortalidad vuelve a caer rápidamente y los 55 años la velocidad de decrecimiento disminuye. El coeficiente  $k$  muestra que la tendencia de la mortalidad a lo largo del período considerado es decreciente.

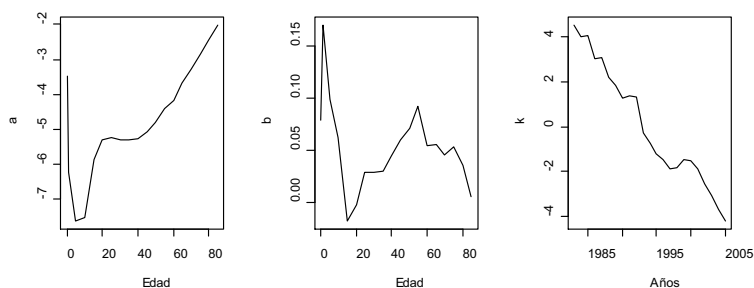


Figura 3.12: Parámetros del modelo bms - hombres escenario E1 con corrección

Al considerar el escenario sin las tres cuartas partes de las defunciones por homicidio (E3) se observa que la *joroba* presente en la estimación del coeficiente  $a$  que corresponde a las edades entre 15 y 40 años se suaviza, indicando disminución en la mortalidad de este grupo de edad. Los demás parámetros no presentan modificaciones (ver figura 3.13).

Para la tasa de mortalidad femenina el efecto principal del modelo fdm muestra una disminución en la mortalidad hasta los 10 años cuando comienza a crecer. La marcada *joroba*, propia de los patrones de mortalidad masculina, apenas se insinúa en el esquema general de mortalidad femenina. La función de base 1 modela la mortalidad de niñas principalmente. El coeficiente 1 asociado muestra la manera en que ha venido descendiendo

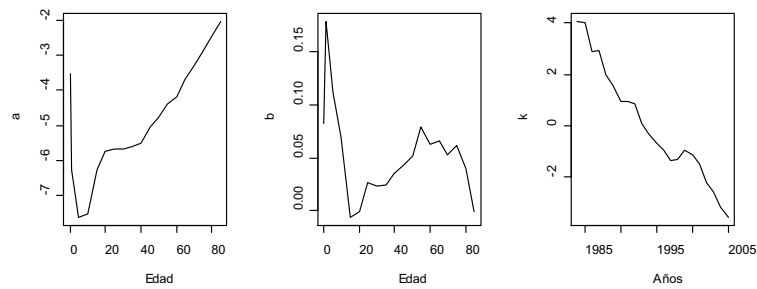


Figura 3.13: Parámetros del modelo bms - hombres escenario E3 con corrección

la mortalidad infantil femenina. La función de base 2 modela la mortalidad de mujeres adultas y mayores. Su coeficiente asociado 2 indica que la mortalidad de este grupo presentó un aumento hasta los noventa cuando comenzó a decrecer (ver figura 3.14).

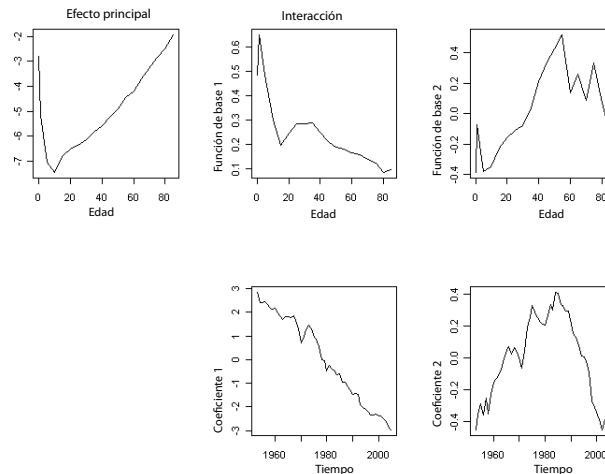


Figura 3.14: Parámetros del modelo fdm - mujeres con corrección

La figura 3.15 presenta los parámetros del modelo bms para la tasa de mortalidad femenina. La *joboba* para las edades entre 10 y 25 años se aprecia con mayor detalle comparada con la estimación fdm, pero sigue siendo mucho menor a la observada en la mortalidad masculina. El parámetro  $b$  indica que la mortalidad cae rápidamente de 0 a 5 años, momento en el cual disminuye la velocidad de decrecimiento hasta poco antes de los 20 años. A partir de allí la mortalidad vuelve a caer aceleradamente hasta los 55 años cuando cae pero lentamente.

El logaritmo de la tasa de mortalidad ajustada para el período 1953 a 2005 se presenta en la figura 3.16. Cada línea representa el logaritmo de la tasa de mortalidad para un año específico, comenzando con el color rojo, pasando por el amarillo, el verde, el azul claro, el azul oscuro y terminando con el morado. Se aprecia la disminución a través de los años de la mortalidad femenina en todas las edades.

La figura 3.17 presenta la proyección de la tasa de mortalidad masculina para cada escenario considerado usando la corrección por subregistro. Se aprecia que el comportamiento

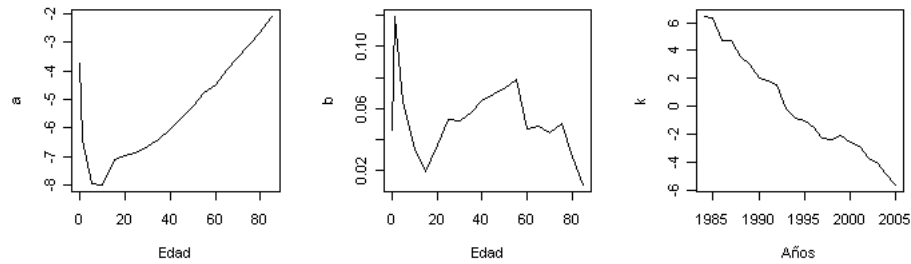


Figura 3.15: Parámetros del modelo bms - mujeres con corrección

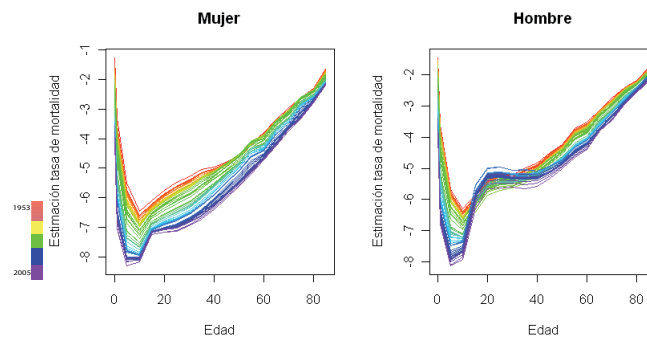


Figura 3.16: Logaritmo de la tasa de mortalidad ajustada

histórico observado se acentúa, es decir, disminución de la mortalidad para niños, adultos y ancianos e incremento en la mortalidad de adolescentes y adultos jóvenes. Se espera que caiga la mortalidad de manera pronunciada en las edades de 0 a 15 años y en menor medida para mayores de 40 años. Con respecto a la mortalidad entre 15 a 40 años se espera un leve aumento. Los escenarios sin sobre-mortalidad muestran una mayor caída de la mortalidad para mayores de 40 años y en el escenario (E3) el incremento en la mortalidad de 15 a 40 años es menor.

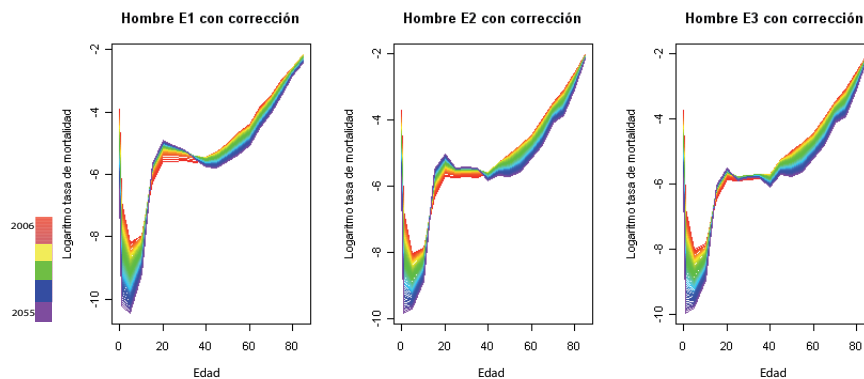


Figura 3.17: Log. tasa de mortalidad proyectada (2006-2050) - Hombres con corrección

Si no se utiliza la corrección por subregistro, la mortalidad de adultos jóvenes es prácticamente la misma para todos los años de proyección, salvo en el escenario E2. Las edades

donde se espera que caiga la mortalidad son de 0 a 15 con mayor intensidad y mayores de 35 años en menor magnitud. Para las edades de 15 a 35 se espera un leve aumento de la mortalidad, sin embargo este incremento es inferior al encontrado en los escenarios con corrección por subregistro. Adicionalmente, la tasa de mortalidad pronosticada es menor a la proyectada usando la corrección. Estos resultados reflejan la utilidad de la corrección (ver figura 3.18).

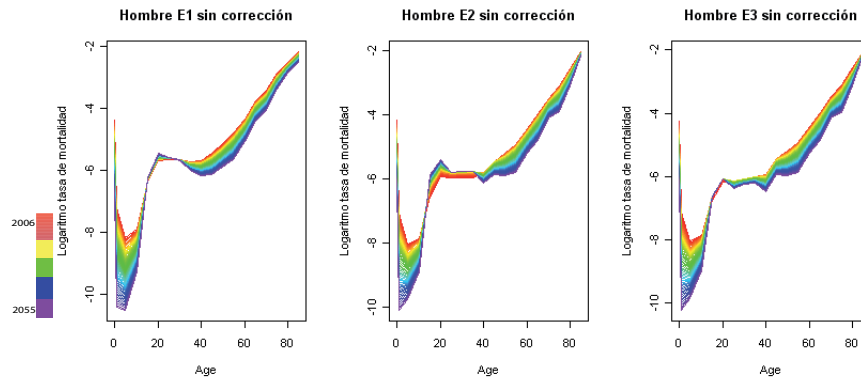


Figura 3.18: Log. tasa de mortalidad proyectada (2006-2050) - Hombres sin corrección

La proyección del logaritmo de la tasa de mortalidad femenina se presenta en la figura 3.19. Se observa que la tendencia para todos los grupos de edad es decreciente, como se observó en las tasas de mortalidad históricas. Al usar la corrección el comportamiento es el mismo y solo se diferencia en el nivel, siendo mayor la tasa de mortalidad proyectada al corregir. Las edades de mayor decrecimiento son de 0 a 10 y de 30 a 50 años y las de menor reducción son de 15 a 20 y mayor de 75 años.

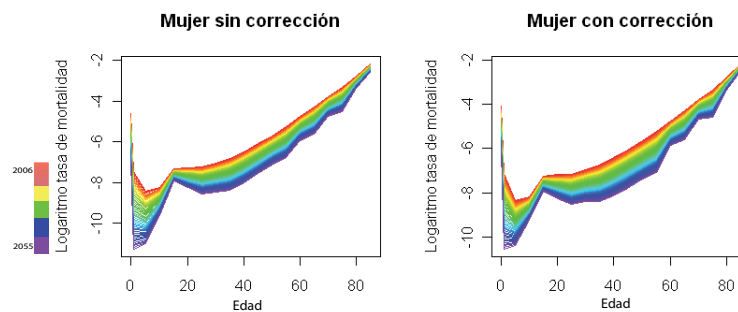


Figura 3.19: Logaritmo tasa de mortalidad proyectada (2006-2050) - Mujeres

La esperanza de vida al nacer masculina pronosticada sin usar corrección por subregistro se presenta en la figura 3.20. Se observa que en los escenarios sin sobre-mortalidad los intervalos de confianza se acercan, indicando menor variabilidad en la estimación y por tanto mayor precisión. La esperanza de vida aumenta al disminuir las defunciones por homicidio, en dos años, para el escenario E2 y en cuatro años para el escenario E3.

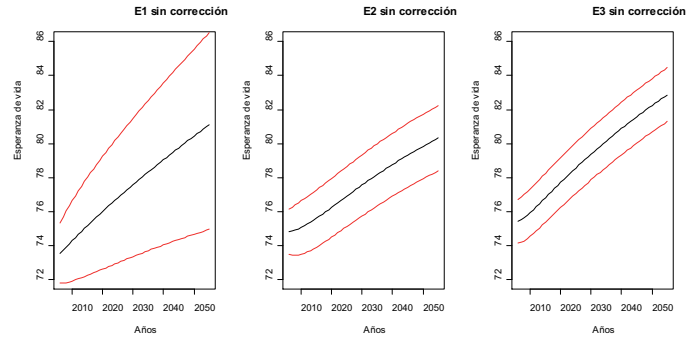


Figura 3.20: Esperanza de vida proyectada (2006-2050) - Hombres sin corrección

Al utilizar la corrección por subregistro la esperanza de vida presenta una leve disminución inicial bajo el escenario E1. La diferencia en la esperanza de vida de los escenarios extremos es de apenas dos años. Sin embargo, el aumento en la esperanza de vida proyectada en el escenario E3 es bastante rápido sobrepasando los 80 años para 2050. Adicionalmente, el intervalo de confianza es menor en el escenario E3 (ver figura 3.21).

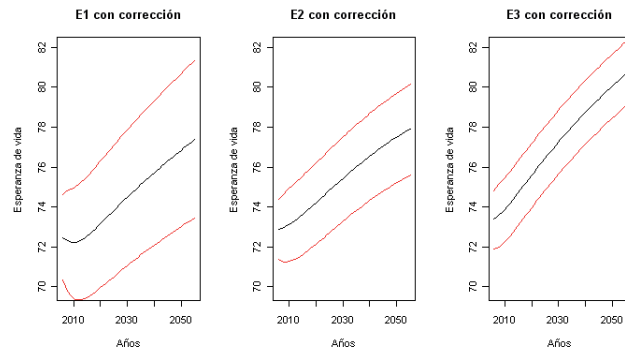


Figura 3.21: Esperanza de vida proyectada (2006-2050) - Hombres con corrección

La esperanza de vida femenina se muestra en la figura 3.22. Se observa que con y sin corrección la tendencia es la misma y solo difieren en el punto de partida que es poco menos de un año mayor sin la corrección. La esperanza de vida proyectada para las mujeres es de más de 6 años que la pronosticada para los hombres.

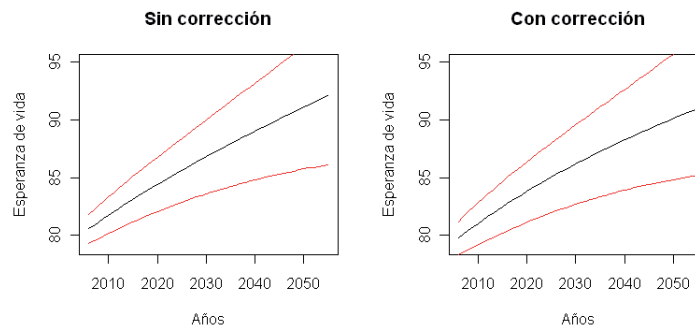


Figura 3.22: Esperanza de vida proyectada (2006-2050) - Mujeres

### Proyección de fecundidad

---

Para la proyección de la tasa de fecundidad se utilizó la metodología propuesta por Booth & Hyndman (2008) comentada anteriormente, que se aplica tanto para la proyección de la tasa de mortalidad como para la estimación de la tasa de fecundidad.

#### 4.1. Aplicación para Colombia

El registro histórico de nacimientos en Colombia no tuvo una continuidad dado que entre 1970 y 1987 la entidad encargada fue el Sistema Nacional de Inscripción pero a partir de 1987 la tarea pasó a manos de la Registraduría Nacional del estado Civil (DANE 2007). Muchos registros civiles no reflejan la verdadera fecha de nacimiento por lo que esta información no es del todo exacta.

Los datos de nacimientos reportados por el DANE están disponibles únicamente desde 1998, debido a que sólo a partir de este año dicha entidad comenzó a encargarse de recopilar y reportar la información de nacimientos. Por lo tanto, para la proyección de la fecundidad se utilizó la información de 1998 a 2005.

Los nacimientos, al igual que las defunciones, presentan problemas de omisión. El DANE (2007) realizó una estimación de la cabalidad de los nacimientos a través de métodos indirectos. Para el objetivo de proyectar los gastos fiscales en pensiones a un horizonte de 50 años la estimación rigurosa de los patrones de mortalidad es central, ya que interesa saber, cuántas personas hoy activas llegarán a la edad de jubilación. Por este motivo y sin pasar por alto su presencia e importancia, no se realiza corrección alguna al subregistro de nacimientos y el énfasis se centra en los patrones de mortalidad.

La figura 4.1 presenta la estimación de los parámetros del modelo. El efecto principal muestra el aumento de la fecundidad con el comienzo de la edad fértil de la mujer alcanzando un máximo pasados los 20 años cuando comienza su descenso hasta después de los 45 años. La función de base 1 modela la fecundidad de madres entre 20 y 40 años. Su coeficiente asociado 1 indica que la fecundidad de las mujeres en este rango de edad disminuyó a partir de 2000, hasta 2002 cuando comenzó a estabilizarse. La función de base 2 modela la fecundidad de madres mayores de 40 años. Se observa un aumento en la fecundidad tardía desde 2002.

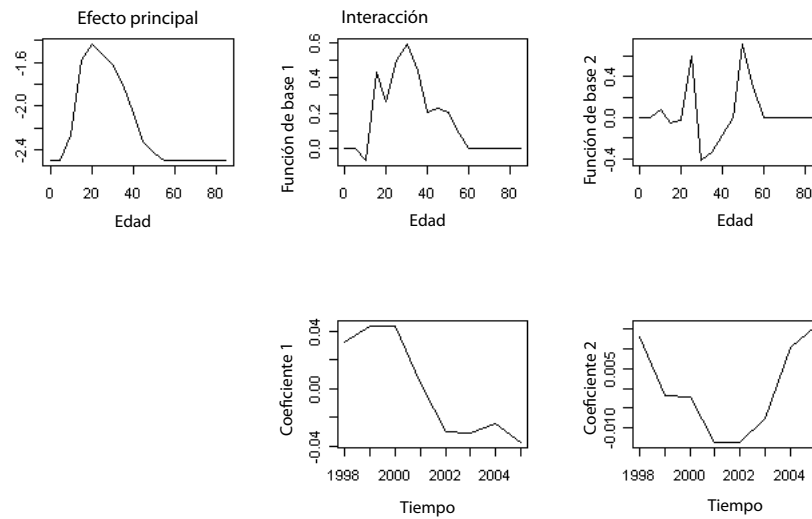


Figura 4.1: Parámetros tasa de fecundidad

La proyección de la tasa de fecundidad es prácticamente constante debido a que los valores observados entre 1998 y 2005 no indican tendencia marcada. Los errores de ajuste van desde -0.009 hasta 0.013 indicando un buen ajuste debido posiblemente a la cantidad de información y su homogeneidad (ver figura 4.2).

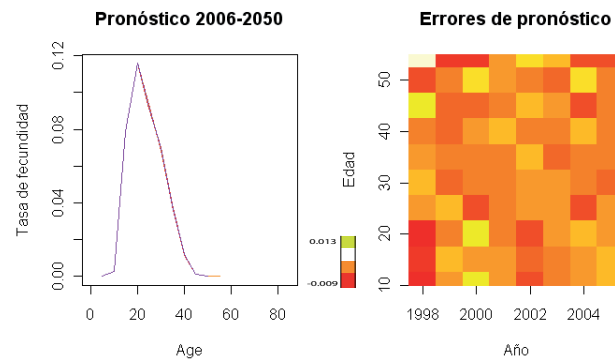


Figura 4.2: Tasa de fecundidad - Errores de ajuste y proyección



---

## Proyección de población

---

Para la proyección de la población a partir de la proyección de la tasa de mortalidad por edad y sexo y la tasa de fecundidad, se utilizó la metodología propuesta por Booth & Hyndman (2008). Los autores analizan la población como función de la fecundidad, la mortalidad y la migración neta, por lo que parten de construir modelos estocásticos específicos por edad y sexo para cada uno de estos componentes. A continuación usan los modelos para simular trayectorias futuras y calcular nacimientos, defunciones, migración neta y a partir de ellos obtener la población.

Suponiendo población cerrada, compuesta por los individuos que pertenecen a ella al nacer y que la abandonan únicamente al morir, la población se renueva exclusivamente por los nacimientos. De esta manera, la población se obtiene a través de la ecuación de balance demográfica de crecimiento

$$P_{t+1}(x+1) = P_t(x) - D_t(x, x+1)$$

$$P_{t+1}(0) = B_t(x) - D_t(B, 0)$$

donde  $x = 0, 1, 2, \dots$  son edades simples,  $P_t(x)$  es la población en  $t$  de edad  $x$ ,  $B_t(x)$  son los nacimientos en  $t$  de las mujeres en edad  $x$ ,  $D_t(x)$  son las defunciones en el año  $t$  de personas en edad  $x$ ,  $D_t(B, 0)$  son las defunciones en  $t$  de las personas nacidas en  $t$ .

### 5.1. Aplicación para Colombia

Los datos disponibles de defunciones y población se encuentran agrupados en edades de la siguiente manera  $[0 - 1)$ ,  $[1, 4]$ , a partir de 5 años en grupos quinquenales hasta 84 años y el último grupo de 85 y más. Por lo tanto para obtener edades simples se utilizó la proporción de individuos dentro de los grupos teniendo en cuenta la distribución etaria del censo de 2005.

La figura 5.1 presenta la proyección de la población total y por sexo para cada escenario considerado corrigiendo por subregistro de defunciones. Se observa que la diferencia en población comienza a ser notoria a partir de 2025 siendo mayor bajo el escenario E3 y solo afectando la población masculina dada la forma en que se construyeron los escenarios.

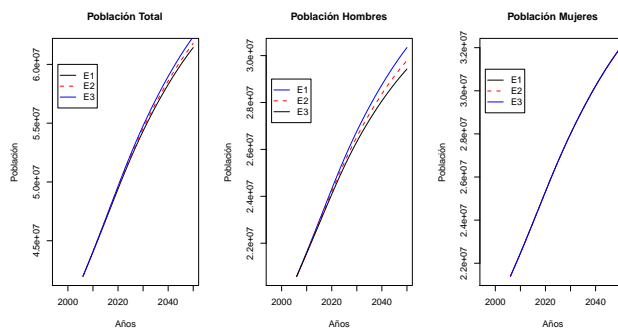


Figura 5.1: Proyección de población para cada escenario con corrección por subregistro

La diferencia entre los escenarios con y sin corrección por subregistro se presentan en la figura 5.2. Se aprecia la acción de la corrección al aumentar las defunciones con la consecuente disminución de la población.

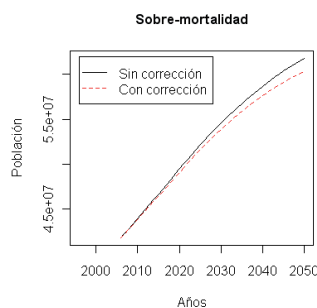


Figura 5.2: Proyección de población con y sin corrección por subregistro

El comportamiento de las defunciones a lo largo de las proyecciones es diferente para hombres y mujeres. Para los primeros se observa una caída pronunciada en las edades de 1 a 14 años y leve entre 0 y 1. Mientras que para las edades de 15 a 45 se proyecta un aumento paulatino que tiende a estabilizarse y uno acentuado en mayores de 65 años (ver figura 5.3).

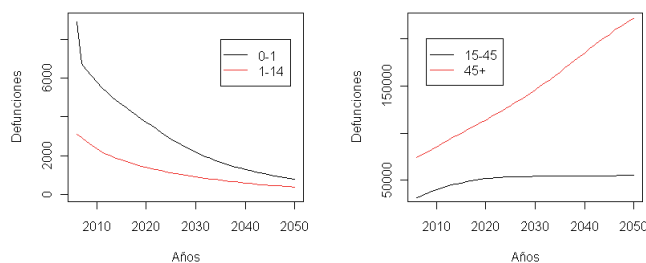


Figura 5.3: Proyección defunciones hombres por edad

Para las mujeres se observa una disminución en las defunciones de 0 a 59 años a través de las proyecciones siendo más rápido el descenso de 1 a 59 años. A partir de de los 60 años se pronostica un aumento en las defunciones bastante pronunciado (ver figura 5.4).

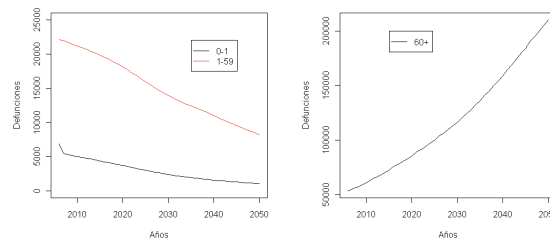


Figura 5.4: Proyección defunciones mujeres por edad

La figura 5.5 presenta tres pirámides proyectadas. Para 2006 se observa una clara forma piramidal, mientras que en 2028 se ensancha en la parte superior; para terminar en 2050 con una forma ovalada que indica el incremento en la cantidad de personas que alcanzan edades avanzadas tanto de hombres como de mujeres, siendo la población femenina proyectada de 85 y más años marcadamente superior.

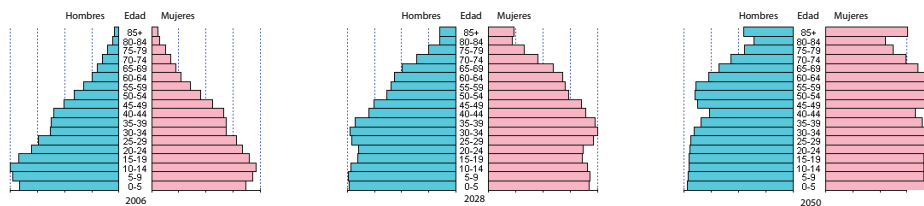


Figura 5.5: Pirámides poblacionales proyectadas

Al comparar las proyecciones de población obtenidas con las reportadas por el DANE se encuentra que las primeras están por debajo de las oficiales en aproximadamente un millón y medio de personas (ver figura 5.6). La disparidad puede deberse a muchos factores como diferente metodología de pronóstico y el uso de la corrección por subregistro de mortalidad.

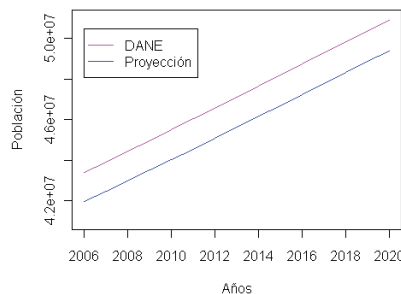


Figura 5.6: Comparación proyección de población DANE

---

### Proyección del gasto fiscal en pensiones

---

Ante el riesgo de contingencias como enfermedades, accidentes, invalidez, vejez y muerte, las pensiones pretenden ofrecer ingresos permanentes que permitan a la persona continuar satisfaciendo sus necesidades siempre y cuando haya cumplido los requisitos mínimos exigidos por la ley. En la modalidad de beneficio definido, el sistema debe garantizar la mesada fija durante el resto de la vida del pensionado, por lo que la obligación pensional se constituye en una deuda futura para el fisco.

La deuda pensional de las naciones puede estar subvalorada debido a que algunos pasivos no explícitos, considerados como compromisos del estado con algunos grupos de la población y no como deudas, no se incluyen en la contabilidad tradicional de la deuda pública. Dichas obligaciones futuras tienen el componente adicional de incertidumbre en cuanto al monto a pagar calculado en un momento específico de tiempo, por lo que no es posible conocer con exactitud el monto de la obligación futura del gobierno. Lo que se sabe con certeza es la obligatoriedad del compromiso. En este contexto de incertidumbre, obligatoriedad y contabilidad parcial se enmarca el costo fiscal en pensiones.

En Colombia, con la entrada en vigencia de la Ley 100 en 1993 gran parte de los nuevos cotizantes se vincularon a los fondos de ahorro individual, lo que generó desvío de recursos del sistema público al privado. El panorama se agravó con la continuidad de varios regímenes especiales y subsidios que no fueron desmontados por la citada ley. De esta forma, los ingresos por cotización comenzaron a disminuir mientras que, paralelamente, los pagos mensuales por mesadas se incrementaron.

La Ley 797 de 2003 entró a corregir algunas deficiencias que la Ley 100 dejó, eliminando algunos regímenes especiales remanentes y obligando a cotizar a los trabajadores independientes, de igual forma aplicó medidas tendientes a disminuir el peso fiscal en pensiones a través de dos estrategias, por un lado aumentando las tasas de cotización y por otro incrementando progresivamente tanto las semanas de cotización como la edad de pensión. Esto permitió reducir el valor presente neto del pasivo pensional a cargo de la Nación.

Las consecuencias que implica una deuda pensional en aumento no afectan exclusivamente al sector público aunque sí directamente, ya que al tener mayores obligaciones con el pago de pensiones, la nación tendrá menos recursos para consumir e invertir. Adicionalmente, por ser las pensiones transferencias del sector público al sector privado, el ingreso privado disponible se incrementa.

El gasto en pensiones depende directamente de la evolución de dos variables, los ciclos económicos y los cambios demográficos. Un aumento de personas que alcanzan edades muy avanzada debido al incremento sostenido en la esperanza de vida, supone mayor carga al sistema pensional. De la misma manera, la relación entre población en edad de trabajar y población envejecida determinará en cierta medida el monto a pagar, ya que si la población envejecida supera progresivamente a la población activa, el sistema se hará insostenible. Por otro lado, la tasa de desempleo, la tasa de ocupación, la informalidad y el nivel de productividad afectan también el gasto debido a que, por ejemplo, si la tasa de ocupación es alta, mayor número de personas aportan al sistema y se disminuye la carga de la nación.

En países desarrollados, que ya terminaron la transición demográfica, las pensiones constituyen una de las partidas más grandes. En Colombia, el gasto pensional constituye uno de los tres mayores rubros de los egresos del Gobierno al alcanzar 19.8 %, los otros dos componentes lo constituyen las transferencias regionales y los intereses de deuda, que sumados representan 58.7% del gasto total, evidenciando elevadas rigideces en el presupuesto colombiano (Minhacienda 2008).

Existen diversos modelos para estimar el gasto futuro en pensiones, en este trabajo se utilizó un modelo sencillo, aplicado por Alonso & Conde (2006), que permite aproximar su monto como porcentaje del PIB y analizar el impacto que tendría. La idea principal es descomponer el indicador de gasto en pensiones como fracción del PIB en tres bloques, por un lado la influencia demográfica (representada por la dependencia efectiva de ancianos DEP), por otro lado la evolución del empleo (EMP) y finalmente el factor institucional (que incluye la cobertura del sistema COB y la razón entre pensión media y productividad media RPP). La ecuación 6.1 presenta la expresión para el gasto en pensiones como porcentaje del PIB:

$$\frac{GP}{PIB} = DEP \times EMP \times COB \times RPP$$

$$\frac{\text{Gasto Pensiones}}{PIB} = \underbrace{\frac{\text{Pob. mayor de 65 años}}{\text{Pob. de 15 a 65 años}}}_{\text{Factor demográfico}} \times \underbrace{\frac{1}{\text{Tasa Ocupación}}}_{\text{Factor mercado de trabajo}} \times \underbrace{\frac{\text{No. Pensiones} \times \text{Pension media}}{\text{Pob. mayor de 65 años} \times \text{PIB/Ocupados}}}_{\text{Factor institucional}} \quad (6.1)$$

La descomposición anterior tiene en cuenta los principales determinantes del gasto agregado en pensiones y como lo hacen notar Alonso & Conde (2006) es básicamente una identidad contable.

## 6.1. Aplicación para Colombia

Teniendo en cuenta la metodología de aproximación al gasto fiscal esbozada en el apartado anterior, adicional a la proyección de la población se requiere la proyección de la tasa de ocupación, el número de pensionados del sistema de prima media, el PIB, la pensión media y el número de ocupados.

Para la proyección del número de pensiones, se utilizó la serie mensual del número de pensionados del sistema de prima media por tipo de pensión, desde diciembre de 2004 a diciembre de 2009 tomada de la página web de la Superintendencia Financiera y las

proyecciones de la población mayor realizadas. El pronóstico se realizó a través de modelos autorregresivos, utilizando metodología de series de tiempo, mediante el paquete de `R forecast` (Hyndman 2009) que selecciona el mejor modelo basado en criterios de información como el AIC. Básicamente, se modela el número de pensionados en el tiempo  $t$  en función del número de pensionados en períodos pasados, choques aleatorios y rezagos de los choques. La ecuación 6.2 presenta el modelo resultante para proyectar el número de pensionados:

$$\text{Numero de Pensionados}_t = \beta_0 + \text{Numero de Pensionados}_{t-1} \quad (6.2)$$

Se observa que el pronóstico es simplemente el anterior más la deriva que tiene la serie. La figura 6.1 muestra la proyección del número de pensionados del sistema de prima media. Como la tendencia en el número de pensionados es creciente, la proyección conserva dicho comportamiento.

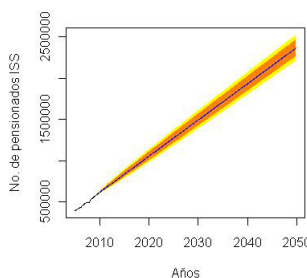


Figura 6.1: Proyección del número de pensionados del sistema de prima media

Para proyectar la tasa de ocupación ( $TO$ ) se utilizaron los datos mensuales reportados por el Departamento Nacional de Planeación (DNP) que realizó sus cálculos con base en la Encuesta Continua de Hogares realizada por el DANE, de enero de 2001 a enero de 2010. El modelo de series de tiempo que mejor ajusta la tasa de ocupación contiene varios rezagos de la variable y de choques aleatorios debido a su estacionalidad, y se describe en la ecuación 6.3:

$$\begin{aligned} TO_t = & (1 + \phi)TO_{t-1} - \phi TO_{t-2} - (\Phi_1 - 1)TO_{t-12} - (1 + \phi + \Phi_1 + \phi\Phi_1)TO_{t-13} \\ & + \phi\Phi_1 TO_{t-14} - \Phi_1 TO_{t-24} - (\phi\Phi_2 - \Phi_1 + \Phi_2)TO_{t-25} \\ & - (\Phi_1 - \Phi_2)\phi TO_{t-26} + (1 + \phi)\Phi_2 TO_{t-37} - \phi\Phi_2 TO_{t-38} \\ & + c + \epsilon_t - \theta\epsilon_{t-1} - \Theta_1\epsilon_{t-12} + \theta\Theta_1\epsilon_{t-13} - \Theta_2\epsilon_{t-24} + \theta\Theta_2\epsilon_{t-25} \end{aligned} \quad (6.3)$$

La figura 6.2 presenta la proyección de la tasa de ocupación. Se observa que mantiene la estabilidad al rededor de 53 % con mayor volatilidad al comienzo de la ventana de pronóstico.

De la misma forma se proyectó el número de ocupados con base en los cálculos mensuales del DNP de 2001 a 2010 y el PIB con base en los reportes anuales del DANE de 1994 a 2007. La figura 6.3 presenta las proyecciones para cada variable, ambas en aumento aunque la velocidad de crecimiento decae con el avance del horizonte de tiempo.

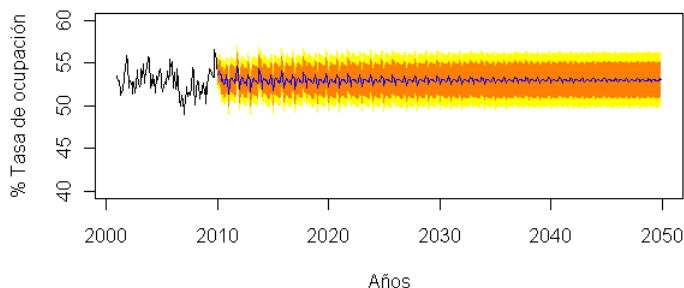


Figura 6.2: Proyección de la tasa de ocupación

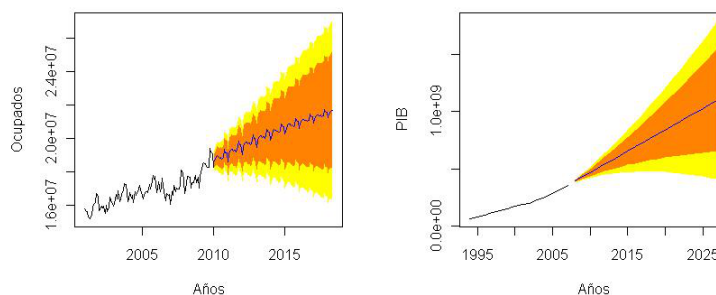


Figura 6.3: Proyección del número de ocupados y PIB

Finalmente, para la pensión media se tomaron los valores reportados por el ISS hasta 2007 y a partir de allí se proyectó con el valor del IPC hasta 2009. Para los años siguientes se tomó como IPC el valor 3.5, que se encuentra dentro del rango de meta de largo plazo. Es decir, para proyectar la pensión media se supone que la inflación se va a mantener dentro de la meta de largo plazo.

Con esta información se procedió a calcular el gasto en pensiones como porcentaje del PIB para cada escenario considerado. La tabla 6.1 presenta el gasto en pensiones utilizando la corrección por subregistro de defunciones en la proyección de la tasa de mortalidad. Se observa que las diferencias entre los escenarios aparecen principalmente a partir del sexto año de proyección en el segundo o tercer decimal, siendo mayor el gasto en el escenario con sobre-mortalidad (E1) y menor en el escenario donde la disminución de las muertes por homicidio es de tres cuartos (E3). La diferencia radica en que el aumento de las personas en edad de trabajar de los escenarios sin sobre-mortalidad amaina el impacto negativo sobre el gasto pensional del factor demográfico.

La figura 6.4 presenta proyección del gasto en pensiones con y sin corrección por subregistro para cada escenario considerado. Se observa que a medida que el horizonte de proyección se incrementa, va siendo más notoria la diferencia, siendo mayor el gasto estimado al corregir. Esto ocurre debido a que la corrección aumenta las defunciones con lo

Tabla 6.1: Gasto en pensiones como porcentaje del PIB con corrección

Año	E1	E2	E3
2010	3.03	3.03	3.03
2020	5.12	5.10	5.09
2030	7.43	7.39	7.35
2040	9.68	9.63	9.54
2050	10.9	10.84	10.73

cual las personas en edad de trabajar disminuyen, incrementando el impacto negativo del factor demográfico sobre el gasto en pensiones.

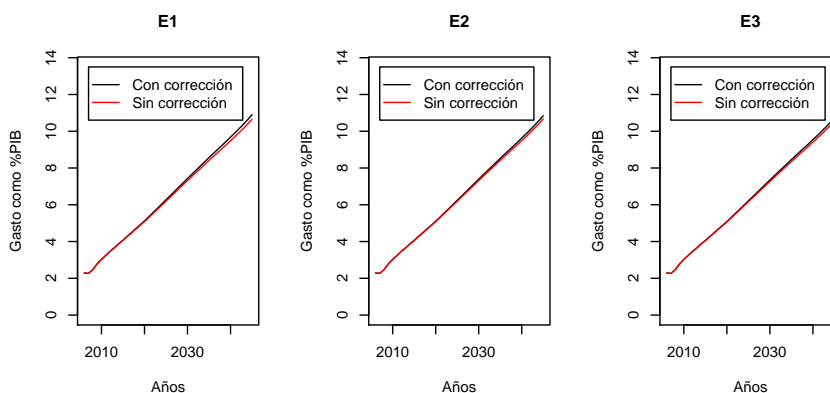


Figura 6.4: Gasto en pensiones como porcentaje del PIB con y sin corrección

El gasto en pensiones para cada escenario considerado se presenta en la figura 6.5. Se observa que el mayor gasto se presenta en el escenario con sobre-mortalidad (E1), ya que hay menos personas en edad de trabajar que atenúen el impacto del factor demográfico.

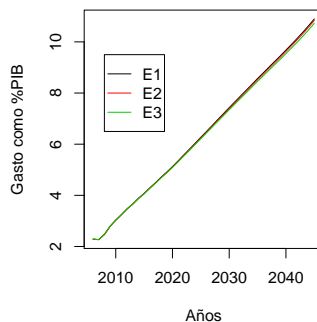


Figura 6.5: Proyección gasto en pensiones como porcentaje del PIB

Para analizar la incidencia de cada uno de los factores determinantes del gasto en pensiones como porcentaje del PIB la figura 6.6 presenta las proyecciones individuales. Se observa que el factor demográfico se proyecta en aumento, alcanzando 30 % en 2050, como consecuencia del mayor peso de las personas mayores con relación a las personas en edad de trabajar. El factor de mercado de trabajo se supone constante debido a que la proyección



de la tasa de ocupación se supone oscilante al rededor de 53 %. La cobertura del sistema muestra una disminución paulatina debido a que el número de pensiones aumenta a una menor velocidad que la cantidad de personas mayores. Finalmente, la razón entre pensión media y productividad media se proyecta en aumento, producto del lento incremento en la productividad con relación a la pensión media. De esta forma, si se quiere controlar el gasto en pensiones, el campo de acción está en el factor de mercado de trabajo e institucional. Así, aumentando tanto la tasa de ocupación como la productividad media, se conseguiría contrarrestar el efecto negativo del factor demográfico sobre el gasto en pensiones.

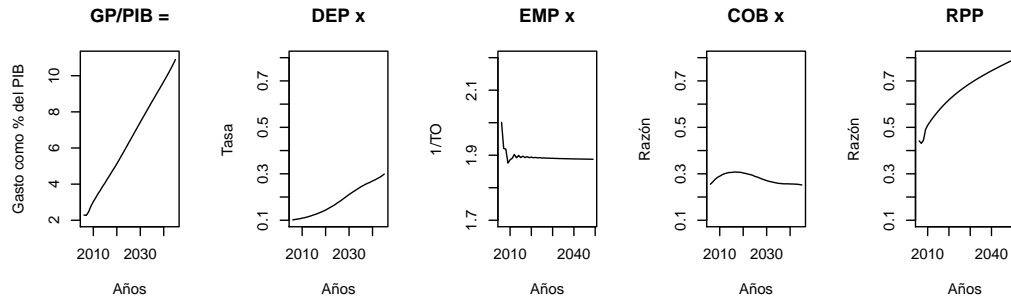


Figura 6.6: Proyección componentes del gasto en pensiones

Las proyecciones del Ministerio de Hacienda difieren en trayectoria con el pronóstico obtenido. La figura 6.7 presenta ambos resultados, la tendencia decreciente después de 2013 se explica por varias situaciones no tenidas en cuenta por el modelo presentado. Por ejemplo el Ministerio prevé una disminución de los gastos en funcionamiento y una mejora en el balance actuarial de los fondos. Adicionalmente, en 2009 la transferencia de recursos al ISS fue menor dado el aumento en los ingresos de la entidad como consecuencia del traslado de ahorros de personas provenientes de fondos privados.

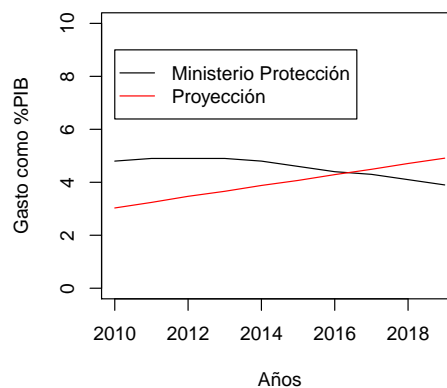


Figura 6.7: Comparación proyecciones gasto en pensiones

---

## Conclusiones

---

Las edades de dependencia económica se ubican antes de los 23.5 y después de los 68 años, por lo que se tiene un período de superávit de 45.5 años. En la dependencia juvenil se consume 1.7 veces y su ingreso es 0.87 veces el promedio presentado en la dependencia de la vejez. Dado el aumento sostenido de la esperanza de vida que se proyecta para Colombia, los años ganados se concentran en la dependencia de la vejez por lo que el reto de sostener una mayor población que alcanza cada vez edades más avanzadas es inmenso.

El modelo Lee-Carter y sus modificaciones, al combinar herramientas demográficas y estadísticas, se convierten en un instrumento para el análisis de políticas públicas. Para el caso de las pensiones, las transferencias intergeneracionales involucradas requieren un examen a través de un horizonte de tiempo largo. Por este motivo, a pesar de la poca fiabilidad de pronósticos a largo plazo, se realizó una proyección a 2050.

Los modelos de proyección se validaron al ajustar de manera adecuada los patrones colombianos de mortalidad y fecundidad históricos observados. Arrojaron como resultado la inminencia del proceso de transición demográfica colombiano, lo que significa el aumento en la proporción de personas mayores de 65 años con relación a las personas en edad de trabajar. Esto implica que la problemática de financiación del sistema pensional podría ocasionar un desequilibrio entre generaciones ya que los jóvenes de mañana tendrían que pagar impuestos más altos, posponer su retiro u obtener menores beneficios.

A través del modelo *fdm*, que presentó el mejor ajuste, se proyecta una disminución en los patrones de mortalidad para ambos sexos en la mayoría de los grupos de edad. La caída en la mortalidad masculina se proyecta para las edades de 0 a 15 años y mayores de 40. Sin embargo, entre 15 y 40 años la tendencia es a aumentar, dado el impacto de la violencia. Para las mujeres las edades de mayor decrecimiento son de 0 a 10 y de 30 a 50 años y las de menor reducción son 15 a 20 y mayores de 75 años.

La esperanza de vida al nacer masculina se proyecta que haya aumentado cerca de 4 años para 2050, ubicándose en 77 años mientras que la femenina aumentaría 10 años, situándose cerca de los 90 años. La esperanza de vida de las mujeres que sobreviven a los 60 años se proyecta en 31 años para 2050 y 26 años para el caso masculino. Bajo este panorama, para 2050, la pensión sería disfrutada en promedio durante 26 años por los hombres y 31 años por las mujeres.

El crecimiento de la población Colombiana se proyecta en aumento sostenido, el cual disminuye su velocidad a partir de 2030. Las pirámides poblacionales reflejan un cambio drástico en la composición etaria al ensancharse la parte superior de la misma, correspondiente a las edades más avanzadas, siendo la población femenina casi el doble de la masculina de 85 y más años para 2050. Lo anterior implica que la carga fiscal se centra en

el pago de mesadas de las mujeres ancianas probablemente sin compañero que las soporte económicamente.

Dicho panorama implica un incremento sostenido en el gasto fiscal de pensiones a cargo de la nación. Pero, contrariamente a lo esperado, los escenarios sin sobre-mortalidad por homicidio implican una ligera reducción en el gasto pensional al aumentar el número de personas en edad de trabajar, disminuyendo el impacto negativo del factor demográfico sobre el gasto en pensiones.

Suponiendo que el gobierno no tiene injerencia en el factor demográfico que impacta negativamente el gasto en pensiones, las variables sobre las que puede influir para contrarrestar el aumento en el gasto pensional futuro son el mercado laboral y el factor institucional. Un aumento en la proporción de personas empleadas supondría mayor número de aportantes al sistema disminuyendo el peso sobre el fisco nacional. Así mismo, incrementando la productividad laboral media, reflejada en el PIB por trabajador, se atenuaría el gasto total.

El conflicto armado colombiano y la violencia urbana juvenil no solo afectan los patrones de mortalidad, masculinos principalmente, sino que también origina migración forzada y fuga de capitales. Ambas situaciones contribuyen al empeoramiento del pasivo pensional. Por un lado una proporción de personas desplazadas, con poco nivel académico, llegan a las ciudades a engrosar el mercado de trabajo informal. Y por otro, las personas que abandonan el país, posiblemente con alta capacitación laboral, dejan de aportar recursos al sistema. Buscar soluciones a la sobre mortalidad por homicidio ayudaría por lo menos a no agravar aún más el problema pensional.

Dos objetivos principales de la Ley 100, sostenibilidad y cobertura, entraron en oposición ya que uno fue en detrimento del otro. Las metas fijadas sobre el aumento de la cobertura están aún lejanas, medir el impacto del costo de las pensiones causadas muestra solo una arista del problema, ya que si el objetivo es conseguir la cobertura universal, esfuerzos mayores son necesarios. Aunque el propósito era comenzar una transición del sistema de seguridad social al sistema privado hasta extinguir el primero, la solución derivó en la coexistencia de ambos, mediante un sistema mixto. Los fondos privados atraen afiliados jóvenes con altos salarios mientras que el sistema público concentra afiliados de mayor edad y menores salarios por lo que en la competencia entre regímenes el sistema de prima media puede ser objeto de selección adversa. Se hace necesario tomar una posición definitiva al respecto, o se acaba definitivamente con el régimen de prima media, con lo que la deuda del gobierno se limita a los cotizantes y pensionados actuales; o se incentiva la afiliación y el retorno de afiliados jóvenes, se promueve un sistema de ahorro complementario para aumentar la mesada futura y se flexibiliza el portafolio de inversión del fondo para obtener mayores rendimientos.

La falta de equidad en el sistema es otro problema a enfrentar, ya que regímenes como Fuerza Pública y Congreso reciben beneficios marcadamente superiores a los demás afiliados. Dichas diferencias son tan solo el reflejo de las inequidades del mercado laboral, por lo que su control va más allá del sistema pensional. Las debilidades del sistema han sido explotadas para la consecución de mayores mesadas, ya que al calcular la pensión sobre el ingreso de los últimos años, se incentiva aportes sobre ingresos bajos en los primeros años de cotización y contribuciones sobre ingresos altos al final. En el camino de eliminar los regímenes especiales ya se ha avanzado con la reforma de 2005, sin embargo, mayor control sobre las debilidades del sistema son necesarias para evitar el desangre fiscal producto de

---

pago de mesadas exorbitantes ligadas a regímenes especiales o procesos de corrupción como el escandaloso caso de Foncolpuertos.

La informalidad laboral genera problemas para el sistema de pensiones en la medida en que, aunque exista gente en edad productiva suficiente para soportar la carga de las pensiones actuales, mucha de ella se emplea en el sector informal evadiendo impuestos que ayudan a pagar las mesadas. Más grave aún es que el sistema de seguridad social no genera incentivos para formalizar el empleo. Las reformas pensionales enfocadas en aumentar tanto la edad de jubilación como las semanas de cotización y disminuir los beneficios, desincentivan a los trabajadores en la búsqueda de empleos formales donde reciben menos ingresos netos bajo la promesa, cada vez más lejana, de recibir una mesada en su vejez.

La relación entre informalidad y caída de la productividad es de doble vía, contrarrestarla es una necesidad imperiosa para el sostenimiento del sistema de seguridad social público. Incentivar la productividad en el sector formal aumentaría el costo de oportunidad de hacer parte del sector informal lo que llevaría a las empresas informales pequeñas y poco productivas a desaparecer (Switek 2007). Por lo tanto, las recomendaciones no se centran en desmejorar las condiciones, lo que afectaría la demanda agregada, sino apostarle a incentivar el mercado laboral formal y disminuir la sobre-mortalidad por homicidio, con lo que se puede activar la demanda interna y estimular el crecimiento económico. De mantenerse los niveles de informalidad actuales, difícilmente se podrá hacer frente al pasivo pensional que va en aumento.

---

## Bibliografía

---

- Acuña, D., González, J., Montoya, A., Palacio, E. & Reyes, J. (2009), ‘Salud y pensiones: los grandes retos de la política de seguridad social’, *Revista Económica Supuestos. Universidad de los Andes. Facultad de Economía* .
- Alonso, J. & Conde, J. (2006), ‘El Sistema de Pensiones en España ante el reto del Envejecimiento’, *Presupuesto y Gasto Público* (44), 51–73.
- Banco-Mundial (1994), *Averting the old age crisis. Policies to protect the old and promote growth*, Oxford University Press, Inc.
- Bayona, A. & Pabón, A. (1982), ‘La mortalidad en Colombia 1970-1982’, *Ministerio de Salud, Instituto Nacional de Salud, Asociación Colombiana Facultades de Medicina* .
- Booth, H. & Hyndman, R. (2008), ‘Stochastic population forecasts using functional data models for mortality, fertility and migration’, *International Journal of Forecasting* (24), 323–342.
- Booth, H., Hyndman, R., Tickle, L. & de Jong, P. (2006), ‘Lee-Carter mortality forecasting: a multi-country comparison of variants and extensions’, *Demographic Research* **15**(9).
- Booth, H., Maindonald, J. & Smith, L. (2002), ‘Applying Lee-Carter under conditions of variable mortality decline’, *Population Studies* **56**, 325–336.
- Bravo, J. & Holz, M. (2008), ‘Intergenerational reallocations in Chile 1987-1997’, *Paper to be presented at the Expert Group Meeting on Age Structural Transitions, Vienna, Austria* .
- Carter, L. & Prskawetz, A. (2001), ‘Examining Structural Shifts in Mortality Using the Lee-Carter Method’, *Working papers of the Max Planck Institute for Demographic Research receive only limited review* .
- CELADE (2009), ‘Estimaciones y proyecciones vigentes. División de población. Comisión Económica para América Latina y el Caribe CEPAL. Centro Latinoamericano y Caribeño de demografía’.
- Chackiel, J. (2000), ‘El envejecimiento de la población latinoamericana: ¿Hacia una relación de dependencia favorable?’, *Centro Latinoamericano y Caribeño de Demografía (CELADE). División de Población* .
- DANE (1997), ‘Tablas abreviadas de mortalidad por sexo para fechas censales y estimaciones quinquenales 1995 - 2025’, *Estudios Censales. Departamento Administrativo Nacional de Estadística* .

- DANE (2007), 'Colombia. Estimación de la Mortalidad 1985-2005', *Conciliación Censal 1985-2005*.
- Departamento Administrativo Nacional de Estadística (DANE) (2010), 'Estadísticas vitales'.  
\*<http://www.dane.gov.co>
- Fajardo, G. (1996), 'Reseña de Envejecimiento sin crisis: políticas para la protección de los ancianos y la promoción del crecimiento del Banco Mundial 1994', *Salud pública de México*.
- FEDESARROLLO (2009), 'Tendencia Económica', *Informe Mensual* (85).
- Florez, C. (1985), 'The existence of a latin american mortality pattern: An analysis of the Colombian and the Venezuelan cases', *CEDE, Documento 081, Universidad de los Andes, Bogotá*.
- Florez, C. & Mendez, R. (1997), 'La Cobertura de las Defunciones en 1993', *Reporte final Ministerio de Salud. Bogotá*.
- Girosi, F. & King, G. (2008), *Demographic Forecasting*, Princeton University Press.
- Gompertz, B. (1825), 'On the Nature of the Function Expressive of the Law of Human Mortality, and on a New Mode of Determining the Value of Life Contingencies', *Philosophical Transactions of the Royal Society of London* **115**, 513–585.
- Hanewald, K. (2009), 'Mortality modeling: Lee-Carter and the macroeconomy', *Economic Risk, Discussion Paper*.
- Hill, K. (2003), 'Adult Mortality in the Developing World: What We Know and How We Know It', *Population Division, Department of Economic and Social Affairs, United Nations*.
- Hyndman, R. J. (2009), *forecast: Forecasting functions for time series*. R package version 1.24.  
\*<http://www.robjhyndman.com/Rlibrary/forecast/>
- Hyndman, R. J., Booth, H., Tickle, L. & Maindonald, J. (2009), *demography: Forecasting mortality and fertility data*. R package version 0.995.  
\*<http://www.robhyndman.info/Rlibrary/demography>
- Hyndman, R. & Ullah, M. (2007), 'Robust forecasting of mortality and fertility rates: A functional data approach', *Computational Statistics & Data Analysis* **51**(10), 4942–4956.
- Knowledge-SMU (2007), 'Managing Retirement Risk in an Ageing World: The Global Picture'.  
\*<http://knowledge.smu.edu.sg/article.cfm?articleid=1074>
- Lee, R. (1976), 'Demographic Forecasting and the Easterlin Hypothesis', *Population and Development Review* **2**(3/4), 459–468.
- Lee, R. (2003), 'The Demographic Transition: Three Centuries of Fundamental Change', *The Journal of Economic Perspectives* **17**(4), 167–190.

- Lee, R. & Carter, L. (1992), 'Modeling and Forecasting the Time Series of U.S. Mortality', *Journal of the American Statistical Association* **87**(419), 659–671.
- Lee, R. & Mason, A. (2010), 'Some Macroeconomic Aspects of Global Population Aging', *Available at SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1532916>* .
- Lee, R. & Miller, T. (2000), 'Immigration, Social Security, and Broader Fiscal Impacts', *The American Economic Review* **90**(2), 350– 354.
- Lee, R. & Tuljapurkar, S. (1997), 'Death and Taxes: Longer Life, Consumption, and Social Security', *Demography* **34**(1), 67–81.
- Mason, A., Lee, R., Donehower, G., Lee, S., Miller, T., Tung, A. & Chawla, A. (2009), 'National Transfer Accounts Manual. Draft Version 1.0', *National Transfer Account project, NTA* .
- Mason, A., Lee, R. & Lee, S. (2008), 'Charting the Economic Life Cycle', *Pp. 208-237 in Population Aging, Human Capital Accumulation, and Productivity Growth, a supplement to Population and Development Review 33, edited by A. Prskawetz, D. E. Bloom, and W. Lutz. New York: Population Council* .
- Mejía, I. (2008), 'Ciclo de vida económico en México', *CELADE. Documentos de Trabajo* .  
\*<http://www.eclac.cl/celade/noticias/documentosdetrabajo/9/37139/LCD-CONAPO.pdf>
- Merchán, C. (2002), 'Pensiones: conceptos y esquemas de financiación', *Departamento Nacional de Planeación. Archivos de Economía* (177).
- Miller, G. & Urdinola, B. (2010), 'Cyclicalidad, Mortalidad, and the Value of Time: The Case of Coffee Price Fluctuations and Child Survival in Colombia', *Journal of Political Economy* **118**(1).
- Minhacienda (2008), 'Marco Fiscal de Mediano Plazo', *República de Colombia Ministerio de Hacienda y Crédito Público* .
- Minprotección (2007), 'Diagnóstico preliminar sobre personas mayores, dependencia y servicios sociales en Colombia. Ministerio de la Protección Social. Colombia'.  
\*<http://www.minproteccionsocial.gov.co/VBeContent/library/documents/Doc-NewsNo16412DocumentNo4751.PDF>
- Naciones-Unidas (2006), *Demographic Yearbook*, Division of the Economic and Social Affairs.
- Naciones-Unidas (2007), *Estudio Económico y Social Mundial 2007: El desarrollo en un mundo que envejece*, Departamento de Asuntos Económicos y Sociales.
- Núñez, N., Pardo, M. & Coutin, M. (2006), 'Efecto de la mortalidad por homicidio con respecto a la mortalidad general', *Avances en Enfermería. Facultad de Enfermería Universidad Nacional de Colombia* .
- Osorio, J., Martínez, J. & Rodríguez, T. (2005), 'El modelo DNPensión V 4.0 Parte I', *Departamento Nacional de Planeación. Archivos de Economía* (285).
- Parra, J. (2001), 'DNPENSION: Un modelo de simulación para estimar el costo fiscal del sistema pensional colombiano', *Archivos de Economía* .

- 
- Pedroza, C. (2006), 'A Bayesian forecasting model: predicting U.S. male mortality', *Biostatistics* pp. 530–550.
- R Development Core Team (2009), *R: A Language and Environment for Statistical Computing*, R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0.  
\*<http://www.R-project.org>
- Ruiz, M. & Rincon, M. (1991), 'Accidentes y Muertes Violentas en Colombia: un estudio sobre las características y las consecuencias demográficas', *Paper presented at the Seminar on Causes of Death and Prevention of Adult Mortality in the Developing Countries, Santiago de Chile October 7-11* .
- Switek, M. (2007), 'Estructura del mercado laboral mexicano: División y movilidad entre los sectores formal e informal', *Tesis Licenciatura. Economía. Departamento de Economía, Escuela de Negocios y Economía, Universidad de las Américas Puebla* .
- Tovar, J. (2007), 'Caracterización del ahorro de los hogares en Colombia', *Fedesarrollo. Coyuntura Social* (37).
- Urdinola, B. (1998), 'Determinantes socioeconómicos de la mortalidad infantil en Colombia, 1993', *Tesis que concede el grado Magister en Economía, Universidad de los Andes* .
- Urdinola, B. (2004), 'Could Political Violence Affect Infant Mortality? The Colombian Case', *Coyuntura Social* (35).
- Urdinola, B. (2006), 'The Colombian Social Security System', *Policy Brief* (50).  
\*<http://64.9.213.241/files/Publications/PolicyBriefs/2006/PB50.pdf>
- Vargas, F. (2003), 'Conflicto interno y crecimiento económico en Colombia', *Tesis PEG. Universidad de los Andes* .
- World Health Organization (WHO) (2010), 'Electronic references'.  
\*<http://www.who.int/whosis/mort/download/en/index.html>