

CONVERGENCIA DEPARTAMENTAL EN COLOMBIA MEDIANTE UN MODELO DE DATOS PANEL:
UNA APROXIMACIÓN BOOTSTRAP

IVAN CAMILO RONDÓN DÍAZ

TRABAJO DE GRADO PARA OPTAR POR EL TÍTULO DE MAGISTER EN CIENCIAS ECONÓMICAS

DIRECTOR: EDGAR OSVALDO BEJARANO BARRERA

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

FACULTAD DE CIENCIAS ECONÓMICAS

BOGOTÁ MAYO DE 2016

Contenido

Resumen.....	3
INTRODUCCIÓN.....	4
1. DEL CRECIMIENTO A LA CONVERGENCIA ECONÓMICA.....	7
2. CONVERGENCIA DEL CRECIMIENTO ECONOMICO.....	10
3. PRINCIPALES METODOS INSTRUMENTALES EN CONVERGENCIA ECÓNOMICA.....	12
3.1 CONVERGENCIA-DIVERGENCIA DESDE MEDIDAS DE DISPARIDAD ESTÁTICA.....	12
3.1.1 Relación máximo- mínimo o indicador Gamma (γ).....	12
3.1.2. Indicador alpha (α).....	13
3.1.3. Coeficiente de Variación Ponderado:.....	13
3.1.4. Índice de Theil.....	14
3.2 CONVERGENCIA-DIVERGENCIA DESDE MEDIDAS DE DISPARIDAD DINÁMICA.....	14
3.2.1. Convergencia Beta (β) no condicional.....	15
3.2.2. Convergencia Beta (β) Condicional.....	15
3.2.3. Convergencia sigma (σ).....	16
3.2.4 Datos Panel en la evaluación de convergencia.....	17
4. CONVERGENCIA Y DIVERGENCIA EN COLOMBIA.....	18
5. METODOLOGIA.....	21
5.1 La convergencia desde la hipótesis de Barro & Sala-i-Martin.....	22
5.2 Procedimiento basado en la metodología Evans y Karras.....	23
5.3 Técnica de simulación <i>Bootstrap</i>	25
6. RESULTADOS.....	27
7. CONCLUSIONES.....	30
ANEXOS.....	32

Resumen

El presente trabajo evalúa la hipótesis de convergencia del crecimiento económico para los departamentos de Colombia en el periodo 2000 a 2014. El trabajo, además de presentar una actualización a la evaluación de convergencia, adiciona, en relación a otros estudios realizados en Colombia, la evaluación de la posible existencia de correlación de los errores de la sección cruzada del modelo de datos panel, para lo cual se remuestran los valores de probabilidad de los estadísticos de las pruebas de raíz unitaria mediante la técnica de *bootstrapping*. Para ello se utilizan los datos del producto interno por habitante a nivel departamental. Se estructura un modelo de datos panel y su correspondiente prueba de presencia de raíces unitarias.

Los resultados obtenidos muestran que el grupo de departamentos de Colombia no constituyen un conjunto de economías convergentes en el periodo 2000 a 2014.

Palabras clave: convergencia, departamentos de Colombia, correlación de sección cruzada, simulación bootstrapping.

INTRODUCCIÓN

El crecimiento económico ha sido uno de los principales temas que ha acompañado la evolución del pensamiento económico. Se ha aceptado la necesidad de un crecimiento continuo como una condición necesaria para el incremento de la calidad de vida de los miembros de una sociedad. Bajo esta perspectiva resultan de interés el estudio de tópicos dentro de los que se encuentran, entre otros, la dinámica del crecimiento, las variables que lo estimulan o desestimulan y los mecanismos mediante los cuales se afecta. De la misma forma, la concepción sobre cómo el crecimiento se distribuye en el tiempo, en el espacio geográfico, y la misma posibilidad de que existan acercamientos o distanciamientos entre los niveles de crecimiento de grupos de economías, son aspectos que se relacionan al bienestar de los miembros de la sociedad. La situación en la que un grupo de economías tienden a presentar acercamientos (que se equilibren en el tiempo) en los niveles de crecimiento económico, se conoce como convergencia del crecimiento económico.

La hipótesis de convergencia económica tiene sus orígenes en los años cincuenta, como predicción del modelo planteado por Solow-Swan de 1956, el cual explica el crecimiento económico de un país, a partir de variables como la tasa de ahorro y el capital fijo (es decir los insumos que intervienen dentro de la producción). La idea detrás de la hipótesis de convergencia, recae en el planteamiento de que una vez conocidos los factores que estimulan o desestimulan el crecimiento económico, es posible evaluar si la dinámica de estos factores lleva a que existan equilibrios en estos crecimientos entre diferentes economías en un plano temporal. Los trabajos pioneros en la evaluación de esta hipótesis de convergencia datan de la década de 1990 y en específico se basan en la evaluación de la presencia de una relación negativa entre la tasa de crecimiento del ingreso por habitante, con el valor inicial de esta misma variable (lo que se entendería como convergencia). Esta idea a su vez se fundamenta en el planteamiento de que una economía “más pobre” crece a un ritmo más acelerado que una “más rica” (Barro y Sala-i-Martin, 1990; Mankiw *et al.*, 1992; Quah, 1993). De forma que si las economías más pobres crecen a mayor velocidad que las ricas, se llegará a un punto en el que se equilibren estos crecimientos.

Adicionalmente al planteamiento de Barro y Sala-i-Martin, Bernard y Durlauf 1995, Quah 1993 y Quah 1996, señalan que se hace insuficiente el nivel de riqueza entre las economías para evaluar convergencia, en virtud de que es necesario la inclusión de parámetros o aspectos que integren heterogeneidad de las economías al estudio, pues estos también influenciarán la posibilidad de existencia de convergencia económica.

Las metodologías para la evaluación de la presencia de convergencia entre economías, hacen uso de métodos estadísticos (pues se basa en la búsqueda de un parámetro de negatividad de la tasa de crecimiento), así mismo la inclusión de los parámetros de heterogeneidad de las economías se realiza a través de herramientas estadísticas. En adición, es de mencionar que la literatura en torno al estudio de convergencia es vasta, no solo en torno a los métodos

estadísticos utilizados, sino a las entidades económicas estudiadas (se han realizado trabajos que evalúan convergencia entre países, regiones y departamentos entre otros). Así mismo se han encontrado resultados sumamente diversos que van desde los casos de presencia de convergencia, de divergencia e incluso se ha podido evidenciar que estos mecanismos de equilibrio no siguen un solo proceso Benavides *et al.*, (2015); Beyaert y Camacho (2008), pues el crecimiento económico de largo plazo puede incluir dinámicas de transición de convergencia a divergencia o de divergencia a convergencia.

Dentro de la coyuntura de Colombia, algunos estudios, muestran cómo se han experimentado grandes cambios sociales, culturales y principalmente económicos, los cuales han sucedido de manera diferente en tiempo e intensidad en los distintos espacios o lugares. Estos cambios han provocado procesos de acercamiento económico entre algunas regiones del país, al mismo tiempo, que han generado alejamiento en otras Barón (2003); Gómez (2006); Galvis y Meisel (2000); Galvis y Meisel (2010). Por ejemplo, en la década de los noventa, las políticas de descentralización, dadas a partir de la Constitución Política de 1991, fomentaron un esquema en el que las entidades territoriales (municipios y departamentos) obtienen transferencias o participaciones del presupuesto nacional y de los fondos provenientes de la explotación de los recursos naturales, lo cual afectó los patrones de alejamiento o acercamiento del nivel crecimiento económico, en mayor o menor medida para unos departamentos que para otros. Galvis y Meisel (2010).

De igual manera, se han implementado diversas herramientas estadísticas buscando validar estos acercamientos o alejamientos de los niveles de crecimiento económico de los departamentos Colombianos. El primer estudio para el país data de principio de la década de los noventa, cuando Mauricio Cárdenas, realiza para los departamentos de Colombia una homologación del trabajo de Barro y Sala-i-Martin (1991), en el cual se busca hallar la presencia de una relación negativa entre la tasa de crecimiento del ingreso por habitante, y el valor inicial de esta misma variable. Este trabajo pionero condujo a una serie de estudios en Colombia para la evaluación de convergencia, los cuales fueron evolucionando de acuerdo a la evolución de las técnicas estadísticas que se fueron implementando en los estudios de convergencia en el resto del mundo.

Uno de los ajustes estadísticos más destacados dentro del estudio de convergencia, (posteriores al de Cárdenas) es la inclusión de las diferencias culturales, institucionales, políticas (entre otras), de las diversas entidades económicas que es estudian, (resultado de las críticas y de los aportes de Bernard y Durlauf 1995, Quah 1993 y Quah 1996). Lo que a su vez supone evaluar de manera más precisa la posible relación negativa entre los niveles de ingreso por habitante con los niveles iniciales de esta misma variable. Es de entender que como resultado de la inclusión de estas diferencias (parámetros de heterogeneidad), al modelo matemático, se procede a la observación varias variables (ingreso por habitante, parámetros de heterogeneidad) en un espacio temporal; lo que se ajusta más a lo que se conoce como un modelo de datos panel.

El modelo de datos panel, dentro de la coyuntura del análisis de convergencia se basa en la propiedad de las series temporales de estacionaridad, es decir que la distribución de probabilidad de dicha (o dichas) series, no varíe en horizonte temporal. Esto equivale a decir que las series no presentan variaciones en el tiempo y no exhiben tendencias, lo que es coherente con el planteamiento de que en el tiempo exista un estado de equilibrio de largo plazo o “estado estacionario”(convergencia).

Otra de las adiciones al análisis de convergencia desde lo estadístico, surge del análisis planteado por autores como Evans y Karrans (1996) & Beyaert y Camacho (2008), quienes evalúan convergencia mediante modelos no lineales que se según ellos se ajustan de manera más efectiva en términos estadísticos, bajo la idea de que las variables incluidas en el análisis de convergencia se relacionan de manera no necesariamente proporcionada.

El presente documento, evalúa la presencia de convergencia económica para los departamentos de Colombia, se recurre a un modelo de datos panel bajo la metodología propuesta por Evans y Karras (1996). Adicionalmente se evalúa la posible existencia de correlación en los términos de error de la sección cruzada del modelo mediante la metodología propuesta por Beyaert (2003). El documento presenta siete capítulos. En el primero se expone la evolución de la hipótesis de convergencia económica, en el segundo se resalta la evolución de la validación empírica de la hipótesis. El tercero presenta las principales metodologías utilizadas para la evaluación de convergencia. En el cuarto se exponen los principales resultados de los trabajos de convergencia realizados en Colombia. En el quinto se formula la metodología utilizada en el trabajo, en el sexto se exponen los resultados y en el séptimo las conclusiones extraídas del estudio.

1. DEL CRECIMIENTO A LA CONVERGENCIA ECONÓMICA

Los antecedentes históricos de la teoría de convergencia se remontan al artículo *A Mathematical Theory of Saving* de Frank Ramsey (1928), donde el autor aborda el comportamiento de los hogares, buscando hallar la opción de consumo óptima en un punto en el tiempo. El planteamiento de este trabajo ha sido pilar en estudios de trabajos relacionados con teoría de consumo, valoración de activos y ha sido precursor de modelos de crecimiento posteriores. De forma análoga los aportes de Harrod (1939) y Domar (1946) analizan los factores y las razones que influyen en la velocidad del crecimiento, proponiendo la tasa de crecimiento del trabajo, la productividad del trabajo, la tasa de crecimiento del capital o tasa de ahorro e inversión y la productividad del capital como las principales variables determinantes del crecimiento. Estos planteamientos desencadenan esfuerzos investigativos, de los cuales se desprenden algunos de gran importancia como los de Solow (1956) y Swan (1956) en el cual se expone que la producción de bienes de un país obedece a la dotación inicial de capital fijo y la tasa de ahorro.

En específico el trabajo de Solow-Swan (1956) bajo el planteamiento de una función de producción, asociada a la presencia de rendimientos constantes a escala de los factores de producción, factores de producción con elasticidad de sustitución entre sí, rendimientos decrecientes de cada factor, productividad decreciente del capital y rendimientos decrecientes del capital, hacen que la economía, mediante la propiedad de rendimientos marginales decrecientes, tienda a decrecer su producción marginal; esto último se puede entender como que la producción total cada vez crece menos.

A partir de las predicciones del modelo de Solow-Swan se da una de las principales ideas dentro de la convergencia económica, la cual plantea que cuanto menor sea el nivel de ingreso (producto interno bruto) por habitante, en relación a un estado estacionario (o de equilibrio de largo plazo); mayor será la tasa de crecimiento, (esto se deduce del supuesto de rendimientos decrecientes del capital). Es decir, que si una economía posee menos capital por trabajador en relación a su capital por trabajador de equilibrio de largo plazo, tendrá una tasa de crecimiento mayor. Por consiguiente es posible plantear que si en un momento dado, las economías con mayor ingreso por habitante crecen a menor velocidad, y las economías con menor ingreso por habitante crecen a mayor velocidad; se dará la situación en que sus tasas de crecimiento lleguen a estabilizarse y lleguen a un punto de equilibrio de largo plazo, es decir que exista convergencia.

Por otra parte para la década de 1960 Cass (1965) y Koopmans (1965), abordan el modelo de consumo de Frank Ramsey de 1928 y lo re esbozan, planteando el postulado de que “la determinación de la tasa de ahorro se da de manera endógena”, siendo este último, la mayor diferencia respecto al modelo de Solow-Swan (1956). Esta extensión permite ahondar en el análisis de las transiciones de las dinámicas del crecimiento económico Barro & Sala-i-Martin (2004). Pero a su vez conserva similitudes conceptuales como la dependencia del

crecimiento del ingreso per cápita, en relación al progreso tecnológico de la economía, o el hecho de que los análisis de convergencia que se dan a partir de este modelo conservan la hipótesis de que pueden existir diferencias en los acercamientos o alejamientos de largo plazo en el crecimiento económico, como resultado de la heterogeneidad de factores culturales, institucionales, políticos entre otros de las economías estudiadas.

En virtud de que la convergencia del crecimiento económico parte de evaluar los posibles acercamientos o distanciamientos de largo plazo entre economías, todos los aspectos que dependen del crecimiento económico, afectaran posteriormente la evaluación de los posibles acercamientos del crecimiento de las economías.

Uno de los aspectos a resaltar dentro del marco del crecimiento económico, es la inclusión de los cambios tecnológicos como un factor endógeno, lo que se hace difícil en el marco de los modelos tanto de Romer como de Solow-Swan, porque los supuestos de competitividad que asumen estos modelos, no pueden ser mantenidos. El avance tecnológico, involucra la creación de nuevas ideas, las cuales son parcialmente no rivales y además tienen aspectos de bienes públicos. Para un nivel de tecnología dado, es razonable asumir retornos constantes a escala, en los factores rivales de producción estándar (tierra, capital y trabajo). En otras palabras dado un nivel de conocimiento sobre cuanto producir, se podría pensar que es posible replicar una firma con el mismo monto de tierra, capital y trabajo, y obtener dos veces la misma cantidad de producción. Pero cuando los retornos a escala tienden a ser incrementados, si las ideas no rivales son incluidas como factores de producción, estos incrementos en los retornos entran en conflicto con la idea de competencia perfecta. En particular, la compensación de viejas ideas no rivales, de acuerdo con los costos de producción marginales actuales (cero), no proveerán una apropiada recompensa para los esfuerzos de investigación que subyacen la creación de nuevas ideas.

Otro aspecto destacable en torno a los modelos de crecimiento económico, recae en los trabajos de Arrow (1967) y Sheshinski (1967), quienes plantearon modelos en los cuales las ideas (en referencia los niveles de acervo tecnológico y de conocimiento), eran involuntarias; un mecanismo conocido como “aprendiendo al hacer”. Además explican en estos modelos, que el descubrimiento de cada persona tiene un proceso de difusión instantáneo e inmediato a la economía (productores), lo que describen como algo factible para los autores. Estos postulados tuvieron mayor trascendencia dos décadas más tarde, cuando Romer (1986), afirma que si los descubrimientos dependen (aunque sea en parte) de la investigación y desarrollo (I+D) deliberado, las innovaciones se transmitirán gradualmente a los otros productores de la economía. Esta premisa llevo años más tarde a la inclusión del marco de análisis de “competencia imperfecta”.

En esta misma década de 1980 se presenta una gran cantidad de trabajos orientados al análisis del crecimiento económico. Estos trabajos estuvieron liderados principalmente por los estudios de Romer (1986) y Lucas (1988) *“On the mechanics of Economic Development”*, los cuales se enfocaron en la observación de los determinantes del crecimiento para el largo

plazo. En estos estudios se plantea la premisa de que el crecimiento económico resulta de factores “endógenos”, en contraposición a los modelos neoclásicos, en donde este resulta de fuerzas externas. Adicionalmente abordan las limitaciones de los modelos neoclásicos, dadas por el hecho de que tasa de crecimiento de largo plazo está fuertemente ligada al cambio técnico exógeno; planteándolo como un cambio técnico endógeno o resultado de las decisiones de los agentes. Sin embargo se mantienen premisas como que el capital humano, la innovación y el conocimiento son factores que potencian el crecimiento. La teoría se centra también en los efectos de la difusión que, por una economía basada en el conocimiento, serán la base del desarrollo económico. Estos modelos se conocen como los “modelos de crecimiento endógeno”.

La incorporación del marco de la competencia imperfecta y la investigación y desarrollo (I+D), al estudio del crecimiento económico son aportes de Romer (1987, 1990), así como de Aghion y Howitt (1992). En los modelos de estos autores, los avances tecnológicos se derivan de la (I+D) deliberada, y estas actividades son recompensadas como una forma de poder de monopolio. “Si no existe una tendencia para una economía a quedarse sin ideas, la tasa de crecimientos puede mantenerse como positiva en el largo plazo”. Se resaltan también ideas como el hecho de que el crecimiento económico de largo plazo depende de factores institucionales, las acciones políticas como la taxación, el mantenimiento de la ley y el orden, el aprovisionamiento de servicios de infraestructura, la protección de los derechos de propiedad intelectual, la regulación de comercio internacional, los movimientos de los mercados financieros entre otros.

Para finales de la década de 1990 y para la década de 2000, trabajos como el de Jones (1999), Acemoglu (2002), Aghion *et al.* (2001); profundizan en el estudio en torno a la difusión de tecnología. Explican que mientras el “análisis de descubrimientos” (respecto al conocimiento y la tecnología), se refiere a la tasa de progreso tecnológico en las economías “líderes”, el estudio de la difusión se refiere a la manera en que las economías “perseguidoras” imitan estos avances, en virtud de que la imitación tiende a ser menos costosa que la innovación. Barro & Sala-i-Martin (2004) aseguran que bajo esta concepción, los modelos de difusión predicen una forma de convergencia que se asemeja a las predicciones que realizaban los neoclásicos acerca del crecimiento. De cualquier forma, se resalta la importancia de la difusión tecnológica en el posible evento de que exista convergencia económica y en específico el hecho de que el imitar la tecnología sea menos costoso que desarrollarla.

La más clara distinción entre la teoría del crecimiento de los 1960s y aquella de los 1990s es que la investigación reciente presta cercana atención a las implicaciones empíricas y a la relación entre datos y teorías. Sin embargo, bastante de esta perspectiva aplicada involucra la utilización de hipótesis empíricas que provienen de teorías más antiguas, notablemente la predicción de convergencia condicional de los modelos neoclásicos de crecimiento. Las regresiones entre países motivadas por el modelo neoclásico ciertamente se convirtieron en una constante de las investigaciones en los 1990s.

2. CONVERGENCIA DEL CRECIMIENTO ECONOMICO

Si bien la evaluación de los acercamientos o distanciamientos del crecimiento económico de las diferentes entidades económicas (países, regiones departamentos) a través de una senda temporal, surge como una predicción del modelo de Solow-Swan 1956; fue sólo varias décadas después, que esta dinámica ha sido evaluada formalmente como hipótesis empírica. Se destaca el trabajo pionero de Abramovitz (1986), quien de manera comparativa, a partir de la experiencia de los países europeos en el periodo de post-guerra (segunda guerra mundial), aporta un marco de distinción de las condiciones que estimulan o desestimulan la convergencia en términos de las adopciones y adaptaciones tecnológicas y organizacionales. De este modo, propone la tesis de que la reducción de la brecha económica puede darse mediante una rápida acumulación de capital o a través de una mejor asignación de recursos. Así mismo, señala que el potencial de convergencia está condicionado por la dotación de recursos naturales y el capital social.

Dos años más tarde, estas ideas empiezan a ser tratadas con rigor matemático en el trabajo de Baumol (1986), quien relaciona la tasa de crecimiento del ingreso per cápita de las economías con su nivel inicial. Explica el autor, que la relación negativa entre estas dos variables es una señal de convergencia. En este mismo sentido, Barro y Sala-i-Martin (1992), analizan formalmente la convergencia como hipótesis empírica y no solo teórica. En su trabajo, estos autores utilizan la misma hipótesis empleada por Baumol, y mediante una regresión cruzada, evalúan el carácter negativo de este mismo parámetro (la relación del ingreso per cápita con su valor inicial). Para ello se soportan en el ingreso de 98 países que experimentaron aumentos en sus tasas de crecimiento de ingreso per cápita. Los resultados obtenidos van en línea (al menos estadísticamente) con los obtenidos por Baumol. Un año más tarde los mismos autores (Barro y Sala-i-Martin), aplicando igual procedimiento, encuentran evidencia de convergencia entre los estados de Estado Unidos.

Estos mismos autores llaman a la presencia de esta relación negativa como beta (β) convergencia. No obstante, debido a las críticas basadas en que las entidades económicas comparadas poseen variables de coyuntura de crecimiento que varían entre sí, se plantea el concepto de que la convergencia sea condicional. Barro y Sala-i-Martin (1992), quienes acuñan por primera vez ese término (convergencia condicional), explican que dadas estas diferencias coyunturales, existen diferentes estados de equilibrio (estacionarios) asociados, que dependen de los niveles de dotación iniciales y de las características políticas internas de cada economía. De forma que al ser modeladas estas diferencias (incluidas en vector que capture estas diferencias por ejemplo), pueden mostrar tasas de ahorro diferenciadas (entre otras). Así una vez se “clarifican” estas diferencias institucionales y coyunturales que determinan un estado estacionario; se establecerá la posible existencia de convergencia.

En adición a los conceptos de (β) convergencia y (β) convergencia condicional, otra apreciación de evaluación empírica de acercamiento de las economías, recae en el hecho de que la dispersión de la distribución de los ingresos debe tender a disminuir en el tiempo, puesto que esto indicará un proceso de aproximación. La presencia de esta condición, se conoce como (σ) convergencia. Esta dispersión se ha cuantificado mediante diferentes medidas de dispersión; como la desviación estándar o el coeficiente de variación del logaritmo de los ingresos. La (σ) convergencia, guarda relación funcional con la (β) convergencia. Sala-i-Martin (1996) explican que la (β) convergencia es una condición necesaria pero no suficiente para la presencia de (σ) convergencia.

En adición a la apreciación de Sala-i-Martin (1996), autores como Quah (1993), han aportado evidencia empírica de que la presencia de un parámetro negativo de convergencia, no necesariamente implica que haya una disminución de la varianza de los niveles de ingreso. Quah explica, que es posible que para una relación negativa del ingreso inicial y las tasas de crecimiento, persista una varianza relativamente constante entre los niveles de ingreso per cápita.

Desde el punto de vista teórico, aportes académicos posteriores, (Barro y Sala-i-Martin 2004; Banerjee 2004), sugieren la necesidad de incluir fuentes adicionales que pueden ser determinantes del alejamiento o del acercamiento entre las regiones económicas. Entre esos factores adicionales sobresalen las diferencias políticas, económicas, e institucionales (entre otras). Es justamente la transición de estas otras variables, la que integra al pensamiento de convergencia la hipótesis de que el proceso de acercamiento o alejamiento de las economías no es necesariamente dicotómico, es decir que puede haber transiciones en esta dinámica dependiendo del cambio en las variables que establecen las diferencias entre las regiones económicas.

Cermeño y Llamosas (2007) encuentran, mediante el análisis de un modelo de datos panel, evidencia empírica de la existencia de una transición de un proceso convergente a uno divergente, lo que también se puede identificar como la existencia de dos regímenes estacionarios diferentes. Esto se debe, según Beyaert y Camacho (2008), Rodriguez *et al.*, (2015); a la presencia de grandes cambios sociales, culturales y principalmente económicos que, en algunos periodos, han provocado procesos de acercamiento entre las economías, mientras que en otras las condiciones se han modificado propiciando que tiendan a alejarse entre sí cada vez más. En específico Banerjee (2004), postula que son la presencia de una serie de fallas microeconómicas en aspectos como los mercados, la acción del Estado y el proceso de toma de decisiones, entre otros, los que explican en gran medida los procesos de convergencia o divergencia.

Tanto las teorías neoclásica, keynesiana y de la nueva geografía económica empiezan a reconocer la coexistencia de los procesos de convergencia y divergencia Rodriguez *et al.*, (2015). Es decir, por un lado se pueden identificar los momentos históricos del proceso de convergencia y, por otro, los de divergencia.

3. PRINCIPALES METODOS INSTRUMENTALES EN CONVERGENCIA ECÓNOMICA

Desde la comprobación empírica pionera de evaluación de convergencia y convergencia condicional, por Sala-i-Martin (1991), se han establecido diversas técnicas estadísticas para la evaluación del alejamiento o acercamiento del crecimiento económico entre diferentes regiones (países, departamentos etc). Estas metodologías van desde el uso de medidas de dispersión (desviación estándar, varianza etc), hasta regresiones simples y evaluación de estacionariedad en series temporales y modelos de datos panel (tanto para modelos lineales como para no lineales). Se resalta también como metodología para la evaluación del acercamiento o alejamiento del crecimiento económico, el uso de medidas de disparidad estática entre regiones. Estas evalúan en un momento del tiempo (de allí el carácter estático) el grado de cercanía o distancia que existe entre entidades económicas, no obstante es también posible analizar el progreso en el tiempo de estas medidas. A continuación se presentan algunas de las principales metodologías para la evaluación de convergencia económica. En primer lugar se reseñan los indicadores estáticos (es decir los que se calculan inicialmente en un momento del tiempo), y posteriormente se presentan los dinámicos (es decir los que se evalúan analizando la senda temporal en su conjunto).

3.1 CONVERGENCIA-DIVERGENCIA DESDE MEDIDAS DE DISPARIDAD ESTÁTICA

3.1.1 Relación máximo- mínimo o indicador Gamma (γ)

El indicador gamma está dado por la expresión:

$$\gamma = \frac{PIBpc (max)}{PIBpc (min)} \quad (1)$$

Este indicador, relaciona el PIB per cápita regional más alto con el más bajo. Esta relación asume valores cercanos a uno en la situación en que las diferentes regiones tienen ingresos relativamente similares. En contraste, cuanto más alejado se este de la unidad, se entenderá menor similitud en los ingresos, no obstante este segundo escenario tiene excepciones; pues no se puede saber si un valor alto se debe a una variación significativa de la distribución de los PIB per cápita, o a la presencia de valores atípicos. Este indicador suele medirse año a año y evaluarse su progreso en el tiempo.

Para el caso Colombiano, Barón (2003) indica que para los años de la década de 1990, el indicador *gamma*, se ubicó en 3,8 lo que representa un incremento aproximado del 23% en relación a años anteriores, donde dicho valor se encontraba en 3,1. Así mismo afirma que

para los primeros años de la década del 2000 este valor continúa incrementándose respecto a los valores encontrado en la década de 1990.

3.1.2. Indicador alpha (α)

Este indicador es similar al indicador gamma, pero adiciona el promedio del PIB per cápita, cuantificando la diferencia entre los valores extremos del PIB per cápita departamental en relación con el promedio nacional.

Los valores de este indicador para el caso colombiano, son bastante cercanos a los hallados por Barón (2003) para el indicador gamma

El indicador *alpha*, está dado por la expresión:

$$\alpha = \frac{PIBpc(máx) - PIBpc(min)}{PIBpc(prom)} \quad (2)$$

3.1.3. Coeficiente de Variación Ponderado:

Este coeficiente, resulta ser una de las medidas de disparidad estática más utilizadas en la literatura. En comparación con otros indicadores, incluye la influencia de los diversos tamaños de la población. El coeficiente de variación ponderado está dado por la expresión:

$$CVP = \frac{\sqrt{\sum(Y_i - \bar{Y})^2 \frac{P_i}{P}}}{\sum Y_i \frac{P_i}{P}} \quad (3)$$

Donde:

Y_i = PIB departamental.

\bar{Y} = PIB promedio.

P_i = Población departamental.

P = Población nacional.

Barón (2003). Calcula este coeficiente para Colombia con ponderación poblacional y sin ponderación año a año. El autor encuentra que para el periodo de 1980 a 2000, los dos indicadores muestran el mismo comportamiento y que las diferencias entre ellos “son producidas por aquellos departamentos con baja población y grandes ingresos producto de la minería y el petróleo, que hacen que su PIB per cápita se eleve por encima de los demás”.

3.1.4. Índice de Theil

Es un indicador de desigualdad relativa; cuando se estiman valores cercanos a cero, se asume un sistema “igualitario”, que en el contexto de convergencia expresaría acercamiento (de conservarse dichos valores a lo largo del tiempo). Por el contrario, si asume valores positivos y alejados de cero, se tratará de un sistema desigual. Adicionalmente, la magnitud del índice expresa directamente la dimensión de la desigualdad.

Estudios como los de Carreño (2011) y Barón (2003), que evalúan el índice de Theil para el caso colombiano, encuentran decrecimiento de la disparidad relativa económica regional para el periodo de 1980 a 2000. Barón (calculando este indicador año a año), señala que la disminución no es continua y progresiva para todos los años, pero, que de manera general, se registra una disminución aproximada de las disparidades del 30%.

El índice de Theil está dado por la expresión:

$$T = \sum_i^N \left\{ \frac{Y_i}{Y} X \ln \left(\frac{\frac{Y_i}{P_i}}{\frac{Y}{P}} \right) \right\} \quad (4)$$

Donde:

Y_i = PIB departamental

Y = PIB nacional

P_i = Población departamental

P = Población nacional

3.2 CONVERGENCIA-DIVERGENCIA DESDE MEDIDAS DE DISPARIDAD DINÁMICA

La convergencia vista como el acercamiento del crecimiento económico entre diferentes identidades, se evalúa de manera general, analizando una senda temporal en conjunto (todo el acercamiento del crecimiento económico que se presenta para un conjunto de entidades económicas). La proposición inicial de convergencia se basa en el modelo de crecimiento de Solow-Swan de 1956. El planteamiento dado, es que el ingreso per cápita de un país o región (y), evoluciona en la forma en que lo enuncia la siguiente expresión:

$$\frac{\partial y}{\partial t} = -\lambda (y - y^*), \lambda > 0 \quad (5)$$

Aquí y^* representa el ingreso per cápita del estado estacionario o de equilibrio de la economía en el largo plazo y, que a su vez, depende de parámetros de comportamiento y tecnológicos de carácter exógeno.

La hipótesis es que una economía evolucionará en el largo plazo hacia el estado y^* , y lo hará a una tasa de crecimiento que disminuye conforme se acerca a este estado. Así, si se analizan varias economías en conjunto (ignorando los parámetros de heterogeneidad) es posible pensar que el valor de los diferentes “y” converja para todas en algún momento. Lo más importante aquí es el hecho de que el análisis implica llevar a cabo la cuantificación para toda la senda de tiempo.

3.2.1. Convergencia Beta (β) no condicional

Las primeras validaciones empíricas de la hipótesis de convergencia surgen en la década de 1990. Estas buscaban evaluar matemáticamente que las tasas de crecimiento del ingreso per cápita, están relacionadas de forma negativa con los niveles iniciales de la variable de ingreso per cápita (la misma variable). La hipótesis de partida se centraba en que las economías con menores dotaciones de capital por trabajador, tendían a crecer más rápido que las de mayor dotación, e inevitablemente en algún momento tendrían que converger. Una vez que se alcanza un estado estacionario, estas economías crecerán a una tasa constante Sala-i-Martin (1990); Mankiw *et al.*, (1992); De La Fuente (1994). Los trabajos asociados a esta validación empírica, emplearon modelos de la forma:

$$Y_{i,t,t+T} = \alpha - \beta \ln(Y_{i,t}) + e_{i,t} \quad (6)$$

Donde $Y_{i,t,t+T} = \ln(Y_{i,t+T}/Y_{i,t})$, denota la tasa de crecimiento del ingreso per cápita en términos anuales entre los periodos (t) , y $(t + T)$. Por su parte (α) es el intercepto del modelo que recopila las variables exógenas que determinan el estado estacionario, es decir el nivel inicial del progreso tecnológico y la tasa de ahorro. Por su parte $e_{i,t}$ representa el término de perturbación.

Finalmente $\beta = (1 - e^{\beta t})$. En donde una estimación negativa del coeficiente β , se interpreta como evidencia de convergencia.

3.2.2. Convergencia Beta (β) Condicional

La convergencia es una hipótesis propuesta en el modelo Solow-Swan, en la que los niveles de capital por trabajador y de producto por trabajador en el estado estacionario, dependen de parámetros como la tasa de ahorro, la tasa de crecimiento demográfico y la tasa de depreciación del capital, lo mismo que de la función de producción.

En la medida en que los parámetros pueden diferir entre las distintas economías, y asumiendo que la tecnología representada en la función de producción es idéntica, cabe esperar soluciones de convergencia condicionada. De modo que dadas las dotaciones iniciales y las diferentes condiciones políticas, económicas e institucionales de cada economía, existen diferentes estados estacionarios asociados.

En esta perspectiva, un grupo de economías que compartan parámetros y condiciones fundamentales, por ejemplo en lo político e institucional, deberán converger al mismo equilibrio de largo plazo, mientras que cualquier otro grupo que difiera en esos valores y condiciones del anterior lo hará a un equilibrio distinto.

Bernard y Durlauf (1995), explican que “en virtud de que este tipo de análisis se aplica a un conjunto de datos de países a través de un modelo correctamente especificado con múltiples estados estacionarios, un coeficiente β negativo para toda la muestra puede atribuirse a una sub muestra de esos países que converjan al grupo específico de estados estacionarios”.

No obstante como “solución” al inconveniente de los diferentes estados estacionarios, dados por parámetros de heterogeneidad entre economías, se ha sugerido el planteamiento de modelos que capturen este efecto de heterogeneidad. Dada la condición de diversidad entre economías, la evaluación de convergencia puede ser abordada mediante el siguiente modelo:

$$y_{nt} = \alpha_n + \beta \bar{y} + \varepsilon_{nt} \quad (6)$$

Donde: y_{nt} es el ingreso per cápita de una economía en un momento del tiempo, \bar{y} el ingreso por persona promedio entre los países estudiados, α_n la constante que captura las diferencias permanentes entre las economías. La hipótesis a evaluar plantea que si hay convergencia, las diferencias entre los países mostrarán una tendencia a disminuirse hasta cero ($\alpha_n = 0$), esto denota convergencia absoluta. En caso opuesto se tendrá convergencia condicional ($\alpha_n \neq 0$).

3.2.3. Convergencia sigma (σ)

La convergencia (σ), implica que la dispersión de las desigualdades del crecimiento económico entre entidades, tiende a reducirse a lo largo del tiempo. Es decir, la disminución de las diferencias regionales o grupales del PIB per cápita para una senda temporal determinada (desde las diferencias estadísticas respecto a una media). Esta se vincula a la evolución de una medida de dispersión estadística. Pese a que algunos trabajos han utilizado medidas como la desviación estándar o la varianza para medir dicha dispersión, la metodología más utilizada ha sido la variación del logaritmo de los ingresos per cápita.

Existe una relación causal entre la convergencia β no condicional y la convergencia σ . En el sentido de que la convergencia β es una condición necesaria pero no suficiente para que se presente la convergencia σ , Sala-i-Martin (1996).

3.2.4 Datos Panel en la evaluación de convergencia

Otra de las metodologías empleadas para la evaluación de convergencia implica la evaluación de varias variables en una senda temporal (por ejemplo la tasa de crecimiento del ingreso per cápita de unos países y el ingreso promedio de un país de referencia), los modelos estadísticos que más se ajustan a este tipo de análisis, son los modelos de datos panel. En virtud de que la hipótesis de convergencia evalúa la presencia de un estado estacionario o de equilibrio de largo plazo para las economías, se asume que las series temporales analizadas (variables) deben ser estacionarias, es decir que no deben tener presencia de raíces unitarias. Esto equivale a decir que se trata de series cuyas propiedades no varían en el tiempo y no exhiben tendencias.

En concreto, para el caso en que se cumpla convergencia absoluta (ecuación 6), una forma sencilla de probarla, Rodríguez *et al.*, (2015), es mediante la diferencia entre el ingreso por persona del país o región en cuestión y el ingreso por persona de un país de referencia, (ambos en logaritmos naturales). Es decir:

$$Y_{nt} - \bar{Y} = \varepsilon_{nt} \quad (7)$$

En la ecuación (7) Y_{nt} representa el ingreso per cápita por habitante en un momento dado, mientras que \bar{Y} representa el ingreso promedio de un país de referencia o “economía líder”. Sobre la serie (Y_{nt}) se evalúa estacionariedad, de donde se inferiría (al menos estadísticamente) la existencia de convergencia sobre las n economías analizadas.

La presencia de estacionariedad se evalúa mediante la búsqueda de raíces unitarias en la serie temporal, la hipótesis nula plantea ausencia de convergencia. Este es el caso en que la serie sería no estacionaria $I(1)$. La hipótesis nula asociada que se conoce como versión restricta o restringida de la prueba es:

$$H_0: Y_{nt} - \bar{y} = I(1), \forall n = 1, \dots, N \quad (8)$$

Cheung y García (2004) explican que probar esta hipótesis nula $I(1)$ (Ecuación 8), puede sesgar los resultados hacia la aceptación de la hipótesis de no convergencia, y proponen que se debe probar en sentido opuesto, es decir con la versión irrestricta o no restringida de la prueba, de la siguiente manera:

$$H_0: Y_{nt} - \bar{y} = I(0), \forall n = 1, \dots, N \quad (9)$$

Si se presenta el caso en que no se puedan rechazar las ecuaciones (8) y (9), al mismo tiempo, no se podrá proveer evidencia suficiente para aceptar la hipótesis de convergencia. Bajo la versión irrestricta de la prueba, la hipótesis de no convergencia se evalúa mediante la prueba de raíz unitaria a los errores asociados al modelo. En este enfoque se establece que no hay cointegración entre los ingresos per cápita del país analizado con respecto a la economía de referencia o líder.

Finalmente la prueba planteada en la ecuación (7), se puede extender de dos economías a un modelo panel que contenga un conjunto de economías de la forma:

$$g_{nt} = y_{nt} - \bar{y} \quad (10)$$

Donde g_{nt} es el logaritmo del ingreso por habitante del país n en el momento t asociado. Por su parte \bar{y} es el logaritmo del ingreso promedio de los n países en el tiempo t . La hipótesis de convergencia económica se demuestra a través del análisis de cointegración en panel, cuando los ingresos per cápita del grupo de países no son estacionarios. Esto se realiza mediante las pruebas de raíz unitaria en panel sobre el conjunto de series de crecimiento per cápita de los países.

4. CONVERGENCIA Y DIVERGENCIA EN COLOMBIA

Los trabajos de evaluación de convergencia en Colombia inician con el de Cárdenas *et al.*, (1993), realizado unos años después de publicado el documento clásico propuesto por Barro y Sala-i-Martin (1991) y el cual intentan replicar para los departamentos colombianos. En ese ejercicio, los autores encuentran que existe β -convergencia para el periodo 1950 a 1989, la cual, además, se da a una tasa del 4,22%. Este valor duplica la hallada en economías como la estadounidense, o japonesa para el mismo lapso. Adicionalmente demuestran que si se omite el periodo de 1950 a 1960, (que resulta ser “poco confiable” estadísticamente), la velocidad de β - convergencia cae a 3.2%. Por su parte la σ convergencia, arroja estabilidad para algunos periodos, pero valores crecientes para otros, lo que sugiere que el proceso no es continuo sino que cambia por periodos.

Cuatro años más tarde Birchenall y Murcia (1997), utilizando una metodología de Kernel estocástico, que se basa en los modelos de la dinámica distribucional propuesta por Quah (1995); crean un marco alternativo al planteamiento clásico de Barro y Sala-i- Martín para analizar el periodo comprendido entre 1960 y 1990. Los autores no encuentran evidencia de convergencia para ese lapso y, por el contrario, señalan que “se evidencia un claro proceso

de divergencia, que ha mantenido las distancias entre los ingresos de los departamentos”. Argumentan finalmente que la distribución de ingresos se ha mantenido para dicho periodo.

Para el siguiente año, Rocha y Vivas (1998) aportan evidencia empírica de disparidades regionales en el crecimiento. Emplean regresiones lineales, aproximadas desde la inestabilidad sociopolítica, la fertilidad y el funcionamiento de los mercados. Adicionalmente mediante predeterminación bayesiana evalúan convergencia regional para el periodo de 1980 a 1994, encontrando divergencia de los estados estacionarios por departamento. Esto se traduce en “persistencia de la desigualdad regional”.

Por otra parte, Bonet y Meisel (1999), recurriendo a la metodología clásica de Barro y Sala-i-Martín, analizan dos sub periodos: el primero de 1926 a 1960 y el segundo de 1960 a 1995, en su ejercicio, utilizan como variable *proxy* de los ingresos, los depósitos bancarios departamentales. Los autores encuentran para el primer periodo evidencia a favor de β -convergencia y σ -convergencia. No así para el segundo periodo, donde la presencia de β -convergencia es débil. Además encuentran una “polarización” en la distribución de los ingresos regionales. Por su parte, la σ convergencia para este periodo, no revela una disminución sistemática en la dispersión de los ingresos departamentales (lo que era necesario para asumir convergencia). Este trabajo también sugiere la posibilidad de que el proceso no sea continuo sino que cambia por periodos.

Soto (1998) realiza la primera aproximación de convergencia para el país mediante datos panel. En este estudio encuentra, como primer resultado, la ausencia de convergencia absoluta, no obstante halla convergencia condicional. El autor explica que en el país se dio un proceso de convergencia tipo β entre 1926 y 1960, hallando un coeficiente de correlación de (-0,89). Es de aclarar que bajo la perspectiva de Quah (1993), estos resultados no son contundentes al no estar alineados con los de convergencia tipo σ . Los datos obtenidos para las siguientes décadas no son contundentes. Aun así, es posible que esto se deba a la presencia de convergencia no continua sino por periodos.

A comienzos del nuevo siglo, Galvis y Meisel (2000) abordan el estudio de las disparidades económicas de las principales ciudades del país. Para ello utilizan como variable *proxy* a los depósitos bancarios per cápita reales. En este estudio se tomaron en cuenta a las 20 principales ciudades colombianas que, según los autores, representan el 42% de la población nacional y participan con más de la mitad del PIB total. Recurriendo a la metodología clásica de Barro y Sala-i-Martín encuentran que para el periodo de 1973 a 1998 hay ausencia tanto de convergencia tipo β como tipo σ .

Tres años más tarde, Barón (2003), utiliza medidas de análisis estático y dinámico. Para ello recurre a la metodología de Barro y Sala-i-Martín, además de incluir diferentes medidas de disparidad estática. El autor estudia la cercanía entre económicas regionales en Colombia. Adicionalmente realiza un estudio de dependencia espacial de las regiones colombianas. El autor encuentra que para las medidas de disparidad estática, en la década de 1990, se

evidencia disparidad y aumento de esta disparidad entre los departamentos más ricos y los más pobres. En cuanto al análisis dinámico, halla evidencia de convergencia tipo β para la década de 1980, no así para la década de 1990, lo que representa falta de contundencia en los resultados. Finalmente el autor muestra que no existen patrones de dependencia espacial¹, por lo que se afirma que “la riqueza o pobreza están aleatoriamente distribuidas en la geografía nacional”. Este estudio es el que sugiere en mayor medida que existen procesos de convergencia no continuos, sino por periodos para el caso Colombia.

Este mismo año, Acevedo (2003), usando regresiones de corte transversal para el periodo 1980-2000, busca evaluar la existencia de convergencia entre las entidades territoriales colombianas. En concordancia con Barón (2003), Acevedo señala que en Colombia se presentó un proceso de convergencia en la década de 1980, pero no sucedió lo mismo en la década de 1990, donde se registra un resultado de disparidad o divergencia.

En el 2004, Ardila, utilizando la metodología de Kernel estocástico basada en el planteamiento de Quah (1993), evalúa la existencia de convergencia en el ingreso per cápita entre los departamentos colombianos. Para tal efecto, se concentra en el periodo 1985-1996, encontrando una alta persistencia en la distribución del ingreso per cápita entre los departamentos; es decir ausencia de convergencia. Aparte de ello, el autor señala que el gasto público, especialmente la inversión, ha afectado la posición relativa de algunos departamentos, pero no la dinámica de la distribución en su conjunto.

Nieto (2010), Utiliza la metodología de datos panel para evaluar la presencia de convergencia. Su trabajo sobresale porque aborda además del crecimiento, aspectos relacionados con el desarrollo económico, como la inclusión de variables de salud y educación aparte del ingreso per cápita. Nieto analiza el periodo de 1990 a 2010, donde encuentra evidencia de convergencia absoluta, (halla un coeficiente negativo). Adicionalmente destaca el hecho de que el autor estima una tasa de convergencia cercana al 24%².

Por su parte Galvis y Meisel (2010), utilizando técnicas de econometría espacial, evalúan la presencia de disparidad geográfica y de persistencia de pobreza, buscando con ello evidencia de “efectos de vecindario”³, los cuales “crean trampas de pobreza”⁴ que no le permiten a las zonas rezagadas avanzar hacia una senda de desarrollo económico sostenido”, por lo que dicho efecto se convierte en una de las razones por las cuales las desigualdades territoriales se vuelven persistentes. Es de resaltar que los autores se soportan en indicadores de necesidades básicas insatisfechas para los censos de 1973, 1985, 1993 y 2005. Un resultado

¹ Hace referencia a la respuesta de una variable en función de su ubicación espacial o geográfica.

² Pese a que los trabajos de convergencia en Colombia abordan el crecimiento económico y no de desarrollo humano, se resalta el 24% en virtud de que para Colombia los casos hallados de convergencia tienen tasas cuando mucho cercanas al 4%

³ El efecto vecindario implica la forma en que las condiciones socioeconómicas de entorno afectan la forma en que los agentes económicos toman decisiones

⁴ Cualquier "mecanismo" auto mantenido que provoca que la pobreza persista en una sociedad

fuerte de este trabajo indica que “cuando se efectúan las correlaciones espaciales entre las condiciones de pobreza de una municipalidad en años recientes, con las de su entorno en épocas posteriores; se identifican altas y significativas correlaciones espaciales”. De donde se resalta la presencia de polarizaciones geográficas para el crecimiento económico, esto se asocia con ausencia de patrones de convergencia.

Finalmente, León (2013) utiliza las tasas de crecimiento y el PIB per cápita para el periodo 1975 a 2005 (lo que implica el estudio del periodo más amplio y reciente), y sigue la metodología clásica de Barro y Sala-i-Martin para determinar existencia de convergencia departamental. Sus resultados muestran evidencia demasiado débil, casi inexistente, de convergencia de tipo σ , no obstante, encuentra convergencia de tipo β para algunos periodos, pero no para otros; lo que resalta la dificultad de dar un resultado contundente para el periodo analizado en su conjunto.

Se presenta una tabla con un resumen de las metodologías utilizadas para los trabajos de convergencia en el país:

Tabla 1. Resumen de los estudios de convergencia en Colombia y metodologías utilizadas.

No.	Autor / Año	Metodología	Resultado
1	Cárdenas et al 1993	Robert Barro	Convergencia β y ausencia σ
2	Birchenall y Murcia 1997	Kernel Estocástico	Ausencia de convergencia
3	Rocha y Vivas 1998	Predeterminación Bayesiana/ Reg. lineal	Ausencia de convergencia
4	Bonet y Meisel 1999	Robert Barro	Convergencia β en unos periodos
5	Soto 1998	Dato panel	Convergencia condicional
6	Galvis 2000	Robert Barro	Ausencia de convergencia
7	Barón 2003	Robert Barro	Convergencia β en unos periodos
8	Acevedo 2003	Reg. lineal	Convergencia β en unos periodos
9	Ardila 2004	Kernel Estocástico	Ausencia de convergencia
10	Nieto 2010	Panel para IDH	Convergencia β absoluta
11	Galvis 2010	Econometría espacial	Ausencia de convergencia
12	León 2013	Robert Barro	Convergencia β y ausencia σ

5. METODOLOGIA

El presente trabajo pretende actualizar (tanto cronológica como metodológicamente) la evaluación de la existencia de convergencia del crecimiento económico para los departamentos de Colombia, analizando si sus respectivos ingresos per cápita convergen a un estado estacionario común (tal como se predice a partir del modelo de crecimiento Solow-Swan). Para ello se parte de la hipótesis propuesta por Barro & Sala-i-Martin, abordando la metodología sugerida por Evans y Karras (1996), mediante un modelo de datos panel. Adicionalmente se toma en cuenta la metodología propuesta por Beyaert (2003) quien propone la simulación *bootstrap* para obtener información más precisa de la

probabilidad de los valores críticos de las pruebas de raíces unitarias, asociadas a los errores de la sección cruzada del modelo, lo que no se tiene en cuenta en la metodología de Evans y Karras y cuyas metodologías no se han empleado para el caso de los departamentos de Colombia.

5.1 La convergencia desde la hipótesis de Barro & Sala-i-Martin

La estrategia de evaluación de convergencia parte del análisis de un conjunto de economías (departamentos para el caso de este estudio), las cuales tienen el mismo acceso al acervo de conocimiento tecnológico, en donde para cada economía se toman los valores de la variable de logaritmo del ingreso per cápita a través del tiempo (años en este caso). En términos de esta variable, para estas economías, se prevé tengan sendas o trayectorias de crecimiento paralelo de acuerdo a la predicción de los modelos neoclásicos no estocásticos.

De acuerdo a la anterior idea, la estrategia de evaluación de convergencia consiste en comparar las sendas de crecimiento individuales (de cada departamento) en relación a una tendencia común que siguen todas las economías en conjunto, pues esta tendencia común, servirá como punto de referencia para evaluar el acercamiento o alejamiento de los departamentos a lo largo del tiempo.

En este sentido, teniendo en cuenta que los departamentos comparten una senda o trayectoria de crecimiento paralelo, se espera que las desviaciones asociadas a la variable analizada (los ingresos per cápita de cada departamento en cada año), en relación al promedio de todos los ingresos de todos los departamentos cada año (sección cruzada), tienda a disminuir y llegar a ser constante. Esta situación expresa convergencia Barro & Sala-i-Martin (1992), y algebraicamente se puede expresar como

$$\lim_{i \rightarrow \infty} E (y_{n,t+i} - \bar{y}_{t,i}) = \mu_n \quad (11)$$

En donde \bar{y}_t es el promedio del ingreso per cápita de todos los departamentos en el periodo t , mientras que $y_{n,t}$ es el ingreso per cápita de cada departamento. Por su parte, μ_n es un parámetro que indica la posición relativa de cada departamento (en términos del ingreso per cápita), respecto a la tendencia común de todos los departamentos en conjunto. Barro y Sala-i-Martin, explican convergencia absoluta en la situación en que $\mu_n = 0 \forall n$, pues esto implicaría que cuando i , tiende a infinito (perpetuidad del tiempo), todos los departamentos siguen tienen la misma posición relativa, o dicho en otras palabras siguen la misma trayectoria.

No obstante, esta convergencia puede ser condicional o absoluta, como se comentó anteriormente, y esta discriminación se evalúa a través de la expresión:

$$g_n = \alpha + \beta y_{n0} + \gamma' x_n + v_n \quad (12)$$

Donde $g_n \equiv (y_{n,T} - y_{n,0})/T$, es el promedio del crecimiento del ingreso per cápita de la economía n , entre los años 0 y T . x_n es un vector de variables que captura la heterogeneidad entre departamentos. Y α, β, γ , son parámetros con v_n como el término de error. Para que exista convergencia, β debe ser negativo, (lo que refleja que las economías inicialmente más “pobres” crecen a mayor velocidad). La convergencia será absoluta si $\gamma' = 0$, o condicional si $\gamma' \neq 0$, pues es este parámetro, el que acompaña el vector de las diferencias entre los departamento. Estos parámetros (β, γ) se determinan a través de una regresión por mínimos cuadrados ordinarios, que recibe el nombre de regresión de β -convergencia.

5.2 Procedimiento basado en la metodología Evans y Karras

Evans y Karras (1996), resaltan que la regresión por mínimos cuadrados ordinarios genera una inferencia estadística inválida de los parámetros que estima, salvo que todas las economías sigan un proceso común⁵:

$$Y_{n,t} - \bar{y}_t = \delta_n + \lambda(Y_{n,t-1} - \bar{y}_{t-1}) + u_{n,t}, \quad \delta_n = \xi' x_n, \quad \lambda \equiv (1 + \beta T)^{1/T} \quad (13)$$

Con $Y_{n,t}$ como el ingreso per cápita del departamento n , en el periodo t y \bar{y}_t como el promedio de los ingresos per cápita de los departamentos en el periodo t (promedio de la sección cruzada). Evans y Karras muestran que matemáticamente se demanda que para cada departamento, la expresión $(Y_{n,t-1} - \bar{y}_{t-1})$, siga un proceso autoregresivo de orden uno (AR (1)), que debe ser idéntico en todos los departamentos, lo que de no cumplirse generará estimaciones posiblemente sesgadas. Además, los autores explican que la validez de los parámetros hallados, está sujeta a que en el modelo matemático no exista correlación serial del término de error, es decir que el error no tenga relación con sus valores pasados o

⁵ Ver Anexo metodológico

futuros; lo que para los autores resulta altamente improbable, y que de no cumplirse, generará estimaciones posiblemente invalidas en términos matemáticos.

En esta perspectiva, Evans y Karras plantean la evaluación de convergencia añadiendo al modelo, un rezago polinomial, lo que implica que la expresión $(Y_{n,t-1} - \bar{y}_{t-1})$ no necesariamente sea un proceso AR (1), además de que los coeficientes de la regresión puedan variar entre economías (lo que relaja la necesidad de que los procesos sean idénticos para todos los departamentos). La estrategia, consiste en evaluar la presencia de raíces unitarias en el modelo (lo que evidenciará si las series de los ingresos per cápita tienen trayectorias que tienden a acercarse en el tiempo) y para ello, Evans y Karras utilizan la metodología propuesta por Levin y Lin (1992), la cual supone que no existe correlación en la sección cruzada del modelo⁶ (ver anexo metodológico). Así, la propuesta de Evans y Karras plantea el uso de un modelo de datos panel de la siguiente forma:

$$\Delta(Y_{n,t} - \bar{Y}_t) = \delta_n + \rho_n(Y_{n,t-1} - \bar{Y}_{t-1}) + \sum_{i=1}^p \varphi_{n,i} \Delta(Y_{n,t-1} - \bar{Y}_{t-1}) + u_{n,t} \quad (14)$$

En donde

- $\varphi_{n,i}$ expresa la diferencia en el rezago polinomial.
- $y_{n,t} = \ln Y_{n,t}$ = logaritmo natural de ingreso de departamento n en términos reales
- $\bar{y}_t = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y_{n,t}$ es el promedio del logaritmo natural del ingreso por habitante en el cada año (sección cruzada del modelo).
- δ_n, ρ_n Son los parámetros que evalúan convergencia y en específico, la negatividad de ρ_n se interpreta de manera análoga a la negatividad de β en (12).
- $u_{n,t}$ Es el término de error.

De forma que:

- Si $\rho_n = 0$ hay divergencia entre todos departamentos (pues este parámetro debe ser negativo en el caso en que las economías inicialmente más pobres, crezcan más rápido que las ricas).
- Si $0 < -\rho_n < 1$ para toda n. entonces hay convergencia.
- Por su parte, en caso de existir convergencia, si $\delta_n = 0$ para toda n; la convergencia será absoluta, de otra forma, la convergencia será condicional

En virtud de que la propuesta de Evans y Karras se basa en un modelo de datos panel, la estrategia consiste en realizar un test de raíces unitarias (ver anexo metodológico), para lo cual, los autores hacen uso de la metodología de Levin y Lin (1992), la cual está concebida

⁶ Ver Anexo metodológico

bajo el supuesto de que no existe correlación serial en la sección cruzada del modelo (el promedio de los ingresos per cápita de los departamentos para cada año). Este supuesto a su vez se basa en si el número de economías (N) se aproxima a infinito. En este sentido, Evans y Karras exponen que cuando N y T (periodos de tiempo) tienden a infinito, los intervalos de confianza de los estadísticos de las pruebas de raíces unitarias $\Phi(\delta)$ y su ratio $\tau(\widehat{\rho})$ son asintóticos con distribuciones F y N (0,1) respectivamente. Sin embargo para una muestra finita (el caso de este estudio, pues se tiene un número finito de departamentos), estas distribuciones no se aproximan a un comportamiento que se ajuste a distribuciones N (0,1) o F. Aun así Evans y Karras (1996) usan valores críticos (para las pruebas de raíces unitarias) simulados, obtenidos bajo el supuesto de que los errores se distribuyen normalmente (lo cual no necesariamente es cierto). En relación a esto Beyaert (2003) menciona que este procedimiento no tiene en cuenta la posibilidad de que exista correlación de la sección cruzada del modelo para muestras finitas, lo que limita la validez estadística de los resultados que se obtengan.

El aporte de este trabajo, además de presentar una actualización a la evaluación de convergencia del crecimiento económico en los departamentos de Colombia, se centra en el uso de la metodología propuesta por Beyaert (2003), para tomar en cuenta la omisión de las distribuciones asociadas a las pruebas de raíces unitarias bajo la metodología de Evans y Karras. Esta metodología se basa en la implementación de la técnica de simulación *bootstrap* para obtener información más precisa acerca de la probabilidad de los valores correspondientes a $\tau(\widehat{\rho})$ y $\Phi(\delta)$ computados.

5.3 Técnica de simulación *Bootstrap*

Beyaert (2003) explica que la imprecisión de tener distribuciones asintóticas para muestras finitas de N (0,1) y F, pueden provenir de dos orígenes o casos distintos:

- Un primer caso se presenta bajo la premisa de que los supuestos de ausencia de correlación serial en el término de error del modelo, y distribución normal del error, usados en las pruebas de raíces unitarias (Levin y Lin) están satisfechos. Aquí, según Beyaert (2003) las distribuciones asintóticas pueden constituir una pobre aproximación de la verdadera distribución de los estadísticos cuando T y N son relativamente pequeños.
- Un segundo caso, se da en la situación en que los supuestos anteriormente mencionados no estén satisfechos: en particular, explica Beyaert (2003), es bastante probable que existan correlaciones importantes en la sección cruzada de los datos (el promedio del ingreso per cápita de todos los departamentos para cada año). Si este es el caso, la limitante es que las distribuciones de los estadísticos es desconocida, en

cuyo caso las distribuciones $N(0,1)$ y F son probablemente más imprecisas incluso para valores moderados y grandes de N y T .

En ambos casos la técnica de simulación *bootstrap*, que consiste en el remuestreo de datos para resolver problemas relacionados con la estimación de intervalos de confianza o pruebas de significancia estadística, resulta adecuada (Beyaert 2003):

Si se da el primer caso, $\tau(\hat{\rho})$ y $\Phi(\hat{\delta})$ poseen distribuciones asintóticas que no dependen de parámetros desconocidos, de donde explica Beyaert (2003) que la técnica de *bootstrapping* puede aprovisionar, valores de probabilidad que son al menos tan cercanos a los verdaderos valores. (Li & Maddala 1996).

Si se da el segundo caso, la técnica de *bootstrap*, constituye una manera alternativa de obtener valores de probabilidad, dada la correlación de la sección cruzada de los datos en el modelo. Estos valores de probabilidad son aproximaciones de los verdaderos valores de probabilidad Beyaert (2003). Pero teniendo en cuenta que se está incluyendo la posibilidad de correlación de la sección cruzada, estas aproximaciones deberían ser más precisas que las sugeridas por Evans y Karras (1996).

Puntualmente, la estrategia de la técnica de *bootstrap* consiste en estimar el modelo propuesto por Evans y Karras (12), imponiendo la correspondiente hipótesis nula ($\rho_n = 0$). Se obtienen los residuos asociados al modelo y se remuestran. Beyaert (2003), plantea que para este remuestreo se tratan los residuales (T') de la economía n y se “hacen” independientes de los residuales (T') de la economía n' (en donde T' es el número efectivo de residuales a ser remuestreados, mientras que n y n' son economías distintas. Sin embargo explica Beyaert, que esto destruiría la estructura de sección cruzada de los datos, dicho de otra forma, esto alteraría el orden que tienen los valores del promedio del ingreso per cápita de cada departamento año a año dentro del modelo. Con el objetivo de preservar esta estructura, en vez de remuestrear T' escalares residuales (N veces), se remuestran vectores T' N -dimensionales de los residuales una sola vez. Dicho de otra forma, si los residuales son puestos en una matriz de dimensión $T \times N$, esta matriz se remuestra por filas, en vez de elemento por elemento de cada columna, para así conservar la estructura del modelo.

Una vez realizado el remuestreo, se obtienen los residuales nuevamente, la muestra *bootstrap* es generada sobre la base de estos residuos obtenidos inicialmente y los parámetros del modelo estimados anteriormente. Esta operación se repite, dando un número suficientemente grande de muestras *bootstrap*.

Posteriormente se computa el test estadístico para cada muestra simulada por *bootstrap*. En donde la proporción de estadísticos *bootstrap* que caigan a la izquierda del valor de $\tau(\hat{\rho})$ (ver anexo metodológico) obtenidos en la muestra original, proveen el valor de probabilidad del test de “convergencia contra divergencia”. Así mismo la proporción de los estadísticos

bootstrap que caigan a la derecha de $\Phi(\delta)$, calculados con la muestra original, proveen el valor de probabilidad del test de “convergencia absoluta contra convergencia condicional”.

Finalmente, para la evaluación de raíces unitarias, se utiliza el test de Hadri (2000), que es una extensión de los test de raíces unitarias para series temporales KPSS y Kwiatkowski (1992); el cual dará información de si las series tienden a una trayectoria común y se extraen los resultados (ver anexo metodológico).

6. RESULTADOS

Se aplicó el procedimiento de Evans y Karras, descrito en el capítulo anterior a los departamentos de Colombia para los años de 2000 a 2014. La serie proviene de la base de cuentas departamentales del departamento administrativo nacional de estadística DANE, la cual tiene los valores anuales del ingreso por habitante de cada departamento a precios corrientes, por esto, la serie se deflactó utilizando la serie de índices de precios al consumidor de la base de cuentas nacionales del DANE (la tabla se presenta en anexos). La data del logaritmo del ingreso per cápita en términos reales se representa en la figura 1.

Gráficamente se resalta que la mayoría de las series tienen una tendencia al alza para todos los periodos (con algunas pocas excepciones), lo que supone que las series no son estacionarias. Destaca que el departamento de Casanare presenta el PIB per cápita más alto a lo largo de toda la serie y el departamento de Vaupés el más bajo desde 2003 en adelante.

Aunque en la mayor parte del periodo objeto de estudio, no parecen existir grupos de departamentos con el mismo comportamiento de su ingreso per cápita, desde 2010 parece iniciar una dinámica de agrupamiento en cuatro conjuntos de departamentos: el primero que incluye a Casanare y Meta; el segundo a Santander, Arauca y Bogotá; el tercero los demás departamentos, excepto Vaupés, que conformaría en solitario el último grupo con un PIB per cápita evidentemente inferior a lo largo del periodo 2003-2014.

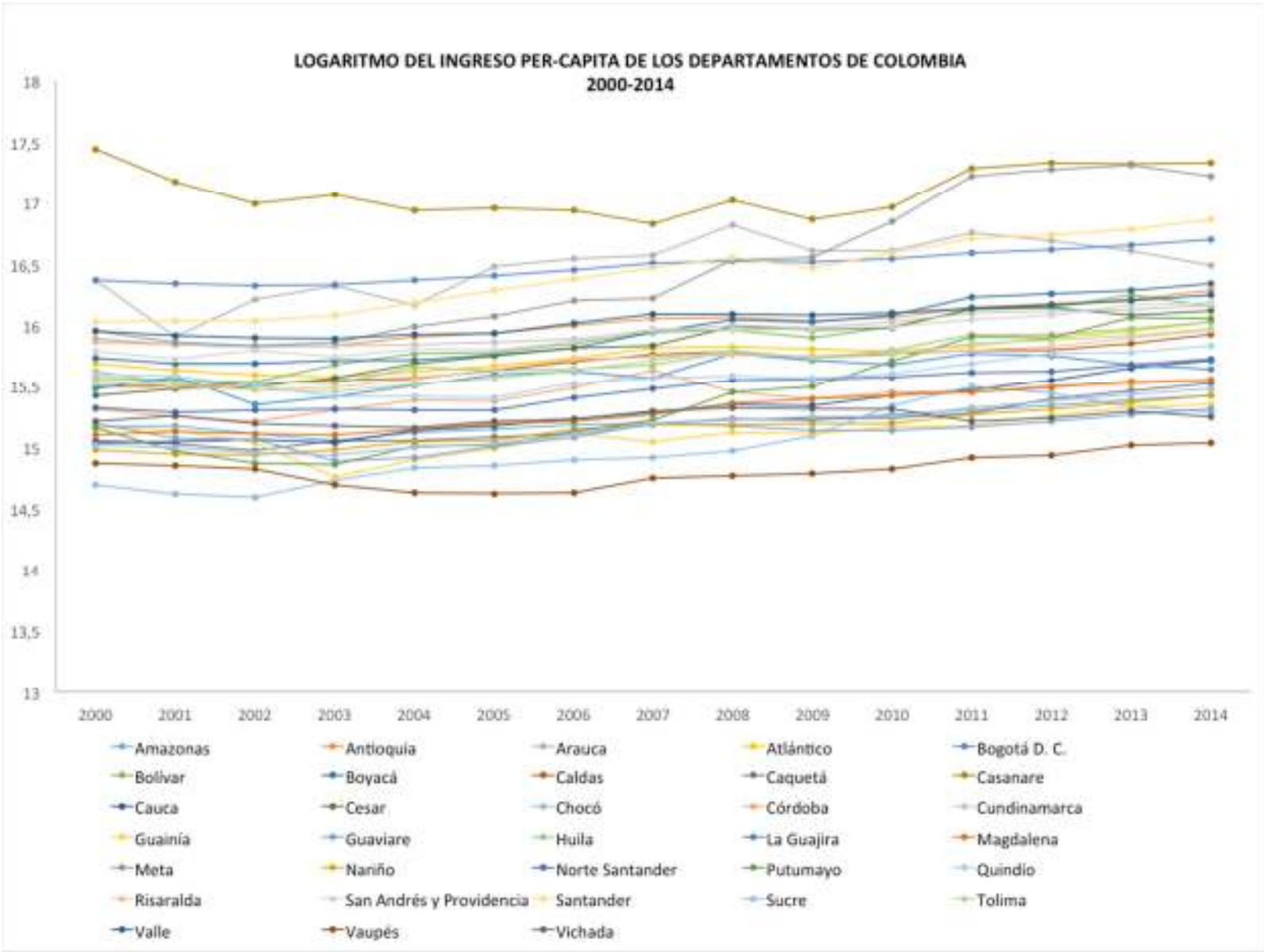


Figura 1. Logaritmo del ingreso por habitante de los departamentos de Colombia.

Para la aplicación de los test de evaluación de convergencia, debe elegirse el nivel de rezago (p) para la ecuación (12). Se llevó a cabo la estimación para (p) desde 0 hasta 5 (pues este es el número máximo de rezagos que se pueden evaluar dada la cantidad de datos), y se aplicó el test de no autocorrelación de los residuales obteniendo que en ningún caso $p=0$ fue apropiado. Esto indica que la generación de un proceso de $(Y_{n,t} - \bar{Y}_t)$ no es autoregresivo de orden uno (AR (1)). Esto valida a su vez, el planteamiento de Evans y Karras de que estos procesos no son necesariamente autoregresivos de primer orden, lo que viola uno de los supuestos necesarios para la evaluación de convergencia mediante la aproximación de Barro & Sala-i-Martin.

Los resultados de aplicar los test al conjunto de departamentos de Colombia, se muestran en términos de los valores de probabilidad del *bootstrap* para la hipótesis nula $H_0: \rho = 0$ de no convergencia contra $H_1: \rho < 0$ de convergencia para todos los valores de (p) desde 1 hasta 5 (tabla 2). No obstante, no se realizaron pruebas de convergencia absoluta o condicional al conjunto de todos los departamentos de Colombia debido a que en ningún caso se obtuvieron valores negativos de ρ negativos (tabla 2).

De acuerdo a los resultados obtenidos, se infiere que los departamentos de Colombia no constituyen un grupo de convergencia de crecimiento económico para los años de 2000 a 2014.

Tabla 2. Valores de p asociados a la metodología de Evans y Karras.

Resultados metodología Evans y Karras (1996)						
Número de rezagos	p = 1	p = 2	p = 3	p = 4	p = 5	Conclusión
$H_0: \rho_0 = 0$ (No convergencia)	0,96	0,83	0,31	0,60	0,40	No existe convergencia.
$H_1: \rho_0 < 0$ (Convergencia)						
Si $\rho_0 < 0$						
$H_0: \delta_n = 0$ Absoluta	-	-	-	-	-	No existe convergencia, por lo tanto, no se puede estimar si es absoluta o condicional.
$H_1: \delta'_n = 0$ Condicional						
Resultados metodología Evans y Karras (1996) + Bootstrap						
Número de rezagos	p = 1	p = 2	p = 3	p = 4	p = 5	Conclusión
$H_0: \rho_0 = 0$ (No convergencia)	0,20	0,09	0,24	0,15	0,17	No existe convergencia.
$H_1: \rho_0 < 0$ (Convergencia)						
Si $\rho_0 < 0$						
$H_0: \delta_n = 0$ Absoluta	-	-	-	-	-	No existe convergencia, por lo tanto, no se puede estimar si es absoluta o condicional.
$H_1: \delta'_n = 0$ Condicional						

Los resultados hallados se contrastaron con los obtenidos por otros autores, encontrando que son opuestos a Cardenas *et al.*, 1993, no obstante, se señala que estos autores abordan el periodo de 1950 a 1990, y adicionalmente utilizan la metodología planteada por Barro & Sala-i-Martín en donde se asume que la series siguen un proceso autoregresivo de orden uno, lo que no se corrobora en dicho trabajo. Similar situación ocurre con los trabajos de Barón 2003 y Bonet & Meisel 1999, quienes hallan evidencia de una débil convergencia bajo la metodología de Barro & Sala-i-Martín. En contraposición los resultados obtenidos en este trabajo están en concordancia con los obtenidos por Ardilla (2004) y Birchenall & Murcia (1997), quienes, si bien realizaron sus trabajos para un periodo diferente al de este trabajo, encontraron ausencia de convergencia. Es de resaltar que ambos trabajos emplean una

técnica de evaluación de convergencia diferente a la planteada por Barro y Sala-i-Martin, contemplando la posibilidad de que los procesos de convergencia no sigan un esquema para un modelo autoregresivo de primer orden necesariamente. Finalmente, León (2013) aborda un periodo similar al que se evalúa en el presente trabajo, encontrando evidencia “débil” de presencia de convergencia. De la misma forma que los autores que encontraron convergencia del crecimiento económico departamental en Colombia, se empleó la metodología de Barro & Sala-i-Martin, que matemáticamente, no resulta la más adecuada.

7. CONCLUSIONES

En el presente trabajo, se aplicaron test raíces unitarias para la evaluación de convergencia sobre un modelo de datos panel y así determinar si los departamentos de Colombia presentan convergencia de crecimiento económico. La metodología procede de la propuesta de Evans y Karras (1996), la cual se complementó con técnicas de bootstrap propuestas por Beyaert (2003). Este procedimiento se aplicó en virtud de su superioridad estadística en relación al método clásico planteado por Barro & Sala-i-Martin. El uso de la técnica de bootstrap se justifica en virtud de que el procedimiento original de Evans y Karras presenta un inconveniente al asumir que no existe correlación del error de la sección cruzada (promedio de los ingresos per cápita año a año) del modelo (lo que implica que se puede estar incurriendo en apreciaciones invalidas de la estimación), por lo que resulta adecuado, remuestrear estos errores y calcular los valores de probabilidad de los test de raíz unitaria mediante el bootstrap, el cual sí toma en cuenta esta posible correlación y aporta resultados más certeros en términos matemáticos, omitiendo posibles falsos positivos que se obtienen mediante la metodología de Barro y Sala-i-Martin.

En este sentido los resultados obtenidos muestran en primer lugar, que sí se justifica la evaluación de convergencia mediante la metodología de Evans y Karras en comparación con la metodología clásica propuesta por Barro & Sala-i-Martin, al contemplarse la posibilidad de procesos que no sean autoregresivos de primer orden e idénticos. En este mismo sentido se resalta que los trabajos realizados en Colombia que han hallado procesos de convergencia se han realizado mediante la metodología de Barro & Sala-i-Martin, en contraposición, los trabajos (en su gran mayoría) que han encontrado ausencia de convergencia (incluido el presente trabajo), son aquellos que contemplan la posibilidad de que los procesos de ingreso per cápita para un departamento en un periodo en relación con el promedio del ingreso de todos los departamentos año a año en una senda temporal, no sean AR(1) e idénticos.

Finalmente tras utilizar la metodología de Evans y Karras, complementada con la metodología propuesta por Beyaert, se obtiene que los departamentos de Colombia no constituyen un conjunto de economías convergentes (al menos para el periodo 2000-2014), no obstante es de resaltar que la tendencia del ingreso per cápita de los departamentos de Colombia es al alza (en términos reales), pero que no está sujeta a que los departamentos

inicialmente más ricos (con mayor ingreso per cápita), crezcan a menor velocidad que los departamentos más pobres, sino que crecen a velocidades aparentemente independientes de esta condición.

ANEXOS

1 ANEXO METODOLOGICO

1.1 La convergencia desde la hipótesis de Barro & Sala-i-Martin

La estrategia de los autores, parte de considerar N como un conjunto de economías, las cuales “tienen el mismo acceso al acervo de conocimiento tecnológico”. A la vez que se toma la variable de logaritmo del ingreso per cápita de cada economía ($Y_{n,t}$) a través de diferentes periodos t (generalmente años), teniendo que $n=1,\dots,N$, & $t=1,\dots,T$. Tomando en cuenta que de acuerdo a los modelos neoclásicos no estocásticos, estas economías compartirán sendas de crecimiento paralelas, esto se puede expresar como:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} E(Y_{n,t+i} - a_{t+i}) = \mu_n \quad n = 1, \dots, N \quad (1)$$

En donde a_t es la tendencia común que siguen las economías, μ_n es un parámetro que indica la posición relativa de la senda de crecimiento de la economía n , con respecto a la tendencia de crecimiento común del conjunto de todas las economías. Señalan Evans y Karras (1996) que el parámetro μ_n debe ser diferente de cero y $\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mu_n = 0$.

Eliminando el supuesto no estocástico, la ecuación (1), se convierte en.

$$\lim_{i \rightarrow \infty} E(Y_{n,t+i} - a_{t+i}) = \mu_n \quad n = 1, \dots, N \quad (1')$$

Es importante tener en cuenta que la tendencia común a_t es inobservada, no obstante, esta se puede cancelar (matemáticamente), promediando sobre las N economías en (1') si $\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N \mu_n = 0$. Esto implica que:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} E(Y_{n,t+i} - a_{t+i}) = 0 \quad n = 1, \dots, N \quad (2)$$

Donde $y_t = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N y_{n,t}$.

Substrayendo (2) de (1'), se tiene que:

$$\lim_{i \rightarrow \infty} E(Y_{n,t+i} - \bar{Y}_{t+i}) = \mu_n \quad n = 1, \dots, N \quad (3)$$

Ya que las N economías comparten sendas de crecimiento paralelas, se espera que las desviaciones asociadas de los ingresos per cápita (desde su promedio de sección cruzada), deben ser una constante. Bajo esta situación, la convergencia será absoluta si $\mu_n = 0 \forall n$. De otra manera, la convergencia será condicional. Lo que equivale a decir que las trayectorias se superponen.

Tradicionalmente la regresión de sección cruzada para determinar si hay presencia de convergencia absoluta o condicional es según Barro Sala-i-Martin (1992):

$$g_n = \alpha + \beta y_{n0} + \gamma' x_n + v_n \quad n = 1, \dots, N \quad (4)$$

Donde $g_n \equiv (Y_{n,T} - Y_{n,0})/T$, es el promedio del crecimiento del ingreso per cápita de la economía n entre el periodo 0 y el periodo T . x_n es un vector de variables que controlan la heterogeneidad de la sección cruzada (reflejando diferentes estados estacionarios), y (α, β, γ') , son parámetros, por su parte v_n es el término de error. Por conveniencia β debe ser negativo, para reflejar que las economías que son inicialmente más pobres crecen más rápido que las que son inicialmente más ricas. La convergencia será absoluta si $\gamma' = 0$ y será condicional si $\gamma' \neq 0$. Esto se evalúa aplicando mínimos cuadrados ordinarios en la ecuación (4) y evaluando si $\beta < 0$ y $\gamma < 0$.

Sin embargo Evans (1996) argumenta que la inferencia basada en estimaciones por mínimos cuadrados ordinarios de β y γ en la ecuación (4) es inválida a menos de que el siguiente proceso se aplique a cada economía:

$$Y_{n,t} - \bar{y}_t = \delta_n + \lambda(Y_{n,t-1} - \bar{y}_{t-1}) + u_{n,t} \quad , \quad \delta_n = \xi' x_n \quad , \quad \lambda \equiv (1 + \beta T)^{1/T} \quad (4')$$

Además $u_{n,t}$ no debe tener correlación serial, pero si varianza constante σ_n^2 . Esto significa que en cada país $(Y_{n,t-1} - \bar{y}_t)$ se debe seguir un proceso auto regresivo AR(1), el cual debería ser además idéntico en todas las economías. Lo que para el autor se resalta como algo altamente improbable.

De esta manera según Evans y Karras (1996) es más razonable aceptar que exista un proceso

$$\lambda_n(L)(Y_{n,t} - \bar{Y}_t) = \delta_n + u_{n,t} \quad (5)$$

Donde el rezago polinomial $\lambda_n(L)$ puede ser de orden mayor a uno, con coeficientes que también pueden diferir entre las economías, en este caso (L) , representa el grado del polinomio a analizar.

1.2 Procedimiento basado en la metodología Evans y Karras

Como procedimiento alternativo para evaluar β convergencia entonces, Evans y Karras (1996) proponen que $\lambda_n(L)$ puede ser escrito como $\lambda_n(L) = \pi_n(L)D(L)$. En donde $\pi_n(L)$ tiene todas sus raíces por fuera del círculo unitario y $D(L) = 1$ o $(1 - L)$ dependiendo de si las economías convergen o divergen. De esta forma la ecuación (5), entonces se convierte en:

$$\pi_n(L)D(L)(Y_{n,t} - \bar{Y}_t) = \delta_n + u_{n,t} \quad (5')$$

Aproximando $\pi_n(L)$ por un grado "q" polinomial, siendo "q" finito, la ecuación (5') puede ser reescrita como:

$$\Delta(Y_{n,t} - \bar{Y}_t) = \delta_n + \rho_n(Y_{n,t-1} - \bar{Y}_{t-1}) + \sum_{i=1}^p \varphi_{n,i} \Delta(Y_{n,t-1} - \bar{Y}_{t-1}) + u_{n,t} \quad (6)$$

Esta nueva forma funcional (5') integra el polinomio de rezagos a la ecuación (4'), que finalmente es el modelo que se estima, en el que se tiene que:

Con $\rho_n = 0$, $\varphi_{n,i} = \pi_{n,i}$, $p = q$ si $D(L) = 1 - L$ (si las economías divergen), pero $\rho_n = \sum_{i=1}^{p+1} \pi_{n,i} - 1$ y negativo, $\varphi_{n,i} = -\sum_{j=i+1}^{p+1} \pi_{n,j}$, $p = q - 1$ si $D(L) = 1$ (si las economías convergen).

Para llevar a cabo los test de raíces unitarias Evans y Karras (1996) emplean la metodología propuesta por Levin y Lin (1992, 1993), bajo el supuesto de que no existe correlación de la sección cruzada. Este proceso consiste en:

- 1) Aplicar mínimos cuadrados ordinarios a la ecuación (6), para obtener un estimado σ_n de $\sigma^2 = V(u_{n,t})$ y usar este error para transformar los datos a $\hat{Z}_{n,t} = (Y_{n,t} - \bar{Y}_t)/\sigma_n$
- 2) Obtener el estimado de mínimos cuadrados ordinarios de p y su *ratio* $\tau(\hat{\rho})$ aplicando mínimos cuadrados ordinarios a la ecuación

$$\Delta \hat{Z}_{n,t} = \delta_n + \rho \hat{Z}_{n,t-1} + \sum_{i=1}^p \varphi_{n,i} \Delta \hat{Z}_{n,t-i} + \hat{u}_{n,t} \quad (7)$$

- 3) Si el t-ratio del paso 2 es suficientemente negativo, se rechaza $H_0: \rho_n = 0 \forall n$ en favor de $H_1: \rho_n < 0 \forall n$. Si se rechaza H_0 , las economías convergen.
- 4) Así mismo Si H_0 es rechazada, se realiza un nuevo test, $H'_0: \delta_n = 0 \forall n$ en contra de $H'_1: \delta_n \neq 0$. Para algún n en la ecuación (6). Para ese propósito, se estiman las siguientes ecuaciones:

$$\Delta(Y_{n,t} - \bar{y}_t) = \delta_n + \rho_n(Y_{n,t-1} - \bar{y}_{t-1}) + \sum_{i=1}^p \varphi_{n,i} \Delta(Y_{n,t-i} - \bar{Y}_{t-i}) + u_{n,t} \quad n = 1, \dots, N \text{ y se computa } \Phi(\delta) = \frac{1}{N-1} \sum_{n=1}^N [\tau(\delta_n)]^2. \text{ En donde se rechaza } H'_0 \text{ si } \Phi(\delta) \text{ es suficientemente grande, en cuyo caso la convergencia será condicional.}$$

Bajo el supuesto de que los errores en la ecuación (6) se convierten en errores no correlacionados entre las economías, (si N se aproxima a infinito), Evans y Karras (1996) exponen que cuando N y T tienden a infinito, $\tau(\hat{\rho})$ y $\Phi(\delta)$, son asintóticos con distribuciones $N(0,1)$ y F respectivamente. Sin embargo para una muestra finita, estas distribuciones no se aproximan a un comportamiento que se ajuste correctamente a distribuciones $N(0,1)$ o F . Aun así Evans y Karras (1996) usan valores críticos simulados, obtenidos bajo el supuesto de que los errores se distribuyen normalmente. En relación a esto Beyaert (2003) menciona que este procedimiento no tiene en cuenta la posibilidad de que exista correlación de la sección cruzada del modelo (el promedio de los ingresos per cápita de las economías año a año), para muestras finitas (número determinado de economías).

Esta metodología se basa en la implementación de la técnica de simulación *bootstrap* para obtener información más precisa acerca de la probabilidad de los valores correspondientes a $\tau(\widehat{\rho})$ y $\Phi(\delta)$ computados.

1.3 Test de raíz unitaria

La metodología de Evans Y Karras, se basa en la estrategia de test de raíces unitarias propuesta por Levin y Lin (1992), no obstante existen para la fecha, nuevos test de raíces unitarias para modelos de datos panel. Basado en la propuesta de Beyaert (2003), el presente trabajo se centra en dos test de raíces unitarias para series temporales, y su correspondiente extensión para modelos de datos panel.

En primer lugar se menciona el test de Shim y Pesaran (2002), el cual se basa en la hipótesis nula:

$$H_0 = \rho_n = 0 \forall n$$

Mientras que la hipótesis alterna

$$H_A: \rho_n < 0, n = 1, 2, \dots, N_1, \quad \rho_n = 0, n = N_1 + 1, \dots, N$$

Así que bajo la alternativa, algunas series son $I(0)$, mientras que otras pueden ser o son $I(1)$. No obstante, como se comentó anteriormente, la existencia de convergencia en procesos de modelos de datos panel, requiere estacionariedad en torno a la sección cruzada del modelo. Así, la hipótesis de estacionariedad debe ser tomada como la hipótesis nula, mientras que la hipótesis de $I(1)$ debería ser la alternativa. Este planteamiento, es justamente el establecido en el test desarrollado por Hadri (2000), cuyo test es una extensión de los test "KPSS" Kwiatkowski (1992) para modelos de datos panel, y constituyen un completo ideal al procedimiento planteado por Evans y Karras según Beyaert (2003).

2 Logaritmo del ingreso per cápita de los departamentos de Colombia (2000-2014)

Departamento	Logaritmo Natural del PIB percapita departamental precios constantes (AÑO BASE 2005)															
	2000	2001	2002	2003	2004	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011	2012	2013	2014	
Amazonas	15,159123	15,1685537	15,1082523	15,0460355	15,1098563	15,1373747	15,1780226	15,1924676	15,2247364	15,2181085	15,2633685	15,2949476	15,3345703	15,3787843	15,4141094	
Antioquia	15,8866694	15,8392262	15,8248894	15,8284602	15,9019112	15,9355506	15,9939322	16,0557194	16,061256	16,0322899	16,0595653	16,1422589	16,1715334	16,2114591	16,2802362	
Arauca	16,365348	15,9034273	16,2111355	16,3190164	16,1629346	16,4768406	16,5378035	16,5702897	16,8192722	16,6077455	16,6068467	16,7466912	16,6822978	16,6046543	16,483941	
Atlántico	15,6806078	15,6284066	15,5903093	15,5724122	15,6189424	15,6655471	15,7285007	15,8163752	15,8238127	15,8016789	15,7895203	15,8340315	15,8977961	15,9488962	16,0267107	
Bogotá D. C.	16,3647604	16,3338403	16,3223347	16,3242356	16,3643553	16,399138	16,44593	16,5006289	16,5219871	16,5124743	16,5411966	16,5876125	16,6137255	16,6510077	16,6939844	
Bolívar	15,5644557	15,5491666	15,5326006	15,6777698	15,7628885	15,7734066	15,8544666	15,9396244	15,9616107	15,8954518	15,9839774	16,122563	16,1435611	16,2436088	16,156289	
Boyacá	15,7268173	15,6834305	15,6876255	15,709514	15,7132568	15,7538587	15,8138913	15,9381105	16,0456855	16,0212915	16,0827221	16,2268322	16,2500886	16,2826216	16,3383419	
Caldas	15,4928084	15,4894635	15,514669	15,5484646	15,5635056	15,6255961	15,7015372	15,7607035	15,7829769	15,7346135	15,7675776	15,7946474	15,7981621	15,8528468	15,9281662	
Caquetá	15,0543218	15,0210079	14,9690362	15,0474413	15,0493049	15,0744961	15,1013926	15,1760445	15,2238781	15,2257124	15,2308066	15,2750003	15,3874135	15,4510638	15,5161814	
Casanare	17,4400948	17,1757249	16,9943878	17,0621044	16,9342414	16,9549215	16,9331359	16,8202015	17,0200027	16,8621842	16,9667937	17,2843388	17,3344199	17,3256688	17,3280979	
Cauca	15,0322859	15,0446131	15,0583634	15,0283123	15,1294756	15,1693001	15,2292735	15,2764456	15,3406864	15,3358558	15,4181093	15,4676866	15,5447207	15,6522751	15,7163959	
Cesar	15,4168019	15,4755005	15,4955554	15,5648296	15,6842007	15,7522131	15,8153884	15,8302757	15,9874045	15,9642313	15,9819688	16,1392641	16,1484948	16,0776533	16,1185442	
Chocó	14,6879131	14,6176471	14,5860771	14,7316654	14,8303688	14,851912	14,889093	14,9091327	14,9639349	15,0897136	15,3338232	15,4956265	15,4316155	15,3299245	15,2806657	
Córdoba	15,3096457	15,2441451	15,2020516	15,2988519	15,3850808	15,3718531	15,484233	15,6330847	15,4448877	15,3857423	15,4440331	15,4464281	15,4982576	15,5130585	15,5533066	
Cundinamarca	15,8578921	15,8417641	15,8208175	15,8339913	15,8409126	15,861038	15,883035	15,9473712	15,9998167	15,9813206	16,0206346	16,0953722	16,1192609	16,1216135	16,1589866	
Guainía	15,1579735	15,1285693	15,0281282	14,7560575	14,8956789	14,9810004	15,1088989	15,0426393	15,1122451	15,1051912	15,1581555	15,1701819	15,2518891	15,3299337	15,3398725	
Guaviare	15,1892888	15,0687083	15,0580719	14,8823	14,9147191	15,0084231	15,0753706	15,1864357	15,1686456	15,13045	15,1330122	15,163359	15,2036366	15,2594621	15,3091882	
Huila	15,624157	15,5206141	15,5296129	15,5159438	15,6587823	15,6259737	15,6379558	15,6757024	15,7832569	15,7265531	15,7977311	15,9271212	15,9236098	15,9661497	16,0217849	
La Guajira	15,4729876	15,5768387	15,3444544	15,4071065	15,5005797	15,5931822	15,6155651	15,5640273	15,7685187	15,7127029	15,6733874	15,7697518	15,7477248	15,6729149	15,6352998	
Magdalena	15,0985424	15,1209552	15,1080108	15,0958126	15,1384759	15,187959	15,2043508	15,2626481	15,3516069	15,3936397	15,4208339	15,4460242	15,4861847	15,5344409	15,5433207	
Meta	15,9535434	15,8571778	15,830517	15,8599279	15,9837471	16,0709319	16,1963113	16,2218945	16,5328595	16,5526076	16,8460804	17,2242859	17,2741116	17,3114569	17,2164779	
Nariño	14,9730846	14,9437709	14,9337022	14,9721198	15,0365438	15,0516567	15,1417935	15,1793951	15,1820931	15,1843315	15,19068	15,2608919	15,3048192	15,3651024	15,418573	
Norte Santander	15,3133742	15,2811032	15,2969043	15,3038453	15,300525	15,2954714	15,403877	15,4763244	15,5489528	15,5550621	15,5705085	15,6114272	15,6176624	15,6734668	15,7246844	
Putumayo	15,1527744	14,9636424	14,8683285	14,8564119	14,9996208	15,0119356	15,1215715	15,2198321	15,4460589	15,493527	15,7019855	15,9080967	15,8923383	16,0645494	16,0528152	
Quindío	15,5888411	15,5858828	15,4990143	15,4085129	15,4044694	15,4016562	15,5174154	15,5638133	15,5842561	15,5608035	15,5981726	15,6886415	15,7641568	15,7727396	15,8334969	
Risaralda	15,5353174	15,4908679	15,4624756	15,4847333	15,5537342	15,638088	15,7195244	15,7407976	15,7606927	15,7526266	15,7738882	15,798277	15,8210888	15,8977495	15,9616228	
San Andrés y Providencia	15,7840175	15,7235389	15,7957836	15,7360561	15,8020233	15,799408	15,8708848	15,969746	15,9632643	15,9731817	15,9833776	16,0386293	16,0776457	16,1594502	16,1795575	
Santander	16,0269147	16,0369997	16,0351314	16,0829228	16,1850972	16,282885	16,3745682	16,4646977	16,5466544	16,4637191	16,5849742	16,7051553	16,7325226	16,7752292	16,8616322	
Sucre	15,0111446	14,991235	14,952315	14,9340405	14,9979105	15,0208528	15,1027604	15,184701	15,215319	15,2463597	15,2445868	15,3122389	15,3754321	15,4275668	15,4687197	
Tolima	15,5163669	15,5163714	15,4630819	15,44978	15,5056798	15,560469	15,6296832	15,7165346	15,7905279	15,735047	15,7588105	15,8496767	15,8779075	15,9183323	15,9676	
Valle	15,9468892	15,9104741	15,8943793	15,8910105	15,9270253	15,9346801	16,011635	16,0846134	16,0917451	16,0816567	16,0986772	16,1375426	16,1612224	16,1984736	16,2467732	
Vaupés	14,8685303	14,8488139	14,8155083	14,6878662	14,6259816	14,6221573	14,6290614	14,7509915	14,766391	14,7855069	14,8170976	14,9080827	14,9298285	15,0127059	15,0347853	
Vichada	15,209032	15,249027	15,1879172	15,1716102	15,1552191	15,2040932	15,2284701	15,2855131	15,3192337	15,3087411	15,3076046	15,2081396	15,2319395	15,2936256	15,2475084	

Fuente: Elaboración propia con datos del DANE

3 Salidas de la computación ejecutada

```
2 . *****
3 . *****
4 .
5 . *****
6 . *****
7 . *****DATOS*****
8 . *****
9 . *****
10 .
11 . **Se cargan los datos del archivo csv recibido y se generan las variables nece-
12 . **sarias para el proceso de estimaci-n.
13 .
14 . import delimited "/Users/JorgeQuintana/Dropbox/Tesis Panel/datos_panel.csv", delimiter(space)
    (4 vars, 495 obs)
15 . drop id
16 . egen codigo = group(dpto)
17 . sort codigo ano
18 . xtset codigo ano
    panel variable: codigo (strongly balanced)
    time variable: ano, 2000 to 2014
    delta: 1 unit
19 . bysort ano: egen prom_crec = mean(ln_pib_perc)
20 . sort codigo ano
21 . bysort codigo: gen desv_pib = ln_pib_perc - prom_crec
22 . bysort codigo: gen lag_desv_pib = l.desv_pib
    (33 missing values generated)
23 . bysort codigo: gen lag2_desv_pib = ll.desv_pib
    (66 missing values generated)
```

```

24 . bysort codigo: gen lag3_desv_pib = l3.desv_pib
    (99 missing values generated)
25 . bysort codigo: gen lag4_desv_pib = l4.desv_pib
    (132 missing values generated)
26 . bysort codigo: gen lag5_desv_pib = l5.desv_pib
    (165 missing values generated)
27 . bysort codigo: gen lag6_desv_pib = l6.desv_pib
    (198 missing values generated)
28 . bysort codigo: gen delta_desv_pib = desv_pib - lag_desv_pib
    (33 missing values generated)
29 . bysort codigo: gen delta2_desv_pib = lag_desv_pib - lag2_desv_pib
    (66 missing values generated)
30 . bysort codigo: gen delta3_desv_pib = lag2_desv_pib - lag3_desv_pib
    (99 missing values generated)
31 . bysort codigo: gen delta4_desv_pib = lag3_desv_pib - lag4_desv_pib
    (132 missing values generated)
32 . bysort codigo: gen delta5_desv_pib = lag4_desv_pib - lag5_desv_pib
    (165 missing values generated)
33 . bysort codigo: gen delta6_desv_pib = lag5_desv_pib - lag6_desv_pib
    (198 missing values generated)
34 . *****
35 . *****
36 .
37 . *****
38 . *****
39 . *****ESTIMACI3N*****
40 . *****
41 . *****
42 .
43 . **Se realiza la estimaci3n siguiendo los pasos definidos en Bayaert (2003) de la
44 . **metodolog3a propuesta por Evans y Karras (1996)
45 . preserve
46 . local var " "
47 . local var_mod " "

```

48 . gln rezagos delta2_desv_pib delta3_desv_pib delta4_desv_pib delta5_desv_pib delta6_desv_pib

```

49 . foreach rezago of gln rezagos{
    2. local var `var+' `rezago'
    3. local var mod `var mod+' `rezago' mod
    4. reg delta_desv_pib l.desv_pib `var', cons
    5. predict resid_`rezago', resid
    6. bysort codigo: egen sigma `rezago' = sd(resid_`rezago') if resid_`rezago' != .
    7. gen delta_`rezago' = delta_desv_pib/sigma_`rezago'
    8. gen `rezago' mod = `rezago'/sigma_`rezago'
    9. reg delta_`rezago' l.desv_pib `var_mod', cons
    10. }

```

Source	SS	df	MS	Number of obs = 429		
Model	.000398112	2	.000199056	F(2, 426) =	0.04	
Residual	1.88552869	426	.004426124	Prob > F =	0.9560	
				R-squared =	0.0002	
				Adj R-squared =	-0.0045	
Total	1.8859268	428	.004406371	Root MSE =	.06653	

delta_desv_pib	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
desv_pib l1.	.000521	.006206	0.08	0.933	-.0116771	.0127191
delta2_desv_pib _cons	-.0135491 3.54e-08	.0459584 .0032121	-0.29 0.00	0.768 1.000	-.1038825 -.0063134	.0767844 .0063135

(66 missing values generated)
(66 missing values generated)
(66 missing values generated)
(66 missing values generated)

Source	SS	df	MS	Number of obs = 429		
Model	1.64323573	2	.821617866	F(2, 426) =	0.79	
Residual	445.128755	426	1.04490318	Prob > F =	0.4562	
				R-squared =	0.0037	
				Adj R-squared =	-0.0010	
Total	446.771991	428	1.04385979	Root MSE =	1.0222	

delta_delta2_desv~b	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
desv_pib l1.	.004632	.0952818	0.05	0.961	-.1826489	.1919129
delta2_desv_pib_mod _cons	.0588221 -.0304703	.047305 .0493649	1.24 -0.62	0.214 0.537	-.0341582 -.1274993	.1518024 .0665588

Source	SS	df	MS	Number of obs = 396		
Model	.005590461	3	.001863487	F(3, 392) =	0.44	
Residual	1.66212123	392	.004240105	Prob > F =	0.7249	
				R-squared =	0.0034	
				Adj R-squared =	-0.0043	
Total	1.66771169	395	.004222055	Root MSE =	.06512	

delta_desv_pib	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
desv_pib L1.	-.0004699	.0063717	-0.07	0.941	-.0129968	.012057
delta2_desv_pib	.0557674	.0491527	1.13	0.257	-.0408685	.1524033
delta3_desv_pib	-.0048376	.0461846	-0.10	0.917	-.0956381	.0859628
_cons	4.13e-08	.0032722	0.00	1.000	-.0064332	.0064333

(99 missing values generated)
(99 missing values generated)
(99 missing values generated)
(99 missing values generated)

Source	SS	df	MS	Number of obs = 396		
Model	2.68134704	3	.893782345	F(3, 392) =	0.86	
Residual	405.570391	392	1.03461834	Prob > F =	0.4599	
				R-squared =	0.0066	
				Adj R-squared =	-0.0010	
				Root MSE =	1.0172	
Total	408.251738	395	1.0335487			

delta_delta3_desv~b	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
desv_pib L1.	-.0206507	.0989882	-0.21	0.835	-.2152649	.1739635
delta2_desv_pib_mod	.0809434	.0503399	1.61	0.109	-.0180266	.1799134
delta3_desv_pib_mod	.0008397	.0484964	0.02	0.986	-.0945058	.0961852
_cons	-.0334269	.0512454	-0.65	0.515	-.1341772	.0673234

Source	SS	df	MS	Number of obs = 363		
Model	.092860968	4	.023215242	F(4, 358) =	6.17	
Residual	1.34594569	358	.003759625	Prob > F =	0.0001	
				R-squared =	0.0645	
				Adj R-squared =	0.0541	
				Root MSE =	.06132	
Total	1.43880666	362	.003974604			

delta_desv_pib	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
desv_pib L1.	-.0081601	.006341	-1.29	0.199	-.0206305	.0043102
delta2_desv_pib	.0527772	.0493782	1.07	0.286	-.0443305	.149885
delta3_desv_pib	.0364026	.0479014	0.76	0.448	-.0578009	.1306061
delta4_desv_pib	.2139759	.0441049	4.85	0.000	.1272386	.3007131
_cons	6.40e-08	.0032182	0.00	1.000	-.006329	.0063291

(132 missing values generated)
(132 missing values generated)
(132 missing values generated)
(132 missing values generated)

Source	SS	df	MS	Number of obs = 363		
Model	7.59023728	4	1.89755932	F(4, 358) =	1.94	
Residual	350.520673	358	.979108025	Prob > F =	0.1036	
				R-squared =	0.0212	
				Adj R-squared =	0.0103	
				Root MSE =	.9895	
Total	358.11091	362	.989256658			

delta_delta4_desv-b	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
desv_pib L1.	-.1027091	.1012658	-1.01	0.311	-.3018597	.0964416
delta2_desv_pib_mod	.0605526	.0509573	1.19	0.236	-.0396607	.1607658
delta3_desv_pib_mod	.0101498	.0509286	0.20	0.842	-.090007	.1103067
delta4_desv_pib_mod	.1154046	.0466454	2.47	0.014	.0236711	.207138
_cons	-.0238321	.0522941	-0.46	0.649	-.1266742	.07901

Source	SS	df	MS	Number of obs = 330		
Model	.102657268	5	.020531454	F(5, 324) =	5.63	
Residual	1.18192832	324	.003647927	Prob > F =	0.0001	
Total	1.28458559	329	.003904515	R-squared =	0.0799	
				Adj R-squared =	0.0657	
				Root MSE =	.0604	

delta_desv_pib	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
desv_pib L1.	-.0033591	.0065957	-0.51	0.611	-.0163349	.0096167
delta2_desv_pib	.1169489	.0548153	2.13	0.034	.0091101	.2247878
delta3_desv_pib	.0501002	.0504382	0.99	0.321	-.0491275	.1493279
delta4_desv_pib	.1752338	.0479109	3.66	0.000	.080978	.2694896
delta5_desv_pib	-.160954	.0484636	-3.32	0.001	-.2562971	-.065611
_cons	6.26e-08	.0033248	0.00	1.000	-.0065409	.006541

(165 missing values generated)
(165 missing values generated)
(165 missing values generated)
(165 missing values generated)

Source	SS	df	MS	Number of obs = 330		
Model	9.58088901	5	1.9161778	F(5, 324) =	1.98	
Residual	312.860946	324	.965620203	Prob > F =	0.0806	
Total	322.441835	329	.980066367	R-squared =	0.0297	
				Adj R-squared =	0.0147	
				Root MSE =	.98266	

delta_delta5_desv-b	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
desv_pib L1.	-.0554463	.1060762	-0.52	0.602	-.2641314	.1532388
delta2_desv_pib_mod	.0764595	.0548363	1.39	0.164	-.0314206	.1843396
delta3_desv_pib_mod	.0165236	.0530332	0.31	0.756	-.0878093	.1208565
delta4_desv_pib_mod	.1041885	.0503635	2.07	0.039	.0051077	.2032693
delta5_desv_pib_mod	-.1027643	.0493007	-2.08	0.038	-.1997542	-.0057744
_cons	-.0267704	.0547202	-0.49	0.625	-.1344222	.0808813

Source	SS	df	MS	Number of obs = 297		
Model	.082978618	6	.01382977	F(6, 290) =	3.68	
Residual	1.08932989	290	.00375631	Prob > F =	0.0015	
Total	1.17230851	296	.003960502	R-squared =	0.0708	
				Adj R-squared =	0.0516	
				Root MSE =	.06129	

Delta_deav_pib	Coeff.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
deav_pib ll.	-.0056118	.0070532	-0.80	0.427	-.0194937 .0082701
delta2_deav_pib	.1538526	.0592492	2.60	0.010	.0372397 .2704655
delta3_deav_pib	.0255794	.0588556	0.43	0.664	-.090259 .1414177
delta4_deav_pib	.156968	.0521984	3.01	0.003	.0542322 .2597037
delta5_deav_pib	-.1309281	.0545396	-2.40	0.017	-.2382718 -.0235844
delta6_deav_pib	.0776354	.0531702	1.46	0.145	-.027013 .1822838
_cons	8.86e-09	.0035563	0.00	1.000	-.0069995 .0069995

(198 missing values generated)
(198 missing values generated)
(198 missing values generated)
(198 missing values generated)

Source	SS	df	MS	Number of obs =	297
Model	9.42565424	6	1.57094237	F(6, 290) =	1.62
Residual	281.160111	290	.969517624	Prob > F =	0.1412
				R-squared =	0.0324
				Adj R-squared =	0.0124
				Root MSE =	.98464
Total	290.585765	296	.981708666		

Delta_delta6_deav-b	Coeff.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]
deav_pib ll.	-.0932343	.1117032	-0.83	0.405	-.3130862 .1266175
delta2_deav_pib_mod	.0780784	.0585941	1.33	0.184	-.0372453 .193402
delta3_deav_pib_mod	-.0114864	.0579938	-0.20	0.843	-.1256088 .102636
delta4_deav_pib_mod	.1101851	.0532513	2.07	0.039	.0053771 .2149931
delta5_deav_pib_mod	-.0869536	.0542791	-1.60	0.110	-.1937846 .0198773
delta6_deav_pib_mod	.0621694	.0508603	1.22	0.223	-.0379326 .1622715
_cons	-.0183523	.0590541	-0.32	0.752	-.1326131 .0959084

```

50 .
51 . **Se realiza el proceso de Bootstrapping para estimar la distribucion del t-ratio
52 . **para poder realizar la prueba de hipotesis de lsb0_n = 0
53 . local var_mod " "
54 . g1o resago delta_deav_pib delta3_deav_pib delta4_deav_pib delta5_deav_pib delta6_deav_pib
55 . foreach resago of g1o resagoes{
56 .   local var_mod `var_mod'+ `resago' mod
57 .   reg delta `resago' `var_mod', cons
58 .   bootstrap, reps(1000): reg delta `resago' `var_mod', cons
59 .   predict resid `resago' bootstrap, resid
60 .   bysort codigo: egen sigma_`resago'_bootstrap = sd(resid_`resago'_bootstrap) if resid_`resago'_bootst
61 . }

```

Source	SS	df	MS	Number of obs =	429
Model	1.6407663	1	1.6407663	F(1, 417) =	1.57
Residual	445.131225	427	1.04246188	Prob > F =	0.2103
				R-squared =	0.0037
				Adj R-squared =	0.0013
				Root MSE =	1.021
Total	446.771991	428	1.04385979		

Delta_delta2_deav/b	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
Delta2_deav_pib_mod	.0590315	.0470534	1.25	0.210	-.0334535	.1515166
_cons	-.0304654	.0493071	-0.62	0.537	-.1273802	.0664494

(running regress on estimation sample)

Bootstrap replications (1000)

	1	2	3	4	5
.....					50
.....					100
.....					150
.....					200
.....					250
.....					300
.....					350
.....					400
.....					450
.....					500
.....					550
.....					600
.....					650
.....					700
.....					750
.....					800
.....					850
.....					900
.....					950
.....					1000

Linear regression	Number of obs	=	429
	Replications	=	1000
	Wald chi2(1)	=	1.63
	Prob > chi2	=	0.2022
	R-squared	=	0.0037
	Adj R-squared	=	0.0013
	Root MSE	=	1.0210

Delta_delta2_deav/b	Observed Coef.	Bootstrap Std. Err.	t	P> t	Normal-based [95% Conf. Interval]	
Delta2_deav_pib_mod	.0590315	.04629	1.28	0.202	-.0316951	.1497582
_cons	-.0304654	.0484845	-0.63	0.530	-.1254932	.0645625

(66 missing values generated)

(66 missing values generated)

Source	SS	df	MS	Number of obs =	396
Model	2.63631913	2	1.31815956	F(2, 393) =	1.28
Residual	405.615419	393	1.0321803	Prob > F =	0.2800
				R-squared =	0.0065
				Adj R-squared =	0.0014
				Root MSE =	1.0159
Total	408.251738	395	1.0335487		

Delta_delta3_deav/b	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
Delta2_deav_pib_mod	.0797512	.0499536	1.60	0.111	-.0184585	.1779608
Delta3_deav_pib_mod	-.0002002	.0481807	-0.00	0.997	-.0949244	.0945241
_cons	-.0335419	.0511801	-0.66	0.513	-.1341629	.0670791

(running regress on estimation sample)

Bootstrap replications (1000)

```

+-----+-----+-----+-----+-----+
| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |
+-----+-----+-----+-----+-----+
..... 50
..... 100
..... 150
..... 200
..... 250
..... 300
..... 350
..... 400
..... 450
..... 500
..... 550
..... 600
..... 650
..... 700
..... 750
..... 800
..... 850
..... 900
..... 950
..... 1000
  
```

Linear regression

```

Number of obs   =      396
Replications    =     1000
Wald chi2( 2)   =      2.83
Prob > chi2     =     0.2430
R-squared       =     0.0065
Adj R-squared   =     0.0014
Root MSE       =     1.0159
  
```

delta_delta3_desv~b	Observed Coef.	Bootstrap Std. Err.	z	P> z	Normal-based [95% Conf. Interval]	
delta2 desv pib mod	.0797512	.0475226	1.68	0.093	-.0133914	.1728938
delta3 desv pib mod	-.0002002	.0444696	-0.00	0.996	-.087359	.0869586
_cons	-.0335419	.0498133	-0.67	0.501	-.1311741	.0640903

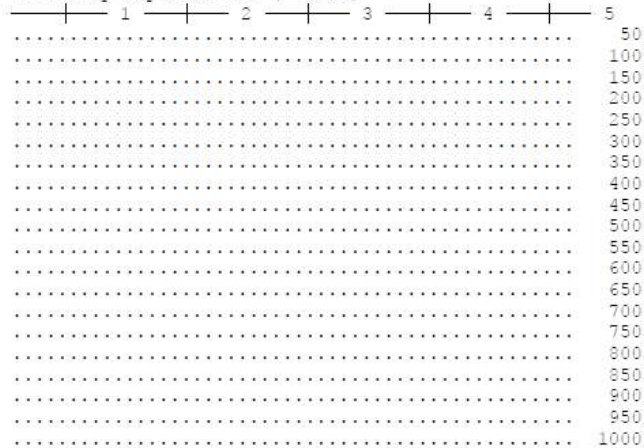
(99 missing values generated)
(99 missing values generated)

Source	SS	df	MS	Number of obs = 363		
Model	6.58302224	3	2.19434075	F(3, 359) =	2.24	
Residual	351.527888	359	.979186317	Prob > F =	0.0832	
				R-squared =	0.0184	
				Adj R-squared =	0.0102	
				Root MSE =	.98954	
Total	358.11091	362	.989256658			

delta_delta4_desv~b	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
delta2 desv pib mod	.0551109	.0506761	1.09	0.278	-.0445484	.1547702
delta3 desv pib mod	.0031022	.0504544	0.06	0.951	-.0961211	.1023254
delta4 desv pib mod	.1093092	.0462585	2.36	0.019	.0183375	.200281
_cons	-.0251522	.0522799	-0.48	0.631	-.1279656	.0776612

(running regress on estimation sample)

Bootstrap replications (1000)



```

Linear regression             Number of obs   =           363
                             Replications     =           1000
                             Wald chi2(    3)   =             6.49
                             Prob > chi2      =           0.0901
                             R-squared        =           0.0184
                             Adj R-squared    =           0.0102
                             Root MSE     =           0.9895
    
```

	Observed Coef.	Bootstrap Std. Err.	z	P> z	Normal-based [95% Conf. Interval]	
delta2_delta4_desv~b						
delta2_desv_pib_mod	.0551109	.0472929	1.17	0.244	-.0375814	.1478032
delta3_desv_pib_mod	.0031022	.0475093	0.07	0.948	-.0900144	.0962188
delta4_desv_pib_mod	.1093092	.0476957	2.29	0.022	.0158274	.2027911
_cons	-.0251522	.0519433	-0.48	0.628	-.1269593	.0766548

(132 missing values generated)
(132 missing values generated)

Source	SS	df	MS	Number of obs = 330		
Model	9.31706444	4	2.32926611	F(4, 325) =	2.42	
Residual	313.12477	325	.963460832	Prob > F	=	0.0486
Total	322.441835	329	.980066367	R-squared	=	0.0289
				Adj R-squared	=	0.0169
				Root MSE	=	.98156

delta_delta5_desv~b	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[95% Conf. Interval]	
delta2_desv_pib_mod	.074626	.0546627	1.37	0.173	-.0329115	.1821635
delta3_desv_pib_mod	.0129876	.0525411	0.25	0.805	-.090376	.1163512
delta4_desv_pib_mod	.0996948	.0495688	2.01	0.045	.0021786	.197211
delta5_desv_pib_mod	-.10497	.0490648	-2.14	0.033	-.2014947	-.0084454
_cons	-.027781	.0546248	-0.51	0.611	-.135244	.0796819

(running regress on estimation sample)

Bootstrap replications (1000)

```

-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
      1       2       3       4       5
..... 50
..... 100
..... 150
..... 200
..... 250
..... 300
..... 350
..... 400
..... 450
..... 500
..... 550
..... 600
..... 650
..... 700
..... 750
..... 800
..... 850
..... 900
..... 950
..... 1000

```

```

Linear regression           Number of obs   =           297
                           Replications     =           1000
                           Wald chi2(      5) =           10.56
                           Prob > chi2      =           0.0608
                           R-squared        =           0.0301
                           Adj R-squared    =           0.0134
                           Root MSE     =           0.9841

```

	Observed Coef.	Bootstrap Std. Err.	z	P> z	Normal-based [95% Conf. Interval]	
delta2 desv pib mod	.074102	.0543465	1.36	0.173	-.0324151	.1806191
delta3 desv pib mod	-.0157442	.0521548	-0.30	0.763	-.1179658	.0864774
delta4 desv pib mod	.1029093	.0484204	2.13	0.034	.008007	.1978116
delta5 desv pib mod	-.0926163	.054099	-1.71	0.087	-.1986484	.0134158
delta6 desv pib mod	.0598211	.0498091	1.20	0.230	-.0378029	.1574451
_cons	-.0204413	.0610995	-0.33	0.738	-.1401942	.0993117

(198 missing values generated)
(198 missing values generated)

56 . restore

57 .

58 . **Se realiza la prueba de ra'z unitaria de Hadri como complemento a la prueba

59 . **de Evans y Karras (1996)

60 . xtunitroot hadri ln_pib_perc, trend robust

Hadri LM test for ln_pib_perc

```

Ho: All panels are stationary           Number of panels =           33
Ha: Some panels contain unit roots     Number of periods =           15

```

```

Time trend:      Included
Heteroskedasticity: Robust
LR variance:     (not used)
Asymptotics:    T, N -> Infinity
                 sequentially

```

	Statistic	p-value
τ	12.0606	0.0000

```

61 . xtunitroot hadri ln_pib_perc, robust

```

```

Hadri LM test for ln_pib_perc

```

H0: All panels are stationary Number of panels = 33
H1: Some panels contain unit roots Number of periods = 15

```

Time trend:      Not included
Heteroskedasticity: Robust
LR variance:     (not used)
Asymptotics:    T, N -> Infinity
                 sequentially

```

	Statistic	p-value
τ	38.6589	0.0000

```

62 . log close
     name: <unnamed>
     log:  /Users/JorgeQuintana/Dropbox/Tesis Panel/Resultados.smcl
     log type: smcl
     closed on: 3 May 2016, 19:33:59

```

REFERENCIAS

- Abramovitz, M. (1986). "Catching Up, Forging Ahead, and Falling Behind". *Journal of Economic History*, vol. 46 núm. 2, pp. 385-406.
- Acemoglu, D. (2002). *Labor and Capital Augmenting Technical Change*. Unpublished, MIT, November.
- Acevedo, S (2003). *Convergencia y crecimiento económico en Colombia 1980-2000*, *Ecos de Economía*No. 17, pp. 51-78.
- Aghion, P. Harris, P. Howitt, P. Vickers, J. (2001). *Competition, Imitation, and Growth with Step-by-Step Innovation*. *Review of Economic Studies*, vol 68, pp 467–492.
- Aghion, P. Howitt, P. (1992). *A Model of Growth Through Creative Destruction*. *Econometrica: Journal of econometric society*. vol 60, pp 323–351.
- Ardila, L. (2004). *Gasto Público y Convergencia Regional en Colombia*, *Ensayos Sobre política Económica*, vol. 45, pp. 222-268.
- Banerjee, A. Duflo, E. *Growth Theory through the Lens of Development Economics*.
- Barón, J. (2003). *¿Qué Sucedió con las Disparidades Económicas Regionales en Colombia entre 1980 y el 2000?*, *Documentos de Trabajo sobre Economía Regional*, No. 38, Banco de la República de Colombia.
- Barro, R. Sala-i-Martin, X (1991). *Convergence across States and Regions*. *Brooking papers on Economic Activity*. vol 1. Pp 107-182.
- Barro, R. Sala-i-Martin, X. (1996). *Regional Cohesión: Evidence and Theories od Regional Growth and Convergence*. *European Economic review*. Vol 40. Núm 6. Pp 1325-1352.
- Barro, R. Sala-i-Martin, X. (2004). *Economic Growth*. 2da Edición. Cambridge MIT press.
- Barro, R. y Sala-i-Martin, X (1990). *Economic Growth and Convergence across the United States*. NBER, Working Paper 3419
- Barro, R., Sala-i-Martin, X. (1992): *Regional growth and migration: A Japan-United States comparison*, *Journal of the Japanese y International Economies*, 6, 4, Amsterdam, Elsevier Science.
- Baumol, W. (1986). *Productivity Growth, Convergence, and Welfare: What the Long-Run Data Show*. *American Economic Review*, vol 76, pp 1072–1085.
- Benavides, D. Mendoza, M. Perrotini I. (2015). *Análisis No-Lineal De La Convergencia Regional En América Latina, 1950-2010: Un Modelo Panel TAR*. *Problemas del desarrollo*. *Revista latinoamericana de Economía*, vol. 46, núm. 182.
- Bernard, A. Durlauf, S. (1995). *Convergence in International Output*. *Journal of Applied Econometrics*, vol. 10, núm. 2, pp. 97-108.
- Beyaert A. & Camacho M. (2008). *TAR Panel Unit Root Tests And Real Convergence: an Application to the EU Enlargement Process*, *Review of Development Economics*, 12(3), 668-681. Cermeño, Rodolfo e Irving Llamosas (2007), "Convergencia del pibpor habitante de 6 países emergentes con Estados Unidos: un análisis de cointegración", en *EconoQuantum*, vol. 4, núm. 1, pp. 59-84.

- Birchenall, J. y Murcia, G. (1997). Convergencia regional: una revisión del caso colombiano, Archivos de Macroeconomía No. 069. Departamento Nacional de Planeación. Unidad de Análisis Macroeconómico, pp. 1-32
- Bonet, J. y Meisel, A. (1999). La convergencia regional en Colombia: Una visión de largo plazo, 1926-1995, Documentos de Trabajo sobre Economía Regional, No. 8, Centro de Investigaciones del Caribe Colombiano – Banco de la República.
- Caner, M. Hansen, B (2001), Threshold Autoregression with a Unit Root. *Econometrica: Journal of econometric society*. Vol 69, pp. 1555-1596.
- Cárdenas, M. et. al (1993). Convergencia y migraciones interdepartamentales en Colombia: 1959-1989, *Coyuntura Económica*, vol. 23, No. 1, pp. 111-137.
- Carreño, P. Portilla, M. (2011). Convergencia departamental, desarrollo humano e inclusión en Colombia. Ponencia para concursar en el XXVI Congreso Nacional de Estudiantes de Economía, Universidad Católica de Colombia
- Cass, D. (1965). Optimum growth in an aggregative model of capital accumulation. *Review of Economic Studies*. Vol 32, pp 233–240.
- Cermeño, R. Llamosas, I. (2007), Convergencia del PIB por habitante de seis países emergentes con Estados Unidos: Un análisis de cointegración. *EconoQuantum*, vol. 4, núm. 1, pp. 59-84.
- Chang, Y. 2004. Bootstrap Unit Root Tests in Panels with Cross-Sectional Dependency. *Journal of Econometrics* 120: 263–293.
- Cheung, Yin-Wong y Antonio García-Pascual (2004), “Testing for Output Convergence: a Re-examination”, en *Oxford Economic Papers*, vol. 56, núm. 1, pp. 45-63.
- De la Fuente, A. (1994). Crecimiento y convergencia: un panorama selectivo de la evidencia empírica. *Cuadernos Económicos*. Vol 58. Pp23-69.
- Domar, E. (1946). Rate of Growth, and Employment. *Econometrica: Journal of the econometric society*. Vol 14. Núm 2. Pp 137-147-
- Evans, P. Karras, G. (1996). Convergence revisited. *Journal of Monetary Economics*. Vol. núm 37. pp 249-65.
- Galvis, L. y Meisel, A (2000). El crecimiento Económico de las Ciudades Colombianas y sus determinantes, 1973-1998, Documentos de Trabajo sobre Economía Regional, No. 18, Centro de Investigaciones del Caribe Colombiano – Banco de la República de Colombia.
- Galvis, L. y Meisel, A (2010). Persistencia de las desigualdades regionales en Colombia: Un análisis espacial. Documentos de Trabajo sobre Economía Regional, No. 120, Centro de Investigaciones del Caribe Colombiano – Banco de la República de Colombia.
- Harrod, R. (1939). An Essay Theory. *The economic Journal*. Vol 49. Núm 193. Pp 14-33.
- Koopmans, T. (1965). On the concept of optimal economic growth. *Econometric Approach to Development Planning*, chap. 4, pp. 225–87. North-Holland Publishing Co., Amsterdam.
- León, G. (2013). Crecimiento y convergencia económica: una revisión para Colombia. *Revista Dimensión Empresarial*, vol. 11, Núm. 1, pp. 61-76.

- Lucas, R. (1988). On the Mechanics of Economic Development. *Journal of Monetary Economics*, 22, July, pp 3–42.
- Lucas, R. (1993). Making a miracle. *Revista econométrica*, vol 61. Núm 2. Pp 251-272
- Mankiw, G. (1995). The growth of nations. *Brooking papers on economic activity*. Vol 1. Pp 275-310.
- Mankiw, G. Romer, D. Weil, N. (1990). A Contribution to the Empirics of Economic Growth, Working Paper No. 3541, National Bureau of Economic Research.
- Quah, D. (1993) “Galton’s Fallacy and Tests of the Convergence Hypothesis”, W.P. Department of Economics L.S.E (1993); *Scandinavian Journal of Economics*, Diciembre 1993.
- Quah, D. (1996). Convergence Empirics across Economies with (some) Capital Mobility”, en *Journal of Economic Growth*, 1 (1), pp. 95-124.
- Ramsey, A. (1928). A mathematical theory of saving. *The economic journal*. Vol. 38, núm. 152. Pp 543-559.
- Rocha, R. y Vivas, A. (1998). “Crecimiento regional en Colombia: Persiste la desigualdad”. *Revista de economía del rosario*, 1, 67 – 108.
- Romer, P. 1986. Increasing returns and long-run growth. *Journal of Political Economy* 94, 500-521
- Sala-i-Martin. (1996). The Classical Approach to Convergence Analysis. *The Economic Journal*, vol, 106, No. 437. pp. 1019 -1036.
- Solow, R. (1956): A Contribution to the Theory of Economic Growth, *Quarterly Journal of Economics*, 70, n.1, págs. 65-94.
- Soto, J. A. (1998). “Crecimiento y convergencia departamental. Una aproximación de panel al caso colombiano 1960-1995”, Universidad de los Andes.