



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

**Estimación de las Tasas de retorno
esperadas para los Fondos de Pensiones
Obligatorias administrados por las AFP en
Colombia, según lo establecido en la Ley
1328 de 15 de julio de 2009**

Lina María Bedoya Mejía

Universidad Nacional de Colombia
Escuela de Economía
Bogotá, Colombia
2014

**Estimación de las Tasas de retorno
esperadas para los Fondos de Pensiones
Obligatorias administrados por las AFP en
Colombia, según lo establecido en la Ley
1328 de 15 de julio de 2009**

Lina María Bedoya Mejía

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Ciencias Económicas

Director:
Manuel Muñoz
Profesor Titular
Escuela de Economía

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias Económicas – Escuela de Economía
Bogotá, Colombia
2014

A Dios que colma de bendiciones mi existencia. Al motor de mi vida, saris. A mi mamá y mis hermanos con su apoyo incondicional. Al flaco mi compañero inseparable.

Agradecimientos

Mi más sentido agradecimiento a todas aquellas personas que directa o indirectamente hicieron posible este trabajo. Un agradecimiento especial para Augusto Gómez, Estadístico de modelos - Banco Colpatria quien dirigió la programación del modelo en R y a Oscar Rocha, Gerente de Inversión - Metlife quien guio la escogencia de los instrumentos de inversión y la definición de los límites de inversión.

Resumen

Con la implementación del sistema Multifondos en Colombia, los afiliados a los Fondos de Pensiones (AFP) en Colombia tienen la posibilidad de escoger el tipo de riesgo de inversión para sus aportes. El presente trabajo busca conocer la rentabilidad óptima que puede alcanzar una AFP en cada uno de sus Fondos siguiendo las restricciones impuestas por el Gobierno y hacer una comparación con la rentabilidad y el retorno que se obtiene cuando no existe ninguna clase de restricción.

Palabras clave: Multifondos, Optimización, Rentabilidad, Riesgo, Fondo Conservador, Fondo Moderado, Fondo Alto Riesgo y Fondo Especial de Retiro Programado.

Abstract

With the implementation of the Pillar pension system in Colombia, the Pension Funds (AFP) affiliates in Colombia have the possibility to choose the type of investment risk for their contributions. This article deals with the optimal performance that can reach an AFP in each of its Funds following the restrictions imposed by the government and, make a comparison with the profitability and the return they get when there is no class restriction.

Keywords: Pillar pension system, Optimization, Profitability, Risk, Conservative Pillar, Moderate Pillar, High Risk Pillar and Retreat Scheduled Pillar Special.

Tabla de contenido

LISTA DE FIGURAS.....	13
LISTA DE TABLAS.....	14
LISTA DE SÍMBOLOS Y ABREVIATURAS.....	15
INTRODUCCIÓN	17
1. ANTECEDENTES Y JUSTIFICACIÓN.....	20
1.1 EL RÉGIMEN DE AHORRO INDIVIDUAL.....	22
1.2 EL SISTEMA MULTIFONDOS.....	24
1.3 IMPLEMENTACIÓN DEL SISTEMA MULTIFONDOS EN OTROS PAÍSES.....	25
1.4 MULTIFONDOS EN COLOMBIA	26
2. PLANTEAMIENTO DEL PROBLEMA.....	28
3. OBJETIVOS	29
3.1 OBJETIVO GENERAL	29
3.2 OBJETIVOS ESPECÍFICOS.....	29
4. MARCO TEÓRICO	30
5. MARCO LEGAL.....	34
5.1 RÉGIMEN DE INVERSIÓN PARA LOS MULTIFONDOS EN COLOMBIA	34
5.2 RENTABILIDAD MÍNIMA PARA LOS FONDOS DE PENSIONES	36
6. METODOLOGÍA	38
6.1 ESCOGENCIA DE LAS SERIES QUE REPRESENTAN LOS ACTIVOS	38
6.2 OPTIMIZACIÓN DE MARKOWITZ	39
7. ESTADÍSTICAS DEL SISTEMA PENSIONAL COLOMBIANO.....	41
8. CONFORMACIÓN Y ANÁLISIS DE LOS ÍNDICES	45
8.1 TÍTULOS DE DEUDA PÚBLICA	45
8.2 TÍTULOS DE DEUDA PRIVADA.....	49
8.3 ACCIONES COLOMBIA	51
8.4 ACCIONES INTERNACIONALES.....	56
8.5 DEPÓSITOS A LA VISTA.....	61
9. OPTIMIZACIÓN DE LA CARTERA DE INVERSIÓN PARA LOS MULTIFONDOS.....	63
9.1 ANÁLISIS ESTADÍSTICO DE LA CARTERA	63
9.2 OPTIMIZACIÓN DE MÁXIMA RENTABILIDAD DE LA CARTERA	67
9.3 OPTIMIZACIÓN SIN RESTRICCIONES	69
9.2.1 Fondo Conservador y Fondo Especial de Retiro Programado	70
9.2.2 Fondo Moderado.....	71

9.2.3 Fondo de Mayor Riesgo.....	72
CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES.....	73
CONCLUSIONES.....	73
RECOMENDACIONES	74
A. ANEXO: DECRETO 857 DE 23 DE MARZO DE 2011	77
B. ANEXO: COMPOSICIÓN ACTUAL DE LOS PORTAFOLIOS	79
BIBLIOGRAFÍA	81

Lista de figuras

	PÁG.
Ilustración 1 Frontera eficiente de Markowitz para TES.....	47
Ilustración 2 Precios históricos TESOP	48
Ilustración 3 Retornos históricos TESOP.....	48
Ilustración 4 Precios históricos IDC	50
Ilustración 5 Retornos históricos IDC.....	50
Ilustración 6 Frontera eficiente para Acciones Colombia	53
Ilustración 7 Precios históricos COLCAPOP.....	54
Ilustración 8 Retornos históricos COLCAPOP.....	55
Ilustración 9 Frontera eficiente para Deuda Privada Extranjera	58
Ilustración 10 Precios históricos MSCIO P	59
Ilustración 11 Retornos históricos MSCIO P.....	60
Ilustración 12 Estadísticos básicos de los retornos del índice MSCIO P.....	60
Ilustración 13 Precio histórico IBR.....	61
Ilustración 14 Retornos históricos IBR.....	62
Ilustración 15 Series de precios de los índices que conforman la cartera de inversión. ..	63
Ilustración 16 Series de retornos de los índices que conforman la cartera de inversión. 64	
Ilustración 17 Diagrama de caja para los retornos de los índices que conforman la cartera de inversión.....	65
Ilustración 18 Dendograma para los retornos de los índices que conforman la cartera de inversión.....	66
Ilustración 19 Correlación para los retornos de los índices que conforman la cartera de inversión.....	67
Ilustración 20 Frontera eficiente para los índices que conforman la cartera de inversión.68	
Ilustración 21 Retorno según la combinación de pesos de los índices que conforman la cartera de inversión.....	69

Lista de tablas

	PÁG.
Tabla 1 Características de los Fondos ofrecidos en diferentes países	25
Tabla 2 Régimen de inversión para los Multifondos en Colombia	35
Tabla 3 Cálculo de la rentabilidad mínima según decreto 2949 de 2010.....	37
Tabla 4 Índices representativos para cada activo.....	39
Tabla 5 Número de afiliados por fondos.....	41
Tabla 6 Valor de los fondos de pensiones.....	41
Tabla 7 Rentabilidad acumulada fondo Moderado	42
Tabla 8 Rentabilidad acumulada Fondo Moderado desde inicio de los Multifondos	42
Tabla 9 Rentabilidad acumulada fondo Conservador	43
Tabla 10 Rentabilidad acumulada fondo Mayor Riesgo	43
Tabla 11 Rentabilidad acumulada fondo Retiro Programado	44
Tabla 12 TES que conforman el índice de Deuda Pública	46
Tabla 13 Pesos para la conformación de TESOP	47
Tabla 14 Estadísticos básicos de los retornos del índice TESOP	49
Tabla 15 Estadísticos básicos retornos del índice IDC.....	51
Tabla 16 Acciones que conforman el índice de Acciones Colombia.....	52
Tabla 17 Pesos para la conformación de COLCAPOP.....	53
Tabla 18 Estadísticos básicos de los retornos del índice COLCAPOP.....	55
Tabla 19 Acciones que conforman el índice de Acciones Internacionales.....	57
Tabla 20 Pesos para la conformación de MSCIOF	59
Tabla 21 Estadísticos básicos de los retornos del índice IBR.....	62
Tabla 22 Pesos para la conformación del portafolio sin restricción	70
Tabla 23 Estadísticos para la optimización del portafolio sin restricciones	70
Tabla 24 Pesos para la conformación del portafolio conservador	70
Tabla 25 Estadísticos para la optimización del portafolio conservador	70
Tabla 26 Pesos para la conformación del portafolio moderado	71
Tabla 27 Estadísticos para la optimización del portafolio moderado	71
Tabla 28 Pesos para la conformación del portafolio mayor riesgo.....	72
Tabla 29 Estadísticos para la optimización del portafolio mayor riesgo.....	72
Tabla 30 Límites de inversión por tipo de fondo.....	78
Tabla 31 Portafolio de inversión de los diferentes fondos a julio de 2013 en millones de pesos	79

Lista de Símbolos y abreviaturas

Símbolos

Símbolo	Término	Definición
R_p	Cartera o portafolio	Conjunto de activos
R_i	v.a rendimiento del activo i	
$E R_i$	Rendimiento o rentabilidad esperado del activo i	n
$E R_p$	Rendimiento o rentabilidad esperada del portafolio p	$x_i E(R_i)$ $i=1$
x_i	Proporción del presupuesto del inversionista, destinado al activo financiero i	
r_i^{prom}	Rentabilidad promedio ponderada obtenida durante el periodo de cálculo por el tipo de fondo i	N $w_{ij} r_{ij}$ $ij=1$
S	Razón de Sharpe	$\frac{r_p - r_f}{\sigma_p}$
$\sigma^2 R_p$	Varianza del rendimiento del portafolio	$n \quad n$ $x_i x_j \sigma_{ij}$ $i=1 \quad j=1$
σ_{ij}	Covarianza entre los rendimientos de los activos i y j	
σ_0^2	Varianza máxima admitida	
μ_0	Rendimiento mínimo requerido.	
VP	Precio de un bono	$\frac{VF}{(1+i)^t}$

Abreviaturas

Abreviatura	Término
--------------------	----------------

<i>RAI</i>	Régimen de Ahorro Individual
<i>AFP</i>	Administradora de Fondo de Pensiones
<i>SFC</i>	Superintendencia Financiera de Colombia
<i>EWMA</i>	Promedio móvil ponderado exponencial
v.a	Variable aleatoria
<i>MBL</i>	Modelo de Black-Litterman
<i>FIAP</i>	Federación Internacional de Administradoras de Fondos de Pensiones
<i>TES</i>	Títulos de Tesorería
<i>ISS</i>	Instituto de Seguros Sociales
<i>IVS</i>	Invalidez, Vejez, Supervivencia
<i>CA</i>	Cuenta de Ahorro Individual
<i>IDP</i>	Índice de Deuda Pública
<i>MSCI</i>	Morgan Stanley Capital International
<i>IBR</i>	Índice Bancario de Referencia
<i>TESOP</i>	Índice optimizado para títulos de deuda pública
<i>COLCAPOP</i>	índice optimizado para acciones Colombia
<i>MSCIOP</i>	índice optimizado para acciones internacionales

Introducción

La ley 1328 de 2009 en la cual se dictan normas en materia financiera de seguros, del mercado de valores y otras disposiciones, en el Título VI, artículo 47, introduce el sistema “Multifondos”, con el fin de que el afiliado¹ a una Administradora de Fondo de Pensiones (AFP), obtenga el mejor retorno posible al momento de recibir la prestación, cuando se encuentra en la modalidad de retiro programado². Es entonces, a partir del año 2010, que los afiliados a las AFP pueden escoger el fondo (conservador, moderado o alto riesgo) en el cual la administradora debe invertir su dinero.

El objetivo de la creación de los multifondos es permitir a los afiliados que, de acuerdo a sus condiciones particulares como edad, tiempo de permanencia en el fondo, educación financiera, aversión al riesgo³, entre otras, escoja el nivel de riesgo en el que desea mantener sus aportes mientras alcanza la edad de pensión. Las inversiones admisibles en cada uno de los multifondos están reguladas en el Decreto 857 de 23 de marzo de 2011 y son estrictamente supervisadas por la Superintendencia Financiera de Colombia (SFC). Adicionalmente las AFPs deben garantizar un rendimiento mínimo a los afiliados según lo establecido en el decreto 2949 de 2010, con el fin de velar por el ahorro de los afiliados.

Son cuatro las AFPs que ofrecen actualmente a los colombianos la posibilidad de pensionarse bajo el RAI y solo dos concentran el 84.9% de los afiliados, lo que hace que se presente una competencia oligopolística. Se encuentran entonces en un “dilema”, deben atraer a sus clientes de acuerdo a la rentabilidad obtenida aunque su ganancia es un porcentaje de administración sobre la cuenta, por lo que la entidad no gana si obtiene mayor rentabilidad. En este “dilema”, la decisión que toma la AFP es seguir el comportamiento del mercado, esto es invertir en instrumentos similares en porcentajes similares que las demás AFPs, intentando obtener el mejor rendimiento del mercado pero sin arriesgar tanto como para perder. Lo anterior lleva a que los rendimientos de las AFPs sean muy parecidos.

El objetivo del trabajo es, siguiendo la reglamentación actual, conformar los portafolios

¹ La definición de afiliado al sistema general de pensiones se encuentra en el artículo 15 de la ley 100 de 1993. Generalizando, se refiere a todas aquellas personas vinculadas mediante un contrato de trabajo.

² Una de las dos modalidades existentes de pensión en el Régimen de Ahorro Individual (RAI) en Colombia, su definición se encuentra en el artículo 81 de la ley 100 de 1993 y se refiere a la modalidad en la cual el afiliado o los beneficiarios obtienen su pensión con cargo a la cuenta de ahorro individual y al bono pensional, si hay lugar al mismo.

³ Preferencia de una persona a aceptar una oferta con cierto grado de riesgo antes que otra con algo más de riesgo aunque con mayor rentabilidad.

óptimos en los que deberían invertir las AFPs cada uno de los Multifondos, que generan el mejor retorno definiendo un determinado riesgo. Una vez se obtienen dichos portafolios, se simula el comportamiento de estas nuevas carteras, se comparan con un escenario sin restricciones y se diseñan políticas y recomendaciones que se deben seguir en el largo plazo al respecto de la conformación de los Multifondos y sus restricciones.

Para la realización del trabajo se tomó como base el decreto 857 de 23 de marzo de 2011, por el cual se modifican los regímenes de inversión de los fondos de pensiones obligatorias. En el decreto se definen los límites para cada clase de activo, para cada fondo. Una vez escogidos los índices financieros que representan los activos descritos en el decreto y se obtuvieron sus rentabilidades históricas, se evaluaron los activos que hacen parte de los índices y se encontraron los índices óptimos mediante la metodología de optimización de portafolios expuesta por Markowitz⁴. A estos nuevos índices y teniendo en cuenta los límites para cada activo, se les aplicó el método de optimización de portafolios de Markowitz con el fin de obtener el portafolio “óptimo”⁵ en términos de maximización de la rentabilidad.

Un segundo ejercicio fue la optimización sin tener en cuenta los límites dados por el decreto con el fin de hacer una comparación y obtener algunas recomendaciones en cuanto a los límites.

El trabajo se divide en 3 partes principalmente, en la primera parte se presenta una reseña histórica del régimen de pensiones en Colombia, haciendo énfasis en el Régimen de Ahorro Individual (RAI) y en su sistema “Multifondos”, tema principal de éste trabajo; se hace el planteamiento del problema; se presentan los objetivos; se expone el modelo de Markowitz que se utilizará en la optimización; se presentan las leyes en materia de Multifondos y se plantea el procedimiento que se utilizará para alcanzar el objetivo.

En la segunda parte se hace la escogencia de los índices e instrumentos que mejor representan los activos en los que se puede invertir según el decreto enfocándonos en la composición actual del benchmark⁶. Para esta parte se utilizan índices que existen actualmente en el mercado y que representan los activos en los que el decreto permite invertir en mayor proporción. Se hace un análisis estadístico de las series de los instrumentos que componen cada índice, en los casos en los que se encuentre la información necesaria, se calcula un índice óptimo para la clase de activo estudiado y es el que finalmente utilizaremos para la optimización de la cartera.

⁴ Teoría básica de selección de portafolios desarrollada inicialmente por el Premio Nobel Harry Markowitz a comienzos de los años 50.

⁵ El portafolio óptimo es aquel que maximiza su rentabilidad minimizando el riesgo.

⁶ Herramienta destinada a lograr comportamientos competitivos (eficientes) en la oferta de los mercados monopolísticos, consistente en la comparación del desempeño de las empresas, a través de la métrica por variables, indicadores y coeficientes.

En la tercera parte, se conforman los portafolios óptimos para cada uno de los multifondos, basados en los índices optimizados con y sin las restricciones que el gobierno impone en esta materia. La idea de aplicar o no las restricciones, es comparar el comportamiento del rendimiento y el riesgo en cada situación. Se presentan los resultados de la optimización siguiendo las restricciones propuestas por el gobierno y su comparación con la optimización sin restricciones.

Finalmente se exponen las conclusiones acerca de los retornos esperados para cada uno de los fondos y de las posibles desviaciones que se presentarán dependiendo del movimiento del mercado.

La importancia del presente trabajo radica en la necesidad que tienen tanto las AFP como sus afiliados de conocer cuál es el retorno que podría llegar a tener el portafolio en el cual tienen invertidos su dinero ya que este genera un impacto directo sobre el beneficio pensional a recibir.

La investigación presenta un ejercicio teórico práctico de la composición óptima de los portafolios a invertir en los diferentes Multifondos, para lo que la autora, según el estudio del mercado y la experiencia, escogió los índices o instrumentos que a su criterio, mejor representan los diferentes activos, según la teoría de portafolios. Por la cantidad de índices e instrumentos ofrecidos en el mercado, la escogencia pudo apuntar a otros papeles que representan los activos objeto de estudio, lo que podría generar diferente retorno. Esta situación nos presenta una de las limitaciones más grandes del trabajo.

A pesar de las limitaciones, la investigación hace un aporte al estudio de los Multifondos que puede ser usado tanto académicamente dado que existen pocos estudios del tema en Colombia, como por la población en general que tenga interés en conocer el funcionamiento del sistema.

1. Antecedentes y justificación

La aparición del sistema de Seguridad Social Pensional en Colombia, se remonta a la década de los 40 cuando se crearon la Caja Nacional de Previsión Social (CAJANAL) y el Instituto Colombiano de Seguros Sociales (ICSS). Simultáneamente surgieron las cajas de previsión departamentales y municipales en todo el país. Inicialmente eran 1040 tanto de índole nacional, como territorial y funcionaban con aportes del estado y trabajadores públicos y tenían a su cargo el pago de pensiones para los riesgos de vejez, invalidez y supervivencia (IVS), para una pequeña población de trabajadores públicos.

En 1967 el ICSS permitió a trabajadores del sector privado afiliarse para cubrirse contra los mismos riesgos (IVS). En 1977 la entidad se transforma en el Instituto de Seguros Sociales (ISS), entidad que a partir de 2011 fue reemplazada por Colpensiones.

El sistema general de pensiones ha tenido desde sus inicios por objeto garantizar a la población, el amparo contra las contingencias derivadas de la vejez, la invalidez y la muerte, así como propender por la ampliación progresiva de cobertura a los segmentos de población no cubiertos con un sistema de pensiones.

Los beneficios otorgados por los sistemas pensionales creados inicialmente, dependían de la edad de los afiliados, las semanas cotizadas y el régimen al cual pertenecía y eran en gran medida subsidiados por el Estado. Existían varios regímenes especiales que otorgaban diferentes beneficios pensionales.

El modelo adoptado fue el de beneficio definido y se denominó Régimen de Prima Media. Esquema mediante el cual las personas afiliadas, en edad de trabajar realizan aportes de manera recurrente a un fondo común, que es utilizado para pagar la mesada de las personas pensionadas. El esquema es considerado como no fondeado ya que el dinero pagado por los actuales afiliados se usa para cubrir la pensión de los beneficiarios y no la del aportante y es calificado como actuarialmente injusto, ya que la mesada de pensiones a ser recibida no corresponde de manera precisa a la cantidad aportada por cada individuo, lo que genera incentivos inadecuados para los aportantes. El diseño no funcionó de manera balanceada y sólo tres décadas después de su creación, las señales de insostenibilidad financiera eran evidentes. (SURA Asset Management, 2013)

Se hizo necesario entonces de llevar a cabo una reforma pensional. Fue así como la constitución de 1991 da luz verde a la reestructuración⁷ del sistema pensional, pero es la ley 100 de 1993 la que cumple con tal cometido.

⁷ Artículo 48. “...La Seguridad Social podrá ser prestada por entidades públicas o privadas, de conformidad con la Ley...”

Se crearon entonces dos regímenes solidarios excluyentes pero coexistentes que son:

- a) Régimen Solidario de Prima Media con Prestación Definida
- b) Régimen de Ahorro Individual con Solidaridad.

De acuerdo al Art 31 Ley 100: ***“El régimen de Prima Media con Prestación Definida es aquel mediante el cual los afiliados o sus beneficiarios obtienen una pensión de vejez, de invalidez o de sobrevivientes, o una indemnización, previamente definida de acuerdo con lo previsto en la ley.***

Serán aplicables a este régimen las disposiciones vigentes para los seguros de invalidez, vejez y muerte a cargo del ISS, con las adiciones, modificaciones y excepciones contenidas en esta ley”.

Las características principales de este régimen son (Art 32 Ley 100):

- a) Es un régimen solidario de prestación definida.
- b) Los aportes de los afiliados y sus rendimientos, constituyen un fondo común de naturaleza pública que garantiza el pago de las prestaciones de quienes tengan la calidad de pensionados en cada vigencia, los respectivos gastos de administración y la constitución de reservas de acuerdo con lo dispuesto en la ley.
- c) El Estado garantiza el pago de los beneficios a que se hacen acreedores los afiliados.

Según el Art 59 de la Ley 100 ***“El régimen de ahorro individual con solidaridad es el conjunto de entidades, normas y procedimientos, mediante los cuales se administran los recursos privados y públicos destinados a pagar las pensiones y prestaciones que deban reconocerse a sus afiliados, de acuerdo con lo previsto en este Título.***

Este régimen está basado en el ahorro proveniente de las cotizaciones y sus respectivos rendimientos financieros, la solidaridad a través de garantías de pensión mínima y aportes al fondo de solidaridad y propende por la competencia entre las diferentes entidades administradoras del sector privado, sector público y sector social solidario que libremente escojan los afiliados...”

Las principales características de este sistema son (Art 60 Ley 100):

- a) Los afiliados al régimen tendrán derecho al reconocimiento y pago de las pensiones de vejez, invalidez y de sobrevivientes, así como de las indemnizaciones, cuya cuantía dependerá de los aportes de los afiliados y empleadores, su rendimientos financieros y de los subsidios del Estado cuando a ellos hubiere lugar.

- b) Una parte de los aportes mencionados, se capitalizará en la cuenta individual de ahorro pensional de cada afiliado. Otra parte se destinará al pago de primas de seguros para atender las pensiones de invalidez y de sobrevivientes y la asesoría para la contratación de la renta vitalicia, financiar el Fondo de Solidaridad Pensional y cubrir el costo de administración del régimen. Las cuentas de ahorro pensional, serán administradas por las entidades que se autoricen para tal efecto, sujetas a la vigilancia y control del estado.
- c) Las entidades administradoras deberán garantizar una rentabilidad mínima del fondo de pensiones.

Según la legislación vigente, para cualquiera de los dos regímenes de pensiones, el afiliado debe cotizar el 16% de su Salario Base de Cotización (en adelante SBC) durante toda la vigencia de su vínculo laboral, o como empleado independiente hasta los 57 años si es mujer, ó 62 años si es hombre. El SBC es el salario mensual sobre el cual cotiza una persona, en ningún caso puede ser inferior al monto del salario mínimo legal mensual vigente, salvo lo dispuesto para los trabajadores del servicio doméstico. Cuando se devengue mensualmente más de 20 salarios mínimos legales vigentes, el SBC puede ser limitado a dicho monto.

En la presente investigación se estudiará la inversión que hacen los fondos que administran el régimen de Ahorro Individual con los aportes de sus afiliados, por lo que en adelante nos referimos únicamente a dicho régimen.

1.1 El régimen de Ahorro Individual

En el régimen de Ahorro individual, cada afiliado tiene una cuenta en donde se consigna un porcentaje de su aporte y el de su empleador. La cotización del 16% en esta modalidad se distribuirá de la siguiente manera:

- 11.5% directo a la Cuenta de Ahorro Individual (en adelante CAI) del afiliado.
- 3.0% para el pago de la prima de invalidez y sobrevivencia⁸ y la comisión de la AFP.
- 1.5% destinado a los fondos de garantía de pensión mínima y solidaridad pensional.

El 11.5% que va a la CAI, genera a lo largo del tiempo unos rendimientos. El dinero acumulado a la edad de pensión en la CAI mas sus rendimientos financiarán la pensión

⁸ La AFP contrata un seguro previsional con una aseguradora para cubrir los riesgos de invalidez y sobrevivencia de cada afiliado.

del afiliado, de aquí la importancia de una buena inversión por parte de los fondos y de una regulación del estado a dichas inversiones.

Inicialmente y hasta septiembre de 2010, todos los saldos de la CAI de todas las cuentas de cada fondo se invertían de la misma forma. Cada AFP, siguiendo las disposiciones de la Superintendencia Financiera de Colombia (ente regulador de las AFP), conformaba un portafolio óptimo, en donde invertía todos los saldos de la CAI, y repartía proporcionalmente los rendimientos que generaba el portafolio.

A partir de esta fecha, los afiliados a las AFPs pueden escoger en que portafolio quieren sean invertidos sus aportes, las opciones son Conservador, Moderado y Mayor riesgo, si el afiliado no escoge se quedará en el fondo moderado, a menos que le falten menos de 5 años para pensionarse, periodo en el cual sus aportes serán llevados gradualmente al fondo conservador, esto es lo que se denomina periodo de convergencia.

Aunque la legislación dice que los colombianos se deben pensionar, las mujeres a los 57 años y los hombres a los 62, en éste régimen los afiliados se pueden pensionar de manera anticipada siempre y cuando el valor de la mesada pensional sea mínimo el 110% de un salario mínimo legal vigente.

En el régimen Ahorro Individual, existen dos modalidades de pensión: renta vitalicia y retiro programado. Al momento de pensionarse, el afiliado debe decidir cuál de las dos modalidades escoger. En renta vitalicia, la AFP contrata una aseguradora para que pague la pensión del afiliado, es dicha entidad quien cubre el riesgo de longevidad⁹. El dinero ahorrado en la CAI es trasladado a la aseguradora. En esta modalidad la mesada pensional es más baja ya que la aseguradora cobra el riesgo que está tomando. En retiro programado, es el pensionado quien corre con el riesgo de longevidad, la AFP es la encargada de hacer los cálculos actuariales¹⁰ del valor de la mesada y de administrar la cuenta durante la desacumulación¹¹. En adelante nos referiremos únicamente a los pensionados que se encuentran bajo esta modalidad, dado que es el dinero que permanecerá en la AFP.

En Colombia las AFPs son las entidades encargadas de ofrecer la modalidad RAI. Las que ofrecen el producto actualmente en el mercado son Colfondos, Porvenir, Protección, Horizonte y Skandia. A 31 de julio de 2013 tenían 11.351.467 afiliados a los fondos Conservador, Moderado y Mayor Riesgo; 25.621 pensionados bajo la modalidad de Retiro Programado y administraban recursos por \$126.87 billones¹². Para efectos de análisis en este documento, los pensionados que se encuentran en el Fondo especial de retiro programado se denominarán también afiliados.

⁹ Es el riesgo de que un afiliado viva más que lo que se pronostica de acuerdo a la tabla de mortalidad

¹⁰ Cálculo que mediante métodos matemáticos y estadísticos, evalúa el riesgo

¹¹ Periodo en el que se disminuye el capital dado que se pagan las mesadas

¹² Información obtenida en <http://www.superfinanciera.gov.co/>

Las Administradoras de Fondos de Pensiones y de Cesantías están sometidas a un esquema que las obliga a invertir los recursos de los afiliados generando una rentabilidad mínima, la cual se determina al comparar las rentabilidades obtenidas por las demás AFP y el rendimiento promedio de algunos de los instrumentos financieros en los que invierten. La metodología para el cálculo de la rentabilidad mínima es presentada en el decreto 2949 de 2010. De incumplir con esa rentabilidad mínima, las AFP están obligadas a responder con su propio patrimonio por las rentabilidades dejadas de percibir. (Asociación Colombiana de Administradores de Fondos de Pensiones y Cesantías, 2014)

1.2 El Sistema Multifondos

La ley 100 de 1993 contempla la creación de un fondo de pensiones obligatorias el cual es un patrimonio autónomo consolidado de las cuentas individuales de ahorro pensional de los afiliados. El Decreto 2373 de 2010 de Ministerio de Hacienda y Crédito Público determina que las AFPs deben ofrecer tres tipos de fondos de pensiones obligatorias y un fondo especial de retiro programado para afiliados pensionados y beneficiarios de pensiones de sobrevivencia. Es importante tener en cuenta que este nuevo esquema de pensiones no aplica para el ISS ni ningún otro fondo que tenga la modalidad de prima media, solo se aplica para los afiliados a los fondos de pensiones que funcionen bajo la modalidad de ahorro individual que son administrados por sociedades privadas de fondos de pensiones y cesantías

El Decreto 2949 del 2010 de la Superfinanciera de Colombia modificó el Decreto 2555 de 2010 y estableció la metodología para el cálculo de la rentabilidad mínima que deberán garantizar las Sociedades Administradoras de Fondos de Pensiones y de Cesantías a los afiliados a los distintos tipos de fondos de pensiones obligatorias del esquema de "multifondos" y los períodos aplicables para su cálculo y verificación.

Una definición general que hace la Superfinanciera del perfil de los afiliados en cada uno de los fondos es la siguiente.

Fondo Conservador: personas con baja tolerancia al riesgo o que están próximos a cumplir la edad para obtener su pensión, su prioridad es la preservación del capital acumulado. La administradora procura el mejor retorno con baja exposición al riesgo. La inversión de la renta variable será máximo el 20% del valor del fondo.

Fondo Moderado: personas con perfil de riesgo medio o que se encuentran en la parte intermedia de su vida laboral, están dispuestas a tolerar caídas discretas en el capital acumulado como consecuencia del riesgo asumido. La inversión de la renta variable será máximo el 35% del valor del fondo.

Fondo de Mayor Riesgo: para personas con perfil de riesgo alto o que se encuentran en el inicio de su vida laboral o lejos de la edad proyectada para pensionarse y están dispuestas a asumir una mayor volatilidad en los rendimientos que puede afectar de manera importante el capital acumulado como consecuencia del riesgo asumido. La inversión de la renta variable será máximo el 45% del valor del fondo.

En el caso de pensionados y beneficiarios de pensiones por sobrevivencia que se encuentren en la modalidad de retiro programado es el fondo especial de retiro programado que consiste en administrar todos los recursos que existan en la cuenta de ahorro individual del pensionado y a través del mismo se efectuarán los descuentos mensuales para el pago de la mesada pensional.

Según la (FIAP, 2007) los multifondos tienen otros efectos positivos sobre el sistema previsional y el mercado de capitales:

- Mayor información: los afiliados se interesan más en conocer la información relacionada con su inversión lo que hace a las AFP entregar una información mas clara y completa.
- Mayor participación: la posibilidad de elección de cartera hace que los afiliados participen mas activamente y se interesen en su futuro previsional.
- Mejor asignación de recursos: dado que los multifondos exigen una diversificación de las inversiones, se aumenta la eficiencia en la asignación de recursos en la economía.

1.3 Implementación del Sistema Multifondos en otros países

Diferentes países en el mundo como Hungría, Estonia, Eslovaquia, Suecia y Letonia que tiene sistemas de capitalización individual, ofrecen a sus afiliados la posibilidad de escoger entre distintos portafolios FIAP (2007). En América, el país que lleva la vanguardia en cuanto a la implementación de los multifondos es Chile, que ofrece el sistema desde el año 2000. En el año 2005 México y Perú introdujeron el sistema

En Chile se exige una rentabilidad mínima para cada tipo de fondo, en Perú existe un sistema basado en indicadores de referencia de rentabilidad o “benchmark” mientras en México no existen mecanismos de resguardo para la rentabilidad de los Fondos de Pensiones.

A continuación se presenta un resumen de los fondos ofrecidos en Chile, Perú y México, los principales aspectos de su inversión y las características del sistema.

Tabla 1 Características de los Fondos ofrecidos en diferentes países

País	Nombre del Fondo	Inversión	Características principales
Chile	A	Entre 40% - 80% de renta variable	Los afiliados pueden escoger entre los 5 fondos. Los mayores de 55 años no pueden elegir el fondo A. Si no hay elección se asignan los fondos según la edad: A: Hombres y mujeres hasta 35 años, B: Mujeres entre 36 y 50 - Hombres entre 36 y 55, C: Mujeres mayores de 50 - Hombres mayores de 55.
	B	Entre 25% - 60% de renta variable	
	C	Entre 15% - 40% de renta variable	
	D	Entre 5% - 20% de renta variable	
	E	0% de renta variable	
Perú	Preservación	Máximo 10% en renta variable y 10% en derivados	Los afiliados pueden escoger entre los 3 fondos. Los mayores de 60 años no pueden elegir Apreciación. Si no hay elección se asigna el fondo mixto.
	Mixto	Máximo 45% en renta variable y 10% en derivados	
	Apreciación	Máximo 80% en renta variable y 20% en derivados	
México	SIEFORE #1	Instrumentos de renta fija, nacionales y extranjeros, y en valores internacionales de deuda permitidos.	Los afiliados pueden escoger entre los SIEFORE#1 Y SIEFORE#2. Los mayores de 56 años no pueden elegir SIEFORE#2. Si no hay elección se asigna el fondo SIEFORE#2.
	SIEFORE #2	máximo 15% del total invertido en renta variable	
	SIEFORE #3	máximo 20% del total invertido en renta variable	La implementación de estos fondos es de carácter voluntario para las AFORES. Actualmente, este sistema tiende a ser como el Chileno.
	SIEFORE #4	máximo 25% del total invertido en renta variable	
	SIEFORE #5	máximo 30% del total invertido en renta variable	

Fuente: Adaptación de la autora con base en (FIAP, 2007)

1.4 Multifondos en Colombia

La Reforma Financiera de 2009 determinó la entrada en vigencia de un nuevo sistema de inversión para los fondos de pensiones en Colombia llamado Multifondos. Dicha ley permitió la creación de tres tipos de fondos mediante los cuales los colombianos podrán obtener distintas rentabilidades para sus aportes a pensión, y un fondo adicional para administrar los recursos de las personas que ya están recibiendo su mesada pensional.

El esquema, mediante el cual los afiliados a las administradoras de fondos de pensiones y cesantías (AFP) pueden elegir el fondo en el cual quiere invertir su dinero, empezó a operar el 22 marzo de 2011.

Los Multifondos definidos para el periodo de acumulación¹³ son: conservador para afiliados aversos al riesgo o que les falte poco¹⁴ tiempo para cumplir la edad reglamentaria de pensión; moderado para un nivel medio de tolerancia al riesgo o que le falte un tiempo medio para cumplir su edad de pensión y, alto riesgo para los afiliados amantes al riesgo o que se encuentren iniciando su etapa de acumulación. Para el periodo de desacumulación¹⁵ se creó el especial de retiro programado.

¹³ Etapa en la cual el afiliado realiza sus aportes y constituye un capital en su cuenta de ahorro individual

¹⁴ Aunque el concepto de poco o mucho tiempo para cumplir la edad de pensión es relativo, se considera que a una persona que le falten 5 años para reclamar su pensión debería escoger este fondo.

¹⁵ Etapa en la cual el afiliado pasa a ser pensionado y empieza a recibir sus mesadas, en este momento no hace mas aportes a la cuenta.

La AFP debe rentar por lo menos a la tasa estipulada por la Superfinanciera (rentabilidad mínima), de no ser así la empresa debe responder con su propio capital.

Desde el punto de vista de la empresa el problema de los Multifondos consiste en obtener, para cada uno de los cuatro fondos la máxima rentabilidad, garantizando la rentabilidad mínima, sujeta a los lineamientos de inversión que para cada fondo reglamentó la Superfinanciera, con el fin de, a la edad de pensión, devolverlo a sus afiliados.

La diversidad de perfiles de los afiliados a las AFP en aspectos como la edad, la densidad de cotización¹⁶, la aversión al riesgo, el tiempo faltante para capitalizar su ahorro de pensión, es la consecuencia principal de la implementación de los multifondos. El sistema ofrece a los afiliados, distintos tipos de fondos donde se pueden invertir sus aportes, con el fin de obtener el mayor retorno de acuerdo a sus necesidades.

El sistema fue diseñado con el fin de permitir que el riesgo de la cartera de activos financieros en la que se invierte, esté asociada al horizonte de inversión del afiliado, lo que le permite elevar el valor esperado de su pensión.

A pesar de que el Gobierno tiene reguladas las inversiones de cada uno de los portafolios, la población en general no conoce o no entiende como una AFP decide su portafolio de inversión.

El gobierno da unos límites de inversión e impone una rentabilidad mínima pero dado que las AFP no ganan una comisión por retorno sino por capital administrado, la Administradora no hace su mayor esfuerzo para conseguir un mayor retorno. Lo que hace la administradora es seguir el mercado y en consecuencia obtener una rentabilidad similar a las demás AFP que no es la rentabilidad óptima, cuidando siempre de no estar por debajo de la rentabilidad mínima.

La importancia del trabajo radica en entender el manejo que dan las AFP a sus inversiones, obtener las rentabilidades óptimas para cada uno de los fondos de acuerdo a sus restricciones y compararlo con un escenario óptimo sin restricciones. Con base en lo anterior, hacer unas recomendaciones o sugerir algunos lineamientos en cuanto a las inversiones y/o restricciones.

¹⁶ Medida utilizada para conocer la proporción de cotización de un afiliado con respecto al tiempo que ha debido cotizar, esto es el momento en que empezó su vida laboral.

2. Planteamiento del problema

En el RAIS el monto de la pensión que recibirá mensualmente un afiliado depende directamente del saldo de los aportes realizados durante su vida laboral y los rendimientos generados por el portafolio en el que se invierte. La aprobación del gobierno para implementar el modelo de Multifondos en las AFPs, permitiéndoles ofrecer a sus afiliados la posibilidad de diversificar la inversión de sus aportes entre los Fondos Conservador, Moderado y Mayor Riego, bajo ciertos límites y restricciones en cuanto a los tipos de inversión permitidos, porcentajes máximos de inversión y rentabilidad mínima exigida, crea la necesidad en las administradoras de diseñar un modelo de optimización de estos portafolios con el objetivo de obtener el mayor retorno posible de la inversión, asumiendo un nivel de riesgo en cumplimiento de los lineamientos establecidos por la ley.

Lo que se busca con el presente trabajo es conocer el rendimiento que puede alcanzar una AFPs en cada uno de sus portafolios, usando un análisis riguroso y completo de la reglamentación dada por el Gobierno y de los instrumentos ofrecidos en el mercado Colombiano, por medio del modelo de optimización de Markowitz altamente aceptado para este tipo de análisis.

3. Objetivos

3.1 Objetivo General

Modelar la rentabilidad esperada que se obtiene de una estimación de los portafolios óptimos restringidos por la legislación colombiana, para cada uno de los fondos del sistema Multifondos en Colombia

3.2 Objetivos Específicos

1. Definir los portafolios que teóricamente optimizan las rentabilidades esperadas y que siguen los lineamientos expuestos en el decreto 857 de 23 de marzo de 2011.
2. Modelar la rentabilidad esperada para el fondo de alto riesgo, fondo moderado, fondo conservador y retiro programado.
3. Realizar una comparación respecto a rentabilidad y riesgo del portafolio óptimo restringido con respecto a un portafolio óptimo sin restricciones.
4. De acuerdo con los resultados obtenidos hacer recomendaciones de política respecto a la legislación vigente sobre el tema.

4. Marco Teórico

La teoría básica de selección de portafolios desarrollada inicialmente por el Premio Nobel Harry Markowitz a comienzos de los años 50 centra su atención en la diversificación de carteras, demostrando como un inversor puede reducir el riesgo eligiendo acciones cuyas oscilaciones no sean las mismas y que la diversificación de un portafolio no consiste simplemente en el número de acciones que lo componen, sino también en la correlación de los retornos de las acciones que lo conforman. La teoría busca hallar la composición óptima de un portafolio de valores, maximizando la rentabilidad para un determinado nivel máximo de riesgo aceptable; o en forma alternativa, minimizar el riesgo para una rentabilidad mínima esperada (Markowitz, 1952).

En esta teoría, los inversionistas construyen portafolios basados exclusivamente en el riesgo y en el rendimiento esperado. El riesgo es entendido como la variabilidad del retorno de la inversión y, los inversionistas prefieren obtener rendimientos con la menor variabilidad posible, es decir, son aversos al riesgo. Las hipótesis del modelo son las siguientes:

- a. El rendimiento de cualquier portafolio es considerado una variable aleatoria (v.a), dado que el rendimiento futuro de los activos financieros es incierto. Por lo anterior, el inversionista estima una distribución de probabilidad para el periodo de estudio, el valor esperado de esta v.a es utilizado para cuantificar la rentabilidad de la inversión.
- b. La varianza o la desviación estándar son utilizadas para medir la dispersión como medida del riesgo de la v.a rentabilidad. Esta medición debe hacerse a cada activo y a todo el portafolio.
- c. El inversionista prefiere un portafolio que le represente mayor rentabilidad para determinado nivel de riesgo. El inversionista tiene un comportamiento racional.
- d. El modelo de Markowitz supone normalidad en los retornos.

Suponga que hay n activos. Una cartera o portafolio R_p se define como un conjunto de activos, donde cada activo tiene un peso x_i y la suma de cada uno de estos pesos es 1 (pueden existir pesos negativos, que corresponden a ventas en corto¹⁷). El modelo de Markowitz se puede formular de dos formas:

1. Determinar los pesos x_i que maximizan el rendimiento esperado del portafolio, sujeto a un riesgo máximo admitido. Matemáticamente:

¹⁷Venta de un activo que ha sido prestado de un tercero, con la intención de comprarlo en una fecha posterior para “cubrir” la venta.

Maximizar

$$E R_p = \sum_{i=1}^n x_i E(R_i) \quad (1)$$

Sujeto a

$$\sigma^2 R_p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \leq \sigma_0^2 \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (3)$$

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (4)$$

Donde:

R_i es la v.a rendimiento del activo i

$E R_i$ es el rendimiento o rentabilidad esperado del activo i

$E R_p$ es el rendimiento o rentabilidad esperada del portafolio p

x_i es la proporción del presupuesto del inversionista, destinado al activo financiero i

$\sigma^2 R_p$ la varianza del rendimiento del portafolio

σ_{ij} la covarianza¹⁸ entre los rendimientos de los activos i y j

σ_0^2 es la varianza máxima admitida

2. Determinar las ponderaciones que minimizan la varianza del portafolio, sujeto a un rendimiento mínimo requerido para el portafolio. Para encontrar la mínima varianza de un portafolio, fijamos el valor esperado $E R_p$, en un valor arbitrario y encontramos el portafolio factible de mínima varianza que tiene este valor medio.

Matemáticamente:

Minimizar

$$\sigma^2 R_p = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n x_i x_j \sigma_{ij} \quad (5)$$

Sujeto a

$$E R_p = \sum_{i=1}^n x_i E(R_i) \geq \mu_0 \quad (6)$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 1 \quad (7)$$

¹⁸Valor que indica el grado de variación conjunta de dos variables aleatorias.

$$x_i \geq 0 \quad i = 1, \dots, n \quad (8)$$

Donde

μ_0 es el rendimiento mínimo requerido.

Cuando se varía el parámetro $E R_p$, se obtiene el conjunto de proporciones x_i , que minimiza el riesgo del portafolio p .

Optimizando varianza o el valor esperado, se encuentran las ponderaciones de los activos, que optimizan el objetivo con las restricciones dadas, y se puede determinar un conjunto de portafolios eficientes, que proporciona el máximo rendimiento para cada nivel de riesgo.

El modelo expuesto lleva a un inversionista racional a escoger la composición de portafolio de forma que obtenga la máxima rentabilidad al controlar el riesgo; o minimice el riesgo controlando el rendimiento.

$E R_p, \sigma^2 R_p$ es la combinación rentabilidad – riesgo, de todas las carteras eficientes, es decir, “frontera eficiente”.

El problema de Markowitz se fundamenta en la teoría de inversiones para un periodo simple. El problema entre la tasa esperada de la cartera de retorno y la varianza de una tasa de retorno de un portafolio.

En la práctica, el modelo presenta dificultades ya que el uso de series de rentabilidades históricas, en la estimación de los parámetros esperados, supone que los instrumentos se comportarán como se han comportado en el pasado, lo que ha causado grandes críticas al modelo. En 1989 Michaud consideró que el uso de series de rentabilidades históricas, en la estimación de parámetros esperados, produce sesgos importantes, lo que genera portafolios altamente concentrados en unos pocos títulos (baja diversificación y alto riesgo).

En 1992 Fischer Black y Robert Litterman propusieron un modelo que reduce las dificultades encontradas en el modelo de Markowitz basado en métodos Bayesianos¹⁹. El modelo incluye elementos subjetivos e intuitivos, como las expectativas del inversionista del rendimiento esperado de un activo. El modelo de Black-Litterman (MBL) parte de una situación de equilibrio de mercado, esto es de una serie de rentabilidades que igualen la oferta y la demanda de activos financieros. El modelo obtiene la rentabilidad esperada por optimización inversa, es decir busca la rentabilidad esperada para la ponderación y seguidamente incorpora las expectativas que tiene el inversionista del mercado. (Franco Arbelaez, Avendaño Rua, & Barbutin Diaz, 2011)

¹⁹ Métodos que incorporan conocimiento extra- muestral “a priori” en la estimación.

El MBL es perfeccionado a través de la metodología de Idzorek (2004) que flexibiliza aún más la inclusión de expectativas en el modelo, utilizando un esquema de ponderación por capitalización de mercado para determinar cada uno de los elementos del portafolio, diferentes de cero. Fusai & Meucci (2003) plantean una forma de validar la consistencia de las expectativas, usando la distancias de Mahalanobis²⁰ para encontrar los retornos esperados posibles de MBL.

EL MBL arroja resultados sensibles a cambios en el mercado, se desarrolló entonces un Black –Litterman modificado que incluye los pesos modificados de acuerdo a las expectativas del mercado.

Para la optimización del retorno esperado de los portafolios de los fondos de pensiones, se usó el modelo de Markowitz básico que maximiza la rentabilidad, ya que los pesos de los activos están restringidos por la legislación y su comportamiento depende del benchmark, restricciones suficientes para usar conocimiento extra muestral como lo sugieren modificaciones del modelo.

²⁰ Medida que determina la similitud entre dos variables aleatorias multidimensionales.

5. Marco Legal

5.1 Régimen de Inversión para los Multifondos en Colombia

El decreto 857 de 23 de marzo de 2011 por el cual se modifican los regímenes de inversión de los recursos de los fondos de cesantías y fondos de pensiones obligatorias, presenta los lineamientos que deben seguir las AFP para invertir los recursos de cada uno de los fondos (conservador, moderado, alto riesgo y fondo especial de retiro programado). Este será el punto de inicio para la conformación de los portafolios que se tendrán en cuenta para evaluar la rentabilidad esperada.

En cuanto a optimización del retorno, el sistema presenta una deficiencia, la comisión que gana una AFP es sobre aportes recibidos, no sobre saldo administrado o rendimientos, por lo cual para la entidad es indiferente que se obtenga un excelente retorno que uno bueno, no hay un incentivo para la entidad si obtiene el mayor retorno. Esto lo que hace es que todas las AFP inviertan similarmente porque ninguna se quiere desviar del mercado, todas siguen el benchmark y éste sigue un portafolio conservador que no es el que genera el mayor rendimiento. En pocas palabras hay dos restricciones, una que hace el gobierno y otra que el mercado impone.

Tabla 2 Régimen de inversión para los Multifondos en Colombia

Numeral que da el decreto 857 al activo	Descripción del activo	Porcentaje máximo a invertir		
		Conservador	Moderado	Mayor riesgo
1	Títulos, valores o participaciones de emisores nacionales			
1.1	Títulos de deuda pública			
1.1.1	Títulos de deuda pública interna y externa, emitidos o garantizados por la Nación			
1.1.2	Otros títulos de deuda pública	20%	20%	20%
1.2	Títulos de deuda cuyo emisor, garante o aceptante es una entidad vigilada por la SFC	30%	30%	30%
1.3	Bonos y títulos hipotecarios	15%	15%	15%
1.4	Títulos de contenido crediticio derivados de procesos de titularización cuyos activos sean distintos a cartera hipotecaria	5%	10%	15%
1.5	Títulos del Banco de la República			
1.6	Títulos de deuda cuyo emisor o garante sea una entidad no vigilada por la SFC	60%	60%	60%
1.7	Participaciones en carteras colectivas abiertas sin pacto de permanencia y en fondos bursátiles con activos admisibles aquellos distintos a títulos y/o valores participativos. Se excluyen las carteras colectivas de margen y de especulación			
1.8	Participaciones en carteras colectivas abiertas con pacto de permanencia, cerradas o escalonadas, cuya política de inversión considere como activos admisibles aquellos distintos a títulos y/o valores participativos. Se excluyen las carteras colectivas de margen y de especulación	*		
1.9	Títulos y/o valores participativos	15%	35%	45%
1.9.1	Acciones de alta y media bursatilidad, certificados de depósitos negociables representativos de dichas acciones y acciones provenientes de procesos de privatización o con ocasión de la capitalización de entidades donde el Estado tenga participación			
1.9.2	Acciones de baja y mínima bursatilidad o certificados de depósito negociables representativos de dichas acciones (ADRs y GDRs)	*	5%	5%
1.9.3	Participaciones en carteras colectivas abiertas sin pacto de permanencia y en fondos bursátiles, cuya política de inversión considere como activo admisible los títulos y/o valores participativos. Se excluyen las carteras colectivas inmobiliarias, de margen y de especulación			
1.9.4	Participaciones en carteras colectivas abiertas con pacto de permanencia, cerradas o escalonadas, cuya política de inversión considere como activo admisible los títulos y/o valores participativos. Se excluyen las carteras colectivas inmobiliarias, de margen y de especulación	*		
1.9.5	Títulos participativos o mixtos derivados de procesos de titularización cuyos activos subyacentes sean distintos de cartera hipotecaria	5%	10%	15%
1.10.	Inversiones en fondos de capital privado que tengan por finalidad invertir en empresas o proyectos productivos, incluidos los fondos de fondos	*	5%	7%
2	Títulos, valores o participaciones de emisores del exterior	40%	60%	70%
2.1	Títulos de deuda emitidos o garantizados por gobiernos extranjeros o bancos centrales extranjeros			
2.2	Títulos de deuda cuyo emisor, garante, aceptante u originador de una titularización sean bancos del exterior, comerciales o de inversión			
2.3	Títulos de deuda cuyo emisor, garante u originador de una titularización sean entidades del exterior diferentes a bancos			
2.4	Títulos de deuda emitidos o garantizados por organismos multilaterales de crédito			
2.5	Participaciones en fondos representativos de índices de renta fija, incluidos los ETFs (por sus siglas en inglés Exchange Traded Funds) y participaciones en fondos mutuos o de inversión internacionales (mutual funds) que tengan por objetivo principal invertir en títulos de deuda			

Fuente: Adaptación de la autora con base en el decreto 857 de 2011

Continuación Tabla 2 Régimen de inversión para los Multifondos en Colombia

Numeral que da el decreto 857 al activo	Descripción del activo	Porcentaje máximo a invertir		
		Conservador	Moderado	Mayor riesgo
2,6	Títulos y/o valores participativos			
2.6.2	Acciones emitidas por entidades del exterior o certificados de depósitos negociables representativos de dichas acciones (ADRs y GDRs).			
2,7	Participación en fondos de capital privado constituidos en el exterior, incluidos los fondos que intervienen en fondos de capital privado	*	5%	7%
3	Otras inversiones y operaciones			
3,1	Depósitos a la vista en establecimientos de crédito nacionales, incluyendo las sucursales de establecimientos de crédito nacionales en el exterior			
3,2	Depósitos remunerados en el Banco de la República	10%	10%	10%
3,3	Depósitos a la vista en bancos del exterior	40%	60%	70%
3,4	Operaciones de reporto o repo activas y operaciones simultaneas activas			
3.4.1	Operaciones de reporto o repo activas y operaciones simultaneas activas	5%	5%	5%
3.4.2	Operaciones de reporto o repo activas y operaciones simultaneas activas celebradas a través de sistemas de negociación de valores de la Bolsa Mercantil de Colombia sobre certificados de depósito de mercancías	3%	3%	3%
3,5	Operaciones con instrumentos financieros derivados con fines de cobertura y con fines de inversión			
3.5.1	Instrumentos financieros derivados con fines de cobertura			
3.5.2	Instrumentos financieros derivados con fines de inversión	2%	2%	3%
3,6	Productos estructurados de capital protegido, es decir aquellos en los que se garantice el cien por ciento (100%) del capital invertido, de emisores nacionales o del exterior, en los cuales el emisor asuma la obligación de cumplir con las condiciones contractuales del producto, en la moneda en que éste se encuentre denominado y el pago del rendimiento acordado si a ello hubiere lugar	*	5%	5%
3,7	Operaciones de transferencia temporal de valores	10%	10%	10%

Fuente: decreto 857 de 23 de marzo de 2011

5.2 Rentabilidad Mínima para los Fondos de Pensiones

El decreto 2949 de 2010 establece la metodología para el cálculo de la rentabilidad mínima que deben garantizar las Sociedades Administradoras de Fondos de Pensiones: “...La rentabilidad mínima obligatoria de cada uno de los tipos de fondos de pensiones obligatorias será determinada con base en la suma de los siguientes factores ponderados:

1. *Componente de referencia. El cual podrá estar conformado por la rentabilidad de un portafolio de referencia, la suma ponderada de las rentabilidades calculadas con base en un conjunto de índices de mercado o por una combinación de ambos elementos*
2. *Promedio ponderado de las rentabilidades acumuladas efectivas anuales para cada tipo de fondo de pensiones obligatorias, atendiendo el periodo de cálculo correspondiente a cada uno de ellos, calculado para cada tipo de fondo i como:*

$$r_i^{prom} = \sum_{ij=1}^N w_{ij} r_{ij}$$

Donde:

$$0 \leq w_{ij} \leq (N - 1)^{-1}$$

r_i^{prom} : rentabilidad promedio ponderada obtenida durante el periodo de cálculo por el tipo de fondo i

i : tipo de fondo (conservador, moderado o de mayor riesgo)

i : tipo de fondo i administrado por la AFP

N : número de fondos de pensiones obligatorias que hacen parte del cálculo

r_{ij} : rentabilidad obtenida durante el periodo de cálculo por el tipo de fondo i administrado por la AFP j .

w_{ij} : ponderación asignada a r_{ij} en la rentabilidad promedio del fondo i ...

En adelante el decreto presenta los porcentajes de participación de los factores, la rentabilidad mínima y el periodo de cálculo para cada tipo de fondo de pensiones. A continuación se presenta una tabla resumen.

Tabla 3 Cálculo de la rentabilidad mínima según decreto 2949 de 2010

FONDO	PERIODO DE MEDICIÓN	CALCULO	RENTABILIDAD PONDERADA
Conservador	36 meses	Rentabilidad ponderada * 70%	30% * Componente de referencia + 70%
		Rentabilidad ponderada - 200pb	*Promedio ponderado rentabilidad de la industria
Moderado	48 meses	Rentabilidad ponderada * 65%	20% * Componente de referencia + 80%
		Rentabilidad ponderada - 300pb	*Promedio ponderado rentabilidad de la industria
Alto Riesgo	60 meses	Rentabilidad ponderada * 60%	10% * Componente de referencia + 90%
		Rentabilidad ponderada - 400pb	*Promedio ponderado rentabilidad de la industria

Fuente: Adaptación de la autora con base en el decreto 2949 de 2010

6. Metodología

En esta sección se presenta la metodología que se siguió para la consecución del objetivo principal de la presente investigación “Estimación de las tasas de retorno esperada para los multifondos”

6.1 Escogencia de las series que representan los activos

Como primera medida se hizo un análisis de los activos permitidos en el decreto 857 de 23 de marzo de 2011 y sus respectivos límites. Se estudiaron los activos que actualmente se encuentran a disposición en el mercado colombiano y que según el decreto pueden ser negociados por las AFPs en los diferentes portafolios. Se encontró que existen activos en los que definitivamente los fondos no invertirán así sea permitido, debido a su bajo retorno o a que el porcentaje en que se puede invertir es muy bajo y genera un desgaste administrativo para la compañía por la complejidad para conseguirlos.

Por lo anterior, para el ejercicio se escogieron aquellas clases de activos que tienen una representación alta en el portafolio y que son de fácil consecución. La selección de activos se efectuó teniendo en cuenta su representatividad en los diferentes tipos de economías y mercados, que pudieran ser catalogados como inversiones admisibles según la legislación actual. Se incluyen activos con riesgo de mercado, representativos de las diferentes regiones económicas (desarrolladas y emergentes), tipos de mercado (renta variable, renta fija y monedas), calidades crediticias (soberanos, agencias gubernamentales, corporativos grado de inversión) y plazos. Para hacer este análisis y siguiendo la metodología propuesta por (Castañeda & Rudolph, 2011) se utilizó la composición actual de los portafolios presentada en el Anexo B y se tomaron los activos en los que se invierte gran parte del portafolio de los diferentes Multifondos, conservador el 96.5%, moderado el 90.4%, mayor riesgo el 92.7% y retiro programado el 97.3%.

Teniendo en cuenta lo anterior, la clasificación de los activos que conforman en su mayoría los portafolios se puede representar en: títulos de deuda pública doméstica, títulos de deuda corporativa, acciones nacionales e internacionales y tasas de interés de referencia. Para representar los títulos de deuda corporativa, las acciones nacionales e internacionales y la tasa de interés de referencia, se escogieron índices disponibles en el mercado. Para los títulos de deuda pública doméstica se escogieron referencias a diferentes plazos y se optimizó la duración del portafolio de acuerdo al modelo de Markowitz. A continuación se presenta la clasificación del activo en el que se invierte, el porcentaje de inversión de ese activo en cada fondo y el índice con el que se medirá.

Tabla 4 Índices representativos para cada activo

Clasificación	Conservador	Moderado	Mayor Riesgo	Retiro Programado	Índice con el que se medirá
Deuda interna y externa, emitidos o garantizados por la Nación	50,60%	38,40%	26,30%	49,40%	Títulos de deuda pública doméstica TES
Títulos de deuda cuyo emisor, garante o aceptante sea una entidad vigilada por la Superintendencia Financiera de Colombia, incluidos FOGAFIN y FOGACOOOP	19,70%	5,90%	2,50%	19,20%	Índice de deuda corporativa Corficolombiana IDC
Títulos de deuda cuyo emisor o garante sea una entidad no vigilada por la Superintendencia Financiera de Colombia.	3,20%	2,10%	0,40%	5,80%	
Acciones de alta y media bursatilidad, certificados de depósitos negociables representativos de dichas acciones (ADRs y GDRs) y acciones provenientes de procesos de privatización o con ocasión de la capitalización de entidades donde el Estado tenga participación	9%	29%	34%	11%	Índice Accionario de Capitalización COLCAP
Participaciones en fondos representativos de índices de commodities, de acciones, incluidos los ETFs, participaciones en fondos representativos de precios de commodities y fondos mutuos o de inversión internacionales (mutual funds) o esquemas de inversión colectiva que tengan estándares de regulación y supervisión equivalentes a los de éstos, que tengan por objetivo principal invertir en acciones o sean balanceados, entendiéndose por estos últimos aquellos que no tengan como objetivo principal invertir en acciones o en títulos de deuda	7%	10%	22%	6%	Morgan Stanley Capital International MSCI World Index
Acciones emitidas por entidades del exterior o certificados de depósitos negociables representativos de dichas acciones (ADRs y GDRs).	0,90%	1,70%	3,30%	0,90%	
Depósitos a la vista	6,10%	3,00%	4,80%	4,80%	Índice Bancario de Referencia IBR
Total	96,50%	90,40%	92,70%	97,30%	

Fuente: Creación de la autora con base en la composición actual de los portafolios B

Una vez escogidos los índices que representan los activos que se incluirán en la optimización, se procedió a hacer un análisis de cada uno de ellos. Este análisis incluyó, cuando fue necesario, la optimización del índice mismo y en todos los casos un análisis estadístico del índice o de su optimización. Para este proceso se obtuvieron las series históricas de los índices y/o los instrumentos que los componen. Como resultado de este proceso se definieron los índices (bien sean los iniciales o los optimizados) que son los que finalmente se usaron en el modelo de optimización.

6.2 Optimización de Markowitz

Una vez escogidas las cinco series históricas que representan cada uno de los activos que se quieren medir, se realizó la optimización con el método expuesto por Markowitz, en función de maximizar el retorno. El método elegido es el que actualmente usan las AFPs y muchas otras compañías del sector financiero para decidir sus portafolios de inversión.

La programación del modelo de optimización se realizó en R, software de lenguaje de programación de comercialización libre, diseñado para hacer análisis estadísticos y gráficos (The R project for Statistical Computing, 2014). R contiene librerías que permiten realizar análisis específico, la librería que trae los comandos para hacer análisis de portafolio se llama *fPortfolio*. Para la programación, tanto del modelo de optimización como de los análisis estadísticos, se siguió el libro (Wartz, Chalabi, Chen, & Ellis, 2009).

En la programación del modelo de optimización se incluyeron las restricciones de porcentaje de inversión máximo dadas en el decreto para cada clase de activo para cada uno de los Multifondos. Es decir se realizaron tres modelos, uno para cada fondo, conservador, moderado y mayor riesgo, para el fondo retiro programado se utilizarán los mismos resultados que para el fondo conservador según lo sugiere el decreto. Como último ejercicio se presenta la optimización del portafolio en término de maximización de rentabilidad sin restricciones con el fin de comparar retorno y riesgo.

7. Estadísticas del sistema pensional Colombiano

Como se mencionó anteriormente, los afiliados a los fondos de pensiones a 31 de marzo de 2014, incluyendo pensionados bajo la modalidad de retiro programado eran 11,974,615. A continuación se presenta el número de afiliados a cada uno de los fondos, discriminado por las AFPs existentes en el mercado a la fecha.

Tabla 5 Número de afiliados por fondos

AFP	Conservador	Moderado	Mayor riesgo	Retiro programado	TOTAL	% Participación de la AFP en el mercado
PROTECCION	187.881	3.588.796	36.281	10.594	3.823.552	31,9%
PORVENIR	318.542	6.008.114	3.518	11.038	6.341.212	53,0%
SKANDIA	8.089	77.051	3.143	1.154	89.437	0,7%
COLFONDOS	103.178	1.610.119	768	6.349	1.720.414	14,4%
TOTAL	617.690	11.284.080	43.710	29.135	11.974.615	
% participación del fondo en el mercado	5,16%	94,23%	0,37%	0,24%		

Fuente: Adaptado por la autora con base en información de la Superfinanciera de Colombia. Información a marzo de 2014

Se observa que el 94.23% de los afiliados a los fondos de pensiones se encuentran en el fondo Moderado, mientras el fondo de Mayor Riesgo tiene la menor participación en el mercado (0.37%). Lo anterior obedece principalmente a dos factores, primero el sistema multifondos fue recientemente implementado, los afiliados pueden hacer su elección hace apenas tres años, segundo y tal vez el más importante, la educación financiera del común de la población Colombiana es muy baja y no tiene conocimiento en el tema, es mas la mayoría de los afiliados a los fondos no comprende el nuevo sistema por lo que prefieren que sea la misma AFP quien elija por ellos. El perfil de los afiliados también tiene que ver en la distribución, se espera que un porcentaje mayor permanezca en el fondo moderado dada su aversión al riesgo. La siguiente tabla muestra el valor de los fondos de pensiones en millones de pesos a marzo de 2014.

Tabla 6 Valor de los fondos de pensiones

AFP	Conservador	Moderado	Mayor riesgo	Retiro programado	TOTAL	% Participación de la AFP en el mercado
PORVENIR	4.390.328	53.531.010	154.741	3.036.490	61.112.569	44%
PROTECCION	3.028.520	42.820.127	992.462	3.879.761	50.720.871	37%
COLFONDOS	1.558.297	16.154.011	35.155	1.747.221	19.494.684	14%
SKANDIA	578.295	5.810.698	208.057	614.915	7.211.966	5%
TOTAL	9.555.440	118.315.846	1.390.416	9.278.388	138.540.089	
% participación del fondo en el mercado	6,90%	85,40%	1,00%	6,70%		

Datos en millones de pesos.

Fuente: Adaptado por la autora con base en información de la Superfinanciera de Colombia. Información a marzo de 2014

Se observa que la AFP que tiene mayor participación en el mercado es Porvenir con el 44% mientras la de menos participación es Skandia con un 5%. El valor del fondo moderado es \$118 billones, casi el 86% del mercado mientras el de mayor riesgo vale \$1.3 billones, menos del 1%.

Desde el inicio del RAI, los aportes de los afiliados han sido invertidos en lo que hoy se denomina el fondo Moderado, la tabla muestra la rentabilidad acumulada de cada periodo desde el inicio de operaciones del fondo - mayo 1994, hasta mayo de 2014, por AFP para el fondo mencionado.

Tabla 7 Rentabilidad acumulada fondo Moderado

AFP	MAY/94- SEP.30/13	MAY/94- OCT.31/13	MAY/94- NOV.30/13	MAY/94- DIC.31/13	MAY/94- ENE.31/14	MAY/94- FEB.28/14	MAY/94- MAR.31/14
PROTECCION	14,13%	14,15%	13,62%	13,47%	12,78%	13,00%	13,81%
PORVENIR	13,69%	13,71%	13,40%	13,31%	12,02%	12,24%	12,91%
SKANDIA (**)	13,24%	13,29%	12,92%	12,80%	12,30%	12,43%	12,92%
COLFONDOS	13,24%	13,30%	12,89%	12,83%	12,94%	13,06%	13,38%
PROMEDIO PONDERADO (*) (+)	13,61%	13,65%	13,25%	13,12%	12,50%	12,68%	13,31%
(*) Ponderado por el promedio del saldo diario de los fondos							
(**) Para el caso de Skandia, esta rentabilidad corresponde al periodo comprendido entre marzo/95, fecha en la cual inició operaciones el fondo.							
(+ Se modifica las rentabilidades de acuerdo a la Carta Circular 67 de 2013.							

Fuente Superintendencia Financiera de Colombia. Información a marzo de 2014

Se observa una disminución del promedio de la rentabilidad acumulada a lo largo del tiempo, lo anterior responde a la caída de las tasas de los TES, principal componente de este portafolio. (Para conocer la Composición actual de los portafolios de los diferentes multifondos véase Anexo B).

La información obtenida en la página de la Superfinanciera muestra la evolución del portafolio desde el inicio del régimen de ahorro individual, se buscó la información desde el momento en que se implementaron los Multifondos y se encontró para un solo mes.

Tabla 8 Rentabilidad acumulada Fondo Moderado desde inicio de los Multifondos

AFP	AGO.31/11- MAR.31/14
PROTECCION	6,72%
PORVENIR	6,63%
SKANDIA	7,49%
COLFONDOS	6,69%
PROMEDIO PONDERADO	6,88%
RENTABILIDAD MINIMA	3,77%

Fuente: (PORVENIR, 2014)

Existe una diferencia significativa entre la información de la Superfinanciera y la obtenida en la página de Porvenir, obedece principalmente a que la rentabilidad obtenida antes de

agosto de 2011 se calculaba con unos límites diferentes a los impuestos por el gobierno actualmente al fondo moderado.

Los fondos Conservador, Mayor Riesgo y Retiro Programado iniciaron operaciones en agosto de 2011. A continuación se muestran las rentabilidades acumuladas de cada periodo desde inicio de operaciones hasta 31 de marzo de 2014 para los fondos Conservador, Retiro Programado y Mayor Riesgo.

Tabla 9 Rentabilidad acumulada fondo Conservador

AFP	AGO.31/11- SEP.30/13	AGO.31/11- OCT.31/13	AGO.31/11- NOV.30/13	AGO.31/11- DIC.31/13	AGO.31/11- ENE.31/14	AGO.31/11- FEB.28/14	AGO.31/11- MAR.31/14
PROTECCION (+)	6,01%	6,59%	5,90%	5,94%	4,97%	5,47%	6,57%
PORVENIR	6,41%	7,01%	6,23%	6,23%	5,25%	5,70%	6,82%
SKANDIA	6,14%	6,77%	5,89%	5,89%	4,81%	5,31%	6,71%
COLFONDOS	6,51%	7,11%	6,43%	6,53%	5,49%	5,98%	7,08%
PROMEDIO PONDERADO (*) (+)	6,27%	6,87%	6,14%	6,17%	5,17%	5,65%	6,78%
RENTABILIDAD MÍNIMA	4,48%	4,94%	4,35%	4,38%	3,38%	3,84%	4,88%
(*) Ponderado por el promedio del saldo diario de los fondos							
(**) Para el caso de Skandia, esta rentabilidad corresponde al periodo comprendido entre marzo/95, fecha en la cual inició operaciones el fondo.							
(+) Se modifica las rentabilidades de acuerdo a la Carta Circular 67 de 2013.							

Fuente: Superintendencia Financiera de Colombia. Información a marzo de 2014

La rentabilidad acumulada del fondo conservador muestra una caída más drástica a lo largo del año 2013, obedeciendo a la mayor participación de los TES en el portafolio. La rentabilidad mínima se refiere al cálculo que hace el gobierno por medio de un portafolio de referencia, el decreto se expuso en 5.2.

Tabla 10 Rentabilidad acumulada fondo Mayor Riesgo

AFP	AGO.31/11- SEP.30/13	AGO.31/11- OCT.31/13	AGO.31/11- NOV.30/13	AGO.31/11- DIC.31/13	AGO.31/11- ENE.31/14	AGO.31/11- FEB.28/14	AGO.31/11- MAR.31/14
PROTECCION	8,88%	9,30%	7,79%	7,62%	5,48%	6,78%	8,46%
PORVENIR	7,68%	8,32%	6,66%	6,29%	4,58%	5,93%	7,96%
SKANDIA	7,45%	7,93%	6,46%	6,32%	3,89%	5,06%	7,36%
COLFONDOS	9,89%	10,38%	9,05%	8,70%	6,66%	8,23%	9,63%
PROMEDIO PONDERADO	8,66%	9,10%	7,58%	7,39%	5,19%	6,48%	8,27%
RENTABILIDAD MÍNIMA	3,50%	3,99%	2,54%	2,29%	-0,16%	1,14%	3,02%

Fuente: Superintendencia Financiera de Colombia. Información a marzo de 2014

El mercado accionario presentó una recuperación en el segundo semestre de 2013 que al parecer se está recuperando en el 2014. El fondo Mayor riesgo refleja el comportamiento de su principal componente, las acciones.

Tabla 11 Rentabilidad acumulada fondo Retiro Programado

AFP	AGO.31/11- SEP.30/13	AGO.31/11- OCT.31/13	AGO.31/11- NOV.30/13	AGO.31/11- DIC.31/13	AGO.31/11- ENE.31/14	AGO.31/11- FEB.28/14	AGO.31/11- MAR.31/14
PROTECCION (+)	6,07%	6,62%	5,98%	6,13%	5,11%	5,55%	6,68%
PORVENIR	6,03%	6,67%	5,91%	6,05%	5,16%	5,57%	6,72%
SKANDIA	6,13%	6,69%	5,95%	6,04%	5,04%	5,47%	6,78%
COLFONDOS	6,36%	6,89%	6,39%	6,57%	5,39%	5,80%	6,90%
PROMEDIO PONDERADO (*) (+)	6,16%	6,71%	6,09%	6,21%	5,17%	5,59%	6,74%
RENTABILIDAD MINIMA (+)	4,39%	4,85%	4,29%	4,39%	3,36%	3,77%	4,86%
(*) Ponderado por el promedio del saldo diario de los fondos							
(**) Para el caso de Skandia, esta rentabilidad corresponde al período comprendido entre marzo/95, fecha en la cual inició operaciones el fondo.							
(+ Se modifica las rentabilidades de acuerdo a la Carta Circular 67 de 2013.							

Fuente: Superintendencia Financiera de Colombia. Información a marzo de 2014

A pesar de que el gobierno define que la cartera para el fondo especial de retiro programado se debe conformar de la misma forma que el conservador, se observan pequeñas diferencias en las rentabilidades acumuladas.

8. Conformación y análisis de los índices

Un índice financiero se refiere a un número que representa el movimiento de un conjunto de varios activos financieros que lo componen (acciones, bonos, monedas, commodities, etc.) que se utilizan para medir el comportamiento global del mercado de valores. Para la representación de los activos en los cuales se puede invertir, se escogieron los índices mas representativos del mercado accionario colombiano, siguiendo la metodología utilizada en estudios anteriores como (García Mazo & Moreno Martinez, 2011).

8.1 Títulos de Deuda Pública

Los Títulos de Tesorería (TES) son títulos de deuda pública emitidos por la Tesorería General de la Nación con el fin de financiar sus actividades. Las emisiones son de renta fija y es la Nación quien se encarga del pago de los intereses. Estos títulos no generan un rendimiento tan alto como las acciones pero ofrecen seguridad de pago al ser respaldados por el gobierno, el plazo de vencimiento puede ser entre 1 y 15 años.

Se obtuvieron las series de las tasas de los TES con vencimientos a 1, 2, 3, 5, 7, 10, 13 y 15 años en el software financiero Bloomberg²¹. Se obtuvieron series históricas desde agosto de 2005 hasta abril de 2014. En un primer análisis se encontró que algunas de estas series no estaban completas, es decir que tenían espacios de tiempo para los que no se reportaba información. Estas series se excluyeron del estudio para evitar desviaciones. En la tabla 10 se presentan los TES escogidos para crear un índice que mida los Títulos de Deuda Pública, el nombre que se le dará en adelante al título (nemotécnico) y el nombre del tiquete en Bloomberg

Como el modelo de Markowitz lo que analiza son los retornos sobre los precios de las series y las series obtenidas para los TES se refieren a las tasas, se calcularon los precios para cada tasa usando la fórmula de valor presente de un bono cero cupón²².

$$P = \frac{VF}{(1+i)^t}$$

Dónde:

P = Precio

VF = Valor futuro

i = Tasa del bono

²¹ Software que ofrece datos y noticias del sector financiero a empresas y organizaciones de todo el mundo.

²² Título que no paga intereses durante su vida.

$t =$ Tiempo de vencimiento del bono

Una vez obtenidas las series de los precios, se corrió el modelo programado en R. En la tabla 10 también se presenta el retorno esperado continuo diario del título²³ y la volatilidad diaria²⁴ siguiendo las definiciones de (Medina, 2003).

Tabla 12 TES que conforman el índice de Deuda Pública

Título	Nemotecnico	Tiquete Bloomberg	Retorno esperado continuo diario (%)	Volatilidad (%)
TES Gobierno plazo 1 año	CO1Y	GTCOP1Y Govt	0,0011	0,08
TES Gobierno plazo 2 años	CO2Y	GTCOP2Y Govt	0,0018	0,14
TES Gobierno plazo 3 años	CO3Y	GTCOP3Y Govt	0,0027	0,21
TES Gobierno plazo 5 años	CO5Y	GTCOP5Y Govt	0,0053	0,56
TES Gobierno plazo 15 años	CO15Y	GTCOP15Y Govt	0,0174	1,40

Fuente: La composición de la canasta se obtuvo en (Bloomberg LP Limited Partnership, 2014), el retorno y la volatilidad es una salida de programación en R.

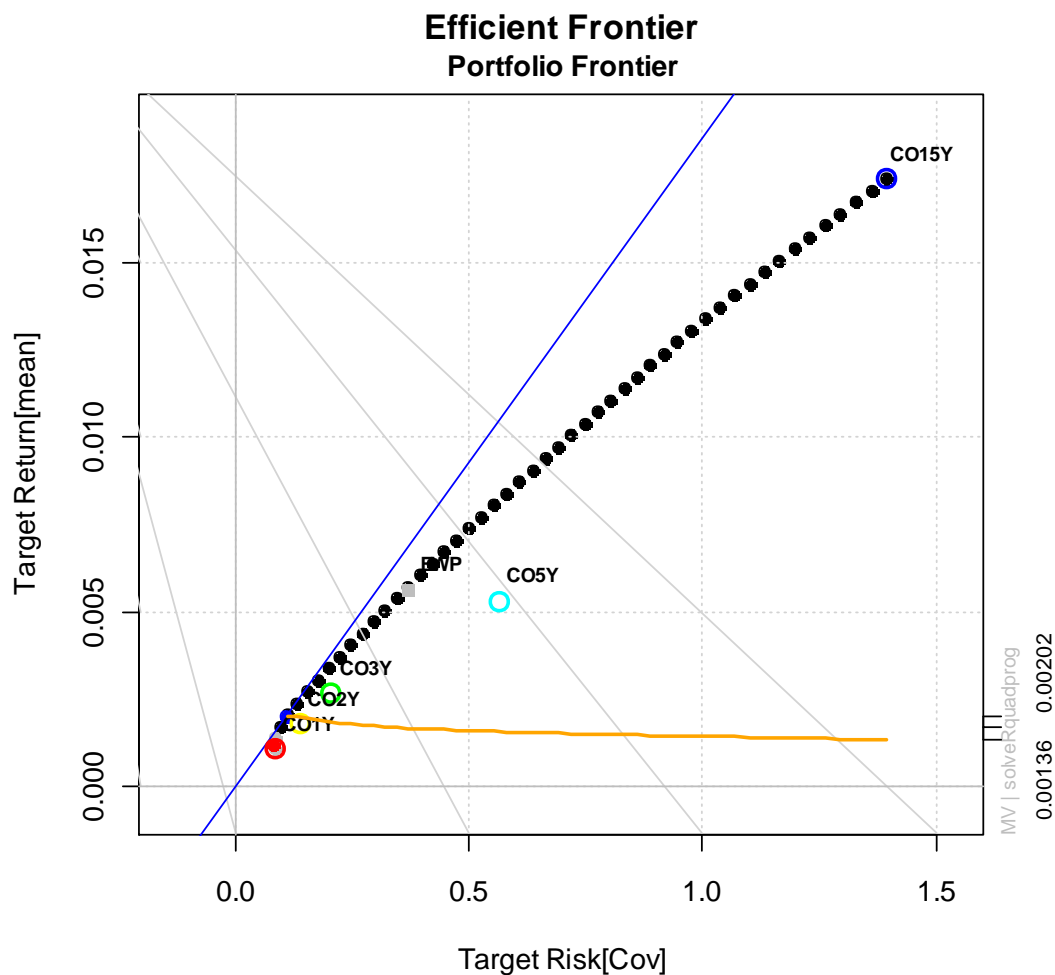
Se observa que cuando el plazo de vencimiento de los TES es mayor, el retorno esperado y su volatilidad son más altas. Una tasa de retorno esperado continuo diario de 0,0174 es una tasa efectiva anual de 6,55%.

Se realizó una optimización de máximo rendimiento de los TES, con el fin de calcular el índice óptimo para los títulos de deuda pública que llamaremos TESOP. La Ilustración muestra la frontera eficiente de Markowitz para los TES escogidos.

²³ Media de los retornos.

²⁴ Desviación de los retornos

Ilustración 1 Frontera eficiente de Markowitz para TES



Fuente: creación de la autora en el programa R

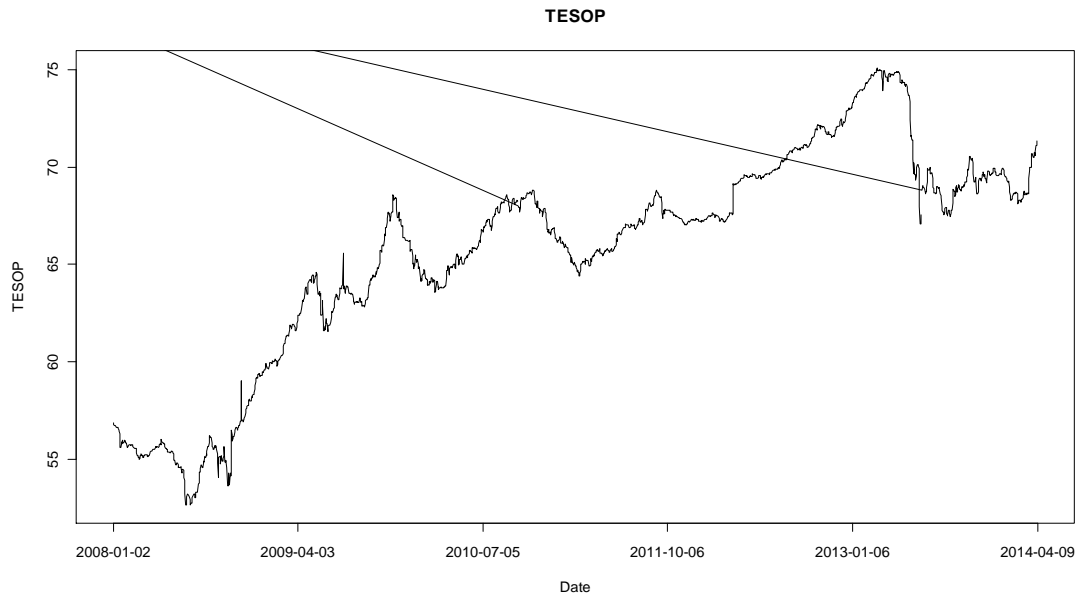
Con el fin de crear un índice con participación de todos los TES seleccionados (ya que una AFP no invierte en un único papel), para la optimización se agregó la restricción mínimo el 10% y máximo 30%. Los pesos obtenidos mediante la optimización para conformar el índice TESOP son los siguientes:

Tabla 13 Pesos para la conformación de TESOP

CO1Y	CO2Y	CO3Y	CO5Y	CO15Y
10,0%	10,0%	23,9%	26,3%	29,8%

Fuente: Salida de programación en R

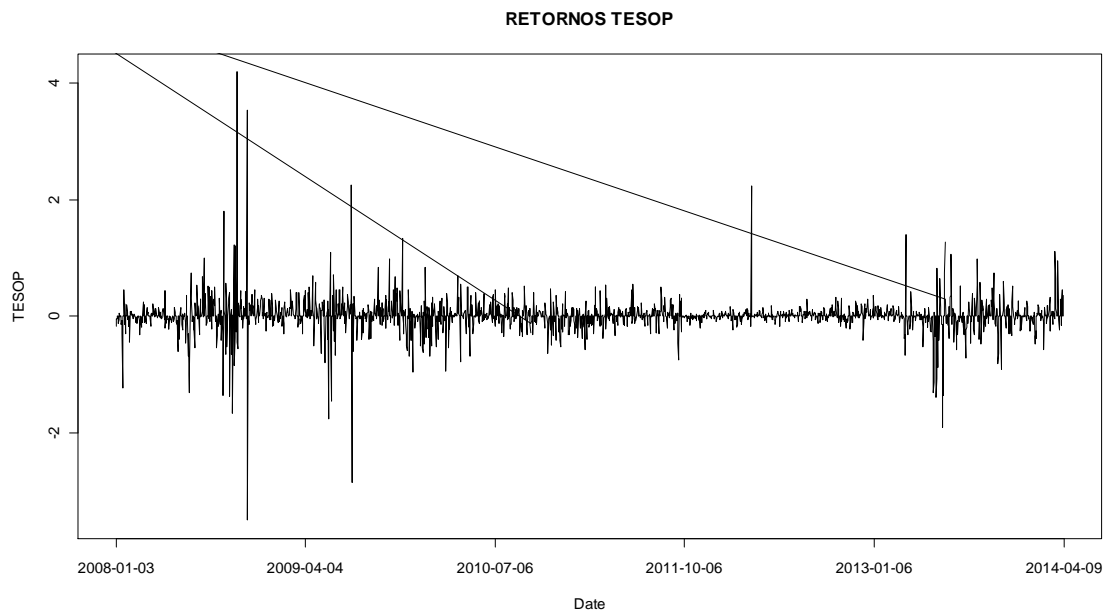
Ilustración 2 Precios históricos TESOP



Fuente: Gráfica en R de la serie de precios de TESOP obtenida mediante la optimización de la cartera de TES escogida.

Aunque se observa una tendencia creciente del índice a largo plazo, en el corto plazo hay gran variabilidad.

Ilustración 3 Retornos históricos TESOP



Fuente: Gráfica en R de retornos de la serie TESOP obtenida mediante la optimización de la cartera de TES escogida.

Para los últimos años, las variaciones en los retornos han sido menos bruscos que en los primeros años de la serie.

Tabla 14 Estadísticos básicos de los retornos del índice TESOP

Estadístico	Valor
Número de observaciones	2.289
Valor mínimo	-3,50
Valor máximo	4,19
Primer cuartil	-0,026668
Tercer cuartil	0,064237
Media	0,009897
Mediana	0
Varianza	0,08
Desviación estandar	0,28
Sesgo	0,958868
Curtosis	54,55

Fuente: Salida de programación en R

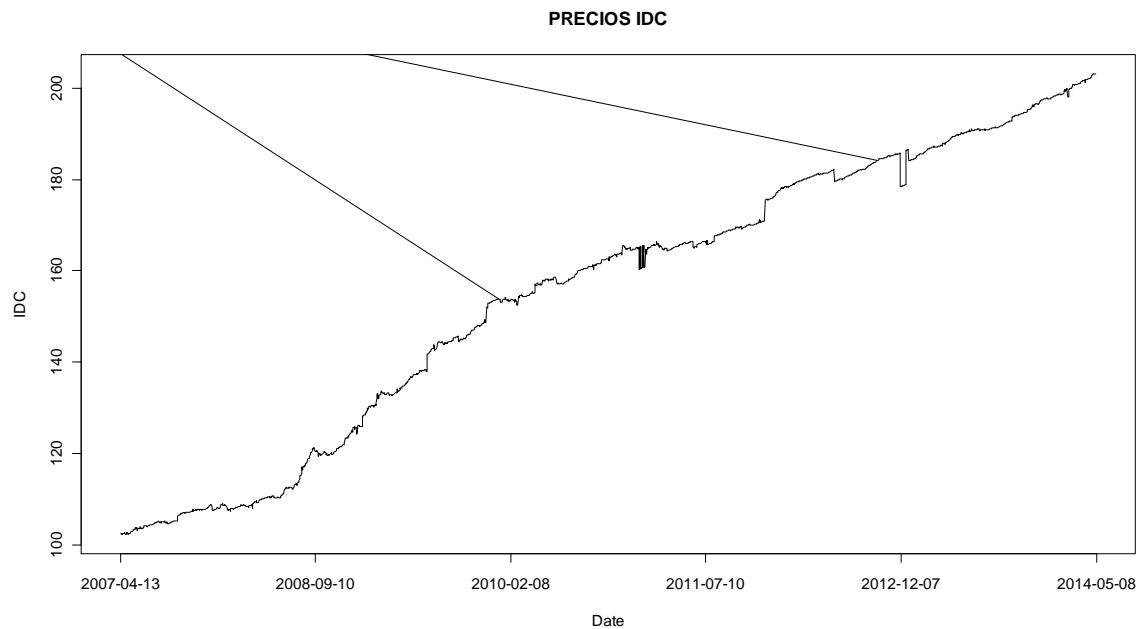
La serie tiene un retorno esperado continuo diario de 0,0098%, es decir un crecimiento efectivo anual de 3,678%. La volatilidad para el indicador es 0,28%.

8.2 Títulos de Deuda Privada

El Índice de Deuda Corporativa Corficolombiana muestra la evolución del valor de un portafolio típico de títulos de deuda privada. La evolución del índice se constituye en una referencia para los agentes participantes en el mercado de deuda privada y en un instrumento para evaluar la rentabilidad de los títulos corporativos como opción de inversión. (Corficolombiana, 2014)

Dado que a diciembre de 2013, este índice estaba conformado únicamente por tres títulos, se tomó la serie histórica como la serie optimizada. La información se utilizó desde abril de 2007 hasta abril de 2014. A continuación se presenta el análisis estadístico de la serie:

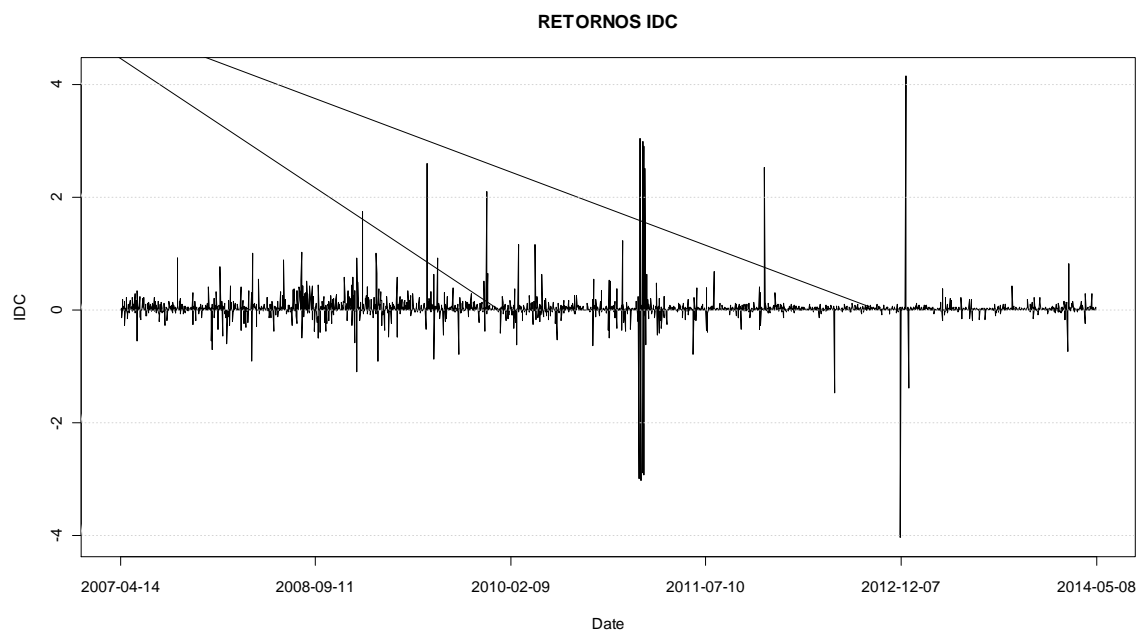
Ilustración 4 Precios históricos IDC



Fuente: Gráfica en R de la serie de precios de IDC obtenida en (Corficolombiana, 2014)

Se observa, salvo dos épocas: inicio de 2011 y final de 2012, un crecimiento constante en el precio del índice.

Ilustración 5 Retornos históricos IDC



Fuente: Gráfica en R de retornos de la serie IDC obtenida en (Corficolombiana, 2014)

Las variaciones en los retornos se presentan en las mismas fechas que los saltos en los precios.

Tabla 15 Estadísticos básicos retornos del índice IDC

Estadístico	Valor
Número de observaciones	2.582
Valor mínimo	-4,041
Valor máximo	4,150
Primer cuartil	0,045
Tercer cuartil	0,027
Media	0,027
Mediana	0
Varianza	0,067
Desviación estandar	0,260
Sesgo	0,801
Curtosis	107

Fuente: Salida de programación en R

La serie tiene un retorno esperado continuo diario de 0,027%, es decir un crecimiento efectivo anual de 10,48%. La volatilidad para el indicador es 0,26%.

8.3 Acciones Colombia

Índice bursátil de la Bolsa de Valores de Colombia que refleja la variación de los precios de las 20 acciones más líquidas de Colombia, el valor de capitalización bursátil ajustado de cada compañía determina su participación dentro del índice. El número de emisores que componen el índice será siempre 20 y la participación máxima que puede tener un emisor dentro de la canasta al momento del balanceo es 20% (Bolsa de Valores de Colombia, 2014)

Se analizaron las 20 series de acciones que componían la canasta a abril de 2014 pero únicamente 13 tenían información histórica completa desde noviembre de 2007 hasta abril de 2014. Con estas 13 acciones, mas el índice COLCAP se conformó el índice optimizado COLCAPOP²⁵. En la tabla se presentan las acciones escogidos para crear el índice que mida Acciones Colombia, el nombre que se le dará en adelante a la acción (nemotécnico), el nombre del tiquete en Bloomberg, el retorno esperado continuo diario de la acción y la volatilidad diaria.

²⁵ El índice COLCAP se incluyó dado que el inversor (AFP) también tiene la posibilidad de invertir en este o en una réplica.

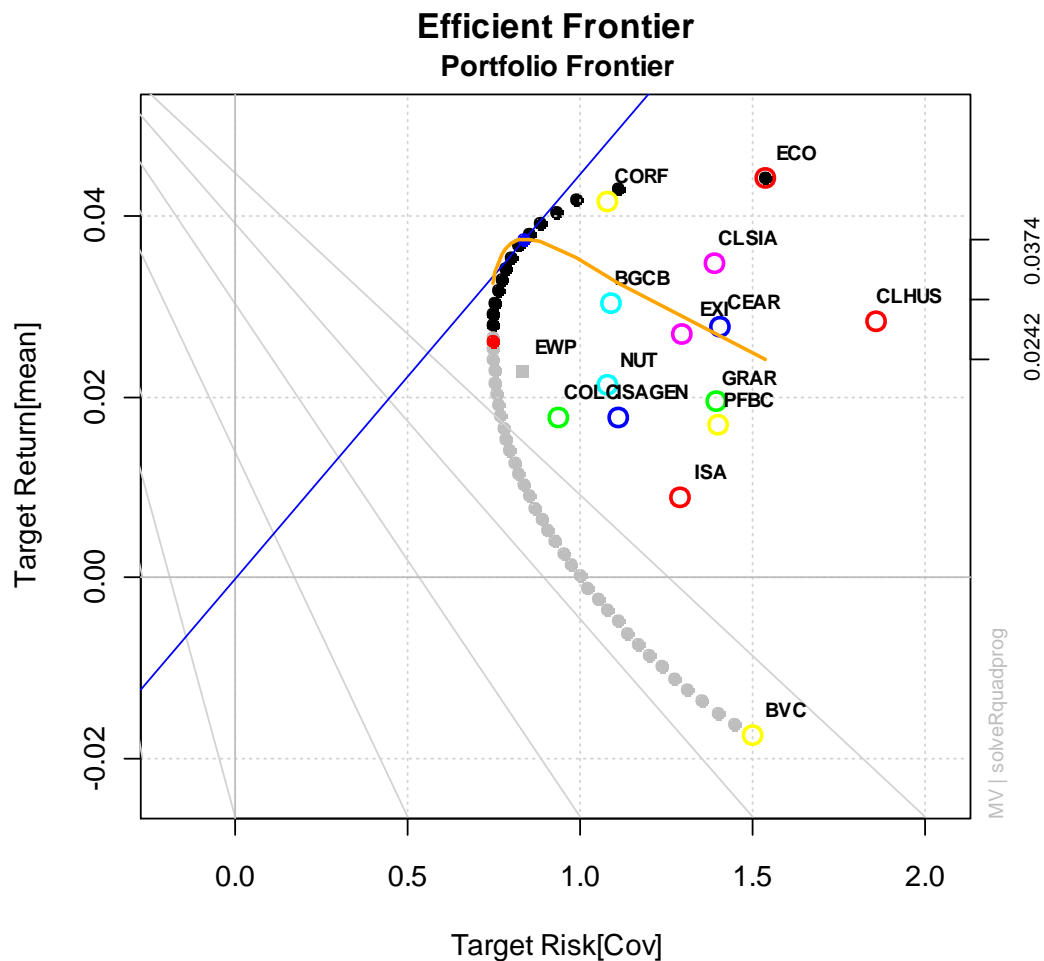
Tabla 16 Acciones que conforman el índice de Acciones Colombia

Acción	Nemotecnico	Tiquete Bloomberg	Retorno esperado continuo diario (%)	Volatilidad diaria (%)
ECOPETROL	ECO	ECOPETL CB Equity	0,0443	1,53360
BANCOLOMBIA PREFERENCIAL	PFBC	PFBCOLO CB Equity	0,0170	1,39697
GRUPO ARGOS	GRAR	GRUPOARG CB Equity	0,0194	1,39514
GRUPO NUTRESA	NUT	NUTRESA CB Equity	0,0213	1,07578
ÉXITO	EXI	EXITO CB Equity	0,0270	1,40631
CEMENTOS ARGOS	CEAR	CEMARGOS CB Equity	0,0277	1,29405
ISAGEN	ISA	ISA CB Equity	0,0089	1,28720
CORFICOLOMBIANA	CORF	CORFICOL CB Equity	0,0416	1,07778
BANCO DE BOGOTA SA	BGCB	BOGOTA CB Equity	0,0304	1,08662
INTERCONEXION ELECTRICA SA ESP	ISAGEN	ISAGEN CB Equity	0,0178	1,10997
CELSIA	CLSIA	CELSIA CB Equity	0,0348	1,38848
CEMEX LATAM HOLDING	CLHUS	CLH US Equity	0,0283	1,85715
BOLSA DE VALORES	BVC	BVC CB Equity	(0,0174)	1,49953
COLCAP	COLC	COLCAP Index	0,0177	0,93794

Fuente: La composición de la canasta se obtuvo en (Bolsa de Valores de Colombia, 2014), el retorno y la volatilidad es una salida de programación en R.

Se realizó una optimización de máximo rendimiento de las Acciones Colombia, con el fin de calcular el índice óptimo que llamaremos COLCAPOP. Para crear un índice con participación de todas las acciones seleccionadas (ya que una AFP no invierte en una única acción), a la optimización se agregó la restricción mínimo el 5% y máximo 20%, esta restricción coincide con la definición de COLCAP. La Ilustración muestra la frontera eficiente de Markowitz para las acciones escogidas.

Ilustración 6 Frontera eficiente para Acciones Colombia



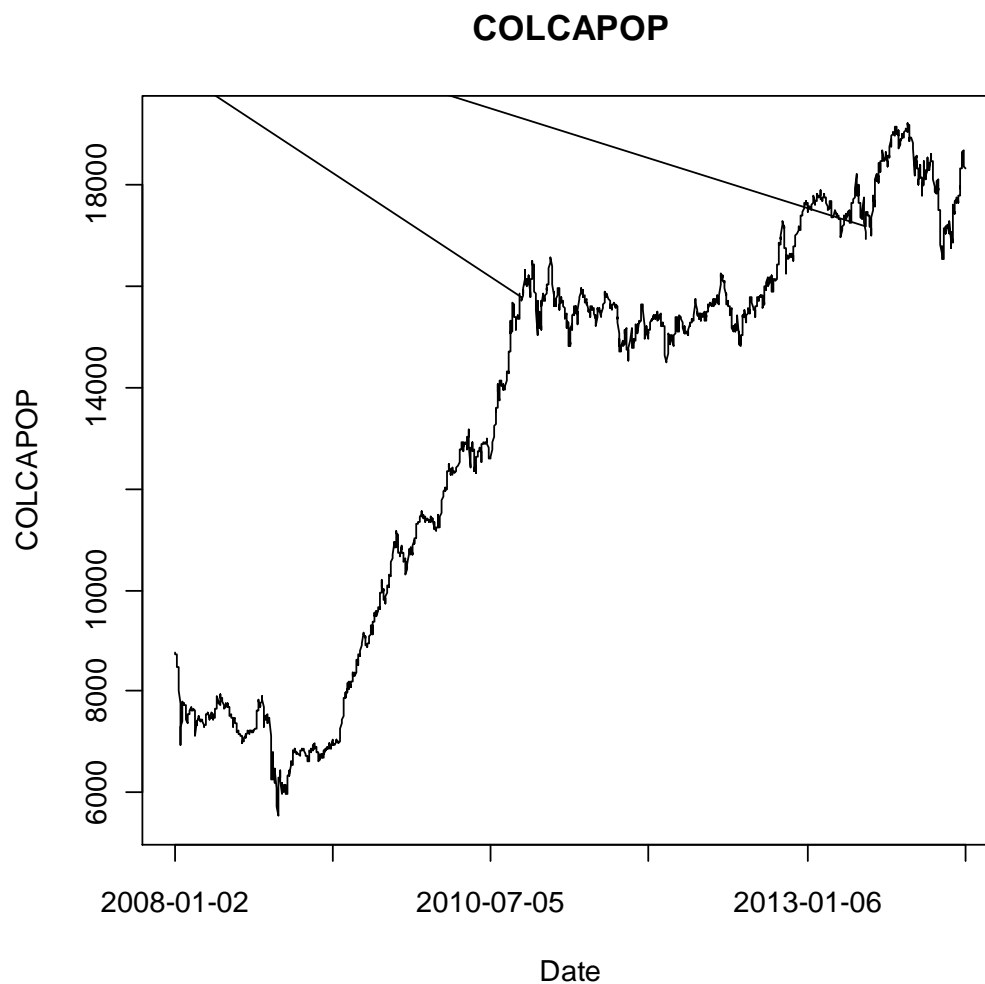
Fuente: creación de la autora en el programa R

Los pesos obtenidos mediante la optimización de máximo retorno para conformar el índice COLCAPOP son los siguientes:

Tabla 17 Pesos para la conformación de COLCAPOP

ECO	PFBC	GRAR	NUT	CEAR	EXI	ISA
19,9%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%
CORF	BGCB	ISAGEN	CLSIA	CLHUS	BVC	COLC
20,0%	5,1%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%	5,0%

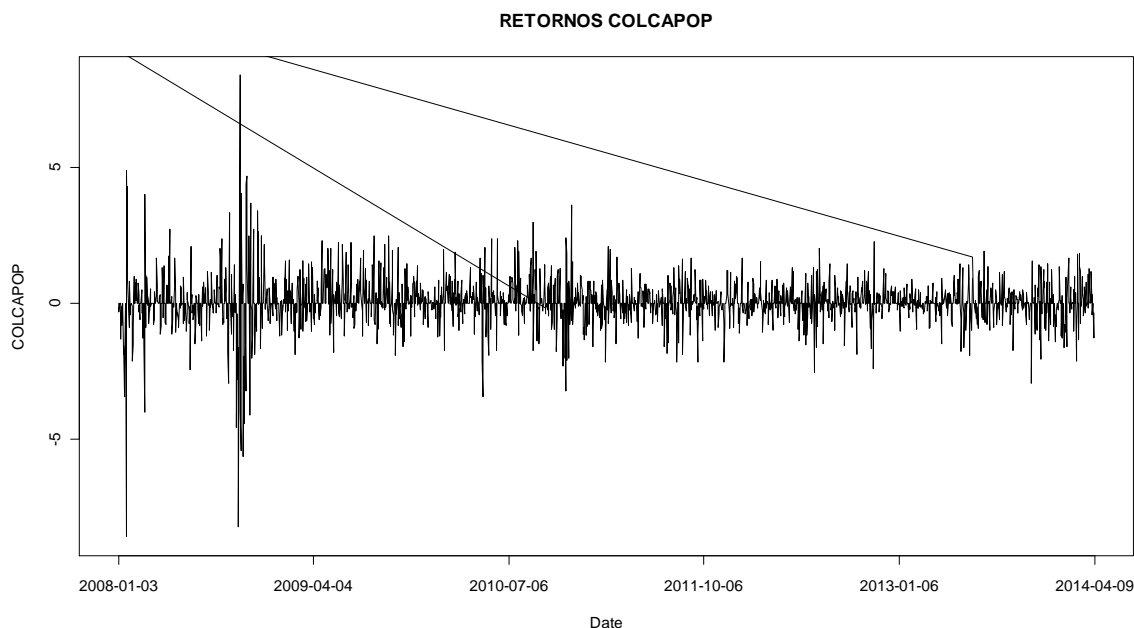
Fuente: Salida de programación en R

Ilustración 7 Precios históricos COLCAPOP

Fuente: Gráfica en R de la serie de precios de COLCAPOP obtenida mediante la optimización de la cartera de COLCAP escogida.

Aunque se observa una tendencia creciente del índice a largo plazo, en el corto plazo hay gran variabilidad.

Ilustración 8 Retornos históricos COLCAPOP



Fuente: Gráfica en R de retornos de la serie COLCAPOP obtenida mediante la optimización de la cartera de COLCAP escogida.

A partir del año 2009, se observan un comportamiento de los retornos constante.

Tabla 18 Estadísticos básicos de los retornos del índice COLCAPOP

Estadístico	Valor
Número de observaciones	2.289
Valor mínimo	(8,6003)
Valor máximo	8,3766
Primer cuartil	(0,1444)
Tercer cuartil	0,2577
Media	0,0321
Mediana	-
Varianza	0,7012
Desviación estandar	0,8374
Sesgo	(0,6197)
Curtosis	19,1106

Fuente: Salida de programación en R

La serie tiene un retorno esperado continuo diario de 0,0321 %, es decir un crecimiento efectivo anual de 12,428%. La volatilidad para el indicador es 0,8374%.

8.4 Acciones Internacionales

Morgan Stanley Capital International (MSCI) es un proveedor de índices sobre acciones, bonos y hedge funds. El índice MSCI es un índice de referencia (benchmark) que permite reflejar la evolución del valor de las compañías que cotizan en las bolsas de los diferentes países. (MSCI, 2014)

Se escogieron las 41 acciones con más peso en la canasta de este índice mundial y que se encontraban completas desde enero de 2004 hasta abril de 2014. Adicionalmente se incluyó el índice MSCI como tal dado que el inversor (AFP) también tiene la posibilidad de invertir en este o en una réplica. Para crear un índice con participación de todas las acciones seleccionadas (ya que una AFP no invierte en una única acción), a la optimización se agregó la restricción mínimo el 1% y máximo 10%. A continuación se presentan las acciones que conformaron el índice que medirá los títulos de Acciones Internacionales, el nombre que se le dará en adelante a la acción (nematécnico), el nombre del tiquete en Bloomberg, el retorno esperado continuo diario de la acción y la volatilidad diaria.

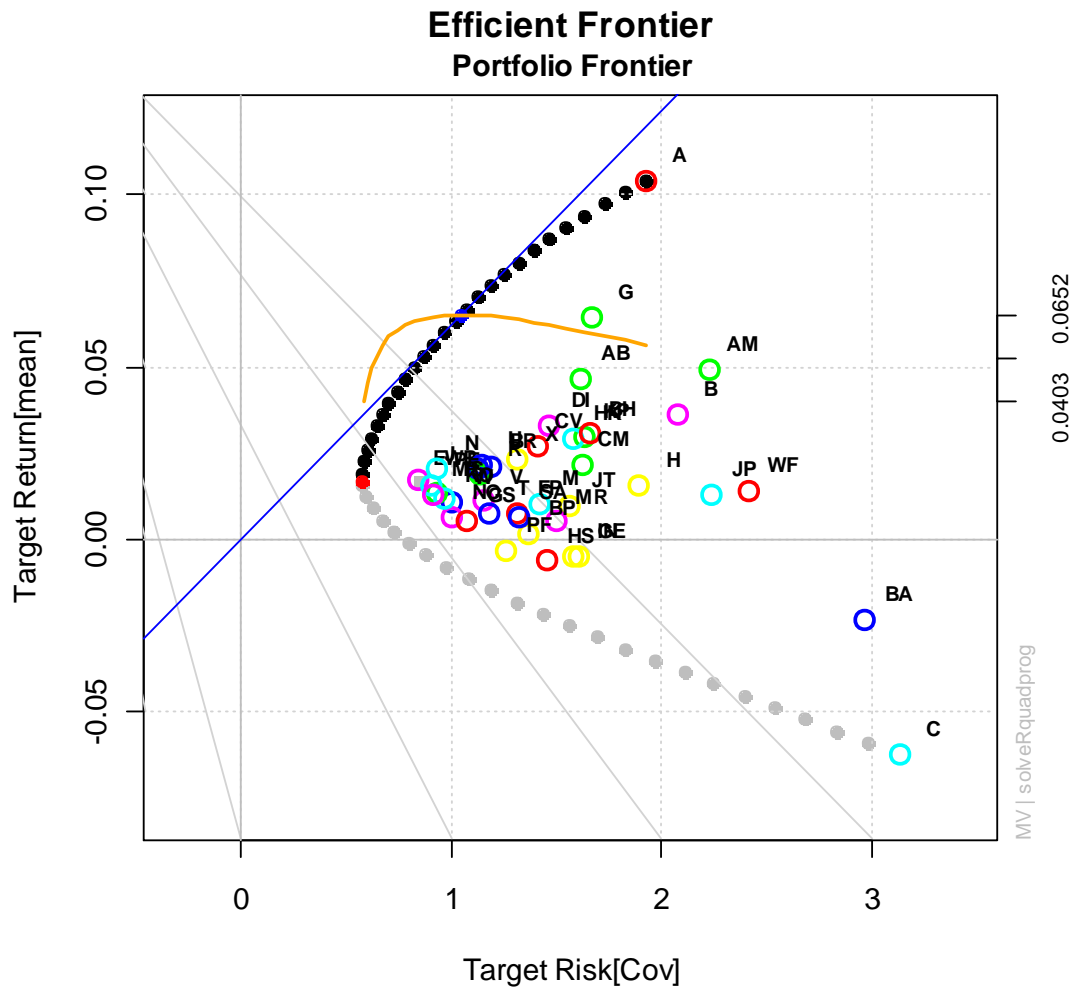
Tabla 19 Acciones que conforman el índice de Acciones Internacionales

Acción	Nemotecnico	Tiquete Bloomberg	Retorno esperado continuo diario (%)	Volatilidad diaria (%)
APPLE	A	AAPL UW Equity	0,1042	1,926
EXXOM MOBIL CORP	X	XOM UN Equity	0,0232	1,314
GOOGLE	G	GOOGL UW Equity	0,0646	1,672
MICROSOFT CORP	M	MSFT UW Equity	0,0103	1,415
BRKA	BR	BRK/A UN Equity	0,0210	1,186
JHONSON & JHONSON	J	JNJ UN Equity	0,0173	0,838
WELLS FARGO & CO	WF	WFC UN Equity	0,0139	2,417
GENERAL ELECTRIC	GE	GE UN Equity	(0,0048)	1,6025
ROCHE HOLDING AG	R	ROG VX Equity	0,0191	1,1388
NESTLE	N	NESN VX Equity	0,0205	0,9308
WAL-MART STORES INC	W	WMT UN Equity	0,0106	0,9992
NOVARTIS	NO	NOVN VX Equity	0,0065	1,0034
CHEVRON	CV	CVX UN Equity	0,0272	1,4077
PETRO CHINA CO LTDA	H	857 HK Equity	0,0156	1,8940
PROCTER & GAMBLE CO	P	PG UN Equity	0,0133	0,9300
JP MORGAN CHASE & CO	JP	JPM UN Equity	0,0128	2,2344
IBM	I	IBM UN Equity	0,0204	1,1247
VERIZON COMMUNICATIONS INC	V	VZ UN Equity	0,0111	1,1513
HSBC HOLDINGS PLC	HS	HSBA LN Equity	(0,0062)	1,4538
PFIZER INC	PF	PFE UN Equity	(0,0035)	1,2547
SAMSUNG ELECTRONICAS CO LTDA	KP	005930 KP Equity	0,0298	1,6310
CHINA MOBILE LTD	HK	941 HK Equity	0,0295	1,5807
AT&T INC	T	T UN Equity	0,0077	1,1786
BHP BILLITON PLC	B	BLT LN Equity	0,0365	2,0737
BHP BILLITON LTD	BH	BHP AT Equity	0,0307	1,6567
TOYOTA MOTOR CORP	JT	7203 JT Equity	0,0098	1,5647
ANHEUSER BUSH INBEV NV	AB	ABI BB Equity	0,0469	1,6185
COCACOLA CO	KO	KO UN Equity	0,0117	0,9680
MANK OF AMERICA CORP	BA	BAC UN Equity	(0,0231)	2,9654
MERCK & CO INC	MR	MRK UN Equity	0,0052	1,5012
TOTAL SA	FP	FP FP Equity	0,0075	1,3107
BP PLC	BP	BP/ LN Equity	0,0016	1,3701
AMAZON.COM INC	AM	AMZN UW Equity	0,0495	2,2282
CITIGROUP INC	C	C UN Equity	(0,0624)	3,1352
SANOFI	SA	SAN FP Equity	0,0063	1,3249
WALT DISNEY	DI	DIS UN Equity	0,0330	1,4596
GLAXO SMITH KLINE PLC	GS	GSK LN Equity	0,0052	1,0736
INTEL CORP	IN	INTC UW Equity	(0,0047)	1,5795
COMCAST CORP	CM	CMCSA UW Equity	0,0218	1,6225
PEPSICO INC	PE	PEP UN Equity	0,0158	0,9073
UNILEVER PLC	U	ULVR LN Equity	0,0217	1,1399
MORGAN STANLEY INDEX	MS	MSDUWI Index	0,0128	0,9121

Fuente: La composición de la canasta se obtuvo en (*Bloomberg LP Limited Partnership, 2014*), el retorno y la volatilidad es una salida de programación en R.

Se realizó una optimización de máximo rendimiento de las Acciones Internacionales, con el fin de calcular el índice óptimo que llamaremos MSCIOP. La Ilustración muestra la frontera eficiente de Markowitz para las acciones escogidas.

Ilustración 9 Frontera eficiente para Deuda Privada Extranjera



Fuente: Creación de la autora en el programa R

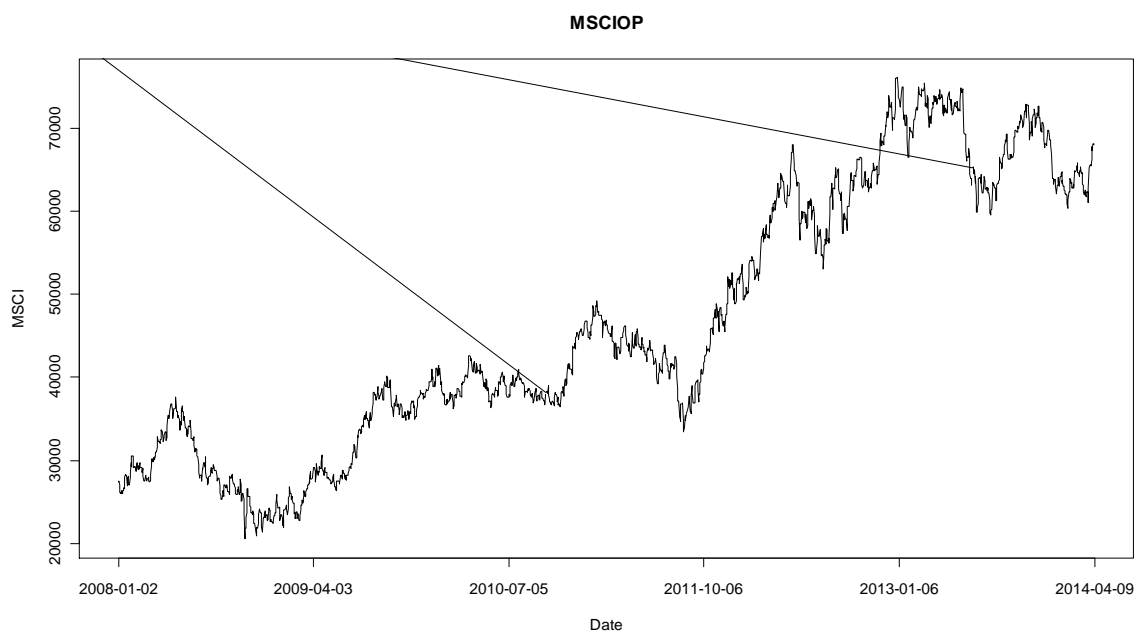
Los pesos obtenidos mediante la optimización de máximo retorno para conformar el índice MSCIOP son los siguientes:

Tabla 20 Pesos para la conformación de MSCIOP

A	X	G	M	BR	J	WF	GE	R	N	W
10,0%	1,0%	10,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%
NO	CV	H	P	JP	I	V	HS	PF	KP	HK
1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	4,7%	1,0%
T	B	BH	JT	AB	KO	BA	MR	FP	BP	AM
1,0%	9,5%	9,9%	1,0%	10,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	10,0%
C	SA	DI	GS	IN	CM	PE	U	MS		
1,0%	1,0%	1,9%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%	1,0%		

Fuente: Salida de programación en R

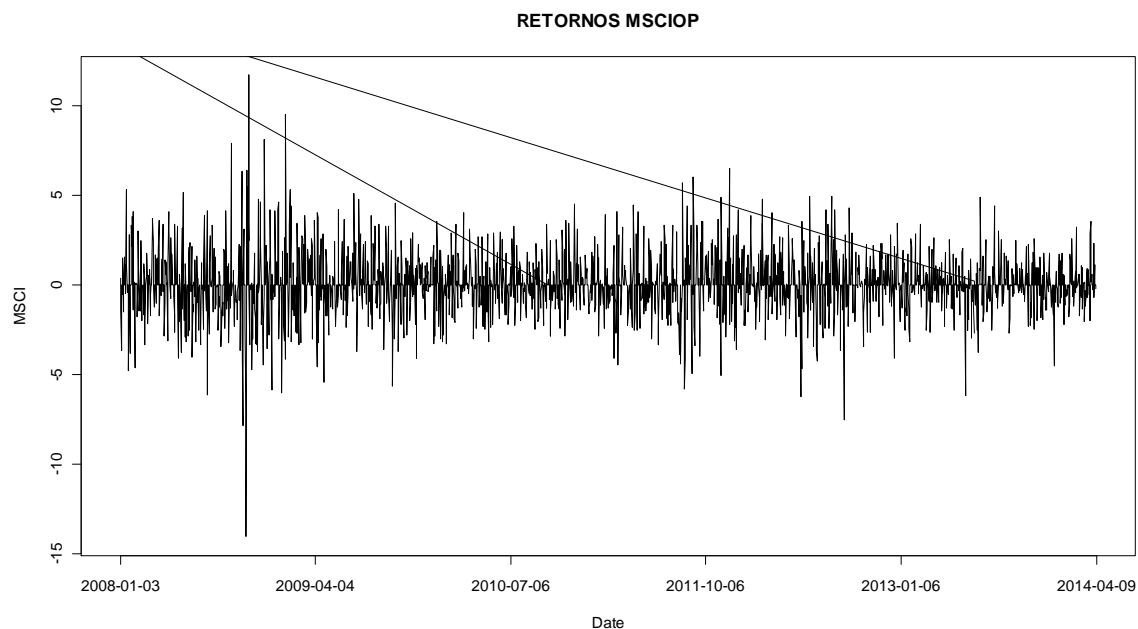
Ilustración 10 Precios históricos MSCIOP



Fuente: Gráfica en R de la serie de precios de MSCIOP obtenida mediante la optimización de la cartera de MSCI escogida.

Aunque se observa una tendencia creciente del índice a largo plazo, en el corto plazo hay gran variabilidad.

Ilustración 11 Retornos históricos MSCIOP



Fuente: Gráfica en R de la serie de retornos de MSCIOP obtenida mediante la optimización de la cartera de MSCI escogida.

A partir del año 2009, se observan un comportamiento de los retornos constante.

Ilustración 12 Estadísticos básicos de los retornos del índice MSCIOP

Estadístico	Valor
Número de observaciones	2.289
Valor mínimo	(14,0482)
Valor máximo	11,7047
Primer cuartil	(0,5496)
Tercer cuartil	0,5492
Media	0,0391
Mediana	-
Varianza	2,7241
Desviación estandar	1,6505
Sesgo	0,0710
Curtosis	5,9625

Fuente: Salida de programación en R

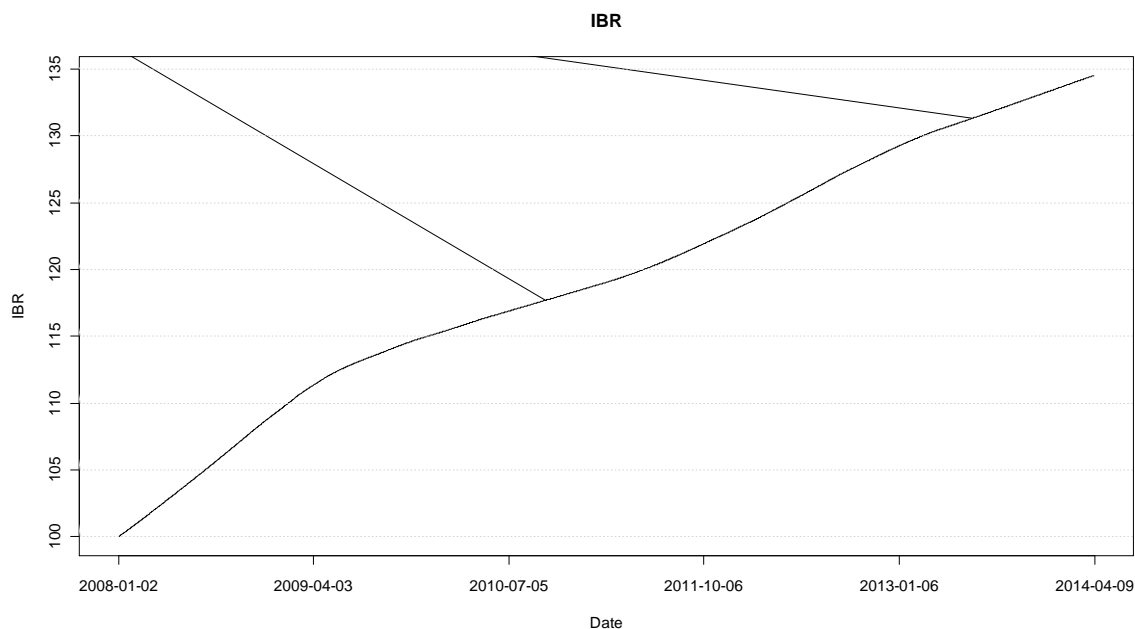
La serie tiene un retorno esperado continuo diario de 0,0391%, es decir un crecimiento efectivo anual de 12,428%. La volatilidad para el indicador es 1,65%.

8.5 Depósitos a la vista

Los depósitos a la vista son productos financieros de ahorro a corto tiempo que pueden ser reclamados por el inversor en cualquier momento. Para medir esta clase de activo se usó el Índice Bancario de Referencia (IBR). Se trata de una tasa de interés de corto plazo para el peso colombiano, la cual refleja el precio al que los agentes participantes en su esquema de formación están dispuestos a ofrecer o a captar recursos en el mercado monetario. (Asobancaria, 2014)

La información se descargó desde abril de 2004 hasta abril de 2014 y como se trata de una tasa de interés anualizada reportada en el día, para calcular el precio, se pasó a una tasa diaria, se definió un precio base de 100 que se incrementó diariamente con la nueva tasa. A continuación se presenta el análisis estadístico de la serie:

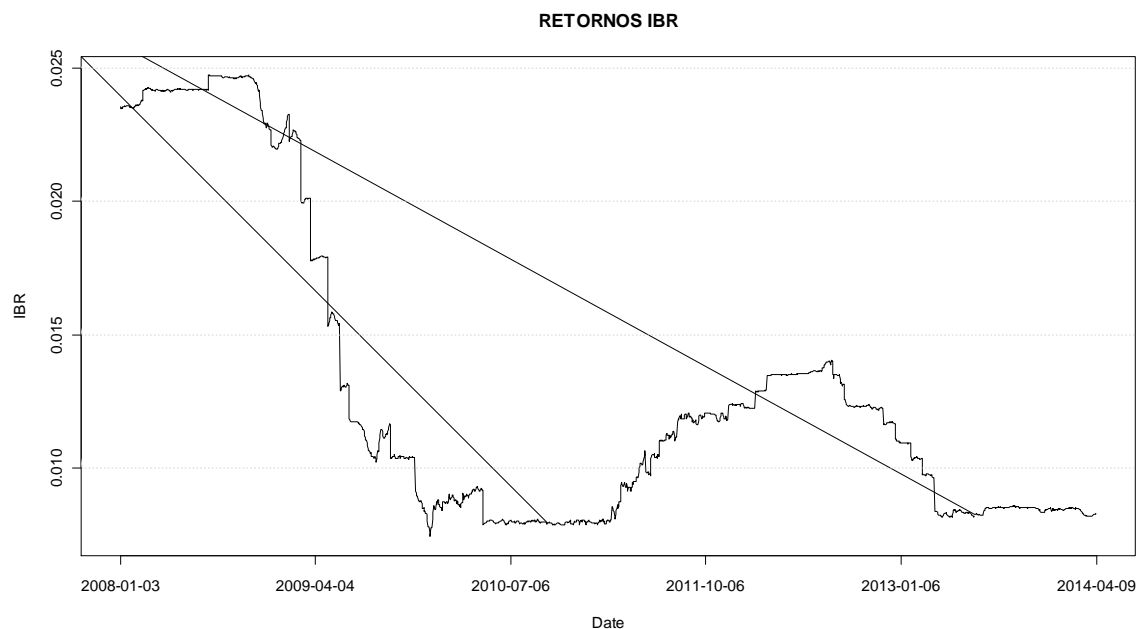
Ilustración 13 Precio histórico IBR



Fuente: Gráfica en R de los precios de la serie IBR obtenida en (Bloomberg LP Limited Partnership, 2014)

Se observa un crecimiento constante en el precio del índice.

Ilustración 14 Retornos históricos IBR



Fuente: Gráfica en R de retornos de la serie IBR obtenida en (Bloomberg LP Limited Partnership, 2014)

Este índice presenta retornos positivos en toda su historia.

Tabla 21 Estadísticos básicos de los retornos del índice IBR

Estadístico	Valor
Número de observaciones	2.289
Valor mínimo	0,00743
Valor máximo	0,02472
Primer cuartil	0,00849
Tercer cuartil	0,01356
Media	0,01296
Mediana	0,01106
Varianza	0,00003
Desviación estandar	0,00569
Sesgo	1,12851
Curtosis	-0,22628

Fuente: Salida de programación en R

La serie tiene un retorno esperado continuo diario de 0,01296 %, es decir un crecimiento efectivo anual de 4,844%. La volatilidad para el indicador es 0,0056%.

9. Optimización de la cartera de inversión para los Multifondos

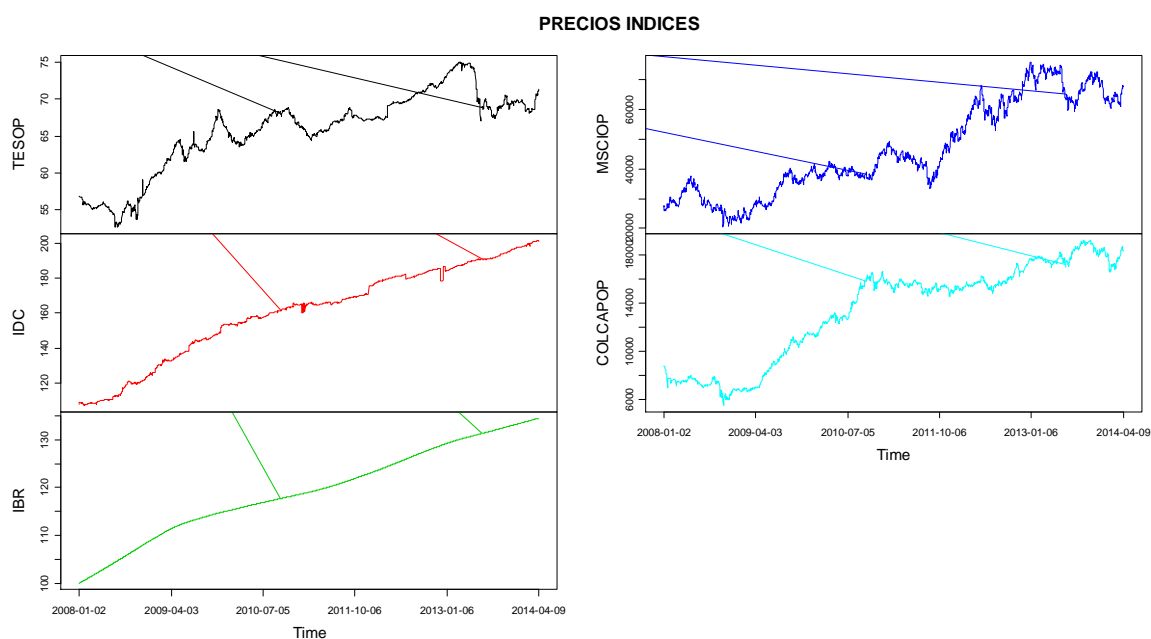
Tenemos definidos los cinco índices disponibles para la cartera de inversión de las AFP, que no es más que la optimización de los instrumentos disponibles en el mercado. Esta cartera está conformada por TESOP para deuda pública, IDC para deuda privada, COLCAPOP para acciones Colombia, MSCIOIP para acciones internacionales e IBR para depósitos a la vista

9.1 Análisis estadístico de la cartera

En esta sección se realiza un análisis gráfico y estadístico de los índices óptimos que conforman la cartera de inversión para las AFP. Se utilizaron conceptos estadísticos avanzados y la herramienta utilizada fue R (The R project for Statistical Computing, 2014).

El gráfico muestra el comportamiento de cada una de las series de los precios de los índices escogidos para conformar la cartera de inversión de las AFP. Para todos los índices, a partir de la crisis del 2008 se observa una recuperación de los precios. El índice internacional presentó una baja brusca en el segundo semestre del 2011, mientras los índices Nacionales no tienen bajas abruptas.

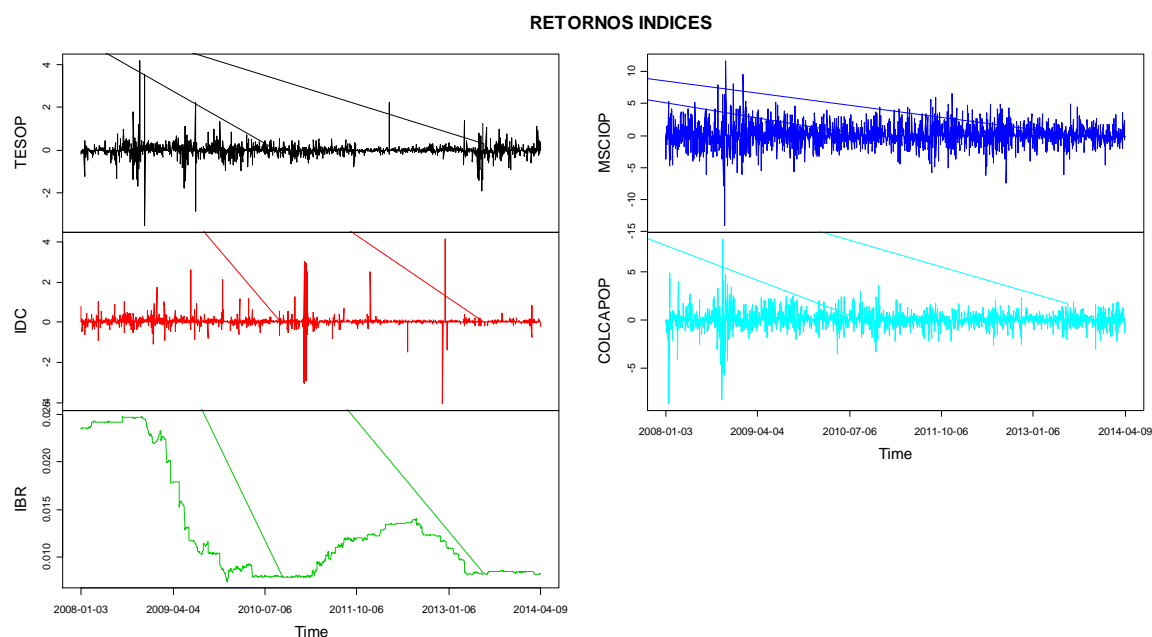
Ilustración 15 Series de precios de los índices que conforman la cartera de inversión.



Fuente: Salida de programación en R

El siguiente grupo de gráficas muestran el comportamiento de los retornos de cada una de las series de precios graficadas anteriormente.

Ilustración 16 Series de retornos de los índices que conforman la cartera de inversión.

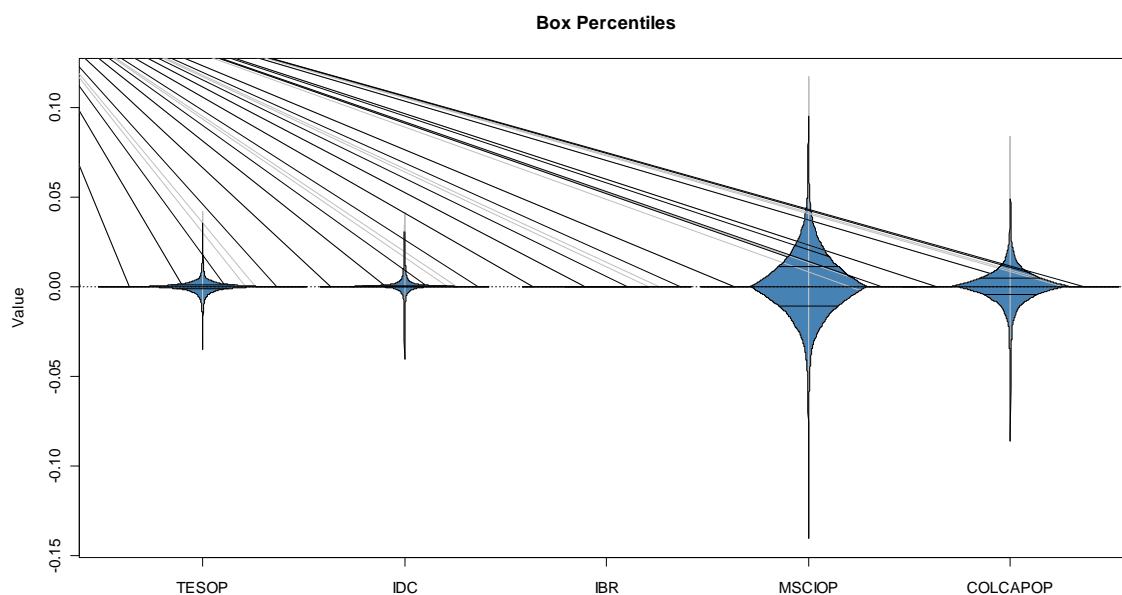


Fuente: Salida de programación en R

Los índices que tienen mayor retorno corresponden al COLCAPOP y al MSCIOP, lo cual tiene sentido ya que se trata de índices conformados por acciones nacionales e internacionales respectivamente.

A continuación se presenta un diagrama de caja para los índices escogidos. Se trata de un gráfico basado en los cuartiles de cada serie que permite la visualización del conjunto de datos, en este caso de los retornos. Suministra información sobre los valores máximos y mínimos, sobre la existencia de datos atípicos y la simetría de la distribución.

Ilustración 17 Diagrama de caja para los retornos de los índices que conforman la cartera de inversión.

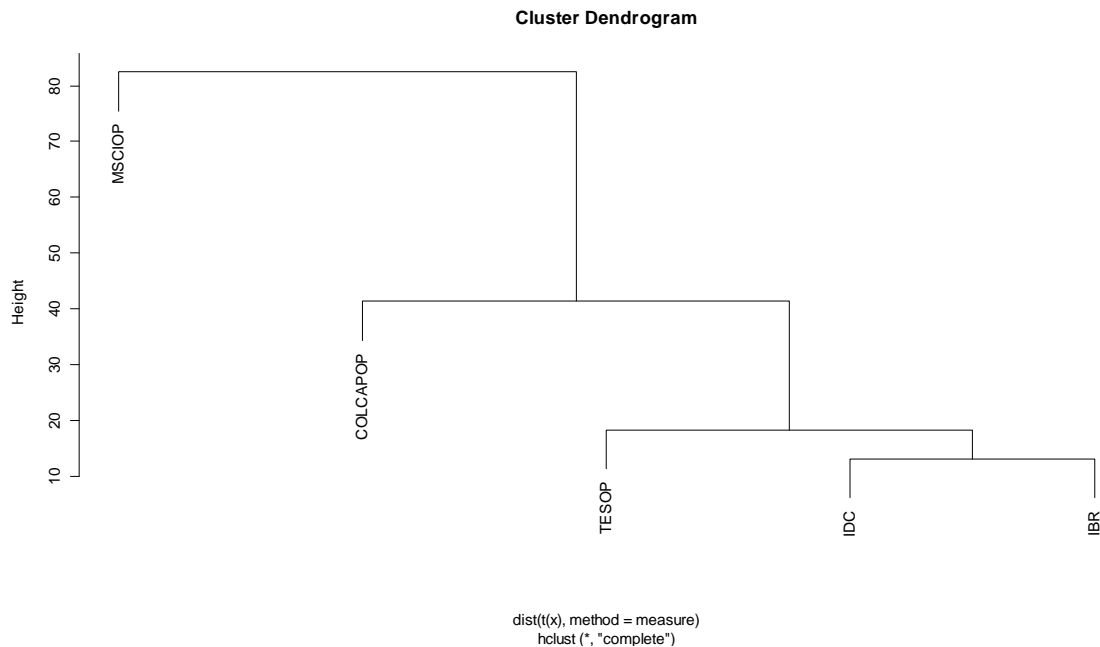


Fuente: Salida de programación en R

En el diagrama de caja se puede comparar fácilmente el comportamiento de los retornos de los índices. Se observa que el COLCAPOP se comporta de manera similar al MSCIOP aunque éste último tiene mayor retorno, mientras el IDC se comporta como los TESOP.

A continuación se presenta un dendrograma para los índices escogidos. Se trata de un diagrama de datos en forma de árbol que organiza los datos en subcategorías, permitiendo apreciar las relaciones de agrupación entre datos.

Ilustración 18 Dendograma para los retornos de los índices que conforman la cartera de inversión.



Fuente: Salida de programación en R

El diagrama nos muestra que, general se pueden obtener dos grandes grupos, uno para el MSCIOP y otro que agrupa los demás índices. Esto tiene sentido ya que se trata de instrumentos internacionales versus instrumentos locales. Si se hace un corte mas abajo se puede tener TESOP e IBR en un grupo y los demás instrumentos en otro. Esto se debe a la intervención que tiene el gobierno en este primer grupo.

El coeficiente de correlación de Pearson es una medida de relación lineal entre dos variables cuantitativas, es decir es un índice que se usa para medir el grado de relación entre dos variables. El coeficiente tiene valores entre -1 y 1. Si la correlación entre dos variables es uno, existe una dependencia total entre las variables; si es igual a cero, no existe relación lineal y si es igual a menos uno, existe una relación inversa (cuando una aumente, la otra disminuye). La siguiente ilustración presenta un diagrama de Pearson que mide la correlación que tiene cada índice con los otros cuatro.

Ilustración 19 Correlación para los retornos de los índices que conforman la cartera de inversión.



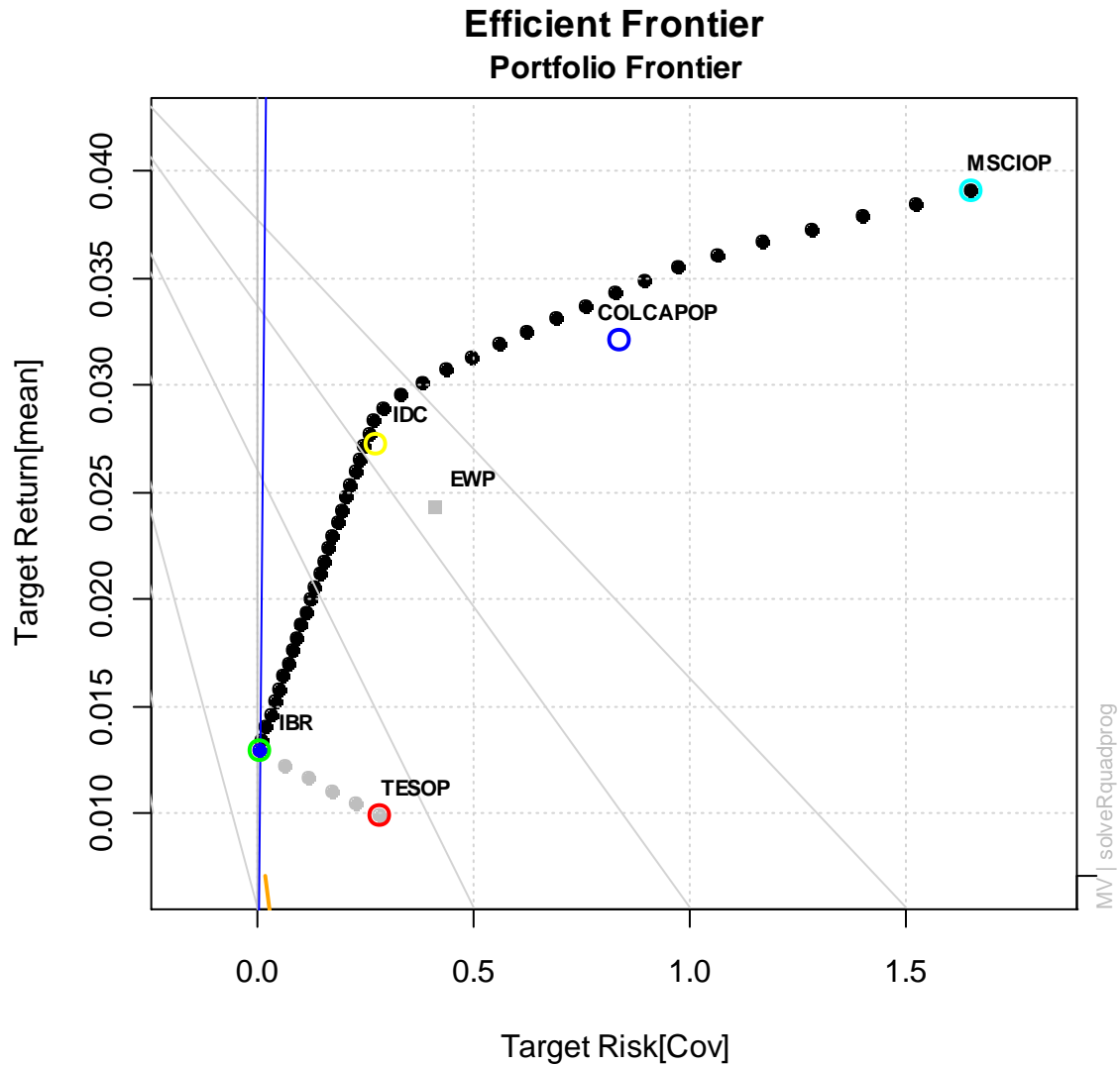
Fuente: Salida de programación en R

Los índices que están más correlacionados positivamente son TES y COL (0.18) y MSCI y COL (0.16). Estos niveles de correlación son muy bajos así que en general se puede afirmar que no existe correlación entre los índices.

9.2 Optimización de máxima rentabilidad de la cartera

Se utiliza el modelo de Markowitz para maximizar el retorno de la cartera sujeto a unas restricciones dadas por el gobierno para cada uno de los portafolios ofrecidos por las AFP, expuestos en el marco legal de este documento.

Ilustración 20 Frontera eficiente para los índices que conforman la cartera de inversión.

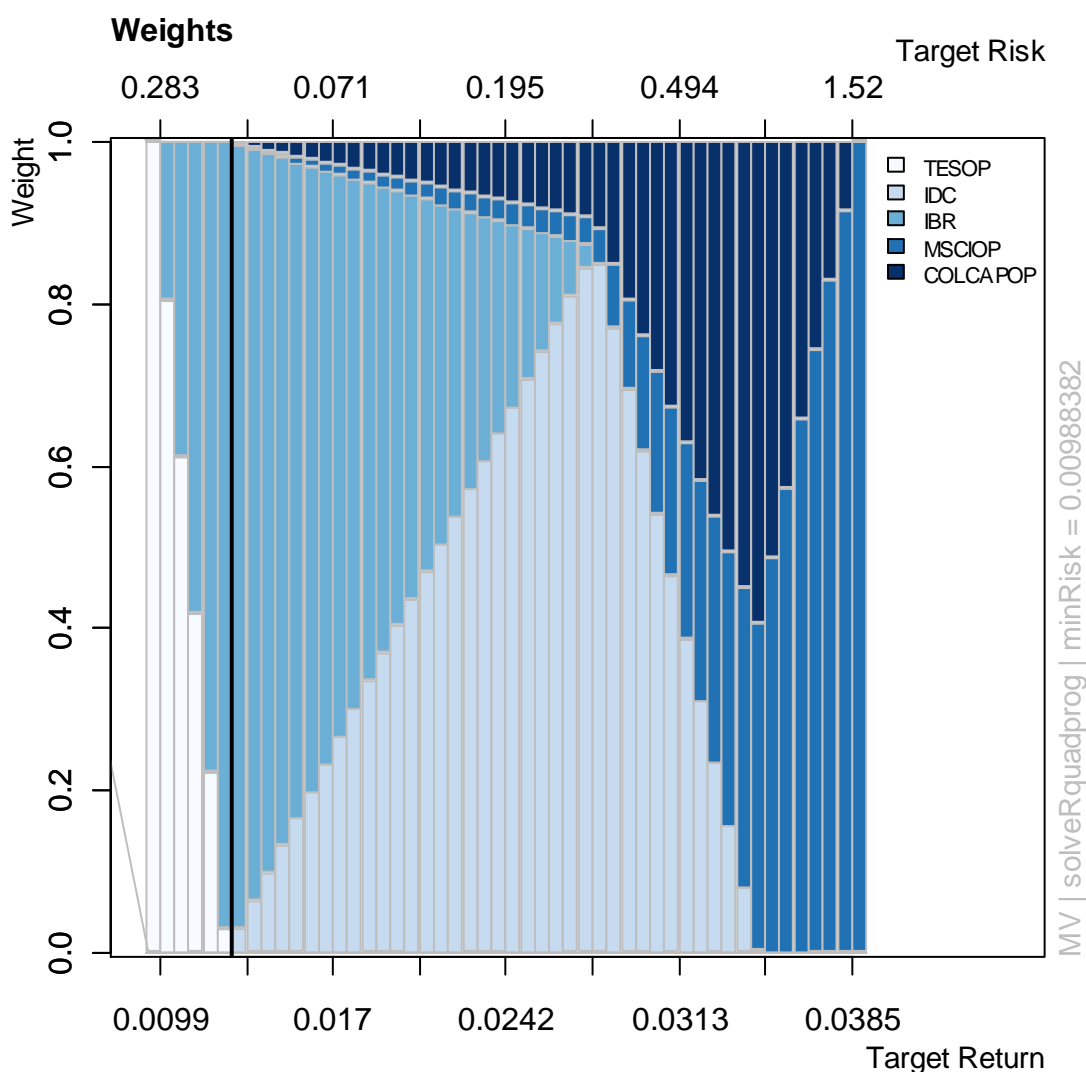


Fuente: Salida de programación en R

El gráfico de la frontera eficiente muestra que el índice que más se aleja de la frontera eficiente es el TESOP. El IBR se encuentra sobre la frontera con el mínimo nivel de riesgo de todos los índices. El MSCI tiene el mayor retorno con el mayor riesgo como se ha mencionado anteriormente.

El siguiente gráfico muestra los retornos que se obtienen al combinar los diferentes pesos a lo largo de la frontera de media-varianza.

Ilustración 21 Retorno según la combinación de pesos de los índices que conforman la cartera de inversión.



Fuente: Salida de programación en R

La línea negra muestra el punto de mínima varianza para el portafolio.

9.3 Optimización sin restricciones

A continuación se presentan los pesos que se deben dar al portafolio cuando no existen restricciones a la cartera, esto es, se puede o no invertir en la clase de activo disponible en la cartera, con el fin de obtener el mayor retorno en este portafolio.

Tabla 22 Pesos para la conformación del portafolio sin restricción

TESOP	IDC	IBR	MSCIOP	COLCAPOP
0%	0%	0%	56,08%	43,92%

Fuente: Salida de programación en R

Al tratarse de un portafolio sin restricciones, el modelo para maximizar el rendimiento, termina dándoles el máximo peso a MSCI y COLCAPOP.

Tabla 23 Estadísticos para la optimización del portafolio sin restricciones

Media	Desviación
0,036	1,05

Fuente: Salida de programación en R

La serie tiene un retorno esperado continuo diario de 0,036%, es decir un crecimiento efectivo anual de 14,04%. La volatilidad para la cartera de máximo rendimiento sin restricciones es 1,05%.

9.2.1 Fondo Conservador y Fondo Especial de Retiro Programado

Según la definición del Gobierno en cuanto a límites de inversión, el fondo especial de retiro programado se debe modelar con las mismas restricciones.

A continuación se presentan los pesos que se deben dar al portafolio, de acuerdo a las restricciones para el fondo conservador, para obtener el mayor retorno en este portafolio.

Tabla 24 Pesos para la conformación del portafolio conservador

Fondo Conservador	TESOP	IDC	IBR	MSCIOP	COLCAPOP
Composición óptima*	40,0%	15,0%	5,0%	34,6%	5,4%
Composición actual+	56,6%	22,9%	6,1%	7,9%	9,0%

Fuente: * Salida de programación en R, +Superintendencia financiera de Colombia B

Dado que el gobierno define para este portafolio un porcentaje de inversión en TES alto, el modelo le asigna 40% a éste instrumento y sugiere usar un gran porcentaje en Acciones Internacionales.

Se observa que la composición actual de este portafolio es mucho más conservadora de lo que el gobierno impone.

Tabla 25 Estadísticos para la optimización del portafolio conservador

Media	Desviación
0,024	0,603

Fuente: Salida de programación en R

La serie tiene un retorno esperado continuo diario de 0,024%, es decir un retorno efectivo anual de 9,15%. La volatilidad del portafolio conservador es 0,603%.

Si se observa la rentabilidad promedio acumulada obtenida en este portafolio históricamente por los fondos de pensiones Tabla 9 es menor que la del portafolio propuesto, esto es en razón a que los fondos agregan un nivel de conservadurismo mayor al que impone el gobierno.

9.2.2 Fondo Moderado

A continuación se presentan los pesos que se deben dar al portafolio, de acuerdo a las restricciones para el fondo moderado, para obtener el mayor retorno en este portafolio.

Tabla 26 Pesos para la conformación del portafolio moderado

Fondo Moderado	TESOP	IDC	IBR	MSCIOP	COLCAPOP
Composición óptima*	30,0%	7,0%	3,0%	39,8%	20,2%
Composición actual+	38,4%	8,0%	3,0%	11,7%	34,0%

Fuente: * Salida de programación en R, +Superintendencia financiera de Colombia B

Dado que el gobierno define para este portafolio una participación en TES importante, el modelo le asigna 30% a éste instrumento y sugiere usar un gran porcentaje en Acciones locales e Internacionales. La composición actual de este portafolio es mucho más conservadora de lo que el gobierno impone.

Tabla 27 Estadísticos para la optimización del portafolio moderado

Media	Desviación
0,027	0,721

Fuente: Salida de programación en R

La serie tiene un retorno esperado continuo diario de 0,027%, es decir un crecimiento efectivo anual de 10,35%. La volatilidad diaria es 0,721%.

La rentabilidad promedio acumulada obtenida en este portafolio históricamente por los fondos de pensiones Tabla 7 es mayor que la del portafolio propuesto. Lo anterior se da en razón a que este portafolio no se está midiendo desde entrada en vigencia de los fondos de pensiones sino desde antes, momento en el que la composición era menos restrictiva por parte del gobierno, por lo que la distribución del portafolio incluía mas acciones que las que tiene actualmente. Se compara entonces con la Tabla 8 y se comprueba que la rentabilidad obtenida por los fondos es menor que la que se obtiene con el portafolio propuesto.

9.2.3 Fondo de Mayor Riesgo

A continuación se presentan los pesos que se deben dar al portafolio, de acuerdo a las restricciones para el fondo mayor riesgo, para obtener el mayor retorno en este portafolio.

Tabla 28 Pesos para la conformación del portafolio mayor riesgo

Fondo Mayor Riesgo	TESOP	IDC	IBR	MSCIOP	COLCAPOP
Composición óptima*	20,0%	5,0%	1,0%	39,9%	34,2%
Composición actual+	26,3%	2,9%	4,8%	25,3%	11,0%

Fuente: * Salida de programación en R, +Superintendencia financiera de Colombia B

Dado que el gobierno define para este portafolio una participación de los instrumentos TESOP, IDC e IBR mínimas, el modelo asigna valores a esos instrumentos y luego optimizando Acciones Colombia y Acciones Internacionales, asignándole mayor porcentaje a el último. Al igual que en los demás portafolios, la composición actual de este es mucho más conservadora de lo que el gobierno impone.

Tabla 29 Estadísticos para la optimización del portafolio mayor riesgo

Media	Desviación
0,030	0,769

Fuente: Salida de programación en R

La serie tiene un retorno esperado continuo diario de 0,030%, es decir un crecimiento efectivo anual de 11,57%. La volatilidad diaria es 0,769%.

La rentabilidad promedio acumulada obtenida en este portafolio históricamente por los fondos de pensiones Tabla 9 es menor que la del portafolio propuesto, esto es en razón a que los fondos agregan un nivel de conservadurismo mayor al que impone el gobierno.

Conclusiones y recomendaciones

Conclusiones

- Con la ley 1328 de 2009, el gobierno Colombiano permitió al régimen de ahorro individual la implementación del sistema Multifondos con el fin de que pudiera ofrecer a sus afiliados diferentes alternativas de inversión.
- Los Multifondos ofrecen una buena alternativa para que los afiliados a los fondos de pensiones escojan, de acuerdo a su condición particular, el riesgo que quieren asumir para obtener un retorno determinado al momento de la pensión.
- Países latinoamericanos como Chile, Perú y México utilizan el sistema Multifondos, siendo Chile el líder del continente en esta materia.
- Hasta el momento únicamente el 6% de los afiliados ha escogido cambiarse de fondo, lo que lleva a pensar que los afiliados a los fondos de pensiones no se encuentran informados adecuadamente sobre las ventajas o desventajas del sistema Multifondos.
- La composición que tienen actualmente las carteras de los Multifondos de los fondos de pensiones no es la que genera más rentabilidad con las restricciones impuestas actualmente por el gobierno.
- Las restricciones dadas por el Gobierno para cada uno de los fondos son adecuadas en término de retorno y de riesgo, esto es, el fondo conservador tiene un rendimiento menor que el fondo moderado y este a su vez uno menor que el de mayor riesgo, de igual manera el fondo conservador tiene una volatilidad menor que el fondo moderado y este a su vez una menor que el de mayor riesgo.
- Si no se aplican restricciones a los instrumentos que ofrece el mercado para que los fondos de pensiones inviertan, se obtiene una rentabilidad mayor que cuando hay restricciones pero existe una volatilidad mayor que no es buena en todos los

casos, por lo que es importante que el gobierno mantenga sus restricciones y cada afiliado decida donde quiere estar.

- La restricción de rentabilidad mínima dada por el gobierno no es sólida dado que se basa en el mismo mercado, es decir lo que hace es crear un portafolio de referencia basado en la inversión actual de los fondos de pensiones y de allí obtiene la rentabilidad mínima que debe tener una AFP. Lo anterior causa que todas las AFP inviertan de manera similar.
- Dado que la AFP gana comisión por aportes más no por rentabilidad obtenida o por saldo administrado y al no existir una norma de rentabilidad mínima más exigente o unos límites mínimos de inversión, las rentabilidades obtenidas actualmente por los fondos de pensiones están por debajo de las rentabilidades óptimas. La AFP no hace su mayor esfuerzo, es decir no crea un portafolio óptimo en término de rentabilidad, lo que hace es cumplir con los lineamientos del gobierno.
- Si las carteras de los Multifondos tuvieran mas participación en acciones tanto locales como extranjeras, lo cual es posible con las actuales restricciones, se obtendría un mayor retorno. Esto le permitiría a los afiliados obtener una mesada pensional mejor.

Recomendaciones

- Dado que actualmente las AFP no están haciendo una escogencia óptima de los portafolios de los fondos en términos de retorno se recomienda al gobierno reglamentar la obtención de rentabilidades máximas para cada uno de los fondos ofrecidos. Lo anterior se puede hacer en dos vías: una política más restrictiva en cuanto a la rentabilidad mínima o la implementación de una comisión por saldo administrado o rentabilidad obtenida.
- Se sugiere a las AFP informar a sus afiliados acerca del funcionamiento del sistema multifondos, de las ventajas y desventajas de estar en uno u otro fondo, de la manera como se escogen las inversiones y de los criterios que deben tener en cuenta para seleccionar el fondo en el que deberían estar. En pocas palabras brindar una educación financiera que les de herramientas para la elección que puede cambiar sustancialmente su futuro como pensionado.
- Para futuras investigaciones se puede incluir conocimiento extramuestral al modelo y alejarlo del benchmark tal como sugiere (Franco Arbelaez, Avendaño

Rua, & Barbutin Diaz, 2011), con el fin de obtener proyecciones de los comportamientos de los fondos a largo plazo.

- El fondo especial de retiro programado actualmente tiene las mismas restricciones que tiene el fondo conservador. Para la autora este fondo no debería ser tan restrictivo ya que se trata de un fondo que durará mucho tiempo (alrededor de 20 años). Evaluar las restricciones que debería tener este fondo puede ser un buen tema de estudio.

A. Anexo: Decreto 857 de 23 de marzo de 2011

En la primera parte del decreto se describen las características de los fondos y las inversiones admisibles, presentando los activos en los que pueden invertir los fondos de pensiones y de cesantías. La segunda parte da los límites globales máximos de inversión de dichos activos para cada fondo. A continuación se presenta un resumen general de esta primera y segunda parte del decreto.

El Fondo Especial de Retiro Programado dispone que se regirá por las mismas reglas de inversión del Fondo Conservador.

Adicionalmente presenta el porcentaje máximo que pueden sumar dos o más activos para cada fondo, a saber:

Para el fondo conservador:

- Hasta 5% de la suma de los instrumentos descritos en 1.7 y 1.9.3.
- Hasta 5% de la suma de los instrumentos descritos en 3.1 y 3.3.

Para el fondo moderado

- Hasta 5% de la suma de los instrumentos descritos en 1.7 y 1.9.3.
- Hasta 5% de la suma de los instrumentos descritos en 1.8 y 1.9.4.
- Hasta 5% de la suma de los instrumentos descritos en 3.1 y 3.3.
- La suma de las inversiones en moneda extranjera que pueden tener sin cobertura cambiaria no puede exceder el 35% (suma de 1.7, 1.8, 1.9.3, 1.9.4 y 1.10)

Para el fondo mayor riesgo:

- Hasta 5% de la suma de los instrumentos descritos en 1.7 y 1.9.3.
- Hasta 5% de la suma de los instrumentos descritos en 1.8 y 1.9.4.
- Hasta 5% de la suma de los instrumentos descritos en 3.1 y 3.3.

- La suma de las inversiones en moneda extranjera que pueden tener sin cobertura cambiaria no puede exceder el 50% (suma de 1.7, 1.8, 1.9.3, 1.9.4 y 1.10)

Dentro de las demás disposiciones del decreto están: condiciones aplicables a las inversiones, requisitos de calificación para las inversiones admisibles, límites globales de inversión, límites de concentración por emisor, límites máximos de inversión por emisión, límites de concentración de la propiedad accionaria, límites de inversión en vinculados, inversiones no autorizadas, operaciones de repo o repo pasivas y operaciones simultáneas pasivas.

Los artículos 2.6.12.1.5, 2.6.12.1.6, 2.6.12.1.7 exponen los límites de inversión en títulos y/o valores participativos por tipo de fondo. A continuación se presenta el resumen

Tabla 30 Límites de inversión por tipo de fondo

Fondo	Límite máximo (del valor del fondo)	Límite mínimo
Conservador	20%	
Moderado	45%	No puede ser inferior al límite máximo del conservador
Mayor riesgo	70%	No puede ser inferior al límite máximo del moderado

Fuente: Adaptación de la autora con base en el decreto 857 de 2011

B. Anexo: Composición actual de los portafolios

Tabla 31 Portafolio de inversión de los diferentes fondos a julio de 2013 en millones de pesos

Modalidad	CLASE	CLASIFICACION	Conservador		Moderado		Mayor Riesgo		Retiro programado		
			Total Sistema	Total %	Total Sistema	Total %	Total Sistema	Total %	Total Sistema	Total %	
Títulos, valores o participaciones de emisores nacionales	Títulos de deuda	Deuda interna y externa, emitidos o garantizados por la Nación	4.155.321	50,6%	41.956.090	38,4%	320.245	26,3%	4.167.637	49,4%	
		Títulos de deuda cuyo emisor, garante o aceptante sea una entidad vigilada por la Superintendencia Financiera de Colombia, incluidos FOGAFIN y FOGACOO	1.621.848	19,7%	6.464.206	5,9%	30.890	2,5%	1.620.600	19,2%	
		Bonos y títulos hipotecarios, Ley 546 de 1999, y otros títulos de contenido crediticio derivados de procesos de titularización de cartera hipotecaria.	16.487	0,2%	76.552	0,1%	43	0,0%	4.817	0,1%	
		Títulos de contenido crediticio derivados de procesos de titularización cuyos activos subyacentes sean distintos a cartera hipotecaria.	14.231	0,2%	197.799	0,2%	0	0,0%	16.291	0,2%	
		Títulos de deuda cuyo emisor o garante sea una entidad no vigilada por la Superintendencia Financiera de Colombia.	260.075	3,2%	2.330.811	2,1%	5.145	0,4%	492.052	5,8%	
		Participaciones en carteras colectivas	36.983	0,5%	228.455	0,2%	2.603	0,2%	3.865	0,0%	
		Total títulos de deuda	6.104.945	74,3%	51.253.914	47,0%	358.927	29,5%	6.305.261	74,7%	
	Títulos y/o valores participativos	Acciones de alta y media bursatilidad, certificados de depósitos negociables representativos de dichas acciones (ADRs y GDRs) y acciones provenientes de procesos de privatización o con ocasión de la capitalización de entidades donde el Estado tenga participación	738.248	9,0%	31.660.093	29,0%	408.336	33,5%	907.709	10,8%	
		Acciones de baja y mínima bursatilidad, ADRs y GDRs.	10.972	0,1%	1.145.839	1,0%	5.280	0,4%	24.136	0,3%	
		Participaciones en carteras colectivas	116.558	1,4%	1.050.348	1,0%	24.381	2,0%	70.142	0,8%	
		Títulos participativos o mixtos derivados de procesos de titularización cuyos activos subyacentes sean distintos a cartera hipotecaria.	17.337	0,2%	397.985	0,4%	1.210	0,1%	43.631	0,5%	
		Inversiones en fondos de capital privado que tengan por finalidad invertir en empresas o proyectos productivos (Libro 1, Parte 3 decreto 2555/10), incluidas las inversiones en fondos de fondos.	0	0%	2.350.373	2,2%	5.922	0,5%	0	0%	
		Total títulos y/o valores participativos	883.115	10,8%	36.604.639	33,5%	445.129	36,5%	1.045.618	12,4%	
	Total Títulos, valores o participaciones de emisores nacionales			6.988.061	85,1%	87.858.552	80,5%	804.055	66,0%	7.350.879	87,1%

Fuente: Adaptación de la autora con base en la información suministrada por (Superintendencia Financiera de Colombia, 2014)

Continuación Tabla 15 Portafolio de inversión de los diferentes fondos a julio de 2013 en millones de pesos

Modalidad	CLASE	CLASIFICACION	Conservador		Moderado		Mayor Riesgo		Retiro programado	
			Total Sistema	Total %	Total Sistema	Total %	Total Sistema	Total %	Total Sistema	Total %
Títulos, valores o participaciones de emisores del exterior.	Títulos de deuda y Participaciones	Títulos de deuda emitidos o garantizados por gobiernos extranjeros o bancos centrales extranjeros.	8,383	0.1%	145,359	0.1%	0	0.0%	3,911	0.0%
		Títulos de deuda cuyo emisor, garante, aceptante u originador de una titularización sean bancos del exterior, comerciales o de inversión.	20,107	0.2%	628,771	0.6%	3,232	0.3%	17,362	0.2%
		Títulos de deuda cuyo emisor, garante aceptante u originador de una titularización sean entidades del exterior diferentes a bancos	16,018	0.2%	192,850	0.2%	7,313	0.6%	21,741	0.3%
		Títulos de deuda emitidos o garantizados por organismos multilaterales de crédito.	4,984	0.1%	86,266	0.1%	0	0.0%	16,774	0.2%
		Participaciones en fondos representativos de índices de renta fija, incluidos los ETFs y participaciones en fondos mutuos o de inversión internacionales (mutual funds) o esquemas de inversión colectiva que tengan estándares de regulación y supervisión equivalentes a los de éstos, que tengan por objetivo principal invertir en títulos de deuda.	0	0.0%	85,990	0.1%	0	0.0%	481	0.0%
		Participaciones en fondos representativos de índices de commodities, de acciones, incluidos los ETFs, participaciones en fondos representativos de precios de commodities y fondos mutuos o de inversión internacionales (mutual funds) o esquemas de inversión colectiva que tengan estándares de regulación y supervisión equivalentes a los de éstos, que tengan por objetivo principal invertir en acciones o sean balanceados, entendiéndose por estos últimos aquellos que no tengan como objetivo principal invertir en acciones o en títulos de deuda	573,430	7.0%	11,191,122	10.3%	266,289	21.9%	542,874	6.4%
		Acciones emitidas por entidades del exterior o certificados de depósitos negociables representativos de dichas acciones (ADRs y GDRs).	76,757	0.9%	1,909,268	1.7%	39,765	3.3%	78,765	0.9%
		Participaciones en fondos de capital privado constituidos en el exterior, incluidos los "fondos de fondos".	0	0.0%	1,893,375	1.7%	29,921	2.5%	0	0.0%
Total Títulos, valores o participaciones de emisores del exterior			699,679	8.5%	16,133,002	14.8%	346,554	28.4%	681,909	8.1%
Otras inversiones y operaciones	Depósitos a la vista	Depósitos a la vista	497,432	6.1%	3,255,557	3.0%	58,578	4.8%	402,916	4.8%
	Productos estructurados	Productos estructurados de capital protegido de emisores de nacionales o del exterior.	0	0.0%	1,866,508	1.7%	9,982	0.8%	0	0.0%
	Depósitos Remunerados	Depositos Remunerados Banco de la República	28,516	0.3%	0	0.0%	0	0.0%	0	0.0%
	Instrumentos financieros derivados	Instrumentos financieros derivados	-530	0.0%	46,663	0.0%	-587	0.0%	-330	0.0%
	Total Otras inversiones y operaciones			525,418	6.4%	5,168,728	4.7%	67,973	5.6%	402,586
TOTAL GENERAL			8,213,158	100.0%	109,160,282	100.0%	1,218,583	100.0%	8,435,374	100.0%

Fuente: Adaptación de la autora con base en la información suministrada por (Superintendencia Financiera de Colombia, 2014)

Bibliografía

- Asobancaria*. (21 de 05 de 2014). Obtenido de http://www.asobancaria.com/portal/page/portal/Asobancaria/publicaciones/economica_financiera/estudios_regulaciones_financieras/indicador_bancario_referencia/
- Asociación Colombiana de Administradores de Fondos de Pensiones y Cesantías*. (12 de Abril de 2014). Obtenido de <http://www.asofondos.org.co/>
- Asociación Colombiana de Fondos de Pensiones*. (31 de Diciembre de 2013). Obtenido de <http://www.asofondos.org.co/>
- Bloomberg LP Limited Partnership*. (21 de 05 de 2014). Obtenido de <http://www.bloomberg.com/>
- Bolsa de Valores de Colombia*. (12 de Abril de 2014). Obtenido de <http://www.bvc.com.co/>
- Castañeda, P., & Rudolph, H. (2011). *Upgrading Investment Regulations in Second Pillar Pension Systems: A Proposal for Colombia*. The World Bank .
- Castro Irigorri, C. A. (2009). Administración de riesgos en los fondos privados de pensiones. *Archivos de economía*.
- Choudhry, M. (2010). *Fixed - Income securities and derivatives handbook*. New Jersey: Jhohn Wiley & Sons, Inc.
- Corficolombiana*. (21 de 05 de 2014). Obtenido de <http://www.corficolombiana.com/webcorficolombiana/paginas/documento.aspx?idd=2149&idr=2255>
- Diaz Valencia, G. A. (2011). Tesis de maestria. *El riesgo de mercado y su incidencia en los portafolios de inversión de las economías domésticas, caso adquisición de vivienda y activos financieros*. Bogota: Universidad Nacional de Colombia.
- Fabozzi, F. J. (2000). *Bond Markets, Analysis and Strategies*. New Jersey: Prentice Hall International.
- Ferro, M., & Montero, A. (2009). *Y de mi pensión ¿qué?* Bogotá: Intermedio.
- FIAP. (2007). Multifondos los casos de Chile, México y Perú. *Series regulaciones comparadas*.
- FIAP. (2012). *Resultados y tendencias en Multifondos: Chile, Colombia, Mexico y Perú*.
- Franco Arbelaez, L. C., Avendaño Rúa, C. T., & Barbutin Diaz, H. (2011). Modelo de Markowitz y Modelo de Black-Litterman en la optimización de portafolios de inversión. *Tecno Lógicas*, 71-88.
- García Mazo, C. M., & Moreno Martinez, J. A. (2011). Optimización de portafolios de pensiones en Colombia: el esquema de multifondos, 2003-2010. *Ecos de Economía*, 139-183.
- Hens, T., & Rieger, M. O. (01 de 34 de 2010). *Financial Economics*. Berlin: Springer.

Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *The Journal of Finance*, 77-91.

Medina, L. A. (2003). Aplicación de la teoría del portafolio en el mercado accionario colombiano. *Cuadernos de Economía*, 129-168.

MSCI. (12 de Abril de 2014). *MCSI World Index*. Obtenido de http://www.msci.com/resources/factsheets/index_fact_sheet/msci-world-index.pdf

Ortiz Cubillos, L. A. (01 de Septiembre de 2009). Tesis de maestría. *La administracion de portafolios de inversion por parte de los Fondos de Pensiones Obligatorias en Colombia*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.

PORVENIR. (31 de 05 de 2014). Obtenido de <https://www.porvenir.com.co/Personas/PensionesObligatorias/Rentabilidades/Paginas/default.aspx#>

Superintendencia Financiera de Colombia. (12 de Abril de 2014). Obtenido de <http://www.superfinanciera.gov.co/>

SURA Asset Management. (2013). *Contribución del sistema privado de pensiones al desarrollo económico de Latinoamérica*.

The R project for Statistical Computing. (15 de 05 de 2014). Obtenido de <http://www.r-project.org/>

Wartz, D., Chalabi, Y., Chen, W., & Ellis, A. (2009). *Portfolio optimization with R/Rmetrics*. Zurich.