

Diseño de una antena multibanda basada en  
fractales para redes móviles inalámbricas de  
banda ancha en las frecuencias de 0.9, 2.4 y 3.5  
GHz

Germán Augusto Ramírez Arroyave



Diseño de una antena multibanda basada en fractales para redes móviles inalámbricas de banda ancha en las frecuencias de 0.9, 2.4 y 3.5 GHz

Germán Augusto Ramírez Arroyave



Universidad Nacional de Colombia

Sede Bogotá

Facultad de Ingeniería

Departamento de Ingeniería de Sistemas e Industrial

Bogotá, 2009

ii

Diseño de una antena multibanda basada en fractales  
para redes móviles inalámbricas de banda ancha en las  
frecuencias de 0.9, 2.4 y 3.5 GHz

Germán Augusto Ramírez Arroyave  
Cód: 299637

Tesis presentada para optar al título de Magíster en Ingeniería de  
Telecomunicaciones

Director: Jose Felix Vega Stavro

Universidad Nacional de Colombia

Sede Bogotá

Facultad de Ingeniería

Departamento de Ingeniería de Sistemas e Industrial

Bogotá, 2009

# Dedicatoria

A mi familia.

A todos quienes me han acompañado en este crecimiento.

A las maravillosas personas que he podido conocer durante este largo proceso.



# Índice general

Índice general	VIII
Resumen	XV
Introducción	XVII
<b>1. Método de las diferencias finitas en el dominio del tiempo</b>	<b>1</b>
1.1. Introducción . . . . .	1
1.2. Características del FDTD . . . . .	2
1.2.1. Principales ventajas del método . . . . .	2
1.2.2. Desventajas del FDTD . . . . .	3
1.3. Funcionamiento esquemático . . . . .	3
1.4. Planteamiento . . . . .	3
1.4.1. Discretización espacio-temporal, método de Yee . . . . .	5
1.4.2. Planteamiento para una onda electromagnética que se propaga unidireccionalmente en un medio homogéneo sin fuentes. . . . .	6
1.4.3. Extensión a problemas de propagación en cualquier dirección y sobre cualquier material . . . . .	7
1.4.4. Tratamiento de las fuentes . . . . .	7
1.4.5. Condiciones de frontera . . . . .	8
1.4.6. Transformaciones de campo cercano a campo lejano . . . . .	8
1.5. Aplicación . . . . .	8
<b>Bibliografía</b>	<b>9</b>

<b>2. Fractales</b>	<b>11</b>
2.1. Introducción . . . . .	11
2.2. Clasificación de los fractales . . . . .	12
2.3. Propiedades de los fractales . . . . .	12
2.3.1. Su dimensión no es un número entero . . . . .	12
2.3.2. Estructura infinita . . . . .	13
2.3.3. Autosimilitud o autosemejanza . . . . .	14
2.4. Sistemas de funciones iteradas . . . . .	14
2.5. Triángulo de Pascal – Sierpinski . . . . .	16
<b>Bibliografía</b>	<b>19</b>
<b>3. Antenas Fractales</b>	<b>21</b>
3.1. Introducción . . . . .	21
3.2. Antenas simples basadas en geometrías fractales . . . . .	22
3.3. Fractales para minimizar el tamaño de las antenas: . . . . .	22
3.3.1. Dipolos fractales . . . . .	22
3.3.2. <i>Bucles Fractales:</i> . . . . .	26
3.4. Fractales para obtener antenas multibanda . . . . .	27
3.4.1. Principio de Hohlfeld - Cohen - Rumsey y antenas inde- pendientes de la frecuencia . . . . .	28
3.4.2. Antenas fractales multibanda . . . . .	28
3.4.3. Limitaciones de las antenas fractales multibanda . . . . .	29
3.4.4. Antenas Multitriangulares . . . . .	31
3.4.5. Antenas Multinivel . . . . .	31
3.5. Arreglos fractales de antenas . . . . .	33
<b>Bibliografía</b>	<b>35</b>
<b>4. Antenas monopolo multi-triangular</b>	<b>39</b>
4.1. Introducción . . . . .	39
4.2. Caracterización de la antena monopolo triangular impresa . . . . .	40
4.2.1. Parámetros de la antena monopolo triangular simple . . . . .	41



4.2.2.	Modelo completo de la antena triangular simple . . . . .	43
4.2.3.	Implementación y mediciones . . . . .	45
4.3.	Caracterización de la antena tipo Sierpinski . . . . .	46
4.3.1.	Introducción . . . . .	46
4.3.2.	Parámetros de la antena . . . . .	46
4.3.3.	Modelo de la antena . . . . .	48
4.3.4.	Implementación y mediciones . . . . .	50
4.4.	Caracterización de otras antenas multitriangulares basadas en la geometría Pascal Sierpinski . . . . .	50
4.4.1.	Antena Mod 3 . . . . .	51
4.4.2.	Antena Mod 5 . . . . .	53
4.4.3.	Antena Parany . . . . .	55
4.4.4.	Escalamientos diferentes de 2 . . . . .	56
<b>Bibliografía</b>		<b>61</b>
<b>5. Desarrollo de una antena con bandas arbitrarias</b>		<b>63</b>
5.1.	Introducción . . . . .	63
5.2.	Alternativas . . . . .	64
5.2.1.	Antena multitriangular Mod2 . . . . .	65
5.2.2.	Antena multitriangular Mod3 . . . . .	67
5.2.3.	Antena multitriangular Mod3/2 . . . . .	69
<b>6. Ajustes realizados al diseño y posibles optimizaciones</b>		<b>75</b>
6.1.	Introducción . . . . .	75
6.2.	Diseño final de la antena tipo Mod2 . . . . .	76
6.2.1.	Patrón de radiación . . . . .	79
6.3.	Diseño final de la antena tipo Mod3/2 . . . . .	80
6.3.1.	Patrón de radiación . . . . .	81
6.4.	Alternativas para mejorar el ancho de banda . . . . .	83
<b>7. Implementación y mediciones</b>		<b>87</b>
7.1.	Ancho de banda de impedancia . . . . .	88
7.2.	Patrones de radiación . . . . .	91

VIII

*ÍNDICE GENERAL*

**Conclusiones**

**93**

**Trabajo futuro**

**95**

# Índice de figuras

1.1. Algoritmo FDTD (Adaptado de [CH89]) . . . . .	4
1.2. Celda espacial discreta con componentes de E y H . . . . .	5
1.3. Discretización lineal usando FDTD . . . . .	6
1.4. Evolución espaciotemporal del método FDTD unidimensional . . . . .	7
2.1. Curva de Koch . . . . .	13
2.2. Autosimilitud en la carpeta de Sierpinski . . . . .	14
2.3. Autosimilitud en el conjunto de Julia . . . . .	15
2.4. Geometrías de los triángulos de Pascal Sierpinski. a) PS mod-2. b) PS mod-3. d) PS mod-5. . . . .	16
3.1. Antena dipolo de Koch . . . . .	23
3.2. Variación de la frecuencia de adaptación con el número de itera- ciones en un dipolo de Koch . . . . .	24
3.3. Características de Radiación Dipolos de Koch . . . . .	25
3.4. Antena dipolo árbol fractal . . . . .	25
3.5. Antena reconfigurable usando árboles fractales (Tomado de [WPS07])	26
3.6. Antenas en forma de bucle fractal . . . . .	26
3.7. Antena Multibanda de Sierpinski (Tomado de [Pu98]) . . . . .	29
3.8. Parámetros de entrada para una antena tipo Sierpinski (Tomado de [4], original de [Pu98]) . . . . .	30
3.9. Distribución de corrientes en una antena multibanda Sierpinski (Tomado de [4], original de [Pu98]) . . . . .	30
3.10. Ejemplos de geometrías multitriangulares . . . . .	31
3.11. Ejemplos de geometrías multinivel . . . . .	32

3.12. Intensidad de radiación (Tomado de [4]) . . . . .	33
3.13. Intensidad de radiación para un arreglo fractal (Tomado de [4]) . . . . .	34
4.1. Antenas fabricadas . . . . .	40
4.2. Parámetros de la antena triangular . . . . .	41
4.3. Variación de las frecuencias de adaptación de la antena monopolo triangular con la altura. . . . .	42
4.4. Variación de las frecuencias de adaptación con el ángulo de apertura . . . . .	43
4.5. Influencia del tamaño del sustrato . . . . .	44
4.6. Frecuencias de adaptación experimentales para el monopolo triangular. . . . .	46
4.7. Iteraciones para construir un radiador prefractal tipo triángulo de Sierpinski . . . . .	46
4.8. Comparación de las adaptaciones de la antena tipo Sierpinski empleando diferente número de iteraciones. . . . .	47
4.9. Coeficiente de reflexión para antenas triangulares de diferentes tamaños. En la parte inferior se aprecia el coeficiente de reflexión para una antena Sierpinski y Parany. . . . .	49
4.10. Medición de las adaptaciones de la antena tipo Sierpinski . . . . .	50
4.11. Otras geometrías multitriangulares . . . . .	51
4.12. Frecuencias de adaptación para una antena tipo Sierpinski mod3 . . . . .	52
4.13. Medición de las adaptaciones de la antena Mod3 . . . . .	53
4.14. Frecuencias de adaptación para una antena tipo Sierpinski mod5 . . . . .	54
4.15. Medición de las frecuencias de adaptación de la antena Mod5 . . . . .	55
4.16. Frecuencias de adaptación de la antena Parany y de la antena Sierpinski . . . . .	56
4.17. Variación de las frecuencias de adaptación para una antena tipo Parany con el número de iteraciones . . . . .	57
4.18. Medición de las frecuencias de adaptación de la antena Parany . . . . .	57
4.19. Coeficiente de reflexión para una antena tipo Parany con alturas asignadas arbitrariamente. . . . .	59
4.20. Medición de las frecuencias de adaptación de la antena Parany modificada . . . . .	60
5.1. Relación entre el escalamiento de las alturas y las frecuencias de adaptación en una antena monopolo con geometría multitriangular simple . . . . .	64

5.2. Geometrías Mod2 empleadas . . . . .	65
5.3. Frecuencias de adaptación de antenas Mod 2 con alturas arbitrarias	66
5.4. Geometrías tipo PS-mod3 . . . . .	68
5.5. Frecuencias de adaptación para una antena PS-mod3 con alturas arbitrarias . . . . .	69
5.6. Construcción de la antena Multitriangular Mod3/2 . . . . .	70
5.7. Frecuencias de adaptación para una antena Mod 3/2 con alturas arbitrarias . . . . .	72
5.8. Comparación de las frecuencias de adaptación de las antenas es- tudiadas . . . . .	73
6.1. Algoritmo de optimización empleado . . . . .	77
6.2. Coeficiente de reflexión para la antena Mod2 Final . . . . .	78
6.3. Patrón de radiación para la antena Mod2 . . . . .	79
6.4. Coeficiente de reflexión para la antena Mod3/2 Final . . . . .	80
6.5. Patrón de radiación para la antena Mod3/2 . . . . .	81
6.6. Comparación del patrón de radiación de una antena monopolo triangular y el triángulo PS-Mod3/2 con alturas arbitrarias . . .	82
6.7. Variación de la distribución de corriente al aumentar la frecuencia	83
6.8. Distribución de corrientes en la antena multitriangular Mod3/2 .	84
6.9. Variaciones a las geometrías para mejorar el ancho de banda . . .	85
6.10. Modificaciones para mejorar el ancho de banda de la segunda adaptación . . . . .	85
7.1. Antenas construidas . . . . .	88
7.2. Adaptaciones de las demás antenas implementadas . . . . .	90
7.3. Adaptaciones de la antena Mod 3/2 . . . . .	91
7.4. Patrón de radiación antena Mod 3/2 . . . . .	92



# Índice de cuadros

1.	Bandas de operación de los estándares de interés . . . . .	XVII
4.1.	Resultados del monopolo triangular simple . . . . .	44
4.2.	Frecuencias de adaptación monopolo Sierpinski . . . . .	50
4.3.	Frecuencias de adaptación de la antena PSmod3 . . . . .	52
4.4.	Frecuencias de adaptación de la antena PSmod5 . . . . .	54
4.5.	Adaptaciones de la antena Parany con escalamiento arbitrario . .	59
5.1.	Frecuencias de adaptación de antenas triangulares simples . . . .	65
6.1.	Iteraciones . . . . .	78
7.1.	Comparación de las frecuencias de adaptación . . . . .	89





# Resumen

La tesis que se presenta a continuación tiene como objetivo el diseño de una antena multibanda de tipo fractal, capaz de operar en las frecuencias de 0.9, 2.4, y 3.5GHz definidas para los estándares de GSM, Wi-Fi y Wi-Max.

Con tal fin, se llevan a cabo los siguientes pasos:

Inicialmente se hace un estudio de las propiedades matemáticas de las geometrías empleadas, y del método numérico adecuado para el análisis de este tipo de antenas.

Posteriormente se analizan y modelan matemáticamente las características de algunas antenas pre-fractales reportadas en la literatura, para luego proponer un modelo de antena que pueda operar en las frecuencias establecidas.

A partir de la nueva antena, se proponen y realizan ciertas mejoras por medio de soluciones numéricas, obtenidas mediante simulación.

Para finalizar se corroboran los resultados de forma experimental.

Como conclusión, se obtiene una metodología que hace posible obtener una antena multibanda cuyas bandas se adaptan en las frecuencias elegidas por el diseñador.



# Introducción

Una de las principales exigencias dictadas por la convergencia de servicios en redes de telecomunicaciones inalámbricas es la interoperabilidad. Este concepto supone que tanto los terminales de usuario como las estaciones base, puedan enviar y recibir señales hacia y desde diferentes redes, sin importar el rango del espectro o el estándar empleado.

Para que esta condición se lleve a cabo se requiere, entre otras consideraciones, contar con una antena capaz de brindar una adecuada conectividad en todas las bandas de frecuencia involucradas en la operación.

Es sabido que las antenas son estructuras cuyo comportamiento se encuentra limitado por la relación de sus dimensiones físicas con respecto a la longitud de onda transportada, obteniéndose un ancho de banda restringido.

En un escenario convergente multiestándar, en el cual las bandas de operación son tan dispares, tal como se muestra en la tabla 1, el ancho de banda de una antena convencional resulta insuficiente. Además, resulta complicado y costoso contar con varias antenas cubriendo, cada una de ellas, el rango de espectro definido para cada uno de los sistemas. Debido a esto, surge la necesidad de tener una sola estructura que abarque las frecuencias deseadas.

Gracias a su comportamiento multibanda, las antenas fractales impresas han sido consideradas en aplicaciones como las ya mencionadas y en este contexto, las antenas fractales basadas en el triángulo de Sierpinski han recibido especial atención en la literatura.

En las referencias especializadas se puede encontrar una creciente cantidad de

Estándar	Frecuencia ( <i>MHz</i> )
GSM	870 - 960
Wi-Fi	2400 - 2500
Wi-MAX	3440 - 3540

Cuadro 1: Bandas de operación de los estándares de interés

estudios, a pesar de lo cual, la discusión sobre la forma de escoger las bandas de adaptación, en las cuales puede operar la antena, sigue abierta.

La intención de la presente tesis es aportar nuevos argumentos en esta discusión, mediante una metodología que involucre geometrías novedosas y procesos que contribuyan a mejorar el diseño de esta clase de antenas.

El trabajo que a continuación se presenta, está organizado de la siguiente manera: En el Capítulo 1, *Método de las diferencias finitas en el dominio del tiempo*, se introducen los fundamentos del método de electromagnetismo computacional empleado para la simulación de las antenas presentadas. En el Capítulo 2, *Fractales*, se introducen las geometrías fractales, sus propiedades, características y descripción matemática. En el Capítulo 3, *Antenas fractales*, se hace un recuento de las diversas clases de antenas fractales reportadas en la literatura, en este apartado se otorga una visión general del estado del arte en antenas multibanda basadas en fractales. En el Capítulo 4, *Antenas monopolo multitriangular*, se resume el estudio numérico, analítico y práctico, llevado a cabo para modelar matemáticamente el comportamiento, de las adaptaciones de frecuencia, de algunas antenas de tipo monopolo triangular y multitriangular. En el Capítulo 5, *Desarrollo de una antena con bandas arbitrarias*, se exploran algunas geometrías que permiten obtener una antena multibanda con adaptaciones asignadas arbitrariamente, en este capítulo se establecen criterios de diseño y se realizan pruebas preliminares, un resultado destacable es la propuesta y viabilidad para emplear como antena un tipo de geometría multifractal. En el Capítulo 6, *Ajustes realizados al diseño y posibles optimizaciones*, se propone un algoritmo de refinamiento que permite, a partir de las propuestas realizadas en el capítulo anterior, obtener frecuencias de resonancia en las bandas deseadas por el diseñador. En el Capítulo 7, *Implementación y mediciones*, se corroboran los resultados obtenidos en las simulaciones de los capítulos anteriores, por medio de mediciones de parámetros como el ancho de banda de impedancia y el patrón de radiación.

# Capítulo 1

## Método de las diferencias finitas en el dominio del tiempo

### 1.1. Introducción

Las ecuaciones de Maxwell [CH89], empleadas para describir cualquier problema del electromagnetismo a escala macroscópica, pueden conducir a planteamientos demasiados complejos, imposibles de resolver analíticamente, haciéndose necesario el uso de métodos numéricos para obtener una solución.

Por lo general, estos métodos [ECG02] parten de una discretización del planteamiento matemático, ya que esta se puede implementar computacionalmente.

Habitualmente, estas soluciones se obtienen en la “región cercana” al objeto de estudio, lo cual no es suficiente para el análisis de antenas. En consecuencia, para obtener una solución completa, se requiere hacer una posterior conversión de campo cercano a campo lejano.

Sin importar el método y lo riguroso del planteamiento, hay que ser conscientes de la existencia de errores en el resultado, producto de la discretización espaciotemporal y de las simplificaciones efectuadas en la formulación matemática.

De acuerdo con la forma en que se plantean y resuelven las ecuaciones de Maxwell, los métodos numéricos se suelen clasificar en:

- Integrales
- Diferenciales
- Temporales

- Frecuenciales

Algunos de los métodos numéricos más populares son:

- El método de los momentos (MoM)
- El método de los elementos finitos (FEM)
- El método de integración finita en el dominio del tiempo (FIT)
- Y el método de las diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD), el cual ha sido elegido para este trabajo.

## 1.2. Características del FDTD

El método de las diferencias finitas en el dominio del tiempo (FDTD) es un algoritmo que permite resolver la versión diferencial de las ecuaciones de Maxwell por medio de una aproximación de diferencias finitas. La base del método consiste en calcular los campos eléctrico ( $\mathbf{E}$ ) y magnético ( $\mathbf{H}$ ) alternadamente sobre una grilla espacial e iterar este proceso hasta que se alcance un límite temporal o un valor de convergencia.

Entre sus ventajas más destacadas se encuentra que, por ser un método temporal, permite obtener una respuesta de banda ancha en una sola ejecución del programa. Otra de las razones para usar FDTD es su escalabilidad, la cual hace posible mantener una complejidad computacional baja cuando el tamaño del problema crece.

En los problemas de antenas es útil para hallar parámetros de estado estacionario como el patrón de radiación y la ganancia. Asimismo puede ser empleado para determinar parámetros de banda ancha, como los de dispersión.

### 1.2.1. Principales ventajas del método

Además de las anteriormente mencionadas, se pueden destacar:

- Es relativamente fácil de implementar.
- Muy eficiente para dominios homogéneos.
- Útil para modelar problemas complicados.
- Tiene una baja complejidad computacional.
- No requiere invertir matrices (factor crítico debido al almacenamiento de información en memoria).
- Puede usarse para predecir las respuestas transitorias, es decir el comportamiento en todas las frecuencias del problema bajo estudio.

### 1.2.2. Desventajas del FDTD

Este método, tiene los siguientes puntos en contra:

- Ofrece una pobre representación de las fronteras curvadas, ya que la precisión de segundo orden se pierde por la discretización empleada.
- No es adecuado para resolver los detalles más pequeños, ya que la discretización espacial empleada sugiere una aproximación por cubos, lo cual supone la pérdida de detalles como puntas y curvas<sup>1</sup>.

## 1.3. Funcionamiento esquemático

El algoritmo empleado para resolver un problema electromagnético, usando el método FDTD, se resume en el diagrama de flujo 1.1, adaptado de [CH89].

En las siguientes sub-secciones se explicará cada uno de sus pasos.

## 1.4. Planteamiento

El método FDTD parte de las ecuaciones de rotacional de campo eléctrico y magnético (1.1, 1.2), que junto con la ecuación de continuidad (1.3) son suficientes para describir cualquier problema de electromagnetismo usando una expresión que no involucra la densidad de flujo magnético ni el desplazamiento eléctrico:

$$\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} = -\frac{1}{\mu} (\nabla \times \mathbf{E} + \sigma^* \mathbf{H}) \quad (1.1)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = \frac{1}{\epsilon} (\nabla \times \mathbf{H} - \sigma \mathbf{E}) \quad (1.2)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{J}_e = -\frac{\partial \rho_v}{\partial t} \quad (1.3)$$

En donde se emplean la conductividad eléctrica  $\sigma$ , la conductividad magnética  $\sigma^*$ , la permitividad eléctrica  $\epsilon$  y la permeabilidad magnética  $\mu$  para definir las propiedades de cualquier material lineal isotrópico.

---

<sup>1</sup>Teóricamente es posible implementar la discretización en cualquier sistema de coordenadas curvilíneas [Kr99].

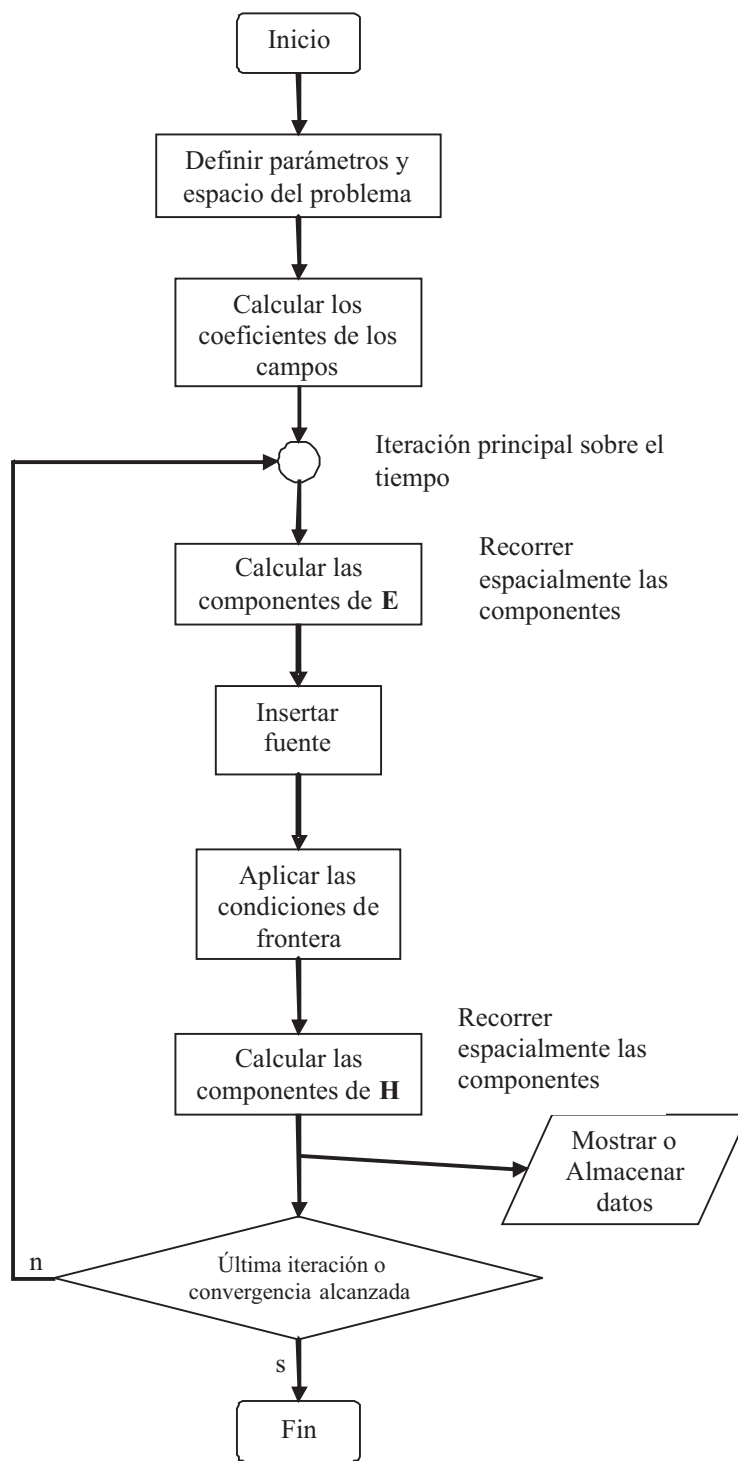


Figura 1.1: Algoritmo FDTD (Adaptado de [CH89])



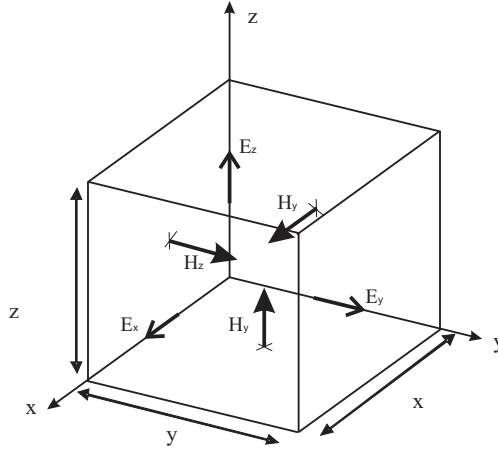


Figura 1.2: Celda espacial discreta con componentes de  $\mathbf{E}$  y  $\mathbf{H}$

#### 1.4.1. Discretización espacio-temporal, método de Yee

El algoritmo de discretización propuesto por Yee [Kr99] plantea la división del espacio en celdas de dimensiones  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  y  $\Delta z$ , para luego ubicar las componentes de campo  $\mathbf{E}$  en sus bordes y las de  $\mathbf{H}$  en el centro, de manera que queden separados entre sí una distancia  $\Delta h/2$ , tal como se muestra en la figura 1.2.

Cada una de estas celdas debe tener asignados los parámetros del material con el cual está constituida, es decir, la permitividad eléctrica, la permeabilidad magnética y la conductividad.

Es necesario considerar que el tamaño de la celda define la resolución espacial del problema y está relacionado con la menor longitud de onda a emplear. Se usa el siguiente criterio para definir el tamaño máximo de celda:

$$\Delta_{x,y,z} \leq \frac{\lambda}{10} \quad (1.4)$$

En regiones donde la geometría presente detalles muy pequeños, serán estos los que determinen el tamaño óptimo de la celda para dichas zonas.

De manera similar, el tiempo también es cuantificado en pasos  $\Delta n$ , que representan el tiempo requerido por el campo ( $\mathbf{E} \circ \mathbf{H}$ ) para viajar de una celda a la otra. Dado el desplazamiento espacial entre los componentes de campo eléctrico y magnético habrá un desplazamiento de medio paso temporal entre ellos.

Para determinar el tamaño máximo del paso temporal que garantice la validez de la respuesta, se emplea el criterio de estabilidad de Courant, el cual establece:

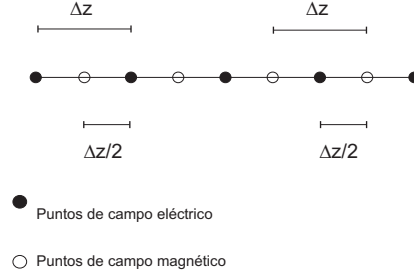


Figura 1.3: Discretización lineal usando FDTD

$$\Delta n \leq \frac{1}{c \sqrt{\left(\frac{1}{\Delta x}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta y}\right)^2 + \left(\frac{1}{\Delta z}\right)^2}} \quad (1.5)$$

Donde  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío.

#### 1.4.2. Planteamiento para una onda electromagnética que se propaga unidireccionalmente en un medio homogéneo sin fuentes.

En este ejemplo se considera una onda TEM que se propaga en un medio sin fuentes en la dirección del eje  $z$ . El campo eléctrico varía sobre el eje  $x$  y el campo magnético lo hace sobre el eje  $y$ .

Para este caso, el conjunto de ecuaciones de rotacional presentado anteriormente se reduce a:

$$\frac{\partial}{\partial t} H_y(z, t) = -\frac{1}{\mu} \frac{\partial}{\partial z} E_x(z, t) \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} E_x(z, t) = -\frac{1}{\epsilon} \frac{\partial}{\partial z} H_y(z, t) \quad (1.7)$$

Y el espacio del problema unidimensional, se puede representar de manera discreta tal como se aprecia en la figura 1.3.

Al momento de discretizar las ecuaciones anteriores hay que tomar en cuenta que una de ellas se debe evaluar en las posiciones  $(z, t)$  y por consiguiente la otra debe ser evaluada en  $(z + \Delta z/2, t + \Delta t/2)$ .

Después de una manipulación matemática las ecuaciones de Maxwell discretizadas toman la siguiente forma:

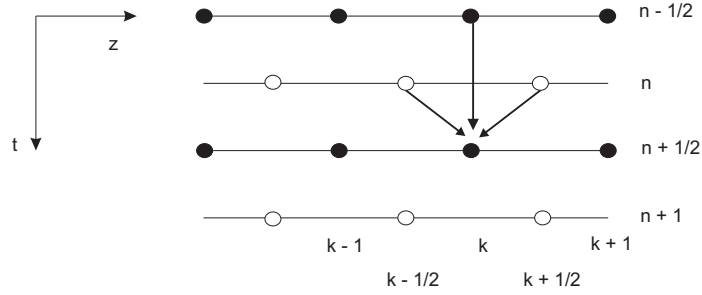


Figura 1.4: Evolución espaciotemporal del método FDTD unidimensional

$$\begin{aligned}
 E_x^{n+1/2}(k) &= E_x^{n-1/2}(k) - \frac{1}{\epsilon} \frac{\Delta t}{\Delta z} \{H_y^n(k+1/2) - H_y^n(k-1/2)\} \\
 H_y^{n+1}(k+1/2) &= H_y^n(k+1/2) - \frac{1}{\mu} \frac{\Delta t}{\Delta z} \{E_x^{n+1/2}(k+1) - E_x^{n+1/2}(k)\} \quad (1.8)
 \end{aligned}$$

Esta es la ecuación básica del método, e indica que para calcular la componente de campo eléctrico en la posición  $k$ , en el instante de tiempo  $n + 1/2$ , se deben tener en cuenta las contribuciones del mismo campo en la misma posición y en el instante de tiempo anterior, así como, la contribución del campo magnético medio instante de tiempo antes, en las medias posiciones anterior y siguiente.

Lo anterior puede apreciarse de forma gráfica en la figura 1.4. De manera análoga puede interpretarse el cálculo del campo magnético.

### 1.4.3. Extensión a problemas de propagación en cualquier dirección y sobre cualquier material

En el caso de una onda que se propague en cualquier dirección del espacio en un medio con pérdidas y en la presencia de fuentes, resulta relativamente fácil extender los resultados obtenidos en el caso anterior. Para ello basta considerar las ecuaciones del rotacional completo. Los resultados pueden consultarse en [CH89, Kr99] y su interpretación es similar al planteamiento anterior.

### 1.4.4. Tratamiento de las fuentes

Luego de discretizar el espacio-tiempo y de plantear la forma en que se van a actualizar los valores de los componentes de campo, se introduce una fuente de onda en el espacio del problema. Esto se hace asignando el valor de campo en un punto determinado y en una dirección dada, por medio de una función discreta con la forma de la onda deseada como fuente.

Algunas Formas típicas de onda para las fuentes son el pulso Gaussiano, usado para hallar la respuesta de banda ancha, y la onda senoidal, que se usa para hallar la respuesta de estado estable.

#### 1.4.5. Condiciones de frontera

En el espacio real las ondas se propagan hasta decaer en forma natural. En el espacio computacional cuando la onda llega al final de éste será reflejada hacia el interior de la malla de computo, debido a la forma en que se actualizan los campos. Por esta razón, es necesario especificar una condición que implique artificialmente una propagación de la onda hacia afuera de la grilla FDTD.

Las condiciones PML (Capa Perfectamente Acoplada) desarrolladas por Berenger en 1994 y empleadas en las distribuciones comerciales del método FDTD, ofrecen la posibilidad de absorber las ondas que inciden en todas las direcciones, sin necesidad de incrementar el espacio computacional para su implementación.

#### 1.4.6. Transformaciones de campo cercano a campo lejano

El método FDTD calcula solamente los campos dentro del dominio computacional que, por lo general, está cerca del objeto de estudio. Si se están analizando antenas en estado estable y se desea conocer la forma de los campos radiados, es necesario hacer una transformación de los campos obtenidos en la cercanía de la antena, para así obtener los campos en la región lejana.

Esto es posible gracias al principio de equivalencia y a la distribución equivalente de corrientes tangenciales a partir de los campos cercanos.

### 1.5. Aplicación

Para la realización de este trabajo se ha empleado el Software xFDTD de Remcom, ampliamente reconocido en la industria, ya que éste implementa todas las características descritas en esta sección, además de contar con otras capacidades como un editor de geometrías.

# Bibliografía

- [CH89] D. K. Cheng, “Field and Wave Electromagnetics”, 2nd ed, Prentice Hall, 1989.
- [ECG02] A. Z. Elsherbeni, C. G. Christodoulou, and J. Gómez, “The Finite Difference Time Domain Technique for Microstrip Antenna Applications”, Ch 7 in the “Handbook of Antennas in Wireless Communications” edited by Lal Chand Godara, CRC Press, 2002.
- [Kr99] J. D Krauss, “Electromagnetics”, 5th ed, McGraw Hill Higher Education, 1999.
- [TH00] A. Taflove and S. C. Hagness, “Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method”, 2nd ed. Norwood, MA: Artech House, 2000.



# Capítulo 2

## Fractales

### 2.1. Introducción

La geometría fractal es conocida como la “forma de la naturaleza” ya que por sus irregularidades y patrones intrincados emula muy acertadamente las figuras de los más diversos paisajes y estructuras que serían imposibles de describir por medio de la geometría euclídea.

Los primeros trabajos relacionados con fractales provienen de la teoría de conjuntos y de la topología. Entre dichos trabajos se destacan los de Cantor [Ca74] y los de Sierpinski [Si15], así como los trabajos de Peano, Hilbert y Koch sobre curvas no derivables y curvas con propiedades de llenado de espacio [Ko04]. Estos, más los trabajos de Julia [Ju18], sobre la iteración de funciones racionales, componen, las bases de lo que hoy se conoce como teoría de fractales.

A pesar de estos desarrollos, el término “fractal” fue introducido apenas en la década de los sesentas (1960) por el francés Benoit Mandelbrot [Ma83], quien gracias al uso de la computadora pudo ir más allá que sus predecesores, buscando aplicaciones para los fractales en la simulación de sistemas físicos complejos, además de estructurar la teoría matemática subyacente y definir el conjunto de propiedades de las formas fractales.

Aunque desde sus inicios los fractales han cautivado a un gran número de matemáticos que han sacado provecho de esta teoría en la descripción de atractores extraños y en métodos para hallar raíces de ecuaciones, es sólo hasta después de los trabajos de Mandelbrot que son tomados en “serio” por los científicos. Por medio de fractales, diversos investigadores, han modelado exitosamente sistemas físicos complicados como la dinámica de fluidos y las turbulencias.

A partir de la década de los ochenta (1980) se empezaron a buscar otras aplicaciones para los fractales, en temas tan variados como el modelamiento de órganos y partes del cuerpo humano en medicina, modelamiento de terrenos

para la ingeniería civil, modelamiento de paisajes y compresión de imágenes en computación gráfica, e incluso en el campo musical, donde se ha experimentado con secuencias melódicas generadas por fractales. Por su parte, las telecomunicaciones se han beneficiado con los estudios de tráfico estadísticamente autosimilar y el objeto de estudio que nos ocupa: las antenas fractales.

## 2.2. Clasificación de los fractales

Se puede hacer una división de los fractales en dos grupos:

- **Determinísticos:** obtenidos a partir de un procedimiento gráfico que puede ser descrito mediante una combinación de transformaciones lineales sobre un patrón generador.
- **Caóticos:** provenientes de conjuntos formados por la iteración de sistemas dinámicos.

Ambos parten de procedimientos simples que se repiten hasta el infinito, formando resultados bastante complicados. Por este motivo, se afirma que los fractales permiten explicar procesos complejos a partir de la simplicidad subyacente.

## 2.3. Propiedades de los fractales

Con respecto a cualquier otra figura geométrica, un fractal puede ser fácilmente diferenciado por tres características que todos ellos cumplen y que resultan simples de verificar.

1. Su dimensión no es un número entero.
2. Cuentan con una estructura infinita.
3. Son autosemejantes.

A continuación analizaremos cada una de ellas.

### 2.3.1. Su dimensión no es un número entero

Se piensa que la dimensión de una figura geométrica es igual al número de ejes coordenados necesarios para contener su gráfica, pero esto no se cumple para los fractales en donde la dimensión corresponde a un número fraccionario, cualidad que les da su nombre.



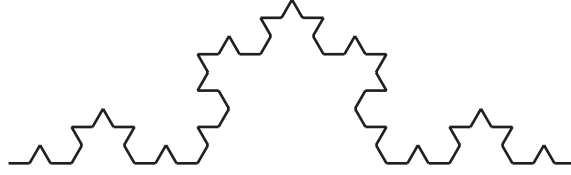


Figura 2.1: Curva de Koch

Como consecuencia de lo anterior, una figura de dimensión menor a uno (1) no tendrá longitud alguna pero estará compuesta por un número infinito de puntos. De igual forma, una dimensión mayor a uno (1) pero menor a dos (2) presentará una longitud infinita y un área cero.

Una de las medidas más sencillas para determinar la dimensión de un fractal, es la de similitud que se aplica para los fractales determinísticos, la cual se define como:

$$d = \frac{\ln(m)}{\ln(r)} \quad (2.1)$$

Donde  $m$  es el número de copias del fractal completo que se obtienen al escalarlo por un factor  $r$ .

Tomando como ejemplo la curva de Koch, figura 2.1, donde el factor de escalamiento entre una y otra iteración es de tres y en cada iteración aparecen cuatro copias del original, tendremos una dimensión de:

$$d = \frac{\ln(4)}{\ln(3)} \simeq 1,262 \quad (2.2)$$

Para los fractales obtenidos a partir de la iteración de sistemas dinámicos caóticos, se necesitan definiciones más sofisticadas, con el fin de asignar un número que indique su medida. Técnicas como el conteo de cajas, el método de correlación, el método de dispersión de puntos, la dimensión de información y la dimensión de Lyapunov son empleadas con este fin.

### 2.3.2. Estructura infinita

A diferencia de las figuras ordinarias, donde al acercarse al objeto original unas cuantas veces se pierde la forma y no se muestra ninguna información, los fractales son figuras infinitamente fraccionadas, lo cual implica que a cualquier escala que se examinen se puede identificar una estructura o patrón definido, aun si el acercamiento es infinito.

Esta estructura infinita tiene como consecuencia la imposibilidad de definir la derivada sobre este tipo de curvas, sin importar el punto donde se quiera tomar.

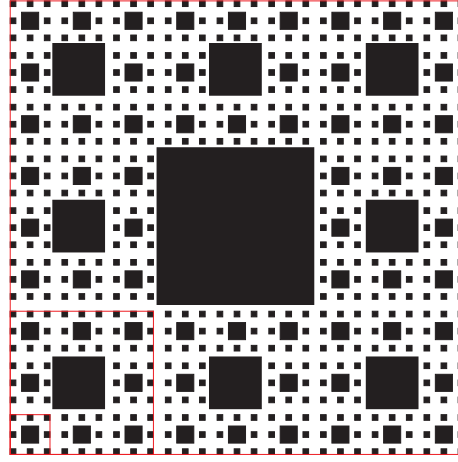


Figura 2.2: Autosimilitud en la carpeta de Sierpinski

### 2.3.3. Autosimilitud o autosemejanza

Si se observa de cerca una región determinada de cualquier fractal, se verá una réplica o una imagen bastante similar al fractal original.

Un ejemplo de esta propiedad puede apreciarse en la carpeta de Sierpinski, figura 2.2, para esta geometría las áreas encerradas contienen una réplica exacta del fractal original.

Un segundo ejemplo en el cual la autosemejanza no es perfecta, se ilustra en la figura 2.3, este corresponde a un fractal de Julia, que representa el conjunto de condiciones iniciales para las cuales es convergente la iteración del sistema dinámico complejo en tiempo discreto:  $z_{n+1} = z_n^2 + a$ . (El valor empleado para  $a$  es  $-0,75 + 0,15i$ )

Es importante notar que en fractales más complejos la autosemejanza no es solo de forma sino que está definida por las propiedades topológicas y estadísticas de dichos conjuntos.

## 2.4. Sistemas de funciones iteradas

Los fractales pueden ser vistos como un punto fijo de un sistema dinámico discreto [De89, Fa03]. Esto puede ser sustentado por medio de los mapas contractivos y los sistemas de funciones iteradas (IFS), a partir de los cuales un fractal se define por medio de un algoritmo determinístico o aleatorio.

La representación más adecuada para los fractales con una construcción geométrica autosemejante es por medio de las IFS, que permiten describir el fractal

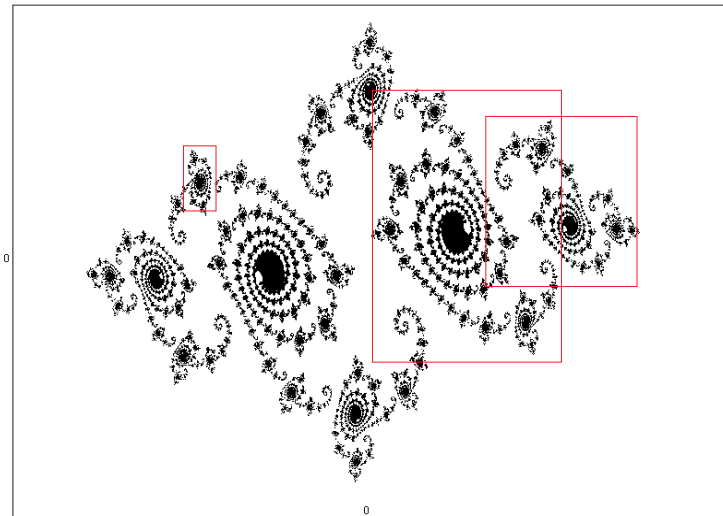


Figura 2.3: Autosimilitud en el conjunto de Julia

como una combinación de transformaciones lineales sobre una geometría inicial. Esto significa que el fractal se forma a partir de la unión de un generador y sus sucesivos escalamientos, rotaciones y traslaciones.

La IFS se obtiene aplicando una serie de contracciones, definidas por una transformación afín:

$$w(\mathbf{X}) = \mathbf{A}\mathbf{X} + \mathbf{B} \quad (2.3)$$

Donde la matriz  $\mathbf{A}$  controla el escalamiento y la rotación, mientras que  $\mathbf{B}$  gobierna la traslación lineal.

Se define el operador de Hutchinson  $W$ , como la unión de varias transformaciones afines aplicadas sucesivamente a una geometría  $\Delta$ .

$$W(\Delta) = \bigcup_{n=1}^N w_n(\Delta) \quad (2.4)$$

El principio de las funciones iteradas es aplicar la operación  $W$  de forma repetida a una geometría generadora  $\Delta_0$ .

$$\Delta_1 = W(\Delta_0), \Delta_2 = W(\Delta_1), \dots, \Delta_{k+1} = W(\Delta_k) \quad (2.5)$$

Esta secuencia corresponde a un sistema dinámico discreto que converge a un “punto” fijo:

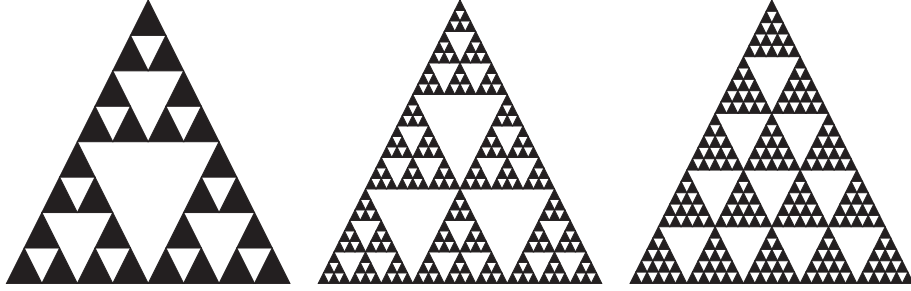


Figura 2.4: Geometrías de los triángulos de Pascal Sierpinski. a) PS mod-2. b) PS mod-3. d) PS mod-5.

$$\Delta_{\infty} = W(\Delta_{\infty}), \quad (2.6)$$

Dicho conjunto de convergencia ( $\Delta_{\infty}$ ) es la figura fractal.

## 2.5. Triángulo de Pascal – Sierpinski

El triángulo de Sierpinski fue desarrollado a principios del siglo pasado por el matemático polaco Waclaw Sierpinski, quien además realizó grandes aportes en teoría de conjuntos, teoría de números y topología.

En la década de 1980 surgieron observaciones [HLV86, LMV87] que indicaban que esta figura podía obtenerse como un caso particular de otras geometrías derivadas del triángulo de Pascal, resultantes de eliminar de éste los múltiplos de un número entero ' $i$ '. A este nuevo conjunto se le ha denominado triángulos de Pascal-Sierpinski de módulo- $i$ .

Estas geometrías resultan especialmente interesantes cuando el número cuyos múltiplos se eliminan es primo, dado que se obtiene una estructura fractal con autosemejanza geométrica. Esto permite describir fácilmente la figura resultante por medio de sistemas de funciones iteradas o por un simple procedimiento gráfico.

En la figura 2.4 se pueden observar diferentes geometrías de triángulos de Pascal-Sierpinski. De izquierda a derecha, se encuentran:

En primer lugar, el triángulo ordinario de Sierpinski, construido con 3 iteraciones. Este se puede obtener eliminando los múltiplos de dos al triángulo de Pascal, razón por la cual será denominado PS-mod2.

En segundo lugar aparece el PS-mod3, construido con 3 iteraciones.

Por último se muestra el PS-mod5 construido con 2 iteraciones.

Puede apreciarse que en las versiones *mód-i* de '*n*' iteraciones existen '*n+1*' copias autosemejantes del fractal, cada una conservando un factor de escala '*i*' con respecto a la anterior.

El procedimiento gráfico para obtener los triángulos de Pascal-Sierpinski con generadores primos es sencillo:

Se inicia retirando una porción de un triángulo inicialmente lleno, creando así una figura pre-fractal de una iteración. Si se repite el mismo procedimiento a las partes sólidas resultantes se tendrá una segunda iteración en la cual aparecerá un número ' $i(i+1)/2$ ' de copias escaladas de la figura del paso anterior.

En teoría, para obtener un verdadero fractal se debería continuar con este procedimiento hasta el infinito. Al no ser esto viable, se debe hablar de figuras pre-fractales de '*n*' iteraciones.

Dicho proceso puede ser descrito por un sistema de funciones iteradas, para ilustrar este punto se muestra como ejemplo el sistema que describe el triángulo de PS-mod3:

$$\begin{aligned}
 w_1 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 w_2 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/3 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 w_3 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2/3 \\ 0 \end{bmatrix} \\
 w_4 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/6 \\ 1/3 \end{bmatrix} \\
 w_5 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/2 \\ 1/3 \end{bmatrix} \\
 w_6 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1/3 & 0 \\ 0 & 1/3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1/3 \\ 2/3 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{2.7}$$

$$W(A) = \bigcup_{n=1}^6 w_n(\Delta) \tag{2.8}$$

Cuando estas figuras autosimilares son empleadas como antenas (al haber varias copias de un mismo patrón o generador), se espera que esto se traduzca en un comportamiento similar en diferentes frecuencias resonantes, debido a que cada versión escalada de la geometría base será un radiador para una frecuencia específica.

Uno de los objetivos de este trabajo será comprobar que esta suposición se cumple, y que además se puede alterar la geometría prefractal de forma que las frecuencias resonantes puedan ser escogidas como parte del diseño de la antena.



# Bibliografía

- [ASY97] Alligood. K. T, Sauer T. D, Yorke. J. A, “Chaos, an introduction to dynamical systems”, Springer, 1997.
- [Ca74] Cantor. G, “Über eine eigenschaft des inbegriffes aller reellen algebraischen zahlen” (“On a characteristic property of all real algebraic numbers”). Crelle Journal für die reine und angewandte Mathematik, 1874.
- [De89] Devaney. R. L, “An introduction to chaotic dynamical systems”, 2nd Ed, Addison-Wesley, 1989.
- [Fa03] Falconer. K, “Fractal geometry: Mathematical foundations and applications”, John Wiley & Sons, 2003.
- [HLV86] Holter. N. S, Lakhtakia. A, Varadan. V. K. Varadan. V. V, Messier. R, “On a new class of planar fractals: The Pascal-Sierpinski gaskets”, IoP Journal of Physics A, pp 1753-1759, 1986.
- [Ju18] Julia G. M, “Memoir sur l’itération des fonction rationnelles”, Journal de Mathématiques pures et appliquées – 4th tome, 1918.
- [Ko04] Koch H, “Sur une courbe continue sans tangente, obtenue par une construction géométrique élémentaire”, 1904.
- [LMV87] Lakhtakia. A, Messier. R, Varadan. V. K, Varadan. V. V, “Fractal structures derivable from the generalisations of the Pascal triangle”, IoP Journal of Physics A, pp 735-738 ,1987.
- [Ma83] Mandelbrot. B, “The fractal geometry of nature”, W H Freeman & Co, 1983.
- [Sc20] Scheinerman E. R, “Invitation to dynamical systems”, Internet version, Johns Hopkins University, 2000.
- [Si15] Sierpiński. W, “Sur une courbe dont tout point est un point de ramification” C. R. A. S. 160, 302-305, 1915.





## Capítulo 3

# Antenas Fractales

### 3.1. Introducción

La “electrodinámica fractal” puede entenderse como la solución de las ecuaciones de Maxwell con condiciones de contorno fractales y sus aplicaciones en el estudio de fenómenos como la radiación. Aunque por métodos analíticos es prácticamente imposible resolver esta clase de problemas [Gi0X], gracias a técnicas computacionales se ha logrado tener una idea aproximada de la solución para el límite fractal.

Estudios recientes como los de Jaggard et al [Ja90], sobre dispersión de campos en fronteras fractales; los de Werner et al [WM99, WG03], dedicados a los arreglos de antenas en disposiciones fractales; los de Puente et al [Pu98, Pu96, Pu98, PRBP96, PRPC98] y los de Cohen et al [Co96, HC99], sobre elementos simples de antenas con forma fractal; conforman la base para la teoría de la electrodinámica fractal, aún en construcción.

De acuerdo con su construcción, las antenas fractales [WPS07] se pueden clasificar en dos categorías:

- Antenas sencillas con geometría fractal, y
- Arreglos de elementos simples en disposiciones fractales.

También se suele clasificar a las antenas fractales de acuerdo con las ventajas logradas frente a las geometrías ordinarias en:

- Antenas fractales miniatura, y
- Antenas fractales multibanda.

## 3.2. Antenas simples basadas en geometrías fractales

Se clasifica de esta forma a cualquier antena individual cuya geometría esté basada en un fractal. Cabe resaltar que es imposible construir un verdadero fractal y en un sentido riguroso se debe hablar de antenas prefractales de ' $n$ ' iteraciones.

Diversos autores [Pu98, Gi00, Co96, WG03, WPS07, Ja90] han estudiado las clásicas configuraciones de dipolo, monopolo y bucle con implementaciones en alambre, impresas y microstrip; obteniendo como principales resultados la reducción de tamaño, el incremento de la impedancia de entrada y comportamientos multibanda.

Para el análisis de este tipo de antenas se emplean técnicas numéricas y experimentales, ya que resulta muy complicado resolver analíticamente las ecuaciones resultantes sobre un contorno fractal y sería impráctico realizar este procedimiento sobre la curva resultante en cada iteración de una figura pre-fractal.

## 3.3. Fractales para minimizar el tamaño de las antenas:

La dimensión fractal implica que una figura puede tener una longitud infinita en un área igual a cero, o que puede tener una longitud igual a cero y estar conformada por una cantidad infinita de puntos. Así mismo, las propiedades de llenado de espacio de algunas curvas permiten abarcar todo el plano con una línea continua.

Cuando se usan figuras prefractales como antenas, estas propiedades pueden traer una ventaja en comparación con las geometrías ordinarias contenidas en espacios clásicos, permitiendo mayores longitudes de onda en menores tamaños físicos.

El principal resultado alcanzado por esta clase de antenas es la miniaturización con respecto a una antena tradicional operando a la misma frecuencia. A continuación se muestran dos tipos de antenas fractales que mejoran el tamaño, los dipolos y los bucles fractales.

### 3.3.1. Dipolos fractales

El dipolo clásico es un radiador compuesto por dos conductores lineales rectos alimentados simétricamente. En los “dipolos fractales” se emplea una curva fractal para cada brazo.



Figura 3.1: Antena dipolo de Koch

En la literatura [Pu98, So05, ?, Co96, Gi00] se han reportado ampliamente las curvas de Koch y los árboles fractales 2D como brazos del dipolo, en implementaciones de alambre e impresas. Otras figuras fractales como los árboles tridimensionales y las curvas de Peano y de Hilbert, también han sido empleadas [WPS07] en la configuración de dipolo.

***Dipolo de Koch:***

Como se muestra en la figura 3.1, esta antena está conformada por dos fractales de Koch alimentados simétricamente aunque debido a la forma de la curva, es preferible emplear una configuración de monopolo impreso para su fabricación.

Para apreciar la diferencia de esta antena con respecto al dipolo normal; se estudia la variación de la frecuencia de adaptación al aumentar el número de iteraciones. En este caso, se toma como referencia (Iteración cero) un dipolo ordinario de altura  $h'$  y, manteniendo este parámetro constante, se van añadiendo iteraciones teniendo en cuenta que con cada iteración ( $n$ ) se aumenta la longitud efectiva de la antena en un factor:

$$l_k = h \left( \frac{4}{3} \right)^n \quad (3.1)$$

Se esperaría que la frecuencia de resonancia fuera afectada de acuerdo con la relación:

$$f_k = \frac{c}{2l_k} \quad (3.2)$$

Pero al haber puntas y discontinuidades en la geometría, estas permitirán la radiación antes de llegar al extremo del brazo y el resultado será un camino efectivo para la corriente, que no está ligado directamente a la longitud total del alambre.

En la figura 3.2, se observa como decrece la frecuencia de resonancia a medida que el número de iteraciones del fractal aumenta, esto implica que para obtener la misma frecuencia de adaptación del dipolo ordinario sería suficiente un dipolo fractal de menor altura.

Esta miniaturización muestra un alto grado de efectividad sólo para las primeras iteraciones ya que mientras la longitud del brazo crece sin límites, la frecuencia se aproxima a un límite cercano al establecido por Chu y Wheeler y por tanto no

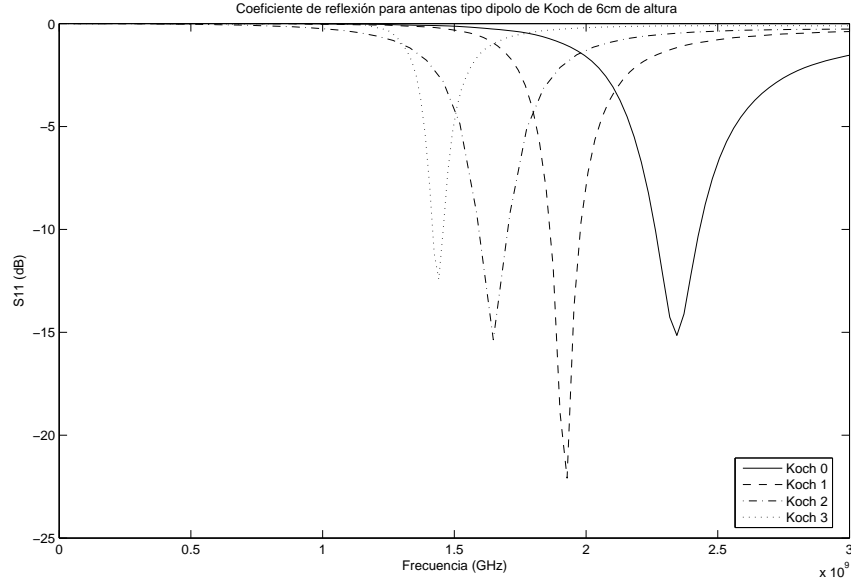


Figura 3.2: Variación de la frecuencia de adaptación con el número de iteraciones en un dipolo de Koch

tiene sentido seguir aumentando el número de iteraciones. Los detalles pueden consultarse en [Pu98].

Por otro lado, debido a que el aumento del número de iteraciones implica un alargamiento de la longitud total del alambre, se obtiene un incremento en la resistencia de la antena; esto ha sido comprobado en los trabajos de Puente y Gianvittorio [Gi00, Pu98].

Finalmente, comparando los principales cortes del patrón de radiación, se comprueba la equivalencia como antena entre el dipolo ordinario y el dipolo tipo fractal de Koch; los respectivos cortes se pueden observar en la figura 3.3.

#### *Dipolo en forma de árbol*

Otro tipo de fractal que puede ser utilizado como brazo en una antena dipolo es el árbol, una implementación básica puede verse en la figura 3.4.

Los estudios de este caso [Gi00] arrojan resultados similares a los del dipolo de Koch, demostrando como disminuye la frecuencia de resonancia a medida que aumentan las iteraciones, e igualmente como ésta se aproxima a un límite en el cual agregar una iteración al fractal no contribuye significativamente a reducir la frecuencia de adaptación. En cuanto al patrón de radiación los resultados también son muy similares a los del dipolo de Koch.

Una variación interesante es el árbol 3D activado por switches RF [WPS07],

3.3. FRACTALES PARA MINIMIZAR EL TAMAÑO DE LAS ANTENAS:25

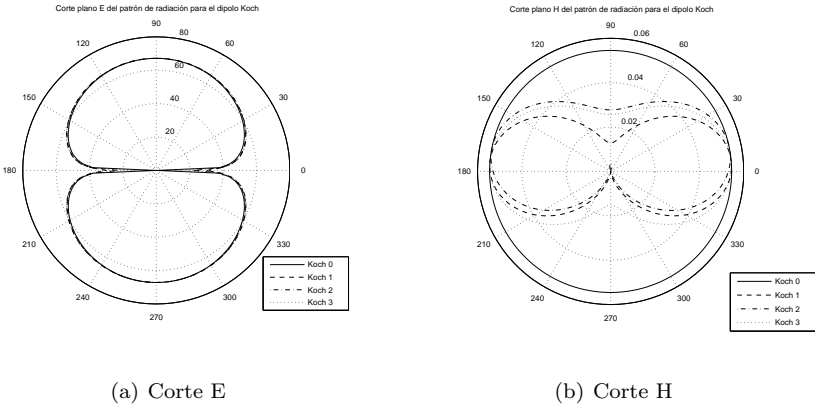


Figura 3.3: Características de Radiación Dipolos de Koch

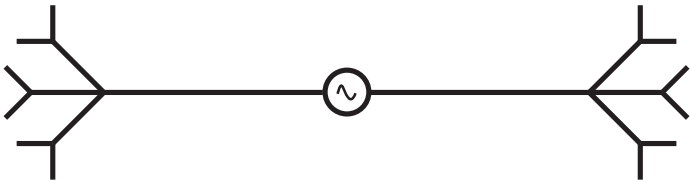


Figura 3.4: Antena dipolo árbol fractal

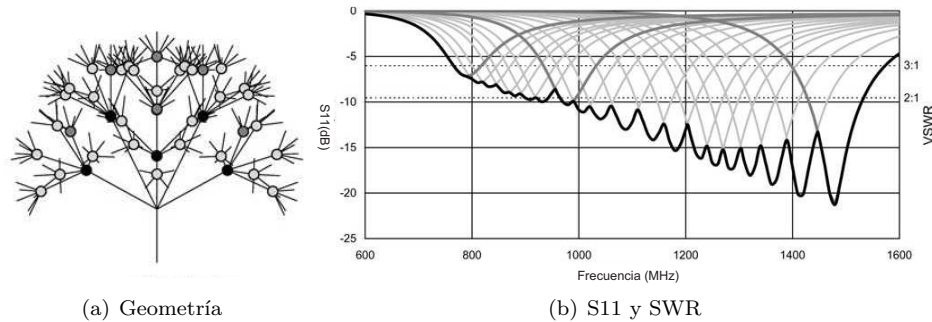


Figura 3.5: Antena reconfigurable usando árboles fractales (Tomado de [WPS07])

en el cual se puede tener un comportamiento de banda muy ancha activando o desactivando ciertas porciones del fractal. Esto hace posible un comportamiento multibanda reconfigurable, ver figura 3.5.

### 3.3.2. Bucles Fractales:

Otro tipo de antena miniatura basada en geometría fractal es el bucle, que en teoría tiene un perímetro infinito contenido en un área finita. Con respecto al bucle simple, esta mayor longitud se traduce en requerir un área menor para obtener una frecuencia de resonancia igual, similar a lo que ocurría en el caso de los dipolos.

Las antenas más estudiadas [Gi00, Vi02], son variaciones de los fractales de Minkowski y Koch dispuestos como se muestra en la figura 3.6.

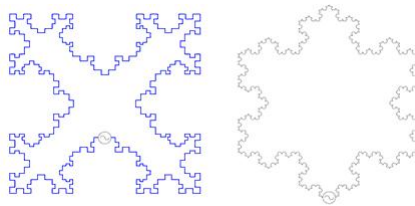


Figura 3.6: Antenas en forma de bucle fractal

Comparando las áreas y perímetros de una circunferencia y un bucle fractal de igual radio es demostrable que el fractal, incluso con unas pocas iteraciones, tendrá un área menor y una longitud bastante mayor. Esto permite crear un bucle pequeño con buena resistencia de entrada.

Para ilustrarlo se toma como ejemplo el área del bucle de Koch de la figura, que está dada por:

$$A_{Koch} = \frac{1}{2}r^2 \frac{3\sqrt{3}}{2} \left[ 1 + \frac{3}{4} \sum_{n=1}^N \left( \frac{4}{9} \right)^n \right] \quad (3.3)$$

Donde ' $N$ ' es el número de iteraciones empleado y ' $r$ ' es el radio de la circunferencia que lo encierra. En el límite, cuando el fractal ha sido terminado, el área está dada por:

$$A_{Koch} = \frac{6\sqrt{3}}{5} r^2 \quad (3.4)$$

Estableciendo una relación de  $A_{Koch}/A_{Circ} = 0,6616$  entre el área del fractal y el área de la circunferencia que lo encierra. Esta diferencia de área se refleja en la eficiencia de apertura. Eléctricamente el área de un bucle es 22 veces mayor que el área que la encierra, mientras que para un bucle fractal se ha comprobado en [Gi00] que esta relación es de 32 veces.

Así mismo, se puede realizar una comparación de los perímetros de ambas curvas. Cada iteración del fractal tiene un perímetro que viene dado por:

$$P_{Koch} = 3\sqrt{3}r \left( \frac{4}{3} \right)^n \quad (3.5)$$

Considerando como cuasi-fractal un bucle de cuatro iteraciones, que tiene un 0,96 % del área del fractal finalizado, se tiene una relación entre perímetros de:

$$P_{Koch4}/P_{Circ} = 2,614 \quad (3.6)$$

Lo cual confirma que, teniendo una longitud mayor que el bucle tradicional, el bucle fractal es más compacto, es decir, ocupa menos área.

Gracias a esto se obtiene un aumento considerable en la impedancia de entrada con respecto al bucle normal, una mejora importante considerando que esta es una limitación para adaptar los bucles ordinarios a otros circuitos.

Los diagramas de directividad son bastante similares entre estas antenas con apenas una pequeña pérdida del bucle fractal frente a su equivalente circular.

### 3.4. Fractales para obtener antenas multibanda

Es necesario diferenciar entre antenas multibanda y antenas independientes de la frecuencia. Las primeras son antenas con múltiples adaptaciones separadas en frecuencia, con características de radiación similares en cada una de estas bandas; las segundas son antenas que presentan gran ancho de banda (en teoría

infinito) dentro del cual sus parámetros de radiación no varían significativamente.

Numerosas geometrías se consideran “independientes de la frecuencia”, entre las más destacadas están las espirales (planares y cónicas) y las logoperiódicas; ambas pueden ser consideradas como un fractal continuo.

Es importante anotar que en algunos casos se consiguen múltiples frecuencias agrupando varias antenas unifrecuenciales, o por medio de la incorporación de elementos reactivos en las antenas, forzando la aparición de nuevas frecuencias de operación.

### 3.4.1. Principio de Hohlfeld - Cohen - Rumsey y antenas independientes de la frecuencia

El principio de Rumsey [Ba05] enuncia que si una antena está definida solamente en función de ángulos, será independiente de la frecuencia, definición impráctica ya que implica tamaños infinitos. Sin embargo, a partir de ésta se ha derivado la posibilidad de obtener antenas de banda muy ancha, truncando la geometría en algún punto pertinente.

Recientemente Hohlfeld y Cohen [HC99] enunciaron una extensión a este principio, donde se amplía la definición de independencia de la frecuencia para un conjunto de escalas y frecuencias discretas además de permitir el uso de geometrías que no estén definidas en términos de ángulos.

En esta nueva definición los factores clave son la autosimilitud y la simetría con respecto al origen, principios cumplidos por las antenas definidas en términos de ángulos para escalas continuas y por las antenas autosemejantes con geometrías pre-fractales para escalas discretas.

### 3.4.2. Antenas fractales multibanda

La autosemejanza de los fractales ha sido aprovechada para diseñar antenas que operan en diferentes frecuencias, empleando las diferentes escalas contenidas en la geometría para crear múltiples antenas efectivas. Esto se entiende, considerando que para ciertas longitudes de onda sólo se excitará una porción de la geometría que actuará como radiador independiente.

El primer ejemplo documentado de antenas fractales multibanda corresponde a una antena monopolo tipo triángulo de Sierpinski con cuatro iteraciones 3.7, propuesta por Puente [Pu98, Pu96, PRPC98]. La implementación de esta antena se realizó imprimiendo la geometría del radiador (8,89cm de altura) sobre un sustrato dieléctrico ( $\epsilon_r = 2,5$  y grosor 1,588mm) y empleando un plano de tierra de 80x80cm.

Observando la geometría, se espera una corriente fluyendo desde el vértice de alimentación hacia las puntas donde se radia la potencia. Sin embargo, estas



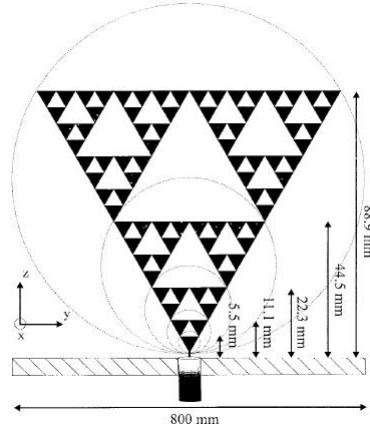


Figura 3.7: Antena Multibanda de Sierpinski (Tomado de [Pu98])

puntas no se encuentran en los vértices de un único triángulo, se aprecian en la figura cinco radiadores autosemejantes (encerrados por los círculos), por lo cual es razonable esperar que la antena presente cinco bandas. Se aprecia también que el factor de reducción entre una escala y la siguiente es dos, por lo que se puede esperar esta misma separación entre las bandas.

En la figura 3.8 se ilustran el coeficiente de reflexión y la impedancia de entrada en función de la frecuencia para esta antena. Se puede apreciar que existen cinco frecuencias resonantes de forma cuasi equiespaciada por un factor de dos entre ellas.

Según el análisis de Puente [Pu98], las frecuencias de adaptación de esta antena están dadas por:

$$f_n \simeq 0,26 \frac{c}{h} \delta^n \quad (3.7)$$

Donde  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío,  $h$  es la altura del triángulo más grande, y  $\delta$  es la razón de escalamiento entre los triángulos que conforman el fractal.

En la figura 6.8 se ilustra el flujo de corrientes en la antena, obtenido usando el método de los momentos. Aquí se puede ver como es excitada para cada banda de frecuencia una región en particular de la antena lo que le permite radiar diferentes longitudes de onda.

### 3.4.3. Limitaciones de las antenas fractales multibanda

En el proceso iterativo de construcción de una antena tipo Sierpinski se hace una reducción y copia del generador tomando un factor de escala constante, lo que

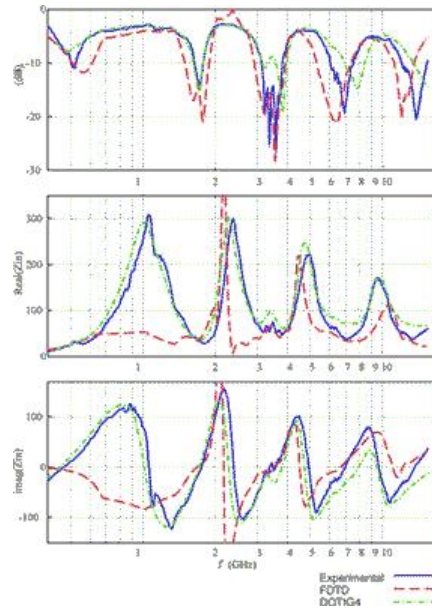


Figura 3.8: Parámetros de entrada para una antena tipo Sierpinski (Tomado de [4], original de [Pu98])

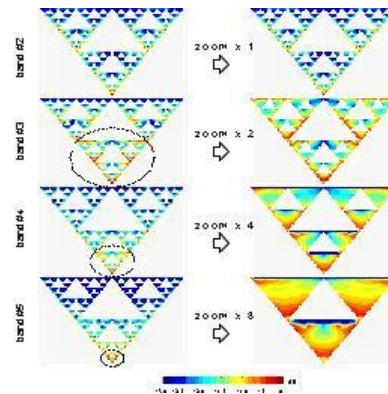


Figura 3.9: Distribución de corrientes en una antena multibanda Sierpinski (Tomado de [4], original de [Pu98])

lleva a que las bandas de adaptación sucesivas tengan este mismo espaciamiento constante entre ellas, esto constituye un problema cuando se pretende crear una antena que opere en frecuencias tan variadas como las de GSM y WLAN. Por tal motivo se debe estudiar una metodología que permita asignar arbitrariamente las frecuencias resonantes de estas antenas.

Aunque la prioridad en esta clase de problemas es adaptar la antena en las frecuencias deseadas, un problema adicional es el grado de semejanza entre medidas de estado estacionario como la ganancia y el patrón de radiación en cada una de las bandas resonantes.

#### 3.4.4. Antenas Multitriangulares

Este tipo de antena [Pu01, 19] es una evolución de la antena tipo triángulo de Sierpinski. Las antenas multitriangulares fueron ideadas con el propósito de lograr dos bandas de adaptación que puedan ser localizadas de acuerdo con los requisitos de diseño.

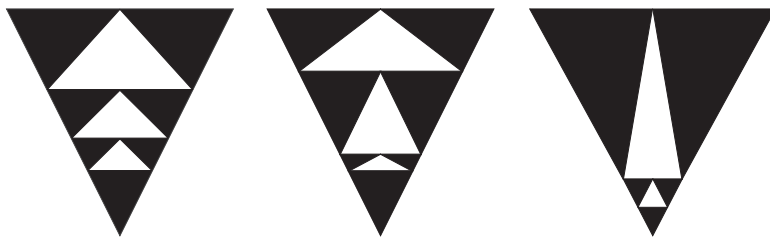


Figura 3.10: Ejemplos de geometrías multitriangulares

En la figura 3.10 aparecen ejemplos de este tipo de antena, donde se puede apreciar que se sigue una filosofía similar al fractal de Sierpinski en su construcción, sólo que el factor de escalamiento no necesariamente tendrá que ser uniforme. Aunque no existen muchos reportes sobre el comportamiento de este tipo de antenas, su diseño se basa en la prueba y error acompañado de métodos de optimización.

#### 3.4.5. Antenas Multinivel

Luego de demostrar que no es necesario construir una verdadera antena fractal [Be102, Be202, Be302], surgieron las antenas multinivel [Pu06, Pu06, Pu06, 10, 13, ?], propuestas por C. Puente et al y desarrolladas por la empresa Fractus, que ostenta la patente sobre esta nueva categoría de antenas. Las antenas multinivel pueden considerarse como el “Estado del arte” en antenas multibanda basadas en fractales.

Su origen está directamente relacionado con el desarrollo de las antenas tipo triángulo y carpeta de Sierpinski, con las cuales comparten algunas características como las múltiples frecuencias de operación. De igual manera, las antenas multinivel buscan beneficiarse de la miniaturización observada en otro tipo de diseños basados en fractales, como los dipolos de Koch.

La filosofía de construcción para una geometría multinivel es similar a la empleada para construir un fractal, sólo que no se propone iterar hasta el infinito.

Se parte de un patrón generador al cual se le aplica un conjunto de transformaciones afines por medio de un operador de Hutchinson, luego, a la geometría obtenida en el paso anterior, se le repite el proceso hasta conseguir una figura “deseable”.

En la figura 3.11 se muestran algunas geometrías de este tipo. Cabe anotar que no es necesario el contacto físico entre las puntas de las diferentes figuras componiendo la geometría, y que puede existir un solapamiento entre ellas, siempre y cuando las formas individuales sean distinguibles.

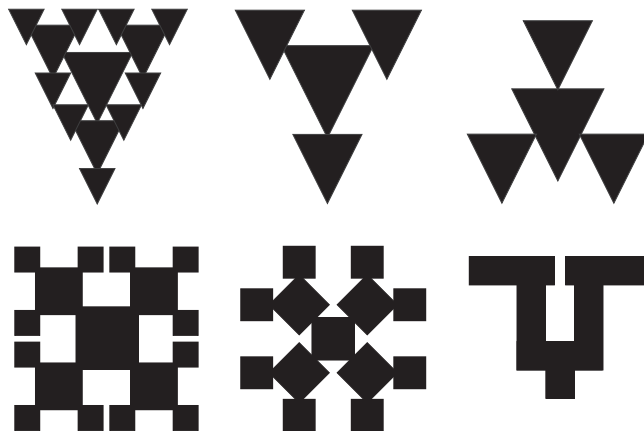


Figura 3.11: Ejemplos de geometrías multinivel

Es importante aclarar que las figuras multinivel no son geometrías fractales, a pesar de tener cierta similitud, puesto que no cumplen con ninguna de las tres condiciones para ser consideradas un fractal.

Las implementaciones más empleadas son las impresas y las microstrip que por su bajo perfil se adaptan fácilmente a los circuitos de transmisión y recepción, aunque estas geometrías no están limitadas a una tecnología ni a un tipo de antena, siendo empleadas incluso para construir planos de tierra en antenas monopolo sencillas.

### 3.5. Arreglos fractales de antenas

Un arreglo fractal es un conjunto de antenas simples, por ejemplo dipolos, dispuestas en forma de fractal. Esta configuración fue propuesta por Jaggard et al [Ja90, 4] a mediados de los 90, con el fin de combinar el orden de los arreglos uniformes con la robustez de los arreglos aleatorios.

Lo anterior se deriva de la característica de estructura infinita de los fractales, gracias a la cual presentan un aparente desorden cuando se miran de cerca, mientras que si se aleja el punto de observación es posible identificar un patrón ordenado.

Los arreglos bidimensionales de antenas, por lo general, emplean distribuciones uniformes y aleatorias de sus elementos, cada una de estas con ciertas ventajas en cuanto al patrón de radiación logrado.

La configuración uniforme como se muestra en la figura 3.12a) presenta un lóbulo principal de gran potencia, pero así mismo presenta lóbulos laterales de igual magnitud. La distribución aleatoria presenta características más deseables en cuanto a los lóbulos laterales, siendo estos mucho menores que en el caso anterior; sin embargo, también disminuye la potencia del lóbulo principal, lo cual se aprecia en la figura 3.12b).

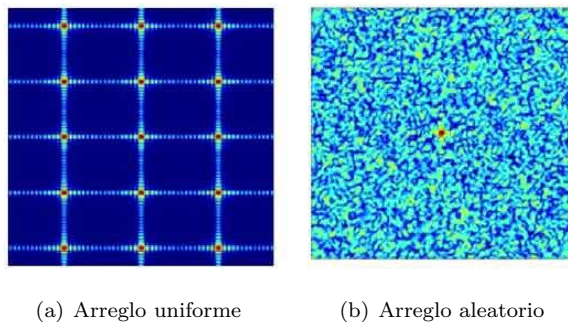


Figura 3.12: Intensidad de radiación (Tomado de [4])

Para construir un arreglo fractal, los autores han escogido el triángulo de Sierpinski como patrón a seguir. El patrón de radiación obtenido con este esquema se muestra en la figura 3.13.

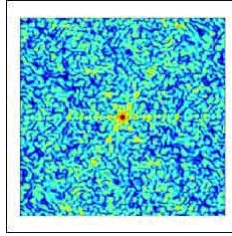


Figura 3.13: Intensidad de radiación para un arreglo fractal (Tomado de [4])

Aquí se ve nuevamente que existirán lóbulos laterales de menor intensidad, pero el principal será casi de igual magnitud que en el caso de una distribución uniforme.

Una ventaja adicional de esta implementación es su robustez, ya que si llega a fallar una antena esto tendrá poca incidencia en el sistema.

# Bibliografía

- [Ba05] Balanis C. A, “Antenna Theory: Analysis and Design”, 3rd Ed, Wiley-Interscience, 2005.
- [BW52] Brown G. H. and Woodward O. M, “Experimentally determined radiation characteristics of conical and triangular antennas”, RCA Rev, vol 13, No 4, p 425, Dec 1952.
- [Co05] Cohen. N, “Fractals’ new era in military Antenna Design”, rfdesign.com, 2005.
- [Co96] Cohen. N, “Fractal Antennas Part I & II”, Coom Quart, 1995, 1996.
- [Gi0X] Giona M. et al, “Towards a Theory of Electrodynamics on Fractals: Representation of Fractal Curves and Integral electromagnetic Equations in Fractal Domains”, University of Rome, 200x.
- [Go02] Godara. L. C, “Handbook of Antennas in Wireless Communications”, CRC Press, 2002.
- [Gi00] Gianvittorio J, “Fractal Antennas: Design, Characterization and Applications”, Msc Electrical Engineer Thesis UCLA, 2000.
- [Gi03] Gianvittorio J, “Fractals MEMS and FSS Electromagnetic Devices: Miniaturization and Multiple Resonances”, Phd Thesis UCLA, 2003.
- [HC99] Hohlfeld R. G, Cohen N, “Self similarity and the geometric requirements for frequency independence in antennae”, Fractals, Vol. 7, No. 1 p 79-84, World Scientific Publishing Company, 1999.
- [Ja90] Jaggard D, “Fractal Electrodynamics”, Chap1 in Frontiers in Electromagnetics, 1990.
- [KM02] Kraus J. D, Marhefka R. J, “Antennas for all Applications”, 3rd Ed, McGraw-Hill Science, 2002.
- [Ku96] Kutter R. E., “Fractal Antenna Design”, University of Dayton, 1996.
- [MD03] McDonald T. K, “Small Fractal Atennas”, Princeton University, 2003

- [Mo06] Montoya. A, “Antenas Fractales: Un Paso en la Evolución de las Telecomunicaciones”, Universidad de Antioquia, 2006.
- [PAF06] Paz H, Acero X, Ferro R, “Diseño de una antena Fractal Siguiendo el Modelo de Mandelbrot”, ACIEM, 2006.
- [Pu98] Puente C. et al, “On the Behavior of the Sierpinski Multiband Antenna”, IEEE Trans. Antennas Propagation, VOL. 46, NO. 4, pp. 517 - 524, Apr 1998.
- [Pu06] Puente C. et al, “Multilevel Antennae”, United States Patent No: 7.015.868 B2, Mar 2006.
- [Pu01] Puente C. et al, “Multitriangular Antennas for GSM and DCS”, US Patent No 6.281.846, 2001.
- [Pu06] Puente C. et al, “ Multilevel Antennae”, US Patent No 7.015.868, 2006.
- [Pu96] Puente C. et al, “Fractal Multiband Antenna based on the Sierpinski Gasket”, Electron Lett, vol32, 1996.
- [Pu98] Puente C. et al, ”Small but Long Koch Fractal Monopole”, Electron Lett, vol34, 1998.
- [Ri04] Rius J. M, “FractalCOMS Exploring the limits of Fractal Electrodynamics for the future telecommunication technologies”, UPC, 2004.
- [MRI00] Rusu Mirea V, Baican Roman , Ene Ioana, “Fractal Antennas”, Bucharest University, 2000.
- [ST04] Siakavara K, Tsaldaris F, “A Multi-Wideband Microstrip Antenna Designed by the Square-Curve Fractal Technique”, 2004.
- [So05] Soler J. et al, “Novel Multifrequency and Small Monopole Antenna Techniques for Wireless and Mobile Communications”, Universidad politécnica de Cataluña, 2005
- [SRG01] Suárez C, Rincón D, Ganoa E, “Antenas Fractales”, Revista de ingeniería u. Distrital, vol 6 No 1p34, 2001.
- [Tr06] Tran A, “Wireless Multi-Frequency Recursive Pattern Antenna”, United States Patent No: 6.989.764 B2, Jan 2006.
- [Vi03] Vinoy K. J. et al, “Impact of Fractal Dimension in the Design of Multi-Resonant Fractal Antennas”, Worl Scientific Publishing, 2003.
- [Vi02] Vinoy K. J, “Fractal Shaped Antenna Elements for Wide and Multi-Band Wireless Applications”, PhD Thesis Penn State University, 2002.



- [WM99] Werner D. H. (Editor), Mittra R. (Editor), "Frontiers in Electromagnetics"; Wiley-IEEE Press, 1999.
- [1] [www.fractus.com](http://www.fractus.com)
  - [2] [www.fractenna.com](http://www.fractenna.com)
  - [3] <http://matap.dmae.upm.es/cursofractales>
  - [4] [www.tsc.upc.edu/fractalcoms](http://www.tsc.upc.edu/fractalcoms)
  - [5] USP 6476766 "Fractal antenna ground counterpoise, ground planes, and loading elements and microstrip patch antennas with fractal structure"
  - [6] USP 6452553 "Fractal antennas and fractal resonators"
  - [7] USP 6127977 "Microstrip patch antenna with fractal structure"
  - [8] USP 6104349 "Tuning fractal antennas and fractal resonators"
  - [9] EP 0843905 "Fractal antennas, resonators and loading elements"
  - [10] PCT/ES/9900296 "Multilevel Antennas"
  - [11] PCT/EP00/00411 "Space-filling miniature antennas"
  - [12] PCT/EP00/00422 "Fractal and space-filling transmission-lines, resonators, filters and passive network elements"
  - [13] PCT/EP01/10589 "Multilevel and space-filling ground-planes for miniature and multiband antennas"
  - [14] PCT/EP01/11912 "Multiband antenna"
  - [15] PCT/EP02/07002 "Multiband antenna for handheld terminal"
  - [16] PCT/EP02/07835 "Undersampled Microstrip Array Using Multilevel and Space-Filling Shaped Elements"
  - [17] PCT/EP03/01695 "Miniature antenna having a volumetric structure"
  - [18] ES 2112163 "Fractal and Multifractal Antennas"
  - [19] PCT/ES99/00117 "Multitriangular dual band antennas for cellular telephony GSM & DCS"



## Capítulo 4

# Antenas monopolo multi-triangular

### 4.1. Introducción

Para la construcción de un fractal tipo triángulo de Pascal - Sierpinski, por medio de cualquiera de los métodos descritos, se emplea un triángulo sólido como generador. Esta es la razón por la cual a dicha figura se le considera como la iteración cero de cualquiera de las geometrías multitriangulares tipo Pascal - Sierpinski.

Por este motivo, para el presente estudio se parte del análisis teórico, estructural y funcional de la antena monopolo triangular y de su modelamiento matemático como base para el análisis de antenas complejas que involucren estructuras radiantes multitriangulares.

Las antenas analizadas están constituidas por la geometría del radiador impresa sobre un sustrato FR4 ( $\epsilon_r = 4,5$ ,  $\tan \delta = 0,01$ ) con 60 milésimas de pulgada de espesor, una lámina de cobre de  $20 \times 20 \text{ cm}$  como plano de tierra y alimentado por medio de un conector SMA de  $50 \Omega$ .

Los resultados que se mostrarán a continuación, fueron obtenidos mediante simulación y medición de algunas antenas de interés, mostradas en la figura 4.1. Como software de simulación se utilizó Remcom-XFDTD [1], basado en el método de las diferencias finitas en el dominio del tiempo. Las simulaciones que se presentan emplean un enmallado adaptativo con una resolución mínima de  $2 \times 2 \times 2 \text{ mm}$  en las regiones con menor detalle, y en algunos casos, para las geometrías más complejas, se han empleado resoluciones hasta de  $0,5 \times 0,5 \times 0,3 \text{ mm}$  en las regiones con mayor detalle.

Las mediciones de coeficiente de reflexión se realizaron con un analizador vectorial de redes Agilent E5062A que opera en un rango de frecuencias de 300 KHz

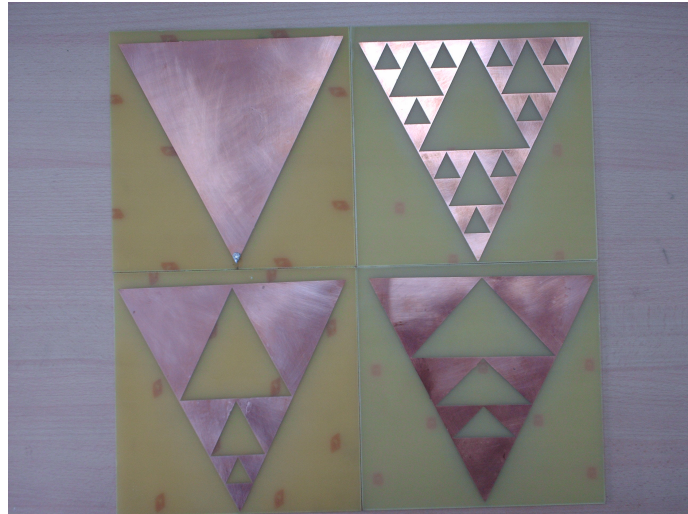


Figura 4.1: Antenas fabricadas

a 3 GHz, equipo que fue suministrado por el Laboratorio de Comunicaciones (CMUN) de la Universidad Nacional de Colombia. Las mediciones de patrón de radiación fueron realizadas en la cámara anecoica del Grupo de Electrónica y Sistemas de Telecomunicaciones (GEST) de la Universidad de los Andes.

## 4.2. Caracterización de la antena monopolo triangular impresa

La antena monopolo triangular es la “versión monopolo” de la antena bowtie [Ba05, KM02, BW52], que a su vez corresponde a una proyección planar de la antena bicónica [Ba05, KM02, BW52]. Ésta última, a pesar de ser una geometría definida solamente en función de ángulos, no cumple con la condición de decaimiento de la corriente con la distancia desde el punto de alimentación, condición fundamental para ser considerada una antena independiente de la frecuencia.

Por lo anterior, se espera que la antena monopolo triangular se adapte a una primera frecuencia de resonancia y aparezcan otras adaptaciones de orden superior, como en el caso de un monopolo ordinario.

## 4.2. CARACTERIZACIÓN DE LA ANTENA MONOPOLO TRIANGULAR IMPRESA41

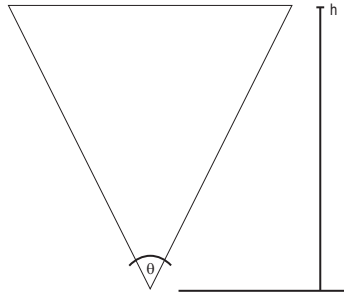


Figura 4.2: Parámetros de la antena triangular

### 4.2.1. Parámetros de la antena monopolo triangular simple

En el montaje propuesto, la geometría del radiador se imprime sobre un sustrato dieléctrico y se dispone perpendicularmente a un plano de tierra. La geometría del radiador corresponde a un triángulo isósceles invertido, con la alimentación conectada en el vértice inferior, donde está el ángulo “diferente” del triángulo. Un diagrama esquemático de la antena monopolo triangular se muestra en la figura 4.2.

Allí se aprecia que los parámetros que pueden influir en el comportamiento de la antena, son la altura del triángulo y el ángulo en el vértice empleado para la alimentación. En un primer estudio se busca determinar como la variación de estos parámetros afecta las frecuencias de adaptación de la antena.

#### Variación de las frecuencias de adaptación con la altura

Para modelar la variación de estas frecuencias se realizaron numerosas simulaciones con diferentes alturas, manteniendo constante el ángulo de apertura. En todos los casos se ha empleado una construcción en la que la altura es igual al tamaño de la base.

Para este estudio se ha simulado el parche conductor sin sustrato. En teoría, la influencia del mismo es descartable, ya que su efecto es escalar uniformemente las frecuencias de adaptación<sup>1</sup>, sin alterar la distribución de corrientes en el radiador. Este sustrato se emplea principalmente para brindar estabilidad y robustez a la estructura de la antena multitriangular. La figura 4.3 muestra los resultados de la simulación con diferentes alturas.

En esta figura se observa que existen varias adaptaciones a las que se denominan  $f_n$  de las cuales la primera, ( $f_0$ ) presenta un valor de acople muy bajo y generalmente es ignorada en el diseño de este tipo de antenas.

<sup>1</sup>Se asume que las propiedades del material con el cual está construido no varían con la frecuencia.

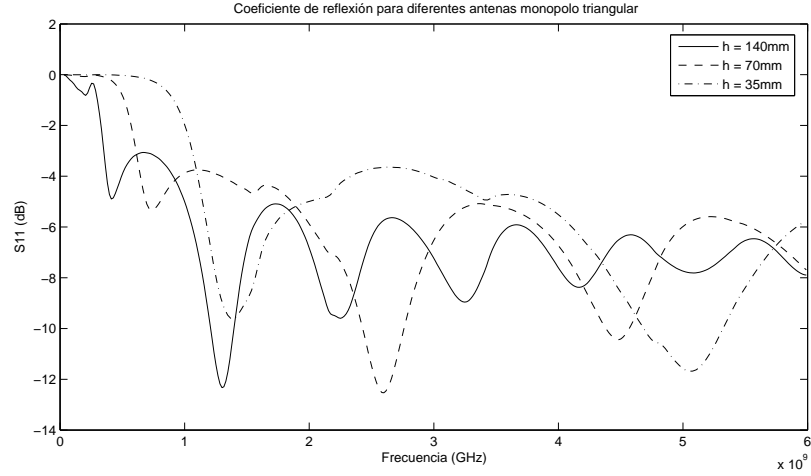


Figura 4.3: Variación de las frecuencias de adaptación de la antena monopolo triangular con la altura.

Tomando como referencia la frecuencia  $f_1$  obtenida para el triángulo de mayor altura, se aprecia que los valores de esta adaptación ( $f_1$ ) para las siguientes alturas (cada una es la mitad de la anterior) cumplen aproximadamente con la condición de ser el doble de la anterior.

Luego de tabular estos resultados y tras realizar el ajuste de datos, tomando como referencia el modelo clásico de Woodward y Brown [Pu98, BW52], se obtiene que las frecuencias de acople de esta antena en función de la altura están determinadas por la expresión 4.1:

$$f_n \approx (0,1604 + 0,4359n) \frac{c}{h} \quad (4.1)$$

Donde  $c$  es la velocidad de la luz y  $h$  es la altura de la antena triangular.

#### Variación de las frecuencias de adaptación con el ángulo de apertura

Para esta prueba se varía el ángulo del vértice de alimentación, dejando constante la altura en  $14\text{cm}$ . En este caso las antenas se imprimieron sobre un sustrato FR4 de  $15 \times 15 \times 0,1524\text{cm}$ .

Los resultados de la simulación se muestran en la figura 4.4, donde se aprecia un aumento de la frecuencia a medida que disminuye el ángulo de apertura, lo cual se hace más evidente en las bandas superiores.

Las frecuencias de adaptación en este caso pueden ser modeladas como lo indica la ecuación 4.2:

## 4.2. CARACTERIZACIÓN DE LA ANTENA MONOPOLO TRIANGULAR IMPRESA43

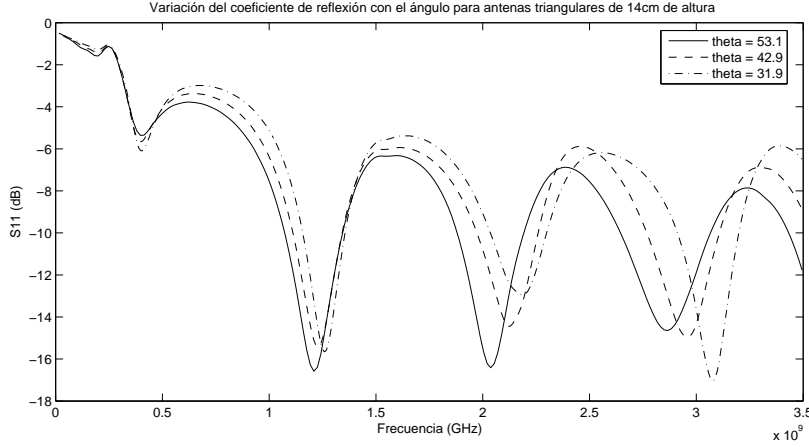


Figura 4.4: Variación de las frecuencias de adaptación con el ángulo de apertura

$$f_n \approx (0,1869 + 0,4416n) \frac{c}{h} \cos(\theta/2) \quad (4.2)$$

Para un ángulo fijo, el modelo dado por la ecuación 4.2, se reduce a una forma similar a 4.1, teniendo en cuenta que el efecto del material dieléctrico es la disminución de las frecuencias, lo cual se refleja en la ecuación resultante.

### 4.2.2. Modelo completo de la antena triangular simple

Para modelar el monopolo triangular propuesto se debe tomar en cuenta la presencia del sustrato. Puesto que, en un caso normal, el efecto de éste es la reducción de la frecuencia de adaptación. Sin embargo, cuando el tamaño del sustrato es mucho mayor que el conductor, tendrá un efecto adicional que debe incluirse en el modelo.

Para este caso se realizó una simulación con el fin de determinar el efecto de un sustrato FR4 de tamaño  $15 \times 15 \times 0,1524 \text{ cm}$  empleando parches triangulares de diversos tamaños, cuyos resultados pueden apreciarse en la figura 4.5. Se observa que cuando el tamaño del sustrato es mucho mayor al del parche surge una disminución adicional de las frecuencias de adaptación, lo cual puede ser interpretado como un alargamiento eléctrico del parche conductor.

En la tabla 4.1 se listan las frecuencias de adaptación, obtenidas al usar FDTD, empleando diferentes alturas y el mismo ángulo ( $53.13^\circ$ ) en todos los casos.

Para cada una de las alturas se puede deducir un modelo simple similar al de la ecuación 4.1. Sin embargo, se busca un modelo general para la antena

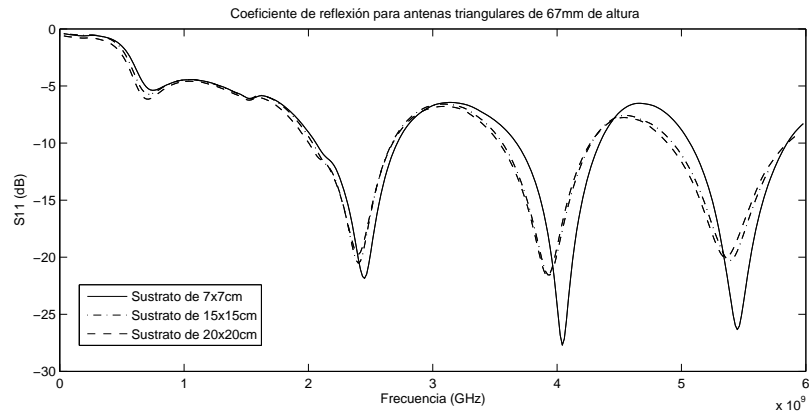


Figura 4.5: Influencia del tamaño del sustrato

Altura (cm)	$f_0$ (GHz)	$f_1$ (GHz)	$f_2$ (GHz)	$f_3$ (GHz)
14	0.36	1.22	2.05	2.91
9	0.49	1.83	3.04	4.2
7	0.6	2.29	3.76	5.17
6	0.68	2.6	4.28	5.79
4	0.95	3.7	5.89	7.9
3.5	1.05	4.03	6.55	8.77
1.8	1.9	6.85	10.99	14.43

Cuadro 4.1: Resultados del monopolo triangular simple



## 4.2. CARACTERIZACIÓN DE LA ANTENA MONOPOLO TRIANGULAR IMPRESA45

triangular con sustrato. Con base en los datos de la tabla y los modelos obtenidos anteriormente, se puede aproximar el comportamiento de la antena monopolo triangular impresa mediante la ecuación 4.3:

$$f_n \approx (0,1638 + 0,4008n) \frac{c}{h + 0,0057 + 0,00155n} \quad (4.3)$$

### Comparación del modelo obtenido con el modelo de Brown y Woodward

El modelo clásico para la antena triangular fue deducido por los trabajos experimentales resumidos en [BW52] y corresponde a la forma 4.4:

$$f_n \approx (a + b n) \frac{c}{h} \quad (4.4)$$

Donde  $a$  y  $b$  son constantes,  $c$  es la velocidad de la luz en el vacío y  $h$  es la altura del parche triangular.

Este modelo fue empleado como referencia para estudiar la antena triangular simple en el caso “sin sustrato”, encontrando que describe acertadamente el comportamiento de las adaptaciones. De igual forma, este modelo se puede extender directamente para describir las variaciones de adaptación en función del ángulo en el vértice de la antena.

Sin embargo, en la prueba de la antena triangular afectada por el sustrato se evidenció que los valores de las constantes  $a$  y  $b$  estaban afectados por la presencia del sustrato, obteniéndose un modelo distinto para cada altura.

Este comportamiento condujo a agregar un factor de corrección al modelo, el cual implica que la altura efectiva del parche aumenta debido a la presencia del sustrato. Gracias a esto, fue posible determinar que el comportamiento está regido por un modelo de la forma:

$$f_n \approx (a + b n) \frac{c}{h + d + e n} \cos(\theta/2) \quad (4.5)$$

Donde  $h$  es la altura del triángulo,  $a$ ,  $b$ ,  $d$  y  $e$  son constantes dependientes de los materiales de fabricación,  $c$  es la velocidad de la luz,  $\theta$  es el ángulo empleado en el vértice de alimentación y  $n$  es el orden de la resonancia obtenida.

### 4.2.3. Implementación y mediciones

Con fines de verificación del modelo y para una posterior comparación con las demás antenas multitriangulares, se construyó una antena monopolo triangular simple de altura  $h = 14\text{cm}$  y un ángulo de apertura de  $\theta = 51,13^\circ$ . Los resultados se muestran en la figura 4.6, donde se puede ver que la simulación con FDTD y las frecuencias de adaptación predichas con el modelo obtenido, concuerdan de manera aproximada con los resultados experimentales.

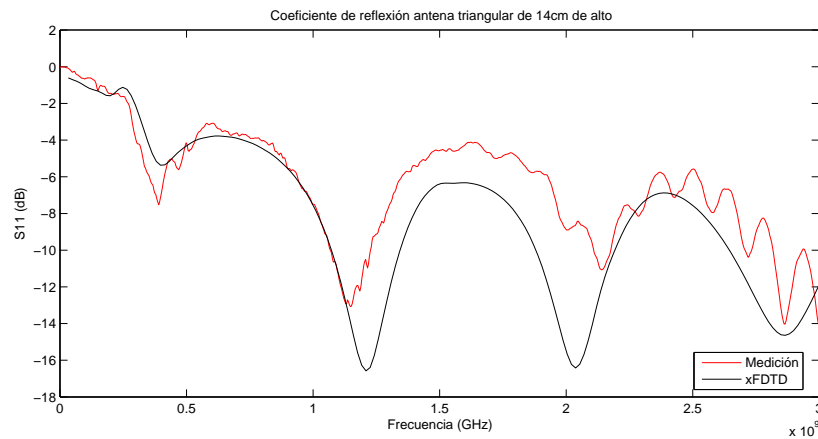


Figura 4.6: Frecuencias de adaptación experimentales para el monopolo triangular.

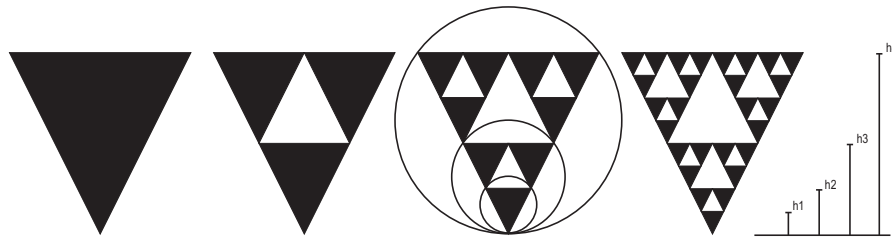


Figura 4.7: Iteraciones para construir un radiador prefractal tipo triángulo de Sierpinski

### 4.3. Caracterización de la antena tipo Sierpinski

#### 4.3.1. Introducción

La antena tipo triángulo de Sierpinski de 'n' iteraciones, introducida por Puente et al [PRPC98], emplea como radiador un triángulo de Sierpinski tradicional o PSmód2. En cada iteración se añade una nueva altura a la antena, por lo que se tendrán 'n+1' antenas triangulares equivalentes dentro de esta geometría.

#### 4.3.2. Parámetros de la antena

Al igual que en el caso del monopolo triangular, la antena Sierpinski está caracterizada por el ángulo en el vértice de alimentación y por la altura. Sin embargo, como puede apreciarse en la figura 4.7, no existe una única altura, ya que cada que se añade una iteración se está añadiendo una antena efectiva de altura

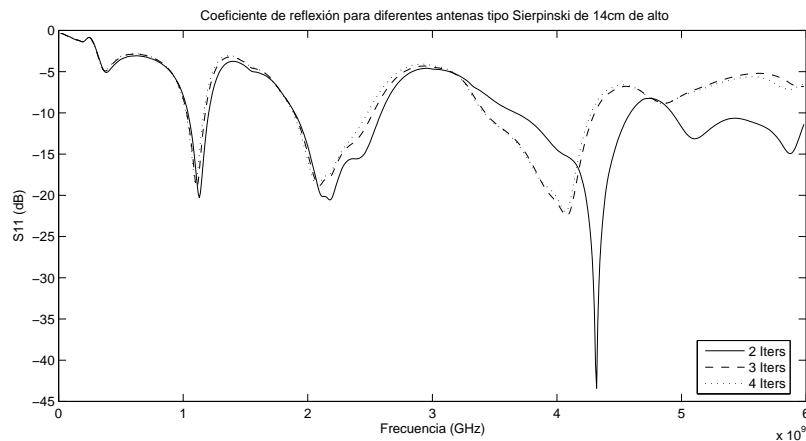


Figura 4.8: Comparación de las adaptaciones de la antena tipo Sierpinski empleando diferente número de iteraciones.

$h_{i-1} = \frac{h_i}{2}$ , lo cual convierte el número de iteraciones en un parámetro muy importante para el análisis de esta clase de antenas.

No se ha realizado un estudio de la variación con el ángulo, ya que éste es el mismo para todas las alturas equivalentes contenidas en la estructura y, como pudo comprobarse en el caso de la antena triangular simple, la variación del ángulo se comporta como un factor que multiplica las adaptaciones.

### Número de iteraciones

En esta prueba se determinó el número de adaptaciones que pueden ser relacionadas con el número de iteraciones empleadas para construir el parche.

Se simuló una antena tipo Sierpinski con dos, tres y cuatro iteraciones. De igual manera se verificó que cada antena presenta un número de bandas igual al número de iteraciones más uno, tal como se esperaba.

Esta prueba demuestra que no es útil complicar la construcción de la antena más allá de lo necesario para obtener la cantidad de bandas requerida.

En la figura 4.8 se aprecia la mencionada variación de la cantidad de bandas resonantes con respecto al número de iteraciones. Allí se puede apreciar que la relación entre las frecuencias de resonancia adyacentes es aproximadamente 2, misma relación que existe entre las alturas de las antenas triangulares equivalentes.

### 4.3.3. Modelo de la antena

Durante las simulaciones se observó que la antena resuena aproximadamente en la primera frecuencia de adaptación de cada una de las ' $n+1$ ' antenas triangulares simples de altura ' $h_i$ ' contenidas en la antena fractal. Como ya se ha visto, estas adaptaciones están afectadas por la influencia del tamaño del sustrato, razón por la cual no se cumple de forma exacta con el esperado doblamiento de frecuencias.

En la figura 4.9 se puede entender la antena Sierpinski-mod2 como la combinación de varias antenas triangulares, donde la primera adaptación de cada una de ellas conduce el comportamiento de la estructura pre-fractal hasta que aparece una nueva adaptación de una antena de menor tamaño.

Las frecuencias de adaptación de la antena tipo Sierpinski - mod2 son muy similares a las enunciadas en la tabla 4.1 para las monopolos triangulares simples. Tomando como referencia el modelo aproximado de las antenas triangulares, el comportamiento de la antena PS-Mod2 puede ser aproximado como:

$$f_n \approx \left( \frac{0,5646}{h + 0,0073 * \delta^n} \right) c\delta^n \quad (4.6)$$

Donde  $\delta$  es el factor de proporción entre dos alturas consecutivas. Este modelo puede ser empleado incluso para factores de escala diferentes a 2, tal como se verá en las siguientes subsecciones con las antenas mod-3 y mod-5.

### Comparación con el modelo de Puente

En el trabajo [PRPC98], aparece un modelo simple para las frecuencias de adaptación de la antena tipo Sierpinski, que puede ser obtenido directamente del modelo de la antena triangular de Woodward y Brown. En este caso se asume un doblamiento exacto de las frecuencias de adaptación, algo que no ocurre en la realidad debido a la presencia del sustrato.

$$f_n \approx a \frac{c}{h} \delta^n \quad (4.7)$$

El modelo obtenido en este trabajo, de la forma:

$$f_n \approx \left( \frac{a}{h + b * \delta^n} \right) c\delta^n \quad (4.8)$$

Parte de una estimación rigurosa de las adaptaciones de la antena triangular y refleja acertadamente las adaptaciones observadas en el caso de la antena Sierpinski.

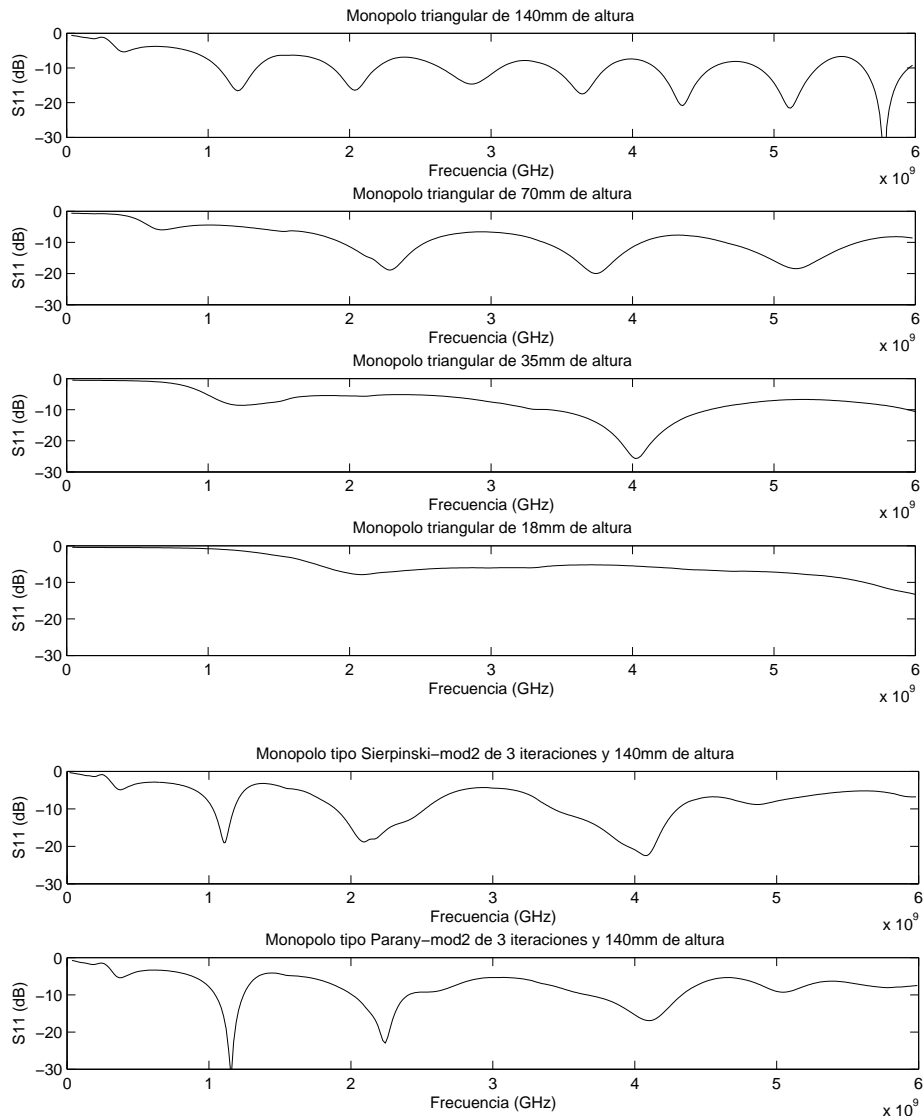


Figura 4.9: Coeficiente de reflexión para antenas triangulares de diferentes tamaños. En la parte inferior se aprecia el coeficiente de reflexión para una antena Sierpinski y Parany.

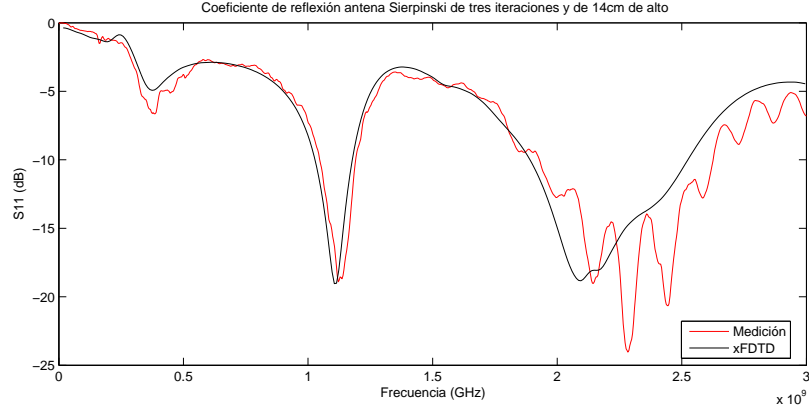


Figura 4.10: Medición de las adaptaciones de la antena tipo Sierpinski

	$f_0(GHz)$	$f_1(GHz)$	$f_2(GHz)$	$f_3(GHz)$
Sim 2 Iters	0.345	1.13	2.198	4.315
Sim 3 Iters	0.34	1.11	2.178	4.13
Sim 4 Iters	0.338	1.1	2.165	4.107
Medición	0.38	1.13	2.27	-o-
Modelo	-o-	1.15	2.19	4.004

Cuadro 4.2: Frecuencias de adaptación monopolo Sierpinski

#### 4.3.4. Implementación y mediciones

Con fines de verificación, Se implementó una antena tipo monopolo de Sierpinski de tres iteraciones con 14cm de altura. Los resultados de la simulación y la medición aparecen en la figura 4.10, donde se puede apreciar que las adaptaciones ocurren en frecuencias bastante cercanas a las estimadas por medio del modelo presentado.

En la tabla 4.2 se resumen los resultados obtenidos en las diferentes etapas de simulación, además de los resultados obtenidos por medio del modelo matemático y en la medición.

### 4.4. Caracterización de otras antenas multitriangulares basadas en la geometría Pascal Sierpinski

Debido a la gran cantidad de publicaciones [PRBP96, PRPC98, Pu06] y a la buena recepción que tuvo la antena tipo PS-mod2, valiéndole incluso capítulos

#### 4.4. CARACTERIZACIÓN DE OTRAS ANTENAS MULTITRIANGULARES BASADAS EN LA GEOMETRÍA PA

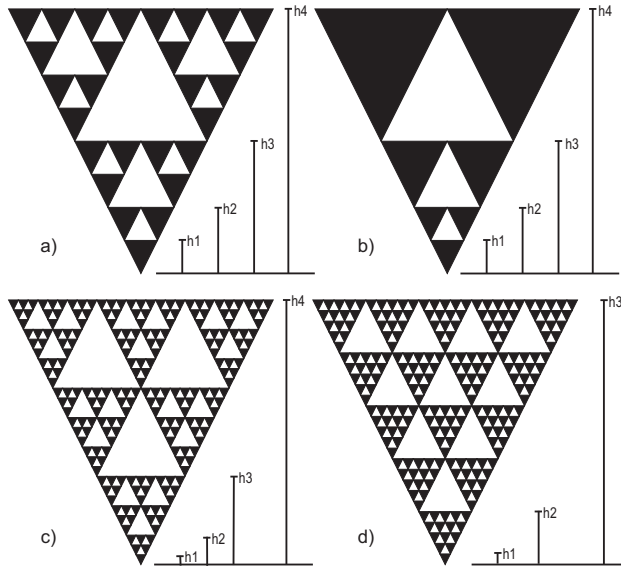


Figura 4.11: Otras geometrías multitriangulares

en libros genéricos sobre antenas. Los investigadores involucrados en los primeros desarrollos han ensayado como antenas otras geometrías derivadas del triángulo de Pascal [LMV87, HLV86], especialmente las que emplean un generador  $\delta$  primo, debido a que en cada iteración aparecerá una nueva antena equivalente de altura  $h_{i-1} = \frac{h_i}{\delta}$ .

Algunas simplificaciones de las geometrías Pascal Sierpinski Mod2 también han sido propuestas como radiadores [Be102, Be202, Be302].

##### 4.4.1. Antena Mod 3

Se ha probado la antena tipo triángulo Pascal Sierpinski Módulo3, ver figura 4.11c, con base en una hipótesis similar a la empleada en la antena Sierpinski ordinaria. En la geometría PS-mod3 de  $n'$  iteraciones existen  $n' + 1'$  versiones escaladas de la geometría inicial, cada una guardando una relación de proporción de tres con respecto a la anterior, por lo que se esperan  $n' + 1'$  bandas de adaptación separadas por un factor de tres.

##### Parámetros de la antena

Al igual que en los casos anteriores, la geometría de la antena PS mod3 está definida por el ángulo en el vértice de alimentación, la altura y el número de iteraciones. Al igual que la antena Sierpinski, no existe una única altura, pues

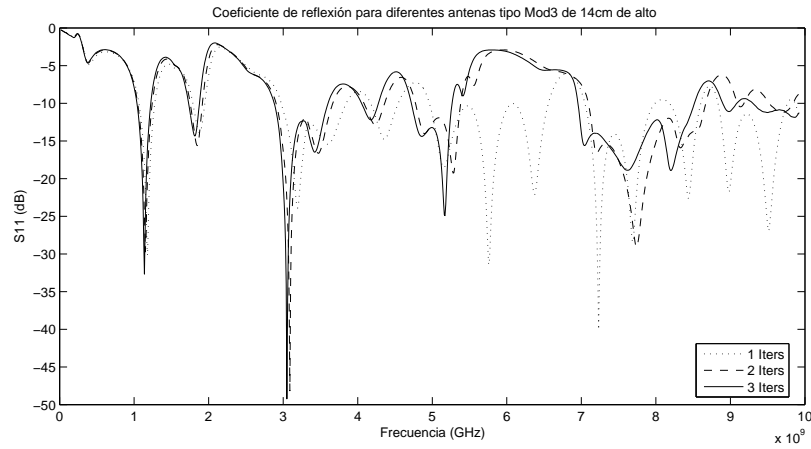


Figura 4.12: Frecuencias de adaptación para una antena tipo Sierpinski mod3

	$f(GHz)$	$f(GHz)$	$f_{modelo}(GHz)$
Primera banda	1.15	1.87	1.15
Segunda banda	3.05	4.88	3.139
Tercera banda	7.76	12.46	7.41

Cuadro 4.3: Frecuencias de adaptación de la antena PMod3

cada que se añade una iteración se está añadiendo una antena efectiva de altura  $h_{i-1} = \frac{h_i}{3}$ .

### Variación con el número de iteraciones

Se ha comprobado la hipótesis de que la cantidad de bandas adaptadas está relacionada con el número de iteraciones empleada para construir la geometría, y que la separación entre éstas es aproximadamente igual al escalamiento entre las alturas de los triángulos.

En la figura 4.12 se observa que cada banda está compuesta por dos adaptaciones separadas entre sí aproximadamente por un factor de 1.6.

### Modelo de la antena

Las frecuencias de adaptación obtenidas para una antena de tres iteraciones y de 14cm de altura se resumen en la tabla 4.3.

La primera adaptación de cada banda puede ser predicha por el modelo encontrado (Ec 4.6), tal como se aprecia en la tabla. Un elemento curioso que se



#### 4.4. CARACTERIZACIÓN DE OTRAS ANTENAS MULTITRIANGULARES BASADAS EN LA GEOMETRÍA PA

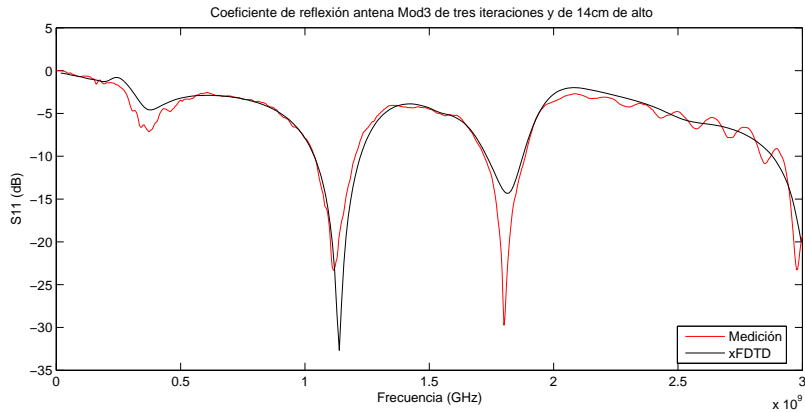


Figura 4.13: Medición de las adaptaciones de la antena Mod3

observa es que la dimensión fractal<sup>2</sup> de la estructura PSmod3 es 1.631, casi el mismo factor de separación entre las dos adaptaciones de cada banda.

#### Implementación y mediciones

Se ha construido una antena tipo PSmod3 de 3 iteraciones empleando una altura de 14cm. Se aprecia en la figura 4.13, que para la primera banda el comportamiento de la antena es muy aproximado a lo predicho por la simulación.

#### 4.4.2. Antena Mod 5

Finalmente se ha estudiado esta geometría en la cual las alturas sucesivas están separadas por un factor de cinco, esperando este mismo escalamiento entre bandas adyacentes.

La geometría PSmod5 puede apreciarse en la figura 4.11d.

#### Parámetros de la antena

Al igual que en los casos anteriores, la geometría de la antena PS mod5 está definida por el ángulo en el vértice de alimentación, la altura y el número de iteraciones. En este caso, cada que se añade una iteración se está añadiendo una antena efectiva de altura  $h_{i-1} = \frac{h_i}{5}$ .

<sup>2</sup>Estrictamente no se puede hablar de dimensión fractal ya que estamos considerando estructuras pre-fractales de 'n' iteraciones.

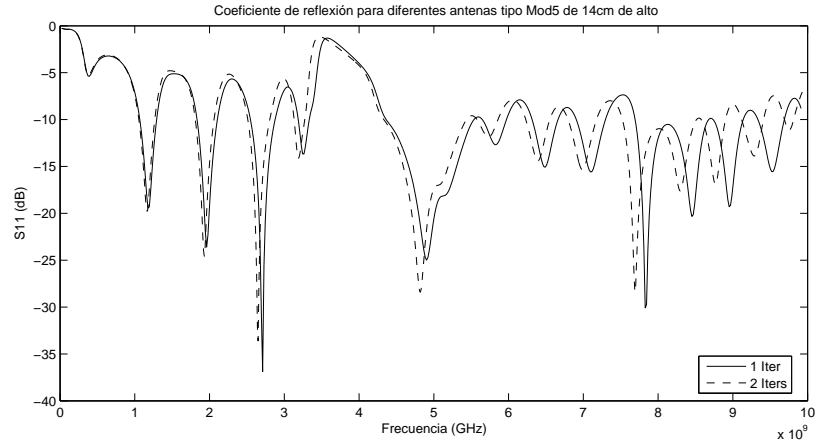


Figura 4.14: Frecuencias de adaptación para una antena tipo Sierpinski mod5

	$f(GHz)$	$f(GHz)$	$f(GHz)$	$f(GHz)$	$f_{modelo}(GHz)$
Primera banda	1.16	1.92	2.65	3.18	1.15
Segunda banda	4.84	7.7	12.66	ND	4.79

Cuadro 4.4: Frecuencias de adaptación de la antena PSmod5

### Adaptaciones de la antena PSmod5

Puede observarse, en la figura 4.14 que se obtienen adaptaciones en las frecuencias esperadas; además, dentro de cada banda aparecen tres adaptaciones adicionales, lo cual ya se había evidenciado en el caso anterior de la antena PS-mod3.

Esto permite inferir que en general para antena PSmod- $i$  de ' $n$ ' iteraciones aparecerán ' $n + 1$ ' bandas dentro de las cuales aparecerán ' $i - 1$ ' adaptaciones.

### Modelo de la antena

En el caso de la antena PS-mod5 de dos iteraciones con una altura total de 14cm, se obtienen las frecuencias de adaptación resumidas en la tabla 4.4.

Las frecuencias de adaptación superiores de la segunda banda no han podido ser determinadas debido a limitaciones computacionales (Esta simulación requiere un gran detalle del enmallado FDTD traduciéndose en enormes cantidades de memoria y en ciclos de procesador) que impidieron realizar la simulación hasta frecuencias superiores en un tiempo razonable.

Al igual que en los casos anteriores, la primera adaptación de cada banda puede ser predicha por el modelo (4.6).

#### 4.4. CARACTERIZACIÓN DE OTRAS ANTENAS MULTITRIANGULARES BASADAS EN LA GEOMETRÍA PA

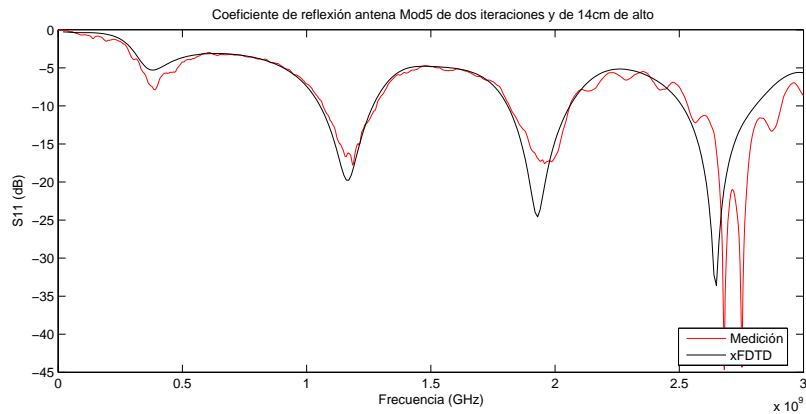


Figura 4.15: Medición de las frecuencias de adaptación de la antena Mod5

Nuevamente la separación entre adaptaciones en cada banda puede ser relacionada con la “dimensión fractal” de la estructura, que en este caso es  $d = 1,6826$ . Se puede ver que la  $l'$ ava adaptación de cada banda está separada de la anterior aproximadamente por  $d^{\sqrt{l}}$ .

#### Implementación y mediciones

Se ha construido una antena tipo PSmod5 de 2 iteraciones empleando una altura de 14cm. Se aprecia en la figura 4.15, que dentro del rango de espectro del analizador el comportamiento de la antena es muy aproximado a lo predicho por la simulación.

#### 4.4.3. Antena Parany

Hace algunos años se demostró [Be102, Vi03] que el comportamiento multi-banda, en la antena de Sierpinski, depende en mayor medida de los factores de escalamiento entre las alturas y no tanto de la geometría. Una antena que emplea este principio es la denominada triángulo de Parany, cuya geometría se puede apreciar en la figura 4.11b.

#### Comparación con la antena tipo Sierpinski

En las figuras 4.9 y 4.16 se puede apreciar que las adaptaciones de esta antena ocurren para frecuencias muy similares a las obtenidas con la estructura tipo PS-mod2, salvo unas pequeñas diferencias de ancho de banda.

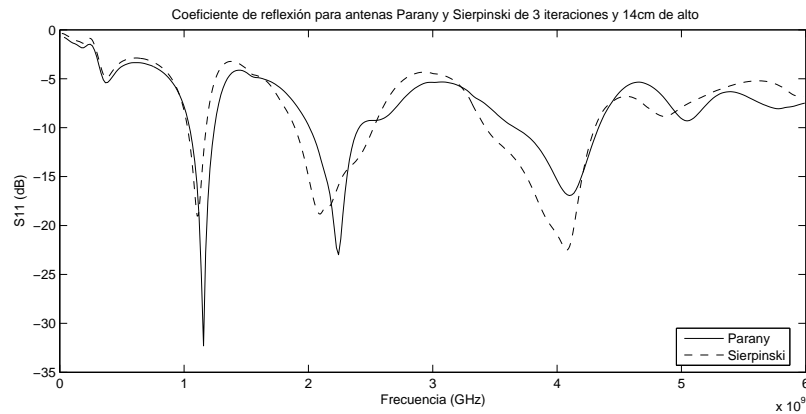


Figura 4.16: Frecuencias de adaptación de la antena Parany y de la antena Sierpinski

### Influencia del número de iteraciones empleadas para construir la geometría

Al igual que en el caso de la antena Sierpinski se observó que aumentar el número de iteraciones tiene efecto sólo hasta cierta frecuencia, a partir de la cual una nueva iteración no logra producir nuevas adaptaciones dentro la banda de interés.

En la figura 4.17 se observa este efecto. Se emplearon las mismas alturas que en la antena Sierpinski analizada en el apartado anterior.

### Implementación y mediciones

Se ha construido una antena tipo Parany de 3 iteraciones empleando una altura de 14cm. En la figura 4.18, se aprecia que el comportamiento de la antena es bastante similar al predicho en la simulación.

#### 4.4.4. Escalamientos diferentes de 2

Se ha comprobado que las bandas de adaptación de las antenas multitriangulares están separadas por un factor similar al escalamiento entre las alturas de la geometría. De igual manera, se ha visto que el comportamiento global de las adaptaciones de las antenas multitriangulares se asemeja a la combinación de las adaptaciones de varias antenas triangulares con alturas idénticas a las contenidas en la figura prefractal.

#### 4.4. CARACTERIZACIÓN DE OTRAS ANTENAS MULTITRIANGULARES BASADAS EN LA GEOMETRÍA PA

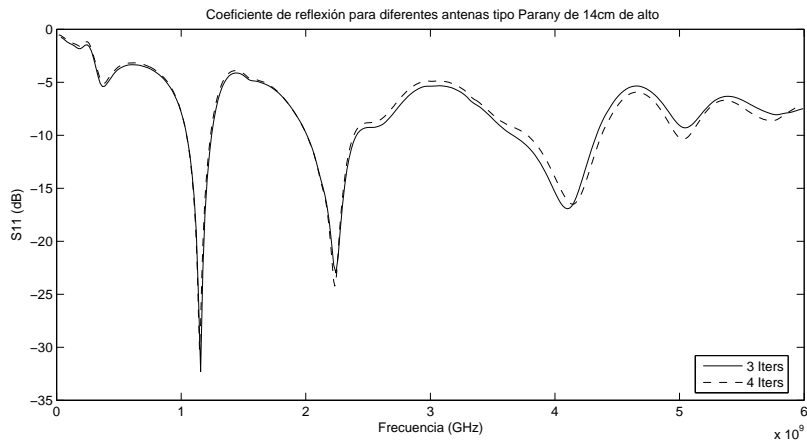


Figura 4.17: Variación de las frecuencias de adaptación para una antena tipo Parany con el número de iteraciones

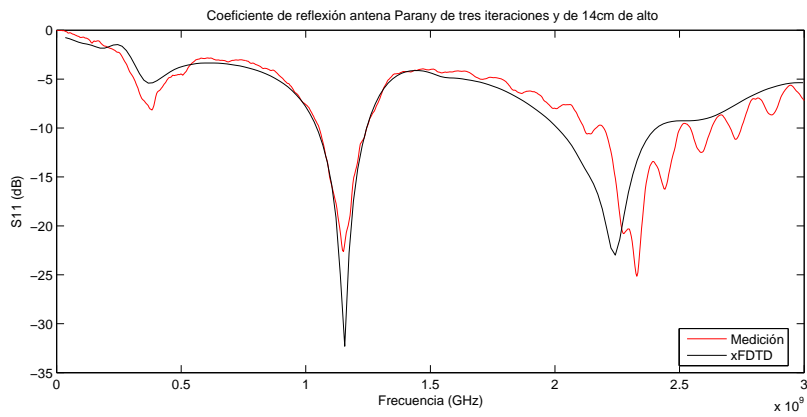


Figura 4.18: Medición de las frecuencias de adaptación de la antena Parany

A raíz de estas observaciones se han realizado estudios que pretenden generalizar estos resultados para cualquier tipo de figura, independiente del escalamiento entre alturas.

### Escalamiento constante diferente de 2

Una de las modificaciones que se ha realizado a la geometría de Sierpinski, reportada en [PRBP96], consiste en emplear un factor de escalamiento diferente a 2 entre las alturas de los triángulos, lo cual llevará a la creación de una figura autoafín donde la autosimilitud no será exacta.

En dichos estudios se han empleado escalamientos  $\delta = 5/3$  y  $\delta = 3/2$  entre alturas sucesivas, obteniendo aproximadamente este mismo factor de separación entre las bandas adyacentes, similar a lo que ocurre en el caso de la antena tipo PS-mod2 en donde se reporta un doblamiento de frecuencias.

En esta ocasión no se ha realizado la verificación de los resultados reportados, sin embargo se espera que sean similares dadas las observaciones realizadas en los casos anteriores.

Teniendo en cuenta el efecto del sustrato y la forma de crear las geometrías es de esperarse que la ecuación (4.6) describa adecuadamente estos casos.

### Escalamiento arbitrario

Con base en las observaciones anteriores, donde se aprecia que las antenas tipo Sierpinski y Parany se adaptan aproximadamente en las mismas frecuencias que lo harían cada una de las antenas triangulares que la componen, se ha realizado una prueba empleando un escalamiento arbitrario, es decir, diferente entre cada una de las alturas. Esto con el fin de observar la factibilidad de asignar las bandas de operación de la antena tipo PS-mod2 como una combinación lineal de antenas triangulares.

Se ha empleado una estructura tipo Parany con alturas de 4, 6, 9 y 14 cm. Las adaptaciones para cada una de las antenas triangulares de estas alturas aparecen en la tabla 4.1. En la figura 4.19 se aprecia el comportamiento del coeficiente de reflexión para esta nueva propuesta. Y en la tabla 4.5 se hace una comparación entre los resultados esperados de acuerdo a la contribución que tendrían las antenas triangulares independientes, los resultados obtenidos mediante simulación y medición y los resultados predichos por el modelo de la antena triangular.

En la figura y tabla mencionadas se observa que no se cumple exactamente la hipótesis, ya que existe una desviación con respecto a la frecuencia esperada. Esto se debe a la presencia de adaptaciones de otros órdenes provenientes de triángulos de mayor altura contenidos en la estructura. Se demuestra por lo tanto, que el proceso de asignar arbitrariamente las frecuencias de adaptación de

#### 4.4. CARACTERIZACIÓN DE OTRAS ANTENAS MULTITRIANGULARES BASADAS EN LA GEOMETRÍA PA

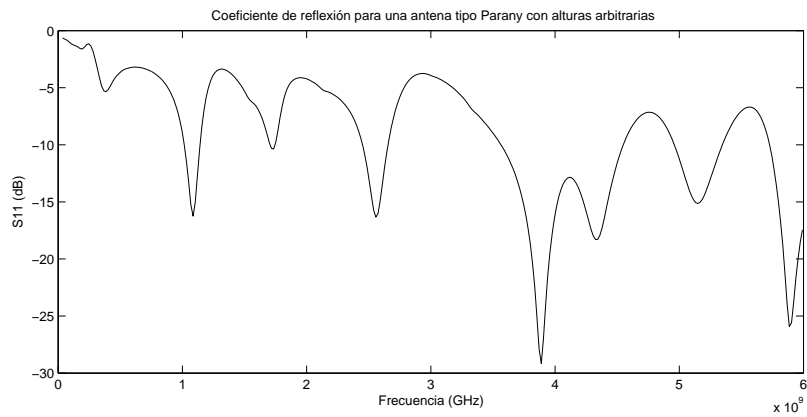


Figura 4.19: Coeficiente de reflexión para una antena tipo Parany con alturas asignadas arbitrariamente.

	$f_0(GHz)$	$f_1(GHz)$	$f_2(GHz)$	$f_3(GHz)$	$f_4(GHz)$
Triangular	0.36	1.22	1.83	2.6	3.7
Simulación	0.35	1.1	1.7	2.6	3.9
Medición	0.37	1.05	1.7	2.5	-0-
Modelo	-0-	1.15	1.74	2.51	3.58

Cuadro 4.5: Adaptaciones de la antena Parany con escalamiento arbitrario

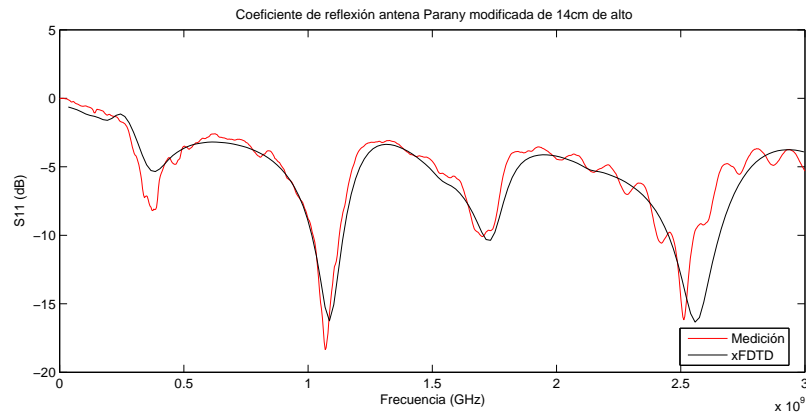


Figura 4.20: Medición de las frecuencias de adaptación de la antena Parany modificada

una antena de este tipo implica una posterior refinación, resultando un proceso más complejo de lo que se podría suponer inicialmente.

### Implementación y mediciones

Se ha construido una antena igual a la simulada, se aprecia en la figura 4.20, que el comportamiento de la antena es bastante similar al esperado según la simulación.



# Bibliografía

- [Be102] S. R. Best, “On the Significance of Self-Similar Fractal Geometry in Determining the Multiband Behavior of the Sierpinski Gasket Antenna”, *IEEE Antennas and Propagation Letters*, Vol 1, pp 22-25, 2002.
- [Be202] S. R. Best, “Operating Band Comparison of the Perturbed Sierpinski and Modified Parany Gasket Antennas”, *IEEE Antennas and Propagation Letters*, Vol 1, pp 35-38, 2002.
- [Be302] S. R. Best, “On the Radiation Pattern Characteristics of the Sierpinski and Modified Parany Gasket Antennas”, *IEEE Antennas and Propagation Letters*, Vol 1, pp 39-42, 2002.
- [LB04] D. Liu and B. Gaucher, “A New Multiband Antenna for WLAN/Cellular Applications”, *IEEE*, 2004.
- [PRBP96] C. Puente, J. Romeu, R. Bartolemi, and R. Pous, “Perturbation of the Sierpinski antenna to allocate operating bands”, *IEEE Electronics Letters*, Vol 32, n24, pp 2186-2188, nov 1996.
- [PRPC98] C. Puente, J. Romeu, R. Pous, An. Cardama, “On the Behavior of the Sierpinski Multiband Fractal Antenna”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol 46, n4, pp 517-524, apr 1998.
- [Pu06] C. Puente et al, “Multilevel Antennae”, United States Patent No: US 7.015.862 B2, Mar 2006.
- [RS01] J. Romeu and J. Soler, “Generalized Sierpinski Fractal Multiband Antenna”, *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, Vol 49, n8, pp 1237-1239, aug 2001.
- [WG03] D. H. Werner and S. Ganguly, “An Overview of Fractal Antenna Engineering Research”, *IEEE Antennas and Propagation Magazine*. Vol 45, n1, pp 36-57, feb 2003.
- [WPS07] D. H. Werner, J. S. Petko and T. G. Spence, “Fractal Antennas”, Chapter 33 in the “Antenna Engineering Handbook”, McGraw Hill, 2007.

[BW52] G. H. Brown and O. M . Woodward, “Experimentally determined radiation characteristics of conical and triangular antennas”, RCA Rev, pp 425 - 452, Dec 1952.

[1] [www.remcom.com](http://www.remcom.com)

## Capítulo 5

# Desarrollo de una antena con bandas arbitrarias

### 5.1. Introducción

A raíz de las pruebas realizadas en el capítulo anterior, se comprobó que cuando se emplea un escalamiento ' $n$ ' entre alturas sucesivas, en las antenas monopolo impreso con geometrías tipo triángulo Pascal-Sierpinski Mod-i y otras derivadas como la Parany, aparecen múltiples adaptaciones separadas entre sí aproximadamente por este factor ' $n$ '. Esta relación entre altura y frecuencia se puede apreciar en la figura 5.1.

De igual manera, se pudo comprobar que para un factor de escala constante entre alturas las adaptaciones del monopolo multitriangular se aproximan a la combinación de la primera resonancia de cada una de las antenas triangulares con las mismas alturas que están contenidas en la geometría.

Partiendo de estas observaciones y usando como soporte el modelo deducido para la antena triangular simple, se propone una exploración de alternativas que permitan asignar a una antena multitriangular las bandas de adaptación en las frecuencias definidas para GSM y WLAN: 0,9, 2,4 y 3,5GHz.

La ecuación 5.1 es el modelo simplificado para la primera frecuencia de adaptación:

$$f_1 \approx 0,5646 \frac{c}{h + 0,0073} \quad (5.1)$$

Como se observó, las variaciones del tamaño del sustrato tienen un ligero efecto sobre las frecuencias de adaptación, especialmente cuando este es mucho más grande que el parche conductor, efecto que fue incluido en el modelo. Cabe recordar que la variación es menor para la primera banda que para las siguientes,

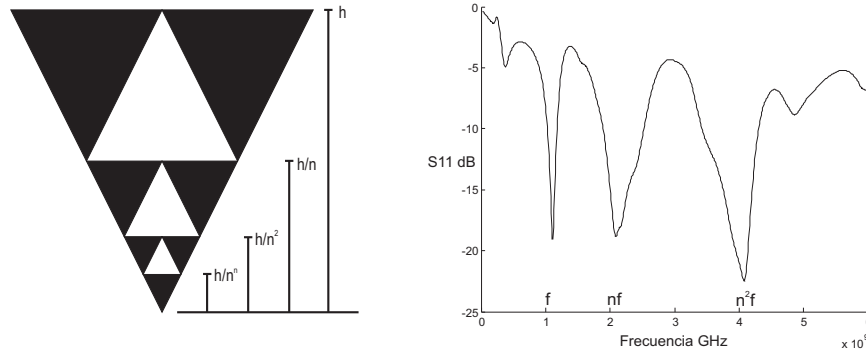


Figura 5.1: Relación entre el escalamiento de las alturas y las frecuencias de adaptación en una antena monopolo con geometría multitriangular simple

por lo que se puede asumir que el modelo hallado aplica para todas las antenas impresas sobre un sustrato FR4 analizadas en este trabajo.

Por medio de la ecuación 5.2 se puede deducir la altura para obtener la frecuencia de operación deseada de una antena triangular simple impresa sobre un sustrato FR4.

$$h \approx \frac{0,5646 c}{f_1} - 0,0073 \quad (5.2)$$

Por tanto, las frecuencias deseadas se obtendrán para las siguientes alturas de antenas triangulares:  $h_4 = 180,9$ ,  $h_2 = 63,3$  y  $h_1 = 41,1mm$ , respectivamente.

En la tabla 5.1 se listan las frecuencias obtenidas para las alturas deducidas, además de una altura adicional cuya utilidad se demostrará posteriormente. La simulación en xFDTD, se ha realizado con un sustrato de  $20 \times 20cm$  60milésimas de pulgada de espesor. Se observa que los resultados de las adaptaciones predichas por el modelo matemático deducido, concuerdan precisamente con la simulación, aún en este caso.

Con estas alturas se procede al estudio de diferentes geometrías buscando la opción que permita asignar las bandas de operación requeridas usando una sola antena.

## 5.2. Alternativas

Se asume como hipótesis inicial que, sin importar el escalamiento entre alturas contiguas, la antena multitriangular se adaptará en las mismas frecuencias de resonancia que lo hace cada uno de los monopolos triangulares de las alturas contenidas en la geometría multitriangular.

Modelo	Altura (mm)	$f_1$ (GHz)	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
$h_1$	41	3.51	-0-	-0-	-0-	-0-
$h_2$	63.5	2.4	4	-0-	-0-	-0-
$h_3$	120	1.33	2.24	3.14	4.02	-0-
$h_4$	181	0.9	1.53	2.15	2.76	3.36
FDTD	Altura (mm)	$f_1$ (GHz)	$f_2$	$f_3$	$f_4$	$f_5$
$h_1$	41	3.5	-0-	-0-	-0-	-0-
$h_2$	63.5	2.38	3.92	-0-	-0-	-0-
$h_3$	120	1.37	2.32	3.2	4.04	-0-
$h_4$	181	0.92	1.6	2.24	2.85	3.45

Cuadro 5.1: Frecuencias de adaptación de antenas triangulares simples

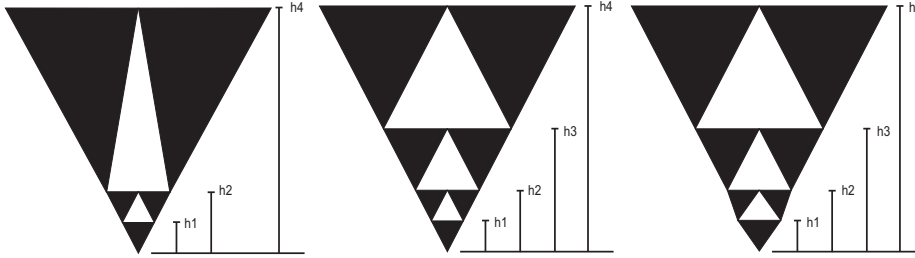


Figura 5.2: Geometrías Mod2 empleadas

Diversas antenas tipo triángulo de Pascal-Sierpinski, en configuración de monopolo, han sido valoradas como posible solución al problema de asignar arbitrariamente las frecuencias de adaptación. A continuación se discuten las tres opciones que se determinaron como lógicamente viables para lograr dicho objetivo.

### 5.2.1. Antena multitriangular Mod2

En primer lugar se ha probado una construcción tipo Parany mod2. Las geometrías empleadas se muestran en la figura 5.2, que de izquierda a derecha corresponden a:

- Geometría simple con las tres alturas denominadas  $h_1$ ,  $h_2$  y  $h_4$  que, en teoría, deben aportar las frecuencias buscadas.
- Geometría anterior con la introducción de una altura adicional  $h_3$ .
- Geometría con modificación de los ángulos.

Las frecuencias de adaptación que se han obtenido para estas geometrías se muestran en la figura 5.3

Para la geometría simple de tres alturas (Figura 5.2a), se obtiene un desfase de la primera banda de frecuencia hacia un valor ligeramente superior al esperado. Así

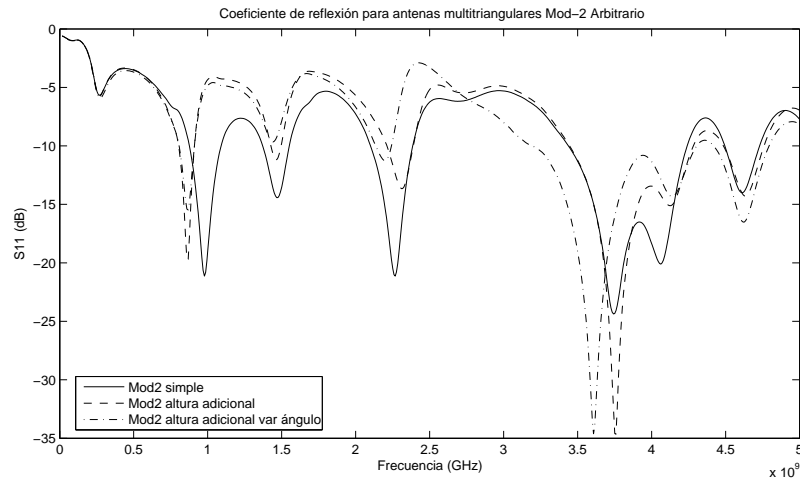


Figura 5.3: Frecuencias de adaptación de antenas Mod 2 con alturas arbitrarias

mismo, se observa la aparición de una adaptación inesperada entre  $0,9$  y  $2,4GHz$ , debido a que, en este rango, existen frecuencias de segundo orden aportadas por el monopolo de mayor altura ( $h_4 = 180,9mm$ ). Para mayor referencia se recomienda ver la tabla 5.1

Aunque se espera que la altura  $h_2 = 63mm$  aporte una adaptación en  $2,4GHz$ , en la figura 5.3 se aprecia que existe una adaptación cercana, pero con un desplazamiento hacia frecuencias inferiores, causado por la interacción entre la adaptación de segundo orden proveniente de la mayor altura y la adaptación de primer orden esperada.

El mismo efecto conduce al corrimiento de la tercera banda, aportada por la altura  $h_1 = 41mm$ , esperada en  $3,5GHz$ . Tal como se puede apreciar en la gráfica, la adaptación está por encima de este valor.

Esto lleva a pensar que para lograr un comportamiento multibanda con adaptaciones arbitrarias, no basta combinar antenas monopolo triangular equivalentes dentro de una geometría tipo Parany.

Las anteriores observaciones sustentan la realización de una segunda antena tipo Parany, en la cual se introduce una altura intermedia  $h_3 = 112mm$  con la intención de forzar la adaptación en la banda de  $2,4GHz$ . Un monopolo triangular de esta altura presenta adaptaciones  $f_1 = 1,42GHz$ ,  $f_2 = 2,4GHz$  y  $f_3 = 3,35GHz$ , esperando que la adaptación de segundo orden contribuya en la banda deseada.

Todo esto, sin ignorar que la introducción de la altura adicional tiene efectos colaterales. Debido a la existencia de otras adaptaciones, correspondientes a otros modos de propagación y distribución de corriente dentro del monopolo,

cuyas frecuencias resonantes se encuentran dentro del rango de operación de la antena deseada.

Se observa que la primera adaptación de un monopolo de altura  $h_3$  está cerca del valor de la frecuencia “fantasma” observada para el caso de la antena Parany simple de tres alturas. Así mismo este monopolo presenta una tercera adaptación de  $3,35GHz$ , inferior a la deseada, en principio esto debería ayudar a disminuir el valor de la tercera adaptación observada en la antena Parany simple.

Como se aprecia en la figura 5.3, se obtiene una mejoría en la primera adaptación que ahora corresponde al valor esperado. Mientras tanto, la segunda banda se ha corrido hacia el valor deseado pero aún no se nota una mejoría significativa, especialmente porque el nivel de adaptación ha disminuido. Por su parte, la tercera banda exhibe un comportamiento muy similar al del caso anterior.

Esto lleva a la conclusión de que, en este tipo de geometría, no es suficiente introducir una nueva altura para forzar el corrimiento de las bandas y por lo tanto, será necesario un proceso de optimización para encontrar las alturas que lleven al comportamiento deseado, algo no tan difícil dada la relación casi directa entre la altura y la frecuencia de adaptación.

Como recurso final se apela a la variación de otro parámetro de la antena: el ángulo en el vértice de alimentación.

Partiendo del modelo matemático de la antena triangular, donde se aprecia la relación inversamente proporcional entre este y la frecuencia, se cambia ligeramente el “ángulo del vértice” para cada una de las antenas contenidas en la geometría, con el fin de observar qué corrimiento en las bandas que se puede obtener. Para la altura mayor se mantuvo el mismo ángulo ya que la primera frecuencia está correctamente asignada.

Los resultados obtenidos con esta tercera variación fueron satisfactorios, ya que se logró una ubicación muy aproximada de las frecuencias de  $0,9y3,5GHz$ . Esta tendencia confirma el supuesto inicial e indica que por medio de un proceso de optimización se podrían lograr las frecuencias necesarias. Sin embargo, este proceso puede ser mucho más tedioso y difícil de controlar que el simple cambio de las alturas, motivo por el cual no se ha realizado una exploración más profunda en el proceso.

### 5.2.2. Antena multitriangular Mod3

Dada la buena respuesta observada con la geometría anterior, se decidió verificar el comportamiento de una geometría tipo PS-mod3 y determinar si es posible obtener de forma directa las adaptaciones buscadas.

En el caso de una antena tipo PS-mod' $\delta'$  con escalamiento constante entre alturas, se espera que las bandas se comporten de acuerdo con el siguiente modelo:

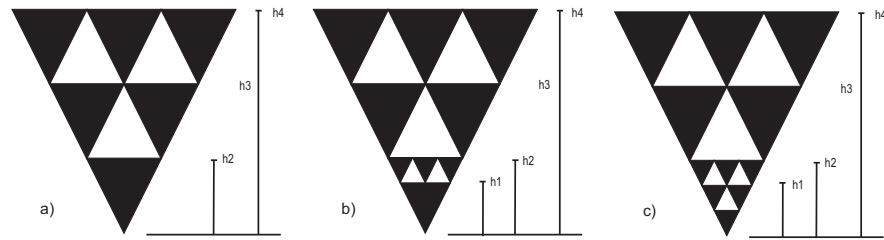


Figura 5.4: Geometrías tipo PS-mod3

$$f_n \approx \left( \frac{0,5646}{h + 0,0073 * \delta^n} \right) c\delta^n \quad (5.3)$$

Donde  $\delta$  es el factor de proporción entre dos alturas consecutivas. Cada una de estas bandas de adaptación presenta sub-bandas determinadas por el valor de ' $\delta - 1$ '. En el caso de las antenas PS-mod3 aparecen dos adaptaciones separadas entre sí aproximadamente por un factor de 1,6.

Empleando las alturas  $h_4$  y  $h_2$ , iguales a las usadas para construir la geometría Mod2; de acuerdo con el modelo relacionado anteriormente, las frecuencias esperadas con una geometría PS-mod3 serían aproximadamente 0,9, 1,5, 2,5, y 4GHz.

Las geometrías estudiadas se muestran en la figura 5.4, donde podemos apreciar estructuras similares a la de Parany empleando una construcción PS-mod3 de la siguiente manera:

- En 5.4a) se ha empleado una iteración para construir la geometría.
- En 5.4b) se aprecia la introducción de una cuasi segunda iteración con el fin de introducir la altura necesaria para obtener la frecuencia esperada en 3.5GHz.
- En una tercera aproximación se ha decidido completar la estructura mod3 dentro del triángulo inferior (Lo cual se puede considerar un equivalente "Parany" de la antena Mod3).

Para la primera geometría, como se observa en la figura , que las bandas de adaptación se comportan muy aproximadamente a lo predicho por el modelo.

En el segundo caso se ha introducido la altura  $h_1$  que individualmente conduce a una adaptación en 3,5GHz. Sin embargo, hay que notar que esta frecuencia está por debajo de la sub-adaptación de la segunda banda obtenida anteriormente en 4GHz. Debido a esto, se podría esperar un efecto combinado de dichas adaptaciones, aunque, tal como se aprecia en la figura que esto no sucede.

Finalmente se decide completar la figura Mod3 en el triángulo inferior, alteración que introduce un triángulo autosemejante de altura  $h \simeq h_2/3$  lo cual implica la aparición de una tercera banda en 4,54 y 7,2GHz, lejos de la banda de 3,5GHz.



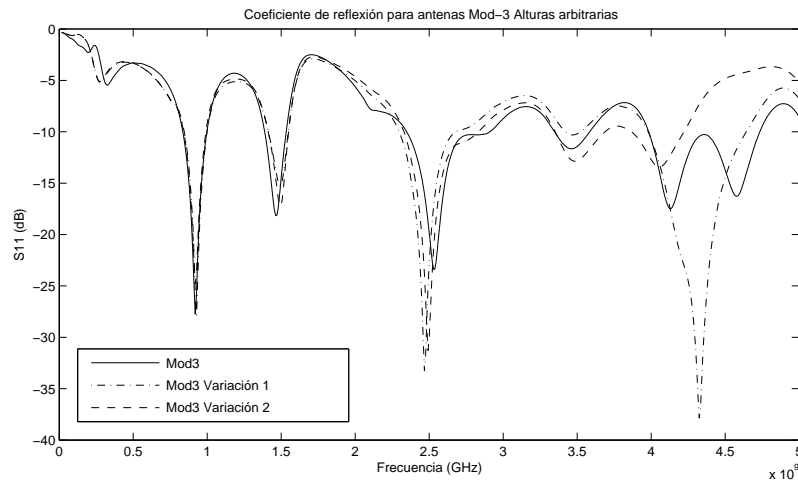


Figura 5.5: Frecuencias de adaptación para una antena PS-mod3 con alturas arbitrarias

Dado que en la construcción empleada no se ha hecho un escalamiento constante entre las alturas de la geometría, sino que se han incluido las alturas necesarias para las antenas triangulares simples, las frecuencias obtenidas han sido muy similares a las esperadas para las bandas inferiores. Sin embargo, para la frecuencia superior no se ha logrado un buen acople debido a las características mismas de las geometrías.

De acuerdo con las observaciones realizadas, esta geometría no es completamente idónea para lograr el escalamiento de frecuencias deseado, por lo cual se propone realizar una modificación adicional a la misma para alcanzar el acoplamiento de la antena en las bandas requeridas. A continuación se discuten los detalles de la modificación propuesta.

### 5.2.3. Antena multitriangular Mod3/2

Anteriormente se ha evidenciado que no es suficiente, para obtener las bandas de adaptación deseadas, incluir en una geometría multitriangular las alturas que, de forma independiente, tengan adaptaciones en las bandas deseadas, y que por lo tanto será necesario incluir otro elemento de diseño.

De igual manera, se ha podido observar que el escalamiento entre las alturas de la estructura multitriangular se refleja directamente en la separación de las bandas de adaptación, motivo por el cual se propone usar la separación entre las frecuencias deseadas como criterio para modificar la geometría de forma pertinente.

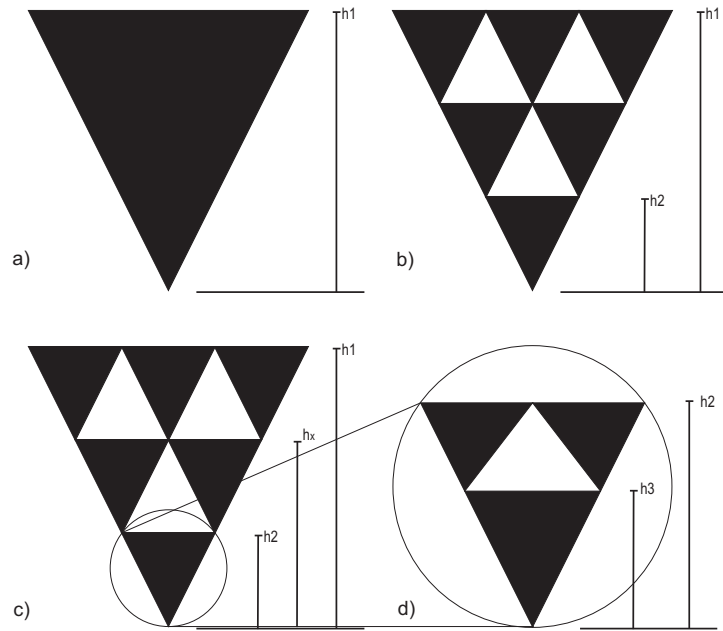


Figura 5.6: Construcción de la antena Multitriangular Mod3/2

Como se ha mencionado, es deseable obtener las siguientes frecuencias:  $f_1 = 0,9$ ,  $f_2 = 2,4$  y  $f_3 = 3,5$  GHz. Tomando en cuenta que el escalamiento entre estas corresponde a:

$$\begin{aligned} 2 < \frac{f_2}{f_1} = \frac{8}{3} < 3 \\ 1 < \frac{f_3}{f_2} \approx \frac{3}{2} < 2 \end{aligned} \quad (5.4)$$

Puede notarse que la separación entre las frecuencias inferiores es cercana a tres, por lo que se propone emplear una geometría con similares características de escalamiento (en este caso un triángulo de PS-mod3) para lograr adaptaciones en estas bandas.

Por su parte, para las frecuencias superiores se aprecia que el escalamiento es inferior a dos, por lo que parece razonable el empleo de una estructura tipo PS-mod2 para adaptar dichas bandas.

De hecho, no es difícil lograr antenas bi-banda tipo PS-Mod3 y PS-Mod2 que se adapten, de forma separada, a las frecuencias adyacentes mencionadas. El problema surge, como se ha evidenciado, cuando se quieren adaptar frecuencias adicionales.

La combinación en una sola estructura de varios escalamientos entre alturas forma lo que se podría denominar una geometría multitriangular “*multiescala*” o un multifractal de una iteración.

Esta geometría puede ser descrita de forma generalizada a través del sistema de funciones iteradas dado por:

$$\begin{aligned}
w_1 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{a_3} & 0 \\ 0 & \frac{1}{a_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \\
w_2 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} & b_1 \\ 0 & \frac{1}{2a_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2a_3} \\ \frac{1}{a_3} \end{bmatrix} \\
w_3 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{a_2} - \frac{1}{a_3} & -b_1 \\ 0 & \frac{1}{2a_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2a_3} \\ \frac{1}{a_3} \end{bmatrix} \\
w_4 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{a_x} - \frac{1}{a_2} & b_2 \\ 0 & \frac{1}{2a_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2a_2} \\ \frac{1}{a_2} \end{bmatrix} \\
w_5 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{a_x} - \frac{1}{a_2} & -b_2 \\ 0 & \frac{1}{2a_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2a_2} \\ \frac{1}{a_2} \end{bmatrix} \\
w_6 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{a_x} & b_3 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2a_x} \\ \frac{1}{a_x} \end{bmatrix} \\
w_7 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{a_x} & 0 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{a_x} \end{bmatrix} \\
w_8 \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} 1 - \frac{1}{a_x} & -b_3 \\ 0 & \frac{1}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{1}{2a_x} \\ \frac{1}{a_x} \end{bmatrix}
\end{aligned}$$

$$W(A) = \bigcup_{n=1}^8 w_n(\Delta)$$

Para construir dicha antena, el punto de partida ha sido la antena triangular simple, que se muestra en la figura 5.6a).

Empleando las alturas deducidas en el apartado anterior, se procede en una primera iteración, ilustrada en 5.6b), a la creación de la estructura primaria tipo PS-mod3 que aportará las frecuencias inferiores.

En el siguiente paso, ilustrado en 5.6c) y d), se toma el triángulo inferior y se divide en dos alturas por medio de una geometría PS-mod2, estructura que aportará las adaptaciones superiores.

Las frecuencias de adaptación obtenidas se pueden apreciar en la figura 5.7 y sus aspectos más destacados se pueden resumir en las siguientes observaciones:

- En términos generales el comportamiento es bueno y se acerca al esperado de acuerdo con los cálculos y suposiciones realizados.
- Se obtiene una buena coincidencia de la primera banda con respecto al valor esperado; se puede apreciar que aparecen adaptaciones adicionales entre las frecuencias inferiores, situación similar a la ocurrida anteriormente, y aspecto que se esperaba debido al empleo de geometrías PS-mod3.

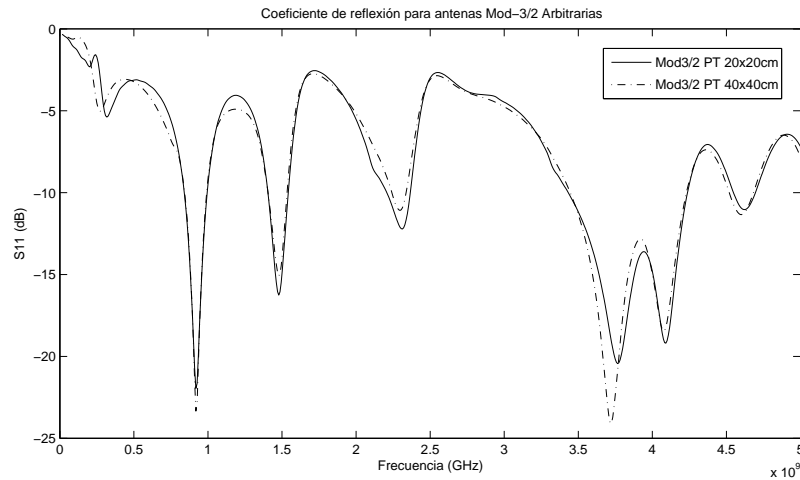


Figura 5.7: Frecuencias de adaptación para una antena Mod 3/2 con alturas arbitrarias

- La segunda banda esperada en  $2,4GHz$  aun no está perfectamente asignada y se sugiere la modificación de la altura correspondiente para mejorar este comportamiento.
- De igual manera, la banda de  $3,5GHz$  presenta un desplazamiento hacia frecuencias superiores, el cual puede ser mejorado por medio de la modificación de la altura respectiva.

Estos resultados eran predecibles, ya que las frecuencias de adaptación no se combinan linealmente de la misma manera que la geometría, planteando la necesidad de una refinación en el diseño para poder encontrar las alturas adecuadas y así obtener las bandas deseadas.

Para finalizar, en la figura 5.8, aparecen superpuestas las adaptaciones obtenidas con las antenas propuestas como alternativas. Aquí se puede evidenciar que es posible lograr las bandas deseadas tanto con geometrías Mod2 como con la nueva geometría propuesta llamada Mod3/2. En consecuencia, se ha realizado una mejora iterativa al diseño de ambas hasta alcanzar adaptaciones en las frecuencias deseadas, proceso que se analizará en el siguiente capítulo.

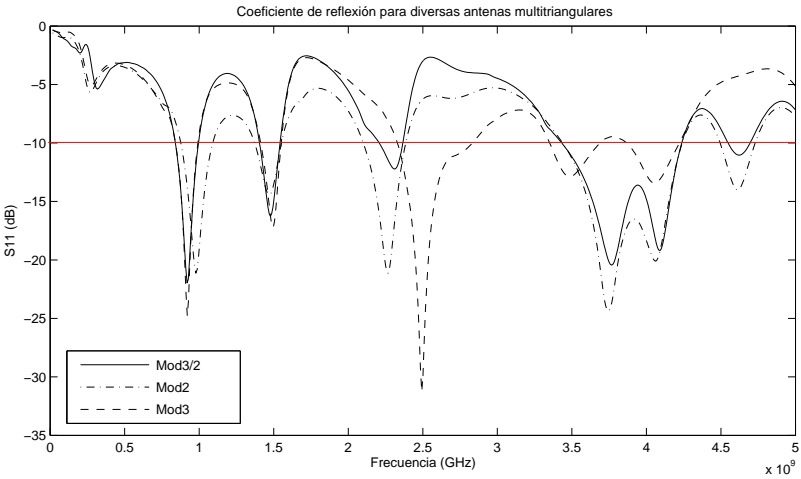


Figura 5.8: Comparación de las frecuencias de adaptación de las antenas estudiadas



## Capítulo 6

# Ajustes realizados al diseño y posibles optimizaciones

### 6.1. Introducción

Una vez elegido el tipo de geometría a emplear y tras haber ensayado una construcción directa, empleando las alturas que individualmente suponen las bandas de adaptación deseadas, podemos contar con cierto sentido de intuición sobre el comportamiento de la antena y la forma en que la variación de ciertos parámetros permitirán ajustar las adaptaciones.

Consecuentemente con las observaciones anteriores, y teniendo como fin completar el diseño de una antena multibanda que pueda resonar en frecuencias arbitrarias, el siguiente paso será el ajuste de alguno de los parámetros de la antena multitriangular hasta obtener la característica frecuencial deseada.

Para esto, se ha seleccionado la altura como parámetro a modificar. Dicha elección es justificable debido a que las variaciones en el número de iteraciones tendrán un impacto bajo, incluso nulo, dentro de las bandas de interés, y como se ha señalado anteriormente, una variación del ángulo resulta difícil de controlar.

El proceso de ajuste seguido es bastante simple:

- Partiendo de las geometrías estudiadas en el capítulo anterior, se selecciona la banda que requiera ser adaptada. El criterio de selección de dicha banda es libre, sin embargo, se recomienda escoger la que esté más alejada del valor deseado.
- A continuación, se modifica la altura relacionada con dicha banda. Esta alteración se realiza empleando un aumento o una disminución de algunos

milímetros dependiendo de la desviación de frecuencia que se requiera ajustar.

- Luego de esto, se procede a la simulación de la geometría actualizada. Esto con el fin de verificar y cuantificar el impacto de esta variación en la frecuencia deseada y en las demás bandas.
- Finalmente, y de ser necesario, se itera el proceso hasta encontrar una respuesta satisfactoria en cada una de las bandas.

Este procedimiento se resume por medio del algoritmo de la figura 6.1.

Se puede intuir que este procedimiento es automatizable, para lo cual sería necesario un programa capaz de realizar una simulación paramétrica. Sin embargo, la versión del software empleado en estas pruebas, no permite ingresar geometrías de esta forma.

Además de la limitación mencionada, estos cambios requieren un gran poder de procesamiento y de algoritmos de optimización que no corresponden con los objetivos y alcances de este trabajo.

Debido a estas limitaciones, y dada su sencillez, se ha realizado de forma manual el proceso de ajuste, sin que esto conlleve al detrimento de los resultados obtenidos.

En la tabla 6.1 se listan las alturas y geometrías empleadas en las diferentes etapas del diseño y los resultados obtenidos para cada una de ellas.

Las antenas que han sido seleccionadas como solución al problema propuesto aparecen resaltadas dentro de la tabla. A continuación se discuten los detalles de los casos seleccionados.

## **6.2. Diseño final de la antena tipo Mod2**

Este diseño ha sido desarrollado tomando como punto de partida la geometría tipo PSMo2 descrita anteriormente, en la cual se tenían bandas de adaptación superiores a las esperadas.

Empleando la metodología de ajuste descrita anteriormente, se inicia aumentando las alturas correspondientes a las frecuencias que no están perfectamente adaptadas, hasta lograr el ajuste deseado; a continuación se reduce la mayor altura con el fin de aumentar la primera banda de adaptación hasta el valor requerido.

Luego de unas pocas iteraciones se llega a un diseño en el cual las bandas están adaptadas a las frecuencias deseadas. Las diferentes etapas del diseño se resumen en la tabla 6.1, y el resultado final se puede apreciar en la figura 6.2.



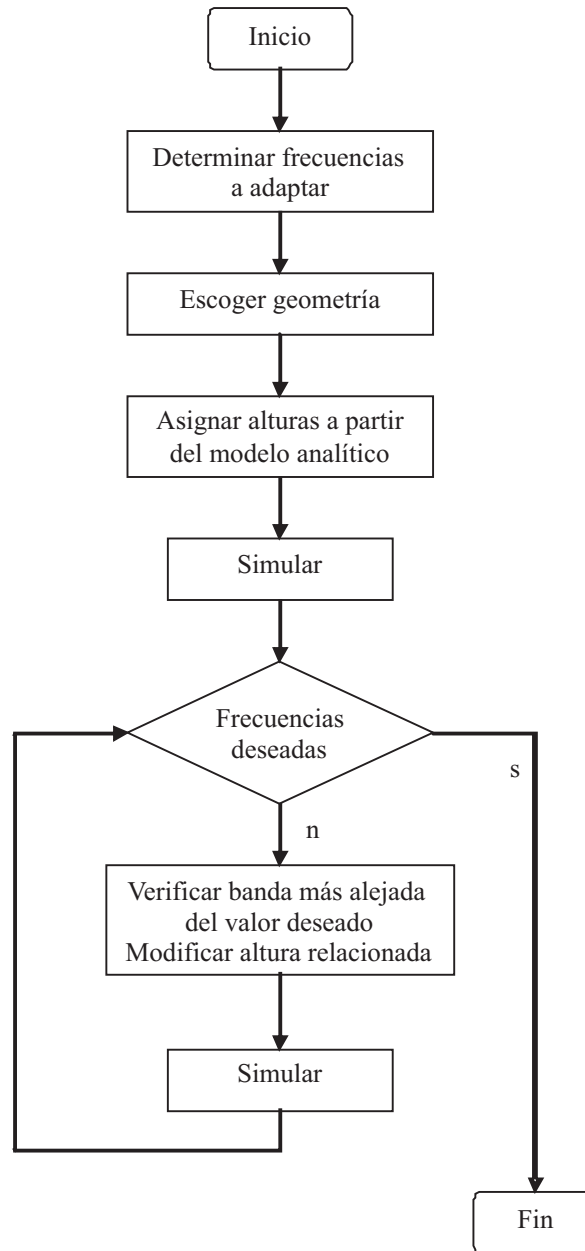


Figura 6.1: Algoritmo de optimización empleado

78CAPÍTULO 6. AJUSTES REALIZADOS AL DISEÑO Y POSIBLES OPTIMIZACIONES

Iteración	$h_1$	$h_2$	$h_3$	$h_4$	$f_1$	$f_2$	$f_3$
V1.0 Mod3/2 (pt20x20)	41	63.5	120.4	180.1	0.918	2.31	3.77
V1.1 Mod3/2	41	63.5	120.4	180.1	0.918	2.3	3.72
V1.2 Mod3/2i	49.2	63.25	120.4	180.1	0.927	2.33	3.42
V1.3 Mod3/2	49.2	63.25	120.4	180.1	0.927	2.28	3.41
V1.4 Mod3/2i	46	63.5	120.4	180.1	0.927	2.31	3.65
V1.5 Mod3/2	46	63.5	120.4	180.1	0.92	2.26	3.5
V1.6 Mod3/2	46	61	119.5	180	0.925	2.35	3.52
V1.7 Mod2	47	59	119	182	0.94	2.38	3.49
V1.8 Mod3/2	47	59	119	181.75	0.918	2.39	3.49
V1.9 Mod3/2i	47	59	119	181.75	0.927	2.41	3.63
V2.0 Mod3/2	47	57	119	181.75	0.92	2.45	3.48
V2.1 Mod2i	47	59	119	178	0.86	2.38	3.55
V2.2 Mod2ii	47	59	119	182	0.86	2.39	3.64
V2.3 Mod3/2ii	47	59	119	182	0.92	2.44	3.6
V2.4 Mod2	47	59	119	178	0.86	2.39	3.5
V2.5 Mod2	47	59	119	170	0.88	2.39	3.48
V2.6 Mod2	47	59	119	164	0.91	2.39	3.43
V2.7 Mod2i	47	59	119	164	0.91	2.43	3.61

\* Alturas en milímetros y frecuencias en Gigahertz

Cuadro 6.1: Iteraciones

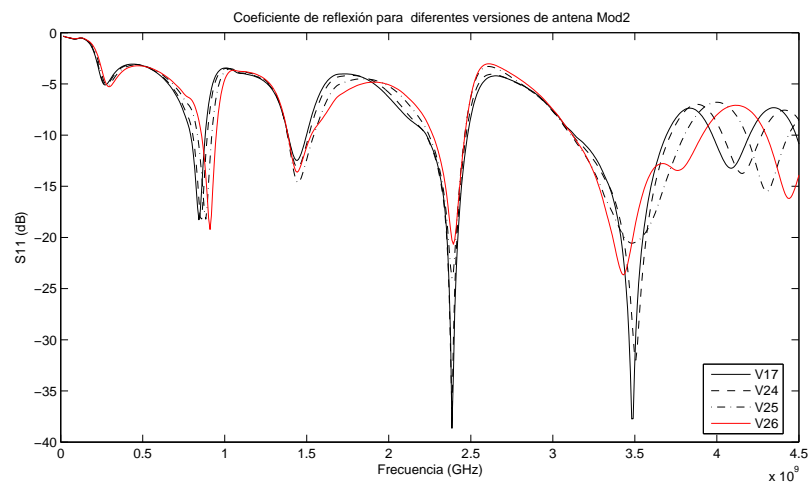


Figura 6.2: Coeficiente de reflexión para la antena Mod2 Final

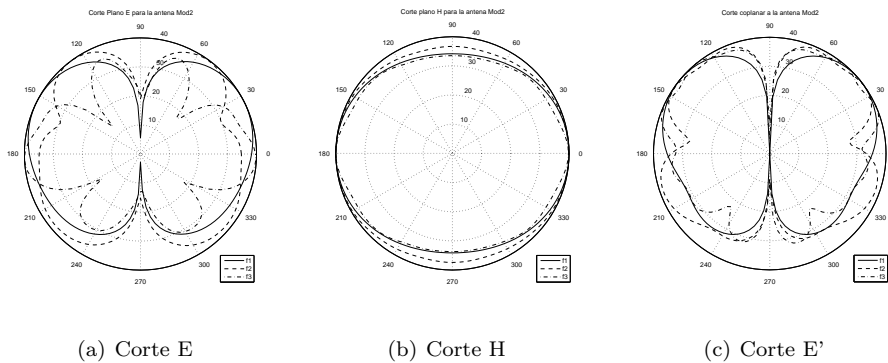


Figura 6.3: Patrón de radiación para la antena Mod2

### 6.2.1. Patrón de radiación

Al ser esta una antena con múltiples adaptaciones en frecuencias deseables, podría llamarse multibanda. Sin embargo, una definición rigurosa de antena multibanda requiere de la similitud de los parámetros de estado estacionario a través de cada una de las diferentes bandas de adaptación.

Uno de los parámetros de estado estacionario más importantes es el patrón de radiación de potencia, que está directamente ligado con la directividad y por consiguiente con la ganancia. Se han llevado a cabo simulaciones para determinar la forma de dicho patrón en cada una de las frecuencias resonantes encontradas.

La antena implementada, esencialmente, es un monopolo y como tal, debería radiar de forma omnidireccional, con un nulo del patrón en la dirección del eje de la antena, y además, la onda debe ser radiada con polarización vertical.

Con el fin de verificar la omnidireccionalidad en cada una de las bandas, se ha decidido graficar tres cortes del patrón de radiación.

Dos de estos cortes corresponden a la polarización de campo eléctrico:

1. El primero corta perpendicularmente a la antena y al plano de tierra, y este se considera como corte E principal, ya que sobre éste se encuentra la máxima ganancia de la antena en todas las bandas.
2. El segundo corte es coplanar a la geometría impresa, y se puede considerar como corte auxiliar de plano E, el cual se gráfica con el fin de verificar la simetría del patrón.
3. El corte restante, coplanar al plano de tierra, corresponde al plano H.

En la figura 6.3 se aprecian los mencionados cortes del patrón de radiación de potencia, para cada una de las frecuencias de adaptación.

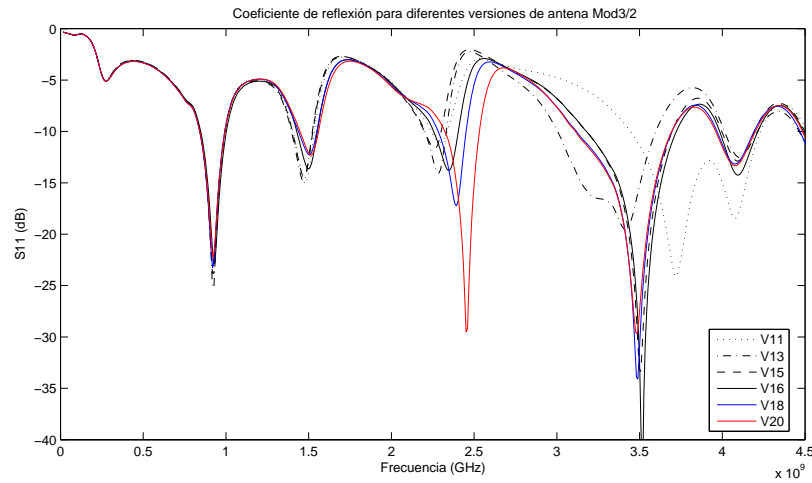


Figura 6.4: Coeficiente de reflexión para la antena Mod3/2 Final

En los diferentes cortes se puede observar que, para la primera adaptación, los resultados se asemejan al patrón esperado en un monopolo. Sin embargo para las siguientes frecuencias, se observa, especialmente en el plano E, que existen cambios en el patrón que ahora presenta lóbulos secundarios.

A pesar de estas variaciones, el patrón no presenta múltiples nulos, efecto que si ocurre en el caso de un monopolo ordinario cuando se incrementa la frecuencia de operación en los factores que se ha incrementado para la antena PS-Mod2.

Estas observaciones permiten considerar la antena PS-Mod2, como multibanda.

### 6.3. Diseño final de la antena tipo Mod3/2

Este diseño ha sido realizado tomado como punto de partida una geometría tipo PSM3/2 y siguiendo el mismo procedimiento de ajuste descrito en secciones anteriores.

Nuevamente fue posible llegar a un diseño en el cual las bandas están adaptadas a las frecuencias deseadas.

Las adaptaciones obtenidas en cada una de las iteraciones se pueden apreciar en la figura 6.4.

Se observa como, gradualmente cada una de las modificaciones de altura efectuadas ha contribuido a localizar las adaptaciones. Para esta antena, el ajuste ha requerido la modificación de las dos alturas inferiores, esto debido a que las bandas superiores estaban desfasadas del valor deseado.

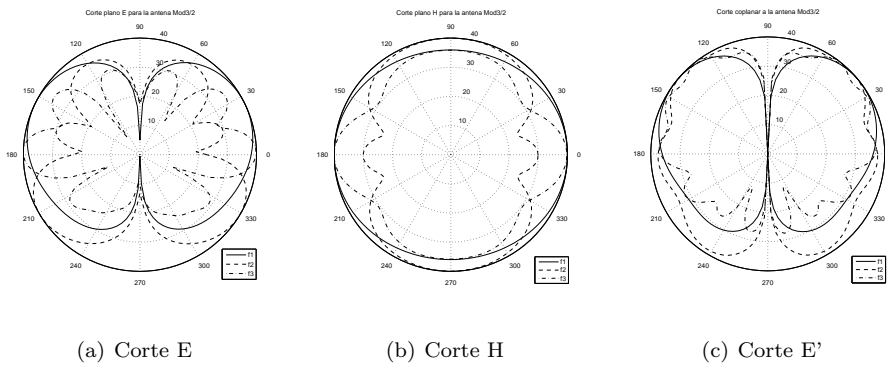


Figura 6.5: Patrón de radiación para la antena Mod3/2

Cada banda se ha adaptado por separado, iniciando con la de 3.5GHz, por ser la más alejada del valor de sintonía necesario. Luego de tener esta banda asignada, se han realizado modificaciones para afectar la ubicación de la banda esperada en 2.4GHz.

### 6.3.1. Patrón de radiación

Dadas las características geométricas de esta antena se espera tener un patrón muy similar al del monopolo PS-Mod2.

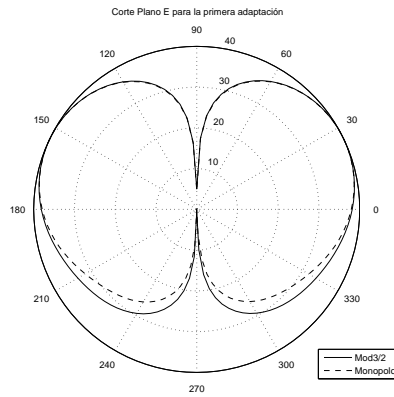
En la figura 6.5, se ilustran los mismos cortes del patrón empleados en el caso anterior del monopolo PS-Mod2. Los patrones son esencialmente similares, aunque en esta ocasión se aprecia una mayor variación del corte en el plano E, siendo más evidente la presencia de lóbulos.

Se aprecia también que en las bandas superiores se presentan efectos similares a los observados en un monopolo ordinario, el cual, al ser excitado empleando una longitud de onda menor que su dimensión física, presenta alteraciones en el patrón.

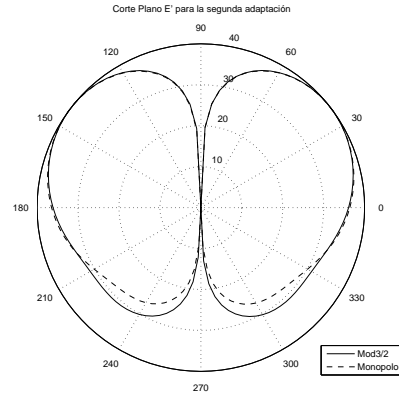
En la figura 6.6 se compara el patrón de un monopolo triangular ordinario y el obtenido para la antena PS-Mod3/2. Allí se observan ciertas similitudes entre las dos figuras, aunque en el dipolo los nulos del patrón son más pronunciados.

Las características del patrón de radiación, observadas en los monopolos multi-triangulares, se pueden explicar haciendo una analogía con el dipolo ordinario.

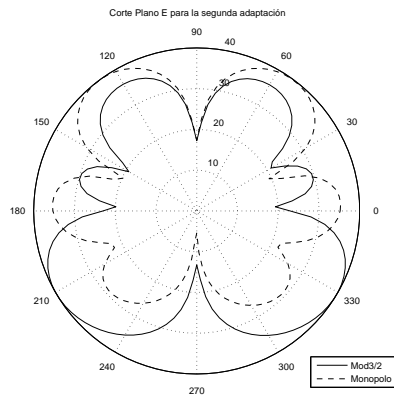
Al tener un dipolo sintonizado en una frecuencia  $f_1$  se tendrá una longitud de onda  $\lambda_1$  que cumple una relación con la longitud física del dipolo:  $l = a\lambda_1$ , si se incrementa la frecuencia de operación, se tendrá una nueva longitud de onda  $\lambda_2$ , que cumple una relación  $l = b\lambda_1$ , donde  $b$  es mayor que  $a$ . Esto significa que la longitud del dipolo es ahora mayor que la longitud de onda, permitiendo



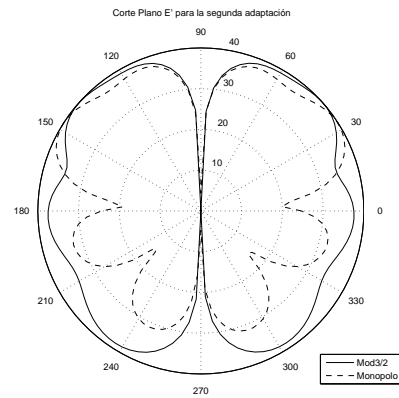
(a) Plano E f1



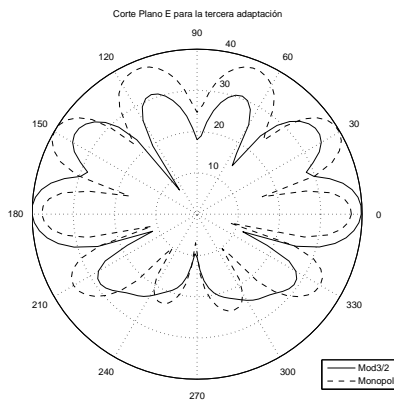
(b) Plano E' f1



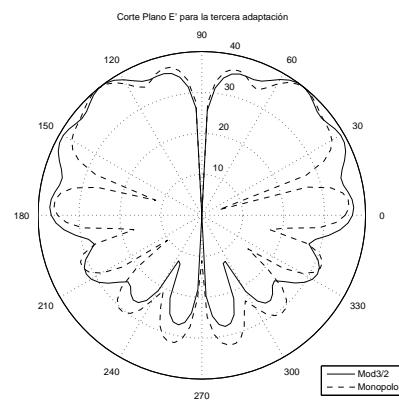
(c) Plano E f2



(d) Plano E' f2



(e) Plano E f3



(f) Plano E' f3

Figura 6.6: Comparación del patrón de radiación de una antena monopolo triangular y el triángulo PS-Mod3/2 con alturas arbitrarias

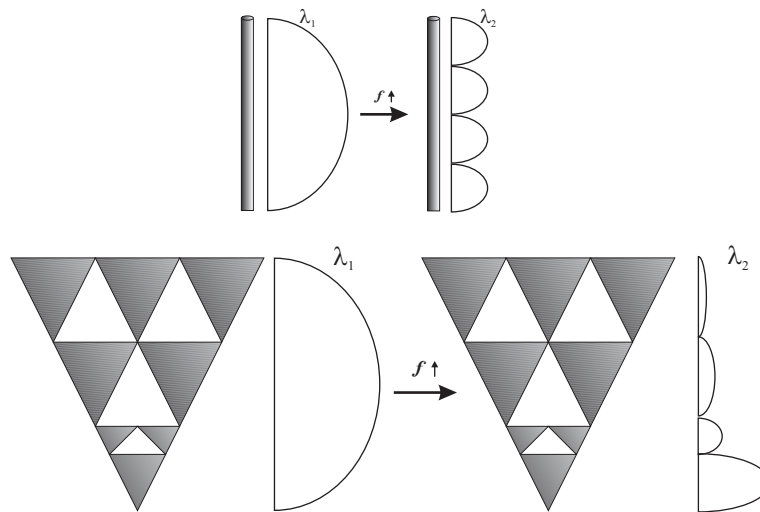


Figura 6.7: Variación de la distribución de corriente al aumentar la frecuencia

grandes variaciones en la distribución de onda estacionaria sobre la geometría del radiador. Gráficamente esta situación sería como se ilustra en la figura 6.7.

En el caso de la antena multitriangular, este efecto se contrarresta debido a que no se cuenta con una altura, lo cual permite que, cuando una altura en particular sobrepase la longitud de onda, sea una altura inferior la que encargada de radiar esta frecuencia.

Sin embargo, también se ha evidenciado que no toda la potencia se está radiando por medio de la altura esperada, alcanzándose a excitar una porción mayor de la antena multitriangular, lo que conduce a los efectos de lóbulos observados en el patrón.

La distribución de corrientes en la antena multitriangular se puede observar en la figura 6.8. Allí se aprecia que la mayor parte de la potencia se está empleando, como es de esperarse, para excitar la porción de la antena correspondiente a esta longitud de onda, sin embargo, una porción de la corriente alcanza porciones superiores de la antena como ya se había mencionado.

Para la antena PS-Mod2 se obtiene un comportamiento muy similar al descrito.

## 6.4. Alternativas para mejorar el ancho de banda

Una vez alcanzado el objetivo de ubicar arbitrariamente las frecuencias de adaptación de las antenas estudiadas, se propone explorar posibles mejoras a

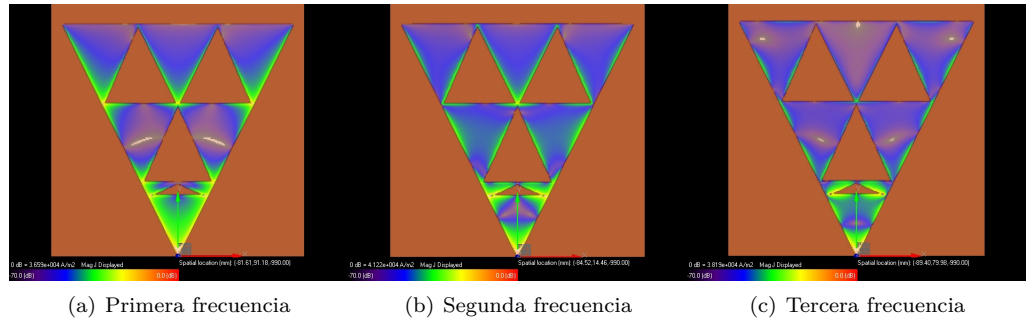


Figura 6.8: Distribución de corrientes en la antena multitriangular Mod3/2

las mismas. Una de estas mejoras, que sería de gran utilidad, es el incremento del ancho de banda para cada una de las frecuencias resonantes.

Se ha evidenciado, especialmente en la antena Mod2 que el ancho de banda en las dos adaptaciones inferiores es muy estrecho, convirtiéndose en una limitación para el uso de esta antena en cierto tipo de aplicaciones.

Para ello se han realizado ciertas alteraciones a las geometrías originales, con el fin de mejorar el ancho de banda en la segunda adaptación. Para este fin, se propone mejorar la radiación del triángulo relacionado con la adaptación que se quiere mejorar.

Para esto, se ha ensayado simplemente añadiendo una discontinuidad al camino de la corriente hacia el triángulo superior, obligando a radiar mayor potencia en la frecuencia deseada.

A estas variaciones se les ha denominado de igual manera que a las estudiadas anteriormente, posponiendo el sufijo “i”, para indicar que se altera la geometría rotando uno de los triángulos contenidos en el lado izquierdo.

También se ha realizado una segunda modificación denominada “ii”, para denotar la rotación de dos triángulos. Las geometrías correspondientes se muestran en la figura 6.9, mientras que en la figura 6.10, se muestran los resultados de las adaptaciones logradas con estas variaciones a las geometrías Mod2 y Mod3/2. Allí se nota un ligero incremento en el ancho de banda de las frecuencias que se deseaban modificar. A continuación se podrá apreciar el verdadero efecto de ésta variación que ha sido explorado de forma práctica.



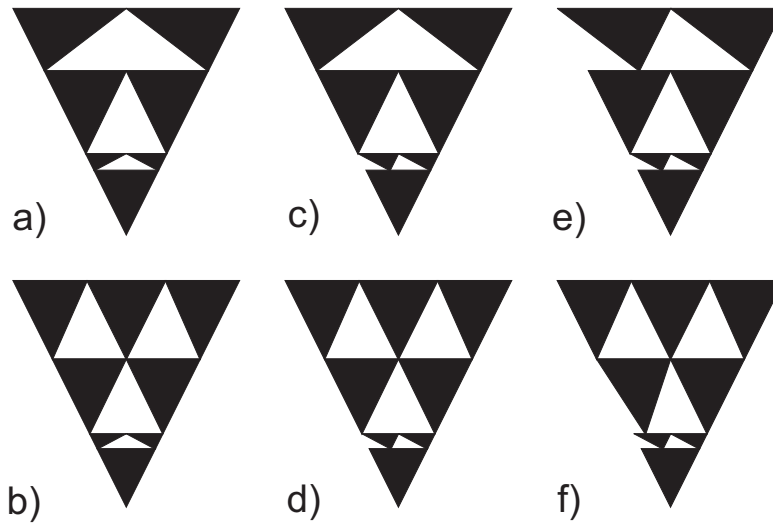


Figura 6.9: Variaciones a las geometrías para mejorar el ancho de banda

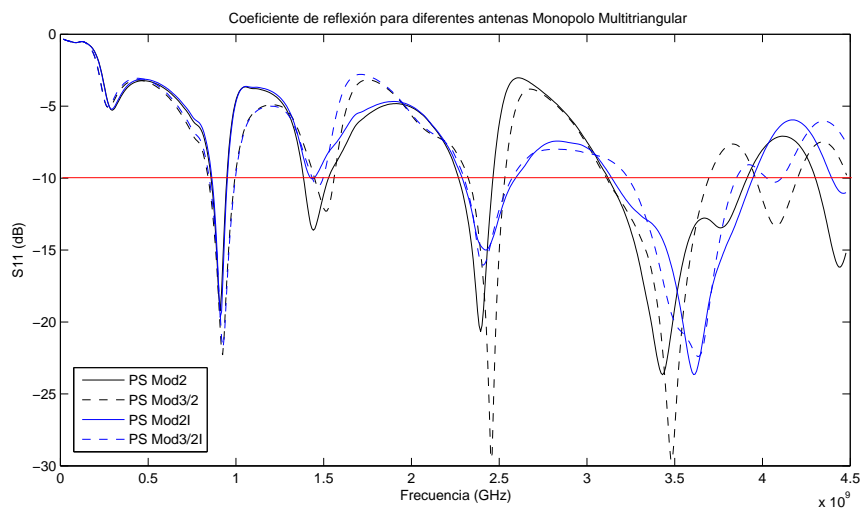


Figura 6.10: Modificaciones para mejorar el ancho de banda de la segunda adaptación



## Capítulo 7

# Implementación y mediciones

Finalmente se han construido algunos prototipos de antenas multitriangulares con el fin de verificar los resultados obtenidos analítica y numéricamente en el proceso de estudio.

Se espera que las observaciones en este caso concuerden satisfactoriamente con las simulaciones, tal como ocurrió en el caso de las geometrías preliminares, analizadas en el capítulo 4.

Las antenas construidas se muestran en la figura 7.1. Estas antenas corresponden a las geometrías que fueron determinadas como posible solución en las bandas de 0.9, 2.4 y 3.5GHz en el capítulo anterior.

Para esta demostración se han construido el siguiente grupo de antenas:

- Antena PS-Mod2 V2.6, figura 7.1a.
- Antena PS-Mod2i V2.7, figura 7.1b.
- Antena PS-Mod3/2 V2.0 (No se muestra en la figura)
- Antena PS-Mod3/2i V1.9 figura 7.1c.

Se han realizado mediciones de coeficiente de reflexión con el fin de determinar el ancho de banda y la frecuencia de adaptación. Así mismo, se ha seleccionado la geometría PS-Mod3/2 (por ser una propuesta completamente novedosa) para la medición del patrón de radiación.

Nuevamente las antenas fueron impresas sobre un sustrato FR4 ( $\epsilon_r = 4.5$ ,  $\tan\delta = 0.01$ ) con 60 milésimas de pulgada de espesor. Se ha empleado una lámina

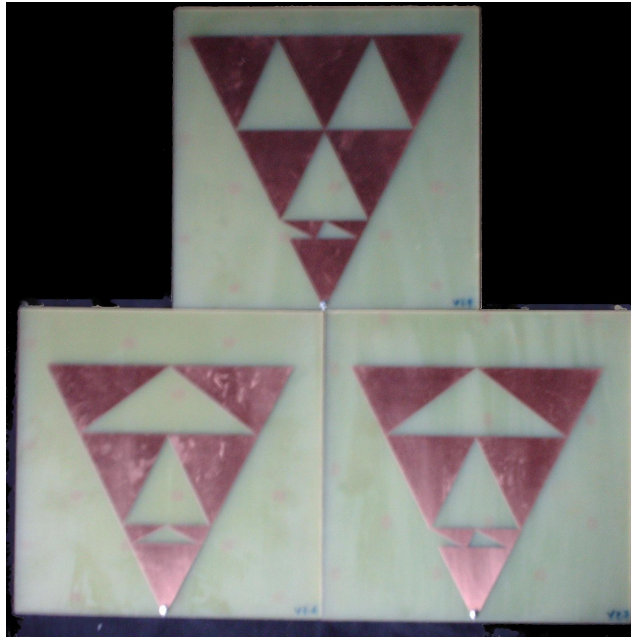


Figura 7.1: Antenas construidas

de cobre de 20x20cm como plano de tierra y un conector SMA de  $50\Omega$  para la alimentación.

Las mediciones de coeficiente de reflexión se realizaron con el analizador vectorial de redes del Laboratorio de Comunicaciones (CMUN) de la Universidad Nacional de Colombia.

Posteriormente se han realizado mediciones de patrón de radiación en la cámara anecoica del Grupo de Electrónica y Sistemas de Telecomunicaciones (GEIST) de la Universidad de los Andes.

### 7.1. Ancho de banda de impedancia

En esta medición se busca, por medio del coeficiente de reflexión, determinar las frecuencias de adaptación y el ancho de banda de impedancia.

En la figura 7.2 se muestran las mediciones realizadas para cada una de las antenas implementadas.

Se observa que las antenas se comportan de forma muy similar a lo previsto por la simulación, especialmente en las dos bandas inferiores, sin embargo se puede apreciar una ligera desviación de la banda superior con respecto a valor

	$f_1(GHz)$	$BW_1(GHz)$	$BW_1\%$
Mod 2	0.91	0.86 - 0.948	9.7
Mod 2i	0.91	0.863 - 0.951	9.7
Mod 3/2	0.924	0.84 - 0.993	16
Mod 3/2 i	0.927	0.847 - 0.995	16
	$f_2(GHz)$	$BW_2(GHz)$	$BW_2\%$
Mod 2	2.394	2.27 - 2.47	8.4
Mod 2i	2.43	2.29 - 2.59	12.4
Mod 3/2	2.45	2.32 - 2.53	8.6
Mod 3/2 i	2.41	2.3 - 2.57	11.2
	$f_3(GHz)$	$BW_3(GHz)$	$BW_3\%$
Mod 2	3.43	3.12 - 3.9	22.7
Mod 2i	3.61	3.14 - 3.95	22.4
Mod 3/2	3.49	3.11 - 3.7	16.9
Mod 3/2 i	3.63	3.23 - 3.85	17

Cuadro 7.1: Comparación de las frecuencias de adaptación

esperado. Esta desviación se puede corregir de forma simple, por medio del aumento de la altura del triángulo inferior, similar al procedimiento empleado anteriormente en el proceso para determinar las geometrías idóneas.

Las fluctuaciones en la medición se deben a ruido introducido por la sonda de medición, sin que ésta impida apreciar la tendencia general de la gráfica.

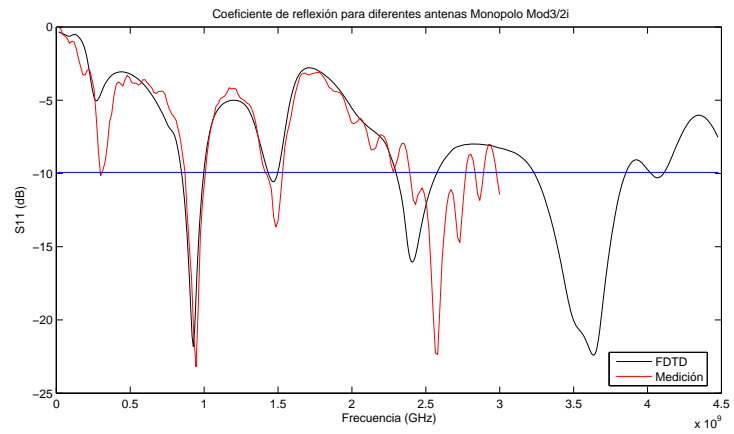
En la figura 5.7, se aprecia la medición para el monopolo tipo PS-Mod3/2. En este caso se ha podido realizar la medición hasta una frecuencia superior, gracias al empleo de un analizador vectorial de redes suministrado por el GEIST.

En dicha figura se aprecia, que en las frecuencias inferiores a  $2GHz$ , la solución aportada por la simulación es muy acertada, mientras que en las bandas superiores se presenta un corrimiento con respecto al valor esperado, además de defectos de fabricación, variaciones que pueden adjudicarse a la variabilidad de las propiedades del sustrato entre una muestra y otra. Para compensar estos efectos, el procedimiento de ajuste de alturas es suficiente.

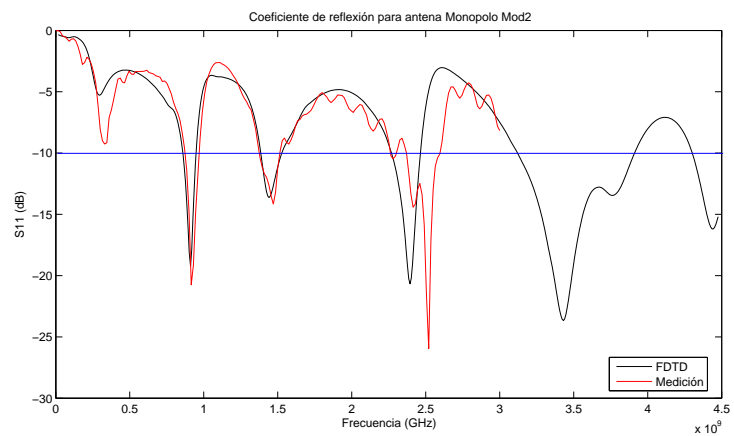
Finalmente, en la tabla 7.1 se resumen las frecuencias de adaptación obtenidas y el ancho de banda en cada una de estas.

Se aprecia que las geometrías tipo PS-Mod2 son de banda más estrecha en las frecuencias inferiores y que además la variación introducida con el fin de mejorar el ancho de banda de la segunda adaptación tiene el efecto deseado.

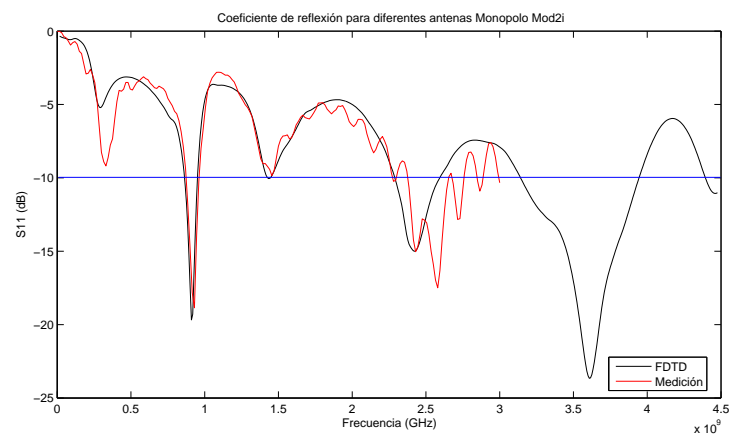
Igualmente se observa que el ancho de banda en cada una de las frecuencias es más que suficiente para los servicios de telecomunicaciones GSM, Wi-Fi y WiMAX, difundidos en estas bandas.



(a)



(b)



(c)

Figura 7.2: Adaptaciones de las demás antenas implementadas

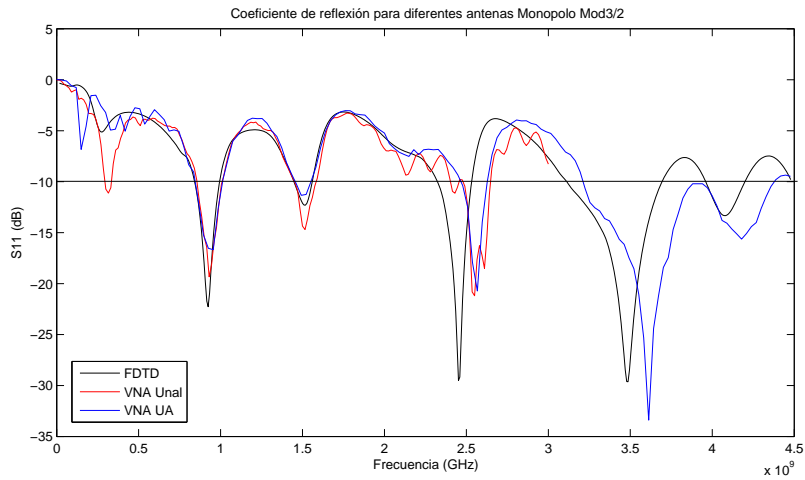


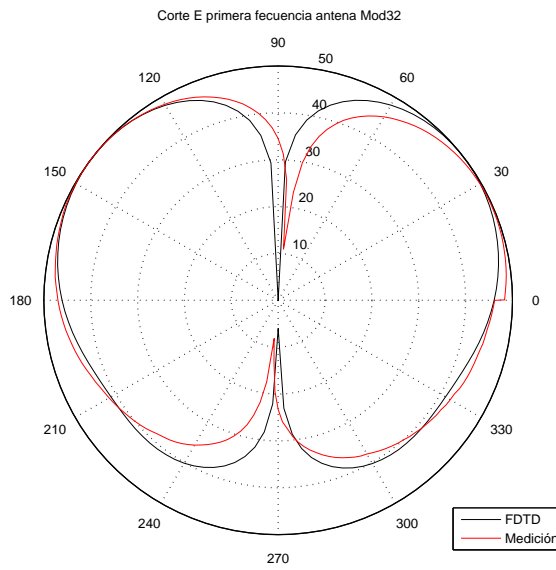
Figura 7.3: Adaptaciones de la antena Mod 3/2

## 7.2. Patrones de radiación

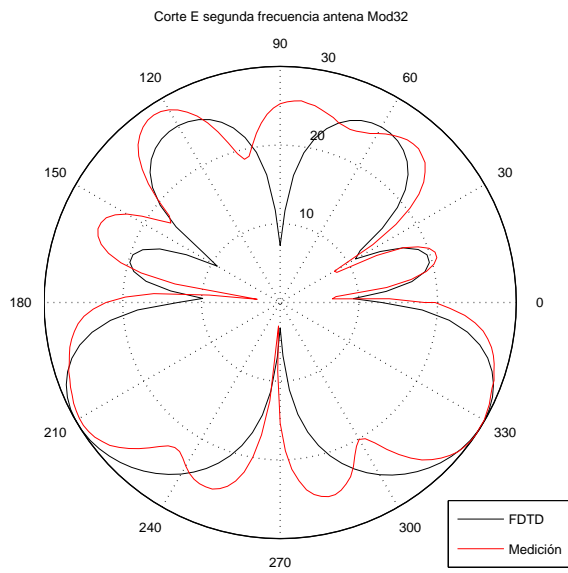
En la figura 7.4 se compara la simulación de los patrones para las antenas finales en el plano E que reviste el mayor interés. Como se ha mencionado anteriormente, el corte E corresponde al plano perpendicular al plano de la antena y también es perpendicular al plano de tierra.

Se observa que para la primera frecuencia se tiene un comportamiento casi idéntico al obtenido mediante simulación.

De igual manera en la segunda adaptación la medición, salvo unos efectos de estabilización, se asemeja al resultado simulado.



(a) Primera adaptación



(b) Segunda adaptación

Figura 7.4: Patrón de radiación antenna Mod 3/2



# Conclusiones

- Se ha realizado un estudio paramétrico de las antenas tipo monopolo impreso con parche triangular simple y multitriangular basado en la geometría fractal de Pascal Sierpinski [Capítulo 4]. Gracias a este estudio, se han identificado las variables que afectan las frecuencias de adaptación de esta clase de antenas y se ha cuantificado la variación de frecuencia que introduce la alteración de cada uno de estos parámetros.
- Consecuentemente, se han presentado modelos generalizados para determinar las adaptaciones de las antenas tipo monopolo impreso con parche triangular y con parche multitriangular tipo Pascal-Sierpinski de Módulo  $\delta$  [Secciones 4.2.2, 4.3.3, 4.4.1.2, 4.4.2.3].
- Los modelos matemáticos planteados, para hallar las frecuencias de adaptación de las antenas triangulares y multitriangulares, son una mejora con respecto a los modelos clásicos con los cuales fueron comparados [Secciones 4.2.2.1, 4.3.3.1]. El modelo deducido para la antena multitriangular, permite predecir con mayor exactitud las adaptaciones observadas en las antenas tipo Sierpinski impresas.
- Se ha corroborado que las antenas tipo Pascal Sierpinski con escalamiento constante, se adaptan de forma semejante a la combinación de las adaptaciones de varias antenas triangulares simples, de las mismas alturas que las involucradas en la construcción de la geometría pre-fractal [Sección 4.3, 4.2, Figura 4.9].
- Se ha encontrado un mecanismo, para pronosticar las adaptaciones de las antenas tipo Pascal Sierpinski con escalamientos primos. Éste ha sido aplicado con éxito para las antenas PS-Mod2, PS-Mod3 y PS-Mod5. Dicho mecanismo involucra el uso del modelo matemático deducido [Ecuación 4.6], demostrando su generalidad.
- La variación de la altura influye notablemente en el comportamiento de la antena. Sin embargo, se ha evidenciado que las frecuencias de adaptación y el escalamiento de las mismas está directamente relacionado con las características geométricas de la figura y no solamente con el escalamiento entre las alturas [Sección 5.2.2].

- A raíz de la observación anterior, se incluyó el escalamiento entre las frecuencias deseadas como criterio de diseño, permitiendo “escoger” el tipo de geometría a emplear. Gracias a este nuevo criterio de diseño, se planteó la creación de una nueva geometría inspirada en un “multifractal”. Esta estructura denominada PS-Módulo  $3/2$  combina las propiedades de las geometrías PS-Mod2 y PS-Mod3 [Sección 5.2.3].
- Se han presentado varias alternativas que cumplen con el objetivo de diseñar una antena multibanda de tipo fractal, capaz de operar en las frecuencias de 0.9, 2.4, y 3.5GHz [Capítulo 6]. Dos de estas geometrías, son combinaciones no reportadas en la literatura y que se han denominado triángulos de Pascal-Sierpinski Módulo  $3/2$  y Parany PS-Mod $3/2i$ .
- Se pueden definir las antenas multitriangulares estudiadas, tipo PS-mod2 y PS-Mod $3/2$ , como antenas multibanda, ya que éstas presentan múltiples adaptaciones en frecuencias que se pueden escoger arbitrariamente. Sin embargo, cuando se considera la variación de los parámetros de estado estacionario, como el patrón de radiación, se observa que éste no es completamente autosemejante, presentando lóbulos que indican que el tamaño de la geometría es mayor que la longitud de onda que se está radiando [Figura 6.3, 6.5, 6.6]. Lo anterior quiere decir que, a pesar de radiar eficientemente con ciertas alturas, aún existen corrientes que excitan otras porciones de la antena [Figura 6.7, 6.8].
- Las variaciones planteadas [Figura 6.9], con el fin de mejorar el ancho de banda en cada una de las frecuencias de operación, han reportado resultados satisfactorios [Figura 6.10], demostrando la flexibilidad de diseño de las antenas propuestas.
- El ajuste iterativo realizado, para asignar correctamente las bandas de operación de la antena, ha planteado un algoritmo que es susceptible de optimización y de automatización [Figura 6.1], empleando la descripción matemática generalizada de estas geometrías, en combinación con una simulación paramétrica.

# Trabajo futuro

- La figura Mod3/2 generalizada puede ser descrita por medio de un sistema de funciones iteradas como se mostró en el capítulo 3. Un futuro paso es emplear esta descripción matemática y automatizar la creación de la geometría y la simulación, con el fin de agilizar la búsqueda de las alturas que optimicen las adaptaciones, tanto en exactitud de la frecuencia como en ancho de banda.
- Esto puede lograrse empleando un software que permita el ingreso paramétrico de las geometrías y agilice el uso de la simulación por medio de técnicas computacionales basadas en procesadores gráficos, como las nuevas versiones de xFDTD. El poder de cómputo requerido en este caso es considerablemente más elevado, debido a la cantidad de geometrías que deben examinarse para determinar la más apta.
- Una implementación que no se ha estudiado en este trabajo es la Microstrip, cuya descripción y sintonización puede resultar mucho más compleja. Este tipo de implementación tiene como ventajas el tamaño resultante y como desventajas el reducido ancho de banda en cada adaptación.
- En el futuro también sería interesante implementar arreglos directivos tipo Yagi multibanda, empleando estos elementos simples para su aplicación en estaciones base de varios sistemas convergentes.