Diseño de una Propuesta de Aula para la Enseñanza del Concepto de Límite de una Función aplicando el Ambiente Geométrico Dinámico Geogebra

LUIS GUILLERMO DE AGUAS RODRÍGUEZ

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellin, Colombia

2015

Diseño de una Propuesta de Aula para la Enseñanza del Concepto de Límite de una Función aplicando el Ambiente Geométrico Dinámico Geogebra

Luis Guillermo De Aguas Rodríguez

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:

Jorge Alejandro Ortíz Giraldo

Magister

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ciencias

Medellín, Colombia

2015

Dedicatoria

Este trabajo va dedicado:

- *A DIOS por permitir hacer realidad la terminación de tan anhelado logro.*
- *A mi madre, por que a ella le debo lo que soy, por sus consejos y por su gran amor, que estoy seguro aun siente por mí y habla de ello a Dios.*
- *A mi esposa Olga por su paciencia, su comprensión, su amor y esas voces de aliento.*
- *A mis hijos Mariel, Lui y Masiel, por ellos este triunfo y poder ser para ellos ejemplo de superación.*

Agradecimientos

Doy mis sinceros agradecimentos a todas esas personas y entidades que desinteresamente me apoyaron y colaboraron en el desarrollo y culminación de esta propuesta, especialmente:

- ❖ Al Magister Jorge Alejandro Ortíz Giraldo, por guiarme adecuada y constantemente durante la elaboración de este trabajo.
- ❖ A la Universidad Nacional de Colombia, sede Medellin, por la formación profesional.
- ❖ A la comunidad educativa de la Institución Educativa San Luis de Yarumal por facilitar los espacios para la aplicación del desarrollo de la propuesta.

Resumen

La enseñanza del concepto de límite es fundamental en los estudiantes de educación media, su aprendizaje es esencial para el análisis matemático, rama de la matemática que es prioritaria en las carreras de ingeniería y administración, en las diferentes universidades colombianas. Este trabajo muestra el diseño de una propuesta de aula direccionada a la enseñanza de límite de funciones en un punto, a través de actividades guiadas y haciendo uso de las Tecnologías de la Información y Comunicación, con el propósito de obtener un aprendizaje significativo y duradero del mismo.

Palabras clave: Enseñanza, Aprendizaje Significativo, Límite, Función, Tecnología, GeoGebra.

Abstract

The teaching of the limit concept is fundamental for the middle level students; its learning is essential for mathematical analysis, branch of mathematics which is priority in the engineering and management careers the different colombian universities. This works shows the design of a classroom proposal directed to teaching limit of functions at a point through guided activities and by using the information and communication technologies with the porpose of getting a meaningful and lasting learning of itself

Keywords: Teaching, meaningful, learning, limit, functions, technology, GeoGebra.

Contenido

Lista de figuras

Lista de tablas

Introducción

Como bien sabemos, las matemáticas es una de las asignaturas que presenta mayor dificultad en su aprendizaje, esta asignatura es vista con mucho respeto, pero siempre de costado. Un gran porcentaje de estudiantes en el nivel de secundaria y media, sienten gran temor al enfrentar retos que la misma matemática les propone y este temor, en algunos casos, se debe a la actitud tomada por algunos docentes que imparten el área, su despotismo, su arrogancia, su egocentrismo; son causales del desagrado por las matemáticas. Por otra parte, los estudiantes siente desmotivación a la hora de aprender, aburrimiento en las clase y ven la misma monotonía de todas las clases. La falta de métodos de enseñanza eficaces, son también un factor importante para que un gran número de estudiantes, en un determinado salón sientan apatía y no encuentran el deleite de aprender matemáticas, la falta de motivación por parte del docente y la poca preparación de algunos profesores, son también causales, de lo que se vive en las aulas de escuelas y colegios.

Por otra parte, mi experiencia como estudiante y profesor de matemáticas, me permite afirmar, la existencia de temas y contenidos abstractos, con cierto grado de dificultad, para los cuales es necesario apoyarse en estrategias, metodologías y/o herramientas que permitan alcanzar los estándares y logros mínimos exigidos por el Ministerio de Educación Nacional.

Un tema específico, que presenta las características antes mencionadas, es el tema de Límite de una Función en un Punto. Este tema es de vital importancia para los futuros estudiantes universitarios de carreras profesionales que incluyen en su currículo el análisis matemático o el cálculo, pues es la base para las derivadas y las integrales; por lo que se hace necesario desarrollar un aprendizaje significativo del mismo desde las instituciones educativas aficiales y privadas.

Muchos son los trabajos de investigación, elaborados para lograr un aprendizaje significativo y perdurable en el tema de Límite de una Función en un punto, nuevas metodologías, nuevas estrategias didácticas, decenas de proyectos de aulas e infinidades de secuencias didácticas, entre otros.

Un esfuerzo y logro, es la incorporación de las Tecnologías de la Información y Comunicación en la enseñanza de las matemáticas, estas han sido de gran ayuda en los procesos académicos, ya que, no solo aportan en la motivación, sino también, a mejorar la aprehensión de conceptos en pro de lograr un aprendizaje significativo.

Teniendo en cuenta todo lo anterior, este trabajo pretende desarrollar una propuesta de aula, aplicada en estudiantes del grado 11 de la Institución educativa San Luis del municipio de Yarumal, con el fin de desarrollar un aprendizaje significativo en el tema límite de una función en un punto, utilizando para ello, el uso de las nuevas tecnologías de la información y comunicación.

Este trabajo se podrá apreciar teniendo en cuenta la siguiente organización.

En el primer capitulo se muestran aspectos generales de la investigación, como lo es el tema, los antecedentes, la descripción del problema, la justificación y os objetivos.

En el segundo capitulo encontramos el Marco Referencia, que está constituido por el marco teórico, el marco legal, el interdiscilinar y algunas teorías conceptuales que fueron tenidas en cuenta para el desarrollo de esta investigación.

En el tercer capitulo encontramos el diseño metodológico en el cual se aprecia la metododologia empleada en este trabajo, además de las herramientas con las cuales se recogio la información.

En el cuarto capitulo se lleva a cabo y sistematiza la propuesta, se muestran los resultados obtenidos y se tabulan los mismos.

En el quinto y último capitulo encontramos las conclusiones y recomendaciones después de aplicada la propuesta; como también las referencias bibliográficas y los anexos.

1 Aspectos Preliminares

1.1 Tema

Las incorporaciones de las herramientas dinámicas han ayudado en gran manera en los procesos de enseñanza y aprendizaje a nivel mundial y aun focos de estudios de investigadores y profesores, por lo que el tema central de este trabajo es: incorporación de la herramienta geométrica dinámica GeoGebra en la enseñanza de conceptos matemáticos, particularmente el límite de una función en un punto.

1.2 Problema de Investigación

1.2.1 Formulación Del Problema

El aprender matemáticas ha sido considerado un proceso difícil y a la vez un privilegio de algunos pocos, eso piensan algunos estudiantes y padres de familia, pero esto, no es cierto. Lo que, si es cierto, es que algunos temas matemáticos presentan cierta dificultad para su aprehensión, tal vez por la forma abstracta de algunos de sus elementos, de su simbología o de su representación verbal, poco familiar para los estudiantes. El concepto de límite de una función en un punto, es sin duda, uno de los conceptos matemáticos que posees tales dificultades, como lo afirma Blázquez.S & Ortega. T (2000), en su trabajo “El concepto de límite en secundaria”. Blázquez y Ortega investigaron las dificultades que presenta el aprendizaje del concepto de límite de una función, apoyándose en las teorías de imágenes conceptuales de David Tall y de obstáculos epistemológicos de Guy Brousseau.

La investigación de Blázquez.S & Ortega. T (2000), se realizó a un grupo de estudiantes de segundo de bachillerato, para la cual diseñaron una secuencia didáctica, apoyándose en una metodología que constía en una exposición por parte del docente de los conceptos básicos, la utilización de una guía que la tenía, tanto el docente como el estudiante y se complementaba con unas actividades o compromisos asumidos por los estudiantes que debían desarrollar en casa. En dicha investigación los autores pudieron encontrar algunas dificultades presentadas por los estudiantes al momento de abarcar el concepto de límite, entre ellas… "No entienden la idea gráfica de límite […], errores de cálculo algebraico sencillo […], la idea de que una función no tenga límite es mas difícil de entender que el propio concepto, […], confunden límite con límite lateral, […], asocian límite con frontera y lo realcionan con los extremos de la función, […], confunden tender en una dirección como moverse en el eje X en esa dirección, les cuesta trabajar con entornos y aproximaciones".

La experiencia como docente en grados superiores, brinda el derecho de poder afirmar que las dificultades antes mancionadas, se hayan aun, en estudiantes de instituciones públicas y privadas; situación que nos abliga, como docentes, a conocer muchos más a fondo las mismas.

En el abordaje del tema de límite de funciones, son muchos los obstáculos encontrados, tal como lo pudieron comprobar Vrancken, Gregorini, Engler, Müller & Heckiein (2006) y lo mencionan en el artículo "Dificultades relacionadas con el aprendizaje y la enseñanza del concepto de límite". Este artículo afirma que los estudiantes presentan dos tipos de dificultades, uno referente al concepto de funciones y otro referente al concepto de límite, Tales afirmaciones se pudieron comprobar en el proyecto de investigación "Errores y dificultades: organizadores didácticos en el aprendizaje del Cálculo en carreras no matemáticas” diseñado por ellos mismo.

Según Vrancken, Gregorini, Engler, Müller & Heckiein, las difultades presentadas por los estudiantes en el concepto de funciones son:

Dificultad a la hora de identificar el dominio funciones

Dificultad para representar la gráfica de una función.

Dificultad en distinguir la variable independiente y la variable dependiente.

También afirman que las dificultades que se encuentran en el concepto de límite son:

Dificultad a la hora interpretar límites laterales

Dificultad en interpretar que, el límite es lo que ocurre cerca del punto y no en el punto.

Dificultad para conmprender que el cálculo de límite no es siempre por sustitución.

La metodologia usada en ese trabajo consistió en la aplicación de una secuancia didáctica cuyo fin era la de preparar a los estudiantes para el abordaje del aprendizaje de límite; esto se logró apoyandose en actividades dentro y fuera del aula, en la que se solidificó las distintas formas de representación de funciones y algunos casos relacionandos con aproximación, se trabajó las representaciones de tipo verbal, tabular y algebráica entre otras.

Con tantos inconvenientes presentados a la hora de enseñar y aprender el concepto de límite y como docente de matemáticas en grados superiores, se convierte en un compromiso buscar estretagias y metodologiás que ayuden a minimizar los obstáculos presentados. Debemos recocer que el conocimiento del límite de una función es esencia para el estudio de otras temáticas como son la derivada, la integral, la convergencia de series y por ende se hace necesario encontrar mejoras para su enseñanaza, tal como lo plantea Sánchez, C. (2012) en su tesis doctoral Limite Infinito de una Función: Fenómenos que organiza.

Sánchez estudia los fenómenos relacionados al concepto de límite finito de una función en un punto, basándose para ello en el análisis fenomenológico de Fraudenthal (1983).

El objetivo fundamental del trabajo de Sánchez era la de obtener información sobre los fenómenos organizados por una variedad de definiciones de límite finito de una función en un punto, caracterizarlos, obtener relaciones y buscar evidencias que validen externamante su presencia en los procesos de enseñanza aprendizaje.

La metodología usada por Sánchez (2012), consistió en tres etapas, en la primera etapa diferenció su trabajo de otros, que tambien han estudiando el concepto de límite de una función; en la segunda etapa, Sanchez indaga en un conjunto de diferentes textos matemáticos usados por los docentes en diferentes etapas, básicamente entre los años 1933 y 2005, despues de analizarlos, hace una división de los fenómenos encontrados; Sánchez (2012), encontró dos tipos de fenómenos, uno de ello lo denominó fenómeno de Aproximación Doble Intuitiva (ADI), este fenómeno involucra la parte formal de la definición de límite y otro, el cual llamó fenómeno de retroalimentación Ida y Vuelta en Funciones (IVF) que involucra la parte informal de abarcar el límite de una función; en la última etapa realiza entrevistas a profesores de matemáticas de bachillerato con el fin de conocer, si los fenómenos encontrados en los textos eran utilizados por ellos en los procesos de enseñanza aprendizaje.

Si bien el trabajo de Sánchez indagó sobre los fenómenos inmersos en las diferentes definiciones de límite de una función en un punto y encontró que tanto las definiciones de tipo formal e informal son citadas en los textos matemáticos y la vez empledas por los docentes, cabe preguntarse, ¿Cuál de estas dos definiciones, la formal o la no tan formal, es más recordada por los estudiantes? Esta pregunta fue respondida por Blázquez, S. Gatica, S. & Ortega, T. (2008) en su informe titulalo “Concepto de Límite: Aprendizaje y memoria” y en el cual afirman que los estudiantes recuerdan con mucha más facilidad la definición de aproximación óptima (defición informal). Blázquez at al (2008), diseñaron un custionario y lo aplicaron a 33 estudiantes universitarios que tiempo atrás habían estudiado las dos definiciones de límite de una función. La pregunta era básicamente en escribir la definición de límite de una función $f(x)$ cuando x tiende a x_0.

1.2.2 Descripción del problema

El aprendizaje de las matemáticas y el desarrollo de las competencias de la misma han sido siempre un reto de la educación a nivel mundial, por lo que maestros e investigadores invierten su tiempo en realizar estudios y buscar con ello herramientas, estrategias y metodologías mucho más efectivas a la hora de obtener óptimos resultados en el aprendizaje de sus niños y adolescentes. Este mismo reto ha sido transferido a la comunidad latinoamericana y Colombia, no es ajeno a esta problemática.

Buscando superar los diferentes inconvenientes que se presentan en el proceso de enseñanza aprendizaje del área de matemáticas, los entes colombianos, encargados de garantizar la educación, como lo es el Gobierno, el Ministerio de Educación Nacional y las Instituciones de Educación Superior, han diseñado herramientas, entre ellos los lineamientos curriculares y los estándares básicos de matemáticas. Los estándares básicos de matemáticas plantean la subdivisión del pensamiento matemático y entre los que se encuentran el pensamiento variacional. Dentro del pensamiento variacional se encuentra el siguiente estándar, que invita a las instituciones a trabajar el tema de límite (Estándares Básicos de Matemáticas, 2006).

Utilizo las técnicas de aproximación en procesos infinitos numéricos.

Por otra parte, los egresados de las instituciones públicas de nuestro país rara vez acceden a esta temática, tal vez por la acción de abarcar tanto contenido en tan poco tiempo; pero cuando se puede acceder a ella, el objetivo esperado por el estándar que invocamos anteriormente, no se alcanza de manera óptima. Por tal situación, cuando un egresado de educación básica secundaria, logra entrar a una sociedad universitaria en programas como licenciatura en matemáticas e ingenierías, se evidencia una perdida mayor al 75 % en asignaturas como introducción al cálculo y cálculo I, debido a que estas asignaturas incluyen el tema de límite de funciones y en este contexto es mucho más utilizado el tema en ejercicios y problemas de aplicación.

1.3 Justificación

Modelo situaciones de variación con funciones polinómicas, uso procesos inductivos y lenguaje algebraico para formular y poner a prueba conjeturas, identifico, justifico resultados de aproximación sucesiva rangos de variación y limites en situaciones de medición estos son algunos de los estándares básicos, que según el Ministerios de Educación Nacional, un estudiante del debe haber desarrollado al final del grado 11, (Estándares Básicos, Ministerio de Educación Nacional, 2008).

Se pretende que el terminar el grado 11, los estudiantes de las instituciones colombianas hayan desarrollado competencias mínimas y con ellas abordar de manera óptima situaciones que involucren los estándares antes mencionados.

En la actualidad, el alto número de contenido y el abordaje superficial de algunos de ellos, impiden alcanzar los logros propuestos por el MEN. El tema de Límite de funciones es un uno de ellos, El abordaje de esta temática, es muy superficial en los espacios académicos de las instituciones, en algunos ni siquiera se logran abarcar, lo que causa, en los estudiantes, un desconocimiento del mismo y en consecuencia dificultad cuando se enfrentar con él en las universidades.

En casos cuando se logra abordar el tema de límite de funciones, acontece que los conceptos que involucran un aprendizaje significativo del mismo, son tan abstractos que los estudiantes presentan gran dificultad para relacionarlos, conduciendo esto a una simple memorización de los mismos, sin que se presente un aprendizaje significativo; adicionalmente se pude percibir un proceso meramente algorítmica, sin argumentación alguna del significado de los resultado, Por ejemplo, ¿Qué significado tiene que el límite de $f(x)=2x$ cuando x tiende a 0.5 es 1?; preguntas como la anterior no tiene respuesta correcta, con buena argumentación en los estudiantes de grados 11.

Esta problemática conlleva a indagar nuevas estrategias que garanticen un aprendizaje significativo en la enseñanza del límite de funciones en un punto.

Esta propuesta busca la enseñanza de límite de funciones en un punto de manera óptima y significativa, a través de talleres contextualizados y la utilizacióndeherramientastecnológicas.

1.4 Objetivos

1.4.1 Objetivo General

Diseñar una propuesta de aula para la enseñanza del concepto de límite de funciones utilizando el ambiente de aprendizaje dinámico GEOGEBRA, a través de la modelación de actividades grado 11 de la Institución Educativa San Luis del municipio de Yarumal en el año 2015.

1.4.2 Objetivos Específicos

- Indagar los conceptos básicos para abordar el concepto de límite de funciones a través de una prueba diagnóstica.
- Interpretar mediante el análisis, los resultados obtenidos en la prueba diagnóstica realizada a los estudiantes
- Diseñar actividades que involucren el Concepto de Límite de Función en un Punto y en las cuales se utilice el Ambiente Geométrico Dinámico Geogebra.
- Intervenir la práctica docente aplicando las actividades de GEOGEBRA diseñadas específicamente para el concepto de límite.
- Evaluar el impacto de la propuesta de aula, analizando el desempeño académico y la motivación de los estudiantes con respecto al tema de límitedefunciones

2 Marco Referencial

2.1 Marco Teórico

Este trabajo se basará en referentes teóricos de la educación y en especial de la educación matemática, los cuales aportaran elementos pedagógicos, metodológico, didácticos y disciplinares que mostraran un posible camino para solucionar la problemática tratada, entre los referentes teóricos tenemos: Constructivismo Social, Aprendizaje Cognitivo, Aprendizaje Significativo, Aprendizaje Colaborativo, Competencias Matemáticas, Guía Didácticas y las TIC en el ámbito educativo.

2.1.1 El Constructivismo

Araya, V. Alfaro, M. & Andonegui, M. (2007), afirman que el constructivismo, visto desde un enfoque epistemológico, posee diferentes posturas, por citar: constructivismo psicológico, constructivismo material, constructivismo eficiente, constructivismo formal, constructivismo final y una en particular y en la que pondremos nuestra mirada, la postura del constructivismo educativo, ya esta postura cumple con las expectativas que sugiere este trabajo.

La postura del constructivismo educativo, es básicamente la unión de diferentes teorías enfocadas al estudio de procesos del conocimiento, en otras palabras, se enfocan a estudiar el proceso aprendizaje del ser humano; teniendo en cuanta lo anterior, Moshman (1982) citado por

Álvarez, C. (2012) hace una clasificación de las aproximaciones del constructivismo.

- Enfoque Endógeno, el cual sustenta la tesis en que el sujeto es constructor de su propio conocimiento, a través de la transformación y reorganización de la estructura cognitiva.
- Enfoque Exógeno, este sustenta la tesis que el conocimiento es una reconstrucción de estructuras que existen en la realidad exterior.
- Enfoque Dialéctico, este último se sustenta en la teoría de que el conocimiento se construye mediante la interacción de factores internos y externos, los internos estarán presentes en la estructura cognitiva del sujeto y los externos, en el entorno biológico y sociocultural del mismo sujeto.

Nos apoyaremos en la teoría del enfoque dialéctico, debido a que en esta investigación se desarrollaran actividades, las cuales cumplen con las particularidades de este enfoque.

Por lo anterior, se hace necesario revisar las siguientes teorías.

2.1.2 Teoría del Aprendizaje Cognitivo de Jean Piaget

Esta teoría ha contribuido grandemente a comprender el proceso de cómo aprendemos. Según Álvarez, M. (2012), el aprendizaje cognitivo describe como los seres humanos conocemos, reunimos y organizamos información que obtenemos de la interacción con el medio que nos rodea, esto significa que a medida que una persona manipula cosas, cuando razona, cuando utiliza la imaginación y cuando hace algo, en ese momento está aprendiendo. Este aprendizaje es llamado aprendizaje activo.

Teniendo en cuenta lo anterior, cuando un estudiante organiza información, en nuestro caso, organiza información del campo variacional y cuando manipula el ordenador, está desarrollando aprendizaje activo.

En el aprendizaje activo, el sujeto es visto como un participante del proceso y no como un objeto. La interacción que tiene el aprendiz con el medio hace que se convierta en sujeto de aprendizaje, es decir, el aprendiz aprende de el mismo, a través de sus experiencias; pero también puede aprender a través de otras personas que le enseñan informalmente, como son los padres o familiares.

En este trabajo los estudiantes manipularan software, utilizaran su imaginación y razonaran para dar respuestas a preguntas o cuestionarios, sin duda, la teoría del aprendizaje cognitivo es esencial en este trabajo.

2.1.3 Teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel

Esta teoría afirma que, para que haya aprendizaje debe haber una correlación entre la información nueva que se la va a dar al estudiante y lo que él ya sabe o conoce, que se encuentra en su estructura cognitiva y que es importante para él, esto puede ser una imagen, una estructura mental o un símbolo y se le llamará conceptos previos.

Según Ausubel, lo que el estudiante conoce y está en su estructura cognitiva no es únicamente lo teórico, también lo que el estudiante ha vivido, es decir, sus experiencias; pues bien, lo que el estudiante conoce, sus conceptos previos, deben ser estimulados en el momento del aprendizaje para que interactúen con la nueva información, pero no una simple interacción, sino que la nueva información tenga también significado para él y que a la vez esta información produzca un cambio en la estructura cognitiva del estudiante, de tal forma que se convierta en una información sustantiva y no literal, pero ¿Cómo motivar estos conceptos previos?, aquí entra en juego un herramienta esencial en la teoría de Ausubel, los organizadores potencialmente significativos, que pueden ser, una lectura, un video, un mapa conceptual, una charla con un especialista.

Ausubel también afirma que para que haya aprendizaje significativo deber haber una disponibilidad de parte del estudiante o aprendiz, lo que significa que debe existir una actitud positiva y abierta al aprendizaje por parte de quien está aprendiendo.

A modo de conclusión, existen entonces ciertas condiciones para que haya aprendizaje significativo.

a. Material potencialmente significativo, lo que significa que el material tenga significado lógico para el estudiante, que se relacione con su estructura cognitiva de manera sustantiva y no arbitraria.

b. Actitud potencialmente significativa por parte del aprendiz, disposición para aprender.

En este orden de ideas, la teoría del aprendizaje significativo, es de gran ayuda para sustentar teóricamente esta investigación; pretendemos realizar actividades exploratorias para indagar los conceptos previos de los estudiantes, con base a ellos, planificaremos las actividades para abordar la problemática. Por otro lado, la utilización de la tecnología ayudará a realizar una clase diferente, una clase motivadora, con el fin de estimular la participación activa del estudiante, llevándolo a tener una disposición para el aprendizaje.

Para terminar, según los defensores del aprendizaje significativo, los objetos dinámicos, en nuestro caso, puntos dinámicos sobre funciones o sobre los ejes del plano cartesiano, permite mostrar conceptos o definiciones mucho más claros y en consecuencia mejor entendibles para el aprendizaje.

2.1.4 Aprendizaje Colaborativo

En la actualidad el trabajo en equipos ha venido incorporándose en el sistema de educación, por lo que el trabajo grupal también se convierte en estrategia vital para lograr alcanzar los objetivos propuestos por la Ley 115 General de Educación. Los trabajos grupales conllevan a que cada estudiante coopere para alcanzar la meta.

Cooperación, según Jhonson, Jhonson & Holubec (1994) es básicamente trabajar juntos para alcanzar un objetivo que beneficie a todos y cada uno de los miembros de un grupo. Jhonson at al (1994) tienen en cuenta la definición anterior y definen el Aprendizaje Cooperativo como la unión de estudiantes para formar grupos didácticos, los cuales trabajaran juntos, en diferentes actividades con el fin de maximizar sus propios aprendizajes.

Trabajando en grupo, según Jhonson at al (1994) se hacen más amenas las actividades, es más propicia a fluir la comunicación entre pares, la colaboración entre los mismo es más visible, se crea un esfuerzo mayor por aprender más, por lograr un alto rendimiento; todo lo anterior trae como consecuencia un cambio en el rol del docente.

A diferencia de una clase magistral, en donde el docente es principalmente un trasmisor de conocimiento; en el aprendizaje cooperativo, el docente es un guía, un facilitador, un orientador. El docente debe convertirse en un ente instruccional, debe definir y explicar claramente las instrucciones que se deben seguir para alcanzar las metas, así mismo, el docente debe ser también, un mediador cognitivo, (Jhonson at al ,1994), debe saber distribuirse en el salón de clase, da tal forma que observe cada grupo de trabajo e intervenga en cada uno de ellos cuando sea necesario.

La teoría del aprendizaje colaborativo presenta objetivos fundamentales. Linares, J. Plantea los objetivos del Aprendizaje Cooperativo, en su artículo "Aprendizaje Colaborativo" y en los que se encuentra:

Superar la interacción discriminatoria proporcionando experiencias de similar estatus, requisitos para superar los prejuicios

Favorecer la amistad, aceptación y cooperación y desarrollar tolerancia.

Favorecer una actitud más activa en el aprendizaje

Desarrollar la capacidad de comunicarse.

Favorecer el preceso de crecimiento de los estudiantes y del profesor

2.1.5 Competencia matemática:

Partimos de lo estipulado por los Estándares Básicos de Competencia Matemática (2006), cuando da una definición de competencia diciendo:

> *"…Conjunto de conocimientos, habilidades, actitudes, comprensiones y disposiciones cognitivas, socioafectivas y psicomotoras apropiadamente relacionadas entre sí para facilitar el desempeño flexible, eficaz y con sentido en una actividad en contextos relativamente nuevos y retadores*."

Luego entonces, al proponer actividades que pongan de manifiesto las habilidades de los estudiantes y en las que podemos verificar el grado de comprensión de situaciones problemas y propiciar, a la vez, un alto grado de disposición cognitiva, socio afectivo y psicomotor, estaremos sin duda, haciendo un cambio, tanto en los procesos, en los ambientes y en los propios aprendices.

En este orden de ideas, los mismo Lineamientos afirman que:

"Las competencias matemáticas no se alcanzan por generación automática, sino que requiere de ambientes de aprendizaje enriquecidos por situaciones problemas significativas y comprensivas…"

De nosotros los docentes, depende propiciar un cambio en los ambientes de aprendizaje, cambios logrados con la planeación y el diseño de situaciones problemas significativas que conlleven al desarrollo de competencias matemáticas.

Por otro lado, al desarrollar competencia matemática nuestros estudiantes serán seres matemáticamente competentes, seres que estarán vinculados con la filosofía de los estándares, en el sentido del saber hacer, saber cómo, saber cuándo y por qué, Estándares Básicos de Competencia en Matemáticas (2006) y por ende, serán competentes para trabajar el límite de una función en un punto.

2.1.6 Guias didácticas

Las guías didácticas son una herramienta o instrumentos didácticos que ayudan a la pedagogía, ellas sirven de directrices en el trabajo del estudiante y alcanzar el objetivo de dominar los contenidos que aún no puede dominar.

Pierre Faure citado por Vélez, M. (2011) afirma lo siguiente sobre las guías

"Las guías evidentemente son una ayuda, pero hay que tener cuidado de que los profesores no se queden meramente en elaborar guías y dejar que los alumnos trabajen sobre ella, de una manera, evidentemente más personalizada a como otras veces lo hacían sobre los libros de texto, pero esto en el fondo vendría a ser la misma cosa, porque viene a dejar al alumno sin posibilidades de iniciativa y creatividad. Yo prefiero mucho más, en lugar de guías los cuadros que permitan situar los conocimientos y ver en qué lugar de la programación se encuentra el alumno. Algunas indicaciones son siempre necesarias, pero deben ser sobrias y es completamente distinto a las fichas que formulan una pregunta para obtener una respuesta sencilla, ésta es una falla que compromete la educación personalizada y que puede desmotivar al estudiante, si no les permiten desarrollar suficientemente su propia iniciativa”

Por tanto, los docentes debemos ser conscientes que estas herramientas son el medio para entablar una relación con el estudiante, de modo que este último pueda aprender a través de interacción social.

Las guías didácticas según Gallego, D. (2012) deben cumplir con los siguientes requisitos

- Permitir y estimular la actividad intelectual.
- Provocar la adquisición del saber mediante un equilibrio.
- Enseñar al alumno a usar el material pedagógico y todas las cosas a su alrededor de un modo normal.
- Llevar al alumno a adquirir un mayor dominio de sí.
- Adaptarse a la edad y al nivel del alumno.
- Ofrecer una progresión en el trabajo Permitir en lo posible la posibilidad de autocontrol.

En consecuencia y apoyándonos en la teoría del aprendizaje significativo, las guías deben contener material potencialmente significativo.

2.1.7 Aprendizaje basado en TIC

Uno de los elementos importantes del proceso enseñanza aprendizaje es el de los medios utilizados por tal proceso, hoy en día, los medios más comunes son los ordenadores, los celulares, las tables, los tableros inteligentes y los software, entre otros.

Entre los años 50 y 60 después de la Segunda Guerra Mundial, Estados Unidos se posesiona como la potencia en inventos tecnológicos y bajo la sombra de este gran movimiento, nace la Tecnología Educativa. Inventos como la fotografía, las diapositivas, las filminas y el retroproyector son algunas de las herramientas que marcaron el camino para que el Movimiento Tecnológico Educativo se posesionara en la sociedad.

El Movimiento Tecnológico Educativo nace entonces en los años 60 y hoy es conocido como Tecnologías de la Educación, llamamos Tecnologías de la Educación a los medios tecnológicos informáticos y comunicativos incorporados al proceso enseñanza aprendizaje y fundamentales en el alcance de los objetivos del mismo.

La enseñanza, hoy por hoy exige incorporar las Tecnología de la Información y Comunicación (TIC) lo que conlleva, exigir al docente la capacitación constante y en consecuencia a la transformación de los ambientes de aprendizaje.

Al incluir las TIC en el proceso, se hace necesario el acompañamiento del docente, el cual con su saber pedagógico y psicológico debe guiar a los estudiantes para alcanzar los objetivos. Vigotsky plantea, para acceder a la Zona de Desarrollo Próximo, el aprendiz necesita de un agente mediador, este debe propiciar seguridad y permitir que el aprendiz se apropie del conocimiento, al mismo tiempo, el mediador debe reconocer que el aprendizaje de dependerá del medió sino de la estrategia utilizada.

En la Tabla 1 Ventajas y desventajas de las TIC se muestran las ventajas y desventajas de las TIC en la educación, según Sanchez, J. (2010)

Tabla 1 Ventajas y desventajas de las TIC

Ventajas	Desventajas
Los instrumentos que proporcionan las TIC facilitan el trabajo en grupo y el desarrollo social (Aprendizaje colaborativo) Las tareas educativas por computadoras permiten	Una sociedad perezosa puede influir en la actitud grupal. Constante actualización, lo que puede generar desactualización de programas.

interdisciplinariedad. El estudiante aprovecha el tiempo libre, ya puede entrar a cualquier momento a la información (Aprovechamiento del tiempo libre). El profesor aprende con sus estudiantes, los estudiantes con estudiantes y profesores con profesores (Aprendizaje colaborativo) Los estudiantes son nativos digitales, por lo que de forma muy natural, aceptan y adoptan el uso del computador en sus actividades de aprendizaje. (Motivación e Interés) Desarrollan habilidades. En pro de búsqueda de información desarrollan habilidades.	Saturación por tanta información. Curiosidad e indagación a tema no necesarios dentro de la actividad académica. El docente debe capacitarse continuamente para estar a la par con sus estudiantes. Más dedicación y inversión de tiempo en el diseño y elaboración de actividades.

Creación propia

2.2 Marco Disciplina

A continuación, en el marco disciplinar encontraremos conceptos y definiciones matemáticas que soportaran la aplicabilidad de este trabajo y entre los que se encuentra:

2.2.1 Funciones

Uno de los conceptos en matemáticas que es foco de atención para de investigación didáctica es el concepto de función. Son muchas las investigaciones que buscan herramientas y estrategias que permitan a los jóvenes estudiantes aprender y aplicar el concepto. Según Cuesta. A (2007), durante la enseñanza del concepto de función se evidencia un gran número de obstáculos tales como:

- Transferir la forma grafica a la forma algebráica.
- Identificar máximos y mínimos
- Identificar y construir graficas de funciones
- Los estudiantes no enetienden la relación entre las variables

Según Dreyfus y Eisenber, citados por Cuesta (2007), las dicultades del aprendizaje del concepto de función son causados por

- El concepto de función tiene relación con otros conceptos como dominio, imagen, preimagen, crecimiento, decrecimiento.
- La relación que posee en concepto de función con otros campos de la matemática como la geometría y el álgebra.
- Este concepto presenta una variedad de representaciones como las gráficas, las expresiones algebraicas, los diagramas, la descripción verbal, la tabla de valores, entre otras.

En este orden de ideas, Markovits, (1986) citado por Cuesta, afirma que existen varios componentes para establecer un nivel de comprensión

i. Clasificar que relaciones y cuales no lo son

ii. Identificar la imagen y la preimagende una función y la relación entre ellos

iii. Transferir de una forma de representación a otra

iv. Identificar funciones que satisfagan determinadas restrcciones

2.2.2 Evolución del concepto de Límite

La historia del cocepto de límite debe ser seguida teniendo en cuenta cuatro etapas (como lo cita Blazquez, 2002, p 8).

Etapa 1: De Eudoxo de Cnido a la primera mitad del siglo XVIII. Métodos infinitesimales

En esta etapa no existe el concepto de límite, ya que ni siquiera existía el concepto de función, pero existían métodos particulares para resolver ciertos problemas como:

Si se tiene la fórmula del espacio en términos del tiempo, se debe obtener la velocidad y la aceleración en cualquier instante o si se tiene la aceleración o la velocidad se debe obtener la fórmula del espacio.

Encontrar los máximos y los mínimos de una función relacionada con los movimientos de los planetas y de los proyectiles.

Calculo de áreas debajo de una curva, volúmenes, atracción de la gravedad y centros de gravedad.

La obtención de la recta tangente a una curva.

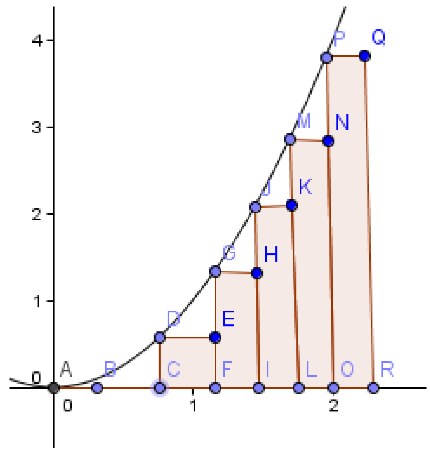
Algunos de estos métodos son:

Método de Exhausción

Método aplicado al hallazgo de áreas de figuras, longitudes de curva, volúmenes, tangentes de curvas y consiste en aproximar la figura en otras en la que ya se tiene una medida o se le puede hallar su medida, de tal forma que se pueda a aproximar a la magnitud buscada.

Este método se le atribuya a Eudoxo.

Figura 1 Método del área bajo la curva

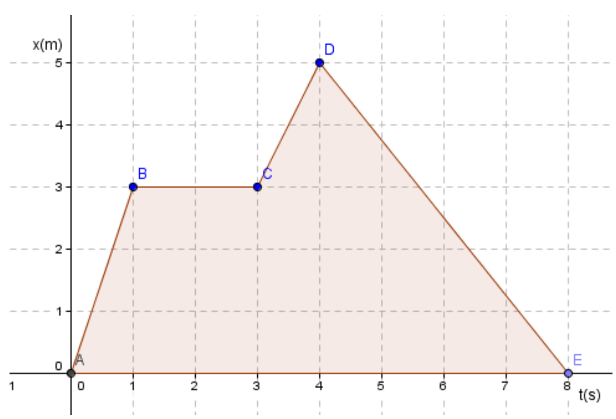


Fuente: Creación propia

Métodos de los infinitésimos de Kepler (1571-1630)

Este método consiste en creer que todos los cuerpos están formados por infinitas partes, infinitamente pequeñas. Se utilizó para solucionar problemas de áreas y volúmenes. Este método lo utilizó Galileo para mostrar que el área bajo la curva tiempo –velocidad era el espacio.

Figura 2 Método para mostrar el área bajo la curva tiempo-velocidad es el espacio

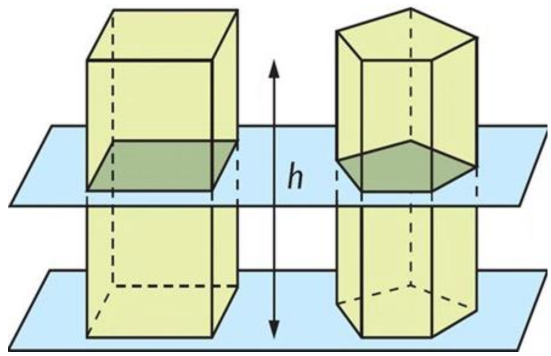


Fuente: Creación propia.

Métodos de los indivisibles de Cavalier (1598-1647)

Al igual que el método de los infinitésimos de Kepler este método se utilizó para hallar el área de figuras y el volumen de sólidos. Éste método se evidencia con toda claridad en el principio de Cavalier: "*Si dos cuerpos tienen la misma altura y además tienen la misma área en sus secciones planas realizadas a una misma altura, poseen entonces igual volumen"*

Figura 3 Método de Cavalier

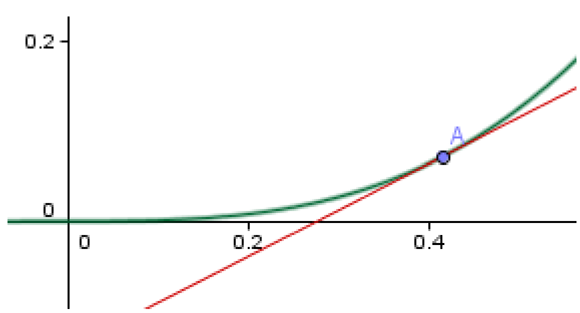


Recuperado de https://matematicasafa.files.wordpress.com/2011/04/cavalieri-2.jpg?w=460

Métodos de las tangentes

Descartes crea un método para hallar le tangente de una curva en un punto y llega a la conclusión que la curva y su tangente en un punto coinciden en un entorno pequeño de dicho punto.

Figura 4 Métodos de las tangentes

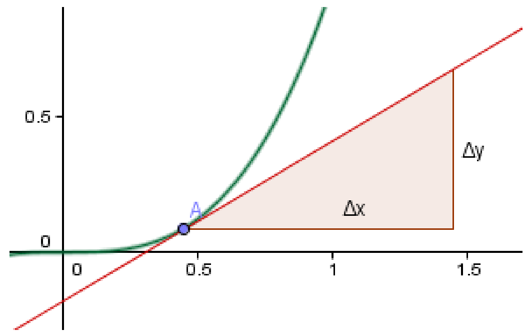


Fuente: Creación propia

Método de Barrow (1630-1677)

Este método es semejante al de Fermat, con la diferencia que en este aparecen dos incrementos e y a que equivalen a Δx y Δy

Figura 5 Método de Barrow



Creación propia

Newton (1648-1727)

Newton se le atribuye la creación del método de las Fluxiones, método de naturaleza geométrico-mecánica para problemas de análisis infinitesimal, este método lo muestra Newton en su obra Methodus fluxionum et serierum infinitorum (publicada en 1736). Este método de Fluxiones sirve en su época para resolver dos problemas: Diferenciación implícita y la Integración de ecuaciones diferenciales, que para esa época no se conocían con el nombre actual.

Leibnitz (1646-1716)

A Leibnitz se le debe establecer el he el hecho de que la integración, como proceso de sumación, es inverso al de la diferenciación, adicional a lo anterior Leibnitz resolvió problemas de sumación de series.

En esta etapa, la concepción de Límite, se toma más geométrico que numérico, ya que se trabaja con magnitudes y no con números, para problemas de geometría; por lo que en esta etapa aún no se define el concepto de límite.

Etapa 2: Segunda mitad del siglo XVIII. Transformación de los fundamentos del análisis infinitesimal.

Para esta etapa la teoría de los infinitésimos pequeños y grandes de Newton fueron muy utilizadas y los matemáticos de esta etapa pudieron resolver muchos de sus problemas. Entre los matemáticos destacados de esta etapa están: Euler, D'Alambert y Lagrange.

- **Euler (1707-1743)**

A Euler se le debe la muy conocida e importante rama de las matemáticas llamada *Análisis*, ya que tomo el cálculo diferencial de Leibnitz y la teoría de Fluxiones de Newton y las integro. Esta rama se encarga de estudiar los procesos infinitos.

Euler es capaz de separar el cálculo de la geometría, al trabajar sobre las funciones y no sobre las variables.

- **D'Alembert (1717-1783)**

Crea la teoría de los límites al modificar el método de las primeras y últimas razones de Newton. En el tomo IX de la *Encyclopédie,* D´Alembert escribe la siguiente definición de límite:

> *Se dice que una cantidad es límite de otra cantidad, cuando la segunda puede aproximarse a la primera más que cualquier cantidad dada por pequeña que se la pueda suponer, sin que, no obstante la cantidad que se aproxima*

En esta etapa la concepción que se tiene de límite es más algebraica.

- **Lagrange (1736-1813)**

Lagrange trabajo con series se potencias y no se dio cuenta que las convergencias de estas series necesitaban del concepto de límite. Lagrange no usaba el concepto de límite.

Aun en esta etapa el concepto de límite sigue sin explicarse a pesar que D'Alembert lo convierte en noción matemática, Lagrange sigue utilizando métodos algebristas y desiste del proceso de paso al límite.

Etapa 3: Siglo XIX y principios del siglo XX. Aritmetización del análisis

En un tiempo entre finales del siglo XVIII y principios del XIX se veía la necesidad de construcción de la teoría de límites. En este tiempo también aparecen nuevos problemas matemáticos y físicos; adicionalmente la evolución de la enseñanza de las matemáticas se convierte en una actividad adoptada por las Escuelas Normales Superiores y otras como la Pontificia, por lo que los matemáticos se ven casi en la obligación de enseñar análisis matemático y solo ven la opción de utilizar bases rigurosas para tal actividad.

Algunos matemáticos destacados en esta etapa del límite son Cauchy, Bolzano y Weierstrass.

En esta etapa la noción de límite se ve ya como una noción matemática que sirve de base para las definiciones de continuidad, derivada e integral.

Etapa 4: Segunda mitad del siglo XX. Nociones de topología

En el siglo XX también surgen concepciones ligadas a los conceptos del cálculo, una de ellas es la de tipo topológico: Estas concepciones no fueron muy utilizadas en los currículos de las escuelas de educación secundaria.

Hemos visto a lo largo de la historia de la concepción de límite una serie de innumerables cambios, la del análisis infinitesimal de Newton, la concepción geométrica de Leibnitz, la concepción algebraica de D'Alembert y la de noción matemática. De todas estas nos centraremos en la noción algebraica de D'Alembert tomando esta como una aproximación.

1.2.3 Definición formal de límite

En la actualidad, en los colegios de bachillerato se enseña la definición formal de límite, que para Blázquez, (2002), es muy abstracta, contiene mucho formalismo y la cual se le dificulta a los estudiantes encontrar su verdadera utilidad.

Sea $f(x)$ definida en un intervalo abierto alrededor de x_0, excepto posiblemente el mismo x_0. Decimos que el límite de $f(x)$ cuando x se aproxima a x_0 es el número L, y escribimos

$$\underset{x \to x_0}{Lim} \; f(x) = L$$

Si para cada $\varepsilon > 0$, existe un número $\delta > 0$ correspondiente, tal que para todo x

$$0 < |x - x_0| < \delta \quad \Rightarrow \quad |f(x) - L| < \varepsilon$$

Definición de límite como aproximación óptima

Según Blázquez, (2002), en su trabajo titulado Nueva Definición de Límite Funcional; la enseñanza del concepto de límite, para los estudiantes de bachillerato, es mucho más útil si se hace adoptando la concepción de aproximación que tenía D'Alambert, paro de tal manera que ésta sea mejor que cualquier otra, que se aproxime más que cualquier magnitud dada. En este mismo trabajo la autora defiende la idea de la preferencia de los estudiantes por el dinamismo y propone la utilización de una nueva definición de límite funcional para el currículo español.

Para el abordaje de esta nueva definición, la autora comienza con la diferenciación entre aproximación y tendencia.

A continuación, la diferenciación entre aproximación y tendencia según Blázquez.

Aproximación y Tendencia

Una variable, que toma sus valores en un conjunto numérico, puede aproximarse a un cierto número si los errores absolutos que se cometen, considerando los valores de la variable como aproximaciones del número son cada vez menores.

Ejemplo 1: Los valores 3'1209, 3'21009, 3'120009, …. se aproximan a 3 porque los errores son 0'1209, 0'21009, 0'120009, … pero también se aproximan a 3'1 si los errores fuesen 0'0209, 0'02009, 0'020009,… y a 3'12 si los errores fuesen 0'0009, 0'00009, 0'000009,… y así sucesivamente.

La variable tiende a un número cuando los valores son aproximaciones del número y además se aproximan más que cualquier otro valor, es decir, cualquier aproximación se puede mejorar con valores de la variable.

Ejemplo 2: Los valores 3’1, 3’01, 3’001, 3’0001, …. Son aproximaciones de 3, pero la proximidad que se logra con este tipo de valores es mayor que con cualquier otro número distinto de 3, pues si tomamos, por ejemplo, 2’99999999 como aproximación de 3 (el error es 0’000000001) y por ejemplo, el valor 3’0000000001 mejora la aproximación (el error es 10 veces menor).

Ejemplo 3: Las tendencias finitas de las sucesiones donde los términos se aproximan al límite y se puede mejorar cualquier aproximación con todos los términos a partir de uno en adelante.

Definición: Sea $f(x)$ una función y a un número real, el número L es el límite de $f(x)$ en el punto a, y se escribe

$$\lim_{x \to a} f(x) = L$$

(se lee límite de $f(x)$ cuando x tiende a a es L), si cuando x tiende

Cabe destacar que en esta definición hay una dependencia entre las variables y por tanto, entre sus tendencias; lo que significa que si L es el límite, a cada aproximación de L le corresponde una aproximación a a. En otras palabras *a toda aproximación de L le corresponde un entorno reducido de* a, de manera que las imágenes de los puntos de dicho entorno mejoran la aproximación.

Ésta será de definición que usaremos para nuestro trabajo.

2.3. Marco Legal

El marco legal de este trabajo se sustenta en las leyes y decretos, expuestos en la Tabla 2

Tabla 2 Normatividad Actualizada

Normatividad	Texto de la norma	Contexto de la norma
Ley 115 general de educación Artículo 5 Art 5. Numeral 5	Fines de la educación. De conformidad con el artículo 67 de la Constitución Política, la educación se desarrollará atendiendo a los siguientes fines: La adquisición y generación de los conocimientos científicos y técnicos más avanzados, humanísticos, históricos, sociales, geográficos y estéticos, mediante la apropiación de hábitos intelectuales adecuados para el desarrollo del saber.	El estudiante de este tiempo (siglo XXI) debe tener la posibilidad de adquirir información para convertirla en conocimiento, mediantes la utilización de avances tecnológicos, ello implica hacer uso de celulares, tables u otros dispositivos.
Art 5. Numeral 7	El acceso al conocimiento, la ciencia, la técnica y demás bienes y valores de la cultura, el fomento de la investigación y el estímulo a la creación artística en sus diferentes manifestaciones.	Los estudiantes, nuestros estudiantes, deben acceder al conocimiento, y nosotros como sus profesores tenemos la obligación de buscar y aplicar nuevas estrategia metodológicas que

		lleven a tal fin, las TIC son una de esas formas, las utilizadas en este trabajo son un claro ejemplo de nuestro compromiso para con el futuro de la sociedad
Artículo 6.	La comunidad educativa está conformada por estudiantes o educandos, educadores, padres de familia o acudientes de los estudiantes, egresados, directivos docentes y administradores escolares. Todos ellos, según su competencia, participarán en el diseño, ejecución y evaluación del Proyecto Educativo Institucional y en la buena marcha del respectivo establecimiento educativo.	Como docentes del área de matemáticas es responsabilidad nuestra, participar en la elaboración, ejecución y evaluación del PEI, este trabajo hace un aporte a la ejecución de la estamento, al finalizar la implementación del mismo, lo evaluaremos y comprobaremos la efectividad del mismo

Fuente: Elaboración propia

2.3.1 Contexto Internacional

En general, el aprendizaje de conceptos es de vital importancia para el óptimo desempeño de los jóvenes en su rol de estudiantes; por lo tanto, la utilización de los mismo, es principalmente, uno de los objetivos de la escuela (Unesco, 2009, Aportes para la enseñanza de las matemáticas). Particularmente, la aplicación del concepto de Límite de funciones de variable real, en el desempeño académico, especialmente en los primeros semestres de carreras universitarias, con perfiles de ingeniaría, es la base para finalizar con éxito, tales estudios.

Con respecto a las TIC, (OCDE, 2000) afirma, que el uso eficaz de las nuevas tecnologías, se ha convertido en una de las competencias principales de la formación matemática de los estudiantes, este trabajo busca desarrollar destrezas en la herramienta GeoGebra, con el fin propiciar la actividad matemática.

2.3.2 Contexto Nacional

La incorporación de las TIC dentro del aula de matemáticas y su modelación tiene varias ventajas; entre ellas, el inmenso acceso a la información y de contenidos de conocimiento, el desarrollo de competencias informacionales y todo lo anterior a un bajo costo económico (Fundación Gabriel Piedrahita Uribe, 2006). Este trabajo busca el aprovechamiento de las ventajas mencionadas anteriormente.

2.3.3 Contexto Regional

Dentro de los lineamientos estratégicos del Plan Departamental de Antioquia “Antioquia la más educada” se encuentra: Mejorar la calidad de la educación del departamento a través del aumento de la calidad de los aprendizajes, los mejoramientos de los ambientes de aprendizaje y la apropiación de las tecnologías de la información y comunicación TIC. Este proyecto aporta en gran medida en cada uno de los lineamientos antes mencionados debido a la forma como está estructurado y las herramientas digitales que utiliza en pro del mejoramiento de la practicas de la enseñanza matemática del departamento.

2.3.4 Contexto Institucional

Según PEI (2014), la misión de la Institución Educativa San Luis está regida por los siguientes estamentos:

Misión

“La Institución Educativa San Luis ofrece formación integral con metodologías de acuerdo a los intereses, necesidades, diferencias individuales y limitaciones de sus educandos, posibilitando su desarrollo socio afectivo, cognitivo, físico, cultural, tecnológico y científico” (PEI, 2014, p 23)

Visión

“Desde el postulado “DONDE HAY TRABAJO HAY VIRTUD”, que inspiró su fundación, la Institución Educativa San Luis alcanzará la formación ética y humana de sus educandos por medio de un modelo pedagógico incluyente, que los lleve a la trascendencia social y los haga capaces de enfrentar y transformar su entorna: científico, cultural y tecnológico

haciendo uso adecuado de los espacios institucionales" (PEI, 2014, p 23)

Modelo pedagógico

El modelo pedagógico la Institución Educativa San Luis se fomenta en un modelo comunicativo- relacional, este se solidifica en la comunicación y las relaciones de convivencia.

2.4 Marco Espacial

La Institución Educativa San Luis se encuentra ubicada en la región norte del departamento de Antioquia, más específicamente en el municipio de Yarumal, en la calle 20 # 16-08, ubicado, según PEI (2014) en un área de aproximadamente 7315 metros cuadrados (una cuadra), distribuido con tres bloques y dos espacios deportivos, cuenta con una rectoría, dos coordinaciones, una secretaria que atiende a catorce sedes, una biblioteca, una sala de reuniones, dos secciones de baños, diecinueve salones de clase, dos salas de sistemas, un teatro, una aula para música, una para danza y otra para banda.

Según PEI (2014) el nivel socioeconómico de la comunidad es de carácter heterogéneo, las actividades más comunes de la región son ganadera y agricultora. La mayoría de los padres de familia tienen ingresos iguales o inferiores a un salario mínimo legal

El aspecto socio cultural de la comunidad educativa ha sido influenciado por costumbres y tradiciones de otras regiones cercanas al municipio, como también algunas zonas de la Costa Atlántica, sim perder las tradiciones antioqueñas.

El nivel académico de los padres de familia de la institución es de nivel bajo, la mayoría solo ha cursado la educación básica primaria y un porcentaje de aproximadamente el 30% ha cursado el bachillerato completo.

La institución educativa San Luis, ofrece los servicios de educación básica primaria, secundaria y media, en las jornadas mañana y tarde, cuenta con un total de 14 sedes, 6 directivos, 128 docentes y 3550 estudiantes; en la actualidad cuenta con tres grados decimos y cuatro undécimos

3 Diseño Metodológico

3.1 Tipo de Investigación: Profundización de corte monográfico

El tipo de investigación utilizada para éste trabajo será de profundización de corte monográfico, ya que se analizará e intervendrá una problemática de aprendizaje en el ambiente de aprendizaje, más específicamente, en los salones; además se basa en la documentación sobre otros trabajos, académicos y pedagógicos y de páginas web. (Landeau, 2007), Adicionalmente se hará un análisis comparativo de manera descriptiva y grafica para cada una de las etapas del trabajo (etapa diagnostica, etapa de diseño e implementación de talleres y etapa de análisis).

3.2 Método

El método utilizado para desarrollar este trabajo será el inductivo, ya que se basa tanto en la experimentación como en la observación lo que lleva a establecer predicciones y relaciones, además se partirá de un caso particular del cual se extraen conclusiones generales. (Martínez & Ávila, 2009).

Teniendo en cuenta lo anterior, esta investigación se desarrolló en las siguientes etapas.

Un primer momento que se enfocó en la recolección de la información, teniendo en cuenta los informes de seguimiento de los estudiantes.

Un segundo momento se hizo una prueba diagnostica para constatar los resultados obtenidos con los del seguimiento e informes anteriores de cada grupo de trabajo. Esta prueba se realizó mediante un TEST de 15 preguntas. Los resultados obtenidos en la prueba diagnostica se analizaron, se organizaron y se sistematizaron, de tal modo que mostraran un camino hacia donde encaminar la propuesta.

Seguidamente, después de haber estudiados los resultados de la prueba diagnostica se diseñan y se aplican actividades didácticas (Propuesta de Aula) que buscan siempre el aprendizaje del Concepto de Límite de una función en un punto, haciendo uso del Ambiente de Aprendizaje Geogebra.

La propuesta didáctica fue desarrolla en tres fases Tabla 3

Tabla 3 Fases de la propuesta

Fase de exploración	Con lo que se pretendía que el estudiantes se familiarizara con el Ambiente Geométrico Dinámico Geogebra y el trabajo cooperativo
Fase de desarrollo	Donde ya el estudiante podría intuir el límite de una función en un punto, utilizando el Geogebra e interactuando con sus compañeros y profesor, al mismo tiempo podría notar un cambio en el ambiente de aprendizaje.
Fase De afianzamiento	En esta fase se podría evaluar elaprendizaje adquirido

Fuente: Creación propia

En el último momento se evaluó la propuesta didáctica; se buscó, en este momento, determinar que tan efectiva era la propuesta en la enseñanza del concepto de Límite de una Función en un Punto; Se hace entrega a los 33 estudiantes que conforman el grupo 11°1 y al cual se aplicó la propuesta didáctica para que evaluaran la pertinencia de la prupuesta.

3.3 Enfoque: Cualitativo de corte etnografico

El enfoque de este trabajo es de tipo cualitativo de corte etnográfico. Cualitativo ya que, utiliza la recolección de datos sin medición numérica para descubrir y afinar preguntas de investigación (Grinnell, 1997), adicionalmente presenta una característica fundamental de este tipo de investigación y es el comportamiento del grupo a investigar, debido que su comportamiento no cambiará y se comportaran tal cual, como lo hacen en la vida cotidiana.

Por otro lado, es de corte etnográfico debido que se centra en un grupo del cual se describirá y analizará su comportamiento (Velazco, 1997) y cambios de aprehensión de conocimiento sobre un tema académico, utilizando como base las TIC.

3.4 Población

Esta propuesta está encaminada a la enseñanza del concepto de límite de una función a través del desarrollo de actividades utilizando las tecnologías de la información y comunicación en los estudiantes del grado 11 de la Institución Educativa San Luis del municipio de Yaruma Antioquia.

El grupo de estudio estará conformado por los estudiantes del grado 11-1 y 11-2 de la institución educativa San Luis de Yarumal, el primer grupo compuesto por 32, siendo este el grupo experimental y el segundo, compuesto por 33 estudiantes, grupo de control. Estos estudiantes presentan edades entre los 14 y 17 años y niveles de desempeño matemáticos diferentes.

3.5 Instrumento de recolección de información

Para la ejecución de la propuesta de aula y alcanzar los objetivos propuestos, se procederá de la siguiente forma: Inicialmente se hace una búsqueda de los informes académicos de los estudiantes 11-1 y 11-2 del año inmediatamente anterior, especialmente en logros académicos en los que interviene el tema de funciones, posteriormente se hace una prueba diagnóstica a los estudiante del gado 11-1 y 11-2, con la cual se busca identificar los conocimientos previos necesarios para el abordaje del tema de límite de funciones y las dificultades que presentan en relación al concepto de límite de funciones, esta identificación de conocimientos previos y dificultades del tema, nos mostrará un horizonte, el cual nos guiará hacia donde debe ir encaminada la propuesta.

Analizados los resultados en la prueba diagnóstica, se procederá a dos videos tutoriales sobre el contenido de herramientas de GeoGebra y la forma de utilizar sus comandos para graficar funciones. Seguidamente se desarrollará el cuadernillo de actividades orientadas al abordaje del tema límite de funciones, con problemas contextualizados.

Los instrumentos a utilizar durante la propuesta son:

Permiso consentido (Anexo 1)

Taller conceptos previos (Anexo 2)

Actividades didácticas o Cuadernillo diseñado para la propuesta (Anexo 3)

3.6 Cronograma

Tabla 4 Cronograma desarrollo de la investigación

Actividades	Semanas															
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
Actividad 1.1																
Actividad 1.2																
Actividad 1.3																
Actividad 1.4																
Actividad 1.5																
Actividad 2.1																
Actividad 3.1																
Actividad 3.2																
Actividad 3.3																
Actividad 3.4																
Actividad 3.5																
Actividad 3.6																
Actividad 4.1																
Actividad 4.2																
Actividad 4.3																

Fuente: Creación propia

4 Trabajo Final

4.1 Desarrollo y sistematización de la propuesta

Buscando alcanzar los objetivos propuestos en esta investigación y la obtención de resultados óptimos en la implementación de la propuesta de aula, este trabajo se desarrolló teniendo en cuenta los siguientes momentos:

En un primer momento se elaboró y aplicó un taller de conceptos previos o prueba diagnostica, que consistió en una prueba escrita de 15 preguntas de selección única con múltiples respuestas (Anexo 2).

El objetivo de este taller, tal como lo describe el objetivo específico, es el de indagar conceptos básicos para el desarrollo del límite de funciones; conceptos como función, análisis de funciones, operaciones entre funciones, reconocimiento de dominio y rango de funciones, concepto de tendencia y aproximación entre otros.

Este taller fue diseñado para desarrollarse en un tiempo máximo de 45 minutos, pero se necesitó de una sesión de 60 minutos, mientras se organizaban los estudiantes, cabe aclarar que hubo estudiantes que terminaron el taller antes de los 45 minutos.

Los resultados de este taller mostraron que los estudiantes presentaban dificultad en el reconocimiento de funciones, específicamente el tipo de función, el dominio y el rango.

Un segundo momento estaba orientado a la elaboración y aplicación de una propuesta de aula que facilitara el aprendizaje del concepto de límite de uan función en un punto, haciendo uso del Geogebra. Para la elaboración y aplicación de la propuesta se tuvo en cuenta los resultados obtenidos en la prueba diagnostica.

Dentro de la propuesta de aula se encontraban dos actividades las cuales se denominaron talleres guiados y talleres de profundización:

Diseño e implementación del Taller guiado N°1.

Éste primer taller consistía en graficar una función dada (f(x)=-3x+2) y al final tabularla con las herramientas que ofrece el software GeoGebra; al mismo tiempo, se plantean 9 preguntas cerradas y 3 abiertas (Anexo 3)

Éste taller tiene dos objetivos, uno es verificar el buen manejo del software GeoGebra de los estudiantes, debido a que el grupo, había trabajo y manipulado el programa en las tres sesiones anterior de videos tutoriales, el segundo objetivo consiste en identificar los diferentes cambios que sufre de una función, al cambiar su estructura algebraica.

Algunos conceptos básicos desarrollados en esta actividad fueron función, dominio, rango, identificación de funciones, puntos en el plano cartesiano, entre otros.

Éste taller se planteó para ser desarrollado en una sesión de dos horas, antes de realizar el taller se realizó una clase magistral, para recordar el concepto de función y las diferentes formas de representar una función (gráfica, algebraica y por tablas), el desarrollo de dicha actividad se realizó de manera individual bajo la orientación del docente.

Con éste taller se pretende, además, abarcar los siguientes estándares de competencia matemática

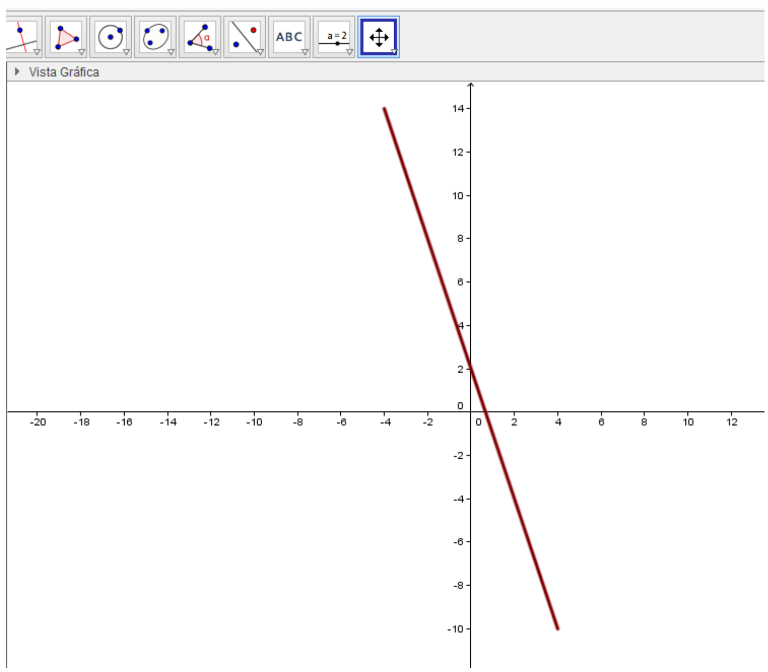
- Reconozco y describo curvas de lugares geométricos

- Identifico características de localización de objetos geométricos en sistemas de representación cartesiana y otros (polares, cilíndricos y esféricos) y en particular de curvas y figuras cónicas.

- Analizo las relaciones y propiedades entre expresión algebraica y las gráficas de funciones.

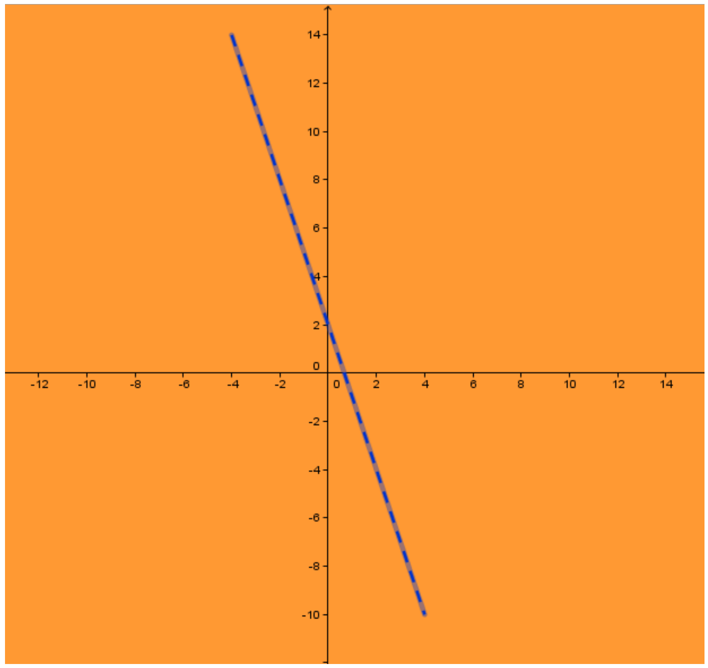
Este taller pretende que el estudiante utilice las herramientas de GeoGebra y construya la función $y=-3x+2$ en el intervalo $[-4,4]$. Algunos estudiantes motivados con la herramienta y como ya habían tenido familiarización con el sotfware, se atrevieron a hacer cambios físicos en la función. Algunos de los resultados de los estudiantes fueron las que se muestran en las Figura 6 Gráfica N° 1 realizada por estudiante,Figura 7 y Figura 8

Figura 6 Gráfica N° 1 realizada por estudiante



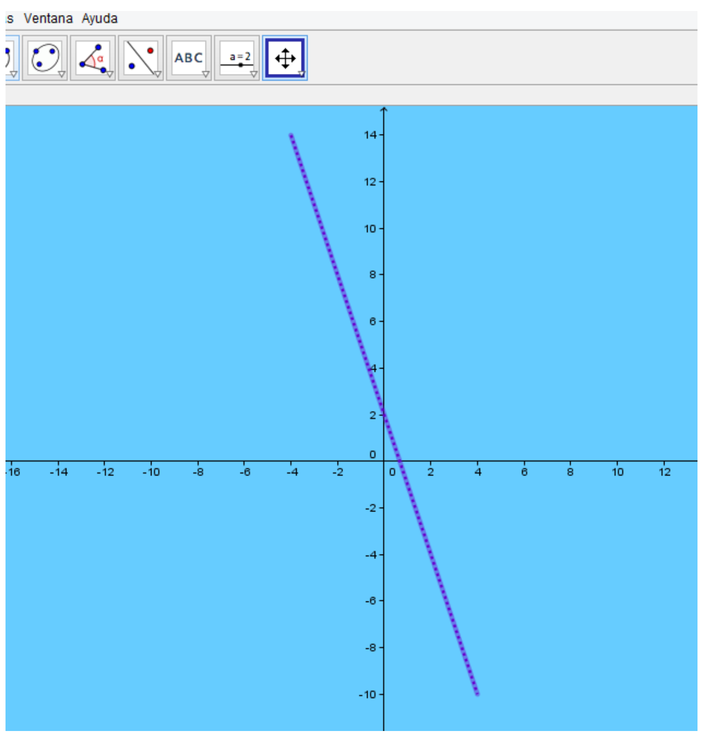
Fuente: Creación de estudiantes

Figura 7 Gráfica N°2 realizada por estudiantes



Fuente: Creación de estudiantes

Figura 8 Gráfica N°3 Realizada por estudiantes



Fuente: Cración de estudiante

Como valor agregado, se construye la tabla de la función graficada y poder demostrar las cualidades que tiene Geogebra.

En esta actividad los estudiantes estuvieron motivados y siempre mostrando una buena disposición para el aprendizaje.

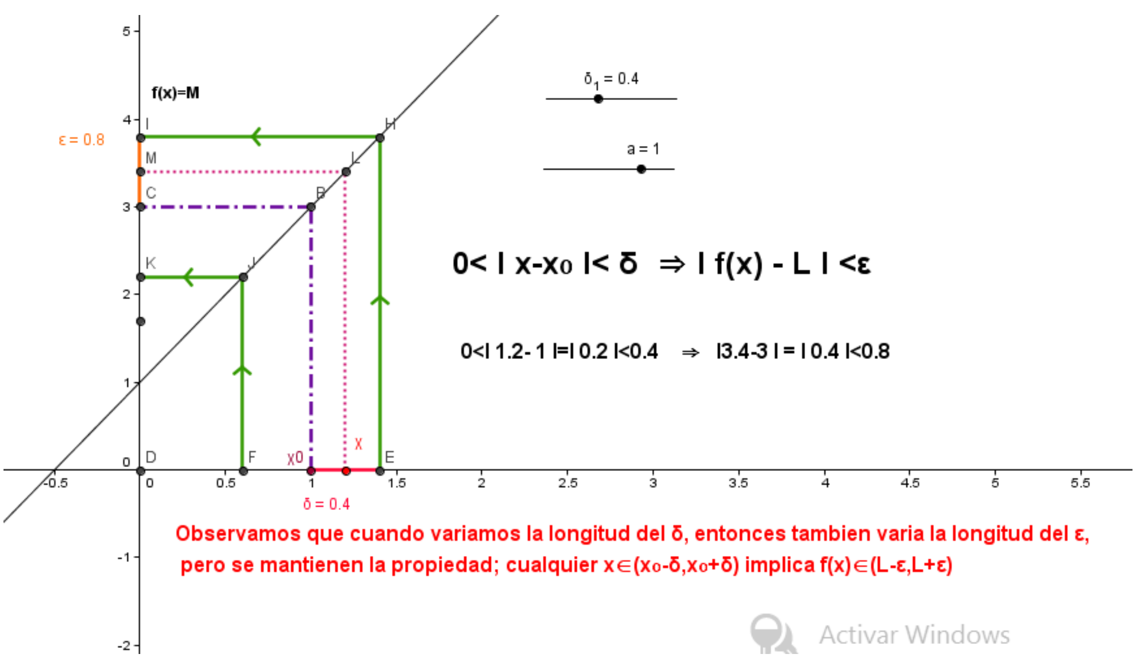
Al final de esta actividad se le presenta una propuesta de construcción al estudiante para que se anime a trabajar sin que el docente este presente para guiarlo.

Todos los estudiantes accedieron a propuesta y trabajaron solos, algunos terminaron en un periodo de tiempo más corto que otros y pudieron dar respuestas a las preguntas que allí se planteaban.

- **Diseño e implementación del Taller guiado N°2.**

El segundo taller guiado número 2 consistió en trabajar la definición formal de límite utilizando el GeoGebra (Anexo 3). Para lo cual se le entrega un protocolo de construcción al estudiante y del cual se debe basar, para construir la Figura 9

Figura 9 Definición formal de límite utilizando GeoGebra



Fuente: Creación propia

Esta actividad, se realizó con todos los estudiantes y se pudo observar que, más que entender el concepto algebraico, el software ayudo a entenderlo de forma más geométrica, Puesto que al final comprendieron que “para todo x que se encuentre dentro del intervalo (x_0-δ,x_0+δ) su imagen debe estar dentro del intervalo (L-ϵ,L+ϵ)”

Para afianzar el concepto y verificar la veracidad de la definición se realiza un ejemplo:

Demostrar que $\underset{x\to 1}{Lim}\ (5x-3)=2$

Para ello se hace uso del algebra principalmente, este ejercicio lo explica el docente en el tablero, pero nuevamente los resultados no son tan agradables; puesto que la mayoría de los estudiantes no entienden que significa encontrar el δ. Así que se procede, según lo planeado, a utilizar el GeoGebra y poder mejorar el proceso de enseñanza.

Nuevamente se utiliza geogebra para poder comprobar a los estudiantes la veracidad de los cálculos hechos anteriormente para verificar el hecho de que

$$\underset{x\to 1}{Lim}\ (5x-3)=2$$

y que el δ encontrado igual a ϵ/5.

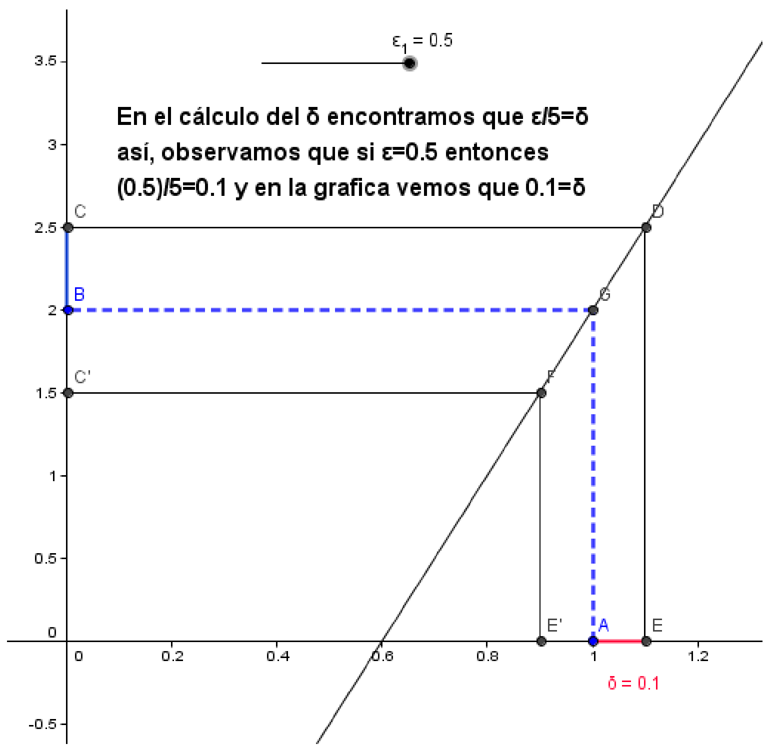
Utilizando un protocolo de construcción como el que se muestra a continuación

Protocolo de Construcción

Nº	Nombre	Definición	Valor
1	Función f		f(x) = 5x - 3
2	Punto A		A = (1, 0)
3	Punto B		B = (0, 2)
4	Número ε_1		ε_1 = 0.5
5	Punto C	(0, f(A) + ε_1)	C = (0, 2.5)
6	Recta a	Recta que pasa por C perpendicular a EjeY	a: y = 2.5
7	Punto D	Punto de intersección de f, a	D = (1.1, 2.5)
8	Recta b	Recta que pasa por D perpendicular a EjeX	b: x = 1.1
9	Punto E	Punto de intersección de b, EjeX	E = (1.1, 0)
10	Punto C'	C reflejado en B	C' = (0, 1.5)
11	Punto E'	E reflejado en A	E' = (0.9, 0)
12	Recta c	Recta que pasa por C' perpendicular a EjeY	c: y = 1.5
13	Recta d	Recta que pasa por E' perpendicular a EjeX	d: x = 0.9
14	Punto F	Punto de intersección de c, d	F = (0.9, 1.5)
15	Segmento e	Segmento [E, D]	e = 2.5
16	Segmento g	Segmento [D, C]	g = 1.1
17	Segmento h	Segmento [E', F]	h = 1.5
18	Segmento i	Segmento [F, C']	i = 0.9
19	Número distanciaAE	Distancia de A a E	distanciaAE = 0.1
20	Número j	Distancia de A a E	j = 0.1

21	Segmento δ	Segmento [A, E]	δ = 0.1
22	Segmento ε	Segmento [B, C]	ε = 0.5
23	Recta k	Recta que pasa por A perpendicular a EjeX	k: x = 1
24	Recta l	Recta que pasa por B perpendicular a EjeY	l: y = 2
25	Punto G	Punto de intersección de k, l	G = (1, 2)
26	Segmento m	Segmento [A, G]	m = 2
27	Segmento n	Segmento [G, B]	n = 1

Se llaga a



Y se comprueba lo expuesto por la definición $\lim_{x\to 1}(5x-3)=2$ y que el δ encontrado es igual a ϵ/5.

Tallere de profundización

El taller de profundización consistió en el abordaje del concepto de límite de una función en un punto por aproximación numérica. El método utilizado por Blázquez y Ortega, (2002) para los nuevos currículos de matemática en España.

El taller consistía en encontrar los límites de dos funciones en un punto dado, utilizando la aproximación y la tendencia. Los estudiantes hacían uso del GeoGebra para dinamizar el ejercicio y construir tablas. Luego por deducción y haciendo usos de la tendencia daban respuestas a preguntas que se encontraban dentro de la actividad.

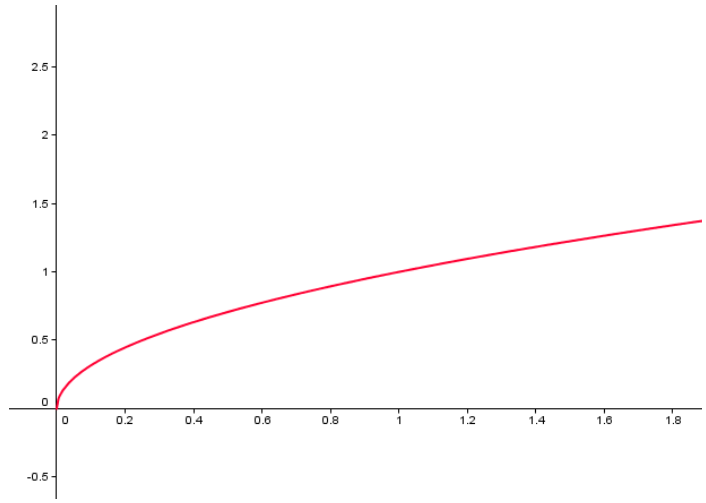
Este taller se aplicó a los 31 estudiantes del grado 11-1, cada uno de ellos contaba con un texto guía (cuadernillo- Anexo3) y un computador; para el buen desarrollo de esta actividad se necesitaron 2 sesiones, cada una con un tiempo de 60 minutos

Uno de los ejercicios planteados en los talleres de profundización fue:

Encontrar $\underset{x \to 1}{Lim} \sqrt{x}$ con GeoGebra, el estudiante primeramente graficaba la función, para con ella, poder intuir cual sería el resultado del límite. Algunos estudiantes se atrevieron a decir cuál sería el resultado, dando una respuesta rápida y positiva; otros debieron seguir los pasos.

Al graficar la función se obtuvo lo siguiente

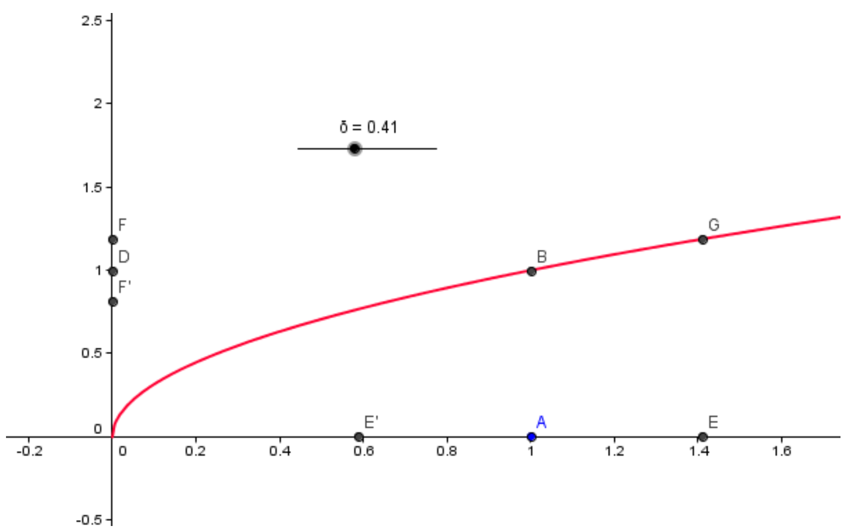
Figura 10 Grafica de la función f(x)= $\sqrt{x}$



Fuente: Creación propia

Seguidamente los estudiantes debían hacer uso del deslizador y encontrar valores cercanos a x=1 para con estos resultados encontrar sus respectivas imágenes.

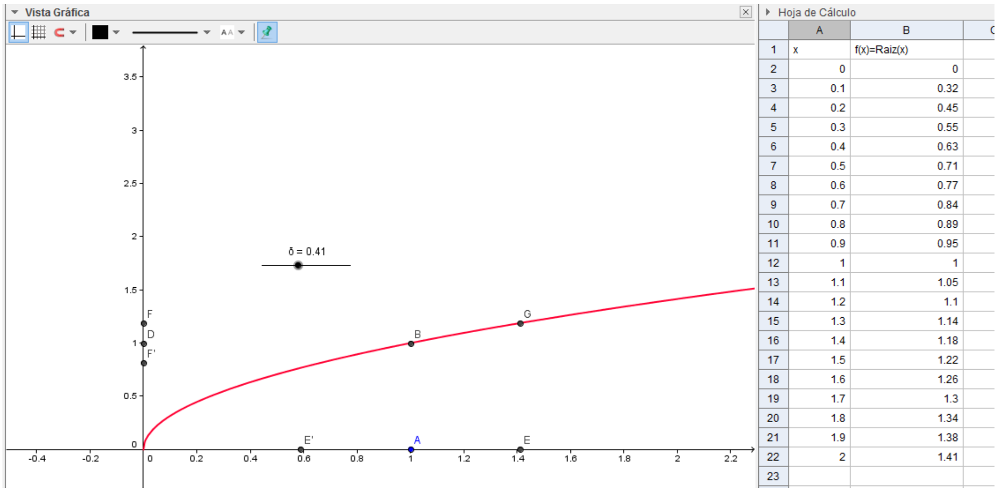
Figura 11 Utilización del deslizador para representar δ



Fuente: Creación propia

Posteriormente, recurrían a la hoja de cálculo y construían la tabla de valores, tal como se muestra en la Figura 12

Figura 12 Diseño de tabla de valores utilizando la hoja de cálculo



Finalmente, se les cuestionaba sobre el resultado obtenido y la mayoría llagaba a la conclusión que mientras el punto E y E’ se acercan o tienden a A=1, sus respectivas imágenes F y F’ tienden o se acercan a D=1 por lo que se concluye que:

$$\lim_{x \to 1} \sqrt{x} = 1$$

4.2 Evaluación

La evaluación de la propuesta se realiza en dos etapas.

En la primera etapa se construye y se aplica una encuesta a los estudiantes del grado 11 que estuvieron trabajando con GeoGebra (Anexo 4). En ésta encuesta se pretende conocer el grado de motivación que tenían al trabajar con el software; además del grado de dificultad que pudieron presentar en el tema abordado, el grado de explicación del docente, la comunicación entre sus compañeros y la comunicación entre él y su profesor.

La segunda etapa de evaluación de la propuesta consiste el comparar los resultados académicos obtenidos por los estudiantes que utilizaron la propuesta y los que no la utilizaron, en la comprensión del tema límite de funciones. Cabe destacar que los temas vistos en clase se evalúan para llevar un seguimiento de los estudiantes y dar resultados cualitativos y cuantitativos al final de cada periodo.

Teniendo en cuenta los exámenes que abarcan el tema de límite de funciones

4.3 Resultados

Resultados de la prueba diagnóstica sobre el abordaje al límite de una función en un punto

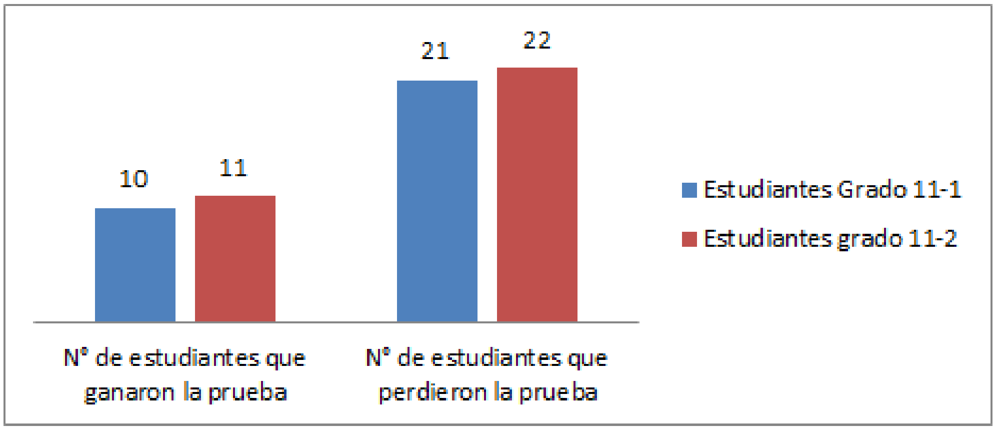
Esta prueba estaba compuesta por 15 preguntas de selección múltiple con única respuesta, donde que pretendía observar y medir el grado de conocimiento de los estudiantes a cerca de temas como función, análisis e interpretación de funciones, dominio de funciones, rango de funciones, operaciones entre funciones, entre otros. (Anexo 2). Esta prueba se realizó a los dos grados, 11-1 y 11-2 de la Institución Educativa San Luis. La Tabla 5 muestra los resultados de dicha prueba.

Tabla 5 Resultados de la prueba diagnóstica

Grupos	N° de estudiantes que ganaron la prueba	N° de estudiantes que perdieron la prueba	Promedio
11-1	10	21	2.85
11-2	11	22	2.7

Estos resultados se pueden observar mejor en la Figura 13

Figura 13 Resultados de la prueba de conceptos básicos de Límite



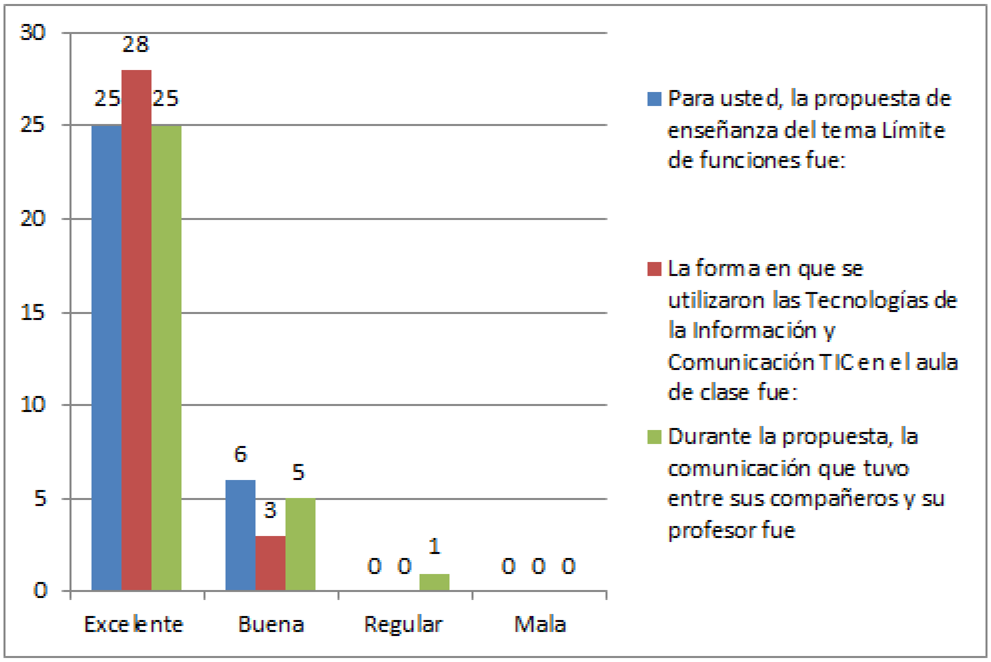
De la gráfica podemos inferir que el 67.7% de los estudiantes del grado 11-1 obtuvieron una nota inferior a 3.0 y que el 32.2% obtuvo una nota igual o superior a 3.0, pero los resultados obtenidos en el grado 11-2 no varían mucho, ya que el ese grado, el porcentaje de estudiantes que no alcanzaron una nota igual o superior a 3.0 fue de 66.6%; solo una diferencia del 1%, lo que significa que los dos grados muestran un nivel académico igual.

Una vez obtenida esta información, se procedió a aplicar la propuesta en el grado 11-1.

Cuestionario final de Evaluación de la propuesta

Al final, después de haber aplicado la propuesta en el grupo 11-1 se aplica una encuesta, de siete preguntas cerradas, para medir el grado de pertinencia de propuesta en la enseñanza del concepto de límite de una función en un punto (Anexo 4). Los resultados de las tres primeras respuestas aparecen en la Figura 14

Figura 14 Resultados primeras tres preguntas de evaluación de la propuesta



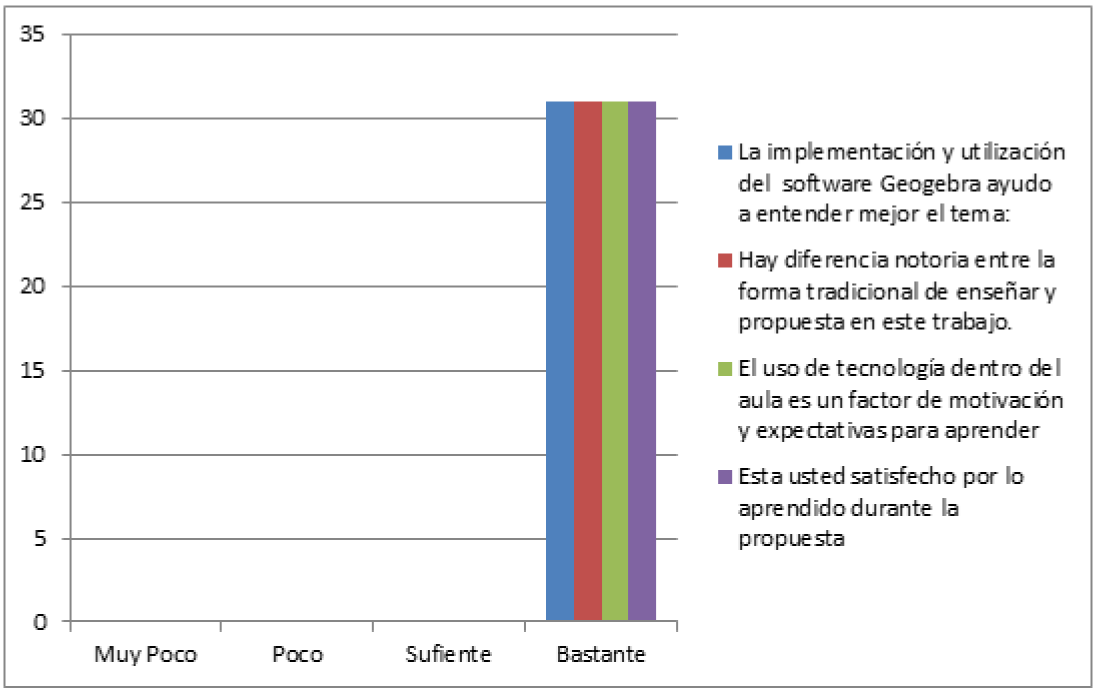
En la gráfica podemos observar que para 25 estudiantes, equivalentes al 80.6% del grupo, ésta propuesta fue excelente y para el 19,3% fue buena; lo que nos permite afirmar que la propuesta tuvo un impacto positivo en los estudiantes.

Por otro lado, el 90.3 % de los estudiantes consideren que la forma en que se utilizaron las TIC en el aula de clase fue excelente, por lo que inferimos, que una buena planeación en el uso de las tecnologías dentro del aula de clase, conlleva a un buen desarrollo de la clase y en consecuencia el alcance de los objetivos propuestos en la misma. Solo un 9,6 % de los estudiantes calificó la forma de utilizar las TIC dentro del aula como buena, Aun así es un buen resultado para la propuesta.

Con referente a la comunicación, de los pares y de los estudiantes con el docente, el 80,6 % de los estudiantes afirman que durante la propuesta la comunicación fue excelente, el 16,1 % afirman que fue buena y solo 3,2% dice que fue regular; teniendo en cuenta las dos categorías que presentan mayor porcentaje, podemos afirmar que este tipo de propuestas mejora la comunicación de los estudiantes, entre ellos y con el profesor.

Finalmente se hace el análisis de las siguientes cuatro preguntas que hacen parte de esta encuesta de evaluación, cuyos resultados aparecen en la Figura 15

Figura 15 Resultado última cuatro preguntas de evaluación de la propuesta



Las últimas cuatro preguntas con respecto a la motivación, a la hora de implementar la propuesta, tuvo un resultado que a simple vista habla por sí sola; el 100 % de los estudiantes expresan que la implementación y la utilización de GeoGebra ayudo a entender mucho mejor el tema,; el mismo porcentaje de estudiantes afirma que hay bastante diferencia entre la forma tradicional de enseñar y con respecto a la forma que experimentaron en la propuesta; también afirman que el uso de la tecnología es un factor de motivación y expectativa a la hora de trabajar en el aula; por último el 100%

de los estudiantes se sientes bastante satisfechos por lo aprendido en durante la aplicación de la propuesta

5 Conclusiones y Recomendaciones

5.1 Conclusiones

- ✓ Una de las conclusiones en este trabajo apunta a la aplicación de la prueba diagnostica, ya que esta permitió identificar dificultades que poseían los estudiantes, que era uno de los objetivos especifico de esta investigación.
- ✓ La mayor parte de los estudiantes del grado 11 presentan dificultad en identificar el tipo de función de variable real, no diferencian entre una función cuadrática, de una lineal, o una cubica. Presentan inconvenientes en identificar las graficas de funciones, asi como el dominio y rango de las mismas. Todo lo anterior se evidenció después de haber interpretado y analisado los resultados de la prueba diagnostica.
- ✓ Las estrategias metodológicas y los conceptos utilizados en la propuesta de aula facilitaron el aprendizaje del concepto de límite de una función en un punto, lo que conyevó a generar un aprendizaje significativo.
- ✓ El solo hecho de integrar una herramienta diferente en el proceso de enseñanza en las matemáticas, como es la tecnología, estimula al estudiante a participar en las actividades, lo hace más activo dentro de las mismas y lo motiva a alcanzar su objetivo, que es el de aprender. En este trabajo se apreció esa característica, los estudiantes que trabajaron y abordaron el tema de Límite de

funciones fueron más activos, más participativos, más comunicativos, entre ellos mismos y con el docente.

- ✓ EL aprendizaje cooperativo tuvo gran impacto en los estudiantes, generó más confianza entre los mismo y mayor comunicación entre ellos y el docente.
- ✓ Se produjo un aprendizaje significativo al aplicar los talleres, ya que los estudiantes iban descubriendo el sentido de lo que desarrollaban.

Por otra parte, es de aclarar que esta propuesta es de tipo descriptivo y que su base es la observación de las actividades pedagógicas en el aula, por lo que se puedo observar que para abordar el concepto de límite es necesario la aprehensión de conceptos como función, dominio y rango, así como la interpretación de las gráficas. En este trabajo y gracias a la intervención del software se observó que el dinamismo de actividades en geogebra hacen más asequibles estos conceptos.

La intervención de la práctica docente con las actividades diseñadas para tal tema, nos mostró que nuevamente el dinamismo de las actividades envuelve al estudiante en una burbuja de motivación y permite el desarrollo de la creatividad, así como la pérdida del miedo a la equivocación.

Geogebra es una herramienta que facilita el alcance de los objetivos propuestos en temas que involucren gráficas, debido a su ambiente dinámico, a lo fácil que es maniobrarlo y convierte el ambiente de aprendizaje en un entorno divertido y atractivo para el estudiante; esto se evidencio, debido al seguimiento que se le hace durante todo el año a los estudiantes y algunos mostraban apatía y desmotivación a la hora de trabajar matemáticas, pero al incorporar GeoGebra todo esto cambio.

5.2 Recomendaciones

- ✓ Las pruebas diagnosticas son base fundamental en toda investigación, están arrojan información sobre el nivel académicos de los investigados, en el caso de los estudiantes.
- ✓ En el grado 10 se trabaja en gran parte de las instituciones eduacativas solo la trigonometría, se recomienda reforzar temáticas sobre funciones, operaciones con funciones, reconocimiento de graficas de funciones, asi como dominio y rango.
- ✓ La tecnología es una herramienta que facilita el trabajo de enseñanza y aprendizaje en las aulas, por lo que se le recomienda a los docentes tratar de incorporar dentro de su labor docente esta herramienta y deben ser conscientes de la continua capacitación de parte de ellos.
- ✓ Los docentes debemos ser conscientes de estar continuamente capacitándonos y reconocer las potencialidades de métodos de enseñanza más flexibles, como lo es el aprendizaje cooperativo.
- ✓ Las prácticas docentes y los contenidos matemáticos son mas asequibles para los estudiantes si tenemos en cuenta sus experiencias, sus entornos, sus relaciones, sus ritmos de aprendizaje, el saber que los motiva y que los impulsa a aprender.

Por otro lado, la planeación curricular para las instituciones públicas en nuestro país, ubican la temática de límite de funciones en las últimas semanas del año académico, esto hace que el tema se vea de manera rápida, lo que provoca que el tema se abarque de manera rápida y este lleva a poca concentración y baja motivación en los estudiantes, ya que se debe avanzar muy rápidamente en las actividades.

Consideramos que este trabajo puede ser de gran ayuda a los docentes y estudiantes de otras instituciones para fortalecer la enseñanza y el aprendizaje del concepto de límite de una función.

Referencias

Ylé, A. Juárez, J. & Vizcarra, F. (2014). Cálculo diferencial por competencia para el bachillerato. Culiacán: Once Ríos.

Thomas, G.(2006). Cálculo. Una variable. (11ª Ed) México. Pearson Education.

Blázquez, S. Gatica, S. N. & Ortega, T. (2008). Concepto de límite funcional: aprendizaje y memoria. Contextos educativos: Revista de educación, (11), (p.p 7-22). Universidad de Valladolid. España. Recuperado Agosto de 2014 en: https://publicaciones.unirioja.es/ojs/index.php/contextos/article/view/593

Blázquez, C. & Ortega, T. (2000). El concepto de límite de una función en educación secundaria. Recuperado Agosto de 2014 en: http://www4.uva.es/didamatva/investigacion/Publicaciones/concept_limite_educ_secund.pdf

Blázquez, C. & Ortega, T. (2002) Nueva definición de límite funcional. Recuperado Agosto 2014 en: http://www4.uva.es/didamatva/investigacion/Publicaciones/nueva_definicion_limite_funcional.pdf

Araya, V. Alfaro, M. & Andonegui, M. (2007). Constructivismo: orígenes y perspectivas. *Revista de educación*, *13, (p.p.* 76-92). Recuperado Agosto de 2014 en http://es.slideshare.net/Annabed/constructivismo-11965158

Ministerio de Educación Cultura y Deporte. La enseñanza de las matemáticas en Europa. Retos comunes y políticas públicas. Recuperado Agosto de 2014 en: http://eacea.ec.europa.eu/education/eurydice/documents/thematic_reports/132ES.pdf

Carranza, M. (2011). Exploración del impacto producido por la integración de ambientes de geometría dinámica geogebra en la enseñanza de los cursos de matemáticas básicas de primer semestre de la Universidad Nacional de Colombia sede Palmira. Trabajo de grado para obtar el titulo de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Facultad de Ingenieria y Administración. Universidad Nacional de Colombia. Palmira.

Bustos, I. (2013). Propuesta didáctica: la enseñanza del concepto de límite en el grado undécimo, haciendo uso del geogebra. Trabajo de grado para obtar el tirulo de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.Facultad de Ciencias Exactas y Naturales. Universidad Nacional de Colombia. Manizales.

Vrancken, S. Gregorini, M. Engler, A. Müller, D. Hecklein, M. (2006). Dificultades relacionadas con la enseñanza y el aprendizaje del concepto de límite. Recuperado Agosto de 2014 en: http://www.soarem.org.ar/Documentos/29%20vrancken.pdf

Ministerio de Educación Nacional. (2006). Estandares Básicos de Matemáticas. Bogota. Agosto de 2014 en: http://www.mineducacion.gov.co/1759/articles-116042_archivo_pdf2.pdf

A. Anexo: Consentimiento informado

CANSENTIMIENTO INFORMADO

PADRES O ACUDIENTES DE ESTUDIANTES

Yo ____ mayor de edad (____) madre, (____) padre, (___) acudiente o (___) representante legal del estudiante ____ de ____ años de edad, he sido informado acerca del desarrollo de actividades académicas en los salones de clase de la Institución Educativa San Luis , actividades basadas en video tutoriales, guiados y profundización; con el objetivo de enseñar el tema de límite de funciones. Talleres que se encuentra programados en el cronograma de actividades del trabajo de grado del docente LUIS GUILLERMO DE AGUAS RODRIGUEZ.

Luego de haber sido informado de la puesta en práctica de los talleres con los estudiantes y el docente antes mencionado, y de forma consciente y voluntaria

(___) DOY EL CONSENTIMIENTO (___) NO DOY EL CONSENTIMIENTO

Para la participación de mi hijo en el desarrollo de los talleres y actividades dentro de las instalaciones de la institución.

Lugar y Fecha ____

_______________________ FIRMA MADRE

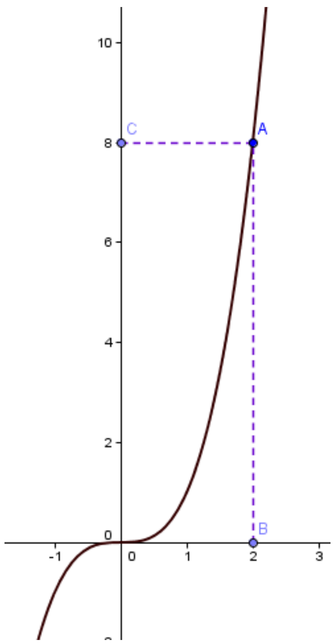
_______________________ FIRMA PADRE

__________________ FIRMA ACUDIENTE O REPRESENTANTE

B. Anexo: Taller diagnóstico conceptos básicos al tema de límite de funciones

Preguntas de selección múltiple con única respuesta.

Responde las preguntas 1 y 2 teniendo en cuanta la siguiente gráfica



1. La gráfica de la **Error! Reference source not found.** corresponde a una función:
   A. Lineal
   B. Cuadrática
   C. Cúbica
   D. Logarítmica
2. El dominio de la función representada en la figura 1 es:
   A. $\Re - \{2\}$
   B. $\Re$
   C. $\Re - \{8\}$
   D. $\{2\}$

Sea $f = \{(2,4),(3,9),(4,16)\}$ una función, entonces podemos afirmar que:

A. El dominio de la función es $\{4,\ 9,\ 16\}$
B. El dominio de la función es $\{2,4,3,9,4,16\}$
C. El dominio de la función es $\{2,\ 3,\ 4\}$
D. El dominio de la función es $\{2,\ 4,\ 9,3,\ 16\}$

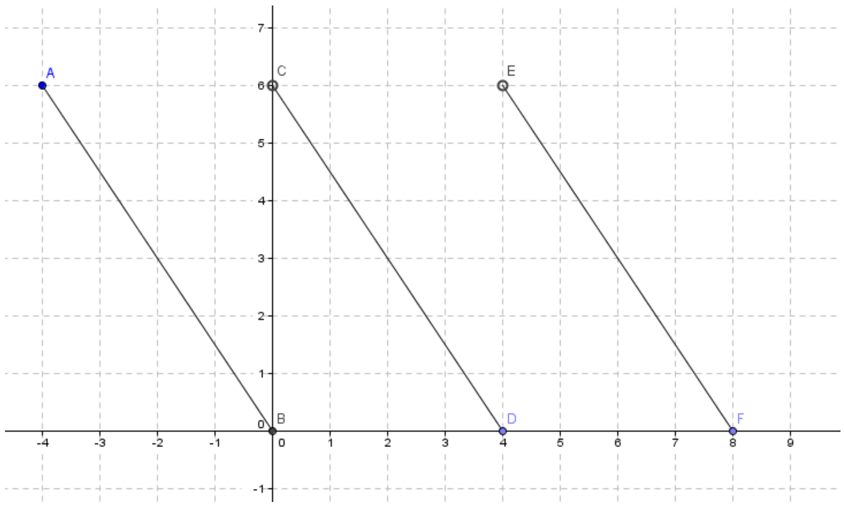
4. Teniendo en cuenta la información anterior, es cierto que

A. El rango de la función es $\{4,\ 9,\ 16\}$
B. El rango de la función es $\{2,4,3,9,4,16\}$

C. El rango de la función es $\{2, 3, 4\}$

D. El rango de la función es $\{2, 4, 9, 3, 16\}$

Responde las preguntas 5 y 4 teniendo en cuenta la siguiente grafica



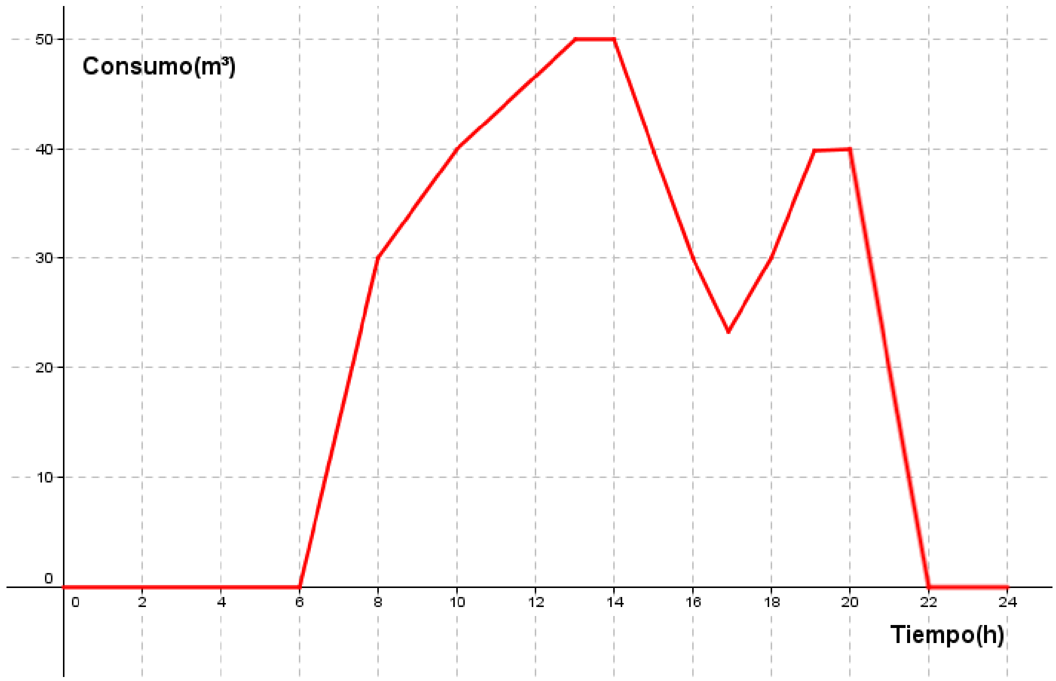
5. El rango de la función que representa la gráfica anterior es
   A. $[-4, 0]$
   B. $[0, 4]$
   C. $[0, 6]$
   D. $[-4, 8]$

6. El Dominio de la función que representa la gráfica anterior es
   A. $[-4, 0]$
   B. $[0, 4]$
   C. $[0, 6]$
   D. $[-4, 8]$

7. Si $f = x^2 + x - 2$ y $g = 2x^3 - 3x^2 + 3$ entonces
   A. $(f + g) = 2x^3 - 2x^2 + x - 1$
   B. $(f + g) = 2x^3 - 2x^2 + x + 1$
   C. $(f + g) = 2x^3 + 2x^2 + x - 1$

D. $(f+g)=2x^3-2x^2-x-1$

Responde las preguntas 8 y 9 teniendo en cuenta la grafica



8. .El mayor consumo de aguas en la Institución Educativa San Luis fue:
   A. Entre las 16 y 18 horas
   B. Entre las 10 y 15 horas
   C. Entre la 13 y 14 horas
   D. Entre las 30 y 50 horas

9. .El horario del tiene la Institución Educativa San Luis es de
   A. Desde las 6 de la mañana horas hasta las 12 de la noche.
   B. Desde las 6 de la mañana horas hasta las 2 de la tarde.
   C. Desde las 6 de la mañana horas hasta las 8 de la noche.
   D. Desde las 6 de la mañana horas hasta las 10 de la noche.

.Dada la siguiente función

$$f(x)=\begin{cases} -2x & : x<-3 \\ x^2 & : \text{en caso contrario} \end{cases}$$

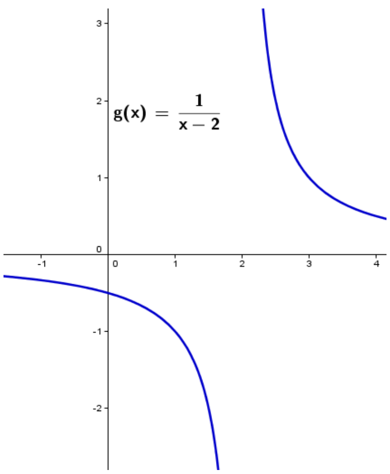
Responde las preguntas 10 y 11

10. Si $x=-3$ entonces su imagen corresponde a

A. 6
B. -9
C. No tiene
D. 9

11. De la función anterior podemos afirmar que
   A. Su gráfica es creciente en $\left(-\infty,-3\right]$ y creciente $\left(-3,\infty\right]$
   B. Su gráfica es decreciente en $\left(-\infty,-3\right]$ y creciente $\left(-3,\infty\right]$
   C. Su gráfica es decreciente en $\left(-\infty,\infty\right)$
   D. Su gráfica es decreciente en $\left(-\infty,0\right)$ y creciente $\left(0,+\infty\right)$

Responde la pregunta 12 teniendo en cuenta la gráfica a continuación



12. El valor que no puede tomar la variable independiente x es
   A. 2
   B. 1
   C. 0
   D. -2

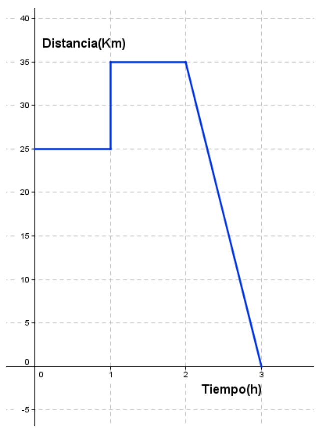
13. . El rango de la función que representa la gráfica N° 4 es
   A. $\Re-\{0\}$
   B. $\Re-\{-1\}$
   C. $\Re-\{-2\}$
   D. $\Re-\{2\}$

Teniendo en cuenta la siguiente información, responde la pregunta 14.

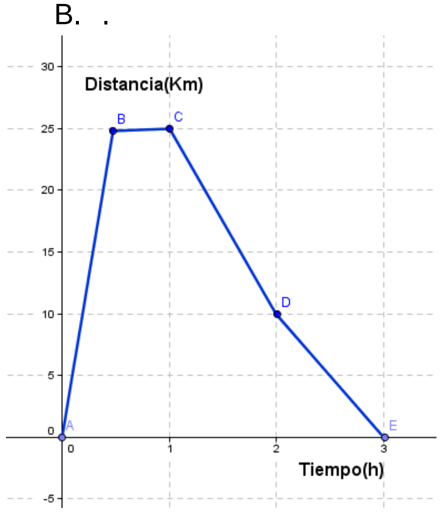
Esta Mañana, Pablo salió a hacer una ruta en bicicleta. Tardó media hora en llegar a su primer punto de descanso, que se encontraba a 25 Km de su casa. Estuvo parado durante 30 minutos. Tardó 1 hora en recorrer los siguientes 10 Km y tardó 1 hora en recorrer los otros 20 Km que faltaban para llegar a su destino (http://www.amolasmates.es/pdf/ejercicios/3_ESO/Ejercicios%20de%20graficas%20y%20propiedades.pdf).

14. .La gráfica que mejor representa la información anterior es

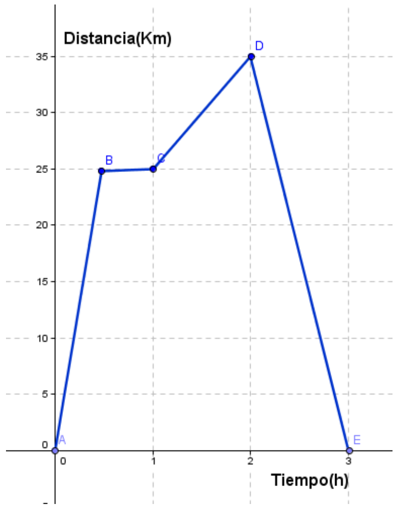
A. .



B. .



C. .



D. .

15. Una de las siguientes afirmaciones es verdadera. Marca con X la que consideres es verdadera.
    A. Toda relación es una función.
    B. El dominio de una función es el conjunto formado por las segundas componentes de las parejas ordenadas de la función.
    C. Toda función es una relación.
    D. El rango de una función es el conjunto formado por las primeras componentes de las parejas ordenadas de la relación.

EXITOS!!!

C. Anexo: Cuadernillo de problemas de límite

Talleres guiados

Autor: Luis Guillermo De Aguas R

Contextualización de la unidad

Grado 11

Eje Temático: Funciones

Sesiones

Talleres Guiados por el Docente	Talleres de Profundización	Evaluación
2	2	1

Objetivos de los talleres

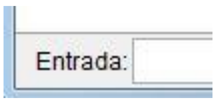
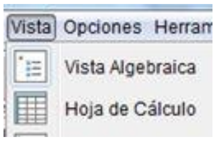
Graficar y estudiar funciones en GeoGebra es muy sencillo, simplemente debemos ingresa ingresar algunos datos en la barra de entrada y desplazar la graficar para observar los efectos en la función creada.

GeoGebra también permite tabular la función creada y observar cuales son los puntos del plano por donde transita la función.

En este tallar construiremos una función que facilita la tabulación de una función.

Herramientas y comandos

Para el desarrollo del ejercicio utilizaremos las siguientes herramientas y comandos de GeoGebra.

	*Barra de entrada*
	*Hoja de Cálculo*

Conceptos previos

- Parejas ordenada
- Relaciones
- Dominio y Rango de relaciones
- Representaciones sagitales y cartesianas de relaciones

Taller Guiado N°1

Temas: Funciones

Las funciones son muy importantes para el estudio del cálculo. En este taller construiremos una gráfica y la tabularemos, con ayuda de software GeoGebra

Parte Teórica

FUNCIONES

Una relación f de A en B, se dice que es una función si cumple que:

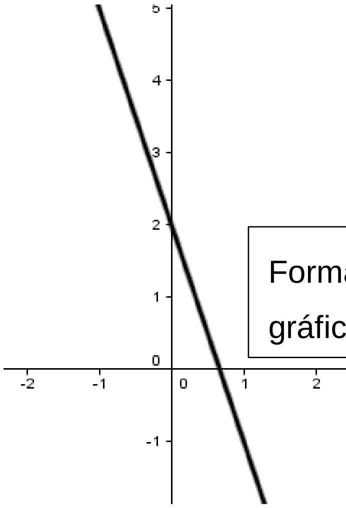
1. Cada uno de los elementos de A esta relacionado con un único elemento de B.
   Es decir:

1. $Dom\ f = A$
2. No hay dos parejas ordenadas diferentes cuyos primeros elementos sean iguales.
   Una función se puede representar de tres formas

- Algebraica
- Tablas
- Grafica cartesianas

Sea $f(x) = -3x +$

Forma algebráica



Forma gráfica

x	$f(x) = -3x + 2$
-3	11
-2	8
-1	5
0	2
1	-1
2	-4
3	-7

Tabla de valores

Clasificación de funciones

Las funciones se clasifican en

Lineal

Cuadrática

Polinómica

Racional

Radical

Valor absoluto

Exponencial

Logaritmica

A trozo

Caracteristicas de las funciones

Las características máscomunes en las funciones son

Inyectivas

Sobreyectivas

Biyectivas

Creciente

Decrecientes

Par

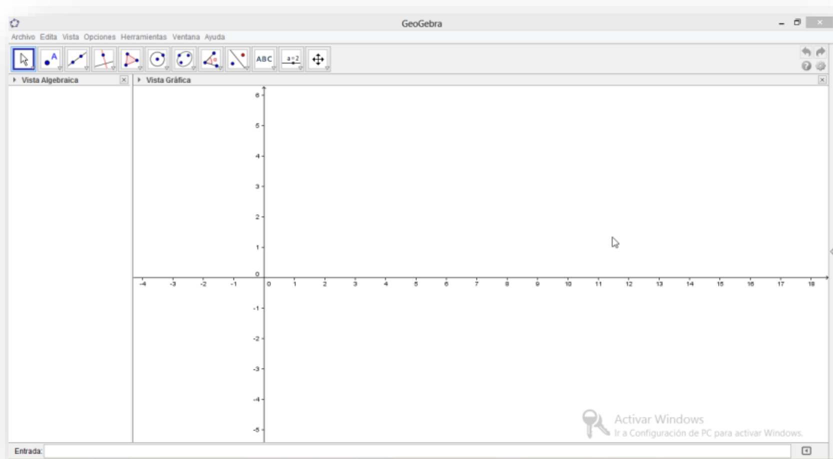
Impar

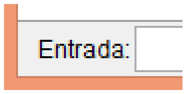
Con el software GEOGEBRA, el docente podrá retroalimentar el reconocimiento de funciones y características de las mismas.

A continuación un ejercicio de funciones para familiarizarnos con la graficación de funciones y la construcción de tablas.

Graficar y construir la tabla de valores de la función $f(x) = -3x + 2$ y reconocer las características de la misma.

GeoGebra	Abrir GeoGebra

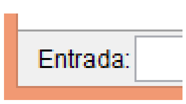


	Escribe **Función-** Escoge el comando **Función[<Función>, <Valor Inicial de x>, <Valor Final de x>]**

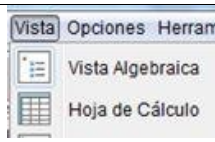
¿Qué clase de gráfica apareció en el **Vista grafica**?
Mencione algunas características que puede observas en la gráfica obtenida.
¿Cuáles son las coordenadas en donde la gráfica de la función corta al eje Y?
¿Cuál es el Dominio de la gráfica construida?
¿Cuál es el Rango de la gráfica construida?

Construyamos la tabla de valores.

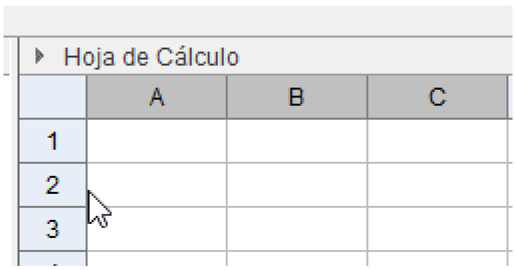
Construyamos la función f(x)= - 3x+2, en el intervalo $\left[-4,4\right]$

	Escribe **Función-** Escoge el comando **Función[<Función>, <Valor Inicial de x>, <Valor Final de x>]**
<Función>	Escribe ***-3x+2***
<Valor Inicial de x>	Escribe ***-4***
<Valor	Escribe ***4***

Final de x>	

	Selecciona hoja de cálculo

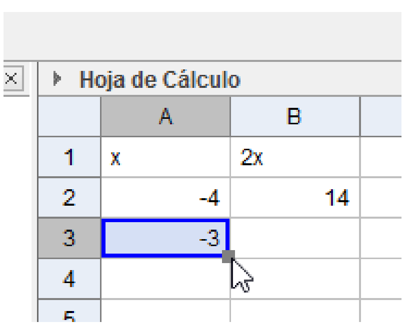
Aparece la hoja de cálculo al lado derecho de la pantalla,



La ***Hoja de Cálculo*** de GEOGEBRA trabaja como la hoja de cálculo de Excel.

Pasos para la tabulación

1. En la celda A1 escribe "***x***"(con comillas incluidas), seguidamente en la celda B1 escribe *"-3x+2"*
2. En A2 coloca el valor de - 4, en B2 la formula **=** ***f(A2***), seguidamente enter
3. En A3 coloca la formula ***=A2+1*** y das *Enter*



4. Selecciona el cuadro azul, tal como se ve en la figura anterior, y llévalo hacia abajo, hasta la fila número 10.
5. Selecciona la celda B2 y arrastra el cuadro azul hacia abajo, hasta la fila 10.

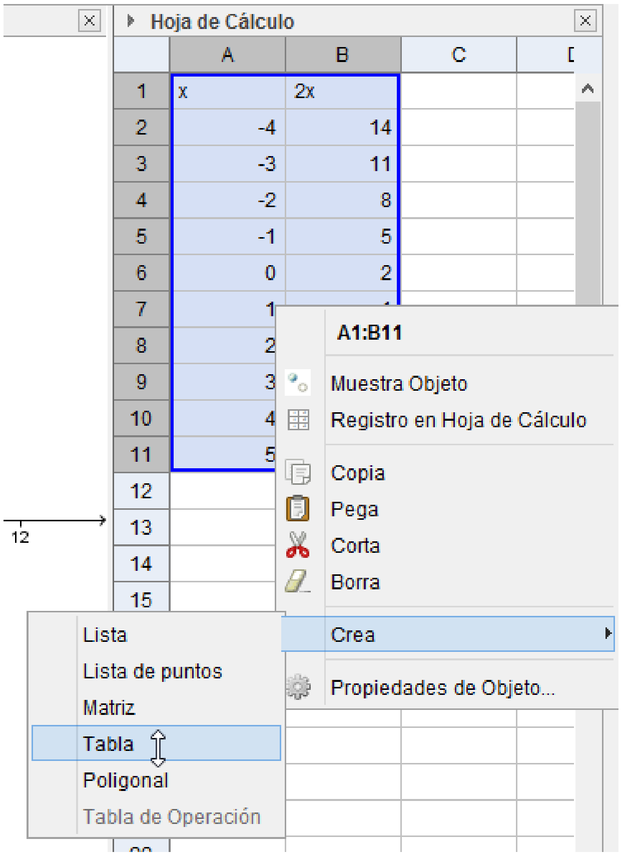
Ya tenemos la tabla de valores, donde x toma valores en el intervalo

D= $\left[-4,4\right]$.

¿Cuáles son las coordenadas en donde la función grafica corta al eje Y?
¿Cuál es el Dominio de la función construida?
¿Cuál es el Rango de la función construida?

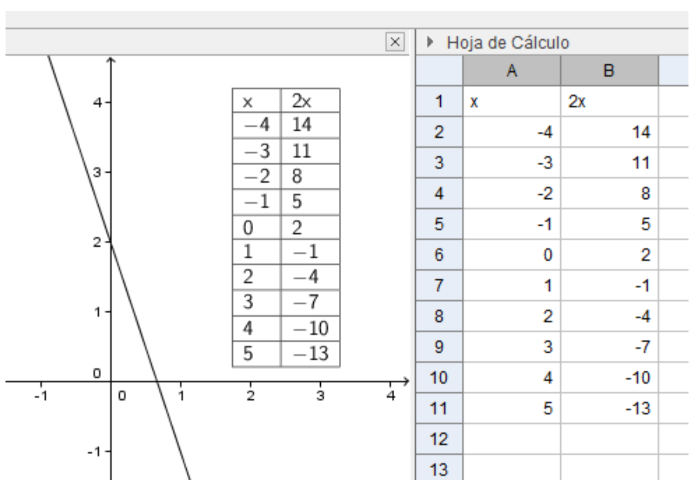
¡Ahora llevemos la tabla a la vista grafica!

6. Selecciona toda la tabla construida. Haz clic derecho, opción ***Crea*** y luego ***Tabla;*** tal como se muestra en la figura siguiente.



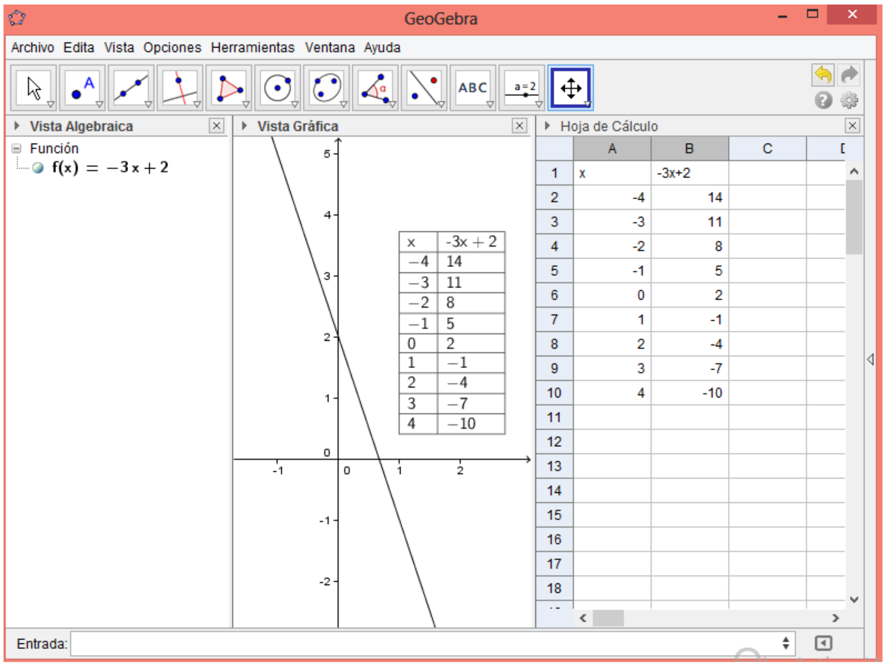
Aparece la tabla de valores en la vista gráfica.

Con la herramienta ***Elige y Mueve***, toma la tabla y ubícala donde consideres es la mejor posición dentro de la vista gráfica.



De esta forma obtenemos la gráfica y la tabla de valores de cualquier función con la ayuda del software GEOGEBRA.

Ejemplo de construcción



Propuesta de construcción

1. Con lo aprendido anteriormente, grafica una de las siguientes funciones. Obtén su tabla de valores, ten en cuenta que debes elegir un intervalo en el que se moverá la variable x, y menciona algunas características de la función creada.

   A. $g(x) = 2x^2$

   B. $h(x) = \dfrac{1}{x}$

   C. $j(x) = \sqrt{x+2}$

   D. $t(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}$

   E. $k(x) = \ell^x$

   F. $f(x) = Sen(x)$

   G. $q(x) = x^3 + 2x^2 + 1$

2. Si la función $g(x) = 2x^2$ es construida en un intervalos de $[-5,0]$. ¿Cuál será el dominio y rango de g?
3. .Si La función $h(x) = \dfrac{1}{x}$ es construida en el intervalos $[0,5]$
4. ¿Qué cambios sufre la gráfica, si en vez de escribir $f(x) = Sen(x)$ se escribe $f(x) = Sen(x) + 1$?
5. ¿Qué cambios sufre la gráfica, si en vez de escribir $j(x) = \sqrt{x+2}$ se escribe $j(x) = -\sqrt{x+2}$?

Taller Guiado N° 2

Tema: Definición Límite de funciones

Definición de límite

Sea $f(x)$ definida en un intervalo abierto alrededor de x_0, excepto posiblemente el mismo x_0. Decimos que el límite de $f(x)$ cuando x se aproxima a x_0 es el número L, y escribimos

$$\underset{x \to x_0}{Lim}\ f(x) = L$$

Si para cada $\varepsilon > 0$, existe un número $\delta > 0$ correspondiente, tal

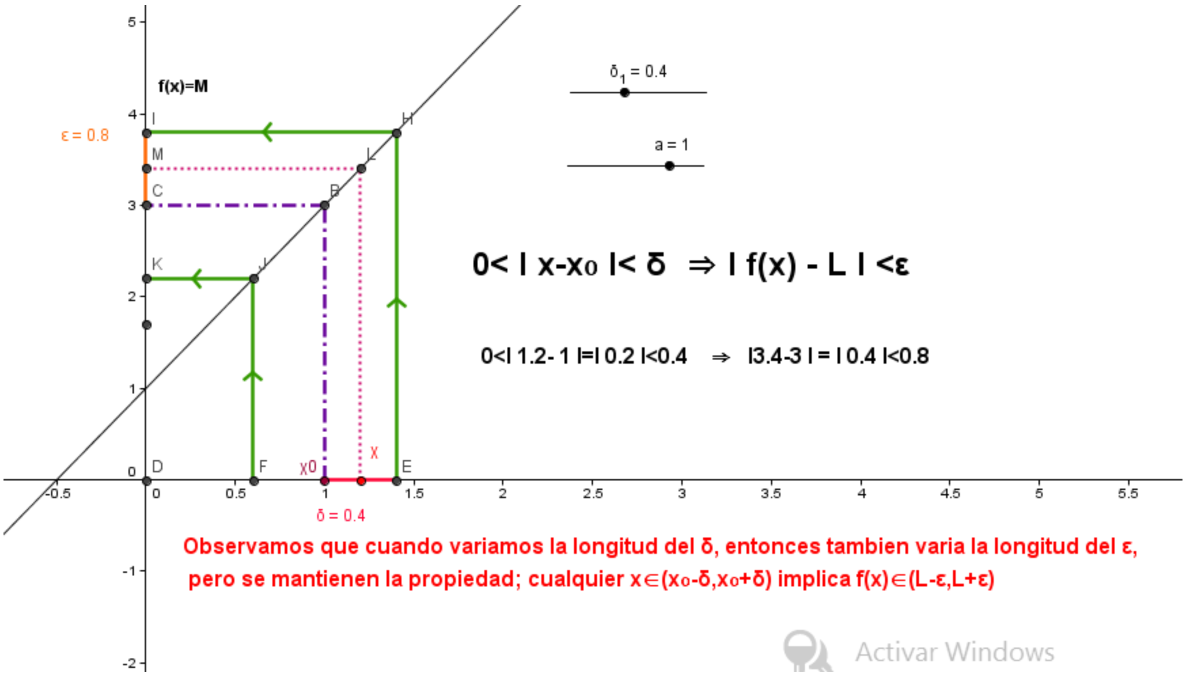
Utilizaremos el siguiente protocolo de construcción

Protocolo de Construcción

Nº	Nombre	Definición	Valor
1	Función f		f(x) = 2x + 1
2	Texto texto1		"0<l x-x_0 l<δ ⇒ l f(x)-L l<ε"
3	Número δ_1		δ_1 = 0.4
4	Número a		a = 1
5	Punto A	(a, 0)	A = (1, 0)
6	Punto B	(a, f(a))	B = (1, 3)
7	Punto C	(0, f(a))	C = (0, 3)
8	Punto D	Punto de intersección de EjeX, EjeY	D = (0, 0)
9	Número distanciaDA	Distancia de D a A	distanciaDA = 1
10	Número distanciaDC	Distancia de D a C	distanciaDC = 3
11	Texto TextoDC	"\overline{" + (Nombre[D]) + (Nombre[C]) + "} \, = \, " +	"\overline{DC} \, = \, 3"
12	Texto TextoDA	"\overline{" + (Nombre[D]) + "" + (Nombre[A]) + "} \, = \, " +	"\overline{DA} \, = \, 1"
13	Punto E	(a + δ_1, 0)	E = (1.4, 0)
14	Punto F	(a - δ_1, 0)	F = (0.6, 0)
15	Punto G	Punto Medio de A, E	G = (1.2, 0)
16	Número distanciaDG	Distancia de D a G	distanciaDG = 1.2
17	Texto TextoDG	"\overline{" + (Nombre[D]) + (Nombre[G]) + "} \, = \, " +	"\overline{DG} \, = \, 1.2"
18	Punto H	(x(E), f(x(E)))	H = (1.4, 3.8)
19	Punto I	(0, f(x(E)))	I = (0, 3.8)
20	Segmento b	Segmento [A, B]	b = 3

21	Segmento c	Segmento [B, C]	c = 1
22	Segmento d	Segmento [E, H]	d = 3.8
23	Segmento e	Segmento [H, I]	e = 1.4
24	Punto J	(x(F), f(x(F)))	J = (0.6, 2.2)
25	Punto K	(0, f(x(F)))	K = (0, 2.2)
26	Segmento g	Segmento [F, J]	g = 2.2
27	Segmento h	Segmento [J, K]	h = 0.6
28	Punto L	(x(G), f(x(G)))	L = (1.2, 3.4)
29	Punto M	(0, f(x(G)))	M = (0, 3.4)
30	Segmento i	Segmento [G, L]	i = 3.4
31	Segmento j	Segmento [L, M]	j = 1.2
32	Segmento δ	Segmento [A, E]	δ = 0.4
33	Segmento ε	Segmento [C, I]	ε = 0.8
34	Número distanciaDM	Distancia de D a M	distanciaDM = 3.4
35	Texto TextoDM	"\overline{" + (Nombre[D]) + (Nombre[M]) + "} \, = \, " +	"\overline{DM} \, = \, 3.4"
36	Número di	d i	di = 12.92
37	Texto texto1$_1$	"" + ε + "0<I " + distanciaDA + "- " + distanciaDG + " I=I " +	"0.80<I 1- 1.2 I=I -0.2 I<0.4 ⇒ I ...

El resultado es como se muestra en la figura siguiente



Ejercicio

Demostremos que $\lim_{x\to 1} (5x-3) = 2$

Ahora bien para cualquier $\varepsilon > 0$ debemos encontrar un $\delta > 0$ tal que se cumpla

$0 < |x-1| < \delta \Rightarrow |(5x-3)-2| < \varepsilon$. Tomemos un $\varepsilon > 0$

Encontremos el $\delta > 0$ partiendo $|f(x)-L| < \varepsilon$

$|f(x)-L| = |(5x-3)-2| = |5x-3-2| = |5x-5| = 5|x-1| < \varepsilon$ Despejando

$|x-1| < \varepsilon/5$ Ahora bien, necesitamos que $|x-1| < \delta$ y tenemos que $|x-1| < \varepsilon/5$

Como δ depende del ε entonces $\varepsilon/5 = \delta$

Comprobemos este cálculo con GeoGebra

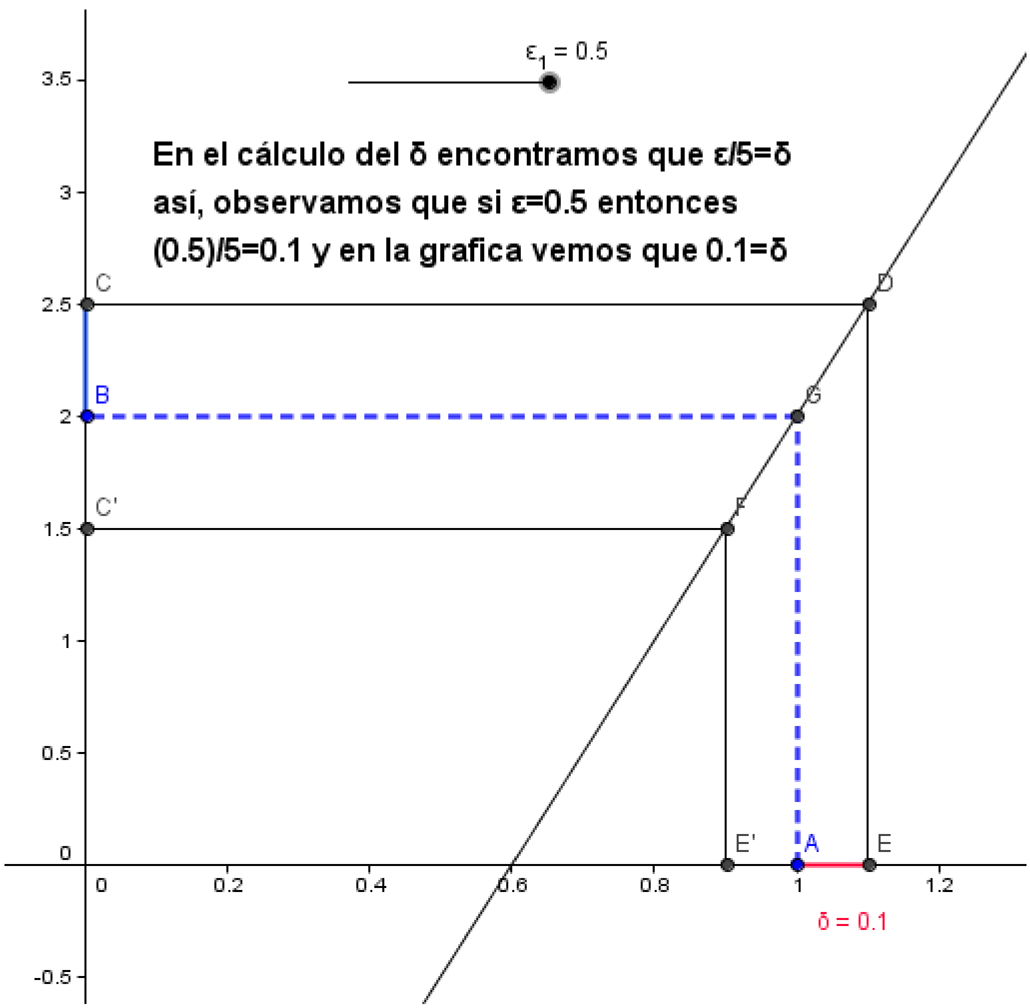
Usaremos el siguiente protocolo de construcción

Protocolo de Construcción

Nº	Nombre	Definición	Valor
1	Función f		f(x) = 5x - 3
2	Punto A		A = (1, 0)
3	Punto B		B = (0, 2)
4	Número ε_1		ε_1 = 0.5
5	Punto C	(0, f(A) + ε_1)	C = (0, 2.5)
6	Recta a	Recta que pasa por C perpendicular a EjeY	a: y = 2.5
7	Punto D	Punto de intersección de f, a	D = (1.1, 2.5)
8	Recta b	Recta que pasa por D perpendicular a EjeX	b: x = 1.1
9	Punto E	Punto de intersección de b, EjeX	E = (1.1, 0)
10	Punto C'	C reflejado en B	C' = (0, 1.5)
11	Punto E'	E reflejado en A	E' = (0.9, 0)
12	Recta c	Recta que pasa por C' perpendicular a EjeY	c: y = 1.5
13	Recta d	Recta que pasa por E' perpendicular a EjeX	d: x = 0.9
14	Punto F	Punto de intersección de c, d	F = (0.9, 1.5)
15	Segmento e	Segmento [E, D]	e = 2.5
16	Segmento g	Segmento [D, C]	g = 1.1
17	Segmento h	Segmento [E', F]	h = 1.5
18	Segmento i	Segmento [F, C']	i = 0.9
19	Número distanciaAE	Distancia de A a E	distanciaAE = 0.1
20	Número j	Distancia de A a E	j = 0.1

21	Segmento δ	Segmento [A, E]	δ = 0.1
22	Segmento ε	Segmento [B, C]	ε = 0.5
23	Recta k	Recta que pasa por A perpendicular a EjeX	k: x = 1
24	Recta l	Recta que pasa por B perpendicular a EjeY	l: y = 2
25	Punto G	Punto de intersección de k, l	G = (1, 2)
26	Segmento m	Segmento [A, G]	m = 2
27	Segmento n	Segmento [G, B]	n = 1

Resultados al seguir correctamente el protocolo



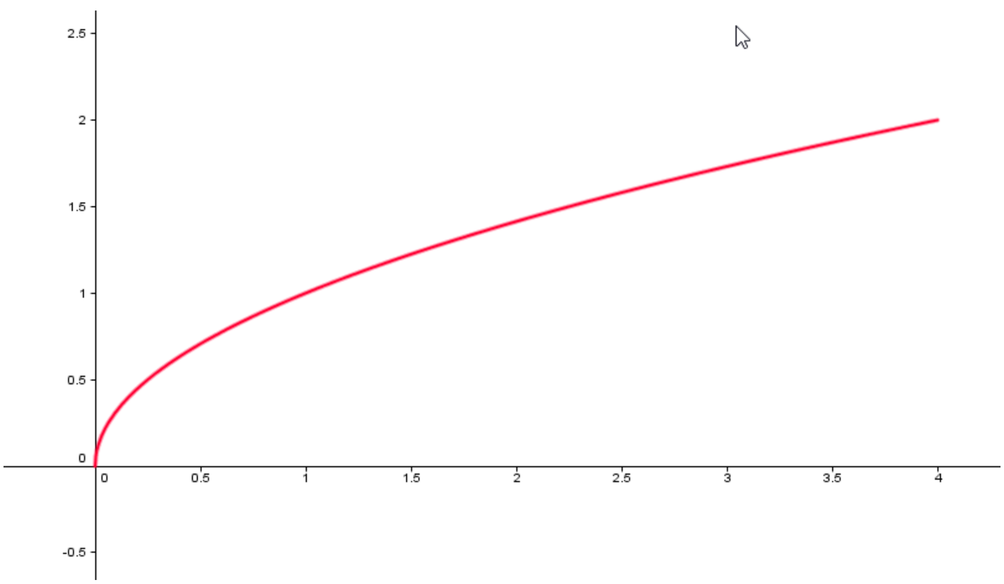
Taller de profundización

Tema: Limite de una función por aproximación métrica

Ejercicio N1

En la bandeja de entrada de comandos escribe la función

$f(x)=\sqrt{x}$ para $-0<=x<4$



Describe que grafica aparece en la vista gráfica.

1. Construye una tabla de valores para valores cercanos a x=1 y sus respectivas imágenes, para lo anterior utiliza un deslizador con incrementos de 0.1

X								1							
F(x)															

Utilizando todo lo que has aprendido, responde las siguientes preguntas

Si $x \to 1^{+}$ entonces $f(x) \to ¿ \quad ?$

Si $x \to 1^{-}$ entonces $f(x) \to ¿ \quad ?$

2. Construye una tabla de valores para la variable x y encuentra sus respectivas imágenes, para lo anterior utiliza un deslizador con incrementos de 0.01

Responde

Si $x \to 1^{+}$ entonces $f(x) \to ¿ \quad ?$

Si $x \to 1^{-}$ entonces $f(x) \to ¿ \quad ?$

En conclusión:

____

____

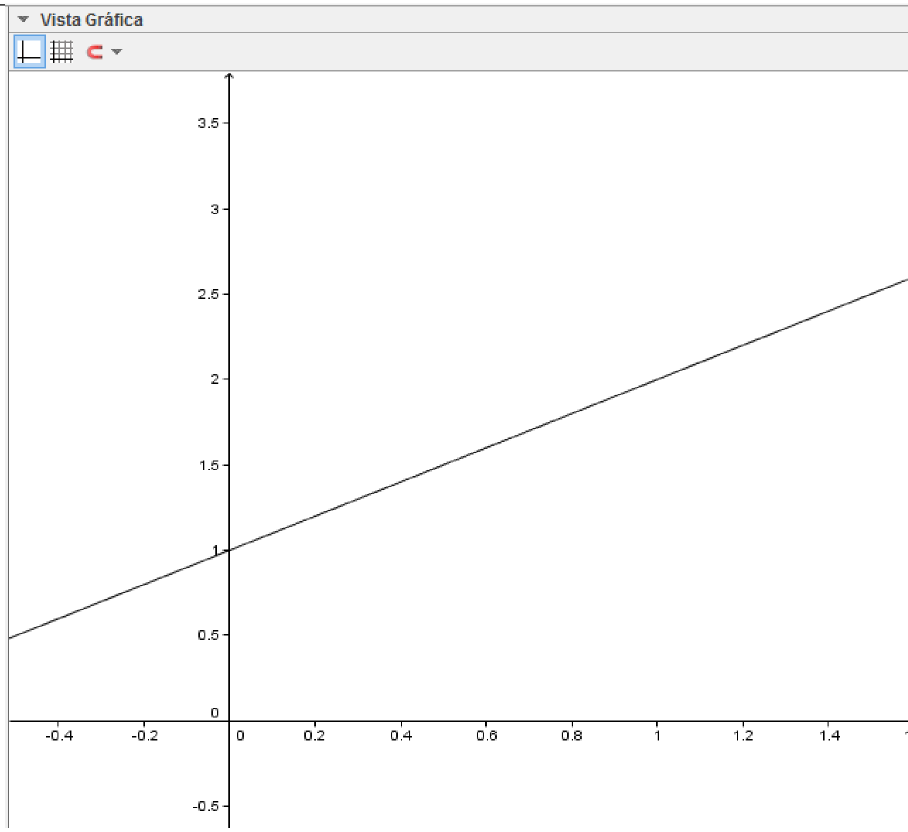
____

____

Ejercicio N°2

En la bandeja de entrada de comandos escribe la función

f(x)= (1 - x²) / (1 – x) para -0<=x<4



Describe que grafica aparece en la vista gráfica.

1. Construye una tabla de valores para valores cercanos a x=1 y sus respectivas imágenes, para lo anterior utiliza un deslizador con incrementos de 0.1

X															
F(x)															

Utilizando todo lo que has aprendido responde las siguientes preguntas

Si $x \to 1^{+}$ entonces $f(x) \to ¿ \quad ?$

Si $x \to 1^{-}$ entonces $f(x) \to ¿ \quad ?$

1. Construye una tabla de valores para la variable x y encuentra sus respectivas imágenes, para lo anterior utiliza un deslizador con incrementos de 0.01

Responde

Si $x \to 1^{+}$ entonces $f(x) \to ¿ \quad ?$

Si $x \to 1^{-}$ entonces $f(x) \to ¿ \quad ?$

En conclusión:

____

____

____

____

Propuesta de construcción

1. Utilizando el software GEOGEBRA y el concepto límites laterales encuentra el límite de las siguientes funciones

A. $\lim\limits_{x \to 2} 2x^2$

B. $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{1}{x^2}$

C. $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{x^2 - 4}{x - 2}$

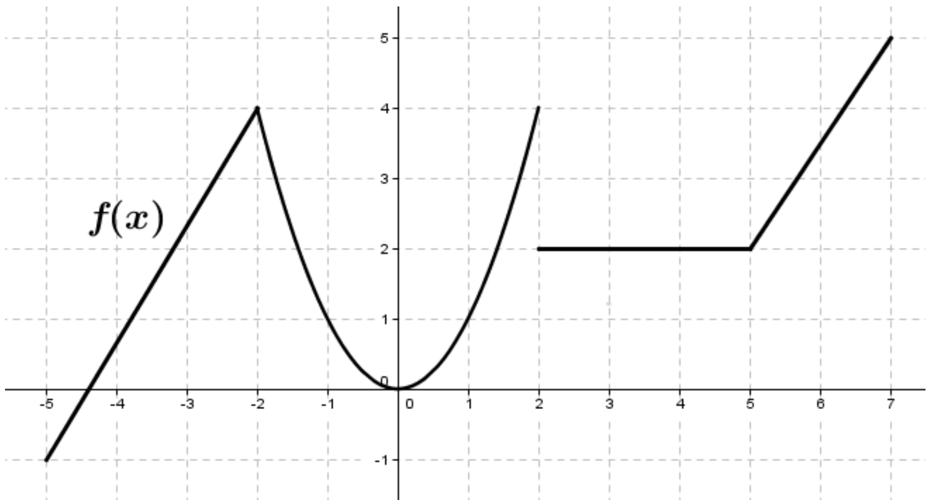
D. $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{x^2 - 1}{x - 1}$

2. Responde
   - ¿Qué significa para ti el concepto de límite de una función?

   - Como interpretas la siguiente afirmación

     El límite de una función ¡¡¡No existe!!

3. Dada la siguiente función f(x) y aplicando lo aprendido



Responde

A. $\lim_{x \to -2} f(x) =$

B. $\lim_{x \to 0} f(x) =$

C. $\lim_{x \to 2} f(x) =$

D. $\lim_{x \to 5} f(x) =$

Justifica dada respuesta

D. Anexo: Encuesta a los estudiantes

Señor estudiante para el profesor es importante conocer su opinión acerca de la propuesta en la que usted ha participado.

Nombre ____

Fecha. ___________ Grado: ____________

Pregunta	Excelente	Bueno	Regular	Mala
1. Para usted, la propuesta de enseñanza del tema Límite de funciones fue:				
2. La forma en que se utilizaron las Tecnologías de la Información y Comunicación TIC, en el aula de clase fue:				
3. La comunicación que tuvo con sus compañeros y con su profesor, en el trascurso de aplicación de la propuesta fue:				

Pregunta	Muy Poco	Poco	Suficiente	Bastante
4. ¿La implementación y utilización del Software GeoGebra ayudo a entender mejor el tema?				
5. ¡Hay diferencia notoria entre la forma tradicional de enseñar matemáticas y la propuesta en este trabajo?				
6. ¿El uso de la tecnología dentro del aula es un factor de motivación y expectativas para aprender?				
7. Está usted satisfecho por lo aprendido durante la propuesta?				

Muchas gracias!