

**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA- SEDE MEDELLÍN**  
**FACULTAD DE CIENCIAS AGROPECUARIAS**  
**DEPARTAMENTO DE INGENIERIA AGRÍCOLA Y ALIMENTOS**

**REOLOGÍA DE FLUIDOS Y SU APLICACIÓN EN EL**  
**AREA DE LOS ALIMENTOS**

**POR:**

**HÉCTOR JOSÉ CIRO VELÁSQUEZ**

Trabajo presentado a promoción como profesor asociado.

**MEDELLÍN**

**2006**



**UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA**  
**SEDE MEDELLÍN**  
**DEPTO. DE BIBLIOTECAS**  
**BIBLIOTECA "EFE" GOMEZ**

J. C. ...  
C47



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

BARRIO MEDILLÁN

## CONTENIDO

DEPTO. DE BIBLIOTECAS  
BIBLIOTECA "EFE" GOMEZ

|  | Pág. |
|--|------|
| 1. REOLOGÍA DEL ESTADO LÍQUIDO   | 3    |
| 1.1 CONCEPTOS BÁSICOS  | 3    |
| 1.1.1 Líquidos ideales   | 3    |
| 1.1.2 Alimentos líquidos no ideales o no Newtonianos   | 5    |
| 1.1.2.1 Comportamiento no ideal dependiente de la razón de deformación por cortante (caso estacionario en flujo no Newtoniano) | 5    |
| 1.1.2.2 Comportamiento no ideal dependiente del tiempo (caso transitorio en flujo no Newtoniano)                               | 7    |
| 2. MODELAMIENTO BÁSICO DE FLUIDOS NO NEWTONIANOS   | 11   |
| 2.1 MODELOS INDEPENDIENTES DEL TIEMPO O CASO ESTACIONARIO  | 11   |
| 2.2 MODELOS DEPENDIENTES DEL TIEMPO O CASO TRANSITORIO   | 13   |
| 2.3 EFECTO DE LA TEMPERATURA EN LA REOLOGÍA NO NEWTONIANA  | 15   |
| 3. MÉTODOS DE MEDICIÓN EN LA REOLOGÍA DE ALIMENTOS LÍQUIDOS O SEMILÍQUIDOS   | 18   |
| 3.1 MÉTODOS ROTACIONALES   | 18   |
| 3.1.1 Análisis de sistemas rotacionales  | 20   |
| 3.2 MÉTODOS DE FLUJO   | 24   |
| 3.2.1 Aplicación de la ecuación de Poiseuille en viscosimetría capilar de flujo forzado para fluidos Newtonianos               | 24   |
| 3.2.2 Viscosimetría tubular de flujo forzado para fluidos no Newtonianos   | 28   |
| 4. APLICACIONES  | 29   |
| 4.1 ANÁLISIS DE TRANSPORTE DE FLUIDOS NO NEWTONIANOS   | 29   |
| 4.1.1 Régimen laminar  | 30   |
| 4.1.2 Régimen turbulento   | 32   |
| 4.1.3 Caída de presión   | 33   |
| 4.1.4 Análisis de distribución de velocidades en fluidos no Newtonianos que cumplen con la ley de potencia en régimen laminar  | 33   |
| 4.1.5 Análisis de distribución de velocidades en fluidos no Newtonianos plásticos en régimen laminar                           | 36   |
| 4.1.6 Sistemas de bombeo en fluidos no Newtonianos   | 38   |
| 4.1.6.1 Viscosidad efectiva  | 42   |
| 4.1.6.2 Velocidad de rotación específica   | 43   |

|         |   |    |
|---------|---|----|
| 4.1.6.3 | Torque  | 43 |
| 4.1.6.4 | Presión disponible neta de succión (NIPA)                                       | 44 |
| 4.2     | ANÁLISIS DE TRANSFERENCIA DE CALOR  | 44 |
| 4.2.1   | Condición térmica de flujo de calor por<br>unidad de área superficial constante | 46 |
| 4.2.2   | Condición térmica de temperatura superficial constante                          | 48 |
| 4.2.3   | Coefficientes de convección forzada   | 49 |
| 5.      | PROBLEMAS RESUELTOS   | 53 |
|         | BIBLIOGRAFIA  | 80 |

## LISTA DE FIGURAS

|            |   | <b>Pág.</b> |
|------------|---|-------------|
| Figura 1.  | Comportamiento reológico en caso estacionario   | 7           |
| Figura 2.  | Comportamiento reológico de fluidos en caso transitorio   | 9           |
| Figura 3.  | Histéresis de fluidos no Newtonianos caso transitorio   | 10          |
| Figura 4.  | Viscosímetro rotacional   | 19          |
| Figura 5.  | Reómetro  | 19          |
| Figura 6.  | Dispositivos de eje rotacional " <i>spindles</i> "  | 20          |
| Figura 7.  | Viscosímetro rotacional concéntrico   | 21          |
| Figura 8.  | Flujo a través de una tubería circular  | 25          |
| Figura 9.  | Viscosímetro Ostwald  | 26          |
| Figura 10. | Análisis de fuerzas en una tubería  | 34          |
| Figura 11. | Distribución de velocidades en fluidos plásticos  | 38          |
| Figura 12. | Sistema típico de bombeo  | 39          |
| Figura 13. | Ducto en convección forzada a $q''$ constante   | 47          |
| Figura 14. | Ajuste tipo potencial para definir las características reológicas de un fluido potencial del problema 1 | 54          |
| Figura 15. | Ajuste lineal asumiendo comportamiento fluido Bingham para el problema 1.                               | 54          |
| Figura 16. | Ajuste lineal para determinar el esfuerzo de cedencia según el modelo de Casson                         | 56          |
| Figura 17. | Comportamiento Herschel Bulkley   | 56          |
| Figura 18. | Ajuste potencial de la viscosidad aparente y la tasa de cizalladura para el problema 2.                 | 59          |
| Figura 19. | Regresión lineal para el problema 3   | 60          |
| Figura 20. | Determinación gráfica del factor de corrección en los métodos de flujo                                  | 62          |
| Figura 21. | Ajuste potencial en el problema 4   | 63          |
| Figura 22. | Comportamiento reológico para un jugo de tomate concentrado   | 65          |
| Figura 23. | Forma de determinar el valor del esfuerzo de cedencia en el problema 6                                  | 66          |
| Figura 24. | Regresión lineal para hallar el índice de flujo para el problema 6                                      | 67          |
| Figura 25. | Sistema de bombeo para el problema 9  | 71          |
| Figura 26. | Análisis de succión bomba   | 75          |
| Figura 27. | Flujo de puré sometido a temperatura constante  | 77          |



## LISTA DE TABLAS

|  | Pág. |
|--|------|
| Tabla 1. Coeficientes de pérdida local en accesorios $k_j$   | 42   |
| Tabla 2. Datos experimentales del esfuerzo y tasa de cizalladura para una solución de carragenina a 25°C y 0,1% de concentración     | 53   |
| Tabla 3. Características reológicas según el modelo matemático seleccionado para el problema 1                                       | 57   |
| Tabla 4. Viscosidad aparente para la solución de carragenina a 25°C y 0,1% de concentración  | 58   |
| Tabla 5. Velocidad de rotación y viscosidad aparente   | 59   |
| Tabla 6. Datos experimentales correspondientes al flujo volumétrico y caída de presión para el problema 4                            | 61   |
| Tabla 7. Resultados para el problema 4   | 62   |
| Tabla 8. Datos experimentales de torque y velocidad angular para un viscosímetro concéntrico evaluando un jugo de tomate concentrado | 63   |
| Tabla 9. Resultados del esfuerzo y tasa de cizalladura calculados a partir de datos experimentales para el problema 5                | 64   |
| Tabla 10. Datos experimentales obtenidos para un puré de papa usando un viscosímetro rotacional                                      | 65   |
| Tabla 11. Cálculo de valor del índice de consistencia para el problema 6   | 67   |



## INTRODUCCIÓN

Reología es la ciencia que estudia la deformación y flujo de los materiales, y en el campo de los alimentos tiene diversas y amplias aplicaciones en la aceptabilidad, procesamiento, manejo y transformación de los alimentos. Sin embargo, los materiales de naturaleza biológica tales como son los productos alimenticios, son estructuralmente y reologicamente complejos, que consisten de mezclas de sólidos y líquidos. Por lo tanto, fundamentalmente los estudios reológicos se concentran en el estudio de la deformación y flujo de las sustancias y en forma particular al área de transición sólido-fluido, intentando definir la relación entre el esfuerzo que actúa sobre la sustancia y la deformación o flujo resultante que toma lugar. Muchas pruebas reológicas involucran la aplicación de una fuerza a un material midiendo su flujo o cambio de forma. Muchas de las propiedades texturales que el hombre comienza a percibir cuando consume los alimentos son fundamentalmente reológicas. Por ejemplo: la cremosidad, jugosidad, suavidad, fragilidad, dureza, esponjosidad, etc. En algunos casos la estabilidad y apariencia de los alimentos dependen frecuentemente de las características reológicas de sus componentes, como son emulsiones y pastas. Igualmente, el flujo de alimentos a través de tuberías o la facilidad por el cual ellos pueden ser empacados es altamente afectado por su reología.

Las propiedades de flujo de los alimentos son fundamentales para un gran número de propósitos tales como control de calidad, análisis estructural, aplicaciones de ingeniería de procesos y evaluación sensorial. Por lo tanto, el conocimiento de las propiedades reológicas de los alimentos bajo estas condiciones es esencial en el diseño y operación de unidades de transformación, así como también en el entendimiento de los procesos de transporte en la industria de los alimentos, incluyendo extrusión.

En cuanto a composición y estructura, los alimentos son sistemas ininteligibles que pueden exhibir un intervalo amplio de diferentes comportamientos reológicos,

los cuales pueden ser desde fluidos de baja viscosidad (leche y jugos) hasta sólidos (frutas, carnes etc). Uno de los principales objetivos de los reólogos de alimentos es desarrollar instrumentación y conceptos que puedan ser usados para medir y describir estos diferentes tipos de comportamientos. A pesar de la diversidad y complejidad de los sistemas alimenticios, es posible caracterizar sistemáticamente muchas de sus propiedades reológicas en términos de unos pocos modelos simples: el sólido ideal, el líquido ideal y el plástico ideal. Sistemas complejos pueden ser entonces descritos como una combinación de dos o más modelos simples.

La obvia importancia de la reología de los alimentos significa que es esencial tener técnicas analíticas y experimentales para medir estas propiedades. La técnica instrumental es necesaria para el análisis rutinario de calidad y para estudios fundamentales en investigación y desarrollo. En alimentos, estos estudios reológicos ayudan a entender mejor las relaciones complejas entre las propiedades reológicas, la clase y concentración de los ingredientes que ellos contienen. Este tipo de información permite optimizar los ingredientes y condiciones de procesamiento requerido para la producción de productos de alta calidad y rentables.

# 1. REOLOGÍA DEL ESTADO LÍQUIDO

## 1.1 CONCEPTOS BÁSICOS

De acuerdo con la teoría básica de mecánica de los fluidos, los fluidos son deformados por esfuerzos cortantes originados por los gradientes de velocidad o tasa de cizalladura (Munson *et al.*, 2001). Los alimentos líquidos también pueden exhibir un amplio comportamiento de diferentes propiedades reológicas. Algunos tienen bajas viscosidades y fluyen fácilmente como el agua, leche y jugos no concentrados, mientras otros son muy viscosos como algunas mieles y purés; sin embargo, para esta clase de alimentos, es posible caracterizar su comportamiento reológico usando unos pocos conceptos simples.

Existe una amplia gama de investigaciones que se han realizado hasta el momento, en la determinación del comportamiento reológico de los alimentos líquidos. Balmaceda *et al.*, (1973) y Collins y Dincer (1973), estudiaron el comportamiento reológico de los sistemas alimenticios similares a hidrocoloides; Bolin (1981) estudió el comportamiento de la cereza en jugo; Tanglerpaibul y Rao (1987) analizaron el comportamiento reológico de concentrados de tomate; Barbosa *et al.*, (1996) en emulsiones tales como (helado, margarinas, mantecas y emulsiones cárnicas); Pelegrine (2002) estudió reológicamente el comportamiento de pulpas de mango y piña; en mieles de abejas por Mossel *et al.*, (2000) Lazaridou *et al.*, (2004) y Yoo (2004).

**1.1.1 Líquidos ideales.** Un líquido ideal es frecuentemente referido como un líquido Newtoniano, es decir: es incompresible (su volumen no cambia con la fuerza aplicada), isotrópico (propiedades iguales en todas las direcciones), estructuralmente es homogéneo y su viscosidad puede variar en función de la temperatura, pero no varía según la tasa de cizalladura y el tiempo. Para esta clase de fluidos, la relación entre el esfuerzo cortante y la tasa de cizalladura está

dada por:

$$\tau = \mu \frac{d\gamma}{dt} = \mu \dot{\gamma} \quad [1.1]$$

Donde:

$\tau$  = Esfuerzo cortante (Pa).

$\frac{d\gamma}{dt} = \dot{\gamma}$  = Tasa de cizalladura (1/s).

$\mu$  = Viscosidad dinámica (Pa s)

La constante de proporcionalidad  $\mu$ , es llamada la viscosidad Newtoniana, viscosidad absoluta o viscosidad dinámica. Esta propiedad físicamente proviene de la fricción entre las capas líquidas cuando cada una se desliza sobre la otra. Entre más baja sea la viscosidad de un líquido, menor es la resistencia entre las capas líquidas y por lo consiguiente menor fuerza es requerida para causar un movimiento relativo entre placas.

Otra unidad comúnmente utilizada para describir la viscosidad de un fluido en régimen Newtoniano es la viscosidad cinemática  $\nu$ , la cual se relaciona con la viscosidad dinámica con la siguiente expresión:

$$\nu = \frac{\mu}{\rho} \quad [1.2]$$

Donde:

$\nu$  = Viscosidad cinemática (m<sup>2</sup>/s).

$\rho$  = Densidad del fluido (kg/m<sup>3</sup>).

Algunos alimentos bajo ciertas condiciones exhiben comportamiento ideal. Por ejemplo: agua, té, café, aceites, jugos no concentrados, algunas mieles y leche; sin embargo, hay otros que no tienen un comportamiento ideal y cuyas propiedades no pueden ser descritas adecuadamente por la expresión [1.1].

**1.1.2 Alimentos líquidos no ideales o no Newtonianos.** La llamada no idealidad puede manifestarse en un número de diferentes formas, por ejemplo: la viscosidad de un alimento líquido puede depender de la tasa de cizalladura, del tiempo de duración del esfuerzo o el fluido puede experimentar una combinación de comportamiento visco-elástico. Muchos jugos y purés de frutas y vegetales son no Newtonianos como un resultado de la presencia de partículas suspendidas y disueltas en cadenas moleculares largas (Matz, 1990).

**1.1.2.1 Comportamiento no ideal dependiente de la tasa de cizalladura (caso estacionario en flujo no Newtoniano).** En un líquido ideal o Newtoniano, la viscosidad puede variar en función de la temperatura, pero es independiente de la tasa de cizalladura y del tiempo de duración de la carga. En muchos alimentos líquidos sin embargo, la viscosidad puede variar según la tasa de cizalladura y temperatura, pero es independiente de la duración del esfuerzo (tiempo). Por ejemplo, la viscosidad puede crecer o decrecer a medida que la tasa de cizalladura aumenta más que permanecer constante como lo hace un fluido Newtoniano. En estos alimentos, la viscosidad es referida como viscosidad aparente porque no es constante.

La dependencia de la viscosidad aparente con la tasa de cizalladura, significa que esta variable es fundamental para obtener la medida y la correlación del experimento a nivel práctico. La selección de la tasa de cizalladura, cuando se mide la viscosidad aparente de un líquido no Newtoniano, es una importante consideración para llevar a cabo medidas reológicas en laboratorios que pretendan simular algunos procesos comúnmente efectuados en la práctica: flujo en tuberías y simulación del proceso de masticado. En las pruebas simuladas en los laboratorios deben ser usadas una tasa de cizalladura tan cercana como sea posible, a la que el alimento experimentaría en la práctica o en condiciones reales.

De acuerdo a Rao y Rizvi (1995), cuando los alimentos líquidos, no se comportan como fluidos ideales, su comportamiento reológico en caso estacionario (la viscosidad no varía con respecto al tiempo) puede ser definido como:

- **Fluidos pseudoplásticos.** Es el comportamiento más común exhibido por los alimentos líquidos. Este se manifiesta como un decrecimiento en la viscosidad aparente a medida que la tasa de cizalladura es aumentada y comúnmente es referido como "*shear thinning*". Este comportamiento de flujo puede ocurrir por diferentes razones, por ejemplo, polímeros pueden alinearse con el campo de flujo, los enlaces de las moléculas de los solventes pueden ser removidos o las partículas agregadas pueden romperse.

- **Fluidos dilatantes.** Es un tipo de comportamiento menos común que el pseudoplástico. Este se manifiesta por un incremento en la viscosidad aparente a medida que la tasa de cizalladura por cortante es aumentada y por lo consiguiente algunas veces es referido como "*shear thickening*".

En la Figura 1, se muestra el comportamiento reológico de fluidos no Newtonianos, según su dependencia con la tasa de cizalladura para una temperatura constante.

- **Fluidos plásticos.** Exhiben un valor conocido como valor de cedencia, el cual es referido como el valor del esfuerzo cortante que debe ser aplicado antes de que el fluido fluya o presente un movimiento. Por ejemplo: cremas de dientes, salsas y pastas de tomate y cremas de manos.

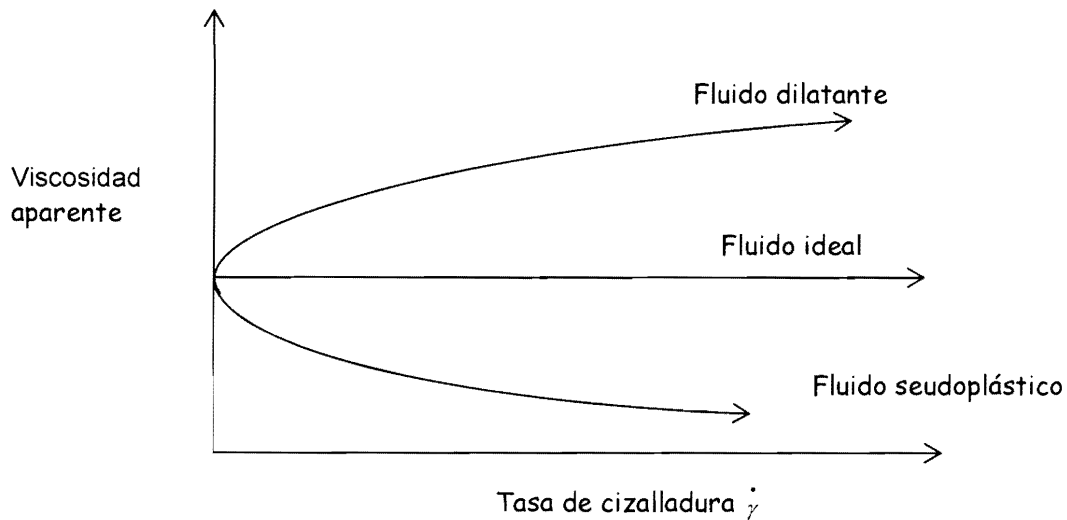


Figura 1. Comportamiento reológico en caso estacionario (viscosidad no varía en el tiempo).

**1.1.2.2 Comportamiento no ideal dependiente del tiempo (caso transitorio en flujo no Newtoniano).** La viscosidad aparente de los fluidos descritos en la sección previa, depende de la tasa de cizalladura, pero no de la duración en la que el esfuerzo cortante es aplicado, aunque dicha propiedad puede variar según la temperatura. Hay muchos alimentos cuyas propiedades reológicas dependen de la duración del esfuerzo cortante aplicado, por ejemplo: en sistemas de bombeo, extrusión y procesos de masticación, entre otros. En algunos casos, estos cambios son reversibles y el fluido puede volver a recuperar su viscosidad aparente si le es permitido permanecer en reposo durante suficiente tiempo (*tixotropía o reopexia propia*). En otros casos, el proceso es completamente irreversible (*tixotropía o reopexia impropia*). Una apreciación de la dependencia del tiempo de las propiedades de flujo de los alimentos es de gran importancia práctica para la industria agroalimentaria. Por ejemplo, la duración de bombeo o procesos de transformación, son algunas de las operaciones que deben ser cuidadosamente controladas para asegurar que el alimento en consideración tenga la apropiada viscosidad. El comportamiento no Newtoniano dependiente del tiempo puede ser clasificado así:



- **Fluidos tixotrópicos.** Es un fluido en el cual la viscosidad aparente decrece con el tiempo cuando es sujeto a una tasa de cizalladura constante (*respuesta tixotrópica*). Fluidos de esta clase son considerados como pequeñas partículas agregadas y unidas por fuerzas débiles. Cuando el fluido es sometido a un esfuerzo cortante ocasiona que las partículas de agregados sean distorsionadas, ofreciendo así menos resistencia al flujo por lo que la viscosidad decrece con el tiempo hasta que un valor constante se alcanza. Este valor constante puede corresponder al punto donde la razón de la distorsión estructural del fluido es igual a la razón de reformación estructural, o a la condición en la cual no hay más estructura para ser fracturada. Una vez la fuerza por cortante es removida, los agregados pueden reestructurarse con el tiempo, a medida que las partículas colisionan unas con otras debido al movimiento Browniano. Un ejemplo típico de este comportamiento es el yogurt.

- **Fluidos reopécticos.** En algunos alimentos la viscosidad aparente del fluido puede incrementar con el tiempo cuando es sujeto a una tasa de cizalladura constante (*respuesta reopéctica*). Hay muchas razones diferentes para este tipo de comportamiento. Una de las más importantes es que el incremento del esfuerzo cortante incrementa las frecuencias de colisiones entre partículas, que pueden llevar a aumentar los agregados y, consecuentemente, un incremento de la viscosidad aparente.

En algunos fluidos, la dependencia transitoria de las propiedades reológicas son irreversibles; una vez que el esfuerzo por cortante es removido, el sistema no vuelve a sus propiedades reológicas iniciales. Fluidos que experimentan un cambio permanente son llamados reodestructivos. Este tipo de comportamiento, puede ocurrir cuando los agregados de partículas son permanentemente distorsionadas y no se reforman con el tiempo. Los fluidos tixotrópicos son muy comunes en la industria química y de alimentos; sin embargo, los fluidos

reopéticos son muy escasos. En la Figura 2, se muestra el comportamiento reológico típico de estos tipos de fluidos.

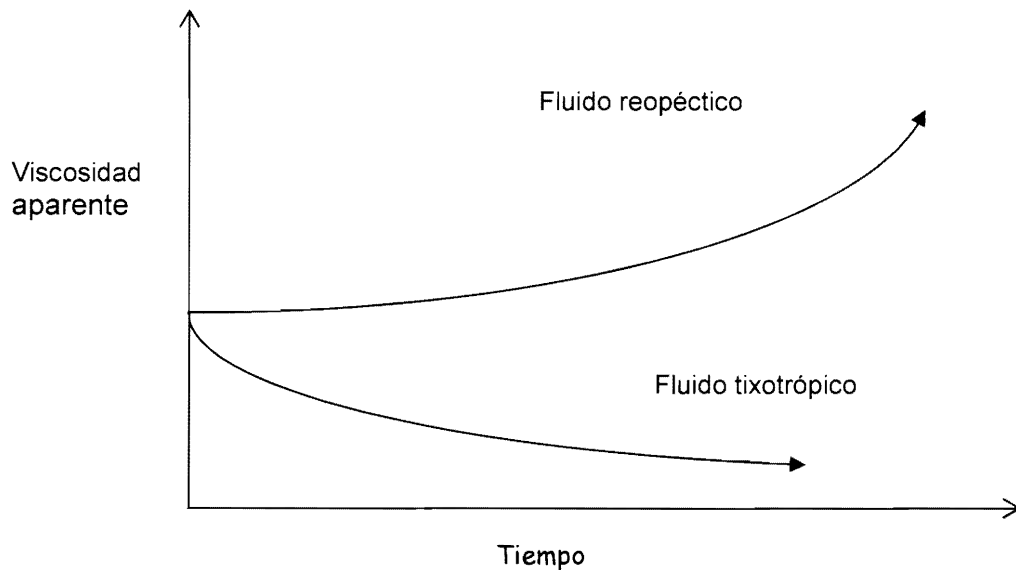


Figura 2. Comportamiento reológico de fluidos en caso transitorio (viscosidad varía en el tiempo)

La tixotropía en fluidos es relacionada con el colapso estructural "*Estructural breakdown*", que sufre el fluido bajo deformación el gradiente de velocidad, lo cual presupone algunos procesos microscópicos o moleculares que cambian la consistencia del fluido. Cuando un fluido es sometido a una tasa de cizalladura, las fuerzas hidrodinámicas pueden ser suficientemente grandes para romper los enlaces entre partículas, lo que conlleva a una reducción del tamaño de las unidades estructurales asociadas, traduciéndose en menos resistencia contra el flujo y la pérdida de la viscosidad con el tiempo.

Una forma de estimar el colapso estructural de fluidos tixotrópicos y reopéticos, es la medida de la histéresis del fluido, la cual puede ser hallada de la curva esfuerzo cortante ( $\tau$ ) versus la tasa de cizalladura ( $\dot{\gamma}$ ). Este comportamiento es

construido sometiendo el fluido a un incremento de la tasa de cizalladura y luego, en forma gradual, disminuyéndola. El área encerrada por las dos curvas "loop" define el grado de colapso estructural del fluido (Figura 3). Si la curva ascendente y descendente coinciden, entonces el área encerrada entre las curvas es cero, lo que implica que se trata de fluidos no dependientes del tiempo.

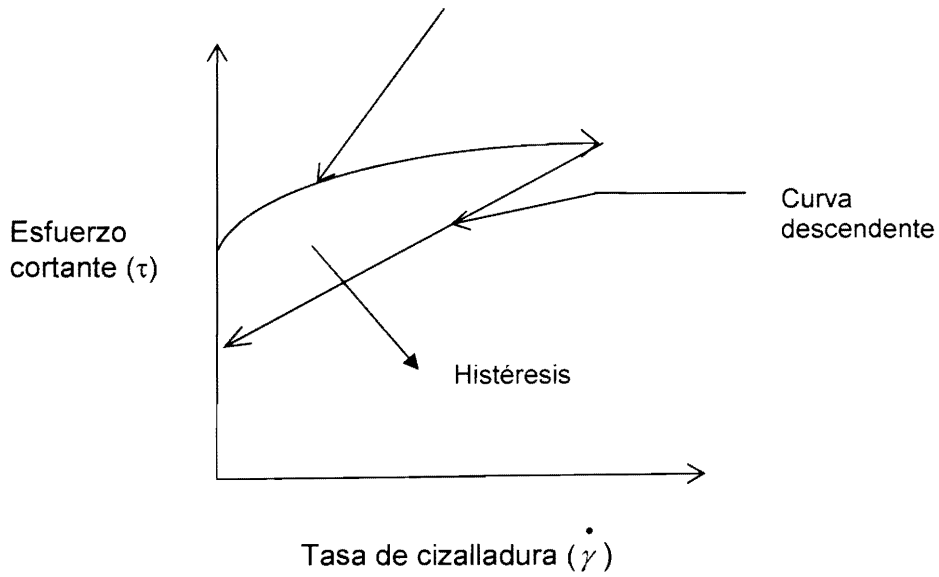


Figura 3. Histéresis de fluidos no Newtonianos caso transitorio.

## 2. MODELAMIENTO BÁSICO DE FLUIDOS NO NEWTONIANO

### 2.1 MODELOS INDEPENDIENTES DEL TIEMPO O CASO ESTACIONARIO.

En forma generalizada, exceptuando el comportamiento transitorio, el comportamiento reológico de los fluidos puede ser definido a través del modelo generalizado de Herschel-Bulkley:

$$\tau - \tau_o = K (\dot{\gamma})^n \quad [2.1]$$

En la cual:

$\tau$  = Esfuerzo cortante (Pa).

$\tau_o$  = Esfuerzo de cedencia (Pa).

$K$  = Índice de consistencia del fluido (Pa s<sup>n</sup>).

$n$  = Índice de potencia del fluido, adimensional.

$\dot{\gamma}$  = Tasa de cizalladura (1/s).

El valor de  $\tau_o$ , físicamente representa el valor del esfuerzo cortante inicial, al cual debe ser sometido el fluido para que presente fluidez o un movimiento inicial y es llamado esfuerzo cortante de cedencia. De acuerdo a Tabilo y Barbosa (2005), este parámetro reológico es importante para predecir el procesamiento del alimento y las características funcionales de uso del producto, a su vez que esta relacionado con el nivel de estructura interna que posee el material y que debe ser destruida para que el flujo pueda ocurrir. Una vez que el esfuerzo de cedencia o umbral de fluencia es superado, se produce un flujo plástico con una creciente modificación de la estructura o destrucción de la misma. Se presenta generalmente en varias clases de salsas de tomate, mayonesas, compotas, cremas de chocolate, yogurt, jugos concentrados, pastas cárnicas. Una amplia discusión del esfuerzo de cedencia o fluencia en sus diversas aplicaciones es citada por Barnes (1999).

La expresión [2.1] puede ser modificada dependiendo del tipo de comportamiento reológico:

- Para fluidos Newtonianos ( $n = 1$  y  $\tau_0 = 0$ ):

$$\tau = K \dot{\gamma} = \mu \dot{\gamma} \quad [2.2]$$

- Para fluidos pseudo plásticos ( $n \neq 0$  y  $\tau_0 = 0$ ):

$$\tau = K (\dot{\gamma})^n ; n < 1 \quad [2.3]$$

- Para fluidos dilatantes ( $n \neq 0$  y  $\tau_0 = 0$ ):

$$\tau = K (\dot{\gamma})^n ; n > 1 \quad [2.4]$$

Estas expresiones son comúnmente denominadas las leyes de potencia para fluidos. Para fluidos Newtonianos ( $n = 1$ ) y el índice de consistencia ( $K$ ) es igual a la viscosidad dinámica ( $\mu$ ).

Como ya se mencionó para fluidos no Newtonianos la viscosidad no es constante, y por lo tanto se define una viscosidad aparente ( $\mu_p$ ), dada por:

$$\mu_p = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} \quad [2.5]$$

Reemplazando la expresión [2.3] ó [2.4] en [2.5], se tiene:

$$\mu_p = K (\dot{\gamma})^{n-1} \quad [2.6]$$

Para fluidos Newtonianos donde  $n = 1$ , la siguiente igualdad aplica:  $\mu_p = \mu = K$

Reemplazando la expresión [2.5] en [2.1], se llega a un modelo alterno de la viscosidad aparente en fluidos Herschel-Bulkley :

$$\mu_p = \frac{\tau}{\dot{\gamma}} + K \dot{\gamma}^{n-1} \quad [2.7]$$

Un modelo ampliamente conocido en fluidos plásticos y aplicado en la industria de los chocolates es el modelo de Bingham, el cual es deducido de la expresión [2.1], haciendo  $K = \mu_{pl}$  y  $n = 1$ :

$$\tau - \tau_0 = \mu_{pl} \dot{\gamma} \quad [2.8]$$

Donde  $\mu_{pl}$  es conocida como la viscosidad plástica de Bingham.

Alimentos con altos contenidos de grasa tales como: mantequilla, margarinas, aceites sólidos (mantecas) y batidos de huevos, pueden mostrar comportamiento Bingham sobre un moderado intervalo de tasas de cizalladura.

## 2.2 MODELOS DEPENDIENTES DEL TIEMPO O CASO TRANSITORIO.

El conocimiento de las propiedades reológicas de los alimentos es importante para el diseño, control y evaluación de proceso, así mismo para los procesos de manufactura y aceptabilidad del producto por parte del consumidor. En adición a esto, la caracterización de las propiedades reológicas dependientes del tiempo es importante porque no solo permiten establecer relaciones entre la estructura y flujo sino también correlacionar parámetros físicos con las técnicas de evaluación sensorial y algunos casos con estudios de vida útil del alimento.

Los fluidos dependientes del tiempo se caracterizan porque la destrucción de su estructura o la constitución de esta, no alcanza instantáneamente un cierto valor correspondiente al estado de equilibrio de la tasa de cizalladura impuesta sino tras un determinado intervalo de tiempo. Los fluidos bajo respuestas tixotrópicas o reopécticas pueden ser caracterizados o definidos con o sin esfuerzos de cedencia (con o sin umbrales de cedencia o fluencia).

El comportamiento dependiente del tiempo puede ser causado por cambios

estructurales ocurriendo continuamente debido a la fuerza aplicada. Un estudio básico de la dependencia reológica del fluido con el tiempo fue realizado por Shoemaker y Figoni (1984). Una aproximación cinética para caracterizar las propiedades de flujo dependientes del tiempo, se genera al utilizar un modelo de Herschel-Bulkley modificado, el cual tiene en consideración un parámetro que relaciona el colapso estructural del fluido. El modelo es:

$$\tau = \lambda \left[ \tau_o + K (\dot{\gamma})^n \right] \quad [2.9]$$

Donde  $\lambda$ , es un parámetro estructural dependiente del tiempo. Este parámetro se ha asumido que decrece con el tiempo, obedeciendo una razón de decrecimiento de segundo orden de la forma:

$$\frac{d\lambda}{dt} = -\beta (\lambda - \lambda_e)^2 ; \lambda > \lambda_e \quad [2.10]$$

En esta expresión  $\beta$  es una constante (que es función de la tasa de cizalladura) y  $\lambda_e$  es el valor del colapso estructural de equilibrio. Ambos,  $\lambda$  y  $\lambda_e$  son expresados en función de la viscosidad aparente del fluido. Reemplazando [2.5] en [2.9] despejando para  $\lambda$ , diferenciando en [2.10] y haciendo las simplificaciones necesarias se consigue:

$$\frac{d\mu_p}{dt} = -\beta (\mu_p - \mu_{p,e})^2 \left( \frac{\dot{\gamma}}{\tau_o + K (\dot{\gamma})^n} \right) \quad [2.11]$$

Integrando esta expresión con respecto al tiempo se llega:

$$\frac{1}{\mu_p - \mu_{p,e}} = \frac{1}{\mu_{p,o} - \mu_{p,e}} + b_1 t \quad [2.12]$$

Donde:

$$b_1 = \frac{\beta \dot{\gamma}}{\tau_o + K (\dot{\gamma})^n} \quad [2.13]$$

En esta expresiones,  $\mu_{p,e}$  es la viscosidad aparente de equilibrio obtenida para  $\lambda_e$  y

$\mu_{p,0}$  es la viscosidad aparente inicial obtenida para  $t = 0$  y  $\lambda = 1$ ; es decir para el esfuerzo y la tasa de deformación inicial.

El procedimiento para encontrar la variable  $\beta$ , es como sigue: de los datos de viscosidad aparente versus tiempo obtenidos para cada tasa de cizalladura, se hace una regresión lineal entre  $\frac{1}{\mu_p - \mu_{p,e}}$  contra tiempo, y de aquí obtener  $b_1$ . Ya que para cada valor de tasa de cizalladura será obtenido un valor de  $b_1$ , nuevamente se realiza una regresión lineal entre estos valores según expresión [2.13], obteniéndose así el valor  $\beta$ .

### 2.3 EFECTO DE LA TEMPERATURA EN LA REOLOGÍA NO NEWTONIANA.

Los alimentos líquidos están sujetos a variaciones de temperaturas durante su procesamiento, almacenamiento, transporte, mercado, consumo y aplicaciones sensoriales. Por esta razón, las propiedades reológicas tales como la viscosidad, índice de consistencia, índice de potencia del fluido y esfuerzo de cedencia, deben ser estudiadas como una función de la temperatura (Vitali y Rao, 1984; Rao *et al.*, 1986 y Ibarz y Barbosa, 2003).

Para fluidos Newtonianos, donde la viscosidad es independiente de la tasa de cizalladura, la influencia de la temperatura en la viscosidad dinámica puede ser expresada en términos de una expresión tipo Arrhenius

$$\mu = A e^{\left[ \frac{E_a}{R_u T} \right]} \quad [2.14]$$

Donde  $A$  y  $E_a$  son constantes determinadas de datos experimentales. La constante  $E_a$  es llamada la energía de activación y físicamente indica que tan rápido cambia la viscosidad con la temperatura,  $R_u$  es la constante universal de los gases (8,314 kPa m<sup>3</sup>/kmol K) y  $T$  es la temperatura en grados absolutos. La



expresión [2.14], también es válida para fluidos no Newtonianos en estado estacionario que cumplen con la ley de potencia tanto para la viscosidad aparente ( $\mu_p$ ) e índice de consistencia ( $K$ ) (Vitali y Rao, 1984). Saravacos y Maroulis (2001), consideran que para alimentos líquidos no newtonianos, la temperatura tiene su principal efecto en la viscosidad aparente y en el índice de consistencia, y su incidencia es leve en el índice de potencia del fluido.

Si se desea calcular  $\mu$  a una temperatura  $T$ , teniendo en consideración una viscosidad de referencia  $\mu_r$  a una temperatura  $T_r$ , la expresión [2.14] puede ser escrita como:

$$\frac{\mu}{\mu_r} = e^{\left( \frac{E_a}{R_u} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_r} \right) \right)} \quad [2.15]$$

Considerando una tasa de cizalladura constante y con la suposición de que la temperatura tiene una influencia despreciable en el índice de comportamiento del flujo, la expresión [2.15] puede usarse para determinar el efecto de la temperatura en la viscosidad aparente en fluidos que obedecen la ley de potencia. En este caso:

$$\frac{\mu_p}{\mu_{pr}} = e^{\left( \frac{E_a}{R_u} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_r} \right) \right)} \quad [2.16]$$

En la cual  $\mu_{pr}$  es la viscosidad aparente del fluido evaluada a la temperatura de referencia  $T_r$  y  $\mu_p$ , es la viscosidad aparente evaluada a la temperatura considerada  $T$ .

Las expresiones anteriores son válidas si se tiene en consideración únicamente el efecto de la temperatura. Si se desea tener el efecto combinado de la temperatura y la tasa de cizalladura, entonces, reemplazando la expresión [2.14] evaluada para el índice de consistencia en la expresión [2.6], se llega a:

$$\mu_p = f\left(T, \dot{\gamma}\right) = K_T e^{\left(\frac{E_a}{R_u T}\right)} (\dot{\gamma})^{\bar{n}-1} \quad [2.17]$$

La expresión anterior puede escribirse de la siguiente forma, teniendo en cuenta la relación de la ley de potencia para fluidos:

$$\tau = f\left(T, \dot{\gamma}\right) = K_T e^{\left(\frac{E_a}{R_u T}\right)} (\dot{\gamma})^{\bar{n}} \quad [2.18]$$

En las expresiones [2.17] y [2.18] el valor de  $\bar{n}$  es el índice de flujo promedio basado en todo el intervalo de temperatura considerado.

### 3. MÉTODOS DE MEDICIÓN EN LA REOLOGÍA DE ALIMENTOS LÍQUIDOS O SEMILÍQUIDOS.

El comportamiento reológico de un alimento puede ser determinado y definido, cuantificando y relacionando variables tales como: viscosidad, esfuerzo cortante, tasa de cizalladura, temperatura, tiempo y en algunos casos, concentración. A nivel experimental los métodos más comunes y utilizados en la industria agroalimentaria son los métodos rotacionales (técnica por reometría) y los métodos de flujo. De acuerdo a Larson (1999) aunque las medidas reológicas son extremadamente importantes, son usualmente deficientes para estimar la estructura de un fluido, por lo tanto en el uso de la reometría es frecuente complementarla con otras técnicas tales como microscopía, rayos x, técnicas fotónicas, polarimetría y dispersión por neutrones cuando es indispensable caracterizar la estructura del fluido y los cambios estructurales inducidos por el movimiento del fluido (flujo).

#### 3.1 MÉTODOS ROTACIONALES

Aquí se emplea el efecto rotativo de un dispositivo específico inmerso en el fluido, en el cual el torque requerido para producir el efecto rotacional, es relacionado con el esfuerzo cortante, y la velocidad de rotación es relacionada con la tasa de cizalladura. Si se desea determinar el esfuerzo cortante y la tasa de cizalladura por aplicado por el dispositivo inmerso en el fluido (spindle), ambos el torque y la tasa de cizalladura debe ser relacionadas con la geometría del dispositivo, es decir:

- *Esfuerzo cortante: Función (Torque y geometría del spindle)*
- *Tasa de cizalladura: Función (Velocidad de rotación y geometría del spindle).*

Los dispositivos más empleados para producir efectos rotacionales son los

viscosímetros rotacionales (Figura 4) y los reómetros (Figura 5)



Figura 4. Viscosímetro rotacional.



Figura 5. Reómetro

En los equipos rotacionales previamente mencionados, los dispositivos que son inmersos dentro del fluido y que son los que someten al fluido a una tasa de cizalladura dada y esfuerzo cortante son llamados "spindles". Estos dispositivos son ejes rotacionales que giran dentro del fluido y están caracterizados por su geometría. Por lo tanto, para una misma revolución específica rotacional y para diferentes geometrías, se obtienen diferentes valores de esfuerzos cortantes y tasas de cizalladura. En la Figura 6, se muestran algunos de estos dispositivos más utilizados con los reómetros y viscosímetros Brookfield®.



Figura 6. Dispositivos de eje rotacional "spindles".

### 3.1.1 Análisis de sistemas rotacionales.

El viscosímetro rotacional más ampliamente usado en la industria de alimentos consiste en un arreglo geométrico de dos cilindros concéntricos, en el cual el cilindro externo se encuentra en movimiento mientras que el interno es estacionario (Charm, 1971; Fryer *et al.*, 1996, y Mohsenin, 1986). Sin embargo,

otro tipo de viscosímetros tales como cónicos y de placas paralelas son también usados en la caracterización reológica de fluidos (Shoemaker *et al.*, 1987; Rao y Rizvi ,1995 y McKenna y Lyng, 2003).

En la Figura 7 se presenta un esquema general de un viscosímetro cilíndrico concéntrico de radio interno  $R_1$ , radio externo  $R_2$  y longitud  $L$  en el cual el cilindro interno se encuentra rotando a una velocidad de rotación  $\omega$  y aplicando al fluido un torque neto  $T$ .

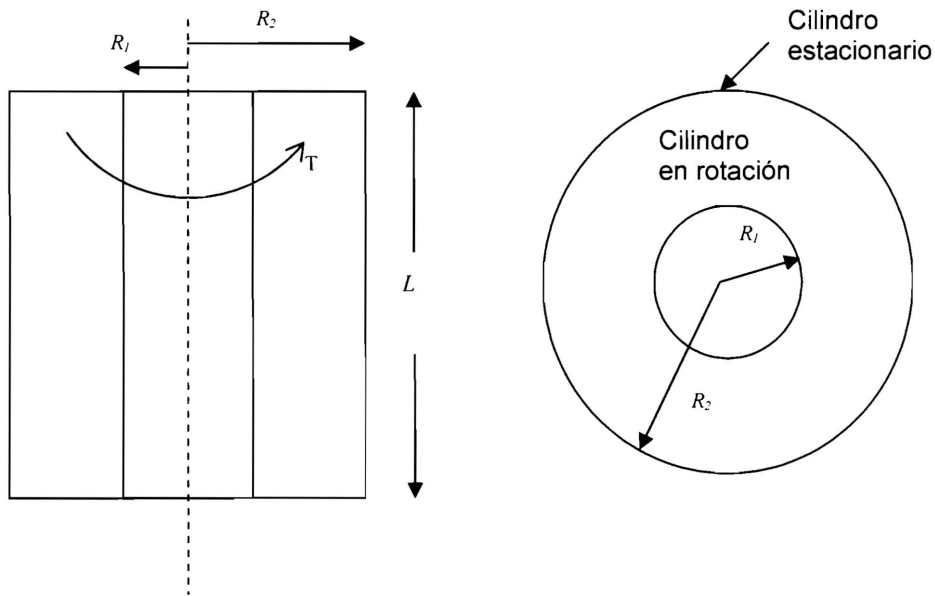


Figura 7. Viscosímetro rotacional concéntrico.

Si la distancia entre cilindros ( $R_2 - R_1$ ) es pequeña comparada con el radio interno  $R_1$ , entonces la tasa de cizalladura es aproximadamente constante y uniforme y puede ser controlada alterando la velocidad rotacional  $\omega$ . En este caso, la tasa de cizalladura y el esfuerzo cortante que experimenta el fluido es respectivamente:

$$\dot{\gamma} = \frac{R_1 \omega}{R_2 - R_1} \quad [3.1]$$

$$\tau = \frac{T}{2 \pi R_1^2 L} \quad [3.2]$$

Las expresiones anteriores son validas si  $(R_2 - R_1) < 0,1 R_1$

Sin embargo, para viscosímetros de espaciamiento amplio en la cual la condición anterior no aplica, la siguiente relación puede ser deducida para fluidos que cumplen con la ley de potencia:

$$\omega = 2\pi N = \frac{n}{2} \left[ \frac{T}{2 \pi L K} \right]^{\frac{1}{n}} \left[ \frac{1}{R_1^{\frac{2}{n}}} - \frac{1}{R_2^{\frac{2}{n}}} \right] \quad [3.3]$$

Donde N es el número de revoluciones por unidad de tiempo con la cual gira el "spindle". Una forma de caracterizar reológicamente un fluido es graficar  $\log(N)$  contra  $\log(T/L)$ . La pendiente de la línea resultante es igual a  $1/n$  y  $K$  puede ser calculado de la expresión [3.3].

Si el viscosímetro empleado fuera un solo cilindro en el cual el límite del radio interno  $R_1$  sería el radio del eje rotacional o "spindle", la siguiente expresión puede ser deducida para  $R_2 \rightarrow \infty$  para un fluido que cumple con la ley de potencia:

$$\omega = 2\pi N = \frac{n}{2} \left[ \frac{T}{2 \pi L K} \right]^{\frac{1}{n}} \left[ \frac{1}{R_1^{\frac{2}{n}}} \right] \quad [3.4]$$

Nuevamente una forma de caracterizar reológicamente un fluido, es graficar  $\log(N)$  contra  $\log(T/L)$ . La pendiente de la línea resultante es igual a  $1/n$  y  $K$  puede ser calculado de la expresión [3.4]. Sin embargo, cuando el fluido exhibe un esfuerzo de cedencia, la determinación de  $n$  y  $K$  usando viscosímetros de espaciamiento amplio, puede ser compleja. Situación esta que no ocurre para

viscosímetros de espaciamentos reducidos y cónicos.

Cuando un esfuerzo de cedencia existe, entonces para un viscosímetro de espaciamiento amplio, la relación entre el torque y la velocidad rotacional esta dada por:

$$\omega \left( \frac{K}{\tau_o} \right)^{\frac{1}{n}} = \int_{R_1}^{R_2} \left( \frac{T}{2 \pi \tau_o r^2 L} - 1 \right)^{\frac{1}{n}} \frac{dr}{r} \quad [3.5]$$

Si se utiliza un viscosímetro de un solo cilindro en fluidos que presenten un esfuerzo de cedencia, el valor de  $R_2$  correspondería a describir la distancia a partir del centro para el cual la velocidad del fluido en ese punto fuese cero. En este mismo punto, el fluido experimenta un esfuerzo cortante igual al esfuerzo de cedencia del fluido. Para este caso en particular Charm (1971), describe la manera con la cual pueden ser hallados los valores de  $n$ ,  $K$  y  $\tau_o$ . El procedimiento es el siguiente:

1. De los datos de torque ( $T$ ) y número de revoluciones ( $N$ ) graficar  $\sqrt{\frac{T}{L}}$  contra  $\sqrt{N}$ . De esta gráfica extrapolar para  $N = 0$ , el cual representaría un intercepto  $C$ .
2. Calcular  $\tau_o$  como:  $\tau_o = \frac{C^2}{2\pi R_1^2}$
3. Graficar  $\log (N)$  contra  $\log \left[ \frac{T}{2\pi \tau_o R_1^2 L} - 1 \right]$ . La pendiente de la línea resultante es  $1/n$ .
4. Para cualquier valor de  $T/L$ , calcular  $R_2$  como:  $R_2 = \sqrt{\frac{T}{2\pi \tau_o L}}$
5. Integrar la expresión [3.5] y despejar para el índice de consistencia  $K$  del fluido.



## 3.2 MÉTODOS DE FLUJO

Este método es conocido también como el método de viscosimetría tubular y se basa en el hecho de aplicar un diferencial de presión para crear un flujo. Este procedimiento permite estimar la viscosidad de un fluido mediante las medidas de caída de presión cuando el fluido fluye a un flujo de masa o volumétrico conocido. La razón de flujo y la temperatura del fluido deben ser mantenidas constantes durante los experimentos. Los instrumentos que utilizan este método pueden ser clasificados en tres categorías básicas:

- Capilares de vidrio: frecuentemente llamados viscosímetros en tubos U, en el cual se encuentra el viscosímetro capilar de Ostwald y el viscosímetro de Canon-Fenske.
- Capilares de alta presión.
- Viscosímetros de tubería.

Un estudio más amplio y detallado de viscosimetría capilar fue analizado por Hall y Fouss (1951).

**3.2.1 Aplicación de la ecuación de Poiseuille en viscosimetría capilar de flujo forzado para fluidos Newtonianos.** Considerando un fluido a través de una tubería circular (Figura 8) y llevando a cabo un análisis elemental de mecánica de fluidos, las siguientes expresiones aplican:

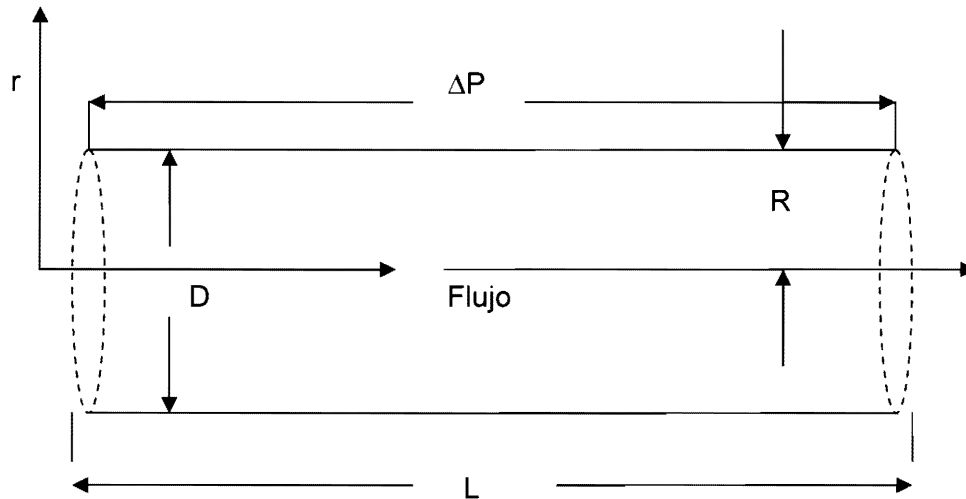


Figura 8. Flujo a través de una tubería circular.

La velocidad promedio del fluido será:

$$\bar{v} = \frac{\Delta P R^2}{8 L \mu} \quad [3.6]$$

$$\bar{v} = \frac{\dot{q}}{\pi R^2} = \frac{4 \dot{q}}{\pi D^2} \quad [3.7]$$

Igualando las expresiones y despejando para la viscosidad dinámica se encuentra:

$$\mu = \frac{\Delta P \pi R^4}{8 L \dot{q}} = \frac{\Delta P D^2}{32 L \bar{v}} \quad [3.8]$$

Donde:

$\dot{q}$  = Flujo volumétrico (m<sup>3</sup>/s).

$D$  y  $R$  = diámetro y radio de la tubería respectivamente (m).

$L$  = Longitud de la tubería (m).

$\Delta P$  = Caída de presión (Pa).

$\mu$  = Viscosidad dinámica (Pa s).

$\bar{v}$  = Velocidad promedio de flujo (m/s).

Para la pared del ducto, la tasa de cizalladura es  $\dot{\gamma}_w$  y el esfuerzo por cortante es  $\tau_w$ , están dadas por las siguientes expresiones respectivamente:

$$\dot{\gamma}_w = \frac{4 \bar{v}}{R} = \frac{8 \bar{v}}{D} \quad [3.9]$$

$$\tau_w = \frac{\Delta P R}{2L} \quad [3.10]$$

La expresión [3.10] es evaluada en la pared de la tubería y dará el esfuerzo cortante máximo ( $r=R$ ).

Una aplicación directa del previo análisis está en los viscosímetros en U, por ejemplo en el de Ostwald (Figura 9). A partir de la expresión [3.8], se puede llegar a la siguiente expresión para la viscosidad dinámica:

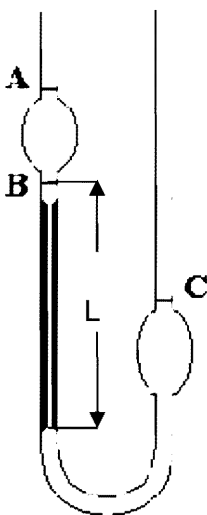


Figura 9. Viscosímetro Ostwald.

$$\frac{\mu}{\rho} = k_v t \quad [3.11]$$

Donde:

$$k_v = \frac{h g R^2}{8 L^2} \quad [3.12]$$

$k_v$  es denominada la constante del viscosímetro,  $R$  es el radio del viscosímetro,  $h$  es una altura disponible para la caída libre del fluido,  $L$  es la longitud del capilar y  $\rho$  es la densidad del líquido. El valor de  $k_v$  es independiente del tipo del fluido y este hecho hace que dado un líquido de referencia, para el cual es posible determinar  $k_v$ , la viscosidad para un fluido desconocido (x) puede ser conocida. Luego, sea (y) un líquido de referencia y sea (x) un fluido desconocido, aplicando la expresión [3.11] de forma simultánea para los dos fluidos, eliminando  $k_v$  y despejando para  $\mu_x$ , se llega:

$$\mu_x = [t \rho]_x \left[ \frac{\mu}{\rho t} \right]_y \quad [3.13]$$

La expresión anterior permite determinar la viscosidad de un fluido desconocido por medio de un fluido de referencia siempre y cuando a temperatura sea la misma para los dos fluidos.

La expresión anterior [3.13] puede presentar errores asociados con pequeñas variaciones en el radio del capilar, efectos de borde y energía cinética. Para tener en cuenta estas imprecisiones, se recomienda corregirse mediante la siguiente expresión:

$$v = c_1 t - \frac{c_2}{t} \quad [3.14]$$

Donde  $c_1$  y  $c_2$  son constantes para el capilar en particular. Estas constantes pueden ser evaluadas definiendo dos fluidos de referencia. Sean  $a$  y  $b$  estos dos fluidos de referencia con tiempos de flujo ( $t_a$  y  $t_b$ ) y viscosidades ( $v_a$  y  $v_b$ ). Una manipulación algebraica de la expresión [3.14] permite determinar  $c_1$  y  $c_2$  para el viscosímetro capilar en consideración.

$$c_1 = \frac{v_a t_a - v_b t_b}{t_a^2 - t_b^2} \quad [3.15]$$



$$c_2 = \frac{(v_a t_a - v_b t_b) t_a t_b}{t_a^2 - t_b^2} \quad [3.16]$$

Una vez definidas estas constantes, la expresión [3.14] puede ser utilizada para determinar la viscosidad cinemática de un fluido desconocido ( $\nu$ ). Las expresiones [3.13] y [3.14] son aplicables generalmente para fluidos Newtonianos.

### 3.2.2 Viscosimetría tubular de flujo forzado para fluidos no Newtonianos.

Según la expresión [2.1] para un fluido no Newtoniano en estado estacionario, el comportamiento reológico está definido por el índice de consistencia, el índice de flujo y el esfuerzo cortante de cedencia, con lo cual una forma de definir el comportamiento del fluido es hallando directamente los valores de los esfuerzos cortantes a una tasa de cizalladura dada. Este método ha sido aplicado por Adhikary y Jindhal (2001), en la caracterización de salsas de tomate y salsas de ostras. La expresión [3.10] es válida para este tipo de comportamiento. La siguiente expresión generalizada es utilizada para evaluar la tasa de cizalladura evaluada en la pared del tubo:

$$\dot{\gamma}_w = \left[ \frac{8 \bar{v}}{D} \right] \left[ \frac{3}{4} + \left( \frac{1}{4} \right) \frac{d \left( \ln \left( \frac{8 \bar{v}}{D} \right) \right)}{d \left( \ln(\tau_w) \right)} \right] \quad [3.17]$$

El factor que contiene la derivada  $\frac{d \left( \ln \left( \frac{8 \bar{v}}{D} \right) \right)}{d \left( \ln(\tau_w) \right)}$ , es un factor de corrección, el cual

representa la pendiente de un plano log-log de  $\frac{8 \bar{v}}{D}$  versus  $\tau_w$ . Para fluidos en los cuales la ley de potencia es aplicable (esfuerzo de cedencia es igual a cero), este factor es igual a  $1/n$ . Para fluidos Newtonianos, este factor es igual a la unidad, y la expresión [3.17] es igual a la expresión [3.9].

## 4. APLICACIONES

El estudio del comportamiento reológico de alimentos líquidos con aplicabilidad a transporte de flujo y transferencia de calor es de gran importancia en las operaciones unitarias de procesamiento agroindustrial. Su estudio no solo permite diseñar componentes si no también optimizarlos, y en algunos casos, controlar la calidad de procesos de manufactura. El diseño de tuberías y procesos de extrusión, los requerimientos de potencia en los sistemas de bombeo y el análisis térmico de flujo, son de especial importancia cuando se está tratando con fluidos no Newtonianos; por ejemplo, en el transporte de mieles, cremas, yogurt, purés, mayonesas, salsas, jugos concentrados, aceites vegetales, entre otros.

### 4.1 ANÁLISIS DE TRANSPORTE DE FLUIDOS NO NEWTONIANOS

Teniendo en cuenta que en la industria de alimentos, los fluidos que generalmente se manejan son sustancialmente no Newtonianos y altamente viscosos exceptuando algunos casos tales como: jugos no concentrados, leche, néctares, vino entre otros, el régimen laminar es frecuentemente encontrado. En este tipo de régimen el movimiento del fluido es muy ordenado, las corrientes de flujo definen trayectorias casi paralelas y el perfil de distribución de velocidades es parabólico.

Un concepto de gran importancia en el análisis de fluidos es la resistencia friccional al flujo, la cual es caracterizada por el coeficiente de fricción, cuyo valor es determinado según el tipo de régimen de flujo que se tenga en consideración (Munson *et al.*, 2001). Para fluidos no Newtonianos, este tipo de régimen de flujo es determinado de acuerdo con la clase de fluido no Newtoniano en estudio.

### 4.1.1 Régimen laminar

• **Fluidos que cumplen con la ley de potencia** (esfuerzo de cedencia igual a cero). El régimen de flujo para fluidos no Newtonianos, está caracterizado por un parámetro adimensional denominado el número de Reynolds generalizado ( $GR_E$ ), el cual está definido por:

$$GR_E = \left[ \frac{D^n \left( \frac{\bar{v}}{\rho} \right)^{2-n}}{8^{n-1} K} \right] \left[ \frac{4n}{3n+1} \right]^n \quad [4.1]$$

Donde:

$D$  = Diámetro del ducto (m).

$\rho$  = Densidad del fluido ( $\text{kg/m}^3$ ).

$n$  = Índice de potencia del fluido (adimensional).

$K$  = índice de consistencia del fluido ( $\text{Pa s}^n$ ).

$\bar{v}$  = Velocidad promedio del fluido (m/s).

Para fluidos Newtonianos  $n$  es igual a 1.

El flujo es considerado laminar cuando la siguiente desigualdad se cumple, y flujo turbulento en caso contrario:

$$GR_E < \frac{6464 n (2+n)^{\frac{2+n}{1+n}}}{(1+3n)^2} \quad [4.2]$$

En flujo laminar el factor de fricción de Fanning ( $f$ ) está dado por:

$$f = \frac{16}{GR_E} \quad [4.3]$$

• **Fluidos Herschel-Bulkley** (esfuerzo de cedencia diferente de cero). Para este tipo de fluido, el factor de fricción de Fanning está definido por:

$$f = \frac{16}{\Psi GR_E} \quad [4.4]$$

Donde el parámetro adimensional  $\Psi$  es:

$$\Psi = \left[ (3n+1)^n (1-\xi)^{1+n} \left[ \frac{(1-\xi)^2}{3n+1} + \frac{2\xi(1-\xi)}{2n+1} + \frac{\xi^2}{n+1} \right] \right]^n \quad [4.5]$$

En la expresión [4.5] el valor de  $\xi$ , es un parámetro adimensional determinado en función del esfuerzo cortante de cedencia  $\tau_o$ :

$$\xi = \frac{\tau_o}{\left( \frac{D\Delta P}{4L} \right)} = \frac{\tau_o}{\left( \frac{f \rho (\bar{v})^2}{2} \right)} \quad [4.6]$$

Las expresiones [4.4], [4.5] y [4.6], deben resolverse por un proceso iterativo.

• **Fluidos plásticos Bingham** (Esfuerzo de cedencia diferente de cero). Para un fluido bajo estas condiciones, la siguiente desigualdad caracteriza el comportamiento de flujo laminar:

$$R_{E,B} < \frac{H_E}{8C_c} \left( 1 - \frac{4C_c}{3} + \frac{C_c^4}{3} \right) = (R_{E,B})_{cr} \quad [4.7]$$

En esta expresión  $(R_{E,B})_{cr}$ , es el número de Reynolds de Bingham crítico. La constante  $C_c$  está implícitamente definida en la siguiente expresión:

$$\frac{C_c}{(1-C_c)^3} = \frac{H_E}{16800} \quad [4.8]$$

El factor de fricción de Fanning ( $f$ ), está definido por:

$$f = \frac{16(6R_{E,B} + H_E)}{6(R_{E,B})^2} \quad [4.9]$$

En las expresiones anteriores, las variables  $R_{E,B}$  y  $H_E$  son los números adimensionales del número de Reynolds de Bingham y el número de Hedstrom respectivamente:



$$R_{E,B} = \frac{D\rho\bar{v}}{\mu_{pl}} \quad [4.10]$$

$$H_E = \frac{D^2 \tau_o \rho}{\mu_{pl}^2} \quad [4.11]$$

**4.1.2 Régimen turbulento.** Según la teoría básica de la mecánica de fluidos, este régimen está caracterizado por un movimiento completamente caótico y desordenado. En aplicaciones alimenticias este régimen raras veces se alcanza, dada la alta viscosidad de los fluidos. Además, para fluidos con valores significativos del esfuerzo de cedencia, es dificultoso obtener fluidos turbulentos. El número de Hedstrom se incrementa con el aumento del esfuerzo de cedencia.

Para flujo turbulento en tubos lisos (rugosidad absoluta  $\varepsilon = 0$ ), el factor de fricción de Fanning en fluidos no Newtonianos donde el esfuerzo de cedencia es igual a cero, se determina como:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = \left( \frac{4}{n^{0.75}} \right) \log \left( GR_E f^{\frac{2-n}{2}} \right) - \left( \frac{0,4}{n^{1.2}} \right) \quad [4.12]$$

La expresión anterior ha sido por utilizada por Sablani y Shayya (2003), para determinar las caídas de presión en flujos turbulentos en ductos cerrados, usando un análisis por redes neurales.

Para fluidos plásticos en tubos lisos, donde el esfuerzo de cedencia es diferente de cero, el factor de fricción de Fanning se determina como:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 4,53 \text{Log}(1 - \xi) + 4,53 \log(R_{E,B} \sqrt{f}) - 2,3 \quad [4.13]$$

Para el caso de flujo turbulento en tubería rugosa con una rugosidad absoluta  $\varepsilon$ , la expresión de Colebrook puede ser aplicada donde el número de Reynolds es cambiado por el número de Reynolds generalizado (Charm, 1971).

Para flujos turbulentos en tuberías rugosas, el factor de fricción puede determinarse como:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -4,0 \log \left[ \frac{\varepsilon}{3,7D} + \frac{2,51}{GR_E \sqrt{f}} \right] \quad [4.14]$$

**4.1.3 Caída de presión.** Una vez determinado el factor de fricción de Fanning  $f$ , la caída de presión por fricción  $\Delta P$ , a lo largo de la tubería se determina como:

$$\Delta P = \frac{2fL\rho\bar{v}^2}{D} \quad [4.15]$$

Sí la tubería no es circular, el diámetro  $D$ , en las expresiones anteriores, puede ser reemplazando por el diámetro hidráulico  $D_H$ , el cual está definido por:

$$D_H = \frac{4A_c}{P_m} \quad [4.16]$$

Donde:

$A_c$  = Área de la sección transversal del ducto ( $m^2$ )

$P_m$  = Perímetro mojado (m)

$D_H$  = Diámetro hidráulico (m)

**4.1.4 Análisis de distribución de velocidades en fluidos no Newtonianos que cumplen con la ley de potencia en régimen laminar.** Para ello, debe considerarse un fluido escurriendo a través de una tubería, como el que se esquematiza en la Figura 10.

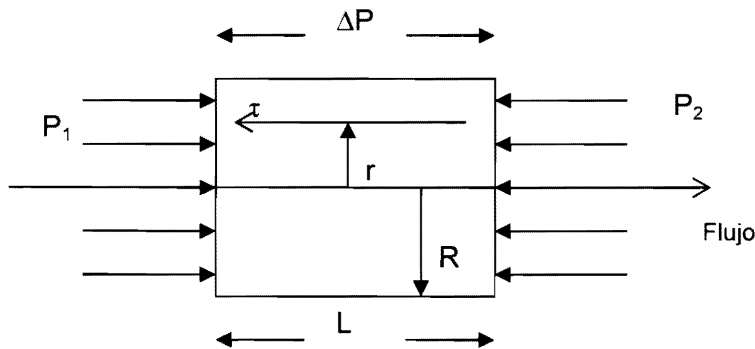


Figura 10. Análisis de fuerzas en una tubería.

Un balance de fuerzas en la dirección de movimiento, para el cual las fuerzas de presión son contrarrestadas por la fuerza cortante, se llega:

$$(P_1 - P_2)\pi r^2 = \Delta P \pi r^2 = \tau(2\pi r L) \quad [4.17]$$

Simplificando términos se obtiene la siguiente expresión para el esfuerzo cortante:

$$\tau(r) = \frac{\Delta P r}{2L} \quad [4.18]$$

En la expresión anterior, el esfuerzo cortante es cero en el centro del tubo y es máximo en la superficie en \$r\$ igual a \$R\$, lo cual corresponde a la expresión [3.10].

En el análisis de flujo a través de tuberías, es importante conocer la relación entre el flujo volumétrico (\$\dot{q}\$) y el esfuerzo de cizalladura. La siguiente expresión conocida como la ecuación de Rabinowitsch-Mooney, relaciona estos dos parámetros:

$$\frac{\dot{q}}{\pi R^3} = \left( \frac{1}{\tau_w^3} \right) \left( \int_0^{\tau_w} \tau^2 f(\tau) d\tau \right) \quad [4.19]$$

En esta expresión  $f(\tau)$  es una función del esfuerzo cortante, la cual se interpreta como la tasa de cizalladura que sufre el fluido. De la ley de potencia, despejando

la deformación por corte, se tiene  $\dot{\gamma} = f(\tau) = \left[ \frac{\tau}{K} \right]^n$ . Reemplazando en la

expresión [4.19] e integrando:

$$\frac{\dot{q}}{\pi R^3} = \left( \frac{n}{3n+1} \right) \left( \frac{1}{K} \right)^{\frac{1}{n}} \tau_w^{\frac{1}{n}} \quad [4.20]$$

Nuevamente reemplazando la expresión [3.10] en [4.20] y simplificando, se deduce la siguiente expresión para el flujo volumétrico:

$$\dot{q} = \pi \left( \frac{\Delta P}{2 L K} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{n}{3n+1} \right) R^{\frac{3n+1}{n}} \quad [4.21]$$

Si la definición de la ley de potencia en fluidos es tenida en cuenta, la expresión [4.18] llega a ser:

$$K \dot{\gamma} = K \left( - \frac{dv}{dr} \right)^n = \frac{\Delta P r}{2 L} \quad [4.22]$$

En esta expresión,  $\frac{dv}{dr}$  representa el gradiente de velocidad o tasa de cizalladura

en dirección radial y el signo menos es debido a que a medida que se avanza en esta dirección la velocidad disminuye alcanzando un valor mínimo en la pared de la tubería. Integrando [4.22] con respecto a la velocidad  $v$ , se obtiene:

$$v(r) = \left( \frac{\Delta P}{2 L K} \right)^{\frac{1}{n}} \left[ \frac{n}{n+1} \right] \left( R^{\frac{n+1}{n}} - r^{\frac{n+1}{n}} \right) \quad [4.23]$$

Para integrar la expresión anterior las condiciones de no deslizamiento fueron aplicadas. Es decir en  $r = R$  la velocidad es  $v = 0$  (Velocidad del fluido en contacto con la superficie de la tubería es cero).

Despejando para el flujo volumétrico de la expresión [3.7] e igualando en [4.21] y

efectuando el reemplazo de  $\left(\frac{\Delta P}{2LK}\right)^{\frac{1}{n}}$  en la expresión [4.23] se tiene:

$$\frac{v(r)}{\bar{v}} = \left(\frac{3n+1}{n+1}\right) \left(1 - \left(\frac{r}{R}\right)^{\frac{n+1}{n}}\right) \quad [4.24]$$

La expresión [4.24] define la relación del perfil o distribución de velocidades en un fluido que cumple con la ley de potencia. La velocidad máxima se obtiene en la posición central para el cual  $r = 0$ :

$$\frac{v_{\max}}{\bar{v}} = \frac{3n+1}{n+1} \quad [4.25]$$

Para fluidos Newtonianos donde  $n = 1$ , la razón entre la velocidad máxima y la velocidad promedio es de 2.

**4.1.5 Análisis de distribución de velocidades en fluidos no Newtonianos plásticos en régimen laminar.** Estos tipos de fluidos se caracterizan por el hecho de que existe una región cerca al centro del ducto, en la cual la velocidad es constante y máxima y el fluido fluye como un sólido completo. Además en esta región la tasa de deformación por cortante es cero. Fuera de esta región existe una distribución de velocidades.

- **Fluidos Herschel-Bulkely.** Despejando para el esfuerzo cortante de la expresión [2.1], igualando con la expresión [4.18] y teniendo en cuenta la condición de no deslizamiento en la pared del ducto, se llega a las siguientes expresiones citadas por Osorio y Steffe (1984):

$$V(r) = \left( \frac{2L}{\Delta P K^n} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{\left( \left( \frac{\Delta PR}{2L} \right) - \tau_0 \right)^{\frac{1+n}{n}} - \left( \left( \frac{\Delta Pr}{2L} \right) - \tau_0 \right)^{\frac{1+n}{n}}}{\frac{1+n}{n}} \right) \quad [4.26]$$

Con el fin de encontrar la posición radial ( $R_l$ ), para el cual la velocidad es máxima, se deriva la expresión anterior con respecto al radio, con lo cual se obtiene:

$$R_l = \frac{2L\tau_0}{\Delta P} \quad [4.27]$$

Reemplazando este valor en la expresión [4.26], se tiene que la velocidad máxima en fluidos Herschel-Bulkley ( $V_{m\acute{a}x})_{HB}$  es:

$$(V_{m\acute{a}x})_{HB} = \left( \frac{2L}{\Delta P K^n} \right)^{\frac{1}{n}} \left( \frac{\Delta PR}{2L} - \tau_0 \right)^{\frac{1+n}{n}} \left( \frac{n}{1+n} \right) \quad [4.28]$$

Esta velocidad es constante para la región entre  $R_l \leq r \leq 0$ . La expresión [4.26] es aplicable para  $r \geq R_l$

• **Fluidos Bingham.** Las expresiones [4.26], [4.27] y [4.28] son aplicables para este tipo de fluido reemplazando  $K = \mu_{pl}$  y  $n = 1$ . Para este caso en la región para el cual  $r \geq R_l$ , se tiene:

$$V(r) = \left( \frac{2L}{\Delta P \mu_{pl}} \right) \left( \frac{\left( \left( \frac{\Delta PR}{2L} \right) - \tau_0 \right)^2 - \left( \left( \frac{\Delta Pr}{2L} \right) - \tau_0 \right)^2}{2} \right) \quad [4.29]$$

En la región  $r \leq R_l$ , la velocidad máxima en fluidos plásticos tipo Bingham ( $V_{m\acute{a}x})_{Bg}$  es:

$$(V_{m\acute{a}x})_{Bg} = \left( \frac{L}{\Delta P \mu_{pl}} \right) \left( \frac{\Delta PR}{2L} - \tau_0 \right)^2 \quad [4.30]$$

En la Figura 11, se observa la distribución de velocidades para fluidos plásticos.

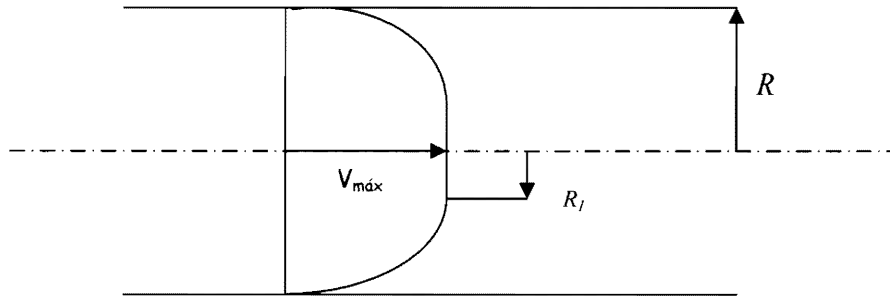


Figura 11. Distribución de velocidades en fluidos plásticos.

Estas expresiones de velocidad máxima en conjunto con el análisis de inactivación térmica de microorganismos, son útiles para determinar la longitud de la tubería en la zona de mantenimiento de equipos de pasteurización térmica y esterilización en sistemas continuos de alimentos líquidos (Rao y Anantheswaran, 1982).

**4.1.6 Sistemas de bombeo en fluidos no Newtonianos.** En vista de que muchos alimentos líquidos exhiben un comportamiento no-Newtoniano y los sistemas de bombeo son parte esencial en las operaciones de procesamiento de alimentos, Steffe y Morgan (1986), proponen criterios básicos para el diseño de sistemas de bombeo para fluidos no Newtonianos según el criterio de viscosidad efectiva.

En la Figura 12, se muestra un esquema básico de un sistema de bombeo, asumiendo un nivel de referencia arbitrario NR.

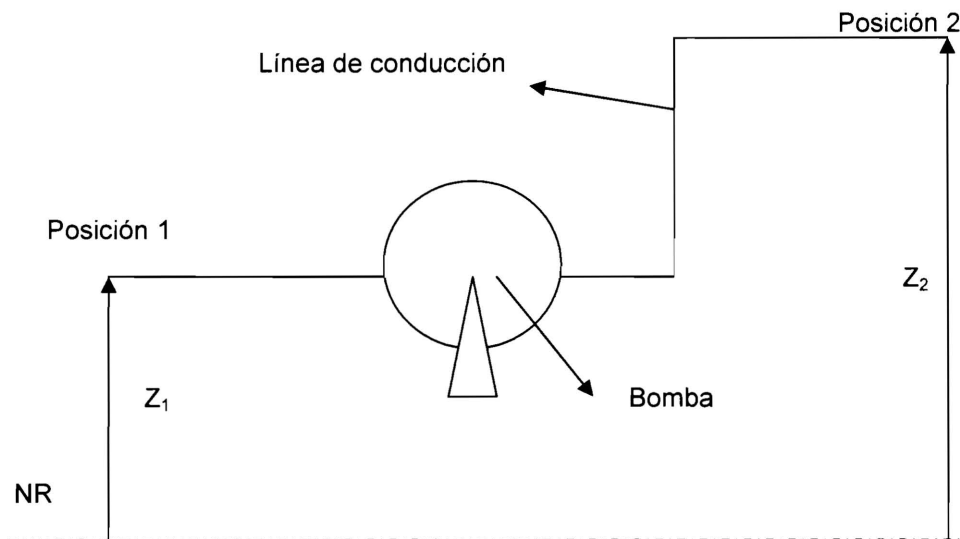


Figura 12. Sistema típico de bombeo.

La energía requerida para bombear un líquido incompresible isotérmicamente en estado estacionario a través de una tubería, puede determinarse mediante el siguiente balance de energía mecánica:

$$gZ_1 + \frac{P_1}{\rho} + \frac{\bar{v}_1^2}{\alpha} - w = gZ_2 + \frac{P_2}{\rho} + \frac{\bar{v}_2^2}{\alpha} + E_f \quad [4.31]$$

El requerimiento de potencia de bombeo es:

$$\dot{w} = w \rho \dot{q} = \dot{w} m \quad [4.32]$$

Donde:

$Z_1$  y  $Z_2$  = Posiciones de referencia a la entrada y salida del sistema (m).

$P_1$  y  $P_2$  = Presiones en la entrada y salida del sistema (Pa).

$\rho$  = Densidad del fluido ( $\text{kg/m}^3$ ).

$\bar{v}_1$  y  $\bar{v}_2$  = Velocidades medias en la entrada y salida del sistema (m/s).

$w$  = Trabajo específico (J/kg).

$E_f$  = Pérdida de energía por fricción entre 1 y 2 (J/kg).



$\dot{w}$  = Potencia de bombeo (J/s).

$\dot{m}$  = Flujo másico (kg/s).

$\dot{q}$  = Flujo volumétrico (m<sup>3</sup>/s).

$\alpha$  = Factor de corrección para energía cinética (adimensional).

El factor de corrección de energía cinética es igual a 2 ( $\alpha = 2$ ) en flujo turbulento.

Para flujo laminar este factor puede determinarse como:

- Para fluidos en ley de potencia

$$\alpha = \frac{(4n+2)(5n+3)}{3(3n+1)^2} \quad [4.33]$$

- Para fluidos Bingham (plásticos)

$$\alpha = \frac{2}{2-\xi} \quad [4.34]$$

- Para fluidos Herschel-Bulkley

$$\alpha = \frac{2(1+3n+2n^2+2n\xi+2n^2\xi+2n^2\xi^2)^3(3n+2)(5n+3)(4n+3)}{(2n+1)^2(3n+1)^2 \left( \begin{array}{l} 18+n(105+66\xi)+n^2(243+306\xi+85\xi^2)+ \\ n^3(279+522\xi+350\xi^2)+n^4(159+390\xi+477\xi^2)+ \\ n^5(36+108\xi+216\xi^2) \end{array} \right)} \quad [4.35]$$

Donde  $\xi$  es un parámetro adimensional definido por la expresión [4.6].

Esta última expresión también es válida para fluidos que cumplen con la ley de potencia y fluidos Newtonianos en régimen laminar haciendo  $\xi = 0$ . Para fluidos Newtonianos  $n = 1$ .

En la expresión [4.31], el valor de  $E_f$  representa las pérdidas de energía por fricción por longitud más las pérdidas locales por accesorios. Este valor se determina como:

$$E_f = \sum_{i=1}^n \frac{2f_i \bar{v}_i^2 L_i}{D_i} + \sum_{j=1}^m \frac{k_j (\bar{v})^2}{2} \quad [4.36]$$

En la cual:

$f_i$  = Factor fricción de Fanning en el tramo  $i$  (adimensional).

$L_i$  = longitud de tramo  $i$  (m).

$D_i$  = Diámetro de la tubería en el tramo  $i$  (m).

$k_j$  = Coeficiente de pérdida local del accesorio  $j$ .

En fluidos no Newtonianos, las pérdidas locales son difíciles de estimar; sin embargo, a nivel práctico, se pueden emplear los valores de los coeficientes de pérdida local dados para líquidos Newtonianos (Charm, 1971). En la Tabla 1, se muestran algunos valores representativos.

Tabla 1. Coeficientes de pérdida local en accesorios  $k_j$ .

| ACCESORIO                       | COEFICIENTE DE PÉRDIDA LOCAL |
|---------------------------------|------------------------------|
| Codos:                          |                              |
| a 90°                           | 1,5                          |
| a 45°                           | 0,4                          |
| Tees:                           |                              |
| en línea de flujo               | 0,9                          |
| en división de flujo            | 2,0                          |
| Unión                           | 0,08                         |
| Válvulas:                       |                              |
| De compuerta totalmente abierta | 0,15                         |
| - cerrada a ¼                   | 0,26                         |
| - cerrada a ½                   | 2,1                          |
| - cerrada a ¾                   | 17                           |
| De cheque                       | 2                            |
| De bola completamente abierta   | 0,05                         |
| - cerrada a 1/3                 | 5,5                          |
| - cerrada a 2/3                 | 210                          |

(Fuente: Munson *et al.*, 2001).

**4.1.6.1 Viscosidad efectiva.** A nivel práctico y con el objetivo de seleccionar las bombas para manejar fluidos no Newtonianos, un parámetro alterno conocido como la viscosidad efectiva ( $\mu_{ef}$ ) debe ser tenido en cuenta para el cálculo del proceso de bombeo. Este término describe el efecto real de la viscosidad del fluido actual, a la tasa de cizalladura que existen en la bomba, y sistemas de bombeo a condiciones de diseño (Steffe y Morgan, 1986)

Este valor es un criterio de selección muy importante, ya que determina el tamaño de la bomba según los datos suministrados por el fabricante de la misma, los cuales están configurados para flujos Newtonianos en un intervalo dado de viscosidades. Para el caso de alimentos, las bombas más utilizadas son las bombas de desplazamiento positivo rotativas, tipo sanitarias. La viscosidad

efectiva, que sólo se determina bajo el régimen laminar, se establece como:

$$\mu_{ef} = \frac{f \dot{m}}{4 \pi D} = \frac{\rho D f \bar{v}}{16} \quad [4.37]$$

Donde:

$\mu_{ef}$  = Viscosidad efectiva absoluta (Pa s).

$f$  = Factor de fricción de Fanning en flujo laminar (adimensional).

$D$  = Diámetro de la tubería (m).

$\dot{m}$  = Flujo másico (kg/s).

$\rho$  = Densidad promedio del fluido (kg/m<sup>3</sup>).

$\bar{v}$  = Velocidad media del fluido (m/s).

Conocido este valor, el flujo volumétrico y el diferencial de presión a través de la bomba, se puede definir la bomba más adecuada de acuerdo a las curvas de funcionamiento suministradas por un fabricante.

**4.1.6.2 Velocidad de rotación específica.** Para una bomba este valor se determina como:

$$PS = \left( \frac{\dot{q}}{DVR} \right) * 60 \quad [4.38]$$

Donde:

$PS$  = Velocidad de rotación del eje de la bomba (rpm).

$DVR$  = Desplazamiento volumétrico del rotor de la bomba (m<sup>3</sup>/rev).

$\dot{q}$  = Flujo volumétrico (m<sup>3</sup>/s).

**4.1.6.3 Torque.** Para operar efectivamente una bomba, además de la velocidad de rotación, se debe asegurar que el torque aplicado al eje de rotación sea el adecuado. Para el caso de ejes en rotación, el torque se determina como:

$$T = \left[ \frac{\dot{w}}{2 \pi PS} \right] * 60 \quad [4.39]$$

En la cual:

$T$  = Torque (N-m).

$\dot{w}$  = Potencia de bombeo (J/s).

$PS$  = Velocidad de rotación del eje de la bomba (rpm).

**4.1.6.4 Presión disponible neta de succión (NIPA).** Las bombas no funcionan correctamente si la presión en el lado de la succión es insuficiente para llenar la cavidad de la bomba, lo cual puede ocasionar el fenómeno de cavitación. Este valor de presión (presión absoluta), se determina como:

$$NIPA = P_S - P_{sat} \quad [4.40]$$

Donde:

$NIPA$  = Presión disponible de succión neta (Pa).

$P_S$  = Presión absoluta a la entrada de la bomba en el lado de la succión (Pa).

$P_{sat}$  = Presión de saturación del agua según la temperatura (Pa).

Con el fin de prevenir cavitación, el valor de la presión disponible de succión neta ( $NIPA$ ) debe ser mayor que el valor de la presión requerida de succión neta ( $NIPR$ ), la cual debe ser suministrada por el fabricante según las curvas características de operación de la bomba.

## 4.2 ANÁLISIS DE TRANSFERENCIA DE CALOR.

La transferencia de calor es una operación inherente al procesamiento de alimentos en calentamiento y enfriamiento. Estos procesos pueden inducir modificaciones físicas, químicas, texturales y sensoriales que afectan la calidad y estabilidad del producto final. Por lo tanto estas modificaciones deben ser tenidas en cuenta para el diseño y optimización de intercambiadores de calor,

evaporadores, extrusores, unidades de procesamiento aséptico, entre otros.

Cuando un fluido circula a través de ducto, el mecanismo principal por el cual ocurre el proceso de transferencia de calor es por convección forzada, donde el fluido puede calentarse o puede enfriarse, o en el caso del diseño de las zonas de mantenimiento de los equipos de pasteurización, pueden permanecer a temperatura constante.

En el análisis de convección forzada, el parámetro más importante que define el comportamiento térmico es el llamado coeficiente de convección, el cual define la capacidad de transferencia térmica entre un fluido y una superficie. Para la industria de alimentos, este factor es de gran importancia en enfriamiento y calentamiento de fluidos en ductos.

Cuando un fluido es calentado o enfriado, a medida que este fluye a través de un ducto, la temperatura del fluido en cualquier sección transversal cambia desde la temperatura superficial del ducto en esa sección transversal a un máximo o mínimo en el centro del ducto. Para el caso de calentamiento, la temperatura en el centro del tubo será un mínimo, y en el caso de enfriamiento, en el centro del ducto será un máximo. Sin embargo, es conveniente considerar una temperatura media que permanece constante en esa sección transversal pero cambiará en dirección del flujo.

Aplicando la primera ley de la termodinámica a volúmenes de control, y asumiendo que en ese volumen de control no hay transferencia de energía por trabajo, la siguiente expresión resulta para la transferencia de calor hacia o desde el fluido:

$$q_f = \dot{m} C_p (T_e - T_i) \quad [4.41]$$

Donde el flujo de masa se determina como:

$$\dot{m} = \rho \bar{v} A_c \quad [4.42]$$

En estas expresiones:

$q_f$  = Flujo de calor cedido o ganado por el fluido (W).

$\dot{m}$  = Flujo másico (kg/s).

$C_p$  = Calor específico promedio del fluido (J/kg°C).

$A_c$  = Área de la sección transversal del ducto (m<sup>2</sup>).

$T_e$  = Temperatura de salida del fluido (°C).

$T_i$  = Temperatura de entrada del fluido (°C).

$\bar{v}$  = velocidad promedio del fluido (m/s).

$\rho$  = Densidad promedio del fluido (kg/m<sup>3</sup>).

Dos condiciones térmicas en la superficie del tubo son de especial importancia en el análisis térmico de flujo de fluidos en ductos: la condición térmica de temperatura superficial constante ( $T_s$  es constante) y el flujo de calor superficial por unidad de área constante ( $q''$  es constante). La primera condición es alcanzada cuando en la superficie del ducto ocurre un cambio de fase (condensación o ebullición), mientras que la segunda condición ocurre cuando la superficie del ducto está siendo irradiada o calentada mediante una resistencia eléctrica.

**4.2.1 Condición térmica de flujo de calor por unidad de área superficial constante.** En este caso ya que  $q''$  es constante, un balance de energía en la Figura 13, resulta en la siguiente expresión:

$$q_f = \dot{m} C_p (T_e - T_i) = q'' A_s \quad [4.43]$$

Donde:

$A_s$  = Área superficial del ducto (m<sup>2</sup>).

$q''$  = Flujo calor por unidad de área superficial (W/m<sup>2</sup>).

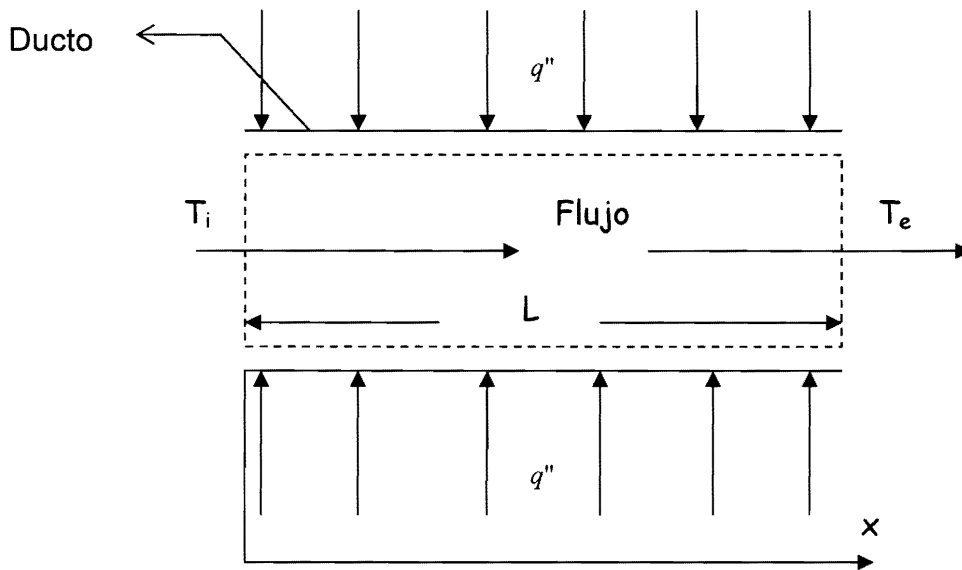


Figura 13. Ducto en convección forzada a  $q''$  constante.

La temperatura superficial del ducto puede determinarse como:

$$T_s = \frac{q''}{h} + T_m \quad [4.44]$$

Donde:

$T_m$  = Temperatura media del fluido en una localización específica (°C).

$T_s$  = Temperatura superficial en una localización específica (°C).

$h$  = Coeficiente de calor convectivo del fluido ( $W/m^2\text{°C}$ ).

La temperatura  $T_m$ , esta variando a lo largo del ducto en dirección del flujo y sería igual a  $T_e$  en la salida del ducto. Para determinar la temperatura media del fluido en cualquier localización  $x$ , se puede usarse la siguiente expresión:



$$T(x) = \frac{q''(Px)}{\dot{m} C_p} + T_i \quad [4.45]$$

Donde  $P$  es el perímetro de la sección transversal del ducto. Si se desea determinar la temperatura superficial del ducto en una localización, debe reemplazarse el valor de temperatura de la expresión [4.45] en la expresión [4.44].

**4.2.2 Condición térmica de temperatura superficial constante.** Si la temperatura superficial es constante a lo largo del ducto, entonces la expresión [4.46] aplica, para determinar el flujo de transferencia de calor:

$$q_f = h A_s \Delta T_{\ln} \quad [4.46]$$

Donde  $\Delta T_{\ln}$  es la diferencia de temperatura media logarítmica, cuyo valor se determina como:

$$\Delta T_{\ln} = \left[ \frac{\Delta T_e - \Delta T_i}{\ln \left( \frac{\Delta T_e}{\Delta T_i} \right)} \right] \quad [4.47]$$

Donde:

$T_s$  = Temperatura superficial del ducto (°C).

$T_e$  y  $T_i$  = Temperatura del fluido en la salida y entrada respectivamente (°C).

$$\Delta T_e = T_s - T_e$$

$$\Delta T_i = T_s - T_i$$

La temperatura media del fluido en una localización  $x$ , esta dada por:

$$T(x) = T_s - (T_s - T_i) e^{\frac{-h P x}{\dot{m} C_p}} \quad [4.48]$$

La temperatura media del fluido en la salida  $T_e$  se obtiene para  $x=L$ .

Cabe anotar que es imposible tener en forma simultánea las dos condiciones de frontera superficiales.

**4.2.3 Coeficiente de convección forzada.** En transferencia de calor por convección forzada, el parámetro más importante es el llamado coeficiente de convección forzada. Este coeficiente define el flujo de calor entre una superficie sólida y un fluido por área y diferencia de temperatura unitaria. En las expresiones citadas anteriormente, este coeficiente determina la distribución de temperatura dentro del fluido y con ello el flujo de calor.

Para flujos Newtonianos en convección forzada, Bird *et al.*, (1960), Cengel (1997), Incropera y Dewitt (1996) y Mills (1995), citan correlaciones obtenidas experimentalmente para fluidos Newtonianos, con las cuales se puede determinar el coeficiente de convección del fluido dependiendo de la condición superficial, régimen del fluido, propiedades termo-físicas del fluido y de los números adimensionales de: Nusselt ( $N_u$ ), Prandtl ( $Pr$ ) y Reynolds ( $Re$ ).

Para fluidos no Newtonianos, las investigaciones se han concentrado en el estudio de transferencia de calor en fluidos que cumplen con la ley de potencia en flujo laminar y donde se asume que las propiedades físicas y térmicas del fluido son independientes de la temperatura del fluido (Charm, 1971; Datta, 1999 y Rao y Rizvi, 1995).

Las siguientes correlaciones para fluidos no Newtonianos que cumplen con la ley de potencia, son citadas por Charm (1971) y Rao y Rizvi (1995), respectivamente:

$$N_U = \frac{hD}{K_f} = 2,0(Gz) \left[ \left( \frac{K_b}{K_w} \right) \left( \frac{3n+1}{2(3n-1)} \right) \right]^{0,14} \quad [4.49]$$

$$N_U = \frac{hD}{K_f} = 1,75 [Gz]^{1/3} \left[ \frac{3n+1}{4n} \right]^{1/3} \quad [4.50]$$

Datta (1999), cita la siguiente expresión deducida de forma teórica, para determinar el número adimensional de Nusselt en función del índice de potencia del fluido en flujo laminar, para fluidos sin esfuerzo de cedencia:

$$N_U = \frac{hD}{K_f} = \frac{\left( \frac{n+1}{3n+1} \right)}{\left[ \left( \frac{1}{4} - \frac{n^2}{(3n+1)^2} \right) - \left( \frac{3n+1}{5n+1} \right) \left( \frac{1}{8} - \frac{n^3}{(3n+1)^3} \right) \right]} \quad [4.51]$$

Geankoplis (1993), cita la siguiente expresión la cual es semi-empírica y deducida para fluidos altamente viscosos:

$$N_U = \frac{hD}{K_f} = 2,0 [Gz] \left( \frac{K_b}{K_w} \right)^{0,14} \left( \frac{3n+1}{4n} \right)^n \quad [4.52]$$

Donde:

$N_u$  = Número adimensional de Nusselt (adimensional).

$h$  = Coeficiente de convección ( $W/m^2\text{°C}$ ).

$D$  = Diámetro del ducto (m).

$K_f$  = Conductividad térmica del fluido ( $W/m\text{°C}$ ).

$Gz$  = Número de Graetz =  $\frac{C_p \dot{m}}{K_f L}$ .

$L$  = Longitud del ducto (m).

$C_p$  = Calor específico promedio del fluido ( $J/kg \text{°C}$ ).

$\dot{m}$  = Flujo másico ( $kg/s$ ).

$n$  = índice de potencia del fluido (adimensional).

$K_b$  = Índice de consistencia del fluido evaluada a  $T_b$  ( $Pa \text{ s}^n$ ).

$T_b$  = Temperatura "bulk" del fluido =  $(T_i + T_e)/2$ .

$K_w$  = Índice de consistencia del fluido evaluado a la temperatura promedio de la

pared (Pa s<sup>n</sup>).

Las propiedades termo-físicas del fluido tales como:  $\rho$ ,  $C_p$  y  $K_f$ , se determinan a la temperatura  $T_b$  del fluido.

Pereira *et al.*, (1989) puntualizan que en las deducciones de las expresiones [4.48] y [4.50] no fueron definidas las condiciones de frontera superficial del ducto, para la cual fueron obtenidas.

Toledo (1979), cita la siguiente expresión aplicada en régimen laminar para ductos circulares en fluidos No-Newtonianos:

$$N_{U} = \frac{hD}{K_f} = 1,86 \left[ \frac{GR_E GPr D}{L} \right]^{0,33} \left[ \frac{K_b}{K_w} \right]^{0,14} \quad [4.53]$$

Donde:

$GR_E$ = Número de Reynolds Generalizado (adimensional).

$GPr$ = Número Generalizado de Prandtl (adimensional).

El número de Prandtl generalizado se determina como:

$$GPr = \left[ \frac{C_p K_b \left( \frac{3n+1}{n} \right)^n 2^{n-1}}{4 K_f (\bar{v})^{1-n} D^{n-1}} \right] \quad [4.54]$$

Una aplicación directa de esta teoría está en el diseño de intercambiadores de calor. Un análisis térmico en fluidos no Newtonianos tales como yogurt es citado por Alfonso *et al.*, (2003) en intercambiadores de calor por placas paralelas. Además Son y Sing (2002), simularon el flujo de leche de soya en un intercambiador de calor tubular, definiendo los perfiles de distribución de temperatura y velocidades en el régimen turbulento del fluido, asumiendo una completa dependencia de las propiedades termo-físicas y reológicas con la

temperatura del fluido.

Estos mismos autores, citan las siguientes relaciones para encontrar el coeficiente de convección en función del número adimensional de Stanton ( $N_{st}$ ) en flujo turbulento para fluidos no Newtonianos, sin esfuerzo de cedencia y que cumplen con la ley de potencia:

$$N_{st} = \frac{h}{\rho C_p \bar{v}} = \left( \frac{K_h}{K_w} \right) \left( \frac{\frac{f}{2}}{1,20 + 11,8 \sqrt{\frac{f}{2}} (G Pr_w - 1) (G Pr_w)^{-\frac{1}{3}}} \right) \quad [4.55]$$

Donde  $f$  es el factor de fricción evaluado bajo condiciones turbulentas. El valor de  $G Pr_w$ , es el número adimensional generalizado de Prandtl evaluado en la pared del ducto:

$$G Pr_w = \left( \frac{GR_E}{\left( \frac{16}{GR_E f} \right)^{\frac{n-1}{n}} \left( \frac{3n+1}{4n} \right)} \right) \quad [4.56]$$

Todas las propiedades termo-físicas del fluido son evaluadas a la temperatura “*bulk*”.

## 5. PROBLEMAS RESUELTOS

**Problema 1.** En la Tabla 2, se muestran los datos de esfuerzo cortante y la tasa de cizalladura, encontrados para una solución de carragenina a 25°C y concentración de 0,1%. Asumiendo que el fluido es independiente del tiempo defina sus características reológicas.

Tabla 2. Datos experimentales del esfuerzo y tasa de cizalladura para una solución de carragenina a 25°C y 0,1% de concentración.

| ESFUERZO CORTANTE [Pa] | TASA DE CIZALLADURA [1/s] |
|------------------------|---------------------------|
| 2,61                   | 9,88                      |
| 2,97                   | 11,4                      |
| 2,81                   | 12,9                      |
| 3,44                   | 14,1                      |
| 3,8                    | 17,6                      |
| 4,85                   | 26,3                      |
| 6,61                   | 42                        |
| 6,19                   | 48,6                      |
| 5,89                   | 49,3                      |
| 7,22                   | 55,5                      |
| 8,2                    | 58,8                      |
| 9,08                   | 75,4                      |
| 11,63                  | 104,1                     |
| 10,65                  | 110,4                     |
| 12,75                  | 120,5                     |
| 13,1                   | 136,5                     |
| 14,9                   | 145,8                     |
| 15,85                  | 187,1                     |
| 12,7                   | 210,2                     |
| 20,5                   | 270                       |

### SOLUCIÓN

- **Fluidos que cumplen con la ley de potencia.** En la Figura 14, se observa el comportamiento reológico del fluido y el ajuste tipo potencial realizado. De este

ajuste, y comparando con la expresión [2.3], la cual define el comportamiento de estos tipos de fluidos, se puede deducir que  $n = 0,6009$  y  $K = 0,6626 \text{ Pa s}^n$ .

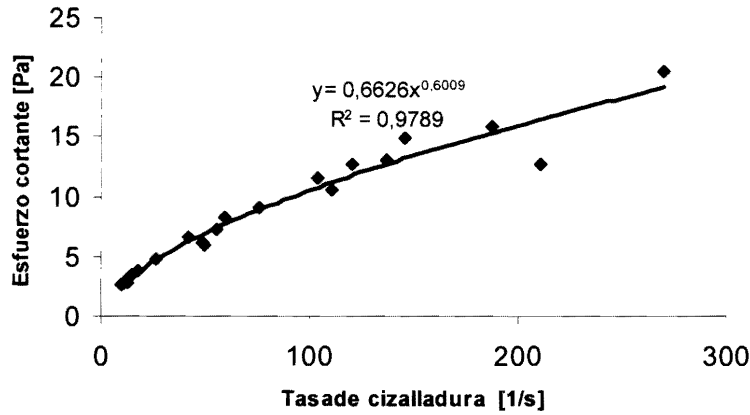


Figura 14. Ajuste tipo potencial para definir las características reológicas de un fluido potencial del problema 1.

- **Fluidos Plásticos Bingham.** La Figura 15, muestra el ajuste tipo lineal para los datos de la Tabla 2. Comparando la regresión lineal obtenida con la expresión [2.8] se obtiene  $\mu_{pl} = 0,0655 \text{ Pa s}$  y  $\tau_o = 3,198 \text{ Pa}$ .

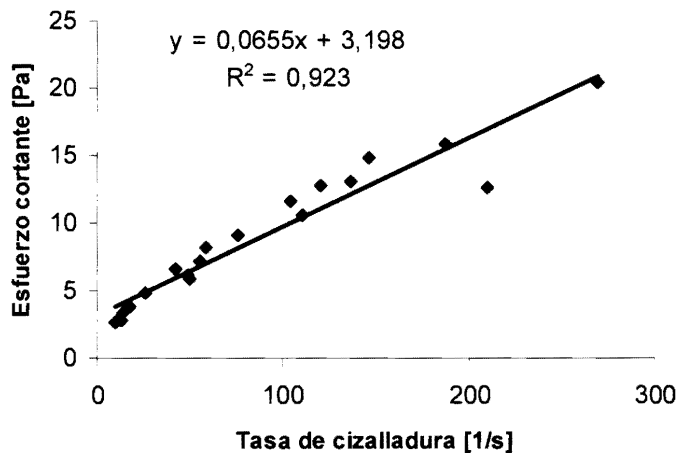


Figura 15. Ajuste lineal asumiendo comportamiento fluido Bingham para el problema 1.

- **Fluidos plásticos Herschel-Bulkley.** Para este tipo de fluido (Expresión [2.1]), se debe hacer un ajuste de regresión no lineal entre el esfuerzo cortante y la tasa de cizalladura con el fin de determinar las constantes  $K$ ,  $n$  y  $\tau_o$ . Sin embargo, se utilizará un procedimiento alternativo haciendo uso de un modelo reológico aplicado a fluidos denominados fluidos Casson, citado por Vitali y Rao (1984). En este tipo de fluidos la relación es la siguiente, donde  $A$  es una constante:

$$\sqrt{\tau} = A \sqrt{\dot{\gamma}} + \sqrt{\tau_o} \quad [5.1]$$

La expresión [5.1] indica que si se grafican  $\sqrt{\tau}$  contra  $\sqrt{\dot{\gamma}}$ , el cuadrado del intercepto es el esfuerzo cortante de cedencia  $\tau_o$ . Hay que tener en cuenta que la forma de determinar el valor del esfuerzo de cedencia de esta manera es solo posible, si y solo si, al graficar la relación entre las dos variables la tendencia es casi lineal. Determinado este valor, entonces se podrá utilizar la expresión [2.1] de la siguiente forma:

$$\tau - \tau_o = K \left( \dot{\gamma} \right)^n \quad [5.2]$$

Haciendo un ajuste tipo potencial en esta última expresión, es posible encontrar los valores de  $K$  y  $n$ . La Figura 16, muestra el ajuste lineal entre  $\sqrt{\tau}$  contra  $\sqrt{\dot{\gamma}}$ , del cual se puede deducir que  $\tau_o = 1,0779^2 = 1,168648$  Pa. En la Figura 17, se representa la expresión [5.2], cuyo ajuste tipo potencial entre  $(\tau - \tau_o)$  contra  $\dot{\gamma}$ , define  $n = 0,581$  y  $K = 0,7328$  Pa s<sup>n</sup>.



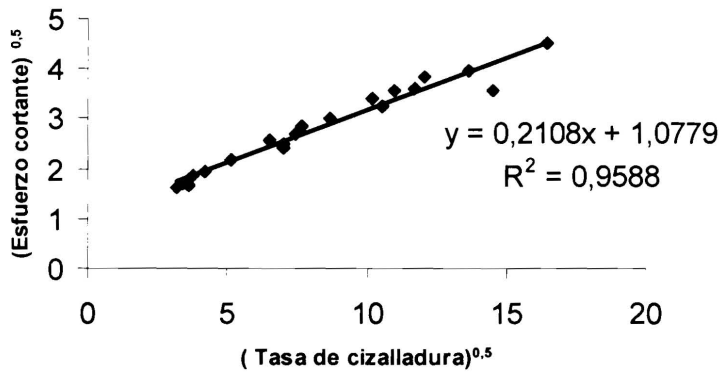


Figura 16. Ajuste lineal para determinar el esfuerzo de cedencia según el modelo de Casson.

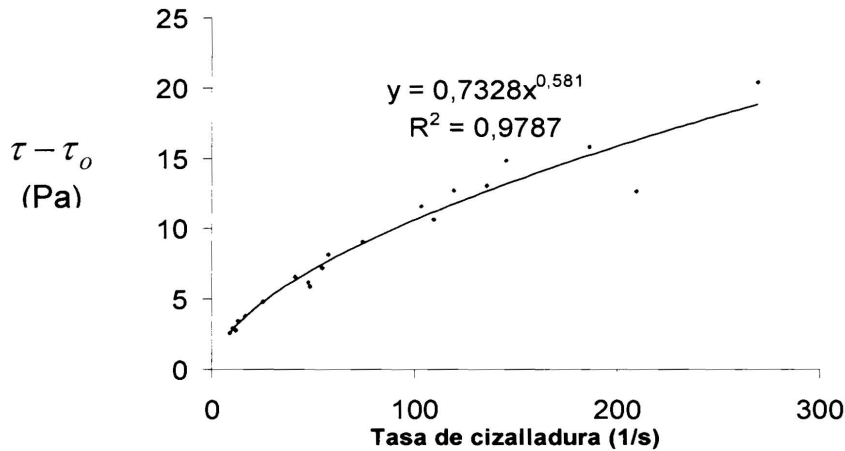


Figura 17. Comportamiento Herschel Bulkley.

En la Tabla 3, se muestran los valores de  $n$ ,  $K$ ,  $\tau_0$  y coeficiente de regresión según el análisis anterior. Se puede deducir que los modelos de ley de potencia y Herschel-Bulkley, suministran los mejores ajustes a los datos experimentales; sin embargo, hay que tener en cuenta que este último modelo se le fue asignado un valor de cedencia de naturaleza matemática. Con el fin de encontrar el verdadero valor de  $\tau_0$ , este debe ser medido en forma experimental.

Tabla 3. Características reológicas según el modelo matemático seleccionado para el problema 1.

| MODELO           | VALOR DE<br>ÍNDICE DEL<br>FLUIDO, $n$ | VALOR DEL ÍNDICE<br>DE CONSISTENCIA,<br>$K$<br>[Pa s <sup>n</sup> ] | ESFUERZO<br>DE<br>CEDENCIA, $\tau_0$<br>[Pa] | COEFICIENTE<br>DE REGRESIÓN<br>[R <sup>2</sup> ] |
|------------------|---------------------------------------|---|--|--|
| Ley de potencia  | 0,6009                                | 0,6626  | 0  | 0,9789   |
| Herschel-Bulkley | 0,581                                 | 0,7328  | 1,1686                                       | 0,9787   |
| Casson           | No aplica                             | No aplica   | 1,1686                                       | 0,9588   |
| Bingham          | 1,0                                   | $K=\mu_p=0,0655$  | 3,198  | 0,923  |

**Problema 2.** Determine los valores de la viscosidad aparente de la solución de carragenina al 0,1% según los datos experimentales del problema 1. A partir de estos valores encuentre las características reológicas asumiendo que se trata de un fluido que cumple con la ley de potencia.

### SOLUCIÓN

Para este tipo de fluidos la expresión [2.6] es aplicable para determinar la viscosidad aparente  $\mu_p$  del fluido. Si se hace un ajuste tipo potencial entre la viscosidad aparente y la tasa de cizalladura, es posible hallar los valores de  $n$  y  $K$ . En la Tabla 4, se muestra la variación de la viscosidad aparente de la solución de carragenina y en la Figura 18, el ajuste tipo potencial.

De la Figura 18, se puede encontrar que  $K = 0,6626 \text{ Pa s}^n$  y que  $n-1=-0,3991$  de lo cual  $n = 0,6009$ . Estos valores son iguales a los encontrados en el problema 1.

Tabla 4. Viscosidad aparente para la solución de carragenina a 25°C y 0,1% de concentración.

| ESFUERZO<br>CORTANTE [Pa] | TASA DE CIZALLADURA<br>[1/s] | VISCOSIDAD APARENTE<br>[Pa s]<br>(Columna 1/Columna 2) |
|---------------------------|------------------------------|--|
| 2,61                      | 9,88                         | 0,26   |
| 2,97                      | 11,4                         | 0,26   |
| 2,81                      | 12,9                         | 0,22   |
| 3,44                      | 14,1                         | 0,24   |
| 3,8                       | 17,6                         | 0,22   |
| 4,85                      | 26,3                         | 0,18   |
| 6,61                      | 42                           | 0,16   |
| 6,19                      | 48,6                         | 0,13   |
| 5,89                      | 49,3                         | 0,12   |
| 7,22                      | 55,5                         | 0,13   |
| 8,2                       | 58,8                         | 0,14   |
| 9,08                      | 75,4                         | 0,12   |
| 11,63                     | 104,1                        | 0,11   |
| 10,65                     | 110,4                        | 0,10   |
| 12,75                     | 120,5                        | 0,11   |
| 13,1                      | 136,5                        | 0,10   |
| 14,9                      | 145,8                        | 0,10   |
| 15,85                     | 187,1                        | 0,08   |
| 12,7                      | 210,2                        | 0,06   |
| 20,5                      | 270                          | 0,08   |

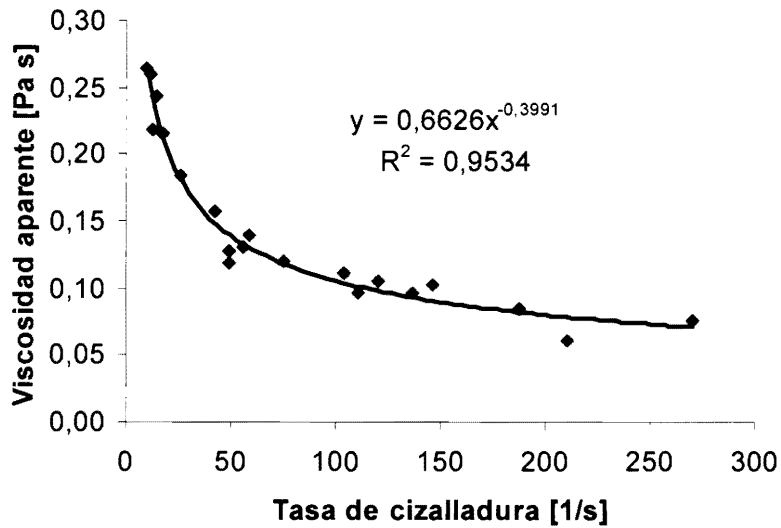


Figura 18. Ajuste potencial de la viscosidad aparente y la tasa de cizalladura para el problema 2.

**PROBLEMA 3.** Un fluido es evaluado a partir de su viscosidad usando un viscosímetro Brookfield. Los datos experimentales se presentan en la Tabla 5:

Tabla 5. Velocidad de rotación y viscosidad aparente.

| VELOCIDAD DE ROTACIÓN "SPINDLE" | VISCOSIDAD |
|---------------------------------|------------|
| [rpm]                           | [Pa s]     |
| 20                              | 7,23       |
| 10                              | 12,06      |
| 4                               | 25,20      |
| 2                               | 39,50      |

Asumiendo un fluido que cumple con la ley de potencia encuentre el índice de potencia del fluido.

## SOLUCIÓN

Se conoce que la tasa de deformación por cortante es directamente proporcional a la velocidad de rotación del eje "spindle" inmerso en el fluido, en este caso:

$$\dot{\gamma} = C N$$

Donde  $C$  es una constante de proporcionalidad. Reemplazando esta expresión en la expresión [2.6], se tiene:

$$\mu_p = K (C N)^{n-1}$$

Tomando logaritmo en ambos lados y simplificando términos se llega:

$$\text{Log}(\mu_p) = A + (n-1)\text{Log}(N) \quad [5.3]$$

Donde:

$$A = \text{Log}(K) + (n-1)\text{Log}(C).$$

De acuerdo con la expresión [5.3], una regresión lineal logarítmica entre la viscosidad aparente ( $\mu_p$ ) y las revoluciones de rotación ( $N$ ), daría una línea recta con una pendiente igual a  $n-1$ , con lo cual puede encontrarse  $n$ .

De la Figura 19, se deduce que  $n-1 = -0,7466$ , por lo cual  $n = 0,2534$ . Además, es imposible encontrar el índice de consistencia del fluido  $K$  a menos que la constante  $C$  sea determinada. Las unidades de  $N$  deben ser convertidas a revoluciones por segundo (rps).

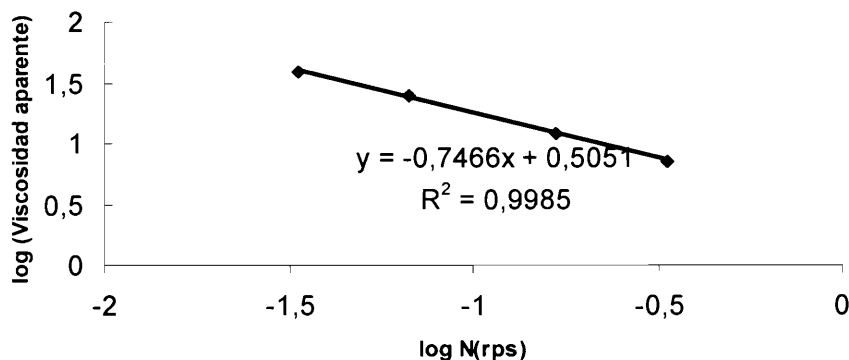


Figura 19. Regresión lineal para el problema 3.

**PROBLEMA 4.** Los datos de caída de presión y flujo volumétrico de la Tabla 6, fueron obtenidos durante un ensayo reológico usando un sistema de medición de flujo en un ducto de 1,384 cm de diámetro y longitud de 1,22 m. Determine los valores del índice de fluido y el valor del índice de consistencia de este fluido.

Tabla 6. Datos experimentales correspondientes al flujo volumétrico y caída de presión para el problema 4.

| FLUJO VOLUMÉTRICO<br>(cm <sup>3</sup> /s) | CAÍDA DE PRESIÓN<br>(Dinas/cm <sup>2</sup> ) |
|---|--|
| 107,5                                     | 50,99 *10 <sup>4</sup>                       |
| 67,83                                     | 42,03*10 <sup>4</sup>                        |
| 50,89                                     | 33,07*10 <sup>4</sup>                        |
| 40,31                                     | 29,62*10 <sup>4</sup>                        |
| 10,10                                     | 15,56*10 <sup>4</sup>                        |
| 8,80                                      | 14,49*10 <sup>4</sup>                        |
| 33,77                                     | 31*10 <sup>4</sup>                           |
| 53,36                                     | 35,14*10 <sup>4</sup>                        |
| 104,41                                    | 46,85*10 <sup>4</sup>                        |

### SOLUCIÓN

Para este caso el esfuerzo cortante se evalúa con la expresión [3.10] y la tasa de cizalladura con la expresión [3.17]. Calculados estos valores se hace un ajuste tipo potencial entre el esfuerzo cortante y la tasa de cizalladura.

Para la evaluar la tasa de cizalladura, se necesita conocer el factor de corrección:

$$\frac{d \left( \ln \left( \frac{8\bar{v}}{D} \right) \right)}{d(\ln(\tau_w))}$$

Para esto se realizará una regresión lineal logarítmica entre  $\ln \frac{8\bar{v}}{D}$  y

$\ln(\tau_w)$ . Los cálculos se encuentran en la Tabla 7.

En la Figura 20, se muestra el ajuste logarítmico entre  $\ln \frac{8\bar{v}}{D}$  contra  $\ln(\tau_w)$ . Como se puede apreciar la pendiente de la línea es igual a 2,0184 (factor de corrección). Determinado este valor, puede calcularse la tasa de cizalladura con la expresión [3.17]. La Figura 21, muestra el ajuste potencial entre el esfuerzo cortante contra la tasa de cizalladura. De este ajuste, el índice de potencia del fluido es  $n=0,4896$  y el índice de consistencia  $K=6,6303 \text{ Pa s}^n$

Tabla 7. Resultados para el problema 4.

| FLUJO VOLUMÉTRICO (m <sup>3</sup> /s) | CAÍDA DE PRESIÓN (Pa) | VELOCIDAD (m/s)<br>Columna1/<br>( $\pi D^2/4$ ) | RELACIÓN 8V/D (1/s) | ESFUERZO CORTANTE (Pa)<br>Expresión [3.10] | TASA DE CIZALLADURA (1/s)<br>Expresión [3.17] |
|---------------------------------------|-----------------------|---|---------------------|--|---|
| 0,0001075                             | 50990                 | 0,71  | 413,05              | 144,61                                     | 518,21  |
| 0,00006783                            | 42030                 | 0,45  | 260,62              | 119,20                                     | 326,98  |
| 0,00005089                            | 33070                 | 0,34  | 195,53              | 93,79                                      | 245,32  |
| 0,00004031                            | 29620                 | 0,27  | 154,88              | 84,00                                      | 194,32  |
| 0,0000101                             | 15560                 | 0,07  | 38,81               | 44,13                                      | 48,69   |
| 0,0000088                             | 14490                 | 0,06  | 33,81               | 41,09                                      | 42,42   |
| 0,00003377                            | 31000                 | 0,22  | 129,75              | 87,92                                      | 162,79  |
| 0,00005336                            | 35140                 | 0,35  | 205,02              | 99,66                                      | 257,22  |
| 0,00010441                            | 46850                 | 0,69  | 401,17              | 132,87                                     | 503,31  |

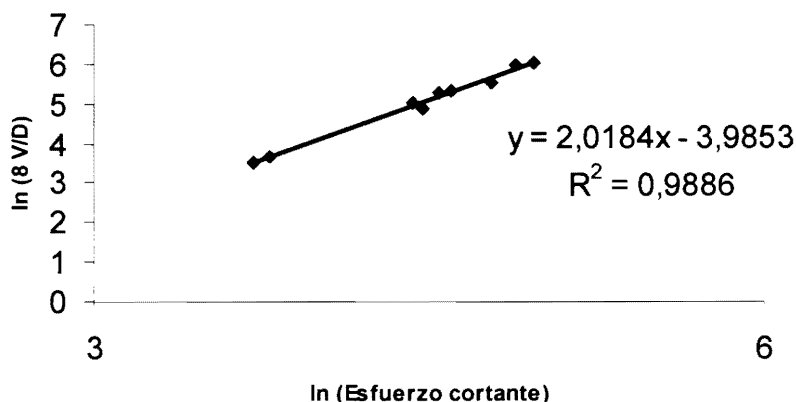


Figura 20. Determinación gráfica del factor de corrección en los métodos de flujo.

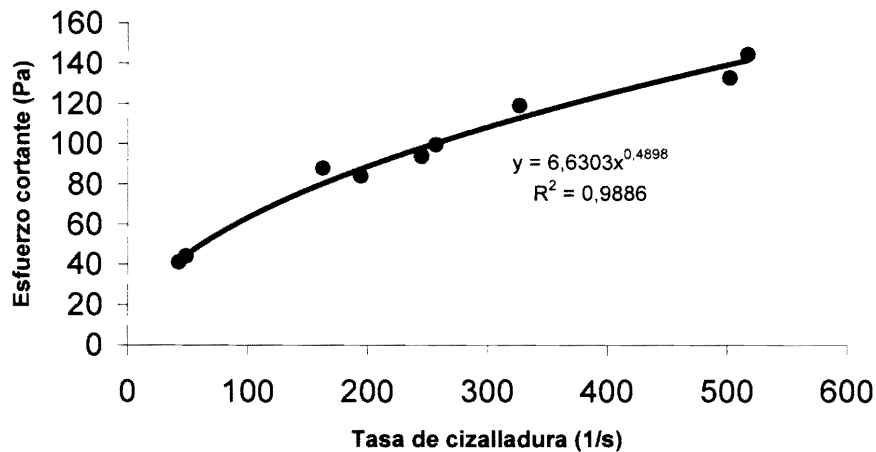


Figura 21. Ajuste potencial en el problema 4.

**PROBLEMA 5.** Un viscosímetro cilíndrico de radio interno de 0,025 m ( $R_1$ ), radio externo 0,026 m ( $R_2$ ) y longitud 0,04 m ( $L$ ) fue usado para caracterizar reológicamente un jugo de tomate concentrado. En la Tabla 8, se muestra la relación entre el torque y las revoluciones de rotación del cilindro interno:

Tabla 8. Datos experimentales de torque y velocidad angular para un viscosímetro concéntrico evaluando un jugo de tomate concentrado.

| N (rps)                    | 0,01 | 0,02 | 0,05 | 0,1 | 0,2  | 0,5  | 1    | 2    | 5    |
|----------------------------|------|------|------|-----|------|------|------|------|------|
| TORQUE<br>(N-m)* $10^{-3}$ | 2,37 | 3,58 | 5,72 | 7,8 | 10,4 | 14,9 | 19,7 | 26,4 | 40,9 |

Asumiendo un fluido de potencia, determine el índice de consistencia y el índice de flujo para este jugo concentrado.

### SOLUCIÓN

La diferencia de  $R_2 - R_1 = 0,001$  el cual es menor de 0,0025 por lo que se trata de cilindros concéntricos de espaciamiento reducido. La tasa de cizalladura será calculada con la expresión [3.1] y el esfuerzo cortante con la expresión [3.2].



Nuevamente se aplicará una regresión potencial entre estos dos valores para determinar los valores de  $n$  y  $K$ . En la Tabla 9, se encuentra los valores calculados.

Tabla 9. Resultados del esfuerzo y tasa de cizalladura calculados a partir de datos experimentales para el problema 5.

| TASA DE CIZALLADURA [1/s]<br>Expresión [3.1] | ESFUERZO CORTANTE [Pa]<br>Expresión [3.2] |
|--|---|
| 1,6  | 15,1                                      |
| 3,1  | 22,8                                      |
| 7,9  | 36,4                                      |
| 15,7   | 49,7                                      |
| 31,4   | 66,2                                      |
| 78,5   | 94,9                                      |
| 157,1  | 125,4                                     |
| 314,2  | 168,1                                     |
| 785,4  | 260,4                                     |

En la Figura 22, se presenta el ajuste potencial de los datos anteriores entre esfuerzo cortante contra la tasa cortante de deformación, de la cual se puede concluir que  $n= 0,4433$  y  $K= 13,696 \text{ Pa s}^n$ . Hay que tener en cuenta que en este caso, el procedimiento sugerido por Casson para encontrar el esfuerzo de cedencia citado por CHarm (1971) no aplica, ya que la relación entre la raíz cuadrada del esfuerzo cortante y la tasa de cizalladura, no sigue una relación lineal. También se observa, que este jugo concentrado no experimenta un valor del esfuerzo de cedencia notable, ya que el esfuerzo se aproxima a cero a medida que la tasa de cizalladura se vuelve cero (Figura 22).

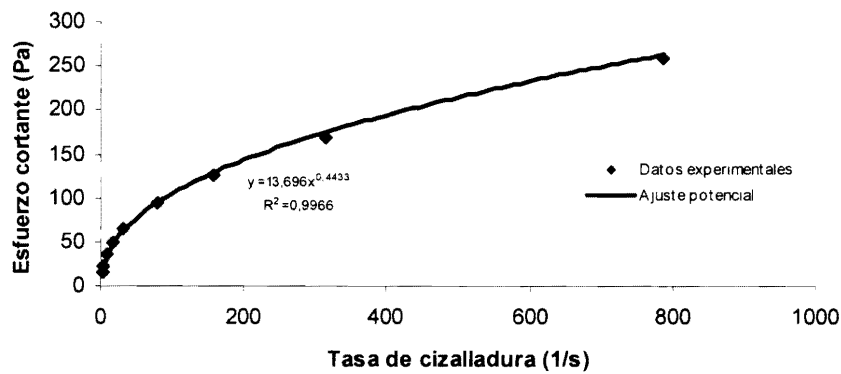


Figura 22. Comportamiento reológico para un jugo de tomate concentrado.

**PROBLEMA 6.** En la Tabla 10, se muestran los valores experimentales del torque aplicado por unidad de longitud y velocidad de rotación, obtenidos para un puré de papa usando un viscosímetro rotacional de un cilindro de radio  $R_1=0,95$  cm. Caracterice reológicamente este puré.

Tabla 10. Datos experimentales obtenidos para un puré de papa usando un viscosímetro rotacional.

| N (rps)                                      | 0,1                 | 0,2                   | 0,5                 | 1,0                 |
|--|---------------------|-----------------------|---------------------|---------------------|
| TORQUE POR UNIDAD DE LONGITUD<br>T/L (N m/m) | $105 \cdot 10^{-5}$ | $157,5 \cdot 10^{-5}$ | $268 \cdot 10^{-5}$ | $381 \cdot 10^{-5}$ |

### SOLUCIÓN

Ya que se trata de un viscosímetro rotacional de un solo cilindro, se seguirá el procedimiento citado en el numeral 3.1.1.

En la Figura 23, se muestra un ajuste lineal entre la raíz cuadrada del torque aplicado por unidad de longitud contra la raíz cuadrada del número de revoluciones.

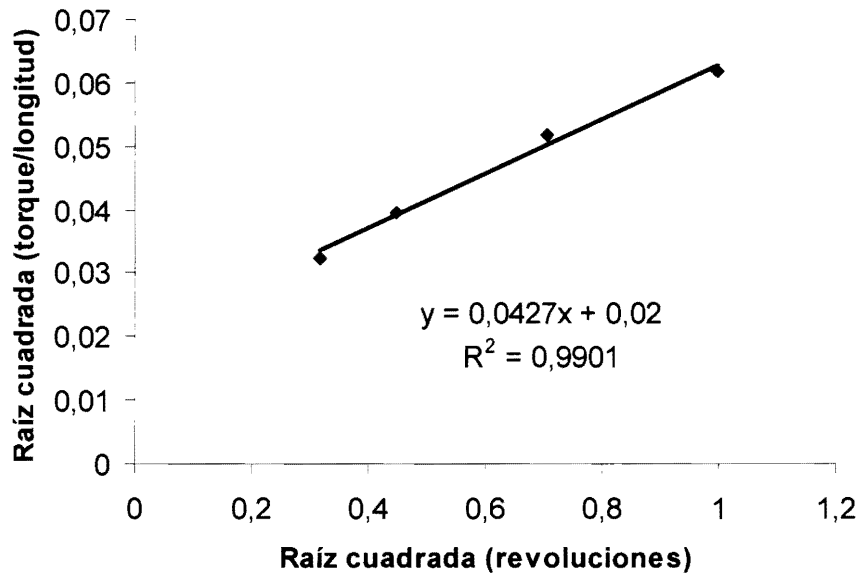


Figura 23. Forma de determinar el valor del esfuerzo de cedencia en el problema 6.

De la Figura 23, se puede deducir que el intercepto es  $C = 0,02$ . Reemplazando valores en la expresión  $\tau_o = \frac{C^2}{2\pi R_1^2}$ , se obtiene que el esfuerzo de cedencia es  $0,70539 \text{ Pa}$ .

Para encontrar el valor de índice de potencia del fluido, se graficará  $\log(N)$  contra  $\log\left[\frac{(T/L)}{2\pi R_1^2} - 1\right]$ . La pendiente de la línea resultante es  $1/n$ . De la Figura 24, se deduce que  $n = 1/1,3805 = 0,72437$

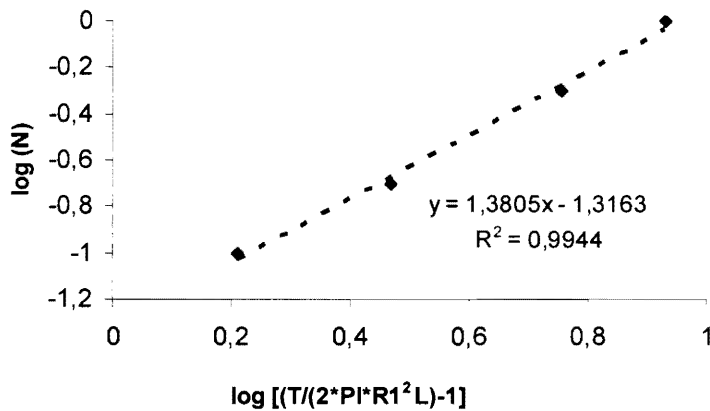


Figura 24. Regresión lineal para hallar en índice de flujo para el problema 6.

El valor del índice de consistencia del fluido, puede hallarse para cualquier valor del número de revoluciones de rotación del eje por medio de la expresión [3.5], la cual requiere ser integrada conociendo el valor de  $R_2$ . En la Tabla 11, se muestran los resultados alcanzados. El valor promedio del índice de consistencia del fluido es  $K = 0,5775 \text{ Pa s}^n$ .

Tabla 11. Cálculo de valor del índice de consistencia para el problema 6.

| REVOLUCIONES<br>POR SEGUNDO<br>[N] | TORQUE POR<br>UNIDAD DE<br>LONGITUD, T/L<br>[N m/m] | VALOR DE<br>$R_2$<br>[m] | VALOR DE LA<br>EXPRESIÓN [3.5] | ÍNDICE DE<br>CONSISTENCIA<br>$K$ [Pa s <sup>n</sup> ] |
|------------------------------------|---|--------------------------|--------------------------------|---|
| 0,1                                | 0,00105   | 0,015                    | 0,322                          | 0,434   |
| 0,2                                | 0,001575  | 0,019                    | 0,942                          | 0,573   |
| 0,5                                | 0,00268   | 0,025                    | 2,886                          | 0,663   |
| 1,0                                | 0,00381   | 0,029                    | 5,492                          | 0,64  |

**PROBLEMA 7.** Un fluido no dependiente del tiempo presentó la siguientes características reológicas:  $K = 10,5 \text{ Pa s}^n$ ,  $n = 0,40$  y  $\tau_o = 225 \text{ Pa}$ . Se desea

bombear  $1,60 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  a través de una tubería de diámetro interno de 1,5" y longitud de 8 m. Asumiendo una densidad del fluido de  $1152 \text{ kg}/\text{m}^3$ , determine el factor de fricción de Fanning de este fluido y la caída de presión correspondiente.

### SOLUCIÓN

De acuerdo a la caracterización reológica se trata de un fluido Herschel-Bulkley. Luego, determinado el Número de Reynolds Generalizado ( $GR_E$ ) por medio de la expresión [4.1] se obtiene:

$$GR_E = \left[ \frac{D^n \left( \bar{v} \right)^{2-n} \rho}{8^{n-1} K} \right] \left[ \frac{4n}{3n+1} \right]^n = \left[ \frac{0,0381^{0,4} \cdot 1,403^{2-0,4} \cdot 1152}{8^{0,4-1} \cdot 10,5} \right] \cdot \left[ \frac{4 \cdot 0,4}{3 \cdot 0,4 + 1} \right]^{0,4} = 156,48$$

Donde la velocidad media del fluido es:  $\bar{v} = \frac{\dot{q}}{\pi R^2} = \frac{4 \dot{q}}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 0,0016}{\pi \cdot 0,0381^2} = 1,403 \text{ m/s}$ .

Ya que  $156,48 < 2100$ , se trata de un fluido en flujo laminar. Para este tipo de fluido, el factor de fricción de Fanning es:

$$f = \frac{16}{\Psi GR_E} = \frac{0,1022}{\Psi} \quad (\text{a})$$

Donde los parámetros adimensionales  $\xi$  y  $\psi$  están dados por:

$$\xi = \frac{\tau_o}{\left( \frac{D \Delta P}{4L} \right)} = \frac{\tau_o}{\left( \frac{f \rho (\bar{v})^2}{2} \right)} = \frac{0,1985}{f} \quad (\text{b})$$

$$\Psi = \left[ (3n+1)^n (1-\xi)^{1+n} \right] \left[ \frac{(1-\xi)^2}{3n+1} + \frac{2\xi(1-\xi)}{2n+1} + \frac{\xi^2}{n+1} \right]^n \quad (\text{c})$$

Las expresiones (a), (b) y (c) se deben de resolver por un proceso iterativo. Para este caso uno de los métodos de solución es:

1. Asumir un valor de  $\xi > 0$
2. Calcular  $\psi$  de la expresión (c)

3. Determinar  $f$  a partir de la expresión (b)
4. Calcular  $f$  de la expresión (a)
5. Comparar el valor de  $f$  proveniente del paso 3 y 4.
6. Finalizar cuando el valor de  $f$  es aproximadamente igual en los pasos 3 y 4.

Los resultados del proceso iterativo son:  $\xi = 0,6$ ,  $\psi = 0,309$  y  $f = 0,33$ . La caída de presión por longitud es la siguiente:

$$\Delta P = \frac{2fL\rho\bar{v}^2}{D} = \frac{2 \cdot 0,33 \cdot 8 \cdot 1152 \cdot 1,403^2}{0,0381} = 314251,07 \text{ Pa}$$

**PROBLEMA 8.** Un fluido en caso estacionario presentó la siguiente caracterización:  $\mu_{pl} = 0,0655 \text{ Pa s}$  y  $\tau_o = 3,198 \text{ Pa}$ . Si el fluido es transportado en un ducto de 2" con un flujo volumétrico de  $2,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  y densidad de  $1250 \text{ kg/m}^3$ , determine el coeficiente de fricción de Fanning.

### SOLUCIÓN

De acuerdo a los datos suministrados, se trata de un fluido plástico Bingham. Para este caso, se determinará si el régimen de flujo es laminar, para lo cual se debe de cumplir con la condición dada en la expresión [4.7].

El número de Reynolds de Bingham es:

$$R_{E,B} = \frac{D\rho\bar{v}}{\mu_{pl}} = \frac{0,0508 \cdot 1250 \cdot 0,9867}{0,0655} = 956,571$$

Donde la velocidad media de flujo fue determinada como:

$$\bar{v} = \frac{\dot{q}}{\pi R^2} = \frac{4\dot{q}}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 0,002}{\pi \cdot 0,0508^2} = 0,9867 \text{ m/s}$$



El número adimensional de Hedstrom es:

$$H_E = \frac{D^2 \tau_o \rho}{\mu_{pl}^2} = \frac{0,0508^2 \cdot 3,198 \cdot 1250}{0,0655^2} = 2404,547$$

El valor de la constante  $C_c$ , se resuelve implícitamente. Para este caso:

$$\frac{C_c}{(1-C_c)^3} = \frac{H_E}{16800} = \frac{2404,547}{16800} = 0,1431. \text{ Resolviendo } C_c = 0,1032.$$

El número de Reynolds de Bingham crítico es:

$$(R_{E,B})_{CR} = \frac{H_E}{8C_c} \left( 1 - \frac{4C_c}{3} + \frac{C_c^4}{3} \right) = \frac{2404,547}{8 \cdot 0,1032} \cdot \left[ 1 - \frac{4 \cdot 0,1032}{3} + \frac{0,1032^4}{3} \right] = 2511,836$$

Ya que  $2511,836 > 956,571$ . Se trata de un flujo laminar. Por lo tanto el coeficiente de fricción de Fanning es:

$$f = \frac{16(6R_{E,B} + H_E)}{6(R_{E,B})^2} = \frac{16 \cdot (6 \cdot 956,571 + 2404,547)}{6 \cdot 956,571^2} = 0,0237$$

**PROBLEMA 9.** El fluido con las características reológicas definidas en el problema 7, densidad de  $1250 \text{ kg/m}^3$  y flujo volumétrico  $1,8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$ , es transportando como lo muestra la Figura 25. Asumiendo que la planta de bombeo está localizada a 1000 msnm y que la presión de salida debe ser 2,9 bar (manométrica) determine:

- Potencia de la bomba requerida asumiendo una eficiencia del 100%.
- Si la bomba debe de rotar a 1800 rpm, cual es el desplazamiento volumétrico de la bomba requerido?
- Viscosidad efectiva en el tramo A.
- Presión disponible neta de succión.

La sección A es de 1,2 m de longitud, diámetro de 1,5" y la sección B es de longitud de 8 m y diámetro 1". El tanque es abierto a presión atmosférica y la altura desde el nivel del tanque a la entrada de la bomba es de 0,8 m. Asuma un 10% para las pérdidas locales y que el fluido es transportado a  $20^\circ\text{C}$ .

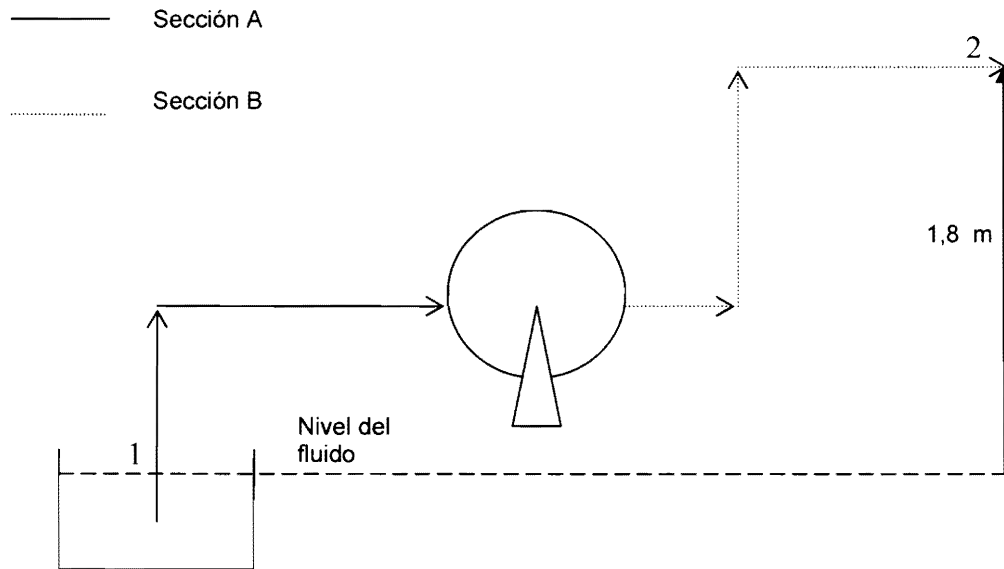


Figura 25. Sistema de bombeo para el problema 9.

### SOLUCIÓN

a. Se asumirá que el fluido es incompresible, transportado de forma isotérmica y que el nivel del tanque es sostenido constante. La posición 1 será localizada a nivel del fluido y a una presión igual a la presión atmosférica a esa altitud. Como se tiene una tubería de varios diámetros, las pérdidas de energía asociadas por fricción, se calcularán por tramo.

A partir de la expresión [4.31] y despejando para el trabajo específico se tiene:

$$-w = g(Z_2 - Z_1) + \frac{1}{\rho}(P_2 - P_1) + \frac{\bar{v}_2^2}{\alpha} - \frac{\bar{v}_1^2}{\alpha} + E_f \quad [5.4]$$

Donde  $E_f$  representa la energía total perdida por fricción dada por la expresión [4.36]. Asumiendo un 10% para las pérdidas locales, se tiene:



$$E_f = 2,2 \left( \frac{f_A L_A \left( \frac{2}{v_A} \right)}{D_A} + \frac{f_B L_B \left( \frac{2}{v_B} \right)}{D_B} \right) = E_{f,A} + E_{f,B} \quad [5.5]$$

Donde  $E_{f,A}$  y  $E_{f,B}$ , son las pérdidas en los tramos A y B respectivamente.

La potencia de bombeo esta dada por la expresión [4.32]:

$$\dot{w} = w \rho \dot{q} = w \dot{m}$$

Para calcular la presión atmosférica a cualquier altitud, se utiliza la siguiente relación:

$$P_{atm}(h) = e^{(-0,0001158h)} \quad [5.6]$$

En la cual:

$P_{atm}(h)$  = Presión atmosférica a cualquier altitud (atm).

$h$  = Altitud sobre el nivel de mar (m).

Para 1000 m, se tiene un valor de presión atmosférica igual a 0,8906 atm = 90,24 kPa = 0,9024 bar.

Factores de fricción de Fanning: De acuerdo a los datos suministrados de la caracterización reológica se trata de un fluido de Herschel-Bulkley. Ya que los ductos difieren de diámetro un coeficiente de fricción es calculado para cada tramo.

- Tramo A:

El número de Reynolds generalizado (expresión [4.1]) es:

$$GR_E = \left[ \frac{D^n \left( \frac{2}{v} \right)^{2-n} \rho}{8^{n-1} K} \right] \left[ \frac{4n}{3n+1} \right]^n = \left[ \frac{0,0381^{0,4} \cdot 1,579^{2-0,4} \cdot 1250}{8^{0,4-1} \cdot 10,5} \right] \cdot \left[ \frac{4 \cdot 0,4}{3 \cdot 0,4 + 1} \right]^{0,4} = 205,132$$

Donde la velocidad media del fluido es:

$$\bar{v}_A = \frac{\dot{q}}{\pi R^2} = \frac{4 \dot{q}}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 0,0018}{\pi \cdot 0,0381^2} = 1,579 \text{ m/s}.$$

Ya que  $205,132 < 2100$ , se trata de un fluido en régimen laminar. Para este tipo de fluido, el factor de fricción de Fanning está definido por:

$$f_A = \frac{16}{\Psi_A GR_E} = \frac{0,078}{\Psi_A} \quad (\text{d})$$

Donde los parámetros adimensionales  $\xi$  y  $\psi$  están son:

$$\xi_A = \frac{\tau_o}{\left(\frac{D \Delta P}{4L}\right)_A} = \frac{\tau_o}{\left(\frac{f \rho (\bar{v})^2}{2}\right)_A} = \frac{0,144}{f_A} \quad (\text{e})$$

$$\Psi_A = \left[ (3n+1)^n (1-\xi_A)^{1+n} \right] \left[ \frac{(1-\xi_A)^2}{3n+1} + \frac{2\xi_A(1-\xi_A)}{2n+1} + \frac{\xi_A^2}{n+1} \right]^n \quad (\text{f})$$

Resolviendo iterativamente (d), (e) y (f) en forma similar al problema 7, se llega a un valor de  $\xi_A = 0,589$  y  $f_A = 0,244$ . Procedimiento similar al anterior puede usarse para el tramo B.

- Tramo B:

El número de Reynolds generalizado es:

$$GR_E = \left[ \frac{D^n \left(\frac{\bar{v}}{v}\right)^{2-n} \rho}{8^{n-1} K} \right] \left[ \frac{4n}{3n+1} \right]^n = \left[ \frac{0,0381^{0,4} \cdot 3,55^{2-0,4} \cdot 1250}{8^{0,4-1} \cdot 10,5} \right] \cdot \left[ \frac{4 \cdot 0,4}{3 \cdot 0,4 + 1} \right]^{0,4} = 749,875$$

En la cual la velocidad media del fluido es determinada como:

$$\bar{v}_B = \frac{\dot{q}}{\pi R^2} = \frac{4 \dot{q}}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 0,0018}{\pi \cdot 0,0254^2} = 3,55 \text{ m/s}.$$

Debido a que  $749,875 < 2100$ , se trata de un fluido en régimen laminar. Para esta condición, el factor de fricción de Fanning está dado por:

$$f_B = \frac{16}{\Psi_B GR_E} = \frac{0,02133}{\Psi_B} \quad (\text{g})$$

Donde los parámetros adimensionales  $\xi$  y  $\psi$  están definidos respectivamente por:

$$\xi_B = \frac{\tau_o}{\left(\frac{D\Delta P}{4L}\right)_B} = \frac{\tau_o}{\left(\frac{f\rho(\bar{v})^2}{2}\right)_B} = \frac{0,02856}{f_B} \quad (\text{h})$$

$$\Psi_B = \left[ (3n+1)^n (1-\xi_B)^{1+n} \right] \left[ \frac{(1-\xi_B)^2}{3n+1} + \frac{2\xi_B(1-\xi_B)}{2n+1} + \frac{\xi_B^2}{n+1} \right]^n \quad (\text{i})$$

Resolviendo iterativamente (g), (h) y (i) en forma similar al problema al tramo A, se tiene  $\xi_B = 0,522$  y  $f_B = 0,0547$ . Reemplazando valores en [5.5], se tiene:

$$E_f = 2,2 \left( \frac{f_A L_A \left(\frac{2}{\bar{v}_A}\right)}{D_A} + \frac{f_B L_B \left(\frac{2}{\bar{v}_B}\right)}{D_B} \right) = 2,2 \cdot \left[ \frac{0,244 \cdot 1,2 \cdot 1,579^2}{0,0381} + \frac{0,0547 \cdot 8 \cdot 3,55^2}{0,0254} \right] = 519,82 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

Para aplicar la expresión [5.4], se tiene que en la posición 1:  $Z_1 = 0$ ,  $P_1 = 90,24$  kPa y  $\bar{v}_1 = 0$  y en la posición 2:  $Z_2 = 1,8$  m,  $P_2 = (2,9 + 0,9024)$  bar = 380,24 kPa y  $\bar{v}_2 = 3,55$  m/s. El factor de corrección en el término de energía cinética se determina con la expresión [4.35]. Reemplazando valores  $\xi_B = 0,522$  y  $n=0,4$  se encuentra que  $\alpha = 1,545$ . Retomando la expresión [5.4]:

$$-w = 9,8 \cdot (1,8 - 0) + 1/1250 \cdot (380,24 - 90,24) \cdot 1000 + \frac{3,55^2}{1,545} + 519,82 = 777,61 \text{ J/kg}$$

Por lo tanto la potencia es:

$$\dot{w} = w \rho \dot{q} = w \dot{m} = 777,61 \cdot 1250 \cdot 0,0018 = 1749,63 \text{ J/s} = 2,34 \text{ HP}$$

b. De la expresión [4.38], despejando para  $DVR$ :

$$DVR = \left( \frac{\dot{q}}{PS} \right) \cdot 60 = \frac{0,0018 \cdot 60}{1800} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ m}^3/\text{rev}$$

c. A partir de la expresión [4.37] y reemplazando valores:

$$\mu_{ef}|_A = \frac{f \dot{m}}{4 \pi D} = \frac{\rho D_A f_A \bar{v}_A}{16} = \frac{1250 \cdot 0,0381 \cdot 0,244 \cdot 1,579}{16} = 1,146 \text{ Pa s}$$

d. La presión disponible neta de succión está dada por la expresión [4.40], por lo que se requiere analizar el lado de la succión de la bomba (Tramo A) como lo muestra la Figura 26, teniendo presente que el desnivel es de 0,8 m (dato del problema) y que  $w=0$ .

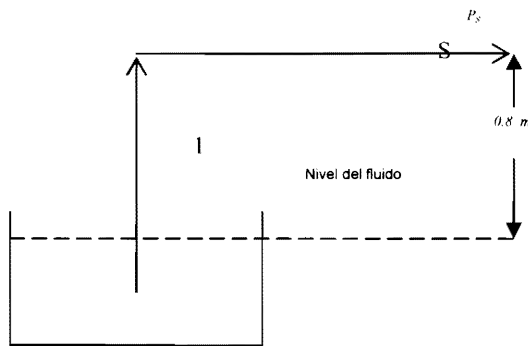


Figura 26. Análisis de succión bomba.

Aplicando la expresión [4.31] entre el punto (1) y el punto de succión (S) y despejando para  $P_S$  (presión de succión):

$$P_S = \rho g(Z_1 - Z_S) + P_1 + \frac{\rho(v_1^2 - v_S^2)}{\alpha} - E_f \rho \quad [5.7]$$

Donde:

$$z_1=0$$

$$v_1=0$$

$$P_1=0,9024 \text{ bar}=90,24 \text{ kPa}$$

$$v_S= v_A=1,579 \text{ m/s}$$

$$Z_S=0,8 \text{ m}$$

El valor de corrección de energía cinética para el tramo A, se determina con la expresión [4.35]. Reemplazando los valores de  $\xi_A = 0,589$  y  $n=0,4$ , se obtiene

$$\alpha = \alpha_A = 1,598$$

La energía de fricción en el tramo A, es:

$$E_f = E_{f,A} = 2,2 \left( \frac{f_A L_A \left( \frac{v_A^2}{D_A} \right)}{D_A} \right) = 2,2 * \left[ \frac{0,244 \cdot 1,2 \cdot 1,579^2}{0,0381} \right] = 42,15 \text{ m}^2/\text{s}^2$$

Reemplazando valores en [5.7]

$$P_S = 1250 \cdot 9,8 \cdot (0 - 0,8) + 90,24 \cdot 1000 + \frac{1250(0 - 1,579^2)}{1,598} - 42,15 \cdot 1250 = 2580222 \text{ Pa} = 25,802 \text{ kPa}$$

Para una temperatura de 20°C, la presión de saturación de agua es  $P_{sat} = 2,33 \text{ kPa}$ , por lo que la presión disponible neta de succión es:

$$NIPA = P_S - P_{sat} = 25,802 - 2,33 = 23,47 \text{ kPa}$$

**PROBLEMA 10.** Durante un proceso de pasteurización de un puré de papaya es necesario en la zona de calentamiento incrementar su temperatura a 65°C y sostener esta temperatura en una zona de “mantenimiento” con el fin de alcanzar una probabilidad de destrucción del 99,999% de esporas de un microorganismo (x). El factor de reducción decimal de las esporas de este microorganismo (x) a una temperatura de 65°C es de  $D_{65^\circ\text{C}} = 0,02 \text{ min}$ . El puré sale del recuperador de calor a una temperatura de 44°C, el cual posee una efectividad de 51%. Reológicamente y en el rango de variación de temperaturas, este puré puede considerarse como un fluido de potencia para el cual  $n = 0,528$  y  $K = 9,09 \text{ Pa s}^n$ . Las propiedades físico térmicas promedias del puré son:  $\rho = 1100 \text{ kg/m}^3$  (densidad),  $C_p = 3200 \text{ J/kg } ^\circ\text{C}$  (calor específico) y  $k_f = 0,40 \text{ W/m}^\circ\text{C}$  (conductividad térmica). Este puré fluye con flujo volumétrico de  $3,2 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}$  en un ducto circular de diámetro

0,0508 m (2") cuya superficie externa es mantenida con vapor saturado a una presión de 20 bar. Asumiendo condiciones de régimen no transitorio, determine:

- a. Coeficiente convectivo para el puré en la zona de calentamiento.
- b. Área necesaria de intercambio térmico para la zona de calentamiento.
- c. Longitud de tubería de 2" en la zona de mantenimiento para alcanzar el grado de destrucción sugerida.

### SOLUCIÓN

- a. La Figura 27 muestra la representación del problema para la zona de calentamiento. Según los datos del problema, se trata de una condición térmica superficial a temperatura constante. De tablas termodinámicas para vapor de agua a una presión de 20 bar, se tiene que la temperatura de saturación es  $T_s = T_{sat} = 212,4^{\circ}\text{C}$ .

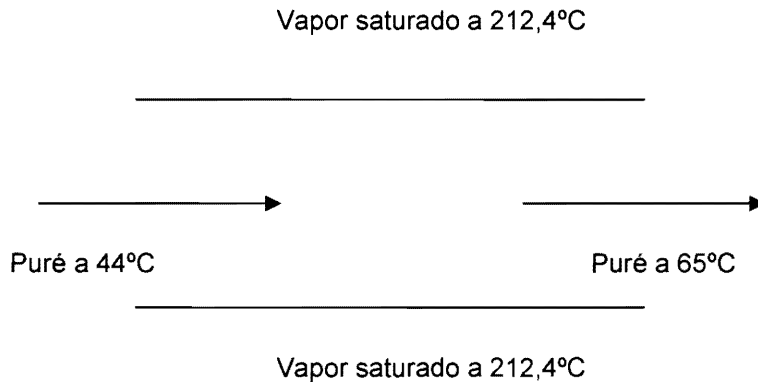


Figura 27. Flujo de puré sometido a temperatura constante.

Ya que no se tienen datos acerca de la variación del índice de consistencia del puré con respecto a la temperatura, se empleará la expresión [4.51] que solo depende del índice de potencia del fluido. Reemplazando este valor se tiene que  $N_U = 4,7078$ .

Despejando de la expresión [4.51], para el coeficiente de convección:

$$h = \frac{N_U k_f}{D} = \frac{4,7078 \cdot 0,40}{0,0508} = 37,0693 \text{ W/m}^2\text{°C}$$

b. Igualando las expresiones [4.41] y [4.46] y despejando para  $A_s$ :

$$A_s = \frac{\dot{m} C_p (T_e - T_i)}{h \Delta T_{\ln}} = \frac{\dot{m} C_p (T_e - T_i)}{h \left[ \frac{(T_s - T_e) - (T_s - T)}{\ln \left( \frac{T_s - T_e}{T_s - T} \right)} \right]}$$

El valor de flujo de masa es  $\dot{m} = \rho \dot{q} = 1100 \cdot 3,2 \cdot 10^{-3} = 3,52 \text{ kg/s}$

Reemplazando valores en la anterior ecuación se llega:

$$A_s = \frac{3,52 \cdot 3200 \cdot (65 - 44)}{37,0693 \cdot \left[ \frac{(212,4 - 65) - (212,4 - 44)}{\ln \left[ \frac{(212,4 - 65)}{(212,4 - 44)} \right]} \right]} = 40,472 \text{ m}^2$$

c. En la zona de mantenimiento, la temperatura del puré debe de permanecer constante en 65°C a lo largo la tubería de diámetro 0,0508 m (2"). La longitud es  $L = v_{\text{máx}} \cdot t$ . Donde  $t$  es el tiempo de exposición evaluado a partir de los datos de inactivación térmica del microorganismo ( $x$ ) a 65°C.

- Cálculo del tiempo. Este valor se determina como:  $t = NRD \cdot D_{65^\circ\text{C}}$ , en la cual  $NRD$  es el número de reducciones decimales en función de la probabilidad de sobrevivencia ( $P_s$ ) y la probabilidad de destrucción ( $P_d$ ), así:

$$P_s = 1 - (P_d/100) = 10^{-NRD} = 1 - (99,999/100) = 10^{-5} = 10^{-NRD}, \text{ de lo cual se concluye que } NRD = 5.$$

Reemplazando valores para el tiempo se llega a:

$$t = NRD \cdot D_{65^\circ C} = 5 \cdot 0,02 \cdot 60 = 6 \text{ s}$$

Cálculo de la velocidad máxima. Ya que se trata de un fluido que cumple con la ley de potencia despejando la velocidad máxima de determina con la expresión

$$[4.25]: v_{m\acute{a}x} = \left( \frac{3n+1}{n+1} \right) \cdot \bar{v} = \left[ \frac{3 \cdot 0,528+1}{0,528+1} \right] \cdot 1,5788 = 2,67 \text{ m/s}$$

Donde la velocidad promedio de flujo se determinó con la expresión [3.7]:

$$\bar{v} = \frac{4 \dot{q}}{\pi D^2} = \frac{4 \cdot 3,2 \cdot 10^{-3}}{\pi \cdot 0,0508^2} = 1,5788 \text{ m/s} .$$

Finalmente la longitud de tubería de 2" requerida es :  $L = v_{m\acute{a}x} \cdot t = 2,67 \cdot 6 = 16,02 \text{ m}$



## BIBLIOGRAFÍA

ADHIKARY, Benu y JINDHAL, V.K. Fluid flow characterization with tube viscometer data. En: *Journal of food engineering*. Vol 50 (2001); p. 229-234.

ALFONSO, Isabel M.; HES, Lubos; MAIA, João M. y MELO, Luis F. Heat transfer and rheology of stirred yoghurt during cooling in plate heat exchangers. En: *Journal of food engineering*. Vol 57(2003); p. 179-187.

BALMACEDA, Estela; CHOKYUN, Rha y HUANG, Frank. Rheological properties of hydrocolloids. En: *Journal of food science*. Vol 38 (1973); p.1169-1173.

BARBOSA CANOVAS G. V; KOKINI, J. L ; Ma, L., y IBARZ, A. The rheology of semiliquid foods. En: *Advances in Food and Nutrition Research*. Vol 39 (1996); p.1–69.

BARNES, Howard A. The yield stress—a review or ‘ $\pi\alpha\nu\tau\alpha$  ροι’—everything flows?. En: *J. Non-Newtonian Fluid Mech*. Vol 81 (1999); p. 133–178

BIRD, R. Byron; STEWART, Warren, E. y LIGHTFOOT, Edwin, N. Transport phenomena. United States : John Wiley & Sons, Inc., 1960. 780 p.

BOLIN, H.R. Rheological properties of prune juice. En: *Journal of food science*. Vol 46 (1981); p.886-888.

CENGEL, Yunus A. Introduction to thermodynamics and heat transfer. McGraw-Hill Companies, Inc., United States, 1997. 922 p.

CHARM, E. Stanley. The fundamentals of food engineering. Westport (Connecticut):The AVI Publishing Company, Inc, 1971. p. 54-118.

COLLINS, J.L. y DINCER, B. Rheological properties of syrups containing gums. En: *Journal of food science*. Vol 38 (1973); p.489-492.

DATTA, Ashis K. Heat transfer coefficient in laminar flow of non-Newtonian fluid in tubes. En: *Journal of food engineering*. Vol 39 (1999); p. 285-287.

FRYER, P.J; PYLE, D.L y RIELLY, C.D. Chemical engineering for the food industry. New York : Chapman & Hall, 1997. p 195-233.

GEANKOPLIS, C. J. Transport process and unit operations (third edition). United States: Prentice-Hall, 1993. 297 p.

IBARZ, Albert y BARBOSA CÁNOVAS, Gustavo V. Unit operations in food engineering. United States: CRS Press LLC, 2003. p.89-142

INCROPERA, Frank P. y DeWITT, David P. Fundamentals of heat and mass transfer (Fourth edition). United States. John Wiley & Sons, Inc., 1996. 886 p.

HALL, Tracy y FOUSS, Raymond M. Empirical analysis of viscosity data. Research Laboratory Reprint No 1775, General Electric Research Laboratory. 1951. 6 p.

LARSON, Ronald G. The structure and rheology of complex fluids. New York: Oxford University Press, 1999. 663p.

LAZARIDOU, Athina; BILIADERIS, Costas G.; BACANDRITSOS, Nicolaos y SABATINI, Anna Gloria. Composition, thermal and rheological behaviour of selected Greek honeys. En: *Journal of Food Engineering*. Vol 64 (2004): p. 9–21

McKENNA, B.M y LYNG, J.G. Introduction to food rheology and its measurement. Capítulo de libro: Texture in food, Volume 1: semi-solid foods. CRS Press, New York, p.130-182

MATZ, SAMUEL A. Food texture. United States: Pan-Tech International, Inc., 1990. p. 41-52.

MILLS, Anthony F. Basic heat and mass transfer. United States: Richard D. Irwin, Inc., 1995. p. 209-401.

MOHSENIN, Nuri N. Physical properties of plant and animal materials: structure, physical characteristics and mechanical properties (second revision). United States: Gordon and Breach Science Publishers, 1986. p. 196-234.

MOSSEL, Brenda; BHANDARI, Bhesh; D'ARCY, Bruce y CAFFIN, Nola. Use of an arrhenius model to predict rheological behaviour in some australian honeys. En: *Lebensm.-Wiss. u.-Technol.* Vol 33(2000): p. 545-552

MUNSON, Bruce Roy; OKIISHI, Theodore H. and YOUNG, Donald F. Fundamentals of fluid mechanics. United States: Wiley, John & Sons, 2001. 816 p.

OSORIO, Fernando A. y STEFFE, James F. Kinetic energy calculation for non-Newtonian fluids in circular tubes. En: *Journal of food science*. Vol 49 (1984): p.1295-1296,1315

PELEGRINE, D.H.; SILVA, F.C. y GASPARETTO, C.A. Rheological behavior of pineapple and mango pulps. En: *Lebensm.-Wiss. u.-Technol.* Vol 35 (2002); p.645–648.

PEREIRA, E. C.; BHATTACHARYA, M. y MOREY, R.V. Modeling heat transfer to non-Newtonian fluids in a double tube heat exchanger. En: *Transactions of the ASAE*, United States. Vol.32, No 1 (1989); p. 256-262.

RAO, M. A y RIZVI, S.S.H. Engineering properties of foods (Second edition). New York: Marcel Dekker, Inc., 1995. p.1-53.

RAO, M.A. y ANANTHESWARAN, R.C. Rheology of fluids in food processing. En: *Food technology*. February (1982),p. 116-126.

RAO, M.A; COOLEY, H.J.; NOGUEIRA, J.N. y McLELLAN, M.R. Rheology of apple sauce: effect of apple cultivar, firmness, and processing parameters. En: *Journal of food engineering*. Vol 5, No 1 (1986); p. 176-180.

SABLANI, Shyam S. y SHAYYA, Walid H. Neural network based non-iterative calculation of the friction factor for power law fluids. En: *Journal of food engineering*. Vol 57 (2003); p. 327-335

SARAVACOS, George D y MAROULIS, Zacharias B. Transport properties of foods. New York: Marcel Dekker, Inc, 2001. p.63-100

SHOEMAKER, C.F; LEWIS, J.I y TAMURA, M.S. Instrumentation for rheological measurements of food. En: *Food technology*. March, (1987); p.80-84

SHOEMAKER, Charles.F. y FOGONI, Paula I. Time-dependent rheological behavior of foods. En: *Food technology*. March (1984); p.110-112.

SON, S.M. y SING, R.K. Turbulence modeling and verification for aseptically processed soybean milk under turbulent flow conditions. En: *Journal of Food Engineering*. Vol 52 (2002); p. 177–184.

STEFFE, James F. y MORGAN, Ronnie G. Pipeline design and pump selection for non-Newtonian fluid flows. En: *Food technology*. December (1986); p. 78-85.

TABILO-MUNIZAGA, Gipsy y BARBOSA-CANOVAS, Gustavo V. Rheology for the food industry. En: *Journal of Food Engineering*. Vol 67 (2005);p. 147–156

TANGLERTPAIBUL, T. y RAO, M.A. Rheological properties of tomato concentrates as affected by particle size and methods of concentration. En: *Journal of food science*. Vol 52, No 1 (1987); p.141-145

TOLEDO, Romeo T. Fundamentals of food process engineering. Unites States: AVI Publishing Company, 1980. p.152-241.

VITALI, A.A. y RAO, M.A. Flow properties of low-pulp concentrated orange juice: serum viscosity and effect of pulp content. En: *Journal of Food Science*. Vol.49,

No 3 (1984); p. 876-881.

YOO, B. Effect of temperature on dynamic rheology of Korean honeys. En: *Journal of Food Engineering*. Vol 65 (2004): p. 459–463