



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

# **Evaluación de un controlador predictivo basado en un modelo semifísico de inferencia borrosa Takagi-Sugeno con conjuntos multidimensionales**

## **Evaluation of a model predictive control using a fuzzy inference system Takagi- Sugeno with multidimensional sets**

**Jhon Alexander Isaza Hurtado**

Universidad Nacional de Colombia

Sede Manizales, Facultad de Ingeniería y Arquitectura

Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Computación

Área Curricular de Eléctrica, Electrónica, Automatización y Telecomunicaciones

Manizales, Colombia

2012



# **Evaluación de un controlador predictivo basado en un modelo semifísico de inferencia borrosa Takagi-Sugeno con conjuntos multidimensionales**

**Jhon Alexander Isaza Hurtado**

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:  
**Magister en Ingeniería - Automatización Industrial**

Director:

Hernán Darío Álvarez Zapata, I.Q., M.Sc., Ph.D.

Línea de Investigación:

Modelado y control avanzado de procesos industriales.  
Grupo de Investigación en Procesos Dinámicos - KALMAN

Universidad Nacional de Colombia

Sede Manizales, Facultad de Ingeniería y Arquitectura

Departamento de Ingeniería Eléctrica, Electrónica y Computación

Área Curricular de Eléctrica, Electrónica, Automatización y Telecomunicaciones

Manizales, Colombia

2012



*Padres: José y Lucelly, se reflejan con frutos  
su confianza y apoyo incondicional.*



## **Agradecimientos**

A Dios, siempre está ahí presentándome oportunidades increíbles.

A Hernán, tutor y modelo a seguir que fácilmente se convierte en un gran amigo.

A mi familia, fuente de motivación y superación personal.

A los grupos de investigación GAUNAL y KALMAN, por su apoyo acogedor, su compañía y colaboración en el alcance de esta meta.





## Resumen

En busca de incursionar en la investigación, la formulación e incorporación de nuevas técnicas de control fiables y viables a nivel industrial, este trabajo presenta la evaluación de un controlador predictivo que usa un Sistema de Inferencia Borrosa Takagi-Sugeno con Conjuntos Multidimensionales (SIB T-S CBMD) como modelo de predicción. El Controlador Predictivo No Lineal Basado en Modelo (CPNBM) con SIB T-S CBMD permite el control de procesos químicos no lineales con eficiencia y alto grado de flexibilidad. Por su parte, el control de pH de una corriente de sustancia es crítico en gran variedad de procesos. En tal sentido, empresas productoras de alimentos como los ingenios azucareros deben controlar eficientemente el pH del jugo de caña. Los procesos de ajuste y neutralización del pH presentan un gran desafío por su fuerte no linealidad, adicionando a este problema las perturbaciones del proceso, el ruido de los instrumentos y los retardos del Elemento Final de Control (EFC), situación frecuente en la industria en general. Para cumplir el objetivo de incursionar en la investigación del modelado y control avanzado de procesos en ambientes industriales se emplearon datos reales del proceso de alcalinización del jugo de caña del Ingenio La Unión S.A, Guatemala. Los datos fueron empleados para ajustar el modelo SIB T-S con CBMD y finalmente se propuso un CPNBM que usa tal modelo para el control de pH.

**Palabras clave:** control predictivo no lineal basado en modelo, control de pH, sistema de inferencia borrosa Takagi Sugeno, conjuntos borrosos multidimensionales.

## Abstract

Looking for venturing into research, the formulation and introduction of new control techniques reliable and feasible in industrial scale, this work presents the evaluation of a predictive control using a Fuzzy Inference System Takagi-Sugeno (FIS T-S) with Multidimensional Fuzzy Sets (MFS) as a prediction model. Nonlinear Model Predictive Control (NMPC) with FIS T-S and MFS allows control of nonlinear chemical processes with efficiency and high flexibility degree. Meanwhile pH Control of a dynamic fluid is critical in a variety of processes. In this way, food companies such as sugar mills, should effectively control pH of cane juice. The processes of pH adjustment and neutralization present a great challenge because of its strong non-linearity, adding to this problem the process disturbances, the instruments' noise and delays in the Final Control Element (FCE), common situation in the general industry. To rise the objective of entering in the investigation of modeling and advanced control of industrial processes, there was used actual data from the alkalinization process of the cane juice of La Union S.A. sugar mill, Guatemala. The data were used to adjust the model FIS T-S and finely was proposed a NMPC that used this model for pH control.

**Keywords:** nonlinear model predictive control, pH control, fuzzy inference system Takagi-Sugeno, multidimensional fuzzy sets.

# Contenido

	Pág.
<b>Resumen</b> .....	<b>IX</b>
<b>Lista de figuras</b> .....	<b>XIII</b>
<b>Lista de tablas</b> .....	<b>XV</b>
<b>Lista de abreviaturas</b> .....	<b>XVI</b>
<b>1. Introducción</b> .....	<b>1</b>
1.1 Motivación .....	2
1.2 Descripción del trabajo y sus aportes .....	3
1.3 Objetivos.....	4
1.3.1 Objetivo general.....	4
1.3.2 Objetivos específicos .....	4
<b>2. Generalidades sobre Control Predictivo Basado en Modelo (CPBM)</b> .....	<b>5</b>
2.1 Definición y características del CPBM .....	7
2.1.1 Control Predictivo Basado en Modelo para Plantas Lineales y No Lineales	7
2.1.2 Control Predictivo No Lineal Basado en Modelo (CPNBM) .....	8
2.1.3 Categorías Principales de los Algoritmos de CPBM .....	10
2.2 Estructura básica de un CPBM .....	10
2.2.1 Modelos para la Predicción .....	12
2.2.2 Estimadores de Estado y Realimentación .....	12
2.2.3 Funcional de Costo (FC) .....	13
2.2.4 Selección de Parámetros de Sintonía .....	14
2.2.5 Restricciones .....	14
2.2.6 Aspectos Computacionales de la Optimización.....	15
2.3 Esquemas de CPNBM que garantizan estabilidad.....	17
<b>3. Problema de Referencia: ajuste y neutralización de pH</b> .....	<b>21</b>
3.1 Potencial de Hidrógeno (pH) en la industria .....	22
3.2 Modelo para el proceso de control de pH.....	25
3.3 Modelado del proceso de alcalinización de jugo de caña para el control de pH en un Ingenio azucarero.....	30
3.4 Validación del modelo del proceso de alcalinización de jugo de caña para el control de pH en un Ingenio azucarero.....	34
<b>4. Identificación de modelos mediante Sistemas de Inferencia Borrosa Takagi-Sugeno (SIB T-S) y Conjuntos Borrosos Multidimensionales (CBMD)</b> .....	<b>39</b>

4.1	Modelado a través de sistemas de inferencia borrosa.....	39
4.2	Sistema de Inferencia Borroso Tipo Takagi-Sugeno (SIB T-S).....	43
4.3	Propuesta de identificación de sistemas a través de SIB T-S.....	50
4.4	Identificación de SIBT-S con CBMD y con CBUD para el PdeR. ....	54
4.4.1	Inicializaciones generales, toma y pretratamiento de datos .....	54
4.4.2	Identificación de SIBT-S con CBMD .....	59
4.4.3	Identificación de SIB T-S con CBUD.....	65
4.5	Convergencia del SIB T-S con CBMD .....	67
<b>5.</b>	<b>Propuesta y evaluación del CPNBM con SIB T-S y CBMD.....</b>	<b>69</b>
5.1	Diseño de un PID convencional para el PdeR.....	70
5.2	Simulación de controladores aplicado al proceso de alcalinización de jugo de caña para el control de pH. ....	71
5.3	Caracterización de atributos del CPNBM con SIB T-S y CBMD. ....	80
<b>6.</b>	<b>Conclusiones y trabajo futuro .....</b>	<b>85</b>
6.1	Conclusiones.....	85
6.2	Trabajo futuro.....	87
	<b>Bibliografía .....</b>	<b>89</b>

## Lista de figuras

	Pág.
<b>Figura 2-1:</b> Estructura básica de un Control Predictivo Basado en Modelo.....	11
<b>Figura 2-2:</b> Esquemas de CPNBM que garantizan estabilidad.....	18
<b>Figura 3-1:</b> Esquema general de la etapa de tratamiento de jugo de caña para la producción de azúcar blanca en un ingenio azucarero.....	24
<b>Figura 3-2:</b> Alcalinizado del jugo de caña para el control de pH.....	30
<b>Figura 3-3:</b> Señales de las entradas medidas: <i>a.</i> Flujo de lechada de cal, <i>b.</i> Flujo de jugo sulfitado, <i>c.</i> pH de lechada de cal, <i>d.</i> pH de jugo sulfitado.....	36
<b>Figura 3-4:</b> Señales medidas de: <i>a.</i> Conductividad del jugo alcalinizado, <i>b.</i> pH del jugo alcalinizado.....	36
<b>Figura 3-5:</b> Comportamiento dinámico de los estados predichos.....	37
<b>Figura 3-6:</b> Comportamiento dinámico del pH medido (**) vs. pH simulado (--).....	38
<b>Figura 4-1:</b> Diagrama de flujo de la propuesta para identificar SIB T-S con CBMD...40	40
<b>Figura 4-2:</b> Esquema de razonamiento de SIB T-S con CBMD.....	46
<b>Figura 4-3:</b> Esquema de las nociones <i>ndj</i> y <i>nuj</i> .....	47
<b>Figura 4-4:</b> Metodología para la identificación de SIB T-S con CBMD.....	51
<b>Figura 4-5:</b> Señales de entrada persistentemente excitantes (datos de identificación): Flujos de jugo y de lechada de cal (izquierda), pH de jugo y de lechada de cal (derecha). .....	55
<b>Figura 4-6:</b> Comportamiento de: Estados $x_1$ y $x_2$ (izquierda) y Salida o pH de Jugo alcalinizado (derecha) frente a datos de identificación.....	55
<b>Figura 4-7:</b> Señales de entrada persistentemente excitantes (datos de validación): Flujos de jugo y de lechada de cal (izquierda), pH de jugo y de lechada de cal (derecha). .....	56
<b>Figura 4-8:</b> Comportamiento de: Estados $x_1$ y $x_2$ (izquierda), Salida o pH de Jugo alcalinizado (datos de validación) (derecha).....	56
<b>Figura 4-9:</b> Dispersión IAE de validación para diferentes auto-regresiones de $x_1$ (izquierda) y de $x_2$ (derecha).....	61
<b>Figura 4-10:</b> IAE para diferente número de CBMD del modelo con mínimo IAE.....	62
<b>Figura 4-11:</b> IAE para diferente número de CBMD del modelo con mínima dispersión de IAE. .....	62
<b>Figura 4-12:</b> Comportamiento de $x_1$ predicho con SIB T-S y CBMD frente a datos de: Identificación (izquierda) y Validación (izquierda).....	64
<b>Figura 4-13:</b> Comportamiento de $x_2$ predicho con SIB T-S y CBMD frente a datos de: Identificación (izquierda) y Validación (izquierda).....	64

<b>Figura 4-14:</b>	Respuesta de validación del SIB T-S con CBMD en espacio de estados para pH de jugo alcalinizado. ....	64
<b>Figura 4-15:</b>	Respuesta de validación del SIB T-S con CBMD frente a datos de planta. ....	65
<b>Figura 4-16:</b>	Comportamiento de $x_1$ predicho con SIB T-S y CBUD frente a datos de: Identificación (izquierda) y Validación (derecha). ....	66
<b>Figura 5-1:</b>	Curva de reacción causada por un escalón positivo de 10 GPM en el flujo de lechada de cal. ....	71
<b>Figura 5-2:</b>	Comportamiento de la perturbaciones para la simulación de los controladores. ....	72
<b>Figura 5-3:</b>	Simulación del PdeR controlado por un PID con sintonización por Z-N: acción de control (izquierdo), salida (derecho). ....	72
<b>Figura 5-4:</b>	Simulación del PdeR controlado por un PID con sintonización por Z-N y restricción en el EFC: acción de control (izquierdo), salida (derecho). ....	73
<b>Figura 5-5:</b>	Simulación del PdeR controlado por un PID con sintonización manual: acción de control (izquierdo), salida (derecho). ....	74
<b>Figura 5-6:</b>	Algoritmo del CPNBM usando como modelo un MSBF. ....	75
<b>Figura 5-7:</b>	Simulación del PdeR controlado por un CPNBM con MSBF: acción de control (izquierdo) y salida (derecho). ....	76
<b>Figura 5-8:</b>	Plano de fase del CPNBM con SIB T-S y CBMD inicializado en diferentes puntos de operación. ....	77
<b>Figura 5-9:</b>	Convergencia del CPNBM con SIB T-S y CBMD inicializado en diferentes puntos de operación. ....	78
<b>Figura 5-10:</b>	Simulación del PdeR controlado por un CPNBM con SIB T-S y CBMD: acción de control (izquierdo) y salida (derecho). ....	78
<b>Figura 5-11:</b>	Análisis de robustez del CPNBM con SIB T-S y CBMD frente a variaciones en el flujo de jugo sulfitado. ....	81
<b>Figura 5-12:</b>	Análisis de robustez del CPNBM con SIB T-S y CBMD frente a variaciones en el pH flujo de jugo sulfitado. ....	81
<b>Figura 5-13:</b>	Análisis de robustez del CPNBM con SIB T-S y CBMD frente a variaciones en el pH de la lechada de cal. ....	82
<b>Figura 5-14:</b>	Algoritmo del CPNBM usando como modelo un SIB T-S con CBMD. ....	83

## Lista de tablas

	<b>Pág.</b>
<b>Tabla 3-1:</b> Clasificación de variables y condiciones de operación del proceso de alcalinización de jugo de caña.....	35
<b>Tabla 4-1:</b> Intervalo en unidades de ingeniería para la normalización de las variables del proceso de alcalinización de jugo de caña.....	57
<b>Tabla 4-2:</b> Variables del modelo del proceso de alcalinización de jugo de caña.....	59
<b>Tabla 4-3:</b> IAE de los SIB T-S con CBMD obtenidos.....	63
<b>Tabla 4-4:</b> Comparación entre SIB T-S con CBUD y con CBMD obtenidos.....	67
<b>Tabla 5-1:</b> Índices de desempeño de los controladores simulados para el PdeR. ....	79
<b>Tabla 5-2:</b> Atributos analizados para el CPNBM con SIB T-S y CBMD. ....	80
<b>Tabla 5-3:</b> Índices de desempeño de los controladores simulados para el PdeR. ....	80
<b>Tabla 5-4:</b> Índices de carga computacional de los modelos para predecir $x_1$ .....	82

## Lista de abreviaturas

### Abreviatura Término

---

<i>AP</i>	Autómata Programable
<i>ARX</i>	Modelo autorregresivo con variable exógena
<i>CBUD</i>	Conjuntos Borrosos Multidimensionales
<i>CBMD</i>	Conjuntos Borrosos Unidimensionales
<i>CPBM</i>	Controlador Predictivo Basado en Modelo
<i>CPNBM</i>	Controlador Predictivo No Lineal Basado en Modelo
<i>EFC</i>	Elemento Final de Control
<i>FC</i>	Funcional de Costo
<i>Hc</i>	Horizonte de control
<i>Hp</i>	Horizonte de predicción
<i>IAE</i>	Integral del valor absoluto del error
<i>ICE</i>	Integral del error cuadrático
<i>ITAE</i>	Integral del valor absoluto del error ponderado en el tiempo
<i>MISO</i>	Procesos de múltiples entradas y una salida
<i>MSBF</i>	Modelo Semifísico de Base Fenomenológica
<i>OER</i>	Optimización por Enumeración Restringida
<i>PID</i>	Ley de realimentación proporcional integral y derivativa
<i>PdeR</i>	Problema de referencia
<i>SB</i>	Sistema Borroso
<i>SIB</i>	Sistema de Inferencia Borrosa



*SIB T-S* Sistema de Inferencia Borrosa Takagi-Sugeno

*SdeP* Sistema de Proceso



# 1.Introducción

En la actualidad, las industrias enfrentan un mercado cambiante y difícil de predecir debido a la evolución misma de los consumidores que exigen mejores características y especificaciones de los productos, mientras que las empresas buscan mejores índices de desempeño y rentabilidad. Para lograr estas metas es necesario incluir técnicas avanzadas de modelado y control en los procesos industriales. Los PID son los controladores con mayor uso en los procesos industriales, a pesar de su dificultad para manejar no linealidades fuertes y dinámicas complejas, como ocurre en el control de pH, frecuente en la industria azucarera y el tratamiento de aguas. En el control de estos procesos es donde la estrategia de Control Predictivo No Lineal Basado en Modelo (CPNBM) tiene un futuro prometedor. En los últimos años el Control Predictivo Basado en Modelo (CPBM) se ha convertido en la mejor estrategia de control avanzado para una gran cantidad de procesos químicos, por la facilidad de manejo, el uso de conceptos intuitivos, la amplia aplicabilidad en procesos desde dinámicas simples hasta muy complejas, incluyendo sistemas con grandes retardos o inestables, la facilidad de uso en el caso de sistemas multivariables, la compensación intrínseca del retardo, el tratamiento de restricciones de forma sistemática durante el proceso de diseño y además permite futuras extensiones al controlador [Bordóns,2000].

EL CPBM acepta cualquier tipo de modelos, funciones objetivo o restricciones, siendo la metodología que actualmente puede reflejar más directamente los múltiples criterios de funcionamiento relevantes en los procesos industriales. Quizás sea esta la principal razón del éxito de estas técnicas en numerosas aplicaciones, unida a que es la forma más general de formular el problema de control en el dominio del tiempo, de manera que puede resultar fácil de aceptar por el personal de la industria.

El CPBM No lineal (CPNBM) surgió hace relativamente poco tiempo y existen pocas referencias de aplicaciones industriales. Sin embargo, debido a su capacidad para tener

en cuenta las no-linealidades del proceso, es una opción prometedora de implantación a corto plazo. Además, hay un ambiente propicio para el uso de modelos no lineales en el control predictivo. El proceso, por ejemplo, puede estar representado por un Modelo Semifísico de Base Fenomenológica (MSBF), pero los MSBF contienen implícitamente toda la información del proceso y por el hecho de ser un modelo matemático, puede presentar problemas de iteraciones que atentan contra la convergencia rápida, generando excesiva carga computacional al resolver múltiples ecuaciones diferenciales en cada tiempo de muestreo. Otra forma de representar el proceso real es a partir de Sistemas de Inferencia Borrosa tipo Takagi-Sugeno (SIB T-S). Los SIB T-S usados como modelos no presentan problemas de iteración debido a su naturaleza puramente algebraica. Sumado a esto, si se incluyen Conjuntos Borrosos Multidimensionales (CBMD): se parte el espacio de estados en *clusters*, se reduce drásticamente la incertidumbre adicionada al modelo [Sierra, 2009], reduce el número de parámetros del modelo (para el caso de Conjuntos Borrosos Unidimensionales los grados de libertad del modelo exigen alta destreza de quien modela) y disminuye la carga computacional. Entonces, una alternativa para reproducir la estrategia de control del operador, es modelar el proceso no lineal a través SIB T-S con CBMD y entonces incorporar dicho modelo en el CPNBM [Álvarez y Peña, 2004]. Teniendo en cuenta estas ventajas que presenta el uso de estos controladores, a nivel académico se han realizado aplicaciones en montajes de laboratorio [Álvarez y Peña, 2004], [Álvarez y García, 2005], [Gutiérrez et al, 2008], [Ramírez, 2011], con propuestas para probar la estabilidad de dichos controladores [Álvarez, 2000], [Ramírez, 2011], pero no se ha caracterizado y evaluado dichos CPNBM usando como modelo un SIB T-S con CBMD dentro de aplicaciones industriales reales.

## 1.1 Motivación

Esta investigación se realiza con la finalidad de incursionar en el modelado y control avanzado de procesos industriales y continuar la trayectoria del Grupo de Investigación en Procesos Dinámicos-KALMAN en este tema. De esta manera, se busca estrechar un poco más la brecha existente entre la academia y la industria. La academia emplea la ciencia para resolver problemas que comúnmente son idealizados, mientras que la industria es reacia a cambios en sus procesos cuando no existe la demostración de los avances ante problemas reales. Para esta Tesis, en busca de obtener un problema real de la industria, se emplearon datos de planta y especificaciones del proceso de

tratamiento de jugo de caña el Ingenio La Unión S.A. Guatemala, para lo cual se realizó una estancia investigativa en dicha empresa. De esta forma, se obtuvo un Modelo Semifísico de Base Fenomenológica (MSBF), lo más fiel posible al proceso. Es dicho modelo es el que en adelante se emplea como planta real. El MSBF permitió diseñar experimentos para la identificación del SIB T-S con CBMD. Posteriormente se incluyó el SIB T-S con CBMD dentro de la técnica de control CPNBM y finalmente se caracterizaron atributos como desempeño, robustez, carga computacional, precisión y facilidad de implantación del CPNBM usando como modelo un SIB T-S con CBMD.

## 1.2 Descripción del trabajo y sus aportes

Este trabajo se extiende al uso de Controladores Predictivos No Lineales Basado en Modelo (CPNBM) usando como modelo un Sistema de Inferencia Borrosa Takagi-Sugeno (SIB T-S) con Conjuntos Borrosos Multidimensionales (CBMD), usando datos de planta reales y además evaluando las ventajas y desventajas de su uso industrial.

En el Capítulo 2 se presenta brevemente la fundamentación de controladores predictivos basados en modelo enfatizando en control no lineal, se discuten algunas brechas abiertas del CPNBM que no son objeto de esta investigación y que finalmente se proponen como trabajo futuro. En el Capítulo 3 se presenta el problema de control y ajuste de pH como Problema de Referencia (PdeR) de la presente investigación. Se discute la importancia y la problemática del PdeR para el cual se enfatiza en el subproceso de alcalinización de jugo de caña en el Ingenio Azucarero La Unión S.A, Guatemala. Con la información recolectada del proceso se plantea el Modelo Semifísico de Base Fenomenológica (MSBF) en espacio de estado a partir de la teoría de invariantes de reacción que describen el comportamiento del pH en una solución. El MSBF es validado con datos reales con el fin de garantizar la representación fiel del proceso de alcalinización de jugo de caña en el Ingenio La Unión. Luego el Capítulo 4 describe brevemente el modelado de procesos haciendo énfasis en el uso modelos con Sistemas de Inferencia Borrosa (SIB). Se clasifican los SIB en tres subgrupos: lingüísticos, relacionales y Takagi-Sugeno (T-S). El SIB T-S posibilita la utilización de Conjuntos Borrosos Unidimensionales (CBUD) y Conjuntos Borrosos Multidimensionales (CBMD), ambos tipos son comparados cuantitativa y cualitativamente por medio de simulaciones, presentando mejores resultados los CBMD. Finalmente, se presenta una metodología novedosa para seleccionar los parámetros del SIB T-S con CBMD.

Posteriormente, en el Capítulo 5 se diseña el CPNBM usando como modelo un SIB T-S con CBMD, y se aplica al proceso de alcalinización para el control y ajuste de pH de jugo de caña. Este controlador es comparado cualitativamente con el CPNBM que usa MSBF y con el PID convencional. Se caracterizan las bondades que el CPNBM con SIB T-S y CBMD tiene en el control de procesos químicos no lineales a nivel industrial, en aspectos como: *i)* precisión, desempeño y robustez del CPNMB y *ii)* la velocidad de ejecución y la facilidad de implantación del algoritmo. En adelante, se presentan en los capítulos posteriores las conclusiones, el trabajo futuro y las referencias.

## 1.3 Objetivos

Los objetivos aprobados para esta investigación de posgrado, nivel Maestría en Ingeniería Automatización Industrial son como se muestran a continuación.

### 1.3.1 Objetivo general

Evaluar las ventajas y desventajas de un controlador predictivo basado en un modelo semifísico de inferencia borrosa Takagi-Sugeno multidimensional, frente a otros controladores aplicables a sistemas no lineales, todo simulado en un proceso químico no lineal.

### 1.3.2 Objetivos específicos

- Contrastar las características operativas y de desempeño de un Modelo Semifísico de Inferencia Borrosa Takagi-Sugeno Unidimensional y un Modelo Semifísico de Inferencia Borrosa Takagi-Sugeno Multidimensional.
- Examinar las diferencias y dificultades de la implantación de un controlador predictivo basado en un modelo semifísico de inferencia borrosa Takagi-Sugeno multidimensional respecto de otros controladores predictivos basados en modelos no lineales y controladores PID.
- Diseñar un controlador predictivo basado en un modelo semifísico de inferencia borrosa Takagi-Sugeno multidimensional estable, aplicado a un proceso químico no lineal: ajuste de pH.
- Caracterizar atributos como desempeño, robustez, carga computacional, precisión y facilidad de implantación de un controlador predictivo basado en un modelo semifísico de inferencia borrosa Takagi-Sugeno multidimensional.

## 2. Generalidades sobre Control Predictivo Basado en Modelo (CPBM)

Este capítulo expone los aspectos más relevantes de la técnica denominada Control Predictivo Basado en Modelo (CPBM), enfatizando en CPBM no lineal, es decir, con modelo no lineal del proceso, a fin de brindar el soporte necesario para la propuesta de control que se plantea en este trabajo: la evaluación de un Controlador Predictivo No Lineal Basado en Modelo (CPNBM) usando como modelo un Sistema de Inferencia Borrosa Takagi-Sugeno con Conjuntos Borrosos Multidimensionales (SIB T-S CBMD). Aunque lo expuesto aquí no pretende profundizar en cada tema, sí se hace una mención detallada de los aspectos que caracterizan la estructura común del CPBM y que lo han posicionado como una de las técnicas de control de mayor aplicación en el área de los procesos químicos [Bordóns, 2000], [Álvarez, 2000], [Brosilow and Joseph, 2002], [Stan et al, 2006], [Magni, Raimondo and Ållgöwer, 2009], [Ramírez, 2011]. Si bien los controladores predictivos tienen su origen en el control óptimo [Propoi, 1963], [Lee and Markus, 1967], [Kwon and Pearson, 1977], nuevas y más avanzadas formulaciones surgieron en el seno de la industria, principalmente en la industria petroquímica y de procesos. La necesidad de controlar procesos en puntos de operación límites con el objetivo de optimizar el proceso productivo llevó a la aparición de controladores predictivos basados en modelos sencillos, orientados a la resolución de los problemas de control asociados, tales como la consideración de restricciones, incertidumbres y no linealidades. Entre otras formulaciones destacan las siguientes [Limón, 2002]:

- IDCOM o MPHIC (Identification-Command o Model Predictive Heuristic Control): propuesto en [Richalet, Rault, Testud and Papon, 1978] y que utiliza como modelo de predicción la respuesta finita al impulso (FIR), una función de costo cuadrática, y restricciones en las entradas y salidas. El algoritmo de optimización es heurístico.
- DMC (Dynamic Matrix Control): propuesto en [Cutler and Ramaker, 1980], utiliza como modelo de predicción la respuesta ante escalón, lo cual limita su aplicación a plantas

estables. Además, considera un coste cuadrático penalizando el esfuerzo de control y no considera restricciones en la optimización.

- QDMC (Quadratic Dynamic Matrix Control): propuesto en [García and Morshedi, 1986], surge de la extensión del DMC al caso con restricciones. Este controlador forma parte de la denominada segunda generación de controladores predictivos, en los que el problema de optimización asociado se resuelve utilizando la programación matemática. Establece dos tipos de restricciones: duras y blandas, permitiendo la violación de estas últimas durante algún periodo de tiempo.
- SMOC (Shell Multivariable Optimizing Control): propuesto en [Marquis and Broustail, 1988], forma parte de la tercera generación de controladores predictivos. Permite la utilización de modelos en espacios de estados e incorpora observadores y modelos de perturbaciones. Introduce también restricciones duras, blandas y con niveles de prioridad.
- GPC (Generalized Predictive Control): propuesto en [Clarke, Mohtadi and Tuffs, 1987a], [Clarke, Mohtadi and Tuffs, 1987b], utiliza como modelo de predicción la formulación CARIMA, que incorpora una perturbación modelada como ruido blanco [Ljung, 1987]. Incorpora restricciones y existen resultados asociados a la estabilidad.
- CPNBM (Controlador Predictivo No Lineal Basado en Modelo): formulado por [Camacho and Bordons, 2004] y aplicado en [Álvarez, 2000], [Álvarez y García, 2005], [Wang, 2006], [Magni, Raimondo and Ållgöwer, 2009], [Gutiérrez et al., 2008], [Ramírez, 2011], el cual, propone un modelo no lineal para predecir la dinámica del proceso. Los dos campos de investigación más importante sobre CPNBM en la década pasada son: el análisis de estabilidad en horizonte finito y la aplicación de programación dinámica en presencia de perturbaciones estocásticas, todo para el CPBM con modelo no lineal del proceso. La estabilidad está apuntando a la búsqueda de soluciones por caminos diversos: horizonte infinito y restricciones terminales, horizonte variables y control predictivo híbrido, restricciones de contracción y estabilización robusta. La aplicación de programación dinámica juega un papel importante en los controladores con múltiples objetivos y la priorización de su cumplimiento. A pesar del progreso significativo que han logrado las técnicas de CPBM, aún persisten muchos problemas abiertos relacionados con la fundamentación teórica y las propiedades del CPBM no lineal.



## 2.1 Definición y características del CPBM

El Control Predictivo Basado en Modelo (CPBM) es un concepto amplio aplicable tanto a sistemas lineales como no lineales, que tiene sus raíces en los desarrollos de la teoría del control óptimo en la última parte de la década del 50, pero logra su consolidación como técnica independiente a finales de la década del 70. En este tipo de control, un modelo del proceso predice las evoluciones de las variables, sobre un horizonte de predicción finito especificado. Se obtiene una estrategia de control óptimo al minimizar un Funcional de Costo (FC), que usualmente incluye, entre otros, un término relacionado con el error y otro que penaliza el esfuerzo de control aplicado, todo sobre un horizonte de control finito especificado. La entrada de control se optimiza sobre este horizonte de control, que es más corto o a lo sumo igual que el horizonte de predicción. Sólo la primera acción de control calculada se aplica al proceso y la optimización se repite en el próximo instante de muestreo. A esto se le denomina aplicación por horizonte desplazable. Esto permite la introducción en el problema de optimización de restricciones por saturación o por velocidades de variación en las variables, así como cualquier otra restricción relacionada con las variables del proceso. Diversos trabajos han demostrado que el CPBM es un método basado en el control óptimo, que permite la construcción de leyes de control retroalimentado estabilizantes [de Oliveira, 1996], [Chen and Allgower, 1998].

### 2.1.1 Control Predictivo Basado en Modelo para Plantas Lineales y No Lineales

En general se hace distinción entre el CPBM lineal y no lineal. El CPBM lineal se refiere aquellos CPBM en los cuales se usa un modelo lineal para predecir las dinámicas del sistema y se consideran restricciones lineales en los estados y en las entradas. En la actualidad existen numerosas investigaciones en el tema que permiten denominar al CPBM Lineal como un tema “maduro” y bien fundamentado, donde se pueden garantizar tópicos tan importantes como la estabilidad, optimalidad y la factibilidad de las acciones de control. Además cabe anotar que existen numerosas técnicas de implementación del algoritmo de control en CPBM lineal, véase por ejemplo [Camacho y Bordons, 2004].

Como bien se sabe, la gran mayoría de procesos industriales son típicamente operados usando controladores lineales, aunque es bien conocido que muchos de estos procesos son altamente no lineales. Algunas plantas con un grado de no linealidad mediano a alto,

no pueden ser controladas exitosamente con esta estrategia. En casos extremos, el controlador debe operarse en modo manual bajo ciertas condiciones del proceso [Shinsky, 1996]. El Controlador Predictivo No Lineal Basado en Modelo (CPNBM) ha sido propuesto como una alternativa al CPBM lineal para este tipo de plantas.

### **2.1.2 Control Predictivo No Lineal Basado en Modelo (CPNBM)**

El CPNBM se refiere a aquellos CPBM que están basados en modelo no lineales y/o consideran un funcional de costo no cuadrático y restricciones no lineales [Ållgöwer, *et al.*, 2004]. En este caso la obtención de la acción de control pasa de ser un problema de optimización a ser un problema numérico resuelto por un método iterativo de búsqueda, es decir, ante la imposibilidad de encontrar una acción de control óptima se procede a encontrar una buena acción de control, que sea factible para su aplicación, cumpliendo ciertas características básicas. Estas características no son más que no exceder el tiempo de resolución del método numérico, para la obtención de la acción de control y cumplir con las exigencias del elemento final de control, como el rango de medida (*span*, en inglés) en el caso de las válvulas, y las restricciones impuestas a la variable asociada con este elemento.

Para la obtención de la acción de control se ha intentado enfocar la investigación en técnicas basadas en la inteligencia artificial, a veces con resultados no muy efectivos. En contraposición a esto se tienen como alternativa las técnicas enumerativas, que si bien exigen más costo computacional ofrecen mejores resultados. En el presente trabajo se explicará en detalle la generación de políticas o tiras de posibles acciones de control empleando la Optimización por Enumeración Restringida [Álvarez, 2000], [Álvarez y García, 2005], [Isaza y Álvarez, 20011]. Cabe anotar que el costo computacional se eleva de manera considerable si tenemos en cuenta que el procesador debe solucionar un método numérico para la resolución de un modelo de predicción (sistema de ecuaciones diferenciales no lineales) y posterior optimización en cada tiempo de muestreo del proceso.

A continuación se presenta la formulación básica del problema a resolver en un CPBM para plantas no lineales en el espacio de estado, siendo inmediata la extensión a un CPBM entrada-salida. Sea el proceso descrito mediante:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] \quad \text{con} \quad \mathbf{x}(t_0) = \mathbf{x}_0 \\ \mathbf{y}(t) &= \mathbf{g}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t]\end{aligned}\quad (2.1)$$

el problema del CPBM es:

$$\begin{aligned}\min_{\mathbf{u}(t)} J[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] \quad \text{sujeto a} \\ \dot{\mathbf{x}}(t) &= \mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] \quad \text{con:} \\ \mathbf{x}(t_0) &= \mathbf{x}_0; \quad t \in [t_0, t_0 + PT] \\ \mathbf{w}_1[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] &= 0; \quad \text{restricciones de igualdad} \\ \mathbf{w}_2[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] &\geq 0; \quad \text{restricciones de desigualdad}\end{aligned}\quad (2.2)$$

donde  $J[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)]$  es un Funcional de Costo (FC) escalar, definido positivo, que evalúa el desempeño del controlador. La función  $\mathbf{f}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t]$  representa la dinámica de la planta en el espacio de estado. La función  $\mathbf{g}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t]$  representa la salida o transformación de estados a salida.  $T$  es el periodo de muestreo.  $H_p$  es el horizonte de predicción.  $t_0$  es el tiempo inicial o de arranque del sistema.  $\mathbf{x}_0$  es la condición o estado inicial de la planta.  $\mathbf{u}(t)$  es el vector de acciones de control. Debe recordarse que en esta formulación general, el vector de estado  $\mathbf{x}(t)$  se asume se puede obtener de manera directa desde el vector de salida  $\mathbf{y}(t)$ . Adicionalmente, toda esta representación puede transformarse en una formulación discreta, a través de alguno de los métodos propuestos en la literatura [Muske and Edgar, 1997].

En general, el FC puede expresarse como:

$$\text{FC}[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t)] = \psi[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t_0, (t_0 + H_p T)] + \int_{t_0}^{t_0 + H_p T} \phi[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] \quad (2.3)$$

con una función de penalización  $\psi[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t_0, (t_0 + H_p T)]$ , basada en las condiciones inicial y terminal del sistema y la función  $\phi[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t]$  que evalúa la evolución del sistema dentro del intervalo de optimización  $[t_0, (t_0 + H_p T)]$ , de manera continua o discreta. Una de las formas más comunes de esta función usa índices cuadráticos:

$$\phi[\mathbf{x}(t), \mathbf{u}(t), t] = \mathbf{x}(t)^T \mathbf{Q} \mathbf{x}(t) + \mathbf{u}(t)^T \mathbf{R} \mathbf{u}(t) \quad (2.4)$$

con  $\mathbf{Q}$  y  $\mathbf{R}$  matrices definidas positivas. Esta expresión admite la adición de otros términos de penalización, que como se verá más adelante en formas equivalentes del FC, permiten obtener un desempeño totalmente ajustado a las necesidades del proceso.

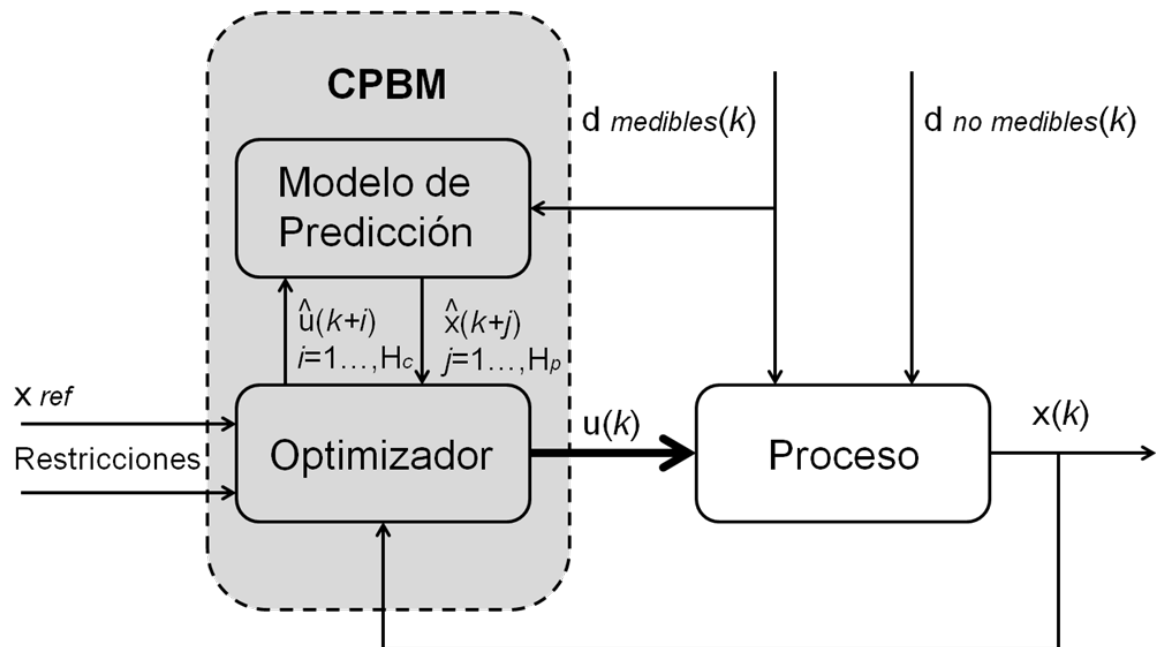
### 2.1.3 Categorías Principales de los Algoritmos de CPBM

Dentro del contexto de la formulación general del problema del CPBM para sistemas no lineales presentada, resulta conveniente declarar tres categorías principales de algoritmos básicos para la implantación del CPBM [Ramírez, 2011]:

- Algoritmos de CPBM con horizonte de predicción finito. En este caso el horizonte de predicción cumple que  $H_p \in (0, \infty)$ . Fue la formulación original del CPBM y sobre la que más se ha publicado. Se ha aplicado con éxito en plantas lineales y en algunas plantas no lineales bajo restricciones. Su desventaja cuando se aplica a plantas no lineales radica en la falta de pruebas de estabilidad consistentes.
- Algoritmos de CPBM con horizonte de predicción infinito. En esta categoría de algoritmos el horizonte de predicción tiende a infinito  $H_p \rightarrow \infty$ . También ha sido aplicado exitosamente a plantas lineales, y en algunos casos a plantas no lineales de características especiales. El aspecto más problemático de los algoritmos de esta categoría es el costo computacional que implica la extensión del horizonte de predicción, cuando se intenta aplicar a plantas con incertidumbre.
- Algoritmos de CPBM con horizonte de predicción finito y restricciones estabilizantes. Existen algoritmos que aplican una restricción, generalmente de igualdad, al final de un horizonte predeterminado. El otro grupo de algoritmos aplica una restricción, del tipo desigualdad, que se mueve a medida que se avanza en la tarea de optimización. Este último tipo de algoritmo para CPBM ha sido aplicado con éxito a una variedad de plantas no lineales, puesto que se cuenta con bases teóricas para determinar la estabilidad del lazo cerrado. Es precisamente de esta categoría de la cual se toma el algoritmo básico de CPBM usado en el presente trabajo, con el fin de desarrollar un CPBM con Sistemas de Inferencia Borrosa Takagi-Sugeno (SIB T-S).

## 2.2 Estructura básica de un CPBM

En general, la estructura básica del Control Predictivo Basado en Modelo (CPBM) es la mostrada en la Figura 2-1. Es precisamente esta configuración con realimentación de estado (o de salida), la que se usará en el presente trabajo de tesis. Las diversas implementaciones del CPBM son iguales en su estructura, por lo que sólo difieren en algunos detalles a la hora de su implantación.

**Figura 2-1:** Estructura básica de un Control Predictivo Basado en Modelo.

Como se ve, el observador o modelo que se seleccione, usa la información de la entrada y la salida para calcular estimados del estado  $\hat{x}(k+1|k), \dots, \hat{x}(k+H_p|k)$  o predicciones de salida  $\hat{y}(k+1|k), \dots, \hat{y}(k+H_p|k)$ , en un horizonte futuro de longitud  $H_p$ . En el paso  $k$ , y con este modelo de predicción, se puede usar un esquema de optimización para predecir el conjunto de acciones de control  $u(k), \dots, u(k+H_p-1)$ , que aplicadas lograrán que el estado o la salida sigan una trayectoria deseada sobre el horizonte de predicción  $H_p$  y con la variable manipulada  $u$  cambiando únicamente en un horizonte de control  $H_c < H_p$ . El optimizador toma en consideración las restricciones de entrada o salida que puedan existir, incorporándolas directamente dentro de la tarea de optimización. Para modelos lineales del sistema, que además usen un FC lineal o cuadrático, la optimización puede resolverse por programación lineal o cuadrática respectivamente [Rao and Rawlings, 2000]. Cuando el modelo del sistema es no lineal, independientemente de la forma del FC (lineal o cuadrático), el problema de optimización resultante es no lineal y adicionalmente, resulta en la mayoría de los casos un problema no convexo [Muske and Edgar, 1997]. De la secuencia de control calculada, solo se aplica la primera acción de control  $u(k)$ , lo que provoca la transición del sistema entre  $k$  y  $(k+1)$ . En el instante  $(k+1)$  se actualizan las mediciones, por lo que el observador de estado o predictor de salida puede usar adicionalmente  $x(k+1)$  ó  $y(k+1)$  y  $u(k)$  para calcular estimas nuevas para el estado o la salida futura. Los horizontes de predicción  $H_p$  y de control  $H_c$ , se desplazan un paso

hacia adelante, lo que genera el nombre común de control por horizonte desplazable o deslizando. A continuación se muestran en detalle las partes más importantes de la estructura de CPBM básica.

### **2.2.1 Modelos para la Predicción**

Como se deduce fácilmente, la parte más importante de la estructura de CPBM es el modelo del proceso. Aunque han surgido muchos esquemas diferentes para este tipo de control, los modelos lineales del proceso derivados de datos de entrada-salida son los más empleados a nivel industrial, si bien muchos procesos presentan comportamiento no lineal [Richalet, 1993], [Meadows and Rawlings, 1997] [Radons and Neugebauer, 2004]. Es precisamente esta no linealidad la que representa el mayor desafío a la tarea de control, especialmente cuando los requerimientos del proceso se establecen como índices de desempeño relacionados con la calidad del producto, aspectos económicos y factores de preservación del medio ambiente. Una clasificación gruesa separa los modelos susceptibles de ser usados en el CPBM en dos tipos.

- Modelos lineales: Permiten una solución matemática analítica al problema de CPBM, aunque presentan los inconvenientes típicos cuando se enfrenta a procesos no lineales. Los dos grandes grupos de estos modelos son los paramétricos y los no paramétricos [Ljung, 1987].
- Modelos no lineales: Capturan mejor la dinámica propia del proceso cuando este presenta características no lineales, pero transforman el problema del CPBM en uno no lineal, que normalmente exige solución numérica. Como se pueden presentar mínimos locales, se debe verificar que el mínimo logrado por la optimización sea adecuado. Las dos limitaciones principales en la aplicación de modelos no lineales para el control de procesos en línea son la identificación del modelo y la robustez del algoritmo de control [Espinosa and Vandewalle, 1997], [Suárez, 1998].

### **2.2.2 Estimadores de Estado y Realimentación**

Se reserva en este trabajo el nombre de estimador de estado para un modelo particular de la relación entre el estado futuro del proceso y las entradas, salidas y estados pasados. De este modo, tal modelo particular permite estimar el valor del estado del proceso en el próximo instante de tiempo, contando con los valores de la entrada, la

salida y el estado hasta el instante actual. Dependiendo del tipo de implementación del CPBM que se use, el estimador de estado estará implícito o explícito. Si todo el CPBM se implementa como entrada-salida, el estimador de estado es un modelo que predice la salida con datos pasados de entrada-salida, por lo que resulta implícito. Si por el contrario, la implementación del CPBM se hace directamente en el espacio de estado y algunos de los estados del proceso no se miden (por lo que deben estimarse), el observador de estado será un modelo explícito que realice tal estimación de los estados no medidos. Existe una amplia literatura sobre la construcción de estimadores de estado (observadores), pruebas de convergencia y restricciones para su aplicación [Botero,2011].

### 2.2.3 Funcional de Costo (FC)

De manera genérica, básicamente existen sólo dos partes en cualquier controlador: un mecanismo de representación del conocimiento y un mecanismo de toma de decisiones. Este último mecanismo realiza su labor basándose en una evaluación cuantitativa de algún índice de desempeño o utilidad de la política de control. Para tal fin, se formula una función objetivo o Funcional de Costo (FC). La más empleada en CPBM es la cuadrática, que puede no tener restricciones asociadas (caso ideal) o contar con otro grupo de formulaciones que expresan las restricciones bajo las que se debe realizar la optimización [Suárez, 1998]. A continuación se presenta la formulación básica del CPBM para plantas no lineales pero en su expresión discreta, puesto que la mayoría de los sistemas industriales operan como sistemas muestreados y en la tesis se abordan siempre CPNBM discretos. En adelante, se usará la notación  $\hat{\mathfrak{X}}(k+i|k)$  para indicar que se estima el valor que tendrá la variable  $\mathfrak{X}$  en el instante  $(k+i)$ , utilizando los datos disponibles hasta el instante  $k$ . Se presenta directamente el FC en términos de entrada-salida y para sistemas de una entrada y una salida, puesto que es la estructura principal de CPNBM que se usa en la propuesta del presente trabajo. Su extensión a sistemas de múltiple entrada y múltiple salida es directa [Espinosa and Vandewalle, 1998].

$$FC[y(k), u(k)] = \sum_{i=m_1}^{n_1} \alpha_i \left( y_{ref}(k+i) - \hat{y}(k+i|k) \right)^2 + \sum_{i=m_2}^{n_2} \beta_i [\Delta u(k+i-1)]^2 + \sum_{i=m_3}^{n_3} \gamma_i [\Delta \hat{y}(k+i|k)]^2. \quad (2.5)$$

donde  $\hat{y}$  es la salida estimada,  $y_{ref}$  es el valor de referencia para la salida,  $\Delta u(k+i-1) = [u(k+i-1) - u(k+i-2)]$  es el cambio en la acción de control y  $\Delta \hat{y}(k+i|k) =$

$[\hat{y}(k+i+1|k) - \hat{y}(k+i|k)]$  es el cambio estimado en la salida predicha. Los parámetros  $\alpha_i$ ,  $\beta_i$  y  $\gamma_i$  son términos de ponderación dependientes de la aplicación, que efectúan un escalado. Los parámetros  $m_1$ ,  $m_2$ ,  $m_3$ ,  $n_1$ ,  $n_2$  y  $n_3$  también dependen de la aplicación y siempre deben cumplir que  $1 \leq m_i \leq n_i \leq H_p$ , con  $H_p$  el horizonte de predicción e  $i = \{1, 2, 3\}$ . Usualmente  $m_1$ ,  $m_2$  y  $m_3$  se toman iguales a 1.0 mientras que  $n_1$  y  $n_3$  se toman iguales a  $H_p$  y  $n_2$  se hace igual al horizonte de control  $H_c$ . Queda abierta la posibilidad de incluir otros términos en el FC, siempre que puedan calcularse a partir de datos disponibles hasta el instante  $k$ . El efecto de la minimización del término relacionado con el error (primer término en el FC) no es más que garantizar una buena regulación (o seguimiento) del proceso. En cambio, la minimización del segundo y tercer término del FC busca disminuir las oscilaciones en la salida, buscando una respuesta lo más suave posible. Particularmente, el tercer término del FC hace explícitamente una penalización sobre los movimientos bruscos de la salida predicha.

#### 2.2.4 Selección de Parámetros de Sintonía

Los parámetros de operación característicos del CPBM son: el intervalo de muestreo  $T$ , el horizonte de predicción  $H_p$ , el horizonte de control  $H_c$  y en algunos casos, diversos horizontes utilizados para restricciones particulares. Adicionalmente, se deben sintonizar los vectores  $\alpha$ ,  $\beta$  y  $\gamma$  que ponderan los diversos términos en el FC. La selección de estos parámetros tiene un profundo efecto sobre la estabilidad nominal y la robustez del CPBM. Idealmente, se debería conocer previamente el intervalo de variación de estos parámetros de modo que garanticen la estabilidad y la robustez nominal del proceso controlado. Esto implica la necesidad de ajustar los parámetros de operación de acuerdo con objetivos de control para el proceso. La posibilidad de manejar tales parámetros de sintonía del CPNBM como números borrosos se explora en [Álvarez, 2000].

#### 2.2.5 Restricciones

Una contribución clave en el éxito del CPBM es la posibilidad de incorporar restricciones del proceso directamente en la optimización que se realiza en cada instante de muestreo. Esto implica que el CPBM tiene la posibilidad, difícil de hallar en otras técnicas, de estabilizar globalmente sistemas lineales y no lineales sujetos a restricciones de estado, salida o en la variable de control. Esto es indudablemente una característica muy importante puesto que muchos problemas prácticos de control están dominados por



restricciones. Típicamente las restricciones están pensadas para evitar condiciones anormales o peligrosas dentro de la operación del proceso, lo que incluye también todos los elementos físicos que forman el montaje. Una manera alterna de manejar las restricciones consiste en incluirlas en el FC, ponderadas respecto a los otros factores de desempeño del proceso controlado. Esto permite la aplicación de métodos de optimización particulares. Sin embargo, la forma tradicional de manejo de restricciones como un grupo de condiciones extra durante la optimización, resulta más adecuada para algunos métodos numéricos de optimización.

### 2.2.6 Aspectos Computacionales de la Optimización

La optimización es la parte del algoritmo de CPNBM con mayor carga computacional, particularmente cuando se trabaja con modelos no lineales o las restricciones convierten el problema en una optimización no lineal. Esta tesis no pretende profundizar en este tema, para mayor información se recomienda al lector revisar [Van den Boom and De Schutter, 2004]. Los métodos de optimización se pueden clasificar en dos grandes grupos:

- Métodos cerrados o convexos: Suministran una solución matemática explícita para hallar la política de control óptima. Normalmente obligan a una reducción drástica (linealización) en la formulación del problema real, lo que implica una pérdida de información valiosa sobre la dinámica del sistema.
- Métodos numéricos o no convexos: Realizan una solución numérica para hallar la política de control óptima [Mishra, 2011]. Se pueden distinguir tres sub-grupos: *i)* Los enumerativos directos, que resultan poco eficientes a nivel computacional cuando el modelo del proceso no es lo suficientemente compacto, pero que con modelos que se puedan evaluar a buena velocidad, siempre producen soluciones factibles y bastante cercanas al óptimo global; *ii)* La programación dinámica clásica y todas sus variantes: programación dinámica iterativa [Luus, 1996], programación dinámica borrosa [Alkan, 1994], y programación dinámica aproximada [Werbos, 1995]. Garantizan siempre una solución óptima, pero su desventaja radica en el alto tiempo de cómputo; y *iii)* Métodos heurísticos como los algoritmos genéticos, el Quimiotactismo Bacteriano (QB) y el temple simulado, que aunque brindan soluciones factibles muy cercanas al óptimo global, consumen mucho tiempo de cómputo [Bremermann and Anderson, 1990], [Holland, 1992].

En este trabajo se emplea el método de optimización enumerativa directa. En [Álvarez y García, 2005] se exploran tres diferentes técnicas para la generación de políticas de control utilizadas cuando se emplea en el método de optimización enumerativa directa, ellas son: Aleatoria, escalonada y Optimización por Enumeración Restringida (OER). La generación de políticas aleatorias no involucra conocimiento alguno del proceso, sólo se limita a dar valores al azar, el desempeño del CPBM no es el mejor frente a otras técnicas de generación de políticas. La generación de políticas escalonadas de igual forma, se basa en escalones aleatorios, pero tiene en cuenta la acción de control aplicada en el instante  $k$ , el signo del error entre la salida y la señal de referencia o punto de operación deseado. Cabe resaltar que la generación de políticas escalonadas no requiere conocimiento previo del proceso por lo que se puede considerar un procedimiento sencillo, además se considera una técnica más acertada en la generación de acciones de control que la generación aleatoria, debido a que esta amplía el espacio de generación de acciones de control. Finalmente, el método de OER se describe en [Álvarez, 2000] con los siguientes pasos:

- Trazar una grilla de discretización fija  $\Delta u$  y de amplitud restringida  $(u_{gmax} - u_{gmin})$ , cuyo centro es la acción de control aplicada en el paso anterior, de modo que cada posible acción de control se calcula como:

$$\begin{aligned}
 u_i(k) &= u(k-1) * \Delta u \\
 i &= -p, -p+1, \dots, 0, \dots, p-1, p \\
 \text{Con } p &= \frac{1(u_{gmax} - u_{gmin})}{2 \Delta u}
 \end{aligned} \tag{2.6}$$

- Eliminar de esta grilla las acciones de control no factibles (que superan los límites de operación normales del elemento final de control). Esto garantiza el cumplimiento de la restricción  $u_{min} \leq u_i(k) \leq u_{max}$ .
- Probar en el problema de CPBM planteado una a una las acciones de control de la grilla factible y seleccionar la que produzca el mejor Funcional de Costo (FC). Ese es el valor de la acción de control que resulta solución del problema de optimización, que no necesariamente será un mínimo global pero que resultara factible.

Como se observa, el método de OER tiene dos parámetros de sintonía que permiten una operación eficiente: la discretización  $\Delta u$  y la amplitud restringida  $(u_{gmax} - u_{gmin})$  del espacio de búsqueda. Ambos dependen del tiempo disponible para la optimización y la

sensibilidad del proceso y del elemento final de control. Como desventaja principal del método OER debe mencionarse su alta dependencia de la dinámica del proceso y su poca aplicabilidad cuando se tienen limitaciones en el tiempo de cálculo, pero en comparación con los métodos escalonado y aleatorio, OER permite una elección organizada y acertada de la “mejor” acción de control en cada instante de muestreo. En comparación con los métodos heurísticos de optimización, OER es una técnica viable en el sentido de tiempo de cómputo para aplicar en CPNBM de procesos químicos. La formulación original de método OER [Álvarez, 2000] solo genera un escalón adelante, es decir un solo paso ( $H_p = 1$ ). En [Álvarez y García, 2005] se prueba esta técnica con más de un paso y se concluye que la razón por la cual sólo se aplica OER con un solo paso, es la exagerada carga computacional asociada al método de optimización, sin mejora considerable en la optimización. La técnica OER debe encontrar en cada tiempo de muestreo la solución del modelo  $N_p * H_p$  veces y comparar  $N_p$  funcionales de costo. Siendo:  $N_p$  el número de políticas y  $H_p$  en horizonte de predicción. El lector puede apreciar cuanto se abriría el árbol de búsqueda, conforme el horizonte de control aumenta. Por tal motivo, para el presente trabajo se emplea el método de generación de políticas de control por OER de un paso. Para una discusión más detallada del método de optimización se sugiere al lector revisar [Isaza y Álvarez, 2011b].

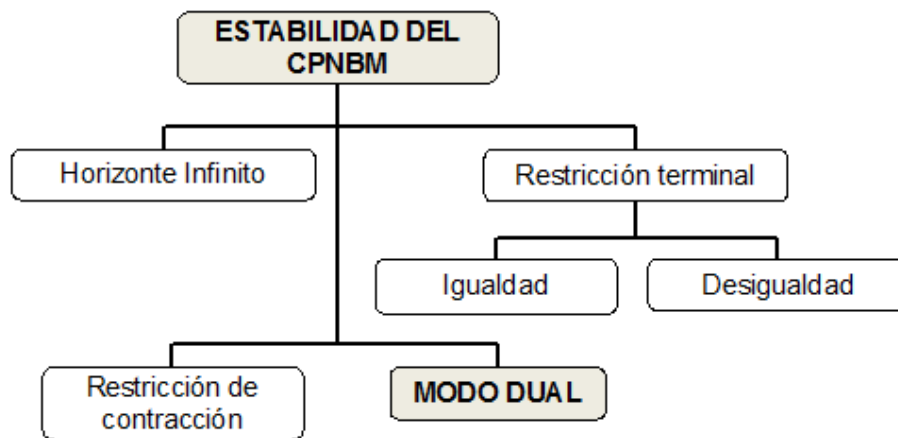
## 2.3 Esquemas de CPNBM que garantizan estabilidad

Existen condiciones suficientes que garantizan estabilidad y robustez para el Control Predictivo Basado en Modelo Lineal (CPBM). Por su parte, para Control Predictivo No Lineal Basado en Modelo (CPNBM) la mayoría de teoremas existentes presentan condiciones tan restrictivas a la hora de la aplicación en procesos industriales, que se opta por pruebas de estabilidad a través de aproximaciones heurísticas basadas en la extrapolación de los resultados para sistemas lineales, la simulación numérica y la experimentación [Sánchez and Rodellar, 1996], [Suárez, 1998]. Afortunadamente, el desarrollo teórico continúa brindando aportes a la estabilidad de los esquemas de CPNBM. En esta sección se presenta una parte de la revisión del estado del arte del tema. Para un panorama completo se sugiere al lector consultar [Ramírez, 2011], donde se presentan los esquemas de CPNBM que tienen estabilidad garantizada, cuyo denominador común es el uso de la teoría de Lyapunov. Las diferencias presentes entre estos esquemas corresponden principalmente a variaciones en el funcional de costo, tales

como agregar un costo terminal o agregar una restricción del estado terminal. En la Figura 2-2 se propone un esquema de clasificación de las estrategias del CPNBM que garantizan estabilidad. Dentro de las estructuras de CPNBM que garantizan estabilidad se pueden distinguir cuatro grupos:

- *CPNBM con horizonte infinito*, es una forma intuitiva de garantizar estabilidad. Generalmente resulta en un problema de optimización dimensionalmente infinito [Chen and Ållgöwer, 1998] y no presenta una aplicación práctica.

**Figura 2-2:** Esquemas de CPNBM que garantizan estabilidad.



- *CPNBM con restricción terminal*, con dicha restricción de dos tipos: igualdad o desigualdad. Aplicando la restricción terminal de igualdad es necesario realizar una minimización exacta, lo cual en el caso no lineal implica un número infinito de iteraciones en la optimización, que representa un costo computacional muy alto, haciéndolo poco atractivo, además, los problemas de factibilidad de esta técnica llevan a regiones de operaciones muy restringidas. Por esto, solo es útil e implementable en casos lineales. Desde un punto de vista computacional, ninguna restricción terminal de igualdad [Mayne y Michalska, 1990] puede satisfacerse en un número finito de pasos cuando se aplica CPNBM. En este caso, la satisfacción aproximada de la restricción terminal implica que la estabilidad, lograda con la restricción, se pierde dentro de una región alrededor del origen. Por esta razón se propone el CPNBM con restricción terminal de desigualdad, en este tipo de CPNBM se encuentran: CPBM por modo dual.

- *CPNBM con Restricciones de Contracción*, se garantiza estabilidad por medio de una restricción estabilizante, que puede realizarse sobre los estados o sobre una función de Lyapunov de los estados. La implementación de un CPBM que pueda ser viable bajo esta restricción implica una condición nueva para el modelo (u observador de estado), de modo que se pueda garantizar estabilidad del proceso. En este caso el modelo debe generar predicciones de la salida con error acotado o en el caso de los estimadores de estado, el error debe decaer exponencialmente a cero con el tiempo. La principal ventaja de esta propiedad es que garantiza estabilidad exponencial del lazo cerrado. Las condiciones necesarias para garantizar este tipo de estabilidad se presentan y demuestran en [de Oliveira, 1996]. Aunque las condiciones estipuladas en algunos teoremas no son demasiado restrictivas, la principal desventaja del CPNBM con restricciones de contracción es que en cada periodo de muestreo se debe garantizar la factibilidad del problema de optimización con la restricción de contracción adicional. Además, el desempeño del controlador se ve afectado directamente por el factor de contracción.
  
- *CPNBM por modo dual*, esta estrategia fue propuesta en Michalska and Mayne (1993) para sistemas no lineales en tiempo continuo y sujeto a restricciones. En este tipo de CPBM tiene una restricción terminal de desigualdad asociada con la llamada región terminal ( $\Omega$ ). Fuera de esta región actúa el CPNBM tradicional, pero al ingresar a la región terminal, se conmuta a un controlador local  $u(x) = Kx$ , de allí el nombre de CPNBM por modo dual. Las bondades de esta formulación son tan notables, que marcó las futuras líneas de investigación en estabilidad. En Chisci, et al. (1996) se extiende el CPNBM por modo dual a sistemas discretos no lineales usando un horizonte de predicción fijo, al igual que en Scokaert, et al. (1999) donde se estudia la factibilidad como condición suficiente para garantizar estabilidad, en lugar de la optimalidad. En [Álvarez, 2000] se presenta una formulación de un CPNBM contractivo usando un Sistema de Inferencia Borrosa entrada-salida con realimentación PI de salida, donde el controlador lineal opera en una vecindad del punto de equilibrio. En este trabajo, la ley de realimentación lineal PI de salida está integrada en el funcional de costo como un término adicional, que permite el manejo unificado de la acción de control, sin realizar una conmutación directa entre los dos controladores. La novedad frente al funcional de costo original es un término que penaliza la diferencia entre la acción de control que aplicaría un controlador PI y la que

se está evaluando para el CPNBM. Esta funcionalidad está en términos de un parámetro, que es un factor de pertenencia borrosa del máximo error absoluto entre la salida de referencia  $y_{ref}$  y la salida del proceso. Gutiérrez (2007) formula un CPNBM dual, allí se usa una región terminal que se determina mediante un proceso de ensayo y error, mientras que en [Ramírez, 2011] se propone una metodología para el cálculo de la región terminal aplicables a procesos continuos no lineales. Vale la pena resaltar que estos autores usan un PI operando dentro de la región terminal, aspecto diferenciador con respecto a otros autores [Sznaiier and Damborg, 1987], [Limón, 2002] que usan un LQR como controlador local. Con los buenos resultados presentados por Ramírez, en el presente trabajo se aplica su metodológica para garantizar la estabilidad del CPNBM.

Para garantizar la estabilidad del proceso controlado, no basta solo con garantizar la estabilidad de la estrategia de control (en este caso CPNBM por modo dual), es necesario además, garantizar la convergencia del modelo (en este caso SIB T-S con CBMD). En el Capítulo 4 se discute sobre la convergencia del modelo.

### 3. Problema de Referencia: ajuste y neutralización de pH

En este capítulo se plantea el control del proceso de ajuste de pH como Problema de Referencia para el modelado y control avanzado de procesos, basado en datos de planta obtenidos del proceso de alcalinización de jugo de caña del Ingenio La Unión, Guatemala. Se analizan las condiciones más comunes de este tipo de procesos a nivel industrial haciendo énfasis en el problema en un ingenio azucarero, de modo que se logra una propuesta de modelo matemático que reproduce de manera fiel el sistema real y brinda un buen banco de trabajo para la prueba de las estrategias de control propuestas en este trabajo. Se presentan las dos grandes familias de modelos de pH: balance de ion  $H^+$  y balances de invariantes de reacción. La aproximación por invariantes de reacción se examina en detalle por ser la más promisoría. Se discuten las dificultades de la aproximación por invariantes de reacción, dificultades que han restringido su uso industrial. Brevemente se describen unos pasos para la inicialización de los modelos por invariantes de reacción como posible solución a las dificultades mencionadas. Finalmente se modela y valida con datos de planta el proceso para el ajuste de pH en la etapa de alcalinización de jugo de caña del ingenio azucarero, comprobando la validez del modelo y la representatividad del Problema de Referencia (PdeR) con relación al problema real industrial [Álvarez, 2000], [Álvarez, Lamanna, Vega y Revollar, 2009].

El control de pH de una corriente de sustancia es crítico en gran variedad de procesos. Los procesos de ajuste y neutralización del pH son extremadamente difíciles de controlar debido a que exhiben un comportamiento fuertemente no lineal. En tal sentido, se deben aplicar técnicas avanzadas de control, las que generalmente requieren de un modelo que represente fielmente esas no linealidades. Es en este punto que surgen las dificultades, puesto que tales modelos no son fáciles de ajustar a las condiciones operativas normales

de una industria. La mayoría de las veces, tales modelos se han presentado en la literatura con ajustes muy buenos cuando se trabajaba en condiciones de laboratorio (concentración conocida de todas las soluciones), pero a escala industrial, no se conocen reportes precisos del uso de modelos de pH.

Para iniciar el modelado de un proceso es necesario conocer en detalle cada uno de los aspectos que lo componen. Para el caso tratado en este trabajo, en la Sección 3.1 se define el Potencial de Hidrógeno (pH) y la importancia de su control en procesos industriales. Se hace énfasis en el problema de control de pH en la industria azucarera. En la Sección 3.2 se presenta rápidamente la importancia de los modelos en ingeniería y se describen los modelos empleados para el control de pH: balance de ion  $H^+$  y balances de invariantes de reacción, enfatizando en el último por ser el más promisorio. Posteriormente en la Sección 3.4, se modela el proceso de alcalinización de jugo de caña por medio de la teoría de invariantes de reacción. Finalmente, se valida el modelo con datos de planta obtenidos del proceso de alcalinización de jugo de caña del Ingenio La Unión, Guatemala.

### 3.1 Potencial de Hidrógeno (pH) en la industria

El pH es una medida conveniente de la acidez/alcalinidad de una solución acuosa a una temperatura específica. El pH se mide en una escala continua de 0 a 14 y es una medida de la actividad del ión hidronio ( $a_{H_3O^+}$ ) en solución. La actividad de una especie es una medida de su concentración efectiva, es decir es la concentración actual o total de una especie en una solución [Smith y Van Ness, 2008]. Por razones prácticas el pH a nivel de laboratorio e industria se calcula siempre en función de la concentración [Prichard, 2003], como se presenta en la Ecuación 3.1.

$$pH = \log_{10} \frac{1}{a_{H_3O^+}} = -\log_{10} a_{H_3O^+} = -\text{Log}[H^+] \quad (3.1)$$

Los sistemas de pH han sido reconocidos como uno de los problemas más difíciles en el área de control de procesos, debido a las siguientes dificultades para su modelado y control:



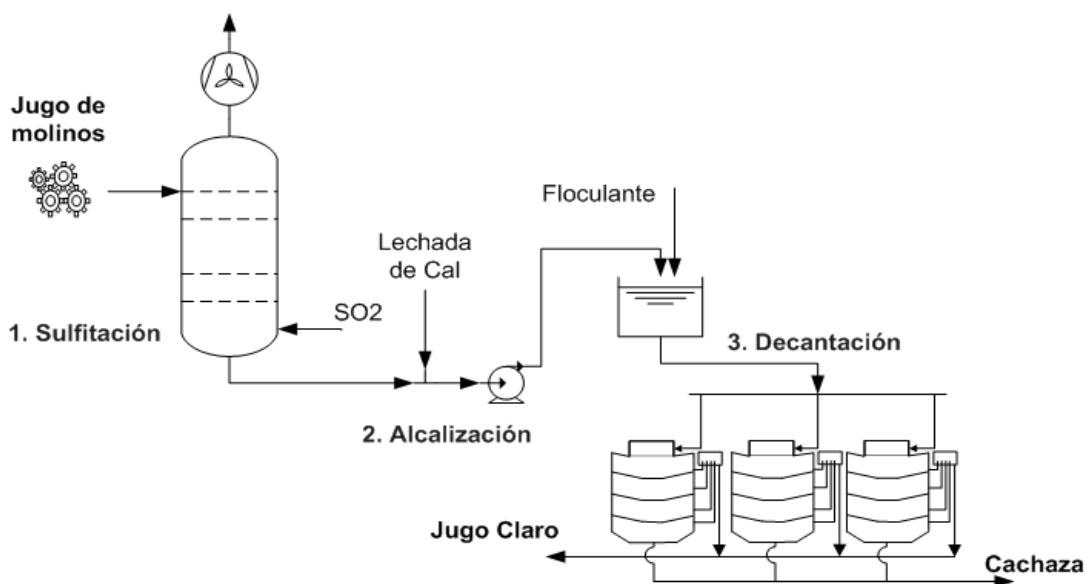
- a. A nivel de laboratorio es posible conocer de forma precisa todas las sustancias químicas que reaccionan en el proceso (una solución con concentración fija y conocida *a priori*) y sus concentraciones. Esto generalmente no es factible a nivel industrial.
- b. La implantación del control de pH no es trivial, debido a la característica particular de habilidad de intervalo (rangeability) que exigen estos procesos al Elemento Final de Control (EFC) [Creus, 2005]. El EFC debe garantizar un flujo preciso de base o ácido, para ajustar el pH del proceso, tanto en dosificaciones muy pequeñas o muy grandes. Los fabricantes actuales no garantizan precisión para rangos de dosificación en el caso de bombeo o apertura en el caso de válvulas de control en escalas grandes de medición. Una solución a este problema es posible con la conmutación de dos o más EFC con diferentes rangos de trabajo, lo cual representa un costo significativo.
- c. La respuesta del pH a la adición de reactivos (variable manipulada) no es lineal. La respuesta a la adición de la misma cantidad de base o ácido es diferente dependiendo del valor actual del pH.
- d. La relación logarítmica ( $pH = -\text{Log}[H^+]$ ) hace al proceso muy sensible a pequeños cambios en la vecindad del punto de neutralización. Esto se evidencia en una pendiente casi infinita en los cambios del alrededor de  $pH = 7$ .
- e. El tiempo muerto del proceso cambia, dependiendo de la variación en el volumen, el flujo de entrada y la velocidad del mezclado.
- f. La característica amortiguadora (efecto buffer) es variable, puesto que cuando la ganancia es pequeña (alto contenido de ácido o base débil), la respuesta del pH en lazo cerrado puede ser lenta, contrario a lo que pasa para efecto buffer bajo.
- g. Para que el modelo validado represente fielmente el proceso real, no es suficiente conocer solo los flujos de entrada, es necesario además, registrar el pH de dichos flujos. Pequeñas variaciones en el pH de las corrientes de entrada afectan drásticamente la predicción del modelo.

En Rodríguez y González (2003), se plantean otros problemas en el modelado para el control de pH, como: *i*) La característica “no lineal” se debe a un estado interno representado por la concentración de iones de hidrógeno  $[H^+]$ , los cuales no pueden ser directamente medidos, *ii*) mediante balances de iones es difícil derivar e identificar un modelo matemático adecuado para el proceso de pH, porque pequeñas cantidades de

elemento extraños con capacidad de amortiguación (buffer) cambian la dinámica del proceso.

A escala industrial, los procesos que con más frecuencia enfrentan el problema de control de pH son aquellos que obedecen a reacciones químicas con alguna clase de control iónico [Perry,1984] [Shinsky, 1996]. Ejemplos de procesos industriales que deben enfrentar el control de pH son: eliminación de materias no deseadas de una sustancia, recuperación de materias valiosas en substratos de bajo tenor, neutralización de desechos líquidos industriales antes del vertimiento, condiciones de crecimiento de substratos biológicos y adición de algún material a una sustancia dada. Ejemplo de este último caso es la etapa de clarificación de jugo en ingenios azucareros. El control de clarificación del jugo de caña implica principalmente el control de pH del jugo, que se ve afectado por el flujo del jugo, el flujo de la lechada de cal y la temperatura del jugo. El tipo básico de control utilizado en clarificación es el control de pH, con la asistencia de otros lazos para suavizar el flujo de jugo y control de la temperatura del calentador. La etapa de clarificación de jugo de caña para la producción de azúcar blanca y/o refinada, contempla principalmente tres subetapas: la sulfitación, la alcalinización y la clarificación. La Figura 3-1 representa un esquema general de la etapa de tratamiento de jugo de caña para la producción de azúcar blanca.

**Figura 3-1:** Esquema general de la etapa de tratamiento de jugo de caña para la producción de azúcar blanca en un ingenio azucarero.



La sulfitación es el primer paso en el proceso de clarificación. Su objetivo es adicionar  $SO_2$  al jugo de caña crudo en contracorriente, por medio de una torre de sulfitación para: reducir compuestos colorantes, inhibir el desarrollo de color por parte de azúcares reductores y aminoácidos, evitar el desarrollo de microorganismos y proporcionar iones  $SO_3^{2-}$  necesarios en la etapa de alcalinización. Ese tratamiento reduce considerablemente el pH. Para evitar pérdidas de sacarosa es ideal mantener el pH básico alrededor de 7 u 8, lo cual se logra con la alcalinización del jugo previamente sulfitado. En la etapa de alcalinización, se busca compensar y ajustar el pH del jugo sulfitado a un valor promedio de 7.4, por medio de la dosificación de cal disuelta en agua con una concentración entre 7 y 10° Baumé. Es en este punto donde el control de pH es crítico puesto que desviaciones en el pH deseado se reflejan en pérdidas de sacarosa y deterioro de las características del azúcar, es decir, no se logra eficiencia en el proceso de extracción de sacarosa. El objetivo global de toda la etapa de clarificación es obtener jugo claro, es decir, reducir la turbidez del jugo a partir de la extracción de cachaza (aglomeración de: sólidos suspendidos, fibra de caña, cal sin disolver, floculante, entre otros). La turbidez es finalmente controlada en los clarificadores de jugo de caña. Los clarificadores operan en lazo abierto pero como se mencionó anteriormente, requieren trabajar con valores constantes de pH, flujo y temperatura de jugo.

En esta investigación se abstrae como Sistema de Proceso (SdeP) solo la etapa de alcalinización de jugo de caña, pero se incluyen características de toda la etapa de clarificación para lograr el objetivo propuesto: emplear un problema que refleje la realidad en un proceso industrial. Los datos de planta, especificaciones de los equipos y particularidades del proceso se obtienen de la estancia investigativa realizada en el ingenio La Unión, Guatemala.

### **3.2 Modelo para el proceso de control de pH**

Los Modelos son comúnmente empleados en ingeniería para determinar condiciones óptimas de diseño de una etapa o proceso, delimitar la región de operación óptima de un sistema, diseñar sistemas de monitoreo, automatización, control y diagnóstico de fallas en un sistema y caracterizar y extraer conocimiento sobre el comportamiento de un proceso. En esta tesis son de interés los modelos matemáticos.

Para obtener modelos matemáticos existen dos tipos de modelado reconocidos: el modelado fenomenológico y la identificación. El modelado fenomenológico es aquel que utiliza exclusivamente conocimiento formalizado, o de primeros principios, para describir la naturaleza y el comportamiento subyacentes del sistema de interés. A través de este conocimiento se pueden establecer las ecuaciones algebraicas o diferenciales (estructura y parámetros estructurales) y los parámetros funcionales del modelo que representan al sistema. Rótulos empleados para referirse a los modelos obtenidos a través del modelado fenomenológico son modelos físicos o modelos caja blanca. En gran cantidad de sistemas reales no se posee el conocimiento suficiente para construir un modelo caja blanca; por ello es necesario recurrir a la experiencia e intuición de un experto para elegir un tipo de estructura o formulación matemática general, que resulte adecuada para el sistema, y a los datos para estimar el valor de los parámetros estructurales y funcionales del mismo. A este último proceso de modelado se le conoce como identificación y se tratará en el Capítulo 4, para la Identificación de Sistemas de Inferencia Borrosa (SIB). Los datos de los que se habla en la identificación pueden ser obtenidos a través de una preparación adecuada de experimentos sobre el sistema, o mediante la recolección de los mismos bajo las diferentes condiciones reales de operación, o a través de un registro histórico de datos de sistemas semejantes.

De acuerdo con el nivel de conocimiento explícito ofrecido por el modelo respecto de la naturaleza y comportamiento del sistema, se habla de modelos semifísicos y de modelos empíricos. Los modelos empíricos también conocidos como modelos caja negra, no evidencian algún conocimiento sobre la esencia y conducta subyacentes del sistema. En los modelos caja negra tanto los parámetros estructurales como los funcionales se crean exclusivamente con base en los datos entrada salida del sistema. Los modelos semifísicos son un estado intermedio entre los modelos físicos y los empíricos.

Los modelos semifísicos, denominados también modelos caja gris, tratan de reflejar el conocimiento disponible sobre la naturaleza y comportamiento del sistema, aunque ello no sea suficiente para estimar los parámetros estructurales ni funcionales del modelo; en ese evento se recurre a los datos entrada-salida disponibles del sistema, como se presenta seguidamente en este capítulo. A este tipo de modelos los trataremos en adelante como Modelos Semifísicos de Base Fenomenológica. En [Álvarez et al., 2009] plantean una metodología para obtener Modelos Semifísicos de Base Fenomenológica

(MSBF) de procesos químicos. Dichos modelos representan procesos a partir de conocimientos y principios básicos: balances de materia, energía y cantidad de movimientos, así como el principio de gradiente para obtener ecuaciones constitutivas. La metodología propone las siguientes actividades para obtener el MSBF:

1. Elaborar una descripción verbal y un diagrama de flujo de proceso que se complementen.
2. Fijar un nivel de detalle para el modelo, de acuerdo con su utilización: ¿Qué preguntas contestará el modelo?
3. Definir tantos Sistemas de Proceso (SdeP) sobre el proceso que se modelará como los exija el nivel de detalle y representar la relación de todos los SdeP en un diagrama de bloques.
4. Aplicar el principio de conservación sobre cada uno de los SdeP.
5. Seleccionar de la Ecuaciones Dinámicas de Balance (EDB) aquellas con información valiosa para cumplir con el objetivo del modelo.
6. Definir para las EDB esenciales, los parámetros, las variables y las constantes conocidas en cada SdeP.
7. Hallar las ecuaciones constitutivas que permitan calcular el mayor número de parámetros en cada SdeP.
8. Verificar los grados de libertad de modelo.
9. Obtener el modelo computacional o solución del modelo matemático.
10. Validar el modelo para diferentes condiciones y evaluar su desempeño.

En adelante se empleará la metodología de [Álvarez et al, 2009] para identificar MSBF. La estructura de los modelos empleados para el control de pH, se pueden clasificar en dos grandes familias: por balance directo del ión  $H^+$  [Astrom and Wittenmark, 1989] y por balance de invariantes de reacción [Gustaffson and Waller, 1983]. Los modelos por balance directo del ión  $H^+$  involucran especies químicas que cambian continuamente a medida que avanza la reacción, lo que dificulta la identificación de parámetros para esos modelos, incluso a nivel de laboratorio, cuando existen efectos amortiguadores (buffer) producidos por ácidos o bases débiles. En cambio, los modelos de pH por balances de invariantes de reacción, balancean especies que no varían durante la reacción química (los invariantes), lo cual hace mucho más fácil su identificación en presencia de efecto buffer.

Es posible por cualquiera de las dos aproximaciones al modelado, hallar modelos lineales aprovechando las regiones en las que el pH no cambia drásticamente. Sin embargo, la aproximación no lineal es la más adecuada, existiendo una aproximación intermedia: modelos lineales a tramos. Es evidente que la aproximación al modelado más prometedora es la de invariantes de reacción no lineal [Álvarez et al., 2009].

Los invariantes de reacción son cantidades que toman los mismos valores antes, durante y después de una reacción química. El concepto de Invariantes de reacción definido por Aris (1965), es el resultado de una transformación natural de las variables de estado de un sistema químico. Las variables de estado (en este caso las concentraciones de especies) son transformadas en un grupo de variables que dependen de las reacciones químicas (variantes de la reacción) y en otro grupo, las que son independientes de las reacciones (invariantes de reacción). Los invariantes de reacción tienen su origen en las leyes básicas como la carga atómica y la conservación de la energía. Este método fue generalizado por Waller y Makila (1980) así como Gustafsson y Waller (1983), para sistemas con cualquier número de ácidos y bases.

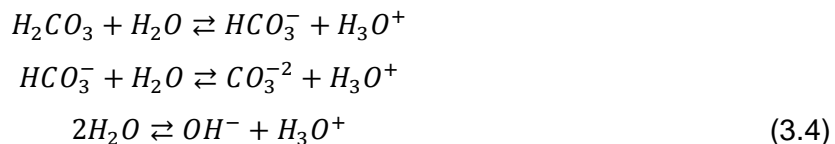
Los invariantes de reacción para un sistema ácido-base están definidos como:  $W_{ai}$  que hace referencia al balance de carga electrónica en la corriente  $i$ , y  $W_{bi}$  que corresponde al balance de anión o catión último de la sustancia fundamental del sistema. El balance de carga de la corriente ( $W_{ai}$ ) es independiente de la reacción química, lo mismo que la concentración analítica o total del anión o catión característico. De allí viene el concepto de invariantes.

La definición de invariantes de reacción aplica para cualquier sistema con reacción química. En [Álvarez et al., 2001], se demostró que si se utiliza el sistema de equilibrio químico del ácido carbónico, se tiene un buen cubrimiento de valores de pH y mezclas de ácidos-bases. Para el sistema carbónico, los dos invariantes se formulan como:

$$W_{ai} = [H^+]_i - [OH^-]_i - [HCO_3^-]_i - 2 * [CO_3^{2-}]_i \quad (3.2)$$

$$W_{bi} = [H_2CO_3]_i + [HCO_3^-]_i + [CO_3^{2-}]_i \quad (3.3)$$

El sistema carbónico está formado por  $H_2CO_3$  y bicarbonato de sodio. Las reacciones que presenta el ácido son:



Los variantes en este caso serían las concentraciones de las especies  $[OH^-]$ ,  $[HCO_3^-]$ ,  $[CO_3^{2-}]$ ,  $[H_2CO_3]$  y  $[H_3O^+]$ , las cuales varían con la reacción. Los valores de los variantes se pueden hallar a partir de las expresiones de las constantes de equilibrio propias de este sistema. En Ayres (1970), se definen las constantes de disociación para el sistema carbónico como:

$$\begin{aligned}
 k_{a1} &= \frac{[HCO_3^-][H_3O^+]}{[H_2CO_3]} = 4.16 \times 10^{-7} \\
 k_{a2} &= \frac{[CO_3^{2-}][H_3O^+]}{[HCO_3^-]} = 5.62 \times 10^{-11} \\
 k_w &= [OH^-][H_3O^+] = 1 \times 10^{-14}
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

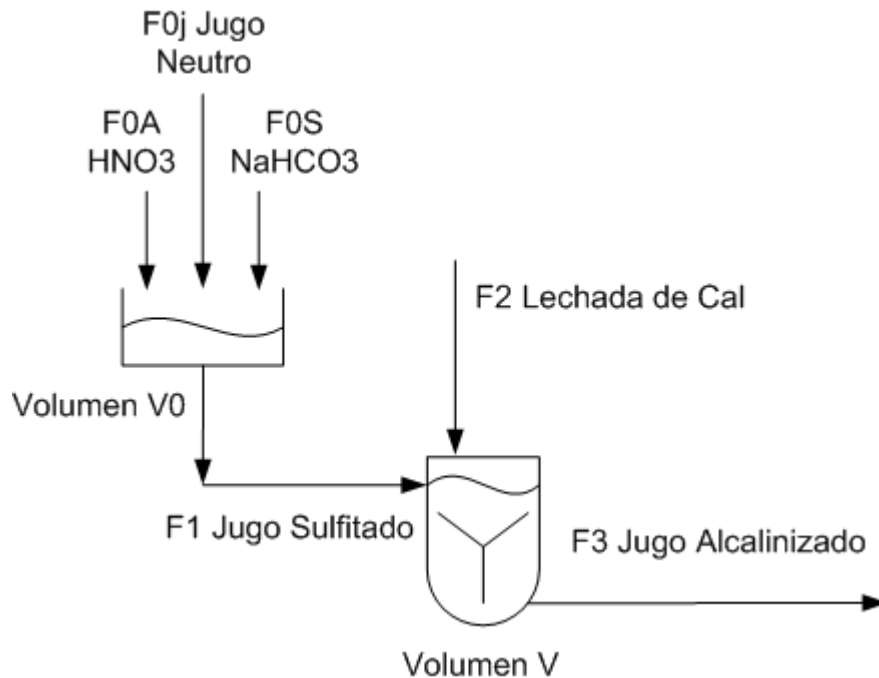
Para las demás corrientes se plantean del mismo modo sus invariantes. Del planteamiento anterior se hace evidente que para poder llevar a cabo el modelado de un sistema al cual se le va a controlar pH, se debe conocer de forma precisa la composición química de cada corriente. Esto es sencillo a nivel de laboratorio ya que cada corriente involucrada se prepara conociendo de antemano su composición y concentración. En la industria, conocer esto es la parte que representa mayor dificultad a la hora del modelado del pH. Una propiedad interesante de los invariantes de reacción, es que pueden usarse directamente como cantidades promediadas, cuando se mezclan dos o más soluciones de diferente concentración y especies químicas, para calcular el pH de mezclas. Esto posibilita el planteamiento de un problema en el que se desconoce la naturaleza y composición de la corriente de entrada, como uno en el que concurren varios ácidos o bases hipotéticas en una proporción dada [Gustafsson, 1982]. Este hecho es una de las motivaciones más fuertes para utilizar el modelado del pH por invariantes de reacción en este trabajo. El procedimiento se presenta paso a paso en el siguiente apartado para el proceso de alcalinización de jugo en el Ingenio La Unión, Guatemala.

### 3.3 Modelado del proceso de alcalinización de jugo de caña para el control de pH en un Ingenio azucarero

Aplicando la metodología propuesta en [Álvarez, Lamanna, Vega y Revollar, 2009], en esta sección se muestra el Modelado Semifísico de Base Fenomenológica (MSBF) por invariantes de reacción de la etapa de alcalinización de jugo de caña para el control de pH en un ingenio azucarero. La Figura 3-2 muestra el proceso. Para el caso práctico se tomaron los datos del Ingenio La Unión S.A, Guatemala.

Para el modelado del proceso, se toma como volumen  $V$  del proceso el volumen donde ocurre la reacción (ver Figura 3-2). Este será el Sistema de Proceso (SdeP) a tomar para el modelado. Adicionalmente, se considerará que el Jugo Sulfitado está formado por tres corrientes: una de jugo neutro, una de ácido nítrico ( $HNO_3$ ) y otra de bicarbonato de sodio ( $NaHCO_3$ ). Esta configuración se denomina Sistema Carbónico, que como se demostró en [Álvarez and Londoño, 1999], exhibe una amplia capacidad de representación de sistemas químicos con mezclas de ácidos y sales ácidas.

**Figura 3-2:** Alcalinizado del jugo de caña para el control de pH.



Se asume que existe un recipiente hipotético de mezcla en el cual se forma el jugo sulfitado. Dicho recipiente se asume de volumen  $V_0$  despreciable. Además, las



características de cada corriente de entrada no son de interés, sólo resulta importante las características del jugo sulfitado que se forma, puesto que es el que luego ingresa al proceso a modelar: la alcalinización. Para el modelado del proceso se hacen las siguientes suposiciones:

- a. El jugo de caña contiene un ácido fuerte:  $HNO_3$  que aporta la parte principal de los iones  $H^+$  y una sal de un ácido débil:  $NaHCO_3$  que aporta el anión último  $CO_3^{--}$ . Este sistema se denomina en adelante Sistema Carbónico.
- b. Las dos constantes de disociación  $K_{a1}$  y  $K_{a2}$  del sistema se tomarán inicialmente iguales a las del ácido carbónico. De ser necesario, se podrá ajustar una de ellas para que el modelo represente más fielmente el comportamiento real del jugo de caña.
- c. Todas las reacciones químicas se modelarán con base en la aproximación por invariantes de reacción. Tal aproximación define dos invariantes para seguir la reacción:

i)  $W_a$  carga electrónica de la solución (balancea las especies con carga en la corriente  $i$ ):

$$W_{ai} = [H^+]_i - [OH^-]_i - [HCO_3^-]_i - 2 * [CO_3^{--}]_i \quad (3.6)$$

ii)  $W_b$  concentración de anión último, en caso de  $CO_3^{--}$  en la corriente  $i$  :

$$W_{bi} = [H_2CO_3]_i + [HCO_3^-]_i + [CO_3^{--}]_i \quad (3.7)$$

- d. Para cualquier corriente en la que se conozca su  $pH$  y el valor de  $W_b$ , es posible calcular  $W_a$  con:

$$W_a = W_b * g(pH, K_{a1}, K_{a2}) + f(pH) \quad (3.8)$$

en la que:

$$g(pH, K_{a1}, K_{a2}) = \frac{1 + 2 * 10^{(pH - pK_{a2})}}{1 + 10^{(pK_{a1} - pH)} + 10^{(pH - K_{a2})}} \quad (3.9)$$

$$f(pH) = 10^{-pH} - 10^{(pH - 14)} \quad (3.10)$$

siendo,

$$pK_{a1} = -\log(K_{a1}) \quad (3.11)$$

Los invariantes de reacción a considerar en cada corriente tendrán la siguiente forma y valor para las corrientes de la Figura 3-2. Se ordenan siguiendo el lineamiento que permite calcular  $W_{ai}$  contando con  $W_{bi}$  y  $pH_i$ .

*Para la corriente 1 o jugo sulfitado:*  $W_{b1}$  se debe identificar desde datos experimentales, para luego poder calcular  $W_{a1}$  contando con el  $pH$  que es un dato:

$$\begin{aligned} W_{b1} &= [H_2A]_1 + [HA^-]_1 + [A^-]_1 \Rightarrow \\ &= [\text{Ácido}]_1 + [\text{Sal Ácida}]_1 \end{aligned} \quad (3.12)$$

$$W_{a1} = [H^+]_1 - [OH^-]_1 - [HA^-]_1 - 2 * [A^{--}]_1 \Rightarrow \quad (3.13)$$

$$W_{a1} = W_{b1} * g(pH_1, K_{a1}, K_{a2}) + f(pH_1)$$

*Para la corriente 2 o lechada de cal:* Solución 9°Baumé de  $Ca(OH)_2$  en agua, formada a partir de cal para ingenios con 90% en peso de  $Ca(OH)_2$ :

$$\begin{aligned} W_{b2} &= [H_2A]_2 + [HA^-]_2 + [A^-]_2 \Rightarrow \\ &= [\text{Ácido}]_2 + [\text{Sal Ácida}]_2 = 0 + 0 \Rightarrow \\ W_{b2} &= 0 \end{aligned} \quad (3.14)$$

$$\begin{aligned} W_{a2} &= [H^+]_2 - [OH^-]_2 - [HA^-]_2 - 2 * [A^{--}]_2 \Rightarrow \\ W_{a2} &= 0 * g(pH_2, k_{a1}, k_{a2}) + f(pH_2) \end{aligned} \quad (3.15)$$

$$W_{a2} = 10^{-pH} - 10^{(pH-14)}$$

$W_{a2}$  se calcula en función del pH de la lechada, constante si se garantiza pH de lechada de cal controlado. En procesos industriales esto no es trivial, entonces dependerá en todo instante del pH de cal medido.

Para la Corriente 3 o jugo alcalinizado (corriente de interés para la medición de  $pH$ ):

$$\begin{aligned} W_{b3} &= [H_2A]_3 + [HA^-]_3 + [A^{--}]_3 \Rightarrow \\ &= [\text{Ácido}]_3 + [\text{Sal Ácida}]_3 \end{aligned} \quad (3.16)$$

Para conocer  $W_{b3}$  se toman datos del pH real del jugo alcalinizado y se “tantea” el valor inicial de  $W_{b3}(0)$ , o se procede, como se muestra en la Ecuación (3.23), con los

balances de  $W_b$  en todo el sistema. Conociendo este valor se calcula el primer invariante ( $W_{a3}$ ) según:

$$\begin{aligned} W_{a3} &= [H^+]_3 - [OH^-]_3 - [HA^-]_3 - 2 * [A^{--}]_3 \Rightarrow \\ W_{a3} &= W_{b3} * G(pH_3, K_{a1}, K_{a2}) + F(pH_3) \Rightarrow \end{aligned} \quad (3.17)$$

Las ecuaciones del modelo a partir de balances en el Sistema de Proceso (SdeP) para cada uno de los dos invariantes de reacción tomados y considerando los números de las corrientes indicados en la Figura 3-2, son:

$$\begin{aligned} V \frac{dW_{a3}}{dt} &= F_1 * W_{a1} + F_2 * W_{a2} - F_3 * W_{a3} \\ V \frac{dW_{b3}}{dt} &= F_1 * W_{b1} + F_2 * W_{b2} - F_3 * W_{b3} \end{aligned} \quad (3.18)$$

Pero como por conservación de la masa en el SdeP, se cumple que:  $F_3 = F_1 + F_2$ , se tiene:

$$\frac{dW_{b3}}{dt} = \frac{F_1}{V} * (W_{b1} - W_{b3}) + \frac{F_2}{V} * (W_{b2} - W_{b3}) \quad (3.19)$$

Ahora expresamos el modelo de forma matricial en términos de variables de control:  $u = F_2$  y en variables de estado, siendo  $x_1 = W_{a3}$  y  $x_2 = W_{b3}$ :

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{F_1}{V} * (W_{a1} - W_{a3}) \\ \frac{F_1}{V} * (W_{b1} - W_{b3}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{(W_{a2} - W_{a3})}{V} \\ \frac{(W_{b2} - W_{b3})}{V} \end{bmatrix} u \quad (3.20)$$

La ecuación de salida del modelo, que da el  $pH$  de manera implícita, es:

$$\begin{aligned} 0 &= -[H^+]^4 + (x_1 - K_{a1}) * [H^+]^3 + (x_1 * K_{a1} + x_2 - K_{a1} + K_w - K_{a1} * K_{a2}) \\ &\quad * [H^+]^2 + (x_1 * K_{a1} * K_{a2} + 2 * x_2 * K_{a1} * K_{a2} + K_{a1} * K_w)[H^+] \\ &\quad + K_{a1} * K_{a2} * K_w \end{aligned} \quad (3.21)$$

Donde,  $k_w$  es la constante de disociación del agua.  $k_{a1}$  y  $k_{a2}$  son las constantes de disociación del sistema carbónico. Puesto que se requiere el valor inicial del segundo

invariante en la corriente de salida (jugo alcalinizado), se puede recurrir al balance del segundo invariante de la Ecuación (3.18), considerando que su valor en la corriente de lechada es cero, con lo cual se llega a:

$$V \frac{dW_{b3}}{dt} = F_1 * W_{b1} - F_3 * W_{b3} \quad (3.22)$$

que en estado estacionario ( $V \frac{dW_{b3}}{dt} = 0$ ), permite la siguiente relación entre los segundos invariantes de las corrientes de jugo:

$$F_1 * W_{b1} = F_3 * W_{b3} \Rightarrow W_{b3} = \frac{F_1}{F_3} * W_{b1} \quad (3.23)$$

y la ecuación para el segundo invariante en la corriente de jugo de salida será:

$$\begin{aligned} W_{b3} &= [H_2A]_3 + [HA^-]_3 + [A^{--}]_3 \Rightarrow \\ W_{b3} &= \frac{F_1}{F_3} * W_{b1} \end{aligned} \quad (3.24)$$

con lo cual el primer invariante se calcula como:

$$W_{a3} = \frac{F_1}{F_3} * W_{b1} * G(pH_3, K_{a1}, K_{a2}) + F(pH_3) \Rightarrow \quad (3.25)$$

Estos dos invariantes  $W_{a3}$  y  $W_{b3}$ , corresponden a los estados dinámicos del proceso, de los cuales se calcula el  $pH$  de salida del proceso empleando la Ecuación (3.21).

### 3.4 Validación del modelo del proceso de alcalinización de jugo de caña para el control de pH en un Ingenio azucarero

Con el fin de diagnosticar, tomar datos y realizar experimentos en condiciones normales de operación del proceso de alcalinización de jugo de caña, se realizó una estancia investigativa en el Ingenio La Unión S.A, Guatemala durante el mes de marzo de 2011. Con información recolectada se ajustaron los parámetros y se validó el modelo obtenido en la Sección 3.3. Finalmente se obtuvo un modelo que representa de forma adecuada el

proceso real. Los valores de los parámetros del MSBF que mejor representan los datos de planta son:  $K_{a1} = 2.4585 \times 10^{-6}$ ,  $K_{a2} = 3.0910 \times 10^{-10}$ ,  $K_w = 1 \times 10^{-14}$  y  $V = 128.3 \text{ gal}$ . La Tabla 3-1 presenta las variables medibles involucradas en el proceso, su rango de trabajo y las condiciones iniciales empleadas. El tipo de variable debe entenderse como:  $u$  = variable de control,  $d$  = perturbación medible,  $x$  = estado y  $y$  = salida. Cabe aclarar que  $u$  y  $d$  son variables de entrada del modelo,  $x$  y  $y$  son estados y salidas del modelo respectivamente.

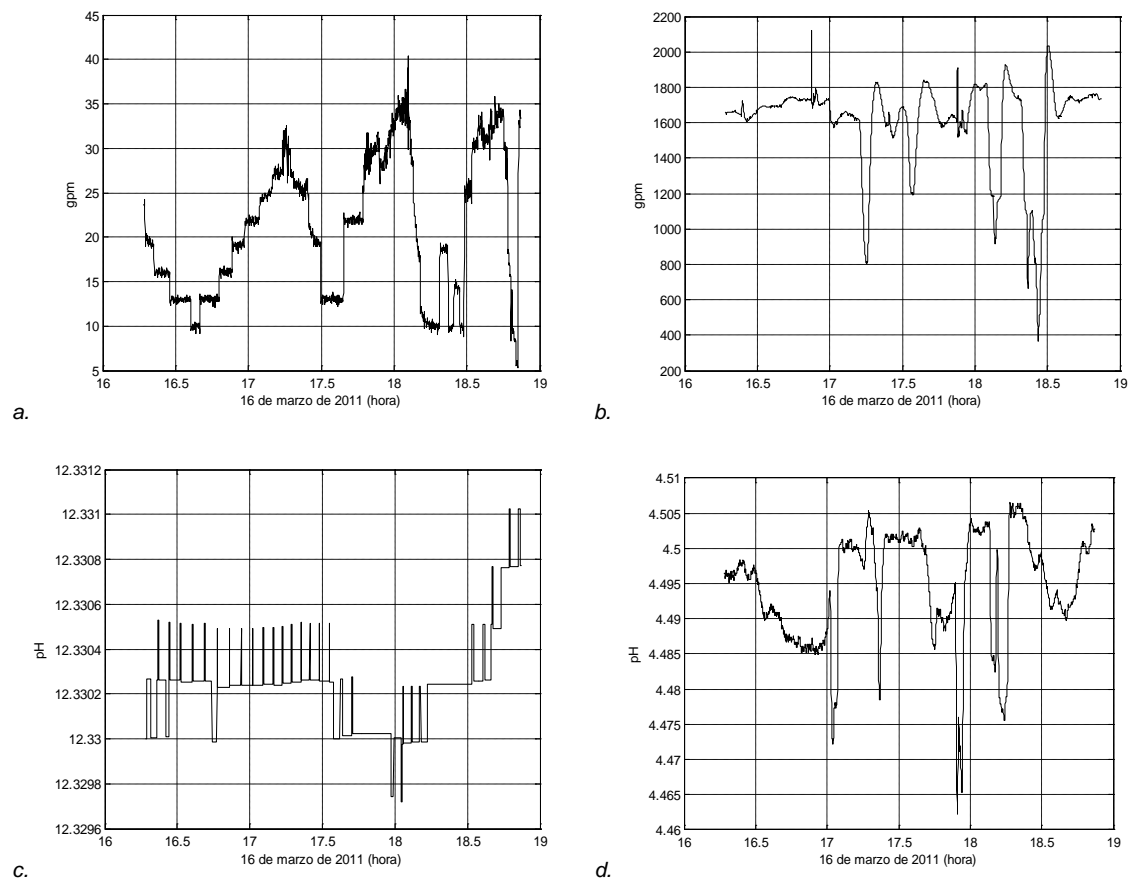
**Tabla 3-1:** Clasificación de variables y condiciones de operación del proceso de alcalinización de jugo de caña.

Variable	Tipo	Unidad Medida	Rango de trabajo	Condición inicial
Flujo de lechada de cal ( $F_2$ )	$u$	<i>GPM</i>	[10 – 70]	23.63
Flujo de jugo sulfitado ( $F_1$ )	$d$	<i>GPM</i>	[500 – 2100]	1657.3
pH de lechada de cal ( $pH_2$ )	$d$	<i>pH</i>	[11.7 – 12.2]	12.33
pH de jugo sulfitado ( $pH_1$ )	$d$	<i>pH</i>	[4.1 – 5.0]	4.4965
Carga eléctrica ( $W_{a3}$ )	$x$	<i>C</i>	$[-9.8090 \times 10^{-6}, -0.0026]$	$-2.6 \times 10^{-4}$
Anión ultimo ( $W_{b3}$ )	$x$	<i>mol/gal</i>	$[1.57760, 6.57040] \times 10^{-4}$	$4.06 \times 10^{-4}$
pH del jugo alcalinizado ( $pH_3$ )	$y$	<i>pH</i>	[5.7 – 8.7]	7.3481

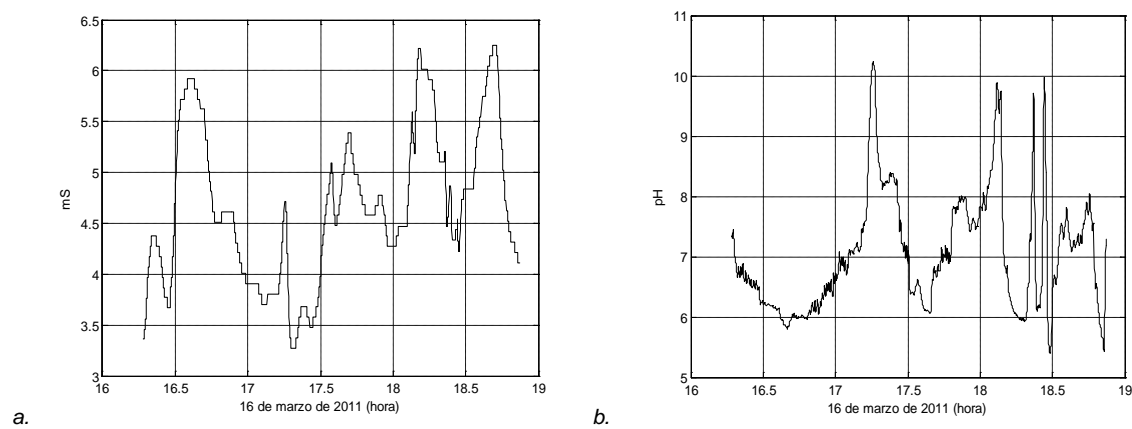
Los datos recolectados del diseño de experimentos útiles para validar el modelo son presentados en la Figura 3-3 y la Figura 3-4. La Figura 3-3 corresponde al comportamiento dinámico de las variables de entrada del SdeP y la Figura 3-4 corresponde al comportamiento dinámico de la variable de estado medida (conductividad del jugo alcalinizado) y la salida (*pH* del jugo alcalinizado). Los datos son muestreados cada 3 segundos.

La carga eléctrica se supone medida a partir de la medida de la conductividad del jugo alcalinizado. Como trabajo futuro se plantea encontrar una relación de la conductividad y la carga eléctrica del jugo de caña con el fin de disminuir el error de validación del modelo. Por tal motivo se presenta la dinámica de la conductividad del jugo alcalinizado en la Figura 3-4a. Se aclara que no se realiza la relación entre conductividad y carga eléctrica por no ser objeto de estudio de esta tesis. Se remite al lector interesado a [Waller and Makila, 1981].

**Figura 3-3:** Señales de las entradas medidas: *a.* Flujo de lechada de cal, *b.* Flujo de jugo sulfitado, *c.* pH de lechada de cal, *d.* pH de jugo sulfitado.

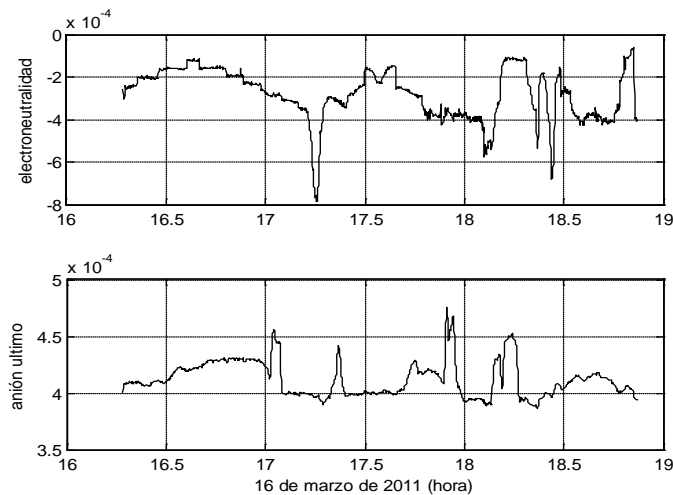


**Figura 3-4:** Señales medidas de: *a.* Conductividad del jugo alcalinizado, *b.* pH del jugo alcalinizado.

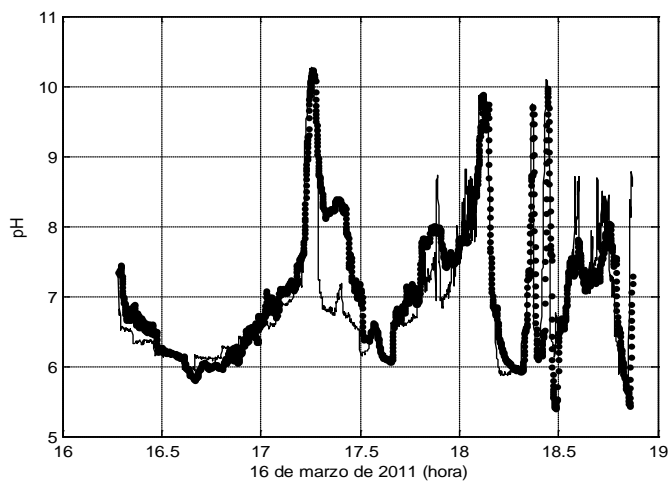


Las Figura 3-5 muestra el comportamiento dinámico de los estados del modelo validado, los cuales son: estado  $x_1$  o carga eléctrica, estado  $x_2$  o anión último. La Figura 3-6 presenta el comportamiento dinámico de la salida o pH de jugo alcalinizado. La señal punteada representa la señal medida y la señal continua representa la señal predicha con el MSBF hallado. Se aprecian desviaciones entre las señales debido a perturbaciones no modeladas, pero se concluye que es un modelo aceptable ya que logra reflejar tendencias y responder correctamente ante las variables medidas en el proceso. Finalmente, como índice de desempeño del MSBF la Integral Absoluta del Error (IAE) promedio con un valor de 0,3511.

**Figura 3-5:** Comportamiento dinámico de los estados predichos.



Hasta este punto se dispone de un Modelo Semifísico de Base Fenomenológica (MSBF) validado con datos de planta. Es de aclarar que el MSBF validado se emplea para obtener datos “sintéticos” de los estados y la salida del proceso. Los datos “sintéticos” se obtienen a partir de la excitación en amplitud y magnitud de las entradas del MSBF y son utilizados para realizar la identificación y la validación del SIB T-S con CBMD en el espacio de estado. De esta forma, se logra obtener un modelo en espacio de estados que refleja fielmente el comportamiento dinámico y real del proceso. Para realizar la identificación es necesario seleccionar preliminarmente y ajustar el regresor y el número de grupos. Una propuesta para la selección se presenta en el Capítulo 4.

**Figura 3-6:** Comportamiento dinámico del pH medido (\*\*) vs. pH simulado (--).



## **4. Identificación de modelos mediante Sistemas de Inferencia Borrosa Takagi-Sugeno (SIB T-S) y Conjuntos Borrosos Multidimensionales (CBMD)**

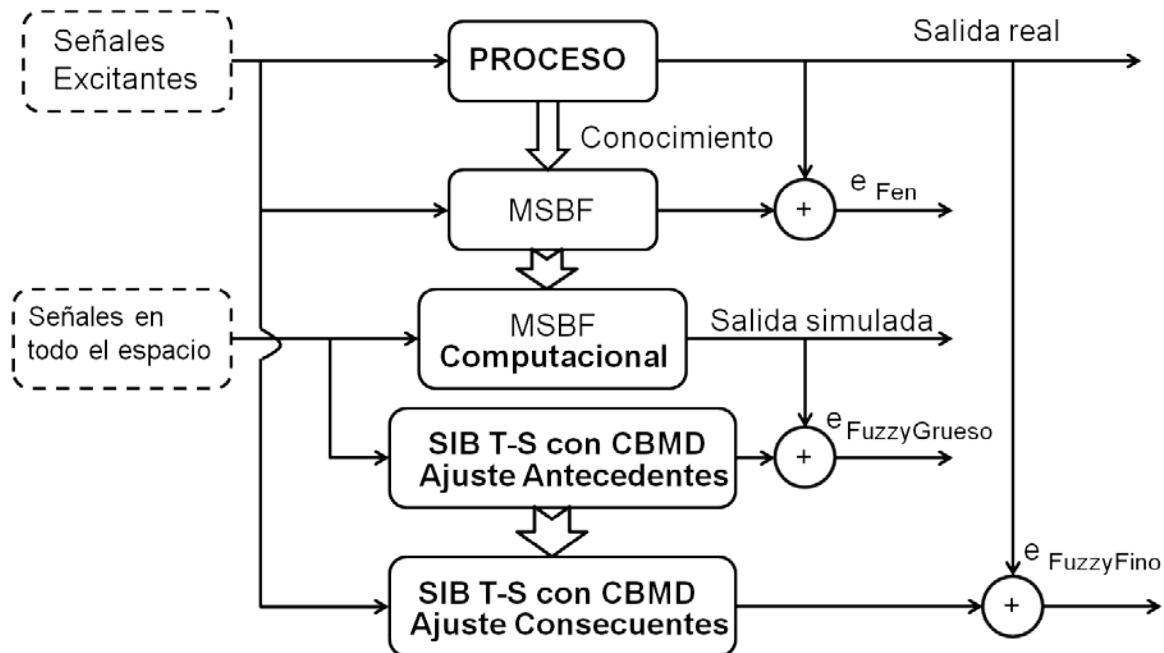
La clave de todas las estrategias de control avanzado es un buen modelo del proceso que se controla. El proceso puede estar representado por un Modelo Semifísico de Base Fenomenológica (MSBF), como se presentó en el Capítulo 3. Los MSBF presentan problemas de convergencia rápida (posibles iteraciones en equilibrios químicos) y alta carga computacional al resolver múltiples ecuaciones diferenciales en cada tiempo de muestreo. Por esto, se contempla como alternativa representar el proceso con Sistemas de Inferencia Borrosa Takagi-Sugeno (SIB T-S), los cuales no presentan problemas de iteración debido a su naturaleza algebraica. Además, adicionando Conjuntos Borrosos Multidimensionales (CBMD) se parte el espacio de estados en *clusters* lo que facilita el manejo de la carga computacional y no adiciona incertidumbre al modelo [Sierra, 2009]. Una propuesta para la obtención de SIB T-S con CBMD se presenta en [Álvarez y Peña, 2004]. En este trabajo se propone obtener un MSBF [Álvarez et al, 2009] que contiene toda la información dinámica del proceso real y a partir de este modelo generar “datos sintéticos” para identificar SIB T-S con CBMD que representen fielmente el proceso y presenten una estructura más compacta, disminuyendo la carga computacional. La metodología para la identificación de SIB T-S con CBMD puede verse en la Figura 4-1.

### **4.1 Modelado a través de sistemas de inferencia borrosa**

Un Sistema Borroso (SB) es una formulación matemática que emplea la Teoría de los Conjuntos Borrosos o sus desarrollos asociados (la lógica borrosa, la matemática borrosa, entre otros) en la representación de un fenómeno; así entonces, un sistema borroso es un modelo. Cuando estos modelos borrosos utilizan la lógica borrosa como

herramienta principal de representación, las formulaciones generadas se conocen como Sistemas de Inferencia Borrosa (SIB).

**Figura 4-1:** Diagrama de flujo de la propuesta para identificar SIB T-S con CBMD.



En el modelado borroso, o sea la representación de un sistema a través de un modelo borroso, la estructura del modelo se define en el momento de la elección del tipo particular de SIB a adoptar (Mamdani, Takagi-Sugeno, Pedrycz, entre otros), cuando los SIB son los tipos de modelos a utilizar. Ligados con la elección anterior, existen parámetros a determinar; un tipo de ellos son los estructurales: el número de reglas, el número de variables de entrada, el número de términos borrosos a asignar por cada variable, los operadores lógicos que unirán las variables de los antecedentes. En cuanto a los parámetros funcionales, se deben definir: las funciones de pertenencia específicas a emplear (forma y posición), el esquema de implicación a utilizar y la fórmula de concreción apropiada (si lo requiere).

Para llevar a cabo la construcción de un modelo a través de SIB, debe tenerse en cuenta que los SIB se inscriben dentro de las denominadas técnicas de modelado caja gris. Este tipo de modelos, combina la comprensión disponible sobre la naturaleza y comportamiento de un sistema (característica de los modelos caja blanca), con la determinación de un aproximador de funciones generales que capture la dinámica y

comportamiento no-lineal del sistema, del que no se dispone conocimiento alguno (particularidad de los modelos caja-negra).

Es bastante frecuente modelar un fenómeno con muy poco conocimiento de él, lo cual obliga a que tanto la determinación de la estructura como la identificación de los parámetros, emplee de forma intensiva los datos que revelan el comportamiento del sistema a diferentes condiciones de operación. Cuando en la construcción de un SIB, se posee conocimiento, lo común es que haya sido suministrado por "expertos", que dan cuenta del comportamiento cualitativo del sistema. Los datos pueden obtenerse a través de un registro histórico, o por la elaboración de pruebas explícitamente diseñadas para su adquisición.

El modelado de un fenómeno a través de los SIB lleva a cabo un mapeo inherentemente estático  $T: X \rightarrow Y$ ; donde  $X$  es un espacio en  $\mathbb{R}^M$  y  $Y$  es un espacio en  $\mathbb{R}^Q$ ; así,  $X = X_1 \times \dots \times X_M$ ,  $Y = Y_1 \times \dots \times Y_Q$ . La mayoría de los SIB definen ese mapeo en términos de una estructura y de un procedimiento, o inferencia; la inferencia dispone de la estructura para procurar un resultado cuando se le ingresan al modelo un conjunto de datos que actúan como entradas al modelo (regresor).

La estructura más frecuentemente empleada para realizar el mapeo son reglas parecidas a las condicionales lógicas "Si...Entonces". El mapeo de  $\mathbb{R}^M \rightarrow \mathbb{R}^Q$ , conocido como modelo MIMO (Multiple Inputs Multiple Outputs) no es la manera más común de utilizar un SIB. De hecho todo modelo MIMO puede ser expresado en términos de un conjunto de modelos MISO (Multiple Inputs Single Output). En los modelos MISO se efectúa un mapeo de  $\mathbb{R}^M$  en  $\mathbb{R}$ .

Se han publicado varias propuestas de SIB que se distinguen, por ejemplo, por la utilización de reglas o el uso de relaciones como estructura principal del modelo; en la necesidad o no de interpretación lingüística del modelo; en la naturaleza borrosa o concreta del consecuente; en el empleo de Conjuntos Borrosos Multi-Dimensionales (CBMD) en el antecedente o en el enlace lógico de Conjuntos Borrosos Uni-Dimensionales (CBUD) en el mismo [Sun, Jang and Mizutani, 1997], [Babuska, 1998], [Álvarez y Peña, 2004], [Sierra, 2009].

En cuanto al método de inferencia puede decirse que se encuentra relacionado con la estructura empleada, aunque el diseñador del SIB puede definir sus características propias. Existen tres tipos básicos de SIB, dependiendo de la estructura de las reglas (base de conocimientos). Las particularidades de aplicación de cada una de estas clases de SIB están fuera del alcance de este trabajo, pero se invita al lector a consultar [Álvarez y Peña, 2004] y [Sierra, 2009], para una excelente discusión sobre el tema. A continuación se describe de forma breve los tres tipos básicos de SIB.

- *SIB lingüísticos.* Con este nombre se designan a aquellos SIB que utilizan reglas con proposiciones borrosas en el antecedente y el consecuente como estructura fundamental del modelo. Los conjuntos borrosos que se asignan a las variables, se encuentran ligados a etiquetas lingüísticas que poseen significado para un intérprete del modelo o un experto en el sistema real. Este tipo de SIB, fue inspirado en el trabajo pionero de Ebrahin Mamdani [Mamdani and Assilian, 1974].
- *SIB relacionales.* Los modelos relacionales fueron propuestos en [Pedrycz, 1984]. En este tipo de modelos, el mapeo de los conjuntos borrosos  $A_i$  en los conjuntos borrosos  $B_i$  se realiza a través de una relación borrosa  $R = [r_{ij}]_{m \times n}$ . De este modo, para una entrada numérica concreta  $x$ , cada elemento del conjunto borroso  $A = \{\mu_{A_1}(x), \mu_{A_2}(x), \dots, \mu_{A_m}(x)\}$  representa el grado con el cual la entrada numérica concreta  $x$  es compatible con los términos lingüísticos asociados con  $A_i$ . Cada elemento del conjunto borroso de salida, representa el grado de compatibilidad de la salida numérica concreta y con el término lingüístico correspondiente a cada  $B_i$ , denotado como  $B = \{\mu_{B_1}(x), \mu_{B_2}(x), \dots, \mu_{B_m}(x)\}$ . El conjunto borroso  $B$  se obtiene mediante la operación composición "o":  $B = A \circ R$ .
- *SIB Takagi – Sugeno (SIB T-S).* Este tipo de SIB usa como consecuente numérico en cada regla una función lineal de las entradas al modelo. Tal estructura está en capacidad de representar una clase general de sistemas estáticos o dinámicos no lineales [Álvarez y Peña, 2004]. En la siguiente sesión se discuten las particularidades de este tipo de SIB por ser el tipo de modelo empleado en el presente trabajo.

## 4.2 Sistema de Inferencia Borroso Tipo Takagi-Sugeno (SIB T-S)

Los SIB T-S emplean reglas Si-Entonces para representar un fenómeno. Sin embargo, la característica fundamental yace en la naturaleza y la forma en que se determina el consecuente de cada regla. En los SIB T-S [Takagi and Sugeno, 1985], las reglas se expresan de la siguiente manera:

$$R_i: \text{ Si } x \text{ es } A^{(i)} \text{ Entonces } y^{(i)} = f^{(i)}(x), \quad i = 1, \dots, L \quad (4.1)$$

Donde el significado de todos los términos es similar al SIB lingüístico, excepto aquellos que aparecen en el consecuente de la regla  $i$ .  $y^{(i)}$ , es un vector de valores concretos del dominio  $Y_1 \times \dots \times Y_Q$ . Lo común es tratar con sistemas MISO, lo cual reduce el problema a un consecuente con una función escalar  $f^{(i)}$ , y así será considerado en adelante. En general, la función que calcula la salida de la regla  $i$ , es lineal:

$$f^{(i)}(x) = p_0^{(i)} + p_1^{(i)}x_1 + \dots + p_M^{(i)}x_M \quad (4.2)$$

o

$$f^{(i)}(x) = p_0^{(i)} + P^{iT} x \quad (4.3)$$

donde  $P^{(i)} = [p_1^{(i)}, \dots, p_M^{(i)}]^T$ ,  $p_k^{(i)}$  es el valor del  $k$ -ésimo parámetro de la función de salida, en la regla  $i$ . Dado que el consecuente es un valor concreto calculado a través de una función lineal de sus argumentos, también concretos, los valores de las variables de entrada del antecedente de las reglas son igualmente concretos. Se evidencia la diferencia con los otros dos tipos de SIB antes presentados. La salida  $y$  del modelo T-S, se calcula como la suma ponderada de las salidas obtenidas en cada regla:

$$y = \sum_{i=1}^L \varphi^{(i)}(x) y^{(i)} \quad (4.4)$$

Donde  $\varphi^{(i)}(x)$  es la ponderación correspondiente a la salida producida mediante la regla  $i$ , calculada como:

$$\varphi^{(i)}(x) = \frac{w^{(i)}(x)}{\sum_{i=1}^L w^{(i)}(x)} \quad (4.5)$$

En el que  $w^{(i)}(x)$  es el grado de cumplimiento de la  $i$ -ésima regla respecto a la entrada  $x$ , también llamado grado de pertenencia.

Normalmente, la mayoría de las propuestas de SIB operan con una partición explícita del antecedente o Conjuntos Borrosos Unidimensionales (CBUD), pero es posible usar una partición implícita. En este trabajo comparan el modelo SIB T-S que usa partición explícita y el modelo SIB T-S que usa partición implícita [Álvarez y Peña, 2004]. Dicha partición implícita opera con Conjuntos Borrosos Multidimensionales (CBMD) como una aproximación práctica cuando se utiliza el SIB T-S como modelo. En este caso, todos los CBUD del antecedente de cada regla se transforman en un CBMD simple por regla.

A pesar de la pérdida de interpretación lingüística que ocurre al concatenar los CBUD de las variables del regresor en un CBMD, este resulta más compacto que los CBUD [Álvarez y Peña, 2004]. En consecuencia, las tareas relativas a la definición estructural y paramétrica del modelo usando SIB T-S resultan más sencillas. Adicionalmente, puede realizarse un agrupamiento (clustering) borroso sobre los datos con el fin de obtener una buena aproximación al número de reglas en la base de conocimientos del SIB y obtener los CBMD directamente por una reducción del espacio.

### **Operación de SIB T-S con CBUD en el antecedente. Aproximación para sistemas estáticos tipo MISO.**

Una regla típica de este tipo de SIB, se presenta a continuación:

$$R_i: \text{Si } x_1 \text{ es } A^{(i)} * \dots * x_M \text{ es } A_M^{(i)} \text{ Entonces } y^{(i)} = p_0^{(i)} + p_1^{(i)} x_1 + \dots + p_M^{(i)} x_M, \quad (4.6)$$

$$i = 1, \dots, L$$

El proceso de razonamiento que se sigue en un SIB T-S de esta clase se describe brevemente en los siguientes pasos:

Paso 1. *Cálculo del grado de compatibilidad de la entrada.* El valor concreto (no-borroso) obtenido por cada variable,  $x_j$ ,  $j = 1, \dots, M$ , adquiere un grado de compatibilidad en cada regla  $i$ ,  $c^{(i)}(x_j)$ . Ese grado de compatibilidad se establece como la posibilidad (en el

sentido de Zadeh) de ese valor al CBUD asociado con su variable. En este caso, el grado de compatibilidad es el grado de pertenencia del valor en el CBUD correspondiente.

*Paso 2. Cálculo del grado de cumplimiento de cada regla.* De acuerdo con los grados de compatibilidad obtenidos en el paso anterior y el tipo de conectivo lógico que une los términos del antecedente de cada regla, se calcula un grado de cumplimiento,  $w^{(i)}$ ; este valor se determina aplicando un operador T-norma sobre los grados de compatibilidad en caso de que los términos estén enlazados por el conectivo lógico conjunción (and); o a través de un operador S-norma en caso de que el conectivo sea el de disyunción (or).

*Paso 3. Cálculo del valor de la variable de salida en cada regla.* Empleando los valores concretos asumidos por las variables de entrada, se calcula el valor de la variable de salida del modelo arrojado por cada regla, para ello se emplea la función que aparece en el consecuente.

*Paso 4. Cálculo del valor de la variable de salida del modelo.* Este valor se calcula como la suma ponderada de los valores aportados en cada regla. Los ponderadores son los valores  $w^{(i)}$  obtenidos en cada regla.

### **Operación de SIB T-S con CBMD en el antecedente. Aproximación para sistemas estáticos tipo MISO.**

Una regla para este tipo de SIB se representa por:

$$R_i: \text{Si } x_1 \text{ es } A^{(i)} \text{ Entonces } y^{(i)} = p_0^{(i)} + p_1^{(i)}x_1 + \dots + p_M^{(i)}x_M, \quad i = 1, \dots, L \quad (4.7)$$

El razonamiento de este tipo de SIB, procede de la siguiente forma:

*Paso 1. Cálculo de los grados de compatibilidad de los valores de entrada.* Los valores concretos (no borrosos) obtenidos por cada variable que compone la variable multidimensional de entrada del modelo, son agregados en una M-tupla  $x = [x_1, \dots, x_M]^T$ . Esta M-tupla posee un grado de compatibilidad en cada regla  $i$ ,  $c^{(i)}(x_j)$ , definido como la pertenencia de ella al CBMD que aparece en el antecedente.

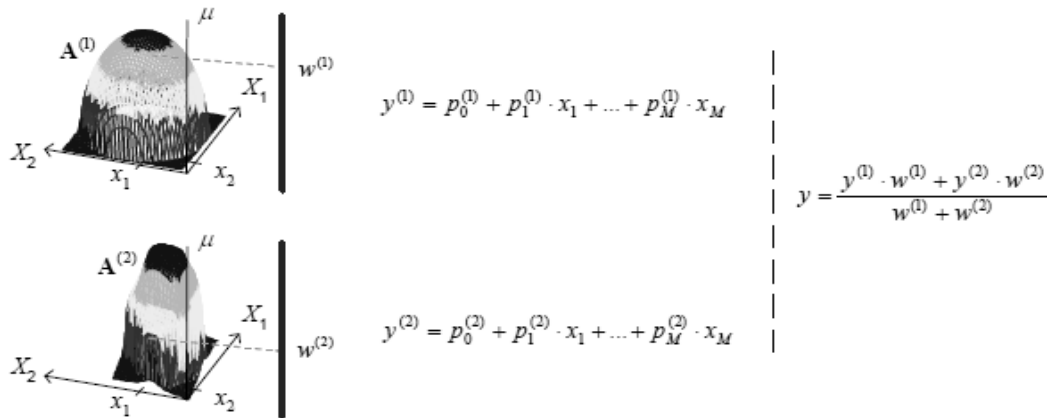
Paso 2. *Estimación del grado de cumplimiento de cada regla.* Dado que el antecedente no se compone de una serie de proposiciones borrosas enlazadas mediante algún conectivo lógico, el grado de cumplimiento de la regla,  $w^{(i)}(x)$ , es el grado de compatibilidad obtenido por la M-tupla en ella (calculado en el paso anterior).

Paso 3. *Cálculo del valor de la variable de salida en cada regla.* Empleando los valores concretos asumidos por las variables de entrada, se calcula el valor de la variable de salida del modelo arrojado por cada regla, para ello se emplea la función que aparece en el consecuente.

Paso 4. *Cálculo del valor de la variable de salida del modelo.* Este valor se calcula como la suma ponderada de los valores aportados en cada regla. Los ponderadores son los valores  $w^{(i)}$  obtenidos en cada regla.

Un esquema del razonamiento es presentado en la Figura 4-2, donde se ha supuesto un sistema compuesto por dos reglas, dos variables en el antecedente de cada una de ellas [Sierra, 2009].

**Figura 4-2:** Esquema de razonamiento de SIB T-S con CBMD.



### Operación de SIB T-S. Aproximación para sistemas dinámicos tipo MISO

Hasta el momento la descripción y operación de los dos tipos de SIB T-S (con CBUD y con CBMD) se ha hecho para modelar sistemas estáticos. La variación fundamental que habría que hacer en ellos para que modelen sistemas dinámicos es la incorporación de

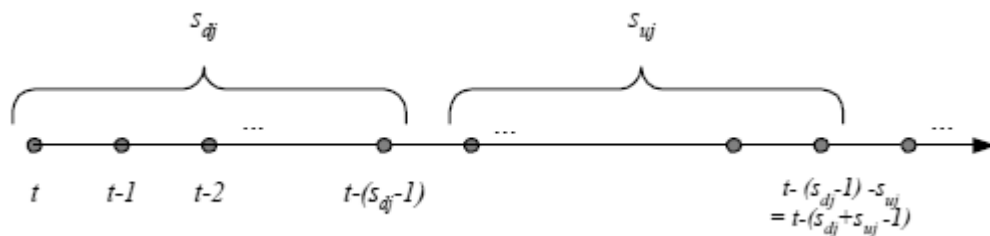


un regresor que contenga la dinámica, es decir que tenga valores retardados de las variables del proceso. La salida de un sistema dinámico (lineal, invariante en el tiempo y recursivo, tipo ARX) modelado a través de un SIB T-S, calculado por la regla  $i$  es:

$$\begin{aligned}
 y^{(i)}(k) = & p_0^{(i)} + p_{11}^{(i)}x_1(k - n_{d1}) + \dots + p_{1n_{u1}}^{(i)}x_1(k - (n_{d1} + n_{u1} - 1)) \\
 & + p_{21}^{(i)}x_2(k - n_{d2}) + \dots + p_{2n_{u2}}^{(i)}x_2(k - (n_{d2} + n_{u2} - 1)) + \dots \\
 & + p_{M1}^{(i)}x_M(k - n_{dM}) + \dots + p_{Mn_{uM}}^{(i)}x_M(k - (n_{dM} + n_{uM} - 1)) \\
 & + b_1^{(i)}y(k - n_v) + \dots + b_n^{(i)}y(k - (n_v + n_y - 1))
 \end{aligned} \tag{4.8}$$

donde  $y^{(i)}(k)$  es el valor de la variable de salida arrojada por la regla  $i$  en el tiempo  $k$ ;  $p_0^{(i)}$  es el valor inicial de la salida en la regla  $i$ ;  $x_j(k)$  es el valor, en el momento  $k$ , de la variable de entrada  $j$ ,  $j = 1, \dots, M$ ;  $y(k)$  es el valor, en el momento  $k$ , de la variable de salida del sistema;  $x_j(k - n)$  es el valor,  $n$  instantes antes de  $k$ , de la variable de entrada  $j$ ,  $n \in \{0 \cup \mathbb{Z}^+\}$ ;  $y(k - n)$  es el valor,  $n$  instantes antes de  $k$ , de la variable de salida del sistema,  $n \in \mathbb{Z}^+$ ;  $p_j^{(i)}$  es el valor del parámetro asociado con la variable  $j$  en la regla  $i$ ,  $j = 1, \dots, M$ ;  $b_j^{(i)}$  es el valor del parámetro asociado con la variable de salida del sistema retardada  $j$  tiempos;  $n_{dj} \in \{0 \cup \mathbb{Z}^+\}$  es el tiempo que demora en hacer efecto un valor previo de una entrada  $j$ , en el valor de la salida del sistema;  $n_v \in \mathbb{Z}^+$  es el tiempo que demora en hacer efecto el valor de una salida previa del sistema, en el valor de la salida del sistema;  $n_{uj} (\geq n_{dj})$  es el número de valores previos de la variable de entrada  $j$ , a considerar en el regresor;  $n_y (\geq n_v)$  es el número de valores previos de la salida del sistema, a considerar en el regresor. Un diagrama que representa las nociones  $n_{uj}$  y  $n_{dj}$  se muestra en la Figura 4-3.

**Figura 4-3:** Esquema de las nociones  $n_{dj}$  y  $n_{uj}$



Utilizando notación vectorial para la Ecuación 4.13 se tienen:

$$y^{(i)}(k) = p_0^{(i)} + p_1^{(i)T} x_{1k} + \dots + p_M^{(i)T} x_{Mk} + b^{(i)T} y_k \quad (4.9)$$

$$y^{(i)}(k) = p_0^{(i)} + \sum_{j=1}^M p_j^{(i)T} x_{jk} + b^{(i)T} y_k \quad (4.10)$$

donde:  $p_j^{(i)} = [p_{j1}^{(i)}, \dots, p_{jn_{u_j}}^{(i)}]^{(T)}$  es el vector de parámetros asociado con el vector de valores "actual y retardos" de la variable de entrada  $j$ ,  $j = 1, \dots, M$ ;  $x_{jk} = [x_j(k - n_{dj}), \dots, x_j(k - (n_{dj} + n_{uj} - 1))]^{(T)}$  es el vector de los valores "actual y retardos" de la variable de entrada  $x_j$ , en el instante  $k$ . El espacio donde se define la variable  $x_j$ , en cualquier instante, es  $X_j \times \dots \times X_j$ , la dimensión de este espacio es  $n_{uj}$ . De igual manera  $b^{(i)} = [b_1^{(i)}, \dots, b_{n_y}^{(i)}]^{(T)}$  es el vector de parámetros asociado con el vector de valores "retardados" de la variable de salida en un tiempo  $k$ ;  $y_k = [y(k - n_v), \dots, y(k - (n_v + n_y - 1))]^{(T)}$ , es el vector de los valores "retardados" de la variable de salida  $y$  en el instante  $k$ ; el espacio donde se define la variable de salida  $y_k$  es  $Y \times \dots \times Y$ , la dimensión de este espacio es  $n_y$ . Finalmente, la dimensión del espacio del regresor es  $\sum_{j=1}^M n_{uj} + n_y$ .

### Descripción y operación de SIB T-S con CBUD en el antecedentes. Aproximación para sistemas dinámicos tipo MISO.

Con base en la formulación y notación empleada para calcular la salida del modelo en la  $i$ -ésima regla, Ecuación (4.15), se explicarán a continuación los modelos SIB T-S con CBUD (también se empelarán para describir los SIB T-S con CBMD).

Las reglas para un SIB T-S con CBUD tomarían la siguiente forma:

$$R_i: \text{ Si } x_1(k - n_{d1}) \text{ es } A_{11}^{(i)} \ \Lambda \dots \Lambda \ x_1(k - (n_{d1} + n_{u1} - 1)) \text{ es } A_{1n_{u1}}^{(i)} \ \Lambda \dots \Lambda \ x_M(k - n_{dM}) \text{ es } A_{M1}^{(i)} \ \Lambda \dots \Lambda \ x_M(k - (n_{dM} + n_{uM} - 1)) \text{ es } A_{Mn_{uM}}^{(i)} \ \Lambda \ y(k - n_v) \text{ es } B_1^{(i)} \ \Lambda \dots \Lambda \ y(k - (n_v + n_y - 1)) \text{ es } B_{n_y}^{(i)} \quad (4.11)$$

$$\text{Entonces } y^{(i)}(k) = p_0^{(i)} + p_1^{(i)T} x_{1k} + \dots + p_M^{(i)T} x_{Mk} + b^{(i)T} y_k$$

donde  $A_{jp}^{(i)}$  es el conjunto borroso asociado con el retardo  $p$  de la variable de entrada  $x_j$  en la regla  $i$ ,  $p = 1, \dots, x_{uj}$ ,  $j = 1, \dots, MB_p^{(i)}$ ;  $B_p^{(i)}$  es el conjunto borroso asociado con el retardo  $p$  de la variable de salida  $y$ ,  $p = 1, \dots, n_y$ .

Teniendo en cuenta los valores de entrada y salida previos (conforme con las ventanas temporales especificadas) en el cálculo de la salida en un instante de tiempo  $k$ , el modo de operar de esta clase de SIB T-S se conserva inalterado respecto del procedimiento descrito para un sistema estático.

### **Descripción y operación de SIB con CBMD. Aproximación para sistemas dinámicos tipo MISO.**

Las reglas para un SIB T-S con CBMD presentaría la siguiente estructura:

$$R_i: \text{ Si } r(k) \text{ es } A^{(i)} \text{ Entonces } y^{(i)}(k) = p_0^{(i)} + p_1^{(i)T} x_{1k} + \dots + p_M^{(i)T} x_{Mk} + b^{(i)T} y_k \quad (4.12)$$

donde el espacio de entrada del sistema se representa mediante el vector:

$$r(k) = [x_1(k - n_{d1}), \dots, x_1(k - (n_{d1} + n_{u1} - 1)), \dots, x_M(k - n_{dM}), \dots, x_M(k - (n_{dM} + n_{uM} - 1)), y(k - n_v), \dots, y(k - (n_y + n_v - 1))] \quad (4.13)$$

$A^{(i)}$  es un CBMD sobre el universo:  $X_1 \times \dots \times X_1 \times \dots \times X_M \times \dots \times X_M \times Y \times \dots \times Y$ , con dimensión  $M \sum_{j=1}^M n_{uj} + n_y$ .

Contando con los valores de entrada y salida previos (conforme con las ventanas temporales especificadas) en el cálculo de la salida en un instante de tiempo  $k$ , el modo de operar de este tipo SIB T-S se conserva inalterado respecto del procedimiento descrito para un sistema estático.

### 4.3 Propuesta de identificación de sistemas a través de SIB T-S

Tanto la estructura y operación de los SIB T-S como una propuesta de identificación de estos, fue presentada originalmente en [Takagi and Sugeno, 1985]. Dado que los temas concernientes a la estructura y operación de este tipo de SIB fueron expuestos en la Sección 4.1.1, este apartado será dedicado a una presentación sintética de la propuesta de identificación formulada en el artículo original con unas variantes que han mejorado este algoritmo [Álvarez y Peña, 2004]. El método de identificación formulado por Takagi y Sugeno, requiere resolver los siguientes tres problemas:

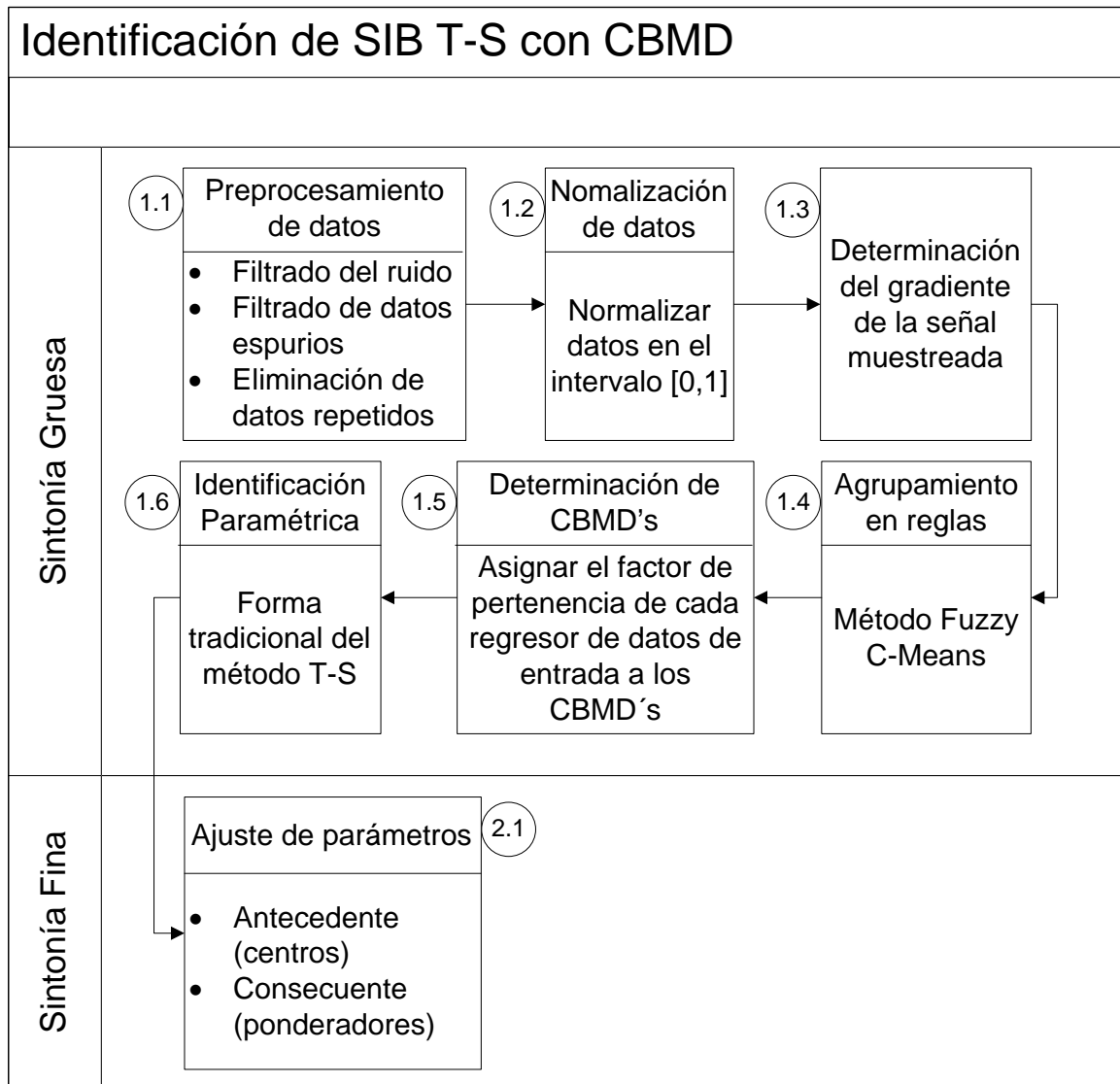
- Determinar las variables  $x_i$  que integrarán el antecedente de las reglas  $R_i$  (regresor).
- Precisar la función de pertenencia del conjunto borroso que se asocia con cada proposición borrosa (premisa) que aparece en el antecedente de cada regla; a estas funciones se les denominará parámetros de las premisas y se simbolizan por  $\mu_{A_j^{(i)}}$ ; donde  $A_j^{(i)}$  es un conjunto borroso correspondiente a una premisa  $j$  en la regla  $i$ .
- Definir los parámetros que aparecen en las funciones lineales del consecuente; para abreviar serán referenciados como parámetros del consecuente:  $p_j^{(i)}$  es el valor del parámetro  $j$ , en la ecuación que calcula el valor de la salida en la regla  $i$ .

Un algoritmo muy general fue presentado por sus autores en el artículo original [Takagi and Sugeno, 1985]. Otras variantes han mejorado tal algoritmo. Estudiando el algoritmo de identificación original, y los otros propuestos [Álvarez y Peña, 2004], se hace evidente que el paso correspondiente a la elección de las premisas de los antecedentes, es el que influye primordialmente en el resultado del proceso. Los pasos de identificación de los parámetros de las premisas y del consecuente dependen totalmente de las definiciones tomadas en ese primer paso.

La propuesta de identificación de SIB T-S, formulada en [Álvarez y Peña, 2004] es tratada aquí. Una característica fundamental de esa propuesta es la construcción de SIB T-S asignando CBMD a las variables que aparecen en el antecedente de las reglas obtenidas por el proceso de identificación. Dado que un SIB T-S es una formulación matemática que puede emplearse para representar un sistema, el primer paso de un proceso de identificación, que utilice SIB es la determinación de una estructura para el

modelo. De manera sintética, el método de identificación formula dos grandes procesos denominados sintonía gruesa y sintonía fina. Los procesos son descritos a continuación y la Figura 4-4 presenta de manera resumida un esquema de la metodología de identificación empleada.

**Figura 4-4:** Metodología para la identificación de SIB T-S con CBMD.



En la sintonía gruesa se pretende determinar la estructura del SIB T-S y una primera versión de los valores de los parámetros de la misma. Los pasos a seguir son:

- *Pre-procesar los datos.* Los datos son sometidos a operaciones de filtrado para disminuir la influencia de ruido y fenómenos espurios.
- *Normalizar las entradas y la salida.* La normalización de datos es llevada a cabo por las siguientes razones: *i)* Las variables involucradas son de distinta naturaleza y magnitud, *ii)* Las señales involucradas pueden tener un rango de variación no lineal, *iii)* Los datos pueden tener una distribución estadística no favorable.
- *Determinación del gradiente de la señal muestreada.* En este paso se determina para cada muestra la derivada parcial de la salida con respecto de cada entrada. Como este dato no se conoce se utiliza un método aproximado para la obtención del mismo a partir de los datos de identificación. Este procedimiento aunque resulta viable en la mayoría de los casos, exige un costo computacional alto cuando los datos presentan alguna concentración sobre ejes particulares del problema. Particularmente, los datos obtenidos para el neutralizador de pH presentan una configuración que eleva demasiado el costo computacional del cálculo de este gradiente. Para una mayor ampliación del tópico relacionado con la determinación del gradiente de la señal muestreada, véase [Peña, di Sciascio y Carelli, 1998].
- *Agrupar las reglas básicas.* Se forma una matriz donde cada fila es un dato. Las componentes de cada dato son: los valores del vector de entrada, el valor de salida correspondiente y el valor del gradiente calculado en el paso anterior. Se procede a agrupar estos datos con el método Fuzzy C-Means. El método de formación de grupos Fuzzy C-Means forma grupos borrosos asignándole a cada vector dato un valor de pertenencia entre 0 y 1 a cada uno de los grupos borrosos.
- *Determinar los conjuntos borrosos de las premisas.* Una vez realizado el agrupamiento borroso se procede a encontrar los conjuntos borrosos de las premisas. Para ello se asigna a los datos de entrada el valor de pertenencia que surge del método de agrupamiento de las reglas. La obtención de los conjuntos borrosos de entrada puede efectuarse de varias maneras. Una alternativa es realizar la proyección de los grupos resultantes en la premisa sobre cada variable de entrada. Otra opción es obtener conjuntos borrosos sobre el espacio de entrada como un todo. Como resultado del método de agrupamiento resulta un centro para cada grupo borroso. Se utilizan los centros que corresponden a las variables de entrada, esto es las primeras M componentes y el grado de pertenencia se obtiene como función de una distancia. Una alternativa propuesta es la obtención de grupos con múltiples centros. Para ello se obtiene los puntos del grupo donde la función de pertenencia es

mayor a 0.5, se realiza un agrupamiento de estos datos con un número de grupos determinado, y se utilizan los centros que surgen para la determinación de la función de pertenencia. Para el cálculo de la pertenencia se considera que los múltiples centros de un grupo dan origen a subgrupos y la función de pertenencia al grupo se obtiene como la suma de las funciones de pertenencia a los subgrupos [Peña, 2002].

- *Identificación paramétrica del modelo.* Una vez obtenida la función de pertenencia a los distintos grupos se procede a la identificación paramétrica con la forma tradicional del método de Takagi y Sugeno.

En la sintonía fina el objetivo es ajustar los valores de los parámetros del antecedente y el consecuente de cada regla, establecidos en la etapa de sintonía gruesa.

Retomando la metodología planteada en [Takagi and Sugeno, 1985] para la identificación de SIB T-S y aplicando la inclusión de CBMD en [Álvarez y Peña, 2004], el presente trabajo plantea una propuesta novedosa para la selección de parámetros para un modelo tipo Sistema de Inferencia Borrosa Takagi-Sugeno con Conjuntos Borrosos Multidimensionales (SIB-TS CBMD). Esa selección se refiere a encontrar el regresor y el número de CBMD adecuado. La propuesta consiste en aplicar un método enumerativo para probar agregativamente una a una todas las variables candidatas a entrada en el regresor (con sus respectivos retardos), similar al artículo seminal [Takagi and Sugeno, 1985]. Todas las variables se agrupan (clustering) en  $m$  CBMD preliminarmente, a diferencia de [Takagi and Sugeno, 1985] que divide cada variable en dos conjuntos borrosos tipo lineal: Alto y Bajo. El algoritmo calcula el índice IAE (Integral del valor absoluto) entre la salida del modelo validado y la salida real (datos medidos), para un tiempo de ensayo constante. Se aclara que el IAE presentado es promediado en cada experimento. El desempeño del modelo se evalúa con dos posibles criterios: *i)* minimizar el IAE y *ii)* minimizar la dispersión del IAE. En el próximo apartado se identifica el SIB T-S con CBMD aplicando esta técnica para seleccionar el regresor y el número de conjuntos borrosos del proceso para control de pH de jugo de caña alcalinizado.

## 4.4 Identificación de SIBT-S con CBMD y con CBUD para el PdeR.

Para iniciar la identificación del SIB es necesario recolectar información de planta y realizar un tratamiento de esa información, además, es importante definir las variables que se incluirán para la identificación y la validación del modelo (ver Sección 4.3.1). Como ya se mencionó, el método de identificación tomado como base [Álvarez y Peña, 2004], asume que la determinación del regresor (identificación del entorno) se realiza previamente. Existen diversos métodos para hallar el regresor [Álvarez, 2000]. En esta tesis, se usa un método enumerativo para aumentar y evaluar progresivamente el índice de desempeño de cada regresor en la identificación y la validación del SIB T-S [Isaza y Álvarez, 2011a]. El proceso se realiza solo para el SIB T-S con CBMD (ver Sección 4.3.2) y posteriormente se aplican los resultados en la identificación validación del SIB T-S con CBUD. Sólo se realiza la optimización de los parámetros para los CBMD, debido a la dificultad de ajustar los parámetros de los CBUD, puesto que se deben fijar: tipo de función de pertenencia, número de particiones y además definir rangos de las particiones de cada entrada del regresor.

### 4.4.1 Inicializaciones generales, toma y pretratamiento de datos

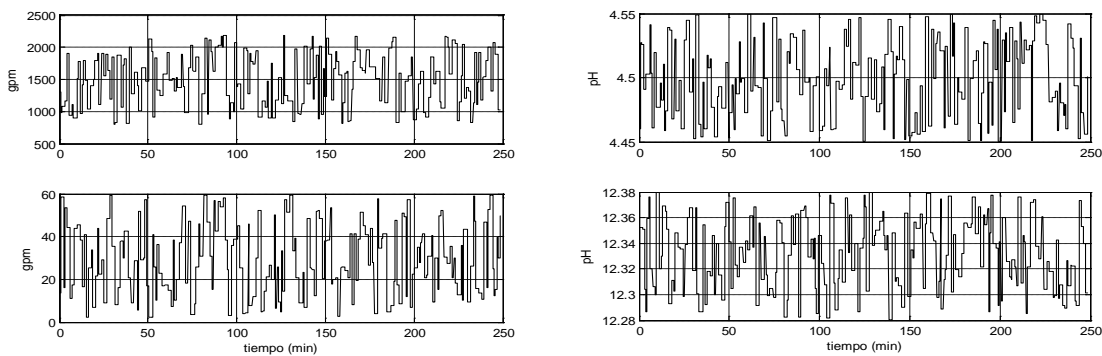
Las inicializaciones generales se refieren al ajuste de los parámetros de diversos algoritmos que se utilizarán. Estos parámetros están estrechamente relacionados con la respuesta y los requerimientos exigidos al proceso bajo control. Por lo tanto se dejan como tarea totalmente particular a la aplicación. Para el PdeR tratado en la tesis, estos ajustes se presentan cuando se postula el uso de cada algoritmo. Respecto a la toma de datos, la aplicación adecuada de una técnica de modelado deberá incluir variaciones en las entradas del proceso basadas en un juzgamiento ingenieril de lo que razonablemente pueda ser esperado que ocurra en el proceso [Álvarez, 2000]. Por lo tanto, se debe considerar siempre la calidad y cantidad de las variaciones, de modo que se cubra lo mejor posible el comportamiento dinámico del proceso.

Particularmente, para identificar los modelos borrosos para el proceso de ajuste de  $pH$  de alcalinización de jugo de caña, se preparan dos grupos de datos tomados a intervalos de muestreo  $T = 3$  segundos: uno para identificación y otro para validación. En ambos se obtiene una respuesta del proceso ante señales escalón aleatorias en periodo y amplitud

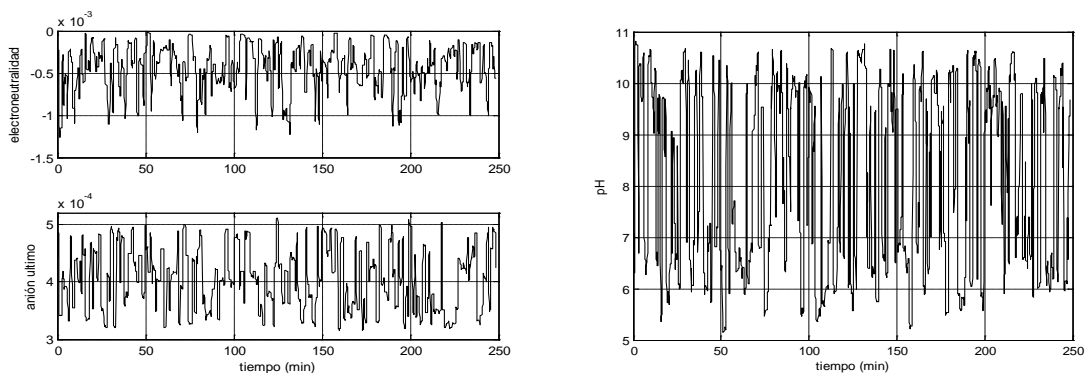


para  $F_1$ ,  $F_2$ ,  $pH_1$  y  $pH_2$ . En adelante, se entenderá como proceso al Modelo Semifísico de Base Fenomenológica (MSBF) validado en el Capítulo 3. La Figura 4-5 presenta los datos persistentemente excitantes de las entradas, y la Figura 4-6 presenta el comportamiento de los estados y la salida del SdeP para la *identificación* del SIB T-S. La Figura 4-7 presenta los datos persistentemente excitantes de las entradas y la Figura 4-8 presenta el comportamiento de los estados y la salida del SdeP para la *validación* del SIB T-S. En la etapa de alcalinización de jugo de caña del Ingenio La Unión S.A, el pH de jugo sulfitado es suavizado por medio de un tanque amortiguador (buffer) y la preparación de la lechada de cal es controlada en lazo cerrado, por estos motivos los pH de entrada del SdeP para la identificación y validación del SIB presentan variaciones tan pequeñas.

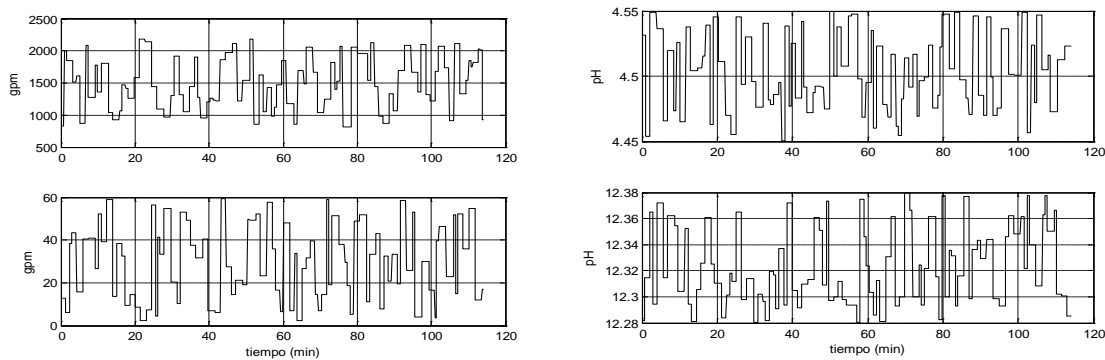
**Figura 4-5:** Señales de entrada persistentemente excitantes (datos de identificación): Flujos de jugo y de lechada de cal (izquierda), pH de jugo y de lechada de cal (derecha).



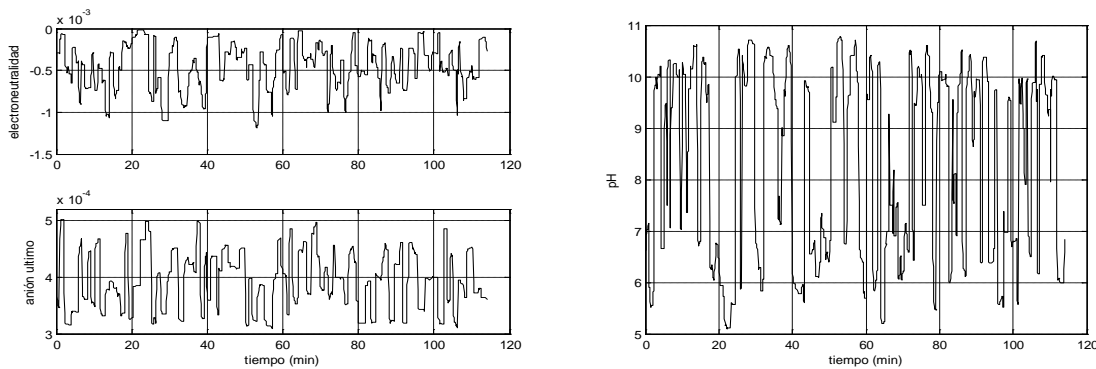
**Figura 4-6:** Comportamiento de: Estados  $x_1$  y  $x_2$  (izquierda) y Salida o pH de Jugo alcalinizado (derecha) frente a datos de identificación.



**Figura 4-7:** Señales de entrada persistentemente excitantes (datos de validación): Flujos de jugo y de lechada de cal (izquierda), pH de jugo y de lechada de cal (derecha).



**Figura 4-8:** Comportamiento de: Estados  $x_1$  y  $x_2$  (izquierda), Salida o pH de Jugo alcalinizado (datos de validación) (derecha).



Finalmente, respecto al tratamiento de los datos y con el fin de disminuir la influencia de ruidos y datos espurios, se deben aplicar procedimientos para filtrado y eliminar del conjunto de datos para identificación y en validación cualquier dato repetido, que no aporta ninguna información y en cambio incrementa la carga computacional. En Sierra (2009) se recomienda aplicar un procedimiento de normalización puesto que las variables son de naturaleza y magnitud diferente. Por lo anterior, para el PdeR se aplica una normalización de todas las variables en el intervalo  $[0,1]$ , tomando los valores mínimo y máximo indicados en la Tabla 4-1, que permiten la evolución de las variables en un intervalo suficientemente amplio para conocer los valores del sistema real, permitiendo valores superiores a 1.0.

**Tabla 4-1:** Intervalo en unidades de ingeniería para la normalización de las variables del proceso de alcalinización de jugo de caña.

Variable	Unidad de medida	Rango de trabajo	Condición inicial
Flujo de lechada de cal ( $F_2$ )	<i>GPM</i>	[10 – 40]	23.63
Flujo de jugo sulfitado ( $F_1$ )	<i>GPM</i>	[500 – 2100]	1657.3
Carga eléctrica ( $W_{a3}$ )	<i>C</i>	$[-9.8090 \times 10^{-6}, -0.0026]$	$-2.6 \times 10^{-4}$
Anión ultimo ( $W_{b3}$ )	<i>mol/gal</i>	$[1.57760, 6.57040] \times 10^{-4}$	$4.06 \times 10^{-4}$
pH del jugo alcalinizado ( $pH_3$ )	<i>pH</i>	[5.7 – 8.7]	7.3481

Esta normalización permite que la participación de las variables en el modelo SIB refleje su contenido de información sobre el proceso y no su valor numérico con relación a las demás variables del proceso.

Los datos usados para la identificación y la información que debe suministrar el modelo cuando es consultado, son dos características muy importantes a la hora de seleccionar la clase de modelo a usar. Adicionalmente, la información previa que se tenga sobre la operación del proceso que se modela, junto con la complejidad de las relaciones presentes entre las variables, permite orientar mucho mejor la selección de una clase particular de modelo. Las clases de modelos de acuerdo a los datos pueden ser: modelos Entrada-Salida o modelos en el Espacio de estados.

Los modelos Entrada-Salida son útiles para realizar representaciones de sistemas cuya dinámica se conoce poco o sistemas cuya dinámica es de orden bajo. En vez de usar un vector de estado con significado físico, el “estado” del sistema se representa por un número finito de entradas y salidas pasadas del sistema. Debe recordarse que el tamaño del regresor en un modelo entrada-salida es mayor que el del regresor en un modelo del mismo sistema en el espacio de estado, puesto que el estado de un sistema es una representación vectorial mínima. En los modelos entrada-salida toda la dinámica interna del proceso está enmascarada, por lo que cualquier diseño que use dicho modelo deberá contar con alguna manera de probar estabilidad de la dinámica interna. El otro aspecto a resaltar en esta clase de modelos, es su alta dependencia de los datos experimentales del proceso con los cuales se identifican sus parámetros. Por lo tanto, si se desea obtener un modelo que refleje bien el comportamiento del proceso en todos sus modos

de operación, la colección de datos disponibles deberá contener información sobre todos estos modos. En general los modelos de estado tienen un intervalo de validez mayor que los modelos entrada-salida, además, los dos modelos no son equivalentes como sí sucede en los sistemas lineales [Camacho and Bordons, 2004].

La notación matricial simplifica mucho la representación matemática del sistema de ecuaciones que constituye el modelo matemático del proceso en el espacio de estado. De hecho, el aumento en la cantidad de variables de estado, entradas o salidas, no incrementa la complejidad de las ecuaciones, por lo que es posible proseguir el análisis de sistemas lineales complicados (entradas y salidas múltiples) con procedimientos similares a los utilizados para analizar sistemas de ecuaciones diferenciales escalares de primer orden. Es posible una extensión de este tipo de representaciones matricial a sistemas no lineales, usando las formas canónicas [Zeitz, 1989]. En estas representaciones, los términos de la ecuación matricial reflejan en forma compacta las relaciones no lineales entre los estados, las entradas y las salidas del sistema. Además, en estos modelos la dinámica del proceso está totalmente representada, lo que permite la prueba de estabilidad a partir del conocimiento interno del proceso y no únicamente a través de su comportamiento entrada-salida. Este tipo de modelos usan una función de transición de estado que mapea el estado y la entrada actual del sistema dinámico en un cambio del estado o en el estado mismo en el próximo instante de tiempo:

$$\begin{aligned}\dot{\mathbf{x}} &= \mathbf{f}(\mathbf{x}, u, \mathbf{d}) \\ \mathbf{y} &= \mathbf{g}(\mathbf{x}, u, \mathbf{d})\end{aligned}\tag{4.14}$$

Donde  $\mathbf{x}$  es el vector de los estados,  $u$  es la acción de control y  $\mathbf{d}$  es un vector de perturbaciones (medidas y no medidas). Por su parte  $\mathbf{f}$  y  $\mathbf{g}$  son funciones vectoriales de transición de estado y de salida, respectivamente. La representación en el espacio de estado resulta adecuada cuando se dispone del suficiente conocimiento previo para determinar la estructura del sistema real y consecuentemente, las reglas y parámetros del modelo presentan algún significado físico, con lo cual se gana transparencia e interpretabilidad del modelo. La desventaja mayor de la representación en el espacio de estado es la necesidad de medir todos los estados o de poder observarlos (estimarlos) mediante las mediciones disponibles en el proceso. Esta última condición implica que el modelo matemático del proceso debe ser observable. En otras palabras cualquier cambio

en un estado se refleja en la salida de manera única, lo que permite diferenciar el efecto de cada estado en la salida.

Con base en lo anterior, en esta tesis se plantea un modelo borroso en espacio de estados, es decir, la identificación de los Sistemas de Inferencia Borrosa (SIB) se realizan para cada estado del Sistema de Proceso (SdeP). Los estados fueron definidos con base en los invariantes de reacción en el Capítulo 3. La Tabla 4-2 presenta las variables que se incluirán en el regresor con base en las variables del proceso de alcalinización de jugo de caña discutido en el Capítulo 3. Como el pH de la lechada de cal y el pH de jugo sulfitado no representan variación significativa y para no tener que medirlas (para posteriormente hacer control), no se incluyen en el regresor del SIB.

**Tabla 4-2:** Variables del modelo del proceso de alcalinización de jugo de caña.

Variable de proceso	Variable para el modelo
Flujo de lechada de cal ( $F_2$ )	Variable manipulada ( $u$ )
Flujo de jugo sulfitado ( $F_1$ )	Perturbación medida ( $d$ )
pH del jugo alcalinizado ( $pH_3$ )	Salida controlada ( $y$ )
Carga eléctrica ( $W_{a3}$ )	Primer estado ( $x_1$ )
Anión ultimo ( $W_{b3}$ )	Segundo estado ( $x_2$ )

#### 4.4.2 Identificación de SIBT-S con CBMD

Para comenzar el identificación del SIB T-S usando CBMD es necesario definir el regresor a usar y el número de conjuntos borrosos para el agrupamiento (*'clustering'*). En esta tesis, como se mencionó en la Sección 4.2, se emplean algoritmos enumerativos para evaluar el desempeño de los diferentes regresores en la validación de los SIB T-S con CBMD. La propuesta consiste en aplicar un método enumerativo para probar agregativamente una a una todas las variables candidatas a entrada en el regresor (con sus respectivos retardos), similar al artículo seminal [Takagi and Sugeno, 1985]. Todas las variables se agrupan (*'clustering'*) en  $m$  CBMD preliminarmente, a diferencia de [Takagi and Sugeno, 1985] que divide cada variable en dos conjuntos borrosos tipo lineal: Alto y Bajo. El algoritmo calcula el índice IAE (Integral del valor absoluto) entre la salida del modelo validado y la salida real (datos medidos), para un tiempo de ensayo constante (2 horas). Se aclara que el IAE presentado es promediado en cada experimento. El desempeño del modelo se evalúa con dos posibles criterios: *i)* minimizar el IAE y *ii)* minimizar la dispersión del IAE.

El regresor preliminar del algoritmo incluye sólo los flujos de entrada y progresivamente aumenta hasta incluir  $n$  regresiones diferentes para cada variable de la Tabla 4-2, es decir, inicialmente se modela  $\hat{x} = f(u, d)$ , posteriormente se incluye la salida del proceso ( $pH_3$ ) en el regresor  $\hat{x} = f(u, d, y)$  y finalmente se incluyen los estados estimados por el mismo modelo  $\hat{x} = f(u, d, y, \hat{x})$ . Con cada regresor se identifica un SIB T-S siendo  $m$  el número de CBMD que se valida frente a datos reales para evaluar su desempeño. Para modelar el SIB en espacio de estado, el algoritmo identifica y valida simultáneamente los estados  $x_1$  y  $x_2$  para incluir en el regresor los estados predichos  $\hat{x}$  como se presenta en la Ecuación 4.15. Siendo  $p, q, r, s$  y  $v$  en número máximo de regresiones que puede tomar cada variable en el algoritmo para la optimización del regresor.

$$\begin{aligned} \mathbf{X} = [ & u(k-p), \dots, u(k-1), d(k-q), \dots, d(k-1), \\ & y(k-r), \dots, y(k-1), \hat{x}_2(k-s), \dots, \hat{x}_2(k-1), \\ & \hat{x}_1(k-v), \dots, \hat{x}_1(k-1)] \end{aligned} \quad (4.15)$$

Para inicializar el algoritmo se seleccionó preliminarmente  $m = 3$  CBMD. Como resultado del algoritmo la Ecuación 4.16 y 4.17 presenta el regresor del SIB que minimiza el IAE con datos de validación para la predicción de  $x_1$  y  $x_2$  respectivamente.

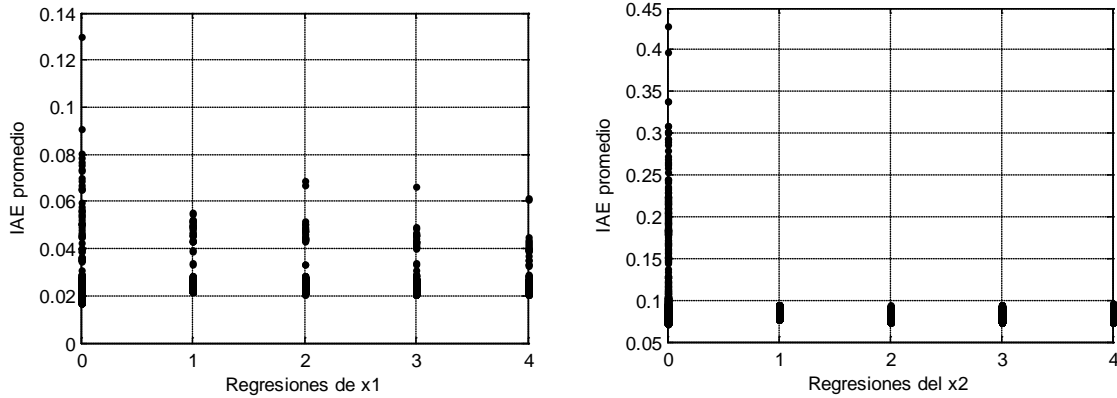
$$\mathbf{X} \text{ para } \hat{x}_1 = [u(k-1), d(k-2), d(k-1)] \quad (4.16)$$

$$\mathbf{X} \text{ para } \hat{x}_2 = [u(k-2), u(k-1), d(k-1), y(k-4), y(k-3), y(k-2), y(k-1)] \quad (4.17)$$

Como se aprecia en la Ecuación 4.16 y 4.17, los regresores obtenidos no incluyen la auto-regresión de la variable predicha ni información del otro estado. Para considerar una regularización [Johansen, 1996] de uso de estos modelos en el control avanzado de procesos, es decir, incluyendo los modelos SIB en una técnica de control avanzado como CPNBM, es necesario incluir la regresión del estado predicho como entrada al modelo (ver Capítulo 5). Por tal motivo, se usó la dispersión del IAE de validación de los SIB como otro criterio de selección. Por eso se obligó la inclusión de la auto-regresión. En tal sentido, la Figura 4-9 presenta la dispersión del IAE de validación de los SIB T-S con CBMD (eje y), respecto a diferentes auto-regresiones de  $\hat{x}_1$  y  $\hat{x}_2$  respectivamente (eje x). Es importante resaltar que al incluir por lo menos una auto-regresión de la variable predicha se reduce considerablemente la dispersión de los IAE. Eso indica que en el caso de seleccionar el regresor con el mínimo IAE encontremos un mínimo local.

Además, se observa que las variables del regresor actual no generan dispersión grande al cambiar el número de grupos.

**Figura 4-9:** Dispersión IAE de validación para diferentes auto-regresiones de  $\hat{x}_1$  (izquierda) y de  $\hat{x}_2$  (derecha).



$$\mathbf{X} \text{ para } \hat{x}_1 = [u(k-1), d(k-2), d(k-1), \hat{x}_1(k-4), \hat{x}_1(k-3), \hat{x}_1(k-2), \hat{x}_1(k-1)] \quad (4.18)$$

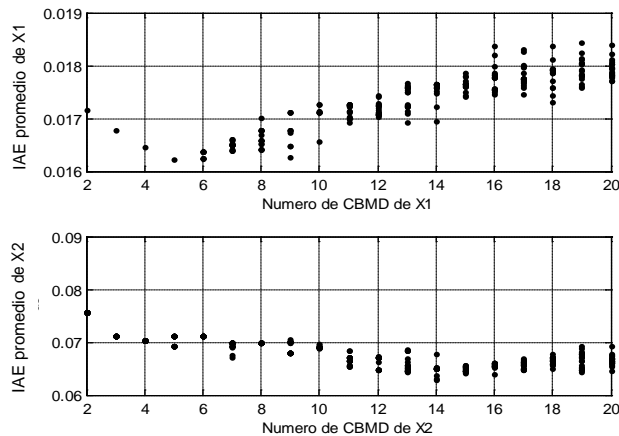
$$\mathbf{X} \text{ para } \hat{x}_2 = [u(k-2), u(k-1), d(k-2), d(k-1), \hat{x}_2(k-2), \hat{x}_2(k-1)] \quad (4.19)$$

Los regresores obtenidos describen dos modelos SIB T-S con 3 CBMD: *i*) con mínimo IAE (Ecuación 4.16 y 4.17) *ii*) con mínima dispersión del IAE (Ecuación 4.18 y 4.19).

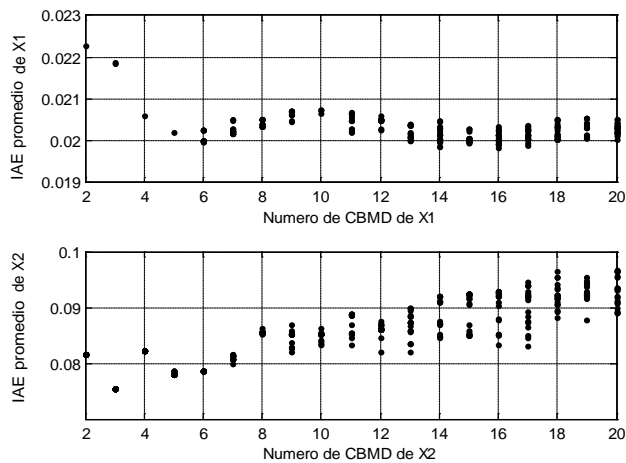
Para optimizar el número de CBMD, se plantea igualmente un algoritmo a partir de un método enumerativo que prueba agregativamente el número de CBMD para la identificación de los dos SIB T-S obtenidos. La Figura 4-10 y la Figura 4-11 presentan los resultados del algoritmo empleado en cada caso: modelo con mínimo IAE y modelo con la mínima dispersión de los IAE respectivamente. En las figuras se evidencia el número óptimo de conjuntos borrosos para cada caso: *i*) modelo con mínimo IAE son 5 CBMD para el estado  $x_1$  y 14 CBMD para el estado  $x_2$  y *ii*) modelo con mínima dispersión del IAE son 6 CBMD para el estado  $x_1$  (aunque es un mínimo local, la reducción del error para el mínimo global igual a 16 grupos, no es significativa y aumenta considerablemente la carga computacional) y 3 CBMD para el estado  $x_2$ . Es evidente la reducción de CBMD para el caso del modelo con menor dispersión de errores. La reducción de CBMD mejora

significativamente el tiempo de cómputo del SIB T-S y por ende, la optimización del CPNBM.

**Figura 4-10:** IAE para diferente número de CBMD del modelo con mínimo IAE.



**Figura 4-11:** IAE para diferente número de CBMD del modelo con mínima dispersión de IAE.



La Tabla 4-3 presenta el índice de la Integral del Valor Absoluto del Error (IAE) en el proceso de identificación y validación de los modelos obtenidos por los dos métodos de selección de regresor y número de grupos (para la predicción de cada estado  $x_1$  y  $x_2$ ). La respuesta del modelo con datos de identificación mejora considerablemente cuando se incluye la auto-regresión, caso contrario al usar datos de validación donde el desempeño es muy similar. Sin embargo, incluir la autoregresión ayuda al controlador que utiliza el



modelo en mención, lo que constituye una regularización del modelo por uso futuro [Johansen, 1996].

**Tabla 4-3:** IAE de los SIB T-S con CBMD obtenidos.

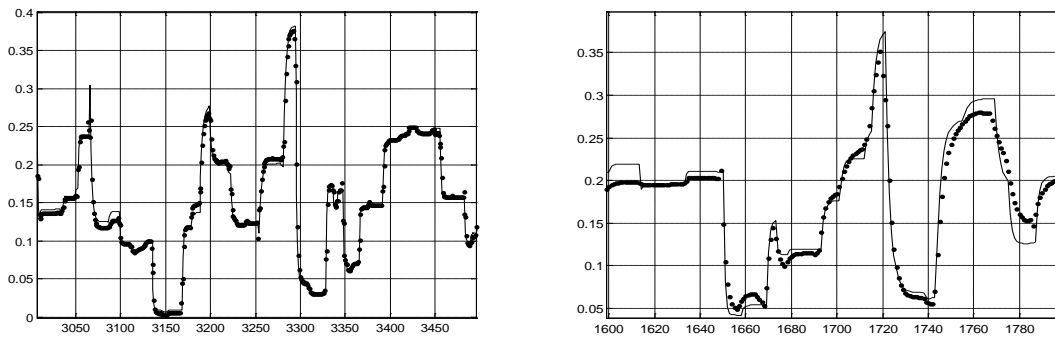
Modelo	Regresor	CBMD	IAE Identificación	IAE Validación
min. IAE	Ecuación 4.16	[3 3]	0.0254	0.0168
	Ecuación 4.17		0.0672	0.0711
min. dispersión IAE	Ecuación 4.18	[3 3]	0.0061	0.0232
	Ecuación 4.19		0.0059	0.0895
min. IAE	Ecuación 4.16	[5 14]	0.0254	0.0168
	Ecuación 4.17		0.0572	0.0640
min. dispersión IAE	Ecuación 4.18	[6 3]	0.0057	0.0219
	Ecuación 4.19		0.0060	0.0891

$$0 = -[H^+]^4 + (x_1 - K_{a1}) * [H^+]^3 + (x_1 * K_{a1} + x_2 - K_{a1} + K_w - K_{a1} * K_{a2}) * [H^+]^2 + (x_1 * K_{a1} * K_{a2} + 2 * x_2 * K_{a1} * K_{a2} + K_{a1} * K_w)[H^+] + K_{a1} * K_{a2} * K_w \quad (4.20)$$

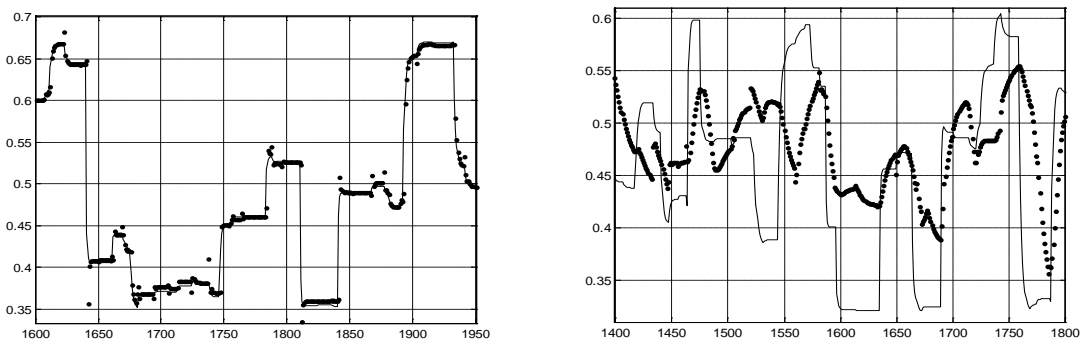
$$pH = \log_{10} \frac{1}{a_{H_2O^+}} = -\log_{10} a_{H_2O^+} = -\text{Log}[H^+] \quad (4.21)$$

La Figura 4-12 y la Figura 4-13 presentan el comportamiento de los estados  $x_1$  y  $x_2$  predichos con SIB T-S y CBMD frente a datos de validación y de identificación respectivamente. El estado  $x_1$  predicho representa de manera fiel los datos del proceso, por el contrario, el estado  $x_2$  predicho no logra acoplarse de manera precisa a los datos del proceso. El fenómeno químico que ocurre, bastante complejo, no tiene suficiente información desde los sensores actuales en proceso para lograr un seguimiento preciso desde el modelo para predecir el estado  $x_2$ . Desafortunadamente el detalle de la parte química del fenómeno no es objetivo de esta Tesis. Además, como se puede evidenciar, el efecto de  $x_2$  sobre el  $pH$  no es muy destacado, puesto que es  $x_1$  el que da la tendencia de variación del  $pH$ . Con los estados conocidos (Figura 4-12 y Figura 4-13) es posible entonces resolver de forma iterativa la Ecuación (4.20) para obtener el  $pH$  de manera implícita, y luego con la Ecuación (4.21), deducir el  $pH$  de jugo de caña alcalinizado que se presenta en la Figura 4-14.

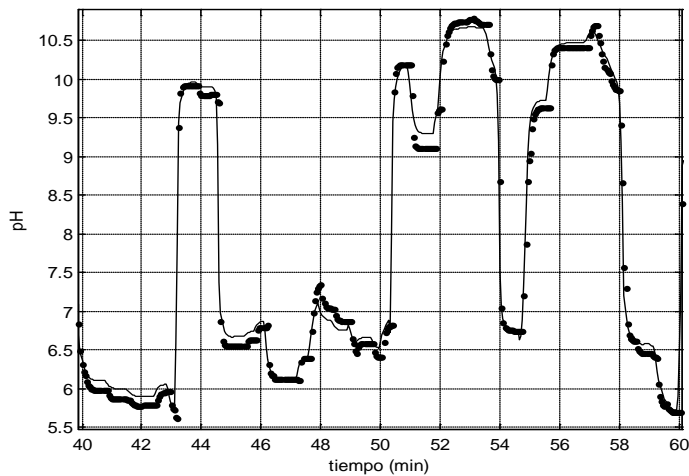
**Figura 4-12:** Comportamiento de  $x_1$  predicho con SIB T-S y CBMD frente a datos de: Identificación (izquierda) y Validación (izquierda).



**Figura 4-13:** Comportamiento de  $x_2$  predicho con SIB T-S y CBMD frente a datos de: Identificación (izquierda) y Validación (izquierda).

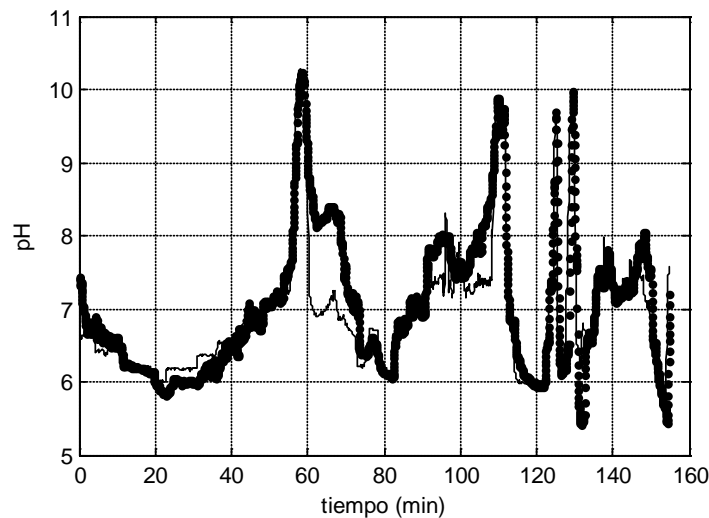


**Figura 4-14:** Respuesta de validación del SIB T-S con CBMD en espacio de estados para pH de jugo alcalinizado.



Como la finalidad del SIB T-S con CBMD es su uso en control industrial, es necesario validarlo además con datos reales de planta. Los datos de planta empleados para la validación del SIB T-S con CBMD son los datos que se emplearon para ajustar los parámetros del MSBF (ver Sección 3.4). Los resultados se presentan en la Figura 4-15. La señal punteada representa los datos de planta y la señal continua representa la señal predicha con el SIB T-S con CBMD identificado. Como índice de desempeño del SIB T-S con CBMD se obtuvo la Integral Absoluta del Error (IAE) promedio con un valor de 0,3072.

**Figura 4-15:** Respuesta de validación del SIB T-S con CBMD frente a datos de planta.



Concluyendo, al conformar CBMD en la identificación de SIB T-S, se reduce considerablemente la cantidad de parámetros a definir previos a la identificación, los cuales requieren de conocimiento de un experto en el proceso, por otra parte el número de reglas borrosas necesarias para la predicción de la salida también se reduce en comparación con los SIB T-S con CBUD, como se analiza a en la siguiente sección.

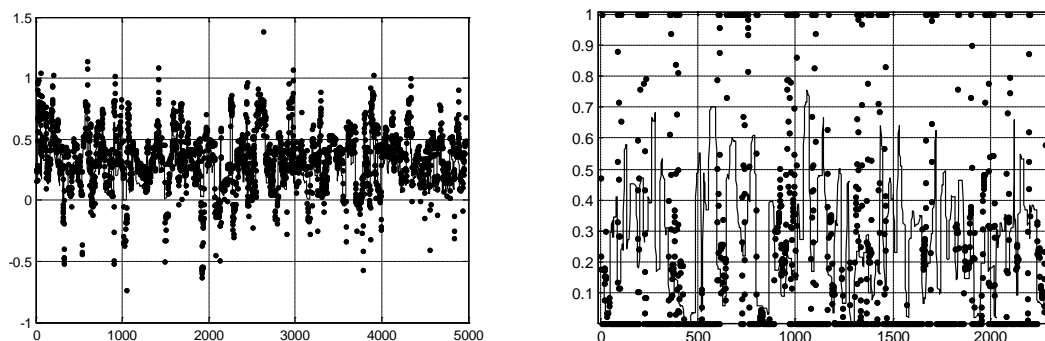
#### 4.4.3 Identificación de SIB T-S con CBUD

Identificar SIB T-S usando Conjuntos Borrosos Unidimensionales (CBUD) no es tan sencillo como hacerlo empleando CBMD. Los CBUD presentan gran variedad de parámetros a definir previos a la identificación, entre ellos: tipo de función de pertenencia y número de particiones para cada entrada del regresor. Por esta razón no es práctico

emplear algoritmos enumerativos para encontrar el óptimo de cada una de estos parámetros, si no emplear el conocimiento de quien opera el proceso para definirlos. En este trabajo los parámetros para identificar SIB T-S con CBUD se deducen a partir de los resultados obtenidos de la identificación del SIB T-S con CBMD buscando reflejar un comportamiento similar. El comportamiento es diferente por la pérdida de información resultante al partir cada variable de estado en conjuntos borrosos independientes, es decir, emplear CBUD [Sierra, 2009].

Para efectos de comparar cualitativamente el empleo de CBUD y CBMD en la identificación de SIB T-S, se identificó un SIB T-S con CBUD solo para predecir el primer estado  $x_1$ . Se emplea el regresor de la Ecuación (4.18), que presenta siete entradas. En este caso se obtuvieron los mejores resultados utilizando campanas gaussianas como funciones de pertenencia. Se realizaron dos particiones por cada entrada del regresor con el fin de reducir el número de reglas borrosas. El número de reglas con CBUD está definido por el número de particiones a las potencia del número de variables del regresor. En este caso se obtienen 128 reglas borrosas. Entiéndase que la finalidad de estos modelos es incluirlos luego en una estrategia de control (en este caso CPNBM). Por tal motivo, se debe entender que el mejor modelo es el que refleja el comportamiento real, pero que a su vez sea viable dentro del algoritmo de optimización del CPNBM empleado para controlar un proceso industrial real.

**Figura 4-16:** Comportamiento de  $x_1$  predicho con SIB T-S y CBUD frente a datos de: Identificación (izquierda) y Validación (derecha).



La Figura 4-16 presenta el comportamiento de  $x_1$  predicho con SIB T-S y CBUD frente a datos de identificación y validación. La Tabla 4-4 presenta la comparación del IAE de

identificación y validación del SIB T-S con CBUD y el SIB T-S con CBMD obtenido en el Sección 4.4.2. La pérdida de información al conformar CBUD para cada variable del regresor [Sierra, 2009], la dificultad de ajuste de parámetros y el gasto computacional, se ve reflejado en los resultados obtenidos en la Tabla 4-4. En adelante se emplea el SIB T-S con CBMD obtenido en la Sección 4.4.2, por ser el modelo más promisorio a incluir dentro de una estrategia de control no lineal avanzada, en este caso CPNBM.

**Tabla 4-4:** Comparación entre SIB T-S con CBUD y con CBMD obtenidos.

Modelo	Regresor	Especificaciones	Nº Reglas	IAE prom. Ident.	IAE prom. Val.
SIB T-S con CBUD	Ecuación (4.18)	2 particiones para cada CBUD	128	0.1130	0.3166
SIB T-S con CBMD	Ecuación (4.18)	3 CBMD	3	0.0057	0.0219

## 4.5 Convergencia del SIB T-S con CBMD

Continuando la discusión de la Sección 2.3, para garantizar la estabilidad del proceso controlado no solo basta con utilizar un esquema de CPNBM que garantice estabilidad del controlador. Es necesario además, garantizar la convergencia del modelo. En este trabajo se propone para garantizar la estabilidad del controlador, utilizar una implementación del un CPNBM dual. El CPNBM dual tiene una restricción terminal de desigualdad asociada con la llamada región terminal ( $\Omega$ ). Fuera de esta región actúa el CPNBM tradicional, pero al ingresar a la región terminal, se conmuta a un controlador local  $u(x) = Kx$  o incluso PID, de allí el nombre de CPNBM por modo dual.

Por otra parte los SIB T-S son modelos puramente algebraicos que no iteran para predecir, es decir, garantizan la existencia de los valores de los estados o salidas predichos en cada momento de optimización. Además, los SIB T-S con CBMD no tienen ninguna variable aleatoria, todos sus parámetros se deducen a partir de la base de conocimientos (datos) empleados para la identificación de sus parámetros. Por estas razones, se garantiza la convergencia del modelo para las entradas medidas comprendidas entre los valores de los datos entregados. Es decir, para entradas acotadas se garantizan que la salida del modelo será acotada [Álvarez, 2000].



## 5. Propuesta y evaluación del CPNBM con SIB T-S y CBMD

En la actualidad la industria continua siendo reacia a la implantación de estrategias de modelado y control avanzado de procesos, aun cuando se dispone de capacidad de procesamiento de información para utilizarla y lograr procesos más óptimos. Los PID son los controladores preferidos en la mayoría de procesos, a pesar de su dificultad de manejar no linealidades fuertes y dinámicas complejas, como en el control de pH, variable muy importante en la industria azucarera y el tratamiento de aguas. En el control de estos procesos es donde la estrategia de Control Predictivo No Lineal Basado en Modelo (CPNBM) tiene un futuro prometedor.

El CPNBM acepta cualquier tipo de modelos, funciones objetivo o restricciones, siendo la metodología que actualmente puede reflejar más directamente los múltiples criterios de funcionamiento relevantes en los procesos industriales. El proceso puede estar representado por un Modelo Semifísico de Base Fenomenológica (MSBF) [Álvarez et al, 2009]. Los MSBF contienen implícitamente toda la información del proceso y al incluirlo dentro del CPNBM se asemeja a un *“controlador ideal”*. Otra forma de representar el proceso real es a partir de Sistemas de Inferencia Borrosa Takagi-Sugeno (SIB T-S) e incluir Conjuntos Borrosos Multidimensionales (CBMD) para partir el espacio de estados en grupos (*clusters*) y no en conjuntos borrosos independientes para cada entrada (conjuntos borrosos unidimensionales). Los CBMD reducen drásticamente la incertidumbre adicionada al modelo [Sierra, 2009], el número de parámetros del modelo (para el caso de Conjuntos Borrosos Unidimensionales los grados de libertad del modelo exigen alta destreza de quien modela y se pierde la información que relaciona los estados) y el manejo de la carga computacional. Entonces, una alternativa para reproducir la estrategia de control del operador de forma compacta y viable

computacionalmente, es modelar el proceso no lineal a través SIB T-S con CBMD y entonces incorporar dicho modelo en el CPNBM [Álvarez, 2000], [Álvarez y Peña, 2004].

En este capítulo se comparan cualitativamente y cuantitativamente, diferentes controladores para el control de pH del proceso de alcalinización de jugo de caña en un ingenio azucarero. Los controladores que se comparan son: *i)* un controlador PID convencional *ii)* un Controlador Predictivo No Lineal Basado en un Modelo Semifísico de Base Fenomenológica (CPNBM con MSBF) y *iii)* un Controlador Predictivo No Lineal Basado en Modelo usando como modelo un Sistema de Inferencia Borrosa Takagi-Sugeno con Conjuntos Borrosos Multidimensionales (CPNBM con SIB T-S y CBMD). Se enfatizan las bondades que este último controlador tiene en aplicación de procesos industriales no lineales y/o con dinámicas complejas. Para comparar los controladores de tal modo que reflejen la realidad industrial, se modela el Elemento Final de Control (EFC) con una función de transferencia de primer orden con retardo.

A continuación en la Sección 5.1 se diseña un controlador PID convencional. Posteriormente en la Sección 5.2 se presentan los resultados obtenidos de los tres controladores en figuras y tablas. Finalmente en la Sección 5.3 se caracteriza cuantitativamente y cualitativamente los CPNBM usando SIB T-S con CBMD en el control de procesos químicos no lineales a nivel industrial, en aspectos como: *i)* precisión, desempeño y robustez del CPNMB y *ii)* la velocidad de ejecución y la facilidad de implantación del algoritmo.

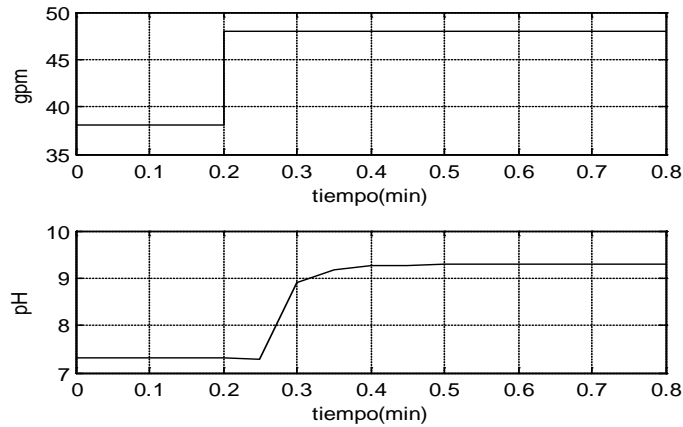
## 5.1 Diseño de un PID convencional para el PdeR

Para realizar la comparación de controladores con miras en la implantación industrial es necesario incluir la estrategia de control preferida en los procesos industriales (PID convencional). En esta sección se diseña un controlador PID convencional por método de la curva de reacción ajustando los parámetros por el método de Ziegler-Nichols (Z-N), método comúnmente empleado en la industria para la sintonización de controladores PID. La curva de reacción (ver Figura 5-1) se obtiene de la excitación sistema mediante un escalón, tal y como lo recomienda el método seguido en la industria. El sistema contiene el comportamiento del Elemento Final de Control y del MSBF (ver Capítulo 3). El comportamiento del EFC se incluye con la finalidad de reflejar la problemática típica que



presentan las válvulas y otros EFC en el control industrial. La curva de reacción se puede luego representar como un modelo de primer orden con retardo, el cual es presentado en la Ecuación (5.1). Los parámetros de ganancias proporcional, integral y derivativo del controlador PID se obtienen por las ecuaciones Ziegler-Nichols [Ziegler and Nichols, 1942] y se presentan en la Ecuación (5.2).

**Figura 5-1:** Curva de reacción causada por un escalón positivo de 10 GPM en el flujo de lechada de cal.



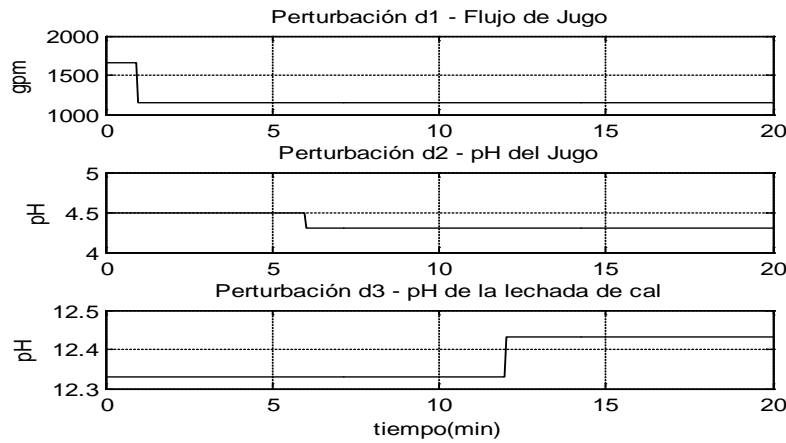
$$G_p(s) = \frac{ke^{-\theta s}}{\tau s + 1} = \frac{0.1983e^{-0.075s}}{0.226s + 1} \tag{5.1}$$

$$K_p = \frac{1.2\tau}{k\theta} = 18.2166, \quad T_i = 2\theta = 0.15, \quad T_d = 0.5\theta = 0.0375 \tag{5.2}$$

## 5.2 Simulación de controladores aplicado al proceso de alcalinización de jugo de caña para el control de pH.

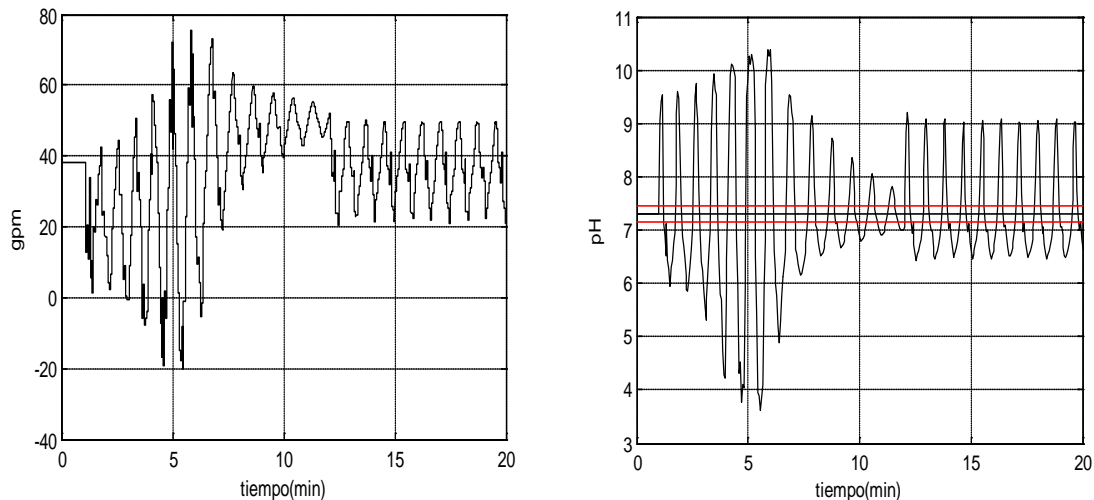
Las simulaciones del proceso se realizan con las perturbaciones presentadas en la Figura 5-2. Las perturbaciones corresponden a la reducción en el flujo de jugo de caña sulfitado, reducción en el pH de jugo de caña sulfitado y aumento en el pH de lechada de cal respectivamente. Las perturbaciones realizadas se presentan comúnmente en el proceso de Clarificación de jugo de caña del Ingenio La Unión S.A. Guatemala.

**Figura 5-2:** Comportamiento de la perturbaciones para la simulación de los controladores.



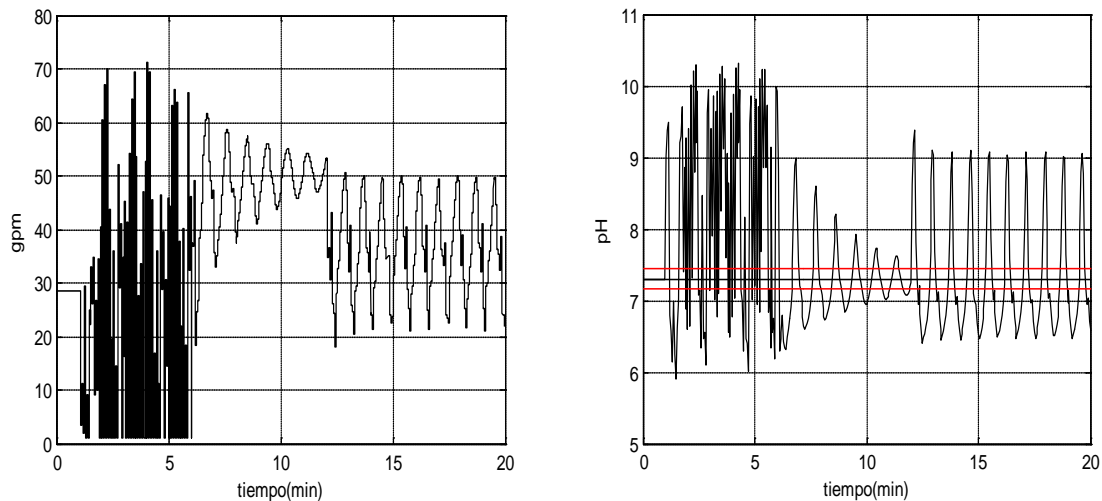
Los resultados de la simulación del controlador PID se presentan en la Figura 5-3, donde la figura del lado izquierdo presenta el comportamiento de la acción de control o flujo de lechada de cal y la figura del lado derecha presenta el comportamiento de la salida o pH de jugo alcalinizado. Allí se observa la dificultad de convergencia del controlador para diferentes puntos de operación. En la Figura 5-3 del lado izquierdo se aprecian flujos por fuera del rango de operación real del proceso, como lo son los flujos negativos, esto debido a la dificultad que el controlador PID tiene para incluir restricciones.

**Figura 5-3:** Simulación del PdeR controlado por un PID con sintonización por Z-N: acción de control (izquierdo), salida (derecho).



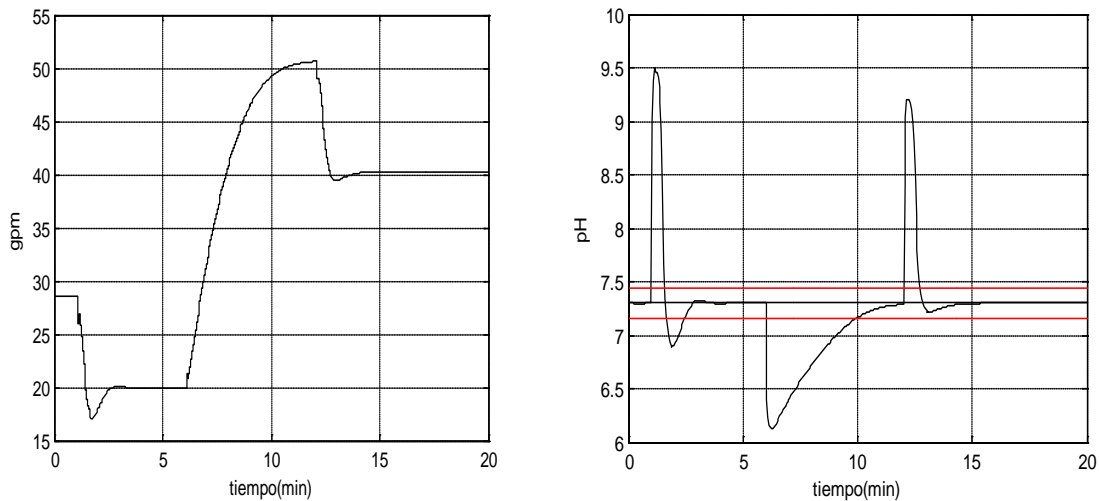
A manera de ilustración, se restringe la acción de control según las características del Elemento Final de Control (EFC) para reflejar el comportamiento del controlador en un proceso real. Los resultados de la simulación del controlador PID con sintonización por Z-N y restricción en el EFC, se presentan en la Figura 5-4.

**Figura 5-4:** Simulación del PdeR controlado por un PID con sintonización por Z-N y restricción en el EFC: acción de control (izquierdo), salida (derecho).



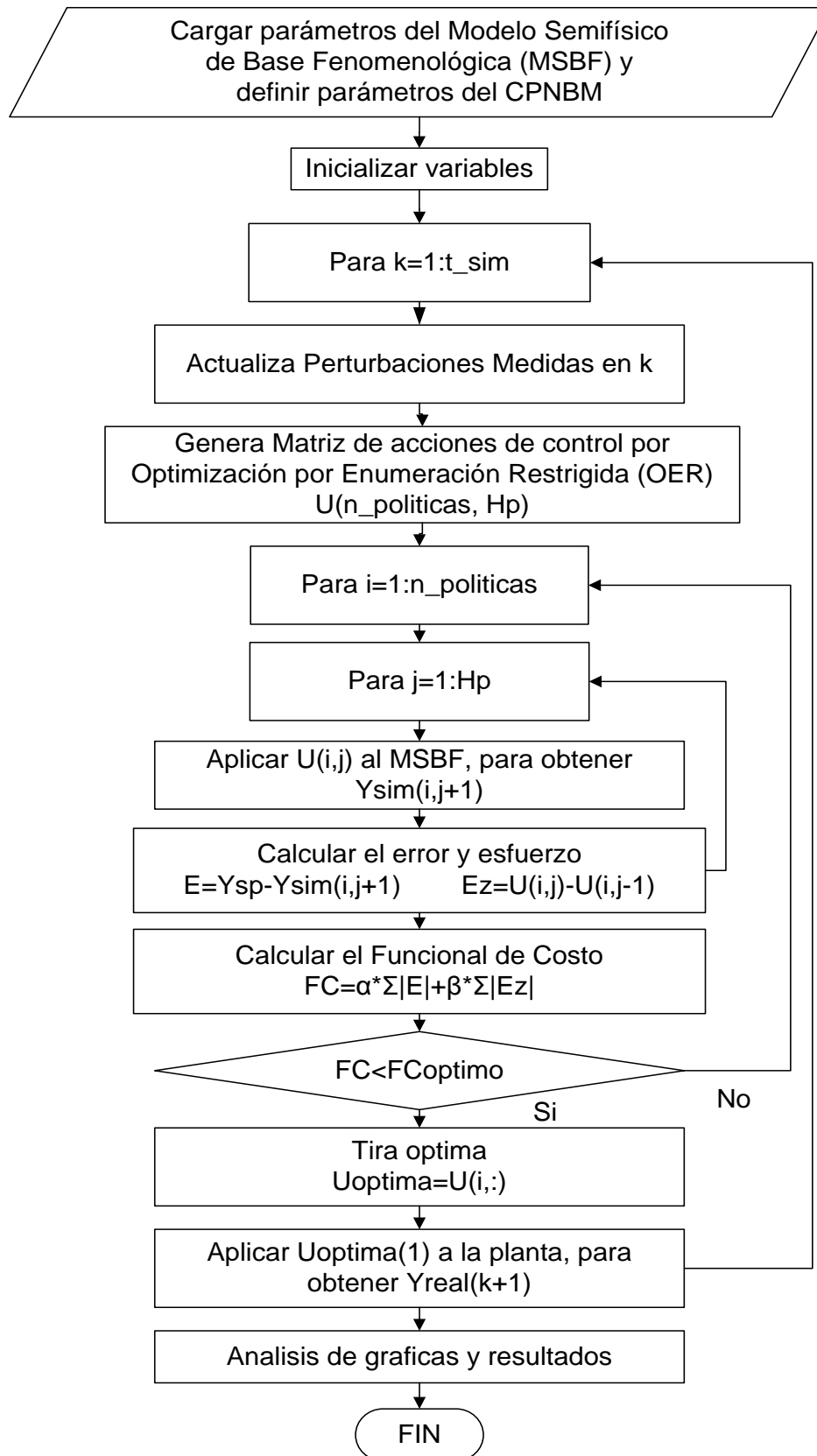
El controlador PID con sintonización por métodos convencionales (como el método de Z-N) no presenta resultados adecuados en proceso que presentan dinámicas complejas y fuertemente no lineales como el ajuste y control de pH. Otros métodos para identificación de parámetros de controladores PID requieren de un modelo lineal de proceso [Astrom and Hagglund, 2006]. El MSBF por invariantes de reacción para control de pH presentado en la Ecuación (3.20) y la Ecuación (3.21) presenta alta complejidad para su linealización [Henson and Seborg, 1997]. Dicha linealización no hace parte de este trabajo, por tal motivo se realiza un ajuste manual fino para mejorar la respuesta del controlador. Los resultados del controlador PID con sintonización manual se presentan en la Figura 5-5. El controlador PID con sintonización manual presenta comportamientos adecuados, más adelante se compara cuantitativamente la respuesta de este controlador con índices de desempeño.

**Figura 5-5:** Simulación del PdeR controlado por un PID con sintonización manual: acción de control (izquierdo), salida (derecho).

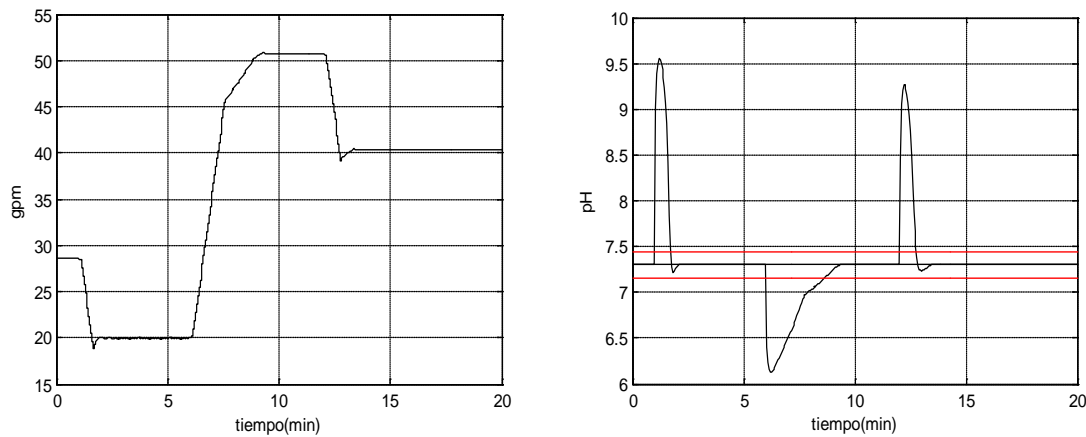


En procesos como la alcalinización de jugo de caña se requiere controlar el pH, allí es donde se ve la necesidad de implantar controladores avanzados como el Controlador Predictivo No Lineal Basado en Modelo (CPNBM). La Figura 5-6, presenta el algoritmo para la simulación del proceso controlado por un CPNBM usando un Modelo Semifísico de Base Fenomenológica (MSBF). La Figura 5-7 presenta los resultados obtenidos en dicha simulación empleando el MSBF validado en el Capítulo 3. Es de aclarar que el MSBF es usado tanto como modelo del controlador y como planta o proceso real, de ahí uno de los motivos por el cual se presenta tan buen desempeño experimental. Otra de las razones del buen desempeño del CPNMB con MSBF, es la gran cantidad de información dinámica del proceso que se puede representar en las ecuaciones diferenciales del MSBF. Pero, las ecuaciones diferenciales pueden presentar problemas de convergencia debido a las iteraciones que se presentan al solucionarlas, además, del excesivo tiempo de cómputo para dinámicas complejas haría inviable el control en tiempo real (la señal al EFC llegaría demasiado tarde porque buena parte del tiempo de muestreo se usó para calcular dicha acción en el controlador).

**Figura 5-6:** Algoritmo del CPNBM usando como modelo un MSBF.



**Figura 5-7:** Simulación del PdeR controlado por un CPNBM con MSBF: acción de control (izquierdo) y salida (derecho).



Por otra parte, lo que ha logrado el éxito industrial de los controladores PID es la fácil sintonización y viabilidad de programación en equipos industriales de control como los Automatas Programables (AP), éxito que los CPNBM no han alcanzado. Debido a esto, hay que dotar a los controladores avanzados como el CPNBM de modelos no lineales fieles al proceso, pero que además, sean eficientes computacionalmente y compactos.

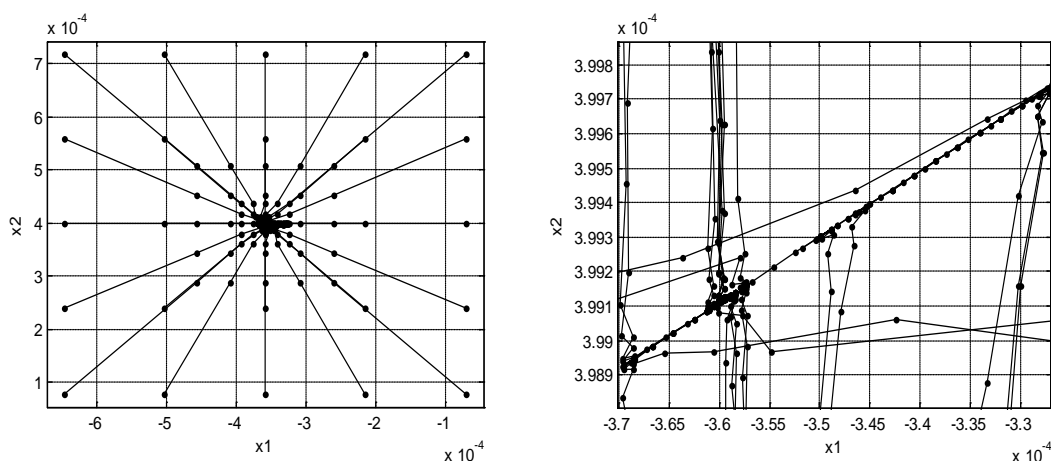
La restricción del uso industrial del CPNBM en aplicaciones industriales se debe básicamente a tres factores [Camacho and Bordons, 2004]: *i)* la poca disponibilidad de modelos matemáticos no lineales, *ii)* la solución compleja de la optimización debido al modelo no lineal y *iii)* los pocos resultados de estabilidad y robustez del controlador a nivel industrial.

El primer aspecto se soluciona empleando la metodología planteada en el Capítulo 3 y el Capítulo 4 [Álvarez y Peña, 2004] [Álvarez et al., 2009], donde se identifican Sistemas de Inferencia Borrosa Takagi-Sugeno (SIB T-S) con Conjuntos Borrosos Multidimensionales (CBMD) a partir de los datos o base de conocimientos del MSBF que representa el proceso real. Para la solución del segundo aspecto se emplea la técnica de Optimización por Enumeración Restringida (OER) como método de optimización [Isaza y Álvarez, 2011b] (ver Sección 2.2.6). Este trabajo no pretende profundizar en este tema, pero se seleccionó la OER por sus buenos resultados experimentales obtenidos en su inclusión en CPNBM como algoritmo de optimización en línea [Álvarez, 2000], [Álvarez y García, 2005]. Finalmente, según lo discutido en la Sección 2.3 la estabilidad del sistema de

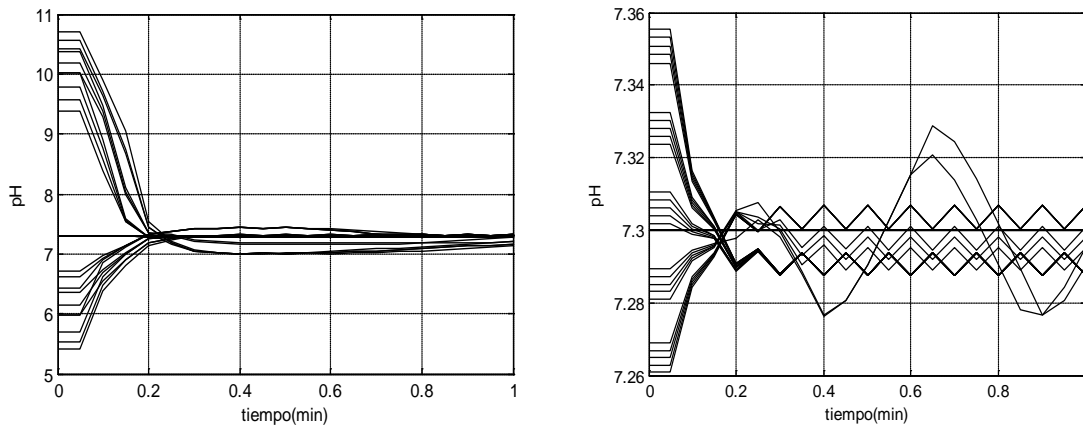
control depende de dos aspectos: *i)* del esquema de CPNBM que garantiza estabilidad *ii)* y de la convergencia del modelo que se emplea.

Como trabajo futuro se plantea la inclusión del esquema de CPNBM con SIB T-S y CBMD por modo dual (esquema discutido en la Sección 2.3) para garantizar estabilidad [Gutiérrez, 2008], [Ramírez, 2011] y aumentar la región de robustez del controlador (respecto al PID). Para evidenciar la convergencia del CPNBM con SIB T-S y CBMD (ver Sección 4.5), se realizaron una serie de experimentos inicializando los invariantes de reacción o estados del proceso desde diferentes puntos de operación. En la Figura 5-8, se presenta el plano de fase del CPNBM con SIB T-S y CBMD inicializado desde diferentes puntos de operación y manteniendo la perturbación constante. La línea diagonal de la Figura 5-8 del lado derecho representa las coordenadas de los estados para los cuales el pH es 7.0; esto se puede evidenciar en la Figura 5-9. En la Figura 5-8 y la Figura 5-9 se refleja la convergencia del controlador. La convergencia del modelo también se garantiza al emplear SIB T-S por ser un modelo puramente algebraico. Los modelos algebraicos no requieren iteraciones para predecir, lo que garantiza la predicción en cada instante de optimización. Además, está garantizado que su ganancia es acotada y por tanto cumplen con criterios de estabilidad BIBO (Bounded Input – Bounded Output) de Entrada Acotada – Salida Acotada [di Sciascio, 1998].

**Figura 5-8:** Plano de fase del CPNBM con SIB T-S y CBMD inicializado en diferentes puntos de operación.

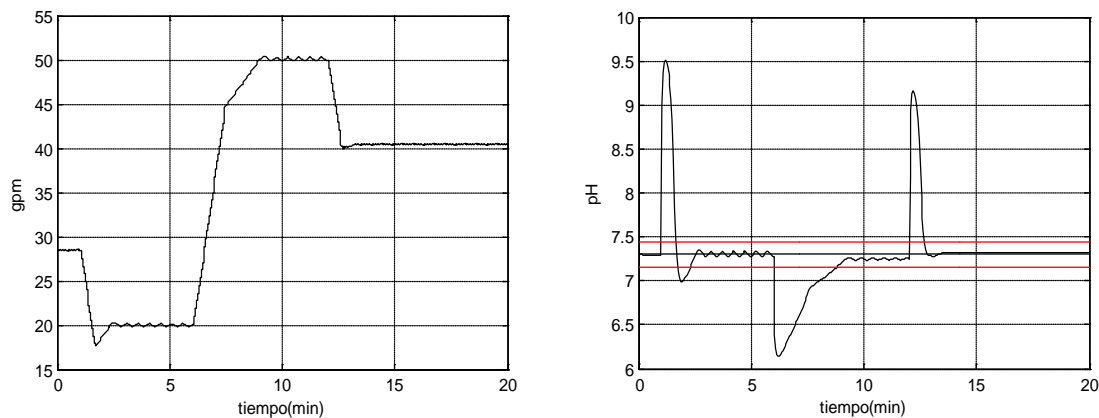


**Figura 5-9:** Convergencia del CPNBM con SIB T-S y CBMD inicializado en diferentes puntos de operación.



El control de pH del proceso de alcalinización de jugo de caña del Ingenio La Unión S.A. Guatemala, es simulado con el CPNBM usando como modelo un Sistema de Inferencia Borrosa Takagi-Sugeno con Conjuntos Borrosos Multidimensionales (SIB T-S con CBMD) que garantiza convergencia identificado en el Capítulo 4. La Figura 5-10 presenta los resultados obtenidos su simulación.

**Figura 5-10:** Simulación del PdeR controlado por un CPNBM con SIB T-S y CBMD: acción de control (izquierdo) y salida (derecho).



En la Figura 5-10, el error de estado estacionario entre 8 y 12 minutos en el pH se encuentra dentro del margen de error aceptable y se debe a dos factores: *i)* al error que presenta el SIB T-S con CBMD respecto al MSBF (ver Capítulo 3) y *ii)* al método de Optimización por Enumeración Restringida (OER). El OER presenta un paso fijo para el



cálculo de las políticas de control. Como trabajo futuro se pretende reducir el error de estado estacionario, aplicando la metodología de los observadores de estado en el modelado de SIB T-S con CBMD y modificando el paso del algoritmo de OER cuando el error se acerca a cero, para cada caso respectivamente.

A simple vista la Figura 5-7 y la Figura 5-10 parecen la misma, las diferencias del comportamiento de los controladores se pueden apreciar en la Tabla 5-1. La Tabla 5-1 presenta los índices de desempeño de los controladores empleados en las simulaciones: Integral del valor Absoluto del Error (IAE), Integral del Error Cuadrático (ICE) e Integral del valor Absoluto del Error ponderado en el Tiempo (ITAE). Los índices de desempeño reflejan los buenos resultados que presentan los CPNBM, respecto a los controladores PID aplicados a procesos altamente no lineales y con dinámicas complejas. Además de los índices de desempeño también se comparan aspectos que brindan información muy valiosa en los procesos industriales: integral del esfuerzo realizado por EFC y el consumo total de la lechada de cal en galones. El esfuerzo del EFC y el consumo total de lechada de cal se aprecia menor en la simulación del proceso con controlador PID, pero los mejores resultados de operación reflejados en los demás índices de desempeño.

**Tabla 5-1:** Índices de desempeño de los controladores simulados para el PdeR.

Controlador	IAE	ICE	ITAE	Esfuerzo del EFC	Consumo de lechada de cal
PID	95.8587	106.5705	668.1676	60.05	14079
CPNBM con MSBF	76.2504	107.2625	529.7691	57.78	14525
CPNBM con SIB T-S y CBMD	81.9486	92.9881	551.0280	79.17	14476

En la siguiente sección se caracterizarán diferentes atributos del CPNBM con SIB T-S y CBMD, características que lo hacen propicio para la implantación en ambientes industriales.

### 5.3 Caracterización de atributos del CPNBM con SIB T-S y CBMD.

Es importante que el lector aprecie la viabilidad que el CPNBM usando SIB T-S con CBMD puede tener para implantarse en aplicaciones industriales reales. Por esta razón, en esta sección se caracterizan atributos de este controlador aplicado al proceso de alcalinización de jugo de caña del Ingenio La Unión S.A. obtenido en la sección anterior. Los atributos que se analizan en este trabajo son presentados en la Tabla 5-2. Los atributos del CPNBM con SIB T-S y CBMD son comparados con el CPNBM con MSBF.

**Tabla 5-2:** Atributos analizados para el CPNBM con SIB T-S y CBMD.

ATRIBUTO	MÉTODO DE ANÁLISIS	HERRAMIENTA
Desempeño y precisión del control	Índices de desempeño	IAE, ICE, ITAE, $t_s$ , $M_p$
Robustez control	Experimental	Área de robustez
Carga computacional del SIB T-S con CBMD	Índices de desempeño	Tiempo de predicción del modelo y tiempo de cálculo en un procesador dado.
Viabilidad de Implantación del algoritmo	Analítico	Descripción subjetiva

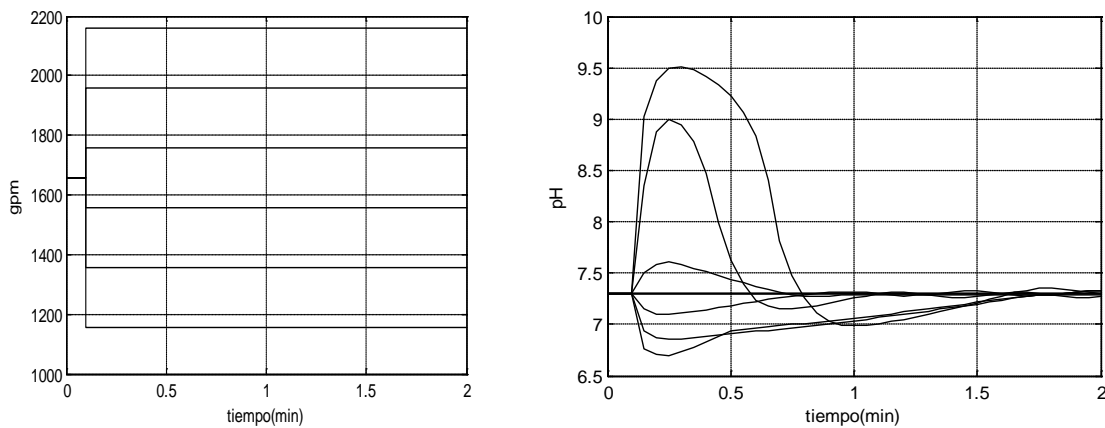
En la Tabla 5-3 se comparan los índices de desempeño obtenidos al emplear un CPNBM con SIB T-S y CBMD frente a un CPNBM con MSBF. Los índices de desempeño empleados son: Integral del valor absoluto del error (IAE), Integral del error cuadrático (ICE), Integral del valor absoluto del error ponderado en el tiempo (ITAE), tiempo de asentamiento ( $t_s$ ) y máximo sobre impulso ( $M_p$ ). El tiempo de establecimiento y el máximo sobre impulso se calcula solo para la primera perturbación.

**Tabla 5-3:** Índices de desempeño de los controladores simulados para el PdeR.

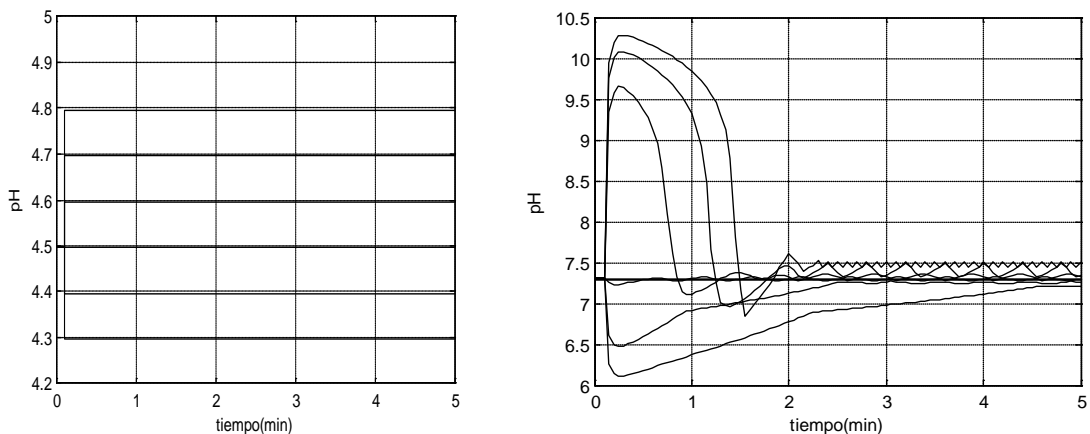
Controlador	IAE	ICE	ITAE	$t_s$	$\%M_p$
CPNBM con MSBF	79.2504	107.2625	529.7691	1.1	30.8297
CPNBM con SIB T-S y CBMD	81.9486	92.9891	551.0280	1.3	30.2556

La robustez del CPNBM con SIB T-S y CBMD se evalúa experimentalmente al seleccionar perturbaciones al azar y analizar la convergencia del controlador. Las perturbaciones realizadas para el PdeR se realizan con respecto al flujo de jugo sulfitado, al pH de jugo sulfitado y al pH de la lechada de cal. La Figura 5-11, la Figura 5-12 y la Figura 5-13 presentan la convergencia del controlador frente a las perturbaciones realizadas en los experimentos. Las figuras del lado izquierdo corresponden a las perturbaciones realizadas en escalones y las figuras del lado derecho corresponden al comportamiento del pH, respectivamente. Las magnitudes de las perturbaciones se seleccionaron de acuerdo al comportamiento del proceso de alcalinización de jugo de caña del Ingenio la Unión S.A., Guatemala.

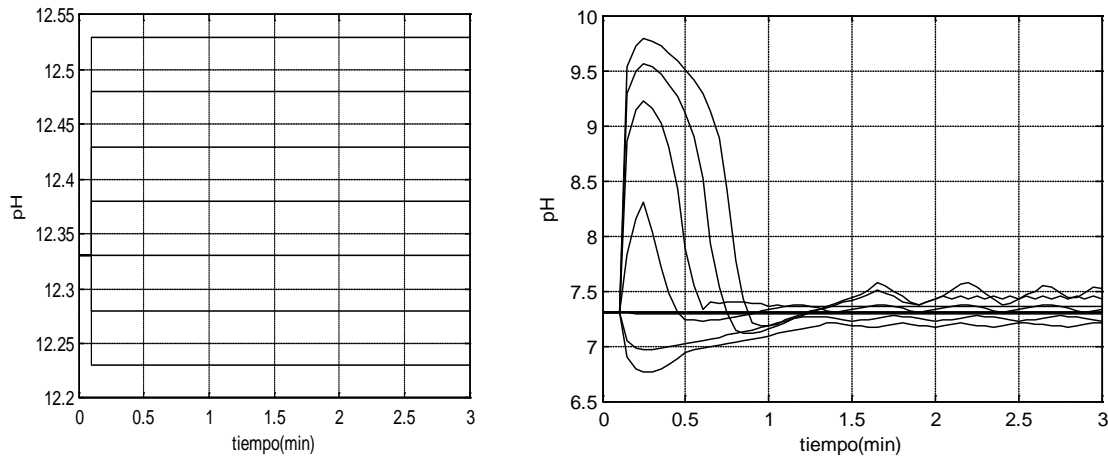
**Figura 5-11:** Análisis de robustez del CPNBM con SIB T-S y CBMD frente a variaciones en el flujo de jugo sulfitado.



**Figura 5-12:** Análisis de robustez del CPNBM con SIB T-S y CBMD frente a variaciones en el pH flujo de jugo sulfitado.



**Figura 5-13:** Análisis de robustez del CPNBM con SIB T-S y CBMD frente a variaciones en el pH de la lechada de cal.



La carga computacional del modelo, se analiza cuantitativamente con el tiempo de cálculo que requieren los modelos para predecir el estado  $x_1$ . El tiempo de cálculo depende además del procesador empleado. El procesador empleado para la simulación del algoritmo es un AMD Turion(tm) X2 Dual-Core Mobile RM-70 2.00 GHz. Los resultados se presentan en la Tabla 5-4. Los resultados para predecir el estado  $x_2$  son similares. Por otra parte, se realiza un análisis cualitativo desde la naturaleza del modelo. Los MSBF requieren de iteraciones para predecir debido a las ecuaciones diferenciales, es decir, no garantizan la predicción inmediata sino que requieren de ciclos de espera o convergencia (while). Los SIB T-S por ser modelos puramente algebraicos garantizan la predicción en cada instante de forma inmediata.

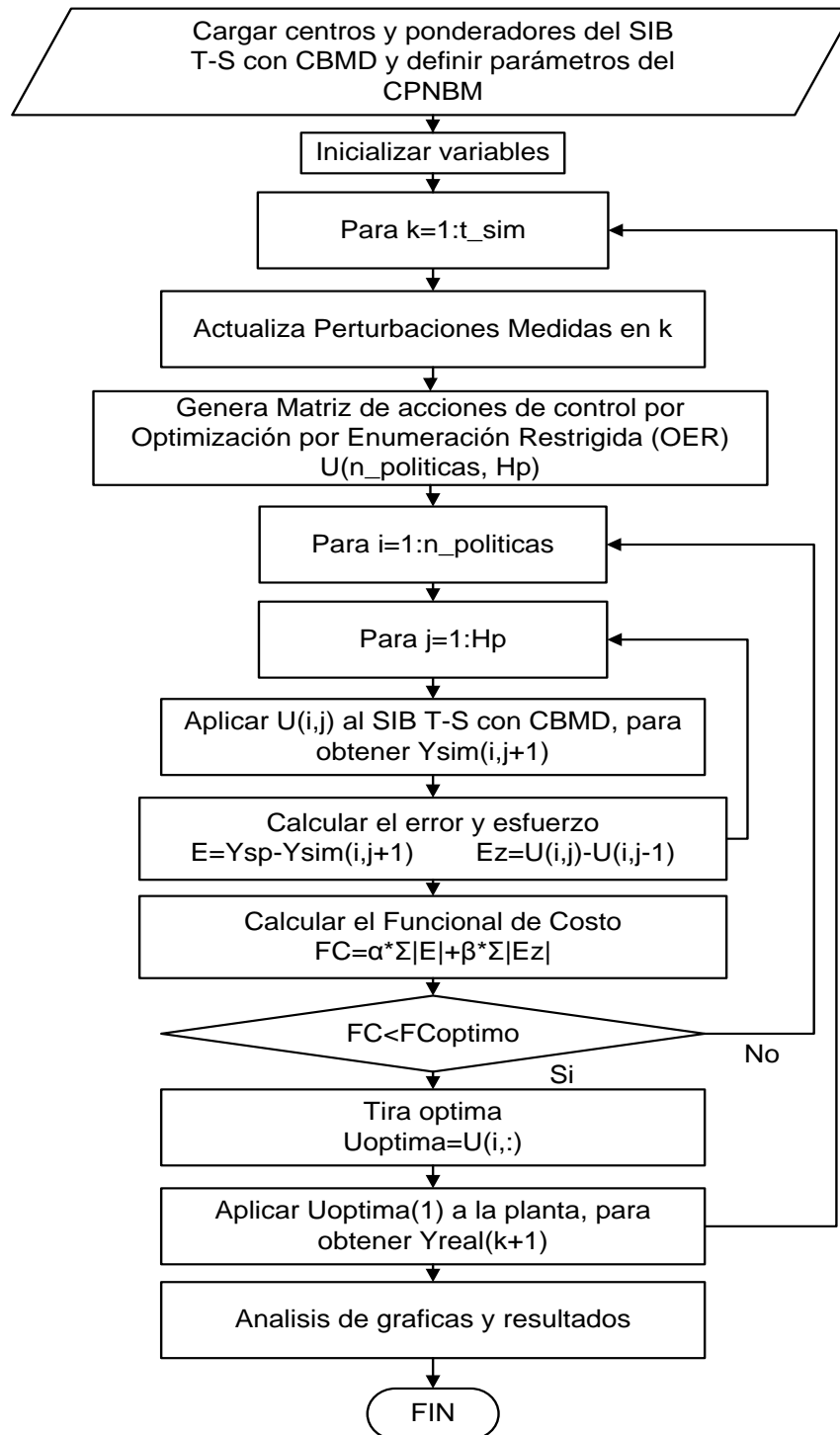
**Tabla 5-4:** Índices de carga computacional de los modelos para predecir  $x_1$ .

Modelo	Tiempo de cálculo para predicción (seg.)		
	Mínimo	Máximo	Promedio
SIB T-S y CBUD	0.0190	0.0879	0.0225
SIB T-S y CBMD	$3.8825 \times 10^{-4}$	0.0090	$6.8680 \times 10^{-4}$

La viabilidad de implantación del controlador se analiza con miras a la aplicación de procesos industriales. El algoritmo para la programación de un CPNBM con SIB T-S y CBMD se presenta en la Figura 5-14. Para el análisis de viabilidad, las operaciones del

algoritmo de control se pueden fragmentar en: ciclos de control y optimización, generación de políticas de control para la Optimización por Enumeración Restrigida (OER), ejecución del modelo, cálculo del error y optimización del funcional de costo.

**Figura 5-14:** Algoritmo del CPNBM usando como modelo un SIB T-S con CBMD.



Para la simulación del algoritmo de control, los ciclos se realizan con comandos comunes en cualquier lenguaje de programación como los comandos “for” o “if”. La generación de políticas de control y la OER (como se discutió en la Sección 2.2.6) es un método de optimización enumerativo simple y compacto estructuralmente debido al empleo de operaciones aritméticas básicas comunes también en cualquier lenguaje de programación. La complejidad operacional y la carga computacional (ver Tabla 5-4) son necesarias para analizar la ejecución del modelo. Los SIB T-S son simples operacionalmente por su naturaleza heurística y algebraica, están estructurados a partir de comparaciones y operaciones aritméticas, por lo que es posible implementarlos en múltiples lenguajes de programación. Por otra parte, implantando CBMD se reducen drásticamente el número de reglas borrosas influyendo en una reducción del tiempo de cómputo lo que hace que el tiempo de solución del modelo sea compatible con la dinámica del proceso y con la capacidad de procesamiento de información de los equipos de control industrial. En tal sentido, se puede afirmar que el CPNBM con SIB T-S y CBMD presenta compatibilidad en su algoritmia con el lenguaje de programación de los equipos de control industrial como los autómatas programables [Siemens, 2004] [Bolton, 2006].

## **6. Conclusiones y trabajo futuro**

### **6.1 Conclusiones**

A continuación se presentan algunas conclusiones que se desprenden del desarrollo teórico y práctico de esta tesis. Para recorrer el cuerpo del trabajo de manera organizada, las conclusiones se presentan en el orden de los capítulos donde se exponen los planteamientos y resultados en mención.

En el Capítulo 1 se presentó material introductorio y general del trabajo realizado. En el Capítulo 2 se presentó brevemente la fundamentación de controladores predictivos basados en modelo enfatizando en control no lineal, se discutieron algunas brechas abiertas de estos controladores algunas de las cuales se abordan en el Capítulo 5 y otras se proponen como trabajo futuro. En el Capítulo 3 se presentó el problema de control y ajuste de pH como Problema de Referencia (PdeR) de la presente investigación. Se discutió la importancia y la problemática del PdeR. Tal PdeR puede abordar el diseño y sintonía de cualquier estrategia de control para el proceso, con la certeza de que los resultados de simulación pueden fácilmente ser trasladados a la planta real. Para evidenciarlo se aplicó al proceso de alcalinización de jugo de caña del Ingenio Azucarero La Unión S.A, Guatemala.

En el Capítulo 4 se abordó el problema del modelado e identificación de procesos mediante Sistemas de Inferencia Borrosa (SIB). Los SIB son clasificados en tres subgrupos: lingüísticos, relacionales y Takagi-Sugeno (T-S). El SIB T-S posibilita la utilización de Conjuntos Borrosos Unidimensionales (CBUD) y Conjuntos Borrosos Multidimensionales (CBMD). Ambos tipos se compararon cuantitativa y cualitativamente por medio de simulaciones, presentando mejores resultados los CBMD. Aunque esta no es la temática de esta tesis, se presentó una metodología novedosa para seleccionar los

parámetros del SIB T-S con CBMD, la misma que fue presentada en un evento internacional [Isaza y Álvarez, 2011a].

La parte principal del planteamiento de la tesis se desarrolló en el Capítulo 5. Allí se diseñó el CPNBM usando como modelo un SIB T-S con CBMD y se aplicó al proceso de alcalinización para el control y ajuste de pH de jugo de caña. El controlador propuesto se comparó cualitativamente y cuantitativamente con un controlador PID convencional y un Controlador Predictivo No Lineal Basado en un Modelo Semifísico de Base Fenomenológica (CPNBM con MSBF) para el control del PdeR. Se caracterizaron las bondades que el CPNBM con SIB T-S y CBMD tiene en el control de procesos químicos no lineales a nivel industrial, en aspectos como: *i)* precisión, desempeño y robustez del CPNBM y *ii)* la velocidad de ejecución y la facilidad de implantación del algoritmo.

Como conclusión general esta tesis pretendió estrechar un poco más la brecha existente entre la investigación y la industria para la implantación de técnicas de modelado y control avanzado de procesos. Como muestra de esto: *i)* se presentaron los SIB T-S con CBMD como modelos útiles en ingeniería, *ii)* se demostraron los buenos resultados de la inclusión de SIB T-S con CBMD en el CPNBM y *iii)* se evaluaron algunos aspectos importantes de los CPNBM usando como modelo un SIB T-S con CBMD con buenos resultados; resultados que los hacen propicios para su implantación en procesos químicos no lineales. Es importante que el lector identifique este controlador como la herramienta que puede suplir las necesidades de eficiencia, eficacia y efectividad que el control procesos industriales tiene. El CPNBM con SIB T-S y CBMD no se pretendió mostrar como el controlador que rompe el paradigma del buen funcionamiento de los controladores PID. El CPNBM con SIB T-S y CBMD se presentó como una técnica de modelado y control avanzado que fortalece las capacidades de desempeño y robustez del controlador PID. Esta fusión de controladores denominada CPNBM por modo Dual no se presentó en esta tesis, pero por su futuro promisorio, será trabajo futuro dentro del Grupo de Investigación en Procesos Dinámicos (KALMAN). Al igual que estas brechas abiertas hay otras que se identificaron durante la realización de esta investigación las cuales se presentan a continuación.



## 6.2 Trabajo futuro

Como comentario final, pueden mencionarse brechas que deja abierta la tesis, las cuales serán objetivo de trabajo futuro dentro del Grupo de Investigación en Proceso Dinámicos (KALMAN) de la universidad Nacional de Colombia Sede Medellín.

1. Respecto al Capítulo 2, el algoritmo de Optimización por Enumeración Restringida se empleó en la tesis como la técnica de optimización del CPNBM. Esta técnica de optimización presenta buenos resultados experimentalmente, pero se hace necesario dotarla de resultados matemáticamente formales. Una primera aproximación fue presentada en el evento nacional [Isaza y Álvarez, 2011b].
2. En el Capítulo 3, se planteó como trabajo futuro encontrar la relación de la conductividad (que fácilmente se puede medir a nivel industrial) y la carga eléctrica (variable de estado del modelo para el control de pH). Esta relación permitiría disminuir el error de la predicción del modelo. De esta forma no se requeriría medir el pH, variable que a nivel industrial presenta un gran desafío por lo delicados que son los electrodos de estos sensores. Es de aclarar que la carga eléctrica presenta gran información en el comportamiento del pH.
3. Aplicar la metodología de los observadores de estado en el modelado de SIB T-S con CBMD. Durante el desarrollo de la tesis se lograron algunos experimentos favorables para reducir el error de predicción del modelo usando estructuras tipo observadores.
4. La fusión de controladores avanzados como el CPNBM con SIB T-S con CBMD con controladores industriales PID es la forma más promisoría que estos primeros tienen en la implantación en procesos industriales. Esta fusión se denomina Control Dual.
5. Finalmente, es necesario implantar el algoritmo del CPNBM con SIB T-S con CBMD en un autómata programable para analizar en una aplicación a nivel industrial su viabilidad.



## Bibliografía

Ali, E. and Elnashaie, S. (1997). Nonlinear model predictive control of industrial type IV fluid catalytic cracking (FCC) units for maximum gasoline yield. *Ind. Eng. Chem. Res.* Vol 36, pp 389-398.

Alkan, M.; Erkmen, A. and Erkmen I. (1994). Fuzzy Dynamic Programming. *Electrotechnical Conference Proceedings., 7th Mediterranean IEEE.* Vol.2, pp 723-726.

Ållgöwer, F., R. Findeisen and Z. Nagy. (2004). Nonlinear Model Predictive Control: From Theory to Application. *J. Chin. Inst. Chem. Engrs*, 35, pp. 299-315.

Álvarez, H. (2000). Control predictivo basado en modelo borroso para el control de pH. *Temas de Automática.* 10. Editorial Fundación UNSJ, San Juan, Argentina.

Álvarez, H. (2010). Diseño simultaneo de procesos y control: Uso y efectos dinámicos de ingeniería de procesos. Trabajo de Año Sabático. Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín.

Álvarez, H. y Peña, M. (2004). Modelamiento de Sistemas de Inferencia Borrosa Tipo Takagi–Sugeno. *Avances en Sistemas e Informática* Número 1, pp 1-11, Medellín, Colombia.

Álvarez, H. and Londoño, C. (1999). Representation capability of a particular benchmark for the pH neutralization process. *Proc. VIII RPIC99, Mar de Plata, Argentina*, vol. 1, pp 47-52.

Álvarez, H.; Londoño, C.; di Sciascio, F. and Carelli, R. (2001). pH Neutralization process as a benchmark for testing nonlinear controllers. *Indust. and Eng. Chemistry Research* 26.

Álvarez, H.; Lamanna, R.; Vega, P. y Revollar, S. (2009). Metodología para la obtención de MSBF aplicada a una sulfitoradora de jugo de caña de azúcar. *Rev. Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*. Vol 6, pp 10-20.

Álvarez, L.A. y García, J. (2005). Control predictivo basado en modelo no lineal aplicado a un bioproceso. Trabajo de Grado. Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín.

Aris, R. (1965). *Introduction to the analysis of chemical reactors*, Prentice Hall, N.J.

Astrom, K.J. and Hagglund, T. (2006). *Advanced PID control*. ISA-The Instrumentation, Systems, and Automation Society.

Astrom, K.J. and Wittenmark, B. (1989). *Adaptive Control*. Addison-Wesley.

Ayres, G.H. (1970). *Análisis Químico Cuantitativo*. Segunda Edición, Harla. México.

Balan, R.; Matieș, V.; Hancu O.; Stan, S. and Ciprian, L. (2007). Nonlinear Control Using a Model Based predictive Control Algorithm. *Proc. International Symposium on Computational Intelligence in Robotics and Automation*, pg. 510-515. USA.

Bolton, W. (2006). *Programmable Logic Controllers*. Fourth edition. Elsevier Newnes.

Botero, H. and Álvarez, H. (2011). Non linear state and parameters estimation in chemical processes: analysis and improvement of three estimation structures applied to a CSTR. *International journal of chemical reactor engineering*. Vol 9, article A6.

Bremermann and Anderson, (1990). Bacterial chemotaxis, an alternative to Backpropagation. Center of pure and applied mathematics. U of California. Internal Report No. PAM-483.

Brosilow, C. and Joseph, B. (2002). Techniques of model-based control. Prentice-Hall.

Camacho, E.F. and Bordons, C. (2004). Model Predictive Control. Second Edition, Springer. London.

Chen and Allgower, (1998). Nonlinear model predictive control schemes with guaranteed stability. In, Nonlinear Model Based Process Control. R. Berber, editor. Kluwer academic publishers, Dordrecht.

Clarke, D., Mohtadi, C. and Tuffs, P. S. (1987a). Generalized predictive control. Part I: The basic algorithms, Automatica 23, pp 137–148.

Clarke, D. W., Mohtadi, C. and Tuffs, P. S. (1987b). Generalized predictive control. Part II: Extensions and interpretations, Automatica 23, pp 149–160.

Creus, A. (2005). Instrumentación Industrial. Séptima Edición, Marcombo. Barcelona.

Cutler, C. R. and Ramaker, B. L. (1980). Dynamic matrix control a computer control algorithm, en 'Proceedings of Automatic Control Conference'.

de Oliveira, S., (1996). Model Predictive Control (MPC) for constrained nonlinear systems. Thesis for the degree of PhD. California Institute of Technology. Pasadena.

di Sciascio, F. (1998). Sistemas borrosos multilineales y multilineales a tramos: una aproximación a la formación del control borroso. Tesis Doctoral. Universidad Nacional de San Juan, Argentina.

Espinosa, J. and Vandewalle, J. (1997). Fuzzy modeling and identification, a guide for the user. IEEE Singapore International Symposium on Control Theory and Applications, vol. 2, pp 889-895.

Espinosa, J. and Vandewalle, J. (1998). Predictive control using fuzzy models. In: Advances in soft computing, edited by Roy, Furahaschi and Chawdhry. Springer-Verlag.

García, C. E. and Morshedi, A. M. (1986). Quadratic programming solution of dynamic matrix control (QDMC). *Chemical Engineering Communications* 46, pp 73–87.

González R. (2006). Control predictivo Multivariable basado en modelo en un proceso discontinuo. Tesis de M.Sc. U. Nacional de Colombia, Medellín.

Gustafsson, T.K. (1982). Calculations of the pH value of mixtures. *Chem. Eng. Sci.*, vol. 37, No. 9, pp 1419-1421.

Gustafsson, T.K. and Waller, K.V. (1983). Dynamic modeling and reaction control of pH. *Chem. Eng. Sci.*, vol. 38, No. 3, pp 389-398.

Gutiérrez, L. (2008). Determinación Matemática de la Región Terminal en un controlador predictivo no lineal basado en modelo por Modo Dual. Tesis M.Sc. Universidad Nacional de Colombia.

Gutiérrez, L.; Odloak, D.; Sotomayor, O. and Álvarez, H. (2008). A dual mode MPC scheme for nonlinear processes. Paper submitted to the 17th IFAC World Congress.

Henson, M.A. and Seborg, D.E. (1997). *Nonlinear Process Control*. Prentice Hall.

Holland, J.P. (1992). *Adaptation in natural and artificial systems*. Second printing of original text (Michigan University, 1975), by MIT press edition.

Isaza, J. y Álvarez, H. (2011a). Selección de parámetros para un sistema de inferencia borrosa Takagi Sugeno con conjuntos borrosos multidimensionales. XIV Reunión de Procesamiento de la Información y Control, RPIC2011, Entre Ríos, Argentina.

Isaza, J. y Álvarez, H. (2011b). Optimización por enumeración restringida como solución al problema de optimización no lineal en CPNBM. II congreso de inteligencia computacional, Medellín, Colombia.

Johansen, T. (1996). Identification of non-linear systems using empirical data and prior knowledge-an optimization approach. *Automatica*. 32:337-356

Kwon, W. H. and Pearson, A. E. (1977). A modified quadratic cost problem and feedback stabilization of a linear system, *Automatica* 22, 838–842.

Lam, H.K. and Leung, F. (2011). *Stability Analysis of Fuzzy-Model-Based Control Systems*. Springer.

Lee, E. and Markus, L. (1967). *Foundations of optimal control theory*, Wiley.

Limon, D. (2002). *Control predictivo de sistemas no lineales con restricciones: estabilidad y robustez*. Tesis de doctorado. Universidad de Sevilla.

Ljung, L. (1987). *System identification. Theory for the user*. Prentice Hall.

Luus, H. (1996). Numerical convergence properties of iterative dynamic programming when applied to high dimensional systems. *Trans. I. Chem. E. Vol 74, part A*, pp 55-62.

Magni, Raimondo and Ållgöwer. (2009). *Nonlinear model predictive control*. Springer.

Mamdani, E. and Assilian, S. (1974). Application of fuzzy algorithm for control of simple dynamic plant. *Proc. IEE*, 121(12):1585—1588.

Marquis, P. and Broustail, J. P. (1988). A bridge between state space and model predictive controllers: application to the automation of a hydrotreating unit, en 'Proceedings of the IFAC Workshop on model based predictive control'.

Meadows, E.S. and Rawlings, L.B. (1997). *Model Predictive Control*. In: *Nonlinear process control*, edited by Henson and Seborg, Prentice Hall.

Mishra, S.K. (2011). *Topics in nonconvex optimization: theory and applications*. Springer

Muske, K. and Edgar, T. (1997). Control of constrained systems, (set of transparencies). Invited session to automatic train operation systems. *Anal of Fuzzy Information Conference*, vol. 1, pp 59-72.

Pedrycz, W. (1984). An identification algorithm in fuzzy relational systems. *Fuzzy sets and Systems*, (13):153—167, 1984.

Paña, M. (2002). *Control basado en modelos borrosos*. Temas de Automática. Editorial Fundación UNSJ, San Juan, Argentina.

Perry, R. (Editor in Chief). (1984). *Perry's Chemical Engineer's Handbook*. McGraw-Hill.

Prichard, E. (2003). *Practical laboratory skills training guides: Measurement of pH*. Royal Society of Chemistry.

Propoi, A.I. (1963). Use of linear programming methods for synthesizing sampled-data automatic systems, *Automn. Remote Control* 24, pp 837-844.

Rao, C.V. and Rawlings, J.B. (2000). Linear programming and model predictive control. *Journal of Process Control* 10, pp 283-289.

Radons, G. and Neugebauer R. (2004). *Nonlinear dynamics of production systems*. Wiley-VCH Verlag GmbH & Co. Alemania.

Ramírez, K. (2011). *Control predictivo basado en modelo no lineal por modo dual viable*. Tesis Msc. Universidad Nacional de Colombia.

Rodríguez, E.C. y González, B.M. (2003). *Modelado de un sistema de Control de pH*. Universidad Autónoma de Tlaxcala.

Richalet, J.; Rault, A.; Testud, J. and Papon, J. (1978). Model predictive heuristic control: Applications to industrial process. *Automática*. Vol. 14, pp 413-428.

Richalet, J. (1993). Industrial applications of model based predictive control. *Automática*, Vol. 29, pp 1251-1274.

Sánchez, J. and Rodellar, J. (1996). *Adaptive predictive control: from concepts to plant optimization*. Prentice Hall.



Shinskey, F. (1996). Process control systems. Applications, design and tuning. McGraw-Hill.

Siemens. (2004). Programar con Step 7. Versión V5.3. Siemens AG. Alemania.

Sierra, C. (2009). Incertidumbre en el Proceso de Identificación de Sistemas de Inferencia Borrosa Takagi-Sugeno. Tesis Ph.D. Ingeniería de Sistemas. Universidad Nacional de Colombia.

Smith, J.M. y Van Ness, H.C. (2008). Introducción a la Termodinámica en Ingeniería Química. McGraw-Hill.

Stan, S.; Balan, R. and Lapusan, C. (2006). Some Applications for Nonlinear Processes of a Model Based Predictive Control Algorithm. IEEE

Suárez, A. (1998). Nueva arquitectura de control predictivo para sistemas dinámicos no lineales usando redes neuronales. Tesis de Doctorado en Ciencias de la Ing., mención automática. U de Chile.

Takagi, T and Sugeno, M. (1985). Fuzzy identification of system and its applications to modeling and control. IEEE Trans. on systems, man and cybernetics, vol. SMC-15, No. 1, pp 116-132.

Takatsu, H. and Itou, T. (1996). Future needs of the control theory in industries. Proc. 35th Conference on Decision and Control, vol. 5, pp 4500-4505.

Van den Boom, T. and De Schutter, B., (2004). Optimization in systems and control. Lecture Notes for the Course SC4090. Delft University of Technology.

Waller, K.V. and Makila, P.M. (1981). Chemical reaction invariants and variants and their use in reactor modeling, simulation, and control. I&EC Proc.Des.Dev. 20, pp 1-11.

Wang, J. and Thomas, G. (2006). Model based Predictive Control Scheme for Nonlinear Process. IEEE Proceedings of the 2006 American Control Conference. Minneapolis, Minnesota, USA.

Werbos, P. (1995). Optimizations methods for brain-like intelligent control. Proc. IEEE Conf. on Decision and Control, vol 1, pp 57-65.

Ziegler, J.G. and Nichols, N.B. (1942). Optimum settings for automatic controllers, Trans. ASME 64, pp 759–768.