

Modelamiento matemático de un secador solar de plantas aromáticas

Camilo Andrés Bayona Roa

Tesis presentada como requisito parcial para optar al título de:
Magíster en Ingeniería Mecánica

Directora:
Dr.-Ing. Sonia Rincón Prat

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ingeniería
Bogotá, D.C., Colombia
2011

Tesis aprobada por la Facultad de Ingeniería en cumplimiento de los requisitos exigidos para otorgar el título de: **Magíster en Ingeniería Mecánica**

Dr.-Ing. Sonia Rincón Prat
Directora de la tesis

Ph.D. Assensi Oliva Llena
Jurado

M.Sc. Juan Miguel Mantilla González
Jurado

Ph.D. Julián Ernesto Jaramillo Ibarra
Jurado

Universidad Nacional de Colombia
Bogotá, D.C., 6.12.2011

Agradecimientos

La realización de este trabajo se debe al apoyo a pasantías y estancias en el exterior para adelantar proyectos de tesis y trabajos de investigación en posgrados otorgado por la Dirección de Investigación Sede Bogotá de la Universidad Nacional de Colombia. Así como también a los recursos brindados por el Centro Tecnológico de Transferencia de Calor (CTTC) de la Universidad Politécnica de Cataluña.

Agradezco en primera medida a la Universidad Nacional de Colombia. También a mi directora de tesis, Dr.-Ing. Sonia Rincón, por su apoyo incondicional en todos estos años de continuo trabajo, sus reflexiones y consejos. Al Dr. Assensi Oliva agradezco la oportunidad brindada de formarme en el CTTC. Al Dr. David Pérez-Segarra por su sabia y paciente guía, especialmente durante el planteamiento matemático del trabajo. Al Dr. Julián Jaramillo agradezco el entrenamiento que me brindó y sus dedicadas correcciones del documento.

Gracias a la Dr. Patricia Cuervo por sus aportes y por ser el eslabón que permitió la validación de los modelos planteados. Agradezco a mis amigos y compañeros de investigación en la Universidad Nacional de Colombia y en el CTTC de la Universidad Politécnica de Cataluña. Gracias a mi familia, a Lorena y a mis amigos por su apoyo y comprensión en la distancia.

Dedicado a Diego Barrera Bayona.

Resumen

En este trabajo se realiza el planteamiento de distintos modelos matemáticos que posibilitan la predicción del comportamiento hidrodinámico y térmico de un secador solar de plantas medicinales y aromáticas, específicamente de *Melissa officinalis*. A partir del planteamiento de las ecuaciones de conservación en los distintos elementos constitutivos se predice el estado final del secador y del producto. Obteniendo la distribución de humedad, velocidad, presión y temperatura en el aire, además de la temperatura y humedad en los elementos sólidos al realizar un análisis por el método de volúmenes finitos. Se plantean dos modelos distintos: un modelo tramo a tramo con dos distintas aproximaciones a la cinética de secado y un modelo multidimensional. Al validar las simulaciones con trabajos experimentales se encontró una mejor descripción del comportamiento de secado mediante el modelo tramo a tramo con la cinética de secado descrita por la analogía con la transferencia de calor.

Palabras clave: Secado de *Melissa officinalis*, Secador solar de túnel, Método de volúmenes finitos, Dinámica de fluidos computacional

Abstract

An approach of the heat and mass transfer related in the drying process of *Melissa officinalis* plants inside a Hohenheim type solar tunnel dryer is made by the numerical solution of the governing equations and its validation with experimental results. The models makes possible the prediction of the hydrodynamic and thermal behavior of the solar drying process by means of the finite volumes method applied in the dryer's domain. Two different models are done: a section by section model with two different drying kinetics approaches and a multi-dimensional model. A better description of the drying behavior inside the tunnel is found with the section by section model with heat transfer analogy as drying kinetics approach by validating the simulations with experimental work.

Keywords: *Melissa Officinalis* drying, Solar tunnel dryer, Finite volume methods, CFD

Contenido

Agradecimientos	v
Resumen	vii
Lista de símbolos	xi
Lista de tablas	xviii
Lista de figuras	xx
1. Introducción	1
2. Planteamiento del problema	3
2.1. Materia prima: plantas aromáticas	3
2.2. Secado de plantas aromáticas	4
2.2.1. Isoterma de sorción	5
2.2.2. Modelos matemáticos de cinética de secado	6
2.3. Secadores solares	8
2.4. Modelamiento matemático	11
2.4.1. Métodos de solución de sistemas simultáneos de ecuaciones	12
2.4.2. Solución del campo de flujo del aire interior	13
2.5. Estado del arte	14
3. Formulación matemática	17
3.1. Planteamiento	17
3.2. Modelo tramo a tramo	18
3.2.1. Hipótesis simplificadoras	18
3.2.2. Ecuaciones gobernantes del aire interior	19
3.2.3. Ecuaciones gobernantes de los elementos sólidos	22
3.2.4. Ecuaciones gobernantes del producto	22
3.3. Modelo multidimensional	23
3.3.1. Hipótesis simplificadoras	23
3.3.2. Ecuaciones gobernantes del aire interior	24
3.3.3. Ecuaciones gobernantes de los elementos sólidos	29
3.3.4. Ecuaciones gobernante del producto	30
3.4. Formulación general	31
3.4.1. Ecuación general de convección - difusión	31

3.4.2.	Termodinámica del aire húmedo	31
3.4.3.	Ecuaciones gobernantes de la radiación	33
4.	Propiedades físicas y coeficientes empíricos	36
4.1.	Coefficientes empíricos	36
4.1.1.	Coefficiente de transferencia de calor por convección forzada usado en el modelo tramo a tramo	36
4.1.2.	Coefficiente de transferencia de calor por convección natural	37
4.1.3.	Coefficiente de fricción	38
4.2.	Propiedades físicas	38
5.	Isoterma de sorción y cinética de secado	42
5.1.	Isoterma de sorción	42
5.2.	Cinética de secado	42
5.2.1.	Relación semi-empírica de secado de capa fina	43
5.2.2.	Coefficiente convectivo de transferencia de masa	43
6.	Metodología de la solución numérica	46
6.1.	Modelo tramo a tramo	46
6.1.1.	Aire interior	47
6.1.2.	Sólidos	52
6.1.3.	Producto	55
6.1.4.	Radiación	57
6.1.5.	Algoritmo de solución	59
6.2.	Procedimiento de programación	59
6.3.	Modelo multidimensional	62
6.3.1.	Discretización espacial para los valores escalares	63
6.3.2.	Discretización de la ecuación de convección - difusión para escalares	63
6.3.3.	Discretización espacial para los componentes vectoriales de la velocidad	70
6.3.4.	Discretización de la ecuación de la cantidad de movimiento	71
6.3.5.	Radiación	77
6.3.6.	Algoritmo de solución	80
6.4.	Verificación de los esquemas numéricos	83
6.4.1.	Verificación de la discretización de la ecuación de convección - difusión	83
6.4.2.	Verificación de la solución de la ecuación de cantidad de movimiento	84
6.4.3.	Verificación de la solución del sistema de ecuaciones de radiosidades	85
7.	Resultados	91
7.1.	Validación experimental de los modelos	91
7.2.	Comportamiento del secador en condiciones distintas de operación	100
7.2.1.	Campo de flujo	100

7.2.2. Humedad y temperatura	104
8. Conclusiones y perspectivas futuras	107
8.1. Conclusiones	107
8.2. Perspectivas futuras	108
A. Anexo: Discretización de la ecuación de convección - difusión	110
B. Anexo: Formulación general de los esquemas numéricos de bajo orden	113
C. Anexo: Problema de Smith-Hutton	115
D. Anexo: Problema Driven-Cavity	117
Bibliografía	119

Lista de símbolos

Símbolos con letras latinas

Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
A	Coeficiente	1	Anexo <i>B</i>
A	Absortividad	1	Sección 4.2
a	Coeficiente	1	Anexo <i>B</i>
a_w	Actividad del agua	1	$\frac{P_{sw}}{P_w}$
B	Coeficiente	1	Anexo <i>B</i>
b	Coeficiente	1	Anexo <i>B</i>
C	Coeficiente	1	Tabla 2-1
C_{conv}	Criterio de estabilidad convectivo	1	Ecuación 6 – 61
C_{visc}	Criterio de estabilidad viscoso	1	Ecuación 6 – 61
C_p	Calor específico (del aire húmedo)	$\frac{J}{kgK}$	Sección 4.2
D	Difusividad	$\frac{m^2}{s}$	Sección 4.2
D	Término difusivo en la superficie	1	Anexo <i>B</i>
e	Espesor	m	Tabla 7-1
F	Factor de vista	1	Ecuación 3 – 29
F	Término convectivo en la superficie	1	Anexo <i>B</i>
F_R	Factor de relajación	1	Sección 6.1.4
f	Coeficiente de fricción	1	Sección 4.1.3
g	Aceleración de la gravedad	$\frac{m}{s^2}$	$\frac{d^2y}{dt^2}$
\dot{g}	Generación de calor por unidad de volumen	$\frac{W}{m^3}$	Sección 3.1.1
\dot{g}	Irradiación por unidad de superficie	$\frac{W}{m^2}$	Sección 3.1.4
Gr	Número de Grashoff	1	$\frac{g\gamma\rho^2(T-T_{amb})L^3}{\mu^2}$
H	Altura del interior del túnel	m	Tabla 7-1
h	Entalpía específica	$\frac{J}{kg}$	$\frac{U+PV}{m}$
h_{fg}	Calor latente de vaporización del agua	$\frac{J}{kg}$	$h_g - h_f$
I_T	Irradiación solar por unidad de superficie	$\frac{W}{m^2}$	Sección 3.1.4

Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
\dot{J}	Flujo másico de vapor	$\frac{\text{kg}_v}{\text{s}}$	$\frac{m_v}{t}$
j	Radiosidad por unidad de superficie	$\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$	Sección 3.1.4
j	Flujo másico de vapor por unidad de superficie	$\frac{\text{kg}_v}{\text{s m}^2}$	$\frac{m_v}{tS}$
B	Coficiente	1	Tabla 2-1
k	Constante de secado	$\frac{1}{\text{s}}$	Ecuación 2 – 1
L	Longitud	m	Tabla 7-1
M	Concentración de humedad	$\frac{\text{kg}_w}{\text{kg}_{\text{producto seco}}}$	$\frac{m_w}{m_{pr}}$
M	Masa molar	$\frac{\text{kg}}{\text{mol}}$	Sección 3.1.5
MR	Ratio de secado	1	$\frac{M - M_{eq}}{M_o - M_{eq}}$
\dot{m}	Flujo de masa	$\frac{\text{kg}}{\text{s}}$	$\frac{m}{t}$
m	Coficiente	1	Sección 4.1
N	Número de volúmenes	1	Sección 6.1
Nu	Número de Nusselt	1	$\frac{\alpha L}{\lambda}$
\vec{n}	Vector de superficie	m	Anexo <i>B</i>
n	Coficiente	1	Sección 4.1
P	Presión	Pa	$\frac{F \cdot \vec{n}}{S}$
Pe	Número de Peclet	1	$\frac{\rho c_p L U}{\lambda}$
Pr	Número de Prandtl	1	$\frac{\mu c_p}{\lambda}$
\dot{q}	Flujo de calor por unidad de superficie	$\frac{\text{W}}{\text{m}^2}$	$\lambda \left(\frac{dT}{dn} \right)$
R	Constante universal de los gases	$\frac{\text{J}}{\text{mol K}}$	8,314272
R	Reflectividad	1	Sección 4.2
Re	Número de Reynolds	1	$\frac{\rho U L}{\mu}$
RH	Humedad relativa	1	$\frac{P_{sv}}{P_v}$
$R(\vec{U})$	Campo de velocidades	$\frac{\text{m}}{\text{s}}$	Ecuación 3 – 12
S	Superficie	m^2	$\int \int dx dy$
Sc	Número de Schmidt	1	$\frac{\nu}{D}$
Sh	Número de Sherwood	1	$\frac{\beta L}{D}$
T	Temperatura	K	DF
TR	Transmisividad	1	Sección 4.2

Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
t	Tiempo	s	DF
\vec{U}	Velocidad	$\frac{m}{s}$	$(\frac{dx}{dt}, \frac{dy}{dt}, \frac{dz}{dt})$
u	Componente en el eje x de la velocidad	$\frac{m}{s}$	$\frac{dx}{dt}$
V	Volumen	m^3	$\int \int \int dx dy dz$
v	Componente en el eje y de la velocidad	$\frac{m}{s}$	$\frac{dy}{dt}$
W	Ancho del túnel	1	Tabla 7-1
w	Humedad absoluta	$\frac{kg_v}{kg_a}$	$\frac{m_a}{m_v}$
X_m	Coficiente	1	Tabla 2-1
x	Coordenada cartesiana	1	DF
Y	Fracción másica del vapor	1	$\frac{m_v}{m_a+m_v}$
y	Coordenada cartesiana	1	DF
Z	Fracción molar del agua	1	$\frac{pv}{RT}$
z	Coordenada cartesiana	1	DF

Símbolos con letras griegas

Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
α	Coficiente convectivo de transferencia de calor	$\frac{W}{m^2K}$	$\frac{Nu\lambda}{L}$
β	Coficiente convectivo de transferencia de masa	$\frac{m}{s}$	$\frac{ShD}{L}$
Γ	Coficiente difusivo general	1	Tabla 3-14
γ	Coficiente de expansión volumétrica	$\frac{1}{K}$	$\frac{1}{V_o} \frac{dV}{dT}$
Δ	Incremento	1	$d\phi$
δ	Distancia	1	$ \phi_1 - \phi_2 $
ε	Emisividad	1	Sección 4.2
θ	Ángulo de inclinación de la cubierta	1	Sección 4.1
λ	Conductividad térmica (del aire húmedo)	$\frac{W}{m.K}$	$\frac{\dot{q}}{ \nabla T }$
μ	Viscosidad dinámica (del aire húmedo)	$\frac{kg}{m.s}$	$-\frac{F}{S} \frac{dy}{dv}$
ν	Viscosidad cinemática (del aire húmedo)	$\frac{m^2}{s}$	$\frac{\mu}{\rho}$

Símbolo	Término	Unidad SI	Definición
ξ	Término fuente general	1	Tabla 3-14
Π	Operador de proyección	1	Sección 3.4
ρ	Densidad (del aire húmedo)	$\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$	$\frac{\text{m}}{\text{V}}$
σ	Error numérico	1	
τ	Tension cortante	Pa	$\frac{F}{S}$
Υ	Flujo total en la superficie	1	Anexo <i>B</i>
ϕ	Propiedad general	1	Tabla 3-14
χ^2	Regresión lineal	1	Sección 5.2

Subíndices

Subíndice	Término
<i>a</i>	Aire seco
<i>al</i>	Aislante
<i>amb</i>	Ambiente
<i>anterior</i>	Valor en la anterior iteración
<i>C</i>	Cielo
<i>calculada</i>	Valor calculado en la iteración
<i>col</i>	Zona del colector
<i>E</i>	Nodo este
<i>e</i>	Superficie este
<i>eq</i>	Equilibrio
<i>i</i>	Posición del nodo
<i>i, jp</i>	Placa absorbente o producto
<i>i, m</i>	Cubierta
<i>i, 1</i>	Aislante
<i>N</i>	Nodo norte
<i>n</i>	Superficie norte
<i>nue</i>	Valor en la siguiente iteración
<i>o</i>	Valor inicial

Subíndice Término

P	Nodo del volumen
pl	Placa absorbente
pr	Producto
S	Nodo sur
s	Sólido
s	Superficie sur
sec	Zona de secado
sw	Saturación del agua líquida
sv	Saturación de vapor de agua
v	Vapor de agua
ven	Ventiladores
W	Nodo oeste
w	Agua líquida
w	Superficie oeste
∞	Capa límite

Superíndices

Superíndice Término

n	Instante de tiempo
p	Predictora
sol	Solar

Abreviaturas

Abreviatura Término

CDS	Central difference scheme
CFD	Computational fluid dynamics
d.b.	Dry basis
DF	Dimensión fundamental

Abreviatura	Término
EDS	Exponential difference scheme
FSM	Fractional step method
HDS	Hybrid difference scheme
PLDS	Power law difference scheme
SIMLPLE	Semi implicit method for pressure linked equations
TDMA	Tridiagonal matrix algorithm
UDS	Upwind difference scheme
w.b.	Wet basis

Lista de Tablas

2-1. Modelos de equilibrio de productos agrícolas.	6
2-2. Modelos semi-empíricos de cinética de secado de capa fina de productos agrícolas.	7
2-3. Definición de la fuerza motriz.	8
3-1. Hipótesis simplificatorias del aire interior en el modelo tramo a tramo.	20
3-2. Hipótesis simplificatorias de la placa absorbente, el aislante y la cubierta en el modelo tramo a tramo.	21
3-3. Hipótesis simplificatorias del producto en el modelo tramo a tramo.	21
3-4. Condiciones iniciales y de contorno del aire interior en el modelo tramo a tramo.	22
3-5. Condiciones iniciales y de contorno de los sólidos en el modelo tramo a tramo.	23
3-6. Condiciones iniciales y de contorno del producto en el modelo tramo a tramo.	24
3-7. Hipótesis simplificatorias del aire en el modelo multidimensional.	25
3-8. Hipótesis simplificatorias de la placa absorbente, el aislante y la cubierta en el modelo multidimensional.	26
3-9. Hipótesis simplificatorias del producto en el modelo multidimensional.	26
3-10. Condiciones iniciales y de contorno del aire interior en el modelo multidimensional.	27
3-11. Condiciones iniciales y de contorno de los sólidos en el modelo multidimensional.	30
3-12. Condiciones iniciales y de contorno del producto en el modelo multidimensional.	31
3-13. Términos de la ecuación general de convección - difusión.	32
3-14. Variables de la ecuación general de convección - difusión.	32
4-1. Coeficientes para el caso de placa calentada vertical [49].	37
4-2. Coeficientes para el caso de placa calentada horizontal [49].	38
4-3. Coeficientes para la relación de fricción [49].	38
4-4. Propiedades físicas de fluidos [47].	39
4-5. Propiedades físicas de los sólidos.	41
5-1. Valores de los parámetros del modelo de isoterma de sorción de Toronjil [11].	42
5-2. Valores de los parámetros del modelo de cinética de secado de capa fina de Toronjil [11].	44
6-1. Valores de los factores de vista del modelo tramo a tramo.	57
6-2. Cambios en la discretización de la ecuación de la energía para el producto. .	67
6-3. Discretización de la ecuación de la energía para configuraciones especiales de volúmenes.	68

6-5. Discretización de la ecuación de la humedad para configuraciones especiales de volúmenes.	70
6-7. Temperatura balanceadas en las superficies con las radiosidades infrarrojas. .	87
6-8. Flujo de calor en las superficies interiores debido a las radiosidades.	89
6-9. Factores de vista entre superficies.	90
7-1. Dimensiones del secador solar Hohenheim.	92
C-1. Condiciones de frontera del problema de Smith-Hutton.	115
C-2. Resultados numéricos de referencia del problema de Smith-Hutton.	116
D-1. Resultados referenciados del problema Driven Cavity para distintos números de Reynolds.	118

Lista de Figuras

2-1. Clasificación de los secadores solares.	9
2-2. Secador Solar Hohenheim.	10
2-3. Modelación matemática de un fenómenos físico.	11
2-4. Clasificación de los métodos de solución implementados en el presente trabajo.	13
3-1. Sistema compuesto por el secador solar y el ambiente exterior.	17
3-2. Planteamiento de los modelos matemáticos.	18
3-3. Abstracción de los modelos planteados.	19
3-4. Planteamiento tramo a tramo.	20
3-5. Planteamiento multidimensional.	25
3-6. Radiosidades solares e infrarrojas.	35
4-1. Presión de saturación de vapor.	40
5-1. Isoterma de sorción.	43
5-2. Cinética de secado.	44
6-1. Discretización tramo a tramo.	47
6-2. Volumen discretizado del aire interior.	47
6-3. Vista transversal del túnel de secado para el modelo tramo a tramo.	48
6-4. Diagrama de entalpía del agua.	50
6-5. Discretización cubierta plástica.	52
6-6. Discretización unidimensional para la ecuación de la energía de la placa absorbente y el aislante.	53
6-7. Discretización unidimensional del producto y el aislante.	55
6-8. Algoritmo de solución del modelo tramo a tramo.	60
6-9. Diagrama de entradas y salidas del código.	61
6-10. Discretización espacial para los valores escalares.	64
6-11. Detalle de un nodo de discretización.	65
6-12. Balance de masa en la interfase del producto.	69
6-13. Malla desplazada.	72
6-14. Factores de vista en el modelo multidimensional.	79
6-15. Algoritmo de solución del modelo multidimensional.	82
6-16. Resultados para una relación $\frac{\rho}{F} = 10^6$	84
6-17. Comparativo de los resultados encontrados y los resultados referenciados de temperatura.	85

6-18. Resultados del campo de velocidad y presión para un $Re = 1000$ y una malla de 50×50 volúmenes.	86
6-19. Comparativo de los resultados de la componente u de la velocidad.	86
6-20. Comparativo de los resultados de la componente v de la velocidad.	87
6-21. Comparativo de los resultados de la componente u de la velocidad para distintas mallas y un $Re = 1000$	88
7-1. Posición de los sensores y dispositivos de medición experimental.	91
7-2. Condiciones ambientales.	93
7-3. Comparativo de la humedad del producto experimental y del modelo tramo a tramo.	94
7-4. Humedad superficial del producto mediante el modelo multidimensional.	95
7-5. Comparativo de la temperatura del aire experimental y de la aproximación por analogía.	96
7-6. Comparativo de la temperatura del aire experimental y de la aproximación por relación semi-empírica.	96
7-7. Comparativo de la temperatura del aire a lo largo del secador a las 17:00h experimental y del modelo tramo a tramo.	97
7-8. Comparativo de la humedad relativa del aire experimental y de la aproximación por analogía.	99
7-9. Comparativo de la humedad relativa del aire experimental y de la aproximación por relación semi-empírica.	99
7-10. Velocidad del aire interior del modelo multidimensional en distintos instantes.	101
7-11. Detalle de la velocidad del aire interior del modelo multidimensional.	102
7-12. Magnitud de la velocidad del aire interior del modelo multidimensional en un corte transversal en $x = 13, 2m$	102
7-13. Magnitud de la velocidad del aire interior del modelo multidimensional en un corte longitudinal a $0,01m$ de la superficie del producto.	103
7-14. Magnitud de la velocidad del aire interior del modelo multidimensional en un corte longitudinal en la mitad de la altura del túnel.	103
7-15. Presión del aire interior del modelo multidimensional en distintos instantes.	104
7-16. Humedad del aire interior del modelo multidimensional en un corte longitudinal sobre la superficie del producto.	105
7-17. Humedad del aire interior del modelo multidimensional en un corte transversal a $x = 13, 2m$	106
7-18. Temperatura del aire interior del modelo multidimensional en un corte transversal a $x = 13, 2m$	106
C-1. Problema de Smith-Hutton.	115
D-1. Problema Driven Cavity.	117

1. Introducción

En la actualidad, del 10 al 40 % de los productos cosechados nunca llegan al consumidor. Este comportamiento se presenta principalmente en los países en vías de desarrollo debido a la descomposición y la contaminación del producto [14]. Existe una diversa gama de tecnologías poscosecha aplicadas a la preservación de los alimentos perecederos. Sin embargo, siendo uno de los métodos más antiguos, el método de secado es uno de los más prácticos extendiendo la vida útil del producto y garantizando las propiedades físicas, químicas y nutricionales de los alimentos [5].

El secado es un proceso de alto costo, el cual representa entre el 35 y 40 % del costo total de producción. Entre los procesos de secado que se aplican en la actualidad se encuentran los métodos industriales de secado, el secado solar y la combinación de ambos como una manera de reducir el consumo de energía y mejorar la calidad del producto [39]. Como los secadores industriales no están al alcance de la mayoría de los pequeños agricultores, el empleo de energías alternativas renovables, de bajo costo y no contaminantes, incrementa la viabilidad económica del proceso al reducir sus costos de aplicación [12, 37, 46].

Los secadores solares son una alternativa para el secado en los países en desarrollo, donde el secado al aire libre es el método de conservación más utilizado por los pequeños agricultores [37]. Teniendo en cuenta que un alto porcentaje de estos agricultores no tienen acceso a la red eléctrica, y el uso de energías mediante combustibles fósiles no ha sido factible debido a los costos, una alternativa eficaz de secado de sus productos es el uso de energías renovables. Varios tipos de secadores solares de pequeña escala se han desarrollado y evaluado teniendo en cuenta su implementación en las regiones tropicales y subtropicales [14]. Existen factores económicos, sociales, medioambientales y culturales que son relevantes dentro del diseño de las tecnologías de secado. Para los productores agrícolas de pequeña escala solamente son significativas las actividades e inversiones que aumentan considerablemente sus ingresos, bien sea reduciendo directamente los costos o aumentando la productividad. Por lo tanto, a menos que los sistemas de secado solar ofrezcan beneficios excepcionalmente atractivos en comparación con el secado al aire libre u otros sistemas de secado, no será posible en la práctica mejorar su aceptación [37]. Partiendo de esta situación, es necesario realizar un gran esfuerzo por conocer y mejorar el proceso actual de secado solar de productos agrícolas, y así, reducir las pérdidas poscosecha, aumentar la calidad de los productos, incrementar la eficiencia del proceso y lograr una mayor aceptación por parte de los agricultores [39].

Se han planteado diversos modelos matemáticos descriptivos del proceso de secado de productos agrícolas en secadores solares como una forma de mejorar su operación. Sin embar-

go, estos no se aproximan al comportamiento real del secador solar porque simplifican los fenómenos gobernantes del proceso y no tienen en cuenta variables determinantes para un análisis más preciso. El presente trabajo tiene por objeto formular una modelación matemática versátil, capaz de analizar la transferencia simultánea de movimiento, calor y masa que ocurre en un secador solar de convección forzada. Esta modelación describe las ecuaciones gobernantes del proceso de secado de plantas aromáticas y medicinales, y luego las resuelve numéricamente. El trabajo puede ser usado para estudiar la evolución temporal y espacial de algunas variables características del proceso, más precisamente: el contenido de humedad y la temperatura del producto y del aire de secado, expresados en función de las condiciones de operación. La modelación matemática del secador hace parte del proyecto de optimización del secado de plantas aromáticas realizado por el Grupo de Investigación en Biomasa y Optimización Térmica de Procesos- BIOT que incluye la construcción y evaluación experimental del secador solar de plantas aromáticas en condiciones locales. El modelo propuesto minimiza los costosos ensayos a escala piloto del secador e indica las características finales de los productos secos [12].

La estructura de este documento contiene una descripción inicial del fenómeno, una modelación matemática donde se plantea la aproximación en la descripción del problema y una posterior solución mediante métodos numéricos de la modelación realizada. En los primeros capítulos se muestra la teoría de secado de plantas aromáticas y se plantea el objeto de la modelación matemática del secador solar. La modelación matemática incluye: las ecuaciones gobernantes de los elementos constitutivos, las correlaciones y coeficientes empíricos usados en complemento con las ecuaciones gobernantes y las propiedades termofísicas de los fluidos y sólidos participantes. También se formula el modelo de cinética de secado e isoterma de sorción usado en la descripción del secado de las plantas medicinales (específicamente de la *Melissa officinalis*). Posteriormente, en la metodología de la solución numérica se demuestra la discretización de las ecuaciones gobernantes planteadas y se describen los métodos numéricos adecuados para resolver el sistema de ecuaciones algebraicas. Además, se realiza un trabajo de verificación de los tratamientos numéricos implementados en la solución de las ecuaciones gobernantes. En el apartado de resultados se presentan los valores en el tiempo y en el espacio de cada una de las variables resueltas. En una primera parte se validan los resultados de cada uno de los modelos contrastándolos con resultados experimentales de secado. En una segunda parte se muestran y comparan las diferentes respuestas del secador logradas mediante los modelos. Finalmente, en el capítulo de conclusiones se evalúa la efectividad del planteamiento, se contrasta el alcance del proyecto en respuesta a los objetivos propuestos y se describen las perspectivas futuras de trabajo.

2. Planteamiento del problema

2.1. Materia prima: plantas aromáticas

Las plantas aromáticas son aquellas plantas cuyos principios activos están constituidos por esencias. Historicamente se han usado por sus efectos medicinales y estimulantes. Un subgrupo de las plantas aromáticas son las plantas condimentarias o especias, las cuales se utilizan con los alimentos y las bebidas para propiciar ciertos aromas, colores y sabores debido a sus características organolépticas. Las plantas aromáticas son usadas mayoritariamente en la industria alimenticia, principalmente en la preparación de infusiones, tisinas y aguas aromáticas [34]. En la industria farmacéutica, de perfumería y condimentaria, los aceites esenciales y las oleorresinas de las plantas son de vital importancia gracias a sus principios activos [5]. Estas industrias en conjunto demandan entre el 60 % y el 70 % de la producción mundial de plantas aromáticas [34].

Superando al mercado de los países orientales, que por tradición han consumido las hierbas y las especias como productos de primera necesidad, el principal mercado internacional para las plantas aromáticas lo constituye la Unión Europea, Estados Unidos y Canadá [30, 34]. Aquel mercado exige el cumplimiento de los estándares de calidad, especialmente respecto a limpieza y a los niveles admitidos de pesticidas y herbicidas. Adicionalmente, la sociedad actual presenta un alto interés por consumir productos orgánicos y naturales en respuesta a la tendencia general de la industria de sustituirlos por productos sintéticos más económicos [30, 34].

En Colombia existe una gran diversidad de plantas aromáticas debido principalmente a su situación geográfica, que le permite gozar de una mayor luminosidad y abundancia de agua durante todo el año. Así mismo, a su orografía accidentada con suelos y microclimas variables¹. De acuerdo con el Ministerio de Agricultura de Colombia, el área cosechada con plantas aromáticas se incrementó a una tasa porcentual anual promedio del 20 % durante el periodo 1990 - 2000 [30]. La producción total de hierbas aromáticas en el país creció en el mismo período de análisis a una tasa anual promedio de 8.3 % [30]. Aún así, la oferta colombiana de plantas aromáticas y medicinales se caracteriza por tener procesos agrícolas rústicos y ancestrales, donde la organización de los agricultores se basa en una empresa familiar de productos frescos y no sofisticadamente elaborados.

¹Son cerca de 120 plantas con potencial productivo, sin embargo, las que principalmente se cultivan en el país son, en orden de importancia; la manzanilla, el limoncillo, la albahaca, la yerbabuena y el cilantro. Otras aromáticas y especias de uso reconocido son el toronjil, el laurel, el eneldo, el cidrón, el cardamomo, el tomillo, la caléndula, la menta, la mejorana, el perejil, el romero y el orégano [30, 34].

Para la realización del presente trabajo se seleccionan las hojas de la *Melissa Officinalis*, comúnmente conocida como Toronjil, como la planta aromática a estudiar en su comportamiento de secado. El Toronjil es una planta con aroma alimonado que puede llegar a alcanzar un metro de altura en sus ramificaciones, cuyos aceites esenciales y oleorresinas tienen propiedades aromáticas y medicinales. La cadena de producción del Toronjil seco, de vital importancia en la industria alimentaria y farmacéutica, incluye entre otros pasos el secado de la planta.

2.2. Secado de plantas aromáticas

El secado de los productos agrícolas se utiliza como medio de preservación de las propiedades del producto. Específicamente en el secado de plantas aromáticas existen diferentes procesos de secado, que van desde el secado a sol abierto hasta el secado industrial. Mayoritariamente se realiza mediante un secador térmico que utiliza una corriente convectiva de aire caliente para inducir el proceso de remoción del agua en el producto. Pero también existen otros métodos de secado tales como, la liofilización, la deshidratación osmótica, el centrifugado y el secado por microondas [39, 37]. Dentro del secado térmico existen secadores industriales y secadores solares. Los secadores industriales requieren un consumo energético mucho mayor que los secadores solares al obtener la energía de diversas fuentes tales como los combustibles o mediante el consumo de energía eléctrica.

Como las plantas aromáticas son usadas directamente por el consumidor, es esencial el cumplimiento de ciertas características de calidad que pueden afectarse durante el proceso de secado [14]. Los parámetros de calidad de las plantas aromáticas se pueden clasificar en cuatro grupos principales: i) físicos, ii) químicos, iii) microbianos y iv) nutricionales [39]. Los parámetros físicos tales como la estructura, la dureza, la porosidad, la densidad y las grietas afectan drásticamente la textura y la imagen del producto. Por otra parte, la forma del producto, el apelmazamiento, la viscosidad, las propiedades de rehidratación y la actividad de agua influyen en el proceso de secado. Los principales parámetros de calidad química son: la concentración de aceites esenciales, el sabor, el olor o aroma y la cantidad de conservantes. Los productos secos se consideran seguros en lo que respecta a la calidad biológica y microbiana cuando no se presentan plagas, insectos y otros contaminantes como hongos. Y en cuanto a la calidad nutricional, deben cumplir con criterios mínimos de cantidad y retención de nutrientes.

La principal razón de las pérdidas por producto no conforme es la baja calidad del producto. Las características de calidad del producto seco son afectadas, por una parte, por la composición y estado inicial del producto, y por otra parte, por la incorrecta aplicación del proceso de secado debida al uso de parámetros inadecuados [14]. Unos inadecuados parámetros de

secado incurren además en un alto consumo energético que representa elevados costos de operación. Los parámetros del proceso de secado más influyentes son: las características del aire de secado como la temperatura, la humedad y la rata de flujo y las variables dimensionales del secador como su longitud, altura, ancho o diámetro, área de las bandejas y la configuración del producto dentro del secador [37]. Los aceites esenciales que contienen las propiedades características de las plantas medicinales y aromáticas pueden cambiar debido a la pérdida de compuestos orgánicos volátiles dentro del vapor de agua liberado. Esto es común que suceda en el secado por aire caliente, por lo tanto se usa una temperatura de secado denominada temperatura máxima admisible del aire de secado, la cual no puede ser sobrepasada para no afectar irreversiblemente las propiedades del producto [5, 39, 12].

La operación de secado es un proceso que implica transferencia de masa entre un gas y un sólido, donde la humedad contenida en el sólido se transfiere por evaporación hacia la fase gaseosa [36]. Diferentes métodos físicos, matemáticos y numéricos se han propuesto para describir el cambio en el contenido de humedad del producto en las aplicaciones de secadores térmicos. El objeto de describir el proceso de secado mediante modelos matemáticos es predecir las condiciones del producto y los requerimientos del proceso. En la mayoría de los casos la descripción se basa en el planteamiento del estado higroscópico del producto en relación con el aire de secado. Esta relación termodinámica se describe mediante la relación de isoterma de sorción.

2.2.1. Isoterma de sorción

El contenido de humedad de equilibrio de un producto higroscópico M_{eq} , se refiere al contenido de humedad del producto después de haber sido expuesto a un ambiente particular por un período indefinidamente largo de tiempo. Para el caso de la humedad de equilibrio la presión de vapor ejercida por la humedad dentro del producto es igual a la presión de vapor del aire circundante. Esto implica que la tasa de desorción de la humedad del producto a su entorno inmediato es igual a su tasa de absorción de la humedad del ambiente. Cuando se alcanza el equilibrio higroscópico la actividad del agua en el producto se vuelve idéntica a la humedad relativa de equilibrio.

El contenido de humedad de equilibrio se determina experimentalmente controlando las condiciones de humedad y temperatura del aire en contacto con el producto. Cuando se fija una temperatura del aire circundante y se obtienen los valores de humedad de equilibrio para diferentes humedades relativas se encuentra la curva de sorción. Se han desarrollado más de 200 modelos teóricos, semi-teóricos y empíricos que describen la relación encontrada experimentalmente según los parámetros establecidos. Sin embargo, ninguna de estas ecuaciones puede describir matemáticamente el proceso de absorción para todos los valores de humedad

Tabla 2-1.: Modelos de equilibrio de productos agrícolas.

Nombre del Modelo	Modelo
Oswin	$M_{eq} = A \left(\frac{a_w}{1-a_w} \right)^B$
Halsey	$M_{eq} = X_m \left(\frac{-A}{\log_{10}(a_w)} \right)^{\frac{1}{n}}$
Brunauer Emmet Tetler (BET lineal)	$M_{eq} = \frac{a_w X_m C}{(1-a_w)(1+(C-1)a_w)}$
Langmuir	$M_{eq} = \frac{X_m C a_w}{1+C a_w}$
Guggenheim Anderson de-Boer (GAB)	$M_{eq} = \frac{a_w X_m C K}{(1-K a_w)(1-K a_w + C K a_w)}$

relativa del aire [43]. Algunos de estos modelos se presentan en la Tabla **2-1** [11].

2.2.2. Modelos matemáticos de cinética de secado

Dentro de los modelos matemáticos usados en la formulación del fenómeno de secado en el producto se destacan los modelos de cinética de secado que se basan en relaciones semi-empíricas de capa fina. Estos modelos realizan una simplificación de las ecuaciones gobernantes del proceso. También se aplican modelos de cinética de secado que emplean la analogía con la transferencia de calor para describir el proceso. Un análisis exhaustivo de los complejos fenómenos de transporte a menudo es demasiado engorroso, aplicándose principalmente estos métodos [3].

Modelos de relación semi-empírica de secado de capa fina

Los modelos matemáticos semi-empíricos que describen el secado de capa fina parten de la solución de la ecuación de enfriamiento de Newton aplicada en la transferencia de masa. Esta ecuación se basa en el supuesto de que la disminución de la humedad es proporcional a la diferencia instantánea entre el contenido de humedad del material (asumido uniforme en toda la cantidad de producto) y el contenido de humedad en equilibrio con el aire de secado evaluado mediante la isoterma de sorción del producto.

$$\frac{\partial M}{\partial t} = -k(M - M_{eq}) \quad (2-1)$$

La constante de proporcionalidad k , conocida como la constante de secado, es una función del contenido de humedad del material, el tipo de producto y las condiciones del aire, es decir, su humedad, temperatura y velocidad. Al integrar la Ec. 2-1 entre el contenido de humedad en un instante inicial M_o y el contenido de humedad M en un instante t cualquiera

Tabla 2-2.: Modelos semi-empíricos de cinética de secado de capa fina de productos agrícolas.

Nombre del Modelo	Modelo
Lewis (Newton)	$MR = \exp(-kt)$
Page	$MR = \exp(-kt^n)$
Henderson and Pabis	$MR = A \exp(-kt)$
Wang and Singh	$MR = 1 + At + Bt^2$
Diffusion approach	$MR = A \exp(-kt) + (1 - A) \exp(-kBt)$

se obtiene la expresión del ratio de secado MR :

$$MR = \frac{M - M_{eq}}{M_o - M_{eq}} = \exp(-kt) \quad (2-2)$$

Los supuestos anteriores permiten, por tanto, considerar una sola ecuación para representar la cinética de secado y para describir los fenómenos de transporte involucrados en el proceso de secado. Los modelos de capa fina de secado de productos agrícolas descritos en la Tabla 2-2, fueron encontrados mediante la experimentación y tienen una forma relativamente simple con un número limitado de parámetros [43]. Uno de los inconvenientes al usar la cinética de secado por capa fina es por tanto la selección del modelo más adecuado para representar el proceso de secado de la planta aromática [1, 23].

Modelo de secado mediante la analogía con la transferencia de calor (Chilton-Colburn)

Los fenómenos de transporte, en los cuales se incluyen la transferencia de calor y la transferencia de masa, se pueden generalizar por medio de la ecuación de convección - difusión. Esto significa que el comportamiento de ambos fenómenos se describe matemáticamente de forma similar. Trabajos realizados para solucionar los problemas de la transferencia de calor se pueden emplear en la solución de la transferencia de masa teniendo en cuenta las debidas consideraciones particulares de cada fenómeno. A esta aproximación se le denomina analogía de Chilton-Colburn, y se puede emplear para solucionar la transferencia de masa entre el producto y el aire de secado modelando el flujo de humedad como una condición de contorno convectiva en la superficie del producto S .

$$\rho_{pr} \frac{\partial M}{\partial t} V_{pr} = \beta(\phi - \phi_{\infty})S \quad (2-3)$$

Al modelar de esta forma la transferencia de masa se debe establecer el coeficiente convectivo de transferencia de masa β , necesario para evaluar la cantidad de humedad que se transfiere del material al aire. Esto se realiza por medio de números adimensionales y relaciones

Tabla 2-3.: Definición de la fuerza motriz.

Definición de la fuerza motriz	Modelo
Densidad de vapor	$\beta(\rho_v - \rho_{v,\infty}) = -\frac{d\rho_v}{dn} _{n=0}$
Fracción másica	$\beta\rho(Y - Y_\infty) = -\rho\frac{dY}{dn} _{n=0}$
Presión de vapor	$\frac{\beta}{R_v T}(P_v - P_{v,\infty}) = -\frac{1}{R_v T}\frac{dP_v}{dn} _{n=0}$
Fracción molar	$\frac{\beta P}{R_v T}(Z - Z_\infty) = -\frac{P}{R_v T}\rho\frac{dZ}{dn} _{n=0}$

empíricas validadas previamente en la transferencia de calor por convección. En la literatura se usan diferentes formas de definir la condición convectiva de la superficie. Estos difieren principalmente en la definición de la fuerza motriz de este fenómeno ($\phi - \phi_\infty$). Dependiendo del autor y de la disciplina distintas opciones se han empleado, algunas de las cuales se muestran en la Tabla 2-3 [44].

2.3. Secadores solares

Debido al elevado consumo energético requerido en la evaporación del agua líquida dentro del producto, se plantea el secado térmico solar como una alternativa renovable, no contaminante y económica. El secado tradicional al aire libre es un tipo de secado térmico solar que se realiza dispersando los productos agrícolas en una capa delgada sobre el suelo de un campo abierto y exponiéndolos directamente al sol [14, 46]. En el secado solar tradicional al aire libre pueden ocurrir pérdidas que representan entre el 30 y el 40 % de la producción. Estas pérdidas ocurren principalmente debido a que las condiciones del secado son variables y no existe un control directo sobre las mismas. La susceptibilidad a la reabsorción de humedad causa no uniformidad e insuficiencia de secado y conduce a un deterioro del producto durante el almacenamiento, sobre todo en las regiones húmedas tropicales [14, 46]. También es probable la contaminación con materiales extraños y la infestación de roedores, aves, insectos y microorganismos que se alimentan del producto [14, 37, 15]. El método tradicional de secado al aire libre está asociado por tanto a grandes inconvenientes, los productos secados mediante este método en general incumplen con los estándares internacionales de calidad y su comercialización es restringida [14].

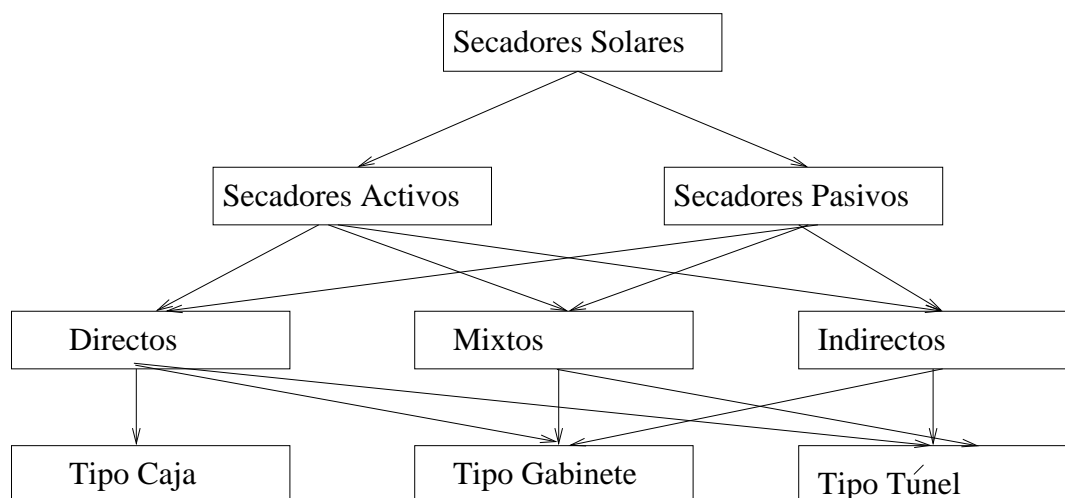


Figura 2-1.: Clasificación de los secadores solares.

Para superar los problemas existentes con el secado solar al aire libre, se puede realizar el proceso de secado térmico solar al interior de una construcción simple (cámara de secado) de un Secador Solar (ver Figura 2-1) [14]. Los secadores solares pueden ser directos, indirectos o mixtos. En los secadores directos el producto se encuentra en exposición directa a la radiación solar, lo cual puede ser problemático al no poder controlar las condiciones de radiación e incurrir en una sobreexposición o insuficiencia en el secado. La capacidad de secado de los secadores solares directos se puede aumentar mediante la conexión de un colector solar a la sección de secado, este colector solar calienta el aire de secado de una forma más eficiente. Los secadores solares en los cuales el producto se encuentra expuesto a la radiación y también conectado a un colector solar se denominan secadores de tipo mixto. En contraste, los secadores indirectos protegen la sección de secado de la radiación solar directa, pero poseen un colector solar que aumenta la temperatura del aire de secado.

Los secadores solares también pueden ser pasivos o activos. Los pasivos se caracterizan por realizar el proceso de secado mediante la convección natural del aire. Esta configuración puede presentar problemas durante la noche y el tiempo nublado, ya que al detenerse por completo la circulación del aire, se puede provocar el deterioro del producto [14]. Los secadores activos impulsan el aire de secado a través del colector y del secador mediante un ventilador que permite realizar el proceso de secado por medio de la convección forzada del aire sobre el producto, esto posibilita una reducción del tiempo de secado de hasta un 50% y mejora significativamente la calidad del producto al suministrar el flujo de aire adecuado con una temperatura mayor.

Secador solar de túnel tipo Hohenheim

Una reciente tecnología en la aplicación del secado solar en productos vegetales es el Secador Solar de Túnel tipo Hohenheim. Este secador es un secador solar mixto y de convección forzada en forma de túnel que consta de un colector solar de placa plana y de una zona de secado del producto expuesta a la radiación solar. Muhlbauer y sus colaboradores [33] desarrollaron este secador solar en la Universidad de Hohenheim, en Stuttgart, Alemania. En la Figura 2-2 se presenta esquemáticamente el secador solar de túnel Hohenheim, el cual se divide en la sección inicial que calienta el aire mediante un colector solar de placa plana y en la sección de secado del producto.

El túnel se encuentra protegido y aislado del exterior mediante una cubierta plástica de polietileno transparente en el colector y negro en la zona de secado. Esto permite la entrada controlada de la radiación solar pero mantiene las condiciones del aire interior diferentes a las del exterior. En la entrada del túnel se encuentran unos ventiladores potenciados por módulos fotovoltaicos que encargan de forzar el aire a través de toda la longitud del túnel, el cual se calienta al pasar por el colector solar y suministra la energía necesaria en el secado del producto. Posteriormente el aire sale hacia el ambiente exterior al final del túnel. La placa absorbente del colector es de acero galvanizado con un tratamiento superficial de emisividad selectiva, lo cual le permite una alta absorptividad en el espectro solar de radiación térmica y una emisividad infrarroja baja que evita las pérdidas de radiación infrarroja con el ambiente exterior. El producto se encuentra distribuido sobre un soporte en un colchón de espesor conocido.

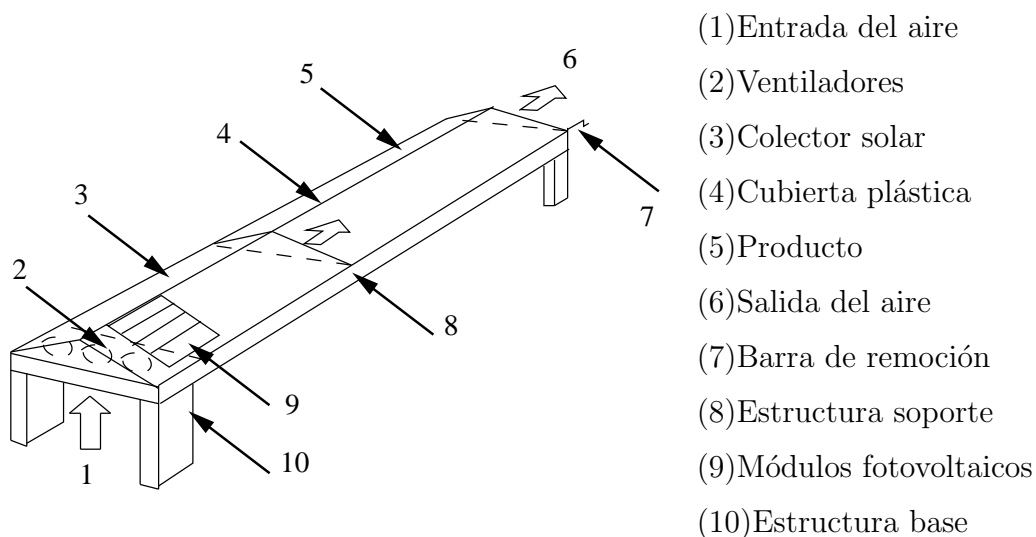


Figura 2-2.: Secador Solar Hohenheim.

Aparte del ahorro energético, este tipo de secador tiene dentro de sus ventajas el bajo costo

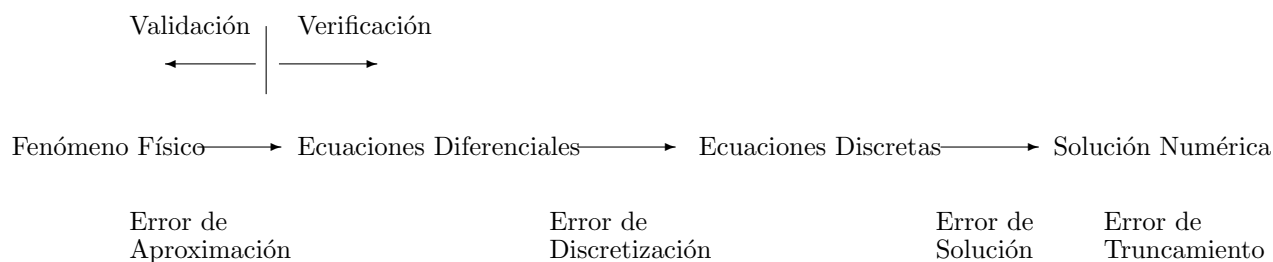


Figura 2-3.: Modelación matemática de un fenómenos físico.

de inversión en construcción, instalación, operación y mantenimiento. Debido a su diseño simple puede reproducirse fácilmente en países en desarrollo [15]. También se obtiene una alta calidad en los productos finales en términos de color, textura y sabor, y permite controlar la contaminación del producto que se presenta en el secado tradicional al aire libre [14]. Entre las desventajas están; la necesidad de una extensa área para su implementación y la falta de control sobre los parámetros de secado. Es por lo tanto necesario un estudio descriptivo del secador que permita mejorarlo.

2.4. Modelamiento matemático

El análisis del secador solar tipo Hohenheim puede ser abordado de dos formas; por medio de una descripción experimental o por medio de una descripción matemática. La descripción experimental conlleva un proceso de recolección de datos que muchas veces resulta costoso y dispendioso. Por otra parte, el modelamiento matemático permite la representación en el espacio y el tiempo de los fenómenos físicos que ocurren al interior del secador, posibilitando el estudio del proceso de secado y mejorando el diseño y la operación del equipo de una forma práctica [14, 39]. Se le denomina modelación matemática a la acción de describir la realidad física mediante ecuaciones diferenciales gobernantes continuas, acopladas con las condiciones iniciales y de contorno específicas del problema. En la Figura 2-3 se describen las distintas etapas componentes del proceso de modelación matemática. Esta modelación se realiza a partir de hipótesis simplificadoras de los fenómenos reales, incurriendo en distintos errores durante el procedimiento. Los modelos matemáticos del secador solar están divididos en dos grupos principales; por una parte están los modelos empíricos encontrados a partir de la experimentación en condiciones específicas de operación. Por otra parte se encuentran los modelos que involucran la aplicación de las ecuaciones diferenciales de transferencia de calor y masa [40]. En ambos casos se obtiene un sistema simultáneo de ecuaciones diferenciales no lineales cuya solución encuentra el estado del secador y del producto.

La solución de los sistemas de ecuaciones diferenciales gobernantes puede abordarse con métodos analíticos; de análisis numérico y de análisis gráfico. Cuando los sistemas planteados no pueden ser resueltos mediante técnicas de análisis exactas por efecto de no linealidades, múltiples dimensiones, geometrías y condiciones de frontera complejas, como sucede en el caso del secador solar, los métodos numéricos son útiles en resolverlos mediante cálculos numéricos sucesivos. Estos métodos describen el dominio continuo mediante valores discretos, despreciando cierta cantidad de valores e incurriendo en un error llamado error de discretización. La discretización del dominio se describe mediante mallas en coordenadas; cartesianas, cilíndricas o esféricas, o mediante una transformación al espacio de Fourier. Al proceso de obtención de las ecuaciones discretas aplicadas al mallado a partir de las ecuaciones continuas se le denomina discretización de las ecuaciones.

El método de diferencias finitas discretiza los términos diferenciales de las ecuaciones gobernantes por medio de una aproximación de la expansión de Taylor. El método de elementos finitos aproxima la solución de la ecuación diferencial a combinaciones lineales de funciones componentes. Por su parte, el método de volúmenes finitos usa el teorema de la divergencia para transformar los cambios físicos en el volumen a términos conocidos en las superficies del volumen. Esta última formulación es plenamente conservativa al igualar los flujos entre las superficies de los volúmenes de control adyacentes en un ensamble de volúmenes de control. Este método es especialmente adecuado para la investigación en ámbitos caracterizados por geometrías irregulares, en presencia de condiciones de contorno complejas y de materiales heterogéneos. En este trabajo se emplea el método de volúmenes finitos para discretizar las ecuaciones gobernantes en el dominio espacial, sin embargo, en muchos otros casos es más complejo y costoso computacionalmente que el de diferencias finitas o elementos finitos. Al organizar matemáticamente las ecuaciones discretas resultantes se puede lograr una formulación general de la discretización, reduciendo el problema a resolver un sistema de ecuaciones algebraicas lineales (ver Figura 2-3).

2.4.1. Métodos de solución de sistemas simultáneos de ecuaciones

En la solución del sistema de ecuaciones algebraicas lineales se debe usar un método de solución dependiendo de las necesidades del problema y también de la capacidad de cálculo disponible; en ciertos casos es necesario combinar distintos métodos. Debido al tamaño de los sistemas de ecuaciones, los métodos de solución son realizados computacionalmente mediante la programación de un código. Debido a que los cálculos computacionales son procesos numéricos, se incurre en un error de truncamiento llamado error de solución (ver Figura 2-3). La Figura 2-4 muestra la clasificación de los métodos de solución empleados en el presente trabajo, los cuales se clasifican en secuenciales o paralelos. El cálculo secuencial se realiza mediante un único procesador del computador, en contraste, los métodos de solución

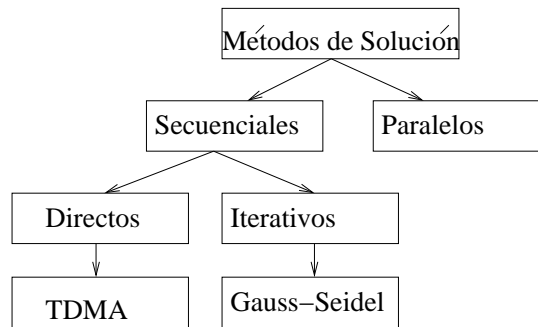


Figura 2-4.: Clasificación de los métodos de solución implementados en el presente trabajo.

en paralelo tiene la capacidad de ser calculados mediante más de un procesador. Los métodos de solución secuenciales se clasifican en directos o iterativos. Los directos encuentran la respuesta realizando un número fijo de operaciones aritméticas predeterminadas, contrario a los iterativos, en los cuales se realizan múltiples operaciones hasta cumplir un criterio de parada. Entre los métodos de solución directos más usados están: el método de descomposición LU y el solver Tri-Diagonal Matrix Algorithm (TDMA), el cual es la particularización del solver LU para matrices tridiagonales características de los problemas unidimensionales. Los métodos directos son adecuados cuando el número de ecuaciones es pequeño. En casos multidimensionales estos están sujetos a requerimientos de memoria de procesamiento para el almacenamiento de datos, por lo cual usar métodos de solución iterativos es usualmente más eficiente.

Los métodos de solución iterativos son un conjunto de operaciones conocidas que repetidas un cierto número de veces, llegan a obtener una solución aproximada. Estos métodos convergen cuando se cumple un criterio de convergencia que indica que se ha obtenido una solución lo suficientemente cercana a la solución real [22]. Estos métodos se caracterizan por un requerimiento reducido de memoria, y son especialmente útiles cuando el número de ecuaciones es grande. Dentro de los métodos iterativos el solver Gauss-Seidel es un método potente y extremadamente popular, al cual se le puede aplicar una relajación llamada Successive Over Relaxation y un apoyo en un TDMA para incrementar su rendimiento. Recientemente el método multigrad [9] ha incrementado el poder de cálculo de los métodos iterativos, este método realiza una transformación de las escalas de cálculo mediante el uso de mallas más grandes en las cuales las frecuencias de información son mucho más bajas, resolviendo esas escalas de forma rápida.

2.4.2. Solución del campo de flujo del aire interior

Para describir adecuadamente el comportamiento del secador solar es necesario resolver la velocidad y la presión del aire interior. Estas variables que describen el flujo del aire interior

juegan un papel principal en la correcta descripción matemática del proceso de secado. Los componentes de velocidad son gobernados por las ecuaciones de conservación de cantidad de movimiento lineal, las cuales son casos particulares de la ecuación general diferencial de convección-difusión. Para resolver estas variables la dificultad yace en encontrar los campos de velocidad y presión solamente con las ecuaciones de momentum. Las primeras soluciones comúnmente adoptadas en los métodos para resolver el flujo, obtuvieron una solución directa simultánea de la linealización de las ecuaciones de continuidad y momento. Esa solución requiere una gran capacidad de cálculo computacional en cada iteración, en tiempo y en memoria [35]. Cuando se aplica el método en las ecuaciones para problemas multidimensionales, que usualmente se encuentran acopladas con la ecuación de la energía, o con ecuaciones para distintos parámetros y concentraciones, resulta en una gran cantidad de trabajo desproporcionado.

Al seleccionar un procedimiento de cálculo secuencial de las ecuaciones en vez de uno simultáneo se elimina este problema. En la literatura se encuentran varios métodos secuenciales, tales como los basados en el algoritmo Semi Implicit Method for Pressure Linked Equations (SIMPLE) y los basados en los métodos fraccionados. El algoritmo SIMPLE resuelve el flujo mediante la suposición previa de un campo de presiones que solucionan las velocidades [35]. Al obtener el campo de velocidades se puede corregir las presiones supuestas y así nuevamente encontrar el campo de velocidades que satisface las ecuaciones. El algoritmo SIMPLE ha sido usado extensivamente y ha servido muy bien, sin embargo, el Fractional Step Method (FSM) tiene mejor desempeño a pesar de que hay controversia acerca de su exactitud temporal [9]. Este método se llama también método de proyección porque el sistema de ecuaciones dadas pueden ser interpretadas como una proyección a un espacio de velocidades sin divergencia. La formulación es explícita, el único sistema a ser resuelto es la ecuación de presión de Poisson, lo cual lo hace un método muy eficiente [9].

2.5. Estado del arte

En el presente apartado se presentan los desarrollos en las distintas áreas referentes a la modelación matemática del secado de plantas en un secador solar de túnel tipo Hohenheim. Se describen los trabajos relacionados con la modelación de la isoterma de sorción y de la cinética de secado por relaciones semi - empíricas del Toronjil. También se describen los recientes avances en la operación del secador solar tipo Hohenheim logrados mediante trabajos experimentales y modelación matemática unidimensional. Finalmente se mencionan los modelos bidimensionales de secado logrados en trabajos de dinámica de fluidos computacional (CFD).

En relación a la modelación de la isoterma de sorción de la *Melissa officinalis* distintos autores han encontrado las curvas de sorción de plantas aromáticas similares. Soysal et al. [42] ajustaron los parámetros de las ecuaciones de equilibrio de algunas plantas usando versiones

de las ecuaciones de Henderson, Oswin modificada y Halsey modificada. Luego, el mismo autor evaluó la capacidad de siete ecuaciones para ajustar los datos de siete plantas aromáticas [43]. Sólo recientemente Cuervo [11] llevó a cabo el ajuste de los datos de la isoterma de sorción de la *Melissa officinalis* en seis modelos previamente planteados, siendo el único y más reciente trabajo realizado en este campo para el Toronjil.

Los modelos de secado solar de plantas aromáticas los han investigado diferentes autores; Jain et al. [23] partieron evaluando el coeficiente de transferencia de calor en algunos productos agrícolas (chiles verdes, guisantes verdes, grano blanco, cebollas, papas y coliflor), desarrollando un modelo matemático capaz de predecir los parámetros de secado. Posteriormente los mismos autores [24] estudiaron más a fondo la dependencia de los coeficientes convectivos de transferencia de calor y masa con respecto al tiempo de secado solar de guisantes, pescado y coliflor. Recientemente, varios estudios sobre la modelación matemática de la cinética de secado de las hojas de menta, han sido llevados a cabo por varios investigadores como Doymaz [13] y Akpinar [1]. En estos estudios se examinaron las características de secado de las hojas de menta en el secado al aire libre y en secadores solares. Müller et al. [33] utilizaron específicamente un secador solar tipo túnel para evaluar el secado de la menta. Steeman et al. [44] evaluaron las distintas definiciones para el coeficiente convectivo de transferencia de masa mediante la investigación del comportamiento teórico de las distintas fuerzas motrices, validando sus análisis mediante el estudio CFD de un experimento evaporativo existente.

Algunos autores han trabajado experimentalmente en el secador solar de túnel Hohenheim con respecto a aspectos técnicos y económicos del producto. Fudholi et al. [17] revisaron los diferentes tipos de secadores solares usados en el secado de productos agrícolas. Hossain et al. [20, 19] utilizaron un secador solar de túnel para secar chiles rojos y verdes en las condiciones climáticas tropicales de Bangladesh. Bala et al. [5, 4] presentaron resultados sobre el desempeño del secado de pescado y piña en el secador solar. Mitroi et al. [31] contribuyeron a la mejora técnica del secador, en especial con respecto a la alimentación fotovoltaica de los ventiladores. Paralelamente, diversos autores han realizado modelos unidimensionales para describir el comportamiento del secador, basados en la aplicación de las ecuaciones de conservación en sus diferentes formas. En estos modelos se plantean las ecuaciones gobernantes de conservación de masa y energía en los diferentes elementos constitutivos del sistema, incluido el aire, y se emplean las ecuaciones empíricas de cinética de secado de capa fina para describir la transferencia másica de agua entre el producto y el aire. Hossain et al. [20] modelaron técnica y económicamente el secado de chile en Bangladesh para encontrar las dimensiones óptimas del colector y de la unidad de secado. Kituu et al. [29] y Joshi et al. [27] realizaron modelos matemáticos para predecir las temperaturas dentro de la cámara de secado y para evaluar el secado de pescado tilapia en el secador solar de túnel. Janjai et al. [26, 25] presentaron resultados experimentales y simulados del secado de plátano y mamoncillo chino en un secador de túnel solar, igualmente, plantearon un sistema de ecuaciones

diferenciales parciales que describen la transferencia de calor y la humedad durante el secado en el secador solar de túnel. Además, resolvieron numéricamente el sistema de ecuaciones diferenciales parciales por el método de diferencias finitas.

En cuanto a la formulación multidimensional del proceso de secado convectivo, Wang y Brenman [48] propusieron un modelo matemático de la transferencia simultánea de calor y de masa utilizando el método de diferencias finitas para la predicción de las distribuciones de humedad y temperatura durante el secado de un sólido en forma de placa, este modelo fue verificado experimentalmente en el mismo estudio. Zili y Nasrallah [50] presentaron un esquema de simulación numérica usando el método de volúmenes finitos para el secado por convección forzada de productos granulares. Hernández et al. [18] asumieron el secado de frutas como un proceso isotérmico que ocurre a una temperatura fija de aire, restringiendo el análisis solamente a la transferencia de masa del producto en forma de placa. La dependencia de las propiedades físicas y de transporte con respecto a la temperatura y el contenido de humedad de los alimentos en los modelos multidimensionales ha sido investigada por varios autores [38, 48], en la mayoría de sus trabajos las propiedades físicas dependen de la temperatura y el contenido de humedad local de los materiales.

Kaya et al. [28] analizaron el flujo y el campo de temperatura del aire de secado resolviendo el campo de flujo del aire, determinaron las variaciones espaciales de los coeficientes convectivos de transferencia de calor utilizando la analogía entre las capas límite de concentración térmica y másica, encontraron las distribuciones de temperatura y humedad dentro del material húmedo usando un método numérico implícito de diferencias finitas y validaron el modelo con datos experimentales de secado. Recientemente Aversa et al. [3] formularon un modelo de transporte que describe la transferencia simultánea de calor y masa en un dominio bidimensional, determinaron la influencia de la velocidad, la humedad y la temperatura del aire de secado en convección forzada hacia un trozo rectangular de zanahoria. Paralelamente Curcio et al. [12] y Doymaz [13] plantearon la simulación de la transferencia simultánea de calor y humedad bidimensional teniendo en cuenta la variación de las propiedades físicas del aire y el producto en función de los valores locales de temperatura y contenido de humedad, resolviendo las ecuaciones por medio del método de elementos finitos. Estos últimos planteamientos son los modelos más completos en la descripción bidimensional del secado de productos agrícolas en el interior de un secador convectivo, sin embargo se observa que modelos matemáticos más generales y versátiles pueden ser formulados. Varios aspectos tales como la formulación teórica del fenómeno de transporte en el material y los procedimientos numéricos utilizados para resolver las ecuaciones gobernantes pueden ser aún mejorados en su definición y aplicación [3]. En especial, con respecto a la solución del flujo bidimensional sobre el producto y al tipo de operación de secado dentro de la geometría específica del secador solar de túnel tipo Hohenheim.

3. Formulación matemática

3.1. Planteamiento

En la Figura 3-1 se muestra esquemáticamente un corte longitudinal del sistema compuesto por el secador solar de túnel tipo Hohenheim y el ambiente exterior. El secador es un sistema heterogéneo compuesto por el aire húmedo interior, los sólidos constitutivos del secador (cubierta plástica, placa absorbente y aislante) y el producto vegetal con una concentración de agua líquida en su interior. El secador se encuentra sometido a un intercambio energético en forma de convección y radiación térmica con el ambiente exterior del lugar de operación. Por otra parte, el secado del producto es un proceso de transferencia de calor y de masa que involucra las condiciones del aire interior y las distintas interacciones que tiene el producto con su entorno. En este sistema se deben plantear las ecuaciones gobernantes sujetas a las condiciones iniciales y de contorno para cada uno de los elementos constitutivos. Este procedimiento se aborda de dos maneras diferentes, mediante una modelación tramo a tramo y mediante una modelación multidimensional. Esta separación en el planteamiento posibilita el estudio amplio de los fenómenos presentes y por tanto de la predicción del comportamiento real del secador según distintas aproximaciones de su funcionamiento. Ambos modelos resuelven bidimensionalmente las variables del problema. La Figura 3-2 presenta la clasificación en el planteamiento de la modelación.

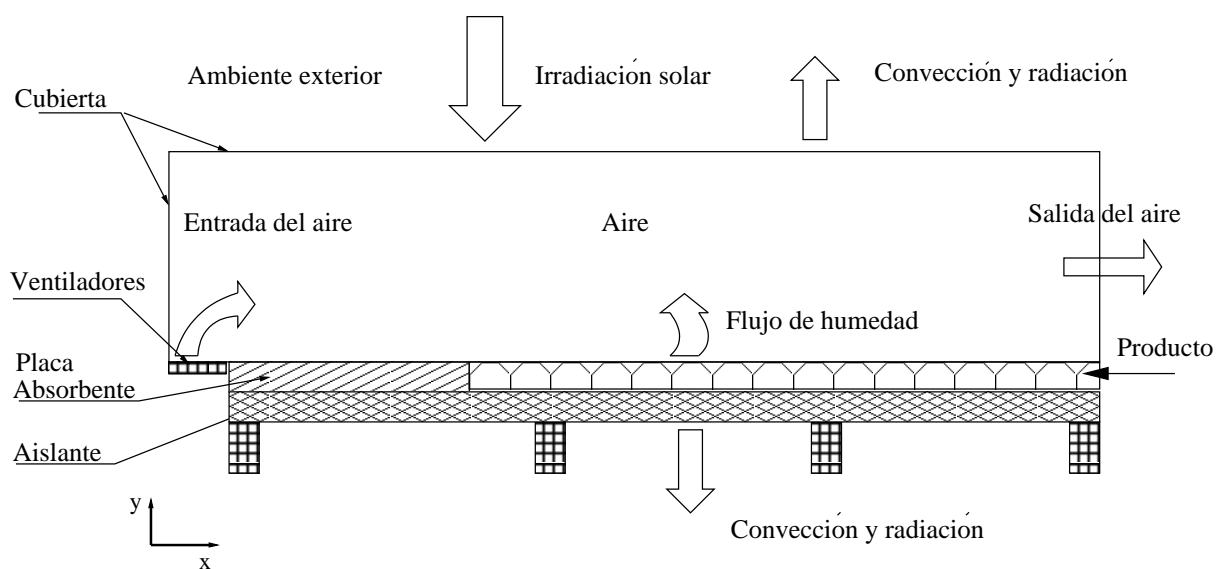


Figura 3-1.: Sistema compuesto por el secador solar y el ambiente exterior.

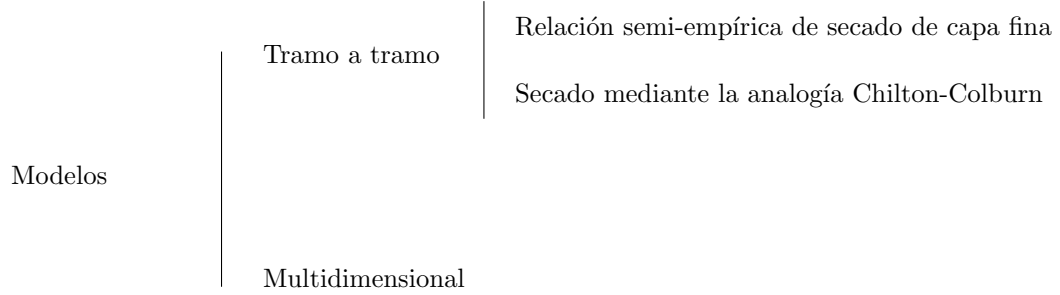


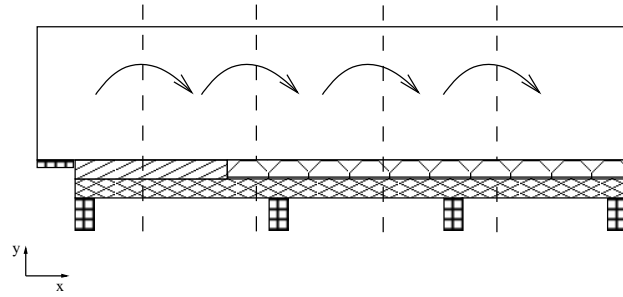
Figura 3-2.: Planteamiento de los modelos matemáticos.

Como se muestra en la Figura 3-3, el planteamiento tramo a tramo divide la longitud total del secador en un cierto número de tramos que se resuelven consecutivamente conociendo las condiciones del aire a la entrada de cada tramo hasta completar todo el túnel del secador. Este tipo de modelación es fácil de plantear y de solucionar, no es costosa computacionalmente y es importante metodológicamente al ser un primer paso que permite la verificación de la modelación matemática y posibilita el planteamiento del modelo multidimensional. Dos aproximaciones distintas se plantean para la descripción de la cinética de secado del producto en el modelo tramo a tramo. Estas son, mediante una relación semi-empírica de secado de capa fina y mediante la analogía Chilton-Colburn con la transferencia de calor por convección. Por otra parte, el planteamiento multidimensional describe y soluciona detalladamente los elementos constitutivos, resolviendo todo el dominio del secador simultáneamente. La individualidad de cada uno de los modelos se expone a continuación.

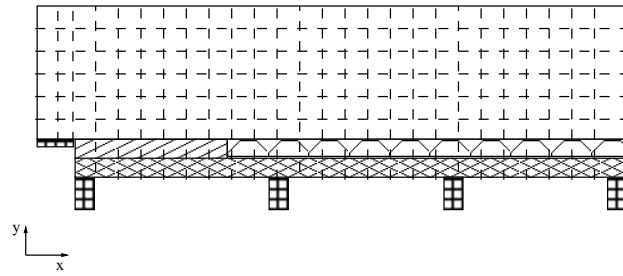
3.2. Modelo tramo a tramo

3.2.1. Hipótesis simplificadoras

En la Figura 3-4 se observa la simplificación establecida para la modelación tramo a tramo del secador solar. Se simplifica el ingreso del aire al primer tramo del secador por toda el área transversal del inicio del túnel y no por medio de los ventiladores ubicados en la parte inferior. El planteamiento tramo a tramo del secador permite analizar el aire interior y la radiación térmica tomando en consideración el área transversal y las superficies interiores del canal con las dimensiones reales y la geometría triangular del túnel. La figura en isométrico ilustra esta suposición. En este modelo se discretiza unidimensionalmente el aire interior en la dirección x . Los sólidos se discretizan en la dirección y en cada uno de los tramos. La superposición de estas discretizaciones resultan en una descripción bidimensional del secador. En este planteamiento se supone que el producto se encuentra distribuído directamente sobre el aslante y la estructura inferior como una simplificación de la geometría real. Cada una de



(a) Modelación tramo a tramo.



(b) Modelación multidimensional.

Figura 3-3.: Abstracción de los modelos planteados.

las hipótesis simplificadoras del modelo tramo a tramo formuladas para el aire interior, los sólidos y el producto se describen en las Tablas 3-1, 3-2 y 3-3 respectivamente.

3.2.2. Ecuaciones gobernantes del aire interior

Al tomar en consideración las simplificaciones planteadas para el modelo tramo a tramo, se obtienen las ecuaciones de conservación de la masa 3-1, la cantidad de movimiento lineal 3-2, la energía 3-3 y la fracción másica de humedad del aire 3-4. Estas ecuaciones se escriben de forma vectorial en coordenadas cartesianas:

$$\left(\rho \cdot \nabla\right) \vec{U} = 0 \quad (3-1)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \left(\rho \vec{U} \cdot \nabla\right) \vec{U} = -\nabla P + \nabla \cdot (\vec{\tau}) \quad (3-2)$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + \left(\rho c_p \vec{U} \cdot \nabla\right) T = \dot{q} + \dot{g} \quad (3-3)$$

$$\rho \frac{\partial Y}{\partial t} + \left(\rho \vec{U} \cdot \nabla\right) Y = j \quad (3-4)$$

Las 4 variables desconocidas son la presión P , la temperatura T , la fracción másica de vapor Y y la componente de velocidad u en la dirección x . En la Ec. 3-1 no se considera el término acumulativo por tener una baja influencia en el comportamiento del aire. Por el contrario el cambio de la densidad es representativo y su variación se considera en el término

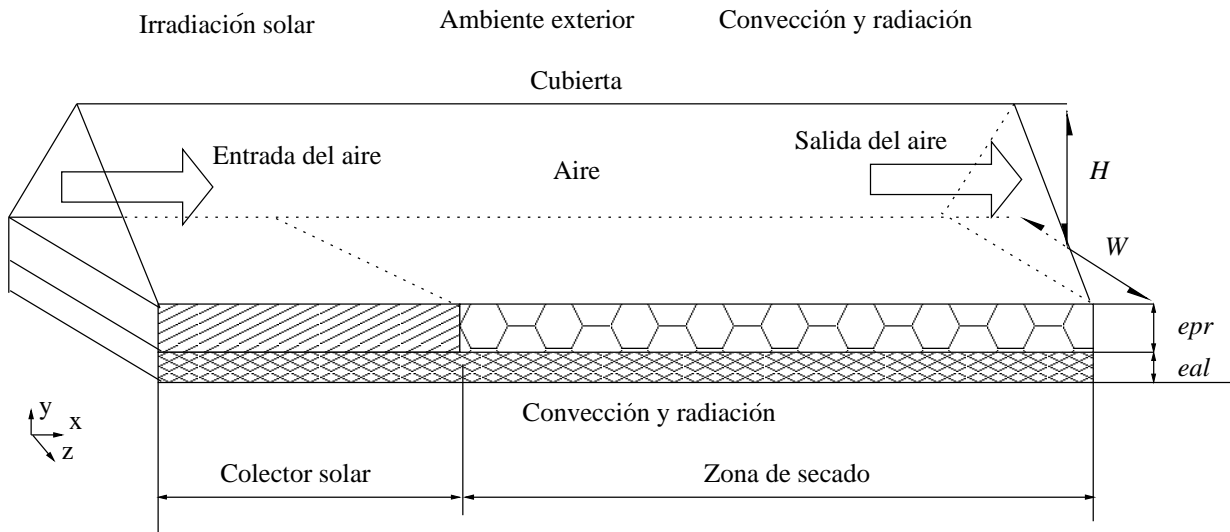


Figura 3-4.: Planteamiento tramo a tramo.

Tabla 3-1.: Hipótesis simplificatorias del aire interior en el modelo tramo a tramo.

Análisis unidimensional en la dirección x .
Flujo en convección forzada.
Flujo sin cambios de fase.
Fluido newtoniano.
Términos difusivos despreciables en la dirección de flujo.
Disipación viscosa despreciable por bajas velocidades.
Trabajo de compresión o expansión despreciable.
Medio no participante en la radiación.
Cambio en la energía cinética y potencial despreciable al ser un flujo horizontal.
Trabajo por fuerzas superficiales o de eje despreciable.
Influencia despreciable de la presión sobre la temperatura.
Límite de saturación del vapor de agua en el aire seco.

Tabla 3-2.: Hipótesis simplificatorias de la placa absorbente, el aislante y la cubierta en el modelo tramo a tramo.

Análisis unidimensional en el eje y en cada tramo.

Superficies impermeables.

Calor conducido entre tramos despreciable por ser un gradiente de temperatura mínimo.

No hay generación de calor.

Superficie gris y difusa.

Superficie lisa.

Tabla 3-3.: Hipótesis simplificatorias del producto en el modelo tramo a tramo.

Análisis unidimensional en el eje y en cada tramo.

Concentración de agua líquida homogénea en todo el volumen.

El fenómeno de evaporación se presenta únicamente en la superficie del producto.

Se desprecia la capilaridad líquida.

No existe deformación por el secado.

Calor conducido entre tramos despreciable por ser un gradiente de temperatura mínimo.

No hay generación de calor.

Superficie gris y difusa.

Superficie lisa.

Tabla 3-4.: Condiciones iniciales y de contorno del aire interior en el modelo tramo a tramo.

Condiciones iniciales	
	$u = u_o, T = T_{amb}, P = P_{amb}, Y = Y_{amb}$ (valores conocidos)
Condiciones de contorno	
En la entrada del aire	$u = u_o, T = T_{amb}, P = P_o, Y = Y_{amb}$ (valores conocidos)

convectivo. El término de gradiente de presiones y de fuerzas superficiales en la Ec. 3-2 indica la variación en la cantidad de movimiento del aire debida al contacto con superficies rugosas interiores del túnel. La Ec. 3-3 toma en consideración el calor entrante \dot{q} por convección con las superficies interiores, también el término sumidero \dot{g} el cual es el calor consumido por el agua evaporada para llegar a las condiciones de la corriente de aire. Similarmente en la Ec. 3-4 se toma en consideración el flujo másico entrante al sistema j . Las Ec. 3-3 y 3-4 no consideran los términos difusivos al ser pequeños y por consiguiente despreciables en comparación con los términos convectivos. Estas son ecuaciones parcialmente acopladas. Se plantean en la Tabla 3-4 las condiciones de contorno e iniciales apropiadas para resolver el problema. Para el instante inicial se considera que el aire interior a lo largo de todo el secador se encuentra a las condiciones ambientales de entrada del aire.

3.2.3. Ecuaciones gobernantes de los elementos sólidos

La ecuación gobernante de los elementos sólidos escrita de forma vectorial es la ecuación de la energía, propiamente la ecuación de conducción de calor en estado transitorio:

$$\rho_s c_{ps} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla T) \quad (3-5)$$

La variable es la temperatura T . Igualmente, se plantean las condiciones iniciales y de contorno en la Tabla 3-5. Estas condiciones de contorno son condiciones radiativas y convectivas. También se presenta una conducción de calor entre las superficies de contacto.

3.2.4. Ecuaciones gobernantes del producto

Similarmente, al implementar las suposiciones planteadas, las ecuaciones gobernantes del producto escritas de forma vectorial son la ecuación de la energía 3-6 y de la humedad 3-7:

$$\rho_s c_{ps} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla T) \quad (3-6)$$

$$\rho_s \frac{\partial M}{\partial t} = \nabla \cdot (\rho_s D_a \nabla M) \quad (3-7)$$

Tabla 3-5.: Condiciones iniciales y de contorno de los sólidos en el modelo tramo a tramo.

Condiciones iniciales	$T = T_{amb}$ (valor conocido)
Condiciones de contorno	
Cubierta plástica con el aire exterior	$\nabla \cdot (\lambda_s \nabla T) + \dot{q}_{Rad} = \alpha(T - T_{amb})$
Cubierta plástica y placa absorbente con el aire interior	$\nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \dot{q}_{Rad} = \alpha(T - \bar{T})$
Aislante con el aire exterior	$\nabla \cdot (\lambda_s \nabla T) + \dot{q}_{Rad} = \alpha(T - T_{amb})$
Superficie de contacto interior entre el aislante y producto	$T_{pr} = T_s$ (continuidad en la temperatura) $\nabla \cdot (\lambda_{pr} \nabla T) = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla T)$

Las variables son la temperatura T y la humedad en base seca M . Las condiciones iniciales y de contorno específicas para el producto se plantean en la Tabla **3-6**. Las condiciones de contorno para la ecuación de humedad son condiciones de impermeabilidad del producto con el aislante y la condición de flujo de humedad hacia el aire. Esta condición de flujo se resuelve mediante las dos aproximaciones de cinética de secado. Para implementar ambas aproximaciones se aproxima la humedad del producto a un solo valor homogéneo en todo el volumen de producto que participa en el secado. La cinética secado para la aproximación de relación semi-empírica se realiza mediante la evaluación de una relación dependiente de la temperatura del aire interior y del tiempo. Para la aproximación de cinética de secado por analogía Chilton-Colburn se plantea un balance en el flujo másico de agua que se transfiere mediante convección hacia el aire de secado. Para realizar el balance es necesario encontrar el coeficiente de convección másica mediante la analogía de Chilton-Colburn con la transferencia de calor por convección.

3.3. Modelo multidimensional

3.3.1. Hipótesis simplificatorias

Para describir completamente la geometría transversal del secador se debe realizar un análisis tridimensional con una discretización del dominio mediante un mallado irregular. La solución tridimensional de esta geometría es engorrosa y dispendiosa, por lo cual se plantea la solución bidimensional del problema suponiendo que el flujo se aproxima al comportamiento de un flujo por un canal bidimensional x, y de longitud infinita en el eje transversal z . La Figura **3-5** muestra esquemáticamente la configuración del planteamiento multidimensional del secador.

Tabla 3-6.: Condiciones iniciales y de contorno del producto en el modelo tramo a tramo.

Condiciones iniciales	$T = T_{amb}, M = M_o$ (valores conocidos)
Condiciones de contorno	
Superficie de contacto interior entre el aislante y producto	$T_{pr} = T_s$ (continuidad en la temperatura) $\nabla \cdot (\lambda_{pr} \nabla T) = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla T)$ $\frac{\partial M}{\partial n} = 0$
Producto con el aire interior	$T = T_{pr}$ (continuidad en la temperatura) $\nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \dot{q}_{Rad} = \alpha(T - \bar{T}) + jh_{fg}$ $\frac{\partial M}{\partial t} = \nabla \cdot (j)$

Los ventiladores se suponen con una longitud L_{ven} a la entrada y un ingreso vertical del aire al interior del secador. También toma en cuenta la cubierta plástica vertical que protege el extremo izquierdo del túnel interior. El producto se supone extendido sobre el aislante inferior. Cada una de las hipótesis simplificadoras formuladas para el aire interior, los sólidos y el producto en el modelamiento multidimensional se describen en las Tablas **3-7**, **3-8** y **3-9** respectivamente.

3.3.2. Ecuaciones gobernantes del aire interior

Al aplicar todas las simplificaciones y suposiciones planteadas para el modelo multidimensional, se obtienen las ecuaciones que modelan el comportamiento del aire interior. Estas ecuaciones gobernantes se pueden escribir en forma vectorial en coordenadas cartesianas:

$$\nabla \cdot \vec{U} = 0 \quad (3-8)$$

$$\rho \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\rho \vec{U} \cdot \nabla) \vec{U} = -\nabla P + \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{U}) \quad (3-9)$$

$$\rho c_p \frac{\partial T}{\partial t} + (\rho c_p \vec{U} \cdot \nabla) T = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) \quad (3-10)$$

$$\rho \frac{\partial Y}{\partial t} + (\rho \vec{U} \cdot \nabla) Y = \nabla \cdot (\rho D_v \nabla Y) \quad (3-11)$$

Las 4 variables desconocidas son la velocidad \vec{U} , la presión P , la temperatura T y la fracción másica de humedad Y . En este modelo las ecuaciones toman en consideración los términos difusivos. Las condiciones iniciales y de contorno que permiten resolver las ecuaciones planteadas previamente se presentan en la Tabla **3-10**. Estas condiciones de contorno se plantean para cada una de las superficies en contacto con el aire interior, en la mayoría de estas se

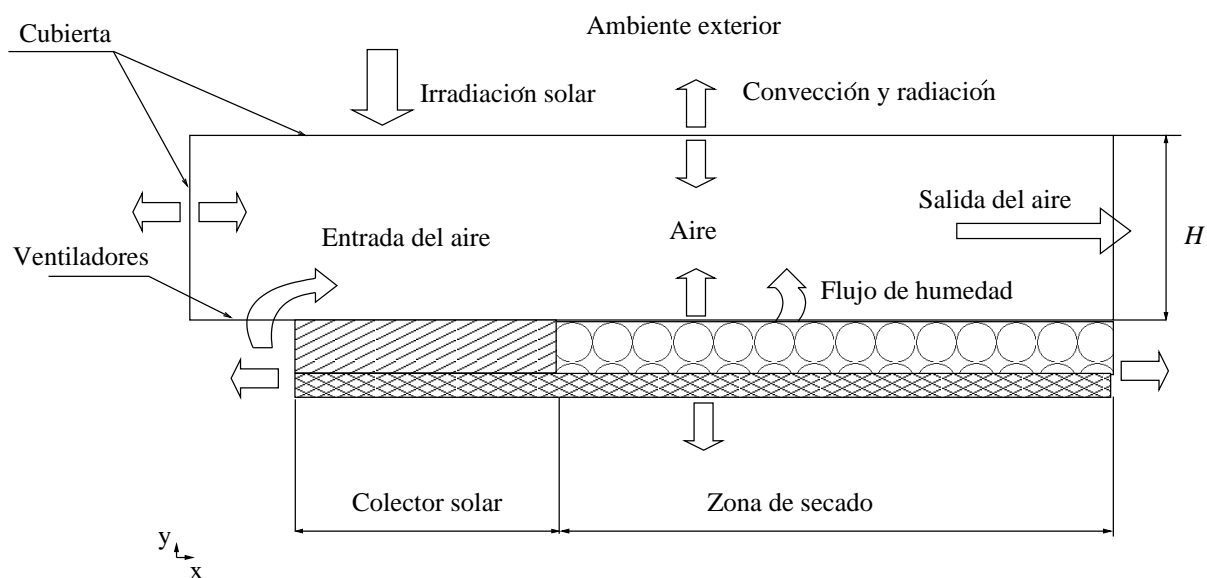


Figura 3-5.: Planteamiento multidimensional.

Tabla 3-7.: Hipótesis simplificadoras del aire en el modelo multidimensional.

Análisis bidimensional en el plano x, y .

Fluido incompresible debido a las bajas velocidades del aire.

Flujo en convección forzada.

Fluido newtoniano.

Disipación viscosa despreciable.

Medio no participante en radiación.

Cambio en la energía cinética y potencial despreciable debido al flujo horizontal.

Trabajo por fuerzas superficiales o de eje despreciable.

Influencia despreciable de la presión sobre la temperatura.

No hay límite de saturación del vapor de agua en el aire seco.

No hay generación de calor.

Tabla 3-8.: Hipótesis simplificatorias de la placa absorbente, el aislante y la cubierta en el modelo multidimensional.

Análisis bidimensional en el plano x, y .
Superficie impermeable.
Superficie gris y difusa.
No hay generación de calor.

Tabla 3-9.: Hipótesis simplificatorias del producto en el modelo multidimensional.

Análisis bidimensional en el plano x, y .
Se desprecia la capilaridad líquida.
El fenómeno de evaporación se presenta únicamente en la superficie del producto.
No existe deformación por el secado.
Superficie gris y difusa.
No hay generación de calor.

Tabla 3-10.: Condiciones iniciales y de contorno del aire interior en el modelo multidimensional.

Condiciones iniciales	
	$\vec{U} = 0$ $T = T_{amb}, P = P_{amb}, Y = Y_{amb} \text{ (valores conocidos)}$
Condiciones de contorno	
En la entrada del aire (ventiladores)	$u = 0, v = v_o \text{ (valor conocido)}$ $T = T_{amb}, Y = Y_{amb} \text{ (valores conocidos)}$
En la salida del aire	$v = 0, P = P_{amb} \text{ (valor conocido)}$ $\frac{\partial u}{\partial n} = \frac{\partial T}{\partial n} = \frac{\partial Y}{\partial n} = 0$
Con la cubierta plástica y la placa absorbente	$\vec{U} = 0$ $\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{\partial Y}{\partial n} = 0$ $T = T_s \text{ (continuidad en la temperatura)}$ $\nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \dot{q}_{Rad} = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla T)$
Con el producto	$\vec{U} = 0$ $\frac{\partial P}{\partial n} = 0$ $T = T_{pr} \text{ (continuidad en la temperatura)}$ $\nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \dot{q}_{Rad} = \nabla \cdot (\lambda_{pr} \nabla T) + \nabla \cdot (\rho D_v \nabla Y) h_{fg}$ $\nabla \cdot (\rho D_v \nabla Y) = \nabla \cdot (\rho_{pr} D_a \nabla M)$ $\text{Relación higroscópica (isoterma de sorción)}$

presentan condiciones de Neumann en las cuales no existe un cambio en la variable en la dirección normal a la superficie. La convección se considera como una transferencia de calor por conducción en la capa de fluido más próximo a la superficie. El proceso de secado se plantea como una condición de contorno en el aire y el producto que debe cumplir el balance másico del sistema. Este balance se resuelve numéricamente mediante un acoplamiento en el flujo de humedad. Se debe establecer la relación higroscópica que existe entre la humedad del producto y la humedad del aire en la superficie por medio de la isoterma de sorción del producto.

Acoplamiento Presión-Velocidad

Las ecuaciones de conservación de la masa (Ec. 3-8) y la cantidad de movimiento (Ec.3-9) presentan el acoplamiento Presión-Velocidad. Si se quieren encontrar los valores de velocidades, es necesario llevar a cabo un planteamiento que resuelva el campo de presiones que también es desconocido. No hay una ecuación específica para la presión. Para flujos incompresibles, la presión es el campo que hace cumplir la ecuación de conservación de la masa. Por lo cual se implementa el Fractional Step Method como método para encontrar los campos de velocidad y presión en el fluido. El fondo teórico del FSM tiene que ver con el teorema de descomposición de Helmholtz-Hodge, el cual asegura que las ecuaciones de cantidad de movimiento pueden dividirse en dos partes, un vector sin divergencia y un gradiente de un campo escalar y que esta descomposición es única. Como resultado, se puede usar el teorema para plantear un método explícito de proyección en el cual se obtiene la solución de las ecuaciones de cantidad de movimiento avanzando en el tiempo con una solución aproximada que no toma en consideración el término de gradiente de presiones. Pero como esta velocidad predictora no puede satisfacer la condición de incompresibilidad del fluido, el campo de presión que arroja los valores mínimos que hacen cumplir la incompresibilidad se determina mediante la solución de la ecuación de Poisson. La solución de este acoplamiento mediante el FSM es de forma explícita temporalmente. A continuación se demuestra brevemente. Por definición sea

$$\Pi(\cdot)$$

un operador de proyección. Este proyecta cualquier campo vectorial a un campo sin divergencia.

$$\nabla \cdot \Pi(a) = 0$$

Aplicando este operador a la ecuación 3-9:

$$\Pi\left(\frac{\rho \partial \vec{U}}{\partial t} + \nabla P\right) = \Pi\left(-(\rho \vec{U} \cdot \nabla) \vec{U} + \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{U})\right)$$

Puesto que el campo de velocidades es incompresible, el término transitorio permanece igual al proyectarse.

$$\Pi\left(\rho \frac{\partial \vec{U}}{\partial t}\right) = \rho \frac{\partial \vec{U}}{\partial t}$$

El término de gradiente de presión desaparece al aplicarse la proyección.

$$\Pi\left(\nabla P\right) = 0$$

Como resultado de la aplicación del operador de proyección a la ecuación de cantidad de movimiento, el término transitorio sin divergencia es igual a la aplicación del operador de

proyección en el lado derecho de la ecuación:

$$\frac{\rho \partial \vec{U}}{\partial t} = \Pi \left(-(\rho \vec{U} \cdot \nabla) \vec{U} + \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{U}) \right)$$

Si ahora se despeja en la ecuación de cantidad de movimiento, el término transitorio, que es igual a la aplicación del operador de proyección en el término difusivo y convectivo de la ecuación:

$$-(\rho \vec{U} \cdot \nabla) \vec{U} + \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{U}) - \Pi \left(-(\rho \vec{U} \cdot \nabla) \vec{U} + \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{U}) \right) = \nabla P$$

se observa que tiene que haber un término que haga cumplir la condición de incompresibilidad para los términos difusivos y convectivos planteada por el operador, por lo cual ese término ∇P sale de forma natural para satisfacerla. El rol del gradiente de presión en flujos incompresibles es proyectar (o corregir) el campo vectorial de velocidades a un espacio sin divergencia. El campo vectorial que debe ser proyectado por el gradiente de presión se define ahora como:

$$R(\vec{U}) = -(\rho \vec{U} \cdot \nabla) \vec{U} + \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{U}) \quad (3-12)$$

por lo que la ecuación de momentum puede ser reescrita de la siguiente forma:

$$\frac{\rho \partial \vec{U}}{\partial t} = R(\vec{U}) - \nabla P \quad (3-13)$$

Acoplamiento Temperatura-Velocidad

Las propiedades físicas: calor específico, viscosidad dinámica, conductividad y viscosidad del aire húmedo dependen de la temperatura. Por lo tanto influirán en la velocidad al estar presentes en las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento y de la energía. Este acoplamiento se resuelve de forma temporal explícita en el método de solución.

Acoplamiento Temperatura-Humedad

Este acoplamiento se presenta cuando las propiedades físicas del aire húmedo son dependientes de la humedad o temperatura. En este caso la difusividad del vapor de agua depende de la temperatura del aire y por tanto existe este acoplamiento implícito temporalmente.

3.3.3. Ecuaciones gobernantes de los elementos sólidos

La ecuación gobernante de los materiales sólidos en el modelo multidimensional es la ecuación de la energía:

$$\rho_s c_{ps} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla T) \quad (3-14)$$

Tabla 3-11.: Condiciones iniciales y de contorno de los sólidos en el modelo multidimensional.

Condiciones iniciales	$T = T_{amb}$ (valor conocido)
Condiciones de contorno	
Cubierta plástica con el aire exterior	$\nabla \cdot (\lambda_s \nabla T) + \dot{q}_{Rad} = \alpha(T - T_{amb})$
Cubierta plástica y placa absorbente con el aire interior	$T = T_s$ (continuidad en la temperatura) $\nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \dot{q}_{Rad} = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla T)$
Aislante con el aire exterior	$\nabla \cdot (\lambda_s \nabla T) + \dot{q}_{Rad} = \alpha(T - T_{amb})$
Superficie de contacto interior entre el aislante y producto	$T_{pr} = T_s$ (continuidad en la temperatura) $\nabla \cdot (\lambda_{pr} \nabla T) = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla T)$

Esta ecuación es la misma planteada para el modelo tramo a tramo. Se debe resolver mediante las condiciones iniciales y de contorno adecuadas planteadas en la Tabla 3-11. Estas condiciones bidimensionales son similares a las planteadas en el modelo tramo a tramo.

3.3.4. Ecuaciones gobernante del producto

Las ecuaciones gobernantes del producto en el modelo multidimensional son la de la energía y de la humedad.

$$\rho_s c_{ps} \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla T) \quad (3-15)$$

$$\rho_s \frac{\partial M}{\partial t} = \nabla \cdot (\rho_s D_a \nabla M) \quad (3-16)$$

Las condiciones iniciales y de contorno se plantean en la Tabla 3-12.

Acoplamiento Temperatura-Humedad

En el producto se presenta un cambio en la energía interna del término transitorio debida al cambio en la humedad. Además, la difusividad del agua en el producto depende de la temperatura. Este acoplamiento se resuelve de forma implícita.

Tabla 3-12.: Condiciones iniciales y de contorno del producto en el modelo multidimensional.

Condiciones iniciales	$T = T_{amb}, M = M_o$ (valores conocidos)
Condiciones de contorno	
Superficies de contacto interior del producto	$T_{pr} = T_s$ (continuidad en la temperatura) $\nabla \cdot (\lambda_{pr} \nabla T) = \nabla \cdot (\lambda_s \nabla T)$ $\frac{\partial M}{\partial n} = 0$
Producto con el aire interior	$T = T_{pr}$ (continuidad en la temperatura) $\nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \dot{q}_{Rad} = \nabla \cdot (\lambda_{pr} \nabla T) + \nabla \cdot (\rho D_v \nabla Y) h_{fg}$ $\nabla \cdot (\rho D_v \nabla Y) = \nabla \cdot (\rho_{pr} D_a \nabla M)$ Relación higroscópica (isoterma de sorción)

3.4. Formulación general

3.4.1. Ecuación general de convección - difusión

Las ecuaciones gobernantes de los modelos se pueden generalizar en la ecuación de convección - difusión, cuyos principios gobiernan los fenómenos físicos presentes en este problema [35, 10].

$$\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + (\rho \vec{U} \cdot \nabla) \phi = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + \xi \quad (3-17)$$

Cada uno de los términos de la Ec. 3-17 se describen en la Tabla **3-13**. Los valores de ϕ , Γ y ξ se presentan en la Tabla **3-14**. Para los materiales sólidos se desprecian los términos convectivos al no existir un flujo de material en el interior de los mismos. Siendo ρ_s la densidad de los sólidos en el caso de la ecuación general de convección - difusión.

3.4.2. Termodinámica del aire húmedo

Se modela el flujo de aire dentro del secador como un sistema compuesto por aire seco y vapor de agua, describiéndolo mediante la densidad del aire húmedo ρ . La densidad parcial del vapor de agua en el aire se define mediante la fracción másica del vapor de agua en el flujo, Y , multiplicada por la densidad del aire húmedo [41]. El ratio de humedad o humedad absoluta, w , se define como la relación entre la masa de vapor y la masa de aire seco [41]. Se puede plantear la fracción másica de humedad en términos de la humedad absoluta a partir de la Ec. 3-18.

$$Y = \frac{\rho - \rho_a}{\rho_a(1 + w)} \quad (3-18)$$

Tabla 3-13.: Términos de la ecuación general de convección - difusión.

Nombre	Definición
Término acumulativo	$\rho \frac{\partial \phi}{\partial t}$
Término convectivo	$(\rho \vec{U} \cdot \nabla) \phi$
Término difusivo	$\nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi)$
Término fuente	ξ

Tabla 3-14.: Variables de la ecuación general de convección - difusión.

Ecuación	ϕ	Γ	ξ
Continuidad	1	0	0
Momento en la dirección x	u	μ	$-\frac{\partial P}{\partial x}$
Momento en la dirección y	v	μ	$-\frac{\partial P}{\partial y}$
Energía	$c_p T$	$\frac{\lambda}{c_p}$	\dot{q}
Concentración de humedad en el aire	Y	ρD_v	0
Concentración de humedad en el sólido	M	$\rho_s D_a$	0

El rango de presiones en el secador solar es muy bajo, por lo cual el aire y el vapor de agua se consideran gases ideales. Se puede reemplazar la densidad descrita en la ecuación de los gases considerando que la masa molar del agua es $M_v = 0,018$, la masa molar de aire es $M_a = 0,029$ y la suma de las presiones parciales del vapor P_v y del aire seco P_a son la presión total del gas P .

$$w = \frac{0,62198P_v}{P - P_v} \quad (3-19)$$

Al definir la humedad relativa RH como la relación entre la presión de vapor y la presión de saturación de vapor a las mismas condiciones P_{sv} se puede encontrar la ecuación de humedad absoluta del aire húmedo en función de la humedad relativa. Esta relación se describe por medio de la Ec. 3-20.

$$w = \frac{0,62198P_{sv}RH}{P - P_{sv}RH} \quad (3-20)$$

3.4.3. Ecuaciones gobernantes de la radiación

La radiación térmica junto con la convección son las condiciones de contorno más importantes de la ecuación de la energía de los elementos sólidos. Principalmente la radiación solar, la cual es el factor exterior al secador que tiene mayor influencia su comportamiento al aportar la energía necesaria en el proceso de secado. Al suponer que el fluido no participa en la radiación, el análisis de radiación térmica de las superficies de los sólidos debe relacionarse con las demás superficies participantes. Para esto se debe realizar un análisis cuantitativo de la radiación térmica involucrada en el dominio del problema mediante la modelación de este fenómeno.

El espectro de radiación electromagnética se puede dividir en zonas de longitudes de onda bajas, altas y de radiación térmica, comprendida entre las longitudes de onda $0,1\mu m$ y $100\mu m$. Dentro de la zona de radiación térmica se distinguen varias franjas; la ultravioleta, con longitudes de onda menores a $0,4\mu m$; la visible, con longitudes de onda entre $0,4\mu m$ y $0,7\mu m$; y la infrarroja, con longitudes de onda mayores a $0,7\mu m$. La radiación solar total \dot{q}_{Rad}^{sol} se modela como la radiación térmica comprendida en la franja de longitudes de onda de $0,3\mu m$ a $0,7\mu m$, al suponer que las características de emisión del sol se aproximan a la de un cuerpo negro a una temperatura de aproximadamente $5800K$ que tiene un máximo de emisión en la longitud de onda de $0,5\mu m$. La cubierta plástica de polietileno negro estabilizado a la radiación ultravioleta refleja todo el espectro de radiación térmica menor a $0,3\mu m$, además los valores emitidos por la radiación solar en este espectro son mínimos al ser reflejados por la atmósfera terrestre, por lo tanto la radiación ultravioleta no se considera en el análisis de radiación. La radiación térmica comprendida en la franja infrarroja cumple un papel fundamental en la descripción de las interacciones de los sólidos del secador con el ambiente exterior, principalmente en la cuantificación de las pérdidas térmicas radiativas. La radiación se describe por lo tanto como una condición de contorno de la ecuación de la

energía los elementos sólidos mediante el método de las radiosidades, separando el análisis de las radiosidades infrarrojas del análisis de las radiosidades solares [22].

$$\dot{q}_{\text{Rad}} = \dot{q}_{\text{Rad}}^{\text{infra}} + \dot{q}_{\text{Rad}}^{\text{sol}} \quad (3-21)$$

Las radiosidades solares no dependen del valor de temperatura de la superficie, simplificando su análisis. Por el contrario, las radiosidades infrarrojas dependen de la cuarta potencia de la temperatura de la superficie participante y están ligadas no linealmente a la solución del campo de temperatura en los sólidos. El método de las radiosidades indica que el calor neto de radiación en la superficie participante es la diferencia entre el valor de radiosidad $j_{i,j}$ saliente y el valor de irradiación $\dot{g}_{i,j}$ entrante. Por notación se indica el superíndice sol para el espectro solar del análisis de radiosidades.

$$\dot{q}_{\text{Rad}} = j - \dot{g} + j^{\text{sol}} - \dot{g}^{\text{sol}} \quad (3-22)$$

Según el método de las radiosidades, para la banda infrarroja de radiación térmica la radiosidad de la superficie i, j depende de la temperatura de la superficie por medio de la Ley de Stefan-Boltzman y de la cantidad de irradiación reflejada por esta:

$$j_{i,j} = \varepsilon_{i,j} \sigma T_{i,j}^4 + (1 - \varepsilon_{i,j}) \dot{g}_{i,j} \quad (3-23)$$

La irradiación infrarroja que incide sobre la superficie i, j depende de las demás superficies participantes por medio de la configuración geométrica del recinto:

$$\dot{g}_{i,j} = \sum_1^N F_{[i,j][n,j]} j_{n,j} \quad (3-24)$$

La radiación solar se supone constante e incidente verticalmente al secador, por lo tanto, los valores de irradiación exterior se toman en cuenta únicamente en la cubierta horizontal exterior. Para la superficie interior $S_{i,j}$ de la cubierta plástica transparente mostrada en la Figura 3-6 se debe considerar el calor transmitido de la irradiación solar incidente sobre la cara exterior de la superficie, que sumada con la irradiación reflejada componen la radiosidad de la superficie:

$$j_{i,j}^{\text{sol}} = R_{i,j}^{\text{sol}} \dot{g}_{i,j}^{\text{sol}} + \text{TR}_{i,j}^{\text{sol}} g_{i,j}^{*\text{sol}} \quad (3-25)$$

El término $R_{i,j}^{\text{sol}} \dot{g}_{i,j}^{\text{sol}}$ indica la cantidad de irradiación solar reflejada por la superficie. El término $\text{TR}_{i,j}^{\text{sol}} g_{i,j}^{*\text{sol}}$ indica la irradiación incidente en la cara anterior de la superficie que atraviesa el material. Donde la transmisividad en la banda solar $\text{TR}_{i,j}^{\text{sol}}$ de la superficie transparente i, j se puede escribir en términos de la absorptividad $A_{i,j}^{\text{sol}}$ y reflectividad $R_{i,j}^{\text{sol}}$ en la banda solar de la superficie.

$$\text{TR}_{i,j}^{\text{sol}} = (1 - R_{i,j}^{\text{sol}} - A_{i,j}^{\text{sol}}) \quad (3-26)$$

$$j_{i,j}^{\text{sol}} = R_{i,j}^{\text{sol}} \dot{g}_{i,j}^{\text{sol}} + (1 - R_{i,j}^{\text{sol}} - A_{i,j}^{\text{sol}}) g_{i,j}^{*\text{sol}} \quad (3-27)$$

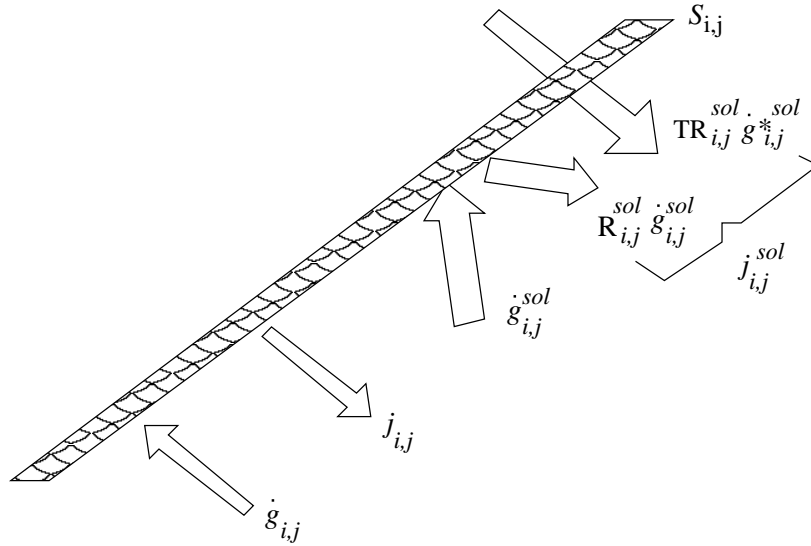


Figura 3-6.: Radiosidades solares e infrarrojas.

Cuando la superficie no es transparente, como en la placa absorbente o el producto, se desprecia el término de transmisión. La irradiación solar de la superficie i, j es la suma de las radiosidades de otras superficies participantes interactuando con ella:

$$\dot{g}_{i,j}^{sol} = \sum_1^N F_{[i,j][n,j]} \dot{j}_{i,j}^{sol} \quad (3-28)$$

La interacción entre las superficies se define geoméricamente mediante los factores de vista $F_{[i,j][n,j]}$. Para casos bidimensionales los factores de vista entre las N superficies interiores se puede calcular mediante la expresión de Hottel 3-29 [22].

$$S_2 F_{[2][1]} = S_1 F_{[1][2]} = \frac{\sum \text{Hilos cruzados} - \sum \text{Hilos no cruzados}}{2} \quad (3-29)$$

desde la superficie 1 abandona la radiación térmica que incide sobre la superficie 2. Este análisis resulta en un sistema de ecuaciones que involucra las radiosidades de todas las superficies participantes en la radiación.

4. Propiedades físicas y coeficientes empíricos

En este capítulo se presentan las propiedades físicas y coeficientes empíricos encontrados y validados en la literatura, los cuales se usan en la descripción de los estados e interacciones de los fluidos y los sólidos y completan la definición del sistema de ecuaciones gobernantes.

4.1. Coeficientes empíricos

Para obtener los coeficientes de las ecuaciones de transferencia de calor por convección y de fricción existen en la literatura correlaciones empíricas encontradas mediante trabajos teóricos y experimentales [22, 7]. Estas relaciones emplean grupos adimensionales para solucionar los problemas. Las propiedades físicas necesarias para evaluar los coeficientes empíricos se determinan a una temperatura promedio entre la temperatura de la superficie y la temperatura del flujo de aire (temperatura de película).

4.1.1. Coeficiente de transferencia de calor por convección forzada usado en el modelo tramo a tramo

Se debe establecer el coeficiente de transferencia de calor por convección forzada que se usa en la descripción de la transferencia de calor entre el aire interior y las superficies interiores del túnel en el modelo tramo a tramo. Al no existir una correlación empírica para el flujo forzado dentro de áreas transversales triangulares no equiláteras, se usan las expresiones propuestas para tubos circulares con la longitud característica adecuada (diámetro hidráulico). Para el caso de flujo laminar se usa la expresión empírica de conductos de sección circular con valor de temperatura constante en la pared [22].

$$\text{Nu} = 3,66 \quad (4-1)$$

Para flujo turbulento se usa la expresión propuesta por Dittus-Boelter para tubos circulares con flujo turbulento [22].

$$\text{Nu} = 0,023 \text{ Re}^{0,8} \text{ Pr}^{0,4} \quad (4-2)$$

El coeficiente de transferencia de calor por convección es el mismo para todo el perímetro interior del túnel.

4.1.2. Coeficiente de transferencia de calor por convección natural

En el modelo tramo a tramo y en el modelo multidimensional se presenta una convección natural con el aire ambiente exterior al secador. Distintos casos de convección natural suceden en las superficies exteriores, por lo cual se debe usar la correlación empírica adecuada en cada caso. Para el caso general de convección natural en una superficie se usa la expresión de Mc Adams [22]:

$$\text{Nu} = C(\text{Gr} \cdot \text{Pr})^m K \quad (4-3)$$

Los valores de C , m y K dependen del régimen de flujo y de la configuración geométrica de la superficie. A continuación se muestran los distintos casos que se presentan en los modelos del secador solar:

- Para las superficies verticales en el modelo multidimensional, se usa la relación para una placa calentada vertical cuyos coeficientes se presentan en la Tabla 4-1:

Tabla 4-1.: Coeficientes para el caso de placa calentada vertical [49].

Régimen	Laminar $10^9 > \text{Gr} \cdot \text{Pr}$	Turbulento $10^9 < \text{Gr} \cdot \text{Pr}$
C	0,8	0,0246
m	0,25	0,4
K	$\left(\frac{1}{1+(1+\frac{1}{\sqrt{\text{Pr}}})^2} \right)^{0,25}$	$\left(\frac{\text{Pr}^{\frac{1}{6}}}{(1+0,494 \text{Pr}^{\frac{2}{3}})} \right)^{0,4}$

- Para la cubierta plástica en el modelo tramo a tramo, es necesaria la relación de placa calentada moderadamente inclinada mirando hacia arriba [49], esta relación es la multiplicación del coeficiente K de la relación para placa calentada vertical, por el coseno del ángulo de inclinación de la cubierta plástica.

$$\cos \theta = \frac{H}{\sqrt{H^2 + \left(\frac{W}{2}\right)^2}} \quad (4-4)$$

Todos los demás valores de los coeficientes permanecen iguales.

- Para la cubierta plástica horizontal en el modelo multidimensional se usa la relación de placa calentada horizontal mirando hacia arriba cuyos coeficientes se muestran en la Tabla 4-2.

Tabla 4-2.: Coeficientes para el caso de placa calentada horizontal [49].

Régimen	Laminar $10^9 > Gr \cdot Pr$	Turbulento $10^9 < Gr \cdot Pr$
C	0,54	0,14
m	0,25	0,333
K	1	1

- Para el aislante inferior se usa la relación de placa calentada horizontal mirando hacia abajo [49]. Únicamente para flujo laminar ($10^9 > Gr \cdot Pr$): $C = 0,27$, $m = 0,25$, $K = 1$. Aproximándose al caso laminar si se presenta un régimen turbulento.

4.1.3. Coeficiente de fricción

En la evaluación del coeficiente de fricción al interior del tunel en el modelo tramo a tramo, se usa la expresión semi-empírica obtenida para flujos viscosos incompresibles al no ser un flujo supersónico [49]. Las relación depende de la rugosidad de las paredes del ducto, así como del régimen de flujo al interior del conducto. Para una sección circular se usa la relación:

$$f = C Re^m \quad (4-5)$$

Donde los coeficientes C y m para una rugosidad superficial de una superficie suave aproximada a 0.004 se muestran en la Tabla 4-3.

Tabla 4-3.: Coeficientes para la relación de fricción [49].

Régimen	$Re < 2000$	$5 \cdot 10^3 < Re < 3 \cdot 10^4$	$3 \cdot 10^4 < Re < 3 \cdot 10^6$
C	16	0,096	0,078
m	-1	-0,25	-0,25

4.2. Propiedades físicas

Propiedades físicas de fluidos

Para describir las propiedades físicas del fluido se usan las relaciones mostradas en la Tabla 4-4. La difusividad se usa para calcular los coeficientes difusivos en la ecuación de la humedad. Las expresiones para la difusividad se obtienen a partir de la ecuación de Arrhenius. Las relaciones empíricas de presión de saturación de vapor son útiles en la evaluación del ratio de humedad en función de la humedad relativa del aire. En la Figura 4-1 se presenta una gráfica de la presión de saturación del vapor con respecto a la temperatura según las relaciones empíricas empleadas.

Tabla 4-4.: Propiedades físicas de fluidos [47].

Propiedad	Expresión y referencia
Propiedades del agua líquida	
$\rho_w \left(\frac{kg}{m^3} \right)$	$\rho_w = 658,2 + 2,509 T - 4,606 \cdot 10^{-3} T^2$ [16]
$D_w \left(\frac{m^2}{s} \right)$	$D_w = 2,16 \cdot 10^{-7} \exp\left(\frac{-1119}{T}\right)$ [16]
$h_{fg} \left(\frac{J}{kg} \right)$	$h_{fg} = 3161360 - 2460 T$ [16]
$cp_w \left(\frac{J}{kg K} \right)$	$cp_w = 4181$ [16]
Propiedades del vapor de agua	
$D_v \left(\frac{m^2}{s} \right)$	$D_v = 2,92 \cdot 10^{-5} \left(\frac{T}{313}\right)^2$ [16]
$cp_v \left(\frac{J}{kg K} \right)$	$cp_v = 1873$ [22]
$P_{sv} (Pa)$ ($233,1 < T < 273,15$) ($610,78 < P_{sv} \vee P_v < 12,83$)	$P_{sv} = 610,78 \exp\left(\frac{21,874(T-273,15)}{0,9615 T+2,3662}\right)$ [41]
$P_{sv} (Pa)$ ($273,15 < T < 336,15$) ($610,78 < P_{sv} \vee P_v < 22670,52$)	$P_{sv} = 610,78 \exp\left(\frac{17,269(T-273,15)}{T-35,85}\right)$ [41]
$P_{sv} (Pa)$ ($336,15 < T < 383,15$) ($22670,52 < P_{sv} \vee P_v < 143292,9$)	$P_{sv} = 610,78 \exp\left(\frac{17,269(T-273,15)}{1,01585 T-41,179}\right)$ [41]
Propiedades del aire húmedo	
$\mu \left(\frac{kg}{m s} \right)$	$\mu = 1,718 \cdot 10^{-5} + 4,62 \cdot 10^{-8}(T - 273)$ [45]
$\lambda \left(\frac{W}{m K} \right)$	$\lambda = 0,0244 + 0,7673 \cdot 10^{-4}(T - 273)$ [45]
$cp \left(\frac{J}{kg K} \right)$	$cp = 999,2 + 0,1434(T - 273) + 1,101 \cdot 10^{-4}(T - 273)^2 - 6,7581 \cdot 10^{-8}(T - 273)^3$ [45]
Propiedades del aire seco	
$\rho_a \left(\frac{kg}{m^3} \right)$	$\rho_a = \frac{P}{287,14 T}$ [47]
$\mu_a \left(\frac{kg}{m s} \right)$	$\mu_a = \frac{2,5393 \cdot 10^{-5} \sqrt{\frac{T}{273}}}{1 + \frac{122}{T}}$ [47]
$\lambda_a \left(\frac{W}{m K} \right)$	$\lambda_a = 0,159 \cdot 10^{-2} + 0,912 \cdot 10^{-4} T - 0,268 \cdot 10^{-7} T^2$ [47]
$cp_a \left(\frac{J}{kg K} \right)$	$cp_a = 1037,6 - 0,2117 T + 3,947 \cdot 10^{-4} T^2$ [47]

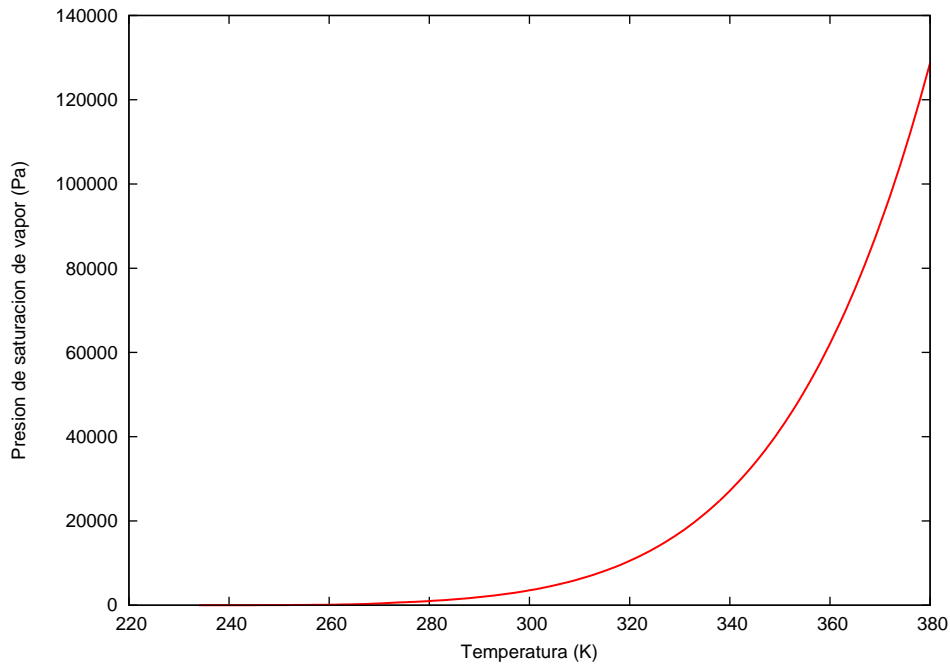


Figura 4-1.: Presión de saturación de vapor.

Propiedades físicas de sólidos

Las propiedades físicas de los sólidos se usan en la descripción energética e higroscópica, e incluyen las características radiativas de las superficies. Las propiedades se presentan en la Tabla 4-5. Estas se han propuesto en la literatura como un valor promedio al tener en cuenta que su variación con respecto a variables como la temperatura, la composición o el estado del material son mínimas. Diversos estudios [13, 2] contienen las propiedades físicas de la planta aromática menta, las cuales se han usado satisfactoriamente y pueden aproximar las propiedades físicas del Toronjil, teniendo en cuenta que su composición y comportamiento vegetal son muy similares en comparación con otros productos orgánicos.

Temperatura del cielo

La temperatura del cielo es útil en el análisis de las radiosidades infrarrojas con el ambiente exterior [32], se calcula como:

$$T_c = 0,552(T_{amb} - 273,15)^{1,5} + 273,15 \quad (4-6)$$

Tabla 4-5.: Propiedades físicas del los sólidos.

Placa colectora	Valor	Referencia	Toronjil	Valor	Referencia
$\rho_{pl} \left(\frac{kg}{m^3} \right)$	8055	[22]	$\rho_{pr} \left(\frac{kg}{m^3} \right)$	920	[22]
$\lambda_{pl} \left(\frac{W}{m K} \right)$	16,26	[22]	$\lambda_{pr} \left(\frac{W}{m K} \right)$	0,495	[22]
$cp_{pl} \left(\frac{J}{kg K} \right)$	480	[22]	$cp_{pr} \left(\frac{J}{kg K} \right)$	3600	[22]
ε_{pl}	0,17	[6]	ε_{pr}	0,96	[22]
A_{pl}^{sol}	0,81	[6]	A_{pr}^{sol}	0,6	[22]
R_{pl}^{sol}	0,19	[6]	R_{pr}^{sol}	0,4	[22]
Aislante			Cubierta plástica		
$\rho_{il} \left(\frac{kg}{m^3} \right)$	290	[22]			
$\lambda_{il} \left(\frac{W}{m K} \right)$	0,05	[22]			
$cp_{il} \left(\frac{J}{kg K} \right)$	1320	[22]			
ε_{il}	0,5	[22]	ε_{pc}	0,63	[21]
A_{il}^{sol}	0,5	[22]	A_{pc}^{sol}	0,05	[21]
R_{il}^{sol}	0,5	[22]	R_{pc}^{sol}	0,15	[21]

5. Isoterma de sorción y cinética de secado

5.1. Isoterma de sorción

La descripción de la relación humedad en equilibrio mediante el modelo de isoterma de sorción de Halsey fue investigada y definida experimentalmente por Cuervo en 2011 para el secado de hojas de Toronjil [11]. Este modelo describe adecuadamente la curva de la isoterma de sorción del Toronjil a una temperatura del aire de $313K$. Los coeficientes encontrados experimentalmente por Cuervo se muestran en la Tabla 5-1.

$$M_{eq} = X_m \left(\frac{-A}{\log_{10}(a_w)} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (5-1)$$

La relación empleada está definida para $313 K$, pero tal como se observa en la Figura 5-1, la isoterma ajusta los resultados para el rango de temperaturas $298 K - 333 K$ al no presentarse una variación significativa de los valores de humedad. Cuervo reportó un ajuste de $R^2 = 0,9774$ para una humedad relativa de hasta 80% , pero el modelo no garantiza una exactitud semejante para valores mayores.

Tabla 5-1.: Valores de los parámetros del modelo de isoterma de sorción de Toronjil [11].

Modelo	Constante	313 K
	X_m	0,1619
	A	0,1496
Halsey	n	1,517
	χ^2	0,0007
	R^2	0,9774

5.2. Cinética de secado

La cinética de secado en el modelo tramo a tramo se define mediante una relación empírica de capa fina o mediante la analogía de Chilton-Colburn. En ambos casos es necesario emplear la isoterma de sorción para describir el estado higroscópico del producto.

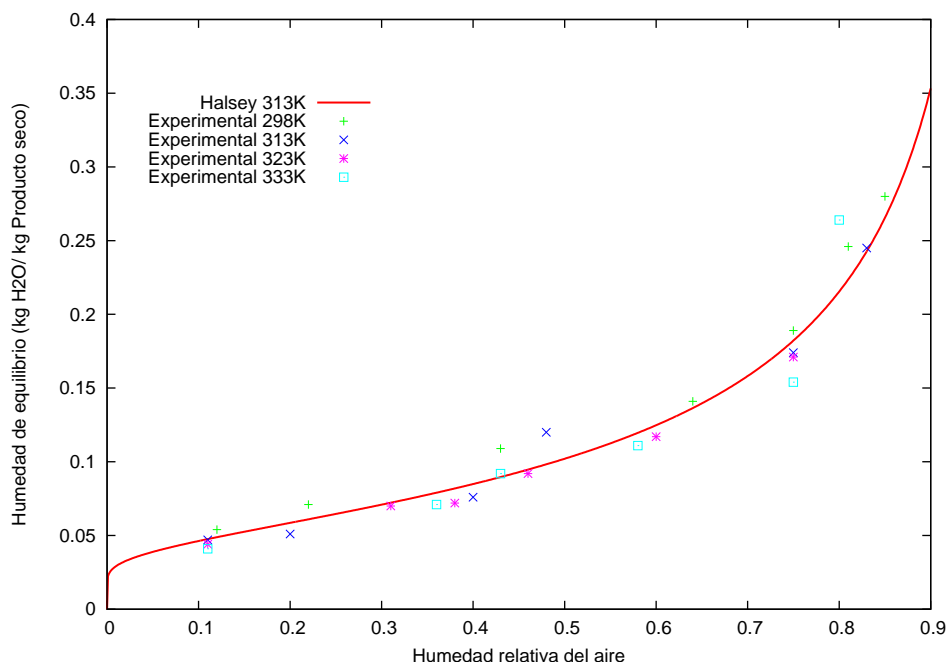


Figura 5-1.: Isoterma de sorción.

5.2.1. Relación semi-empírica de secado de capa fina

Existen diferentes modelos que describen el ratio de secado del Toronjil (ver Tabla 2-2). Según los trabajos experimentales realizados por Cuervo, uno de los más ajustados es el de Lewis [11].

$$M = (M_o - M_{eq}) \exp(-kt) + M_{eq} \quad (5-2)$$

Los coeficientes del modelo de Lewis de cinética de secado de capa fina de Toronjil encontrados experimentalmente por Cuervo se muestran en la Tabla 5-2. Las diferentes curvas de secado para cada una de las temperaturas se muestran en la Figura 5-2. Para valores de temperatura diferentes a los establecidos por las curvas de cinética de secado se interpola linealmente.

5.2.2. Coeficiente convectivo de transferencia de masa

Para el modelo tramo a tramo de analogía de Chilton - Colburn la rata de masa transferida al aire \dot{J} puede ser calculada multiplicando el coeficiente convectivo de transferencia de masa β con la fuerza motriz y el área considerada en la superficie S [44]. En este caso se define la fuerza motriz en términos de la fracción de humedad del aire (ver Tabla 2-3).

$$\dot{J} = \beta \rho (Y - Y_\infty) S \quad (5-3)$$

Tabla 5-2.: Valores de los parámetros del modelo de cinética de secado de capa fina de Toronjil [11].

Modelo	Constante	303 K	313 K	323 K	333 K
	k	0,0011	0,003	0,0062	0,0123
Lewis	χ^2	0,0675	0,0107	0,0167	0,0015
	R^2	0,987	0,9969	0,9926	0,9989

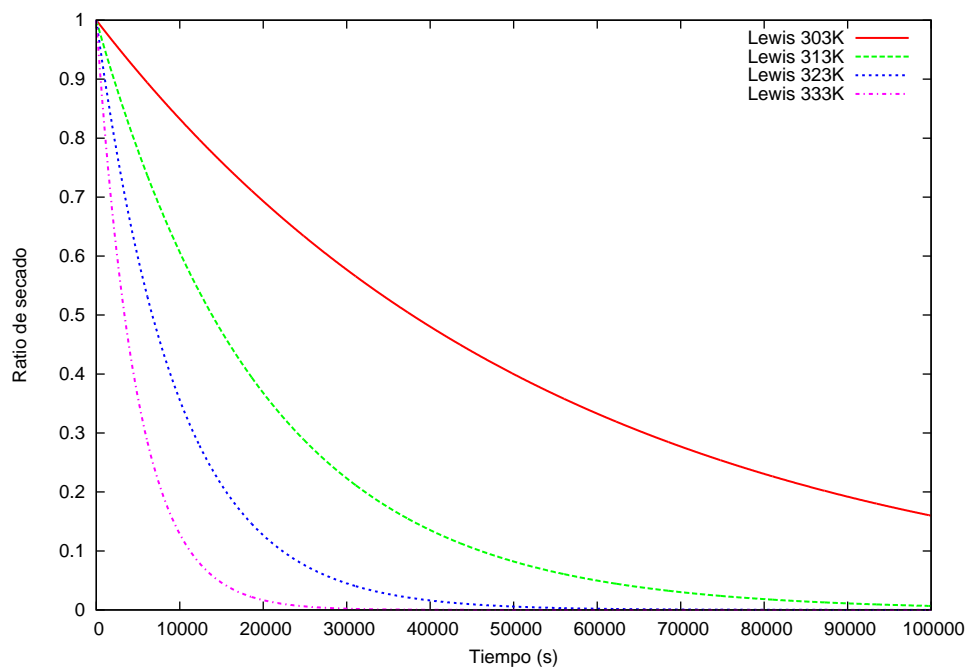


Figura 5-2.: Cinética de secado.

Para calcular el valor del coeficiente de transferencia de masa por convección se usan correlaciones empíricas encontradas mediante trabajos teóricos y experimentales que emplean grupos adimensionales para solucionar las ecuaciones de transporte [22, 7, 44]. Uno de estos números adimensionales es el número de Sherwood Sh , análogo al número de Nusselt Nu , el cual indica la relación entre la difusión y la convección en el fluido en el caso de difusión másica. El número de Schmidt Sc , por otra parte, indica la relación entre la rata de difusión por la viscosidad y la rata de difusión molecular o másica.

$$Nu = \frac{\alpha L}{\lambda} \quad \longrightarrow \quad Sh = \frac{\beta L}{D}$$
$$Pr = \frac{C_p \mu}{\lambda} \quad \longrightarrow \quad Sc = \frac{\nu}{D}$$

Donde L es la longitud característica, D es la difusividad y ν es la viscosidad cinemática. Muchos estudios se han llevado a cabo para determinar las correlaciones para los coeficientes convectivos para diferentes geometrías, regímenes de flujo y aplicaciones. La correlación empírica para encontrar el coeficiente superficial de transferencia de masa por convección queda definida por la Ec. 5-4. La analogía establece que para cada caso los coeficientes C , m y n de las correlaciones empíricas para la transferencia de calor son los mismos en la transferencia de masa.

$$Sh = C \cdot Re^m \cdot Sc^n \quad (5-4)$$

6. Metodología de la solución numérica

Las ecuaciones gobernantes de los modelos planteados se resuelven mediante técnicas numéricas. En este capítulo se demuestra la discretización de las ecuaciones gobernantes por el método de los volúmenes finitos. Se describen los algoritmos de solución que contienen el mapa de cálculo de las relaciones y los tratamientos numéricos adecuados para resolver el sistema de ecuaciones algebraicas. Además, se realiza un trabajo de verificación de los tratamientos numéricos implementados en la solución de las ecuaciones gobernantes.

6.1. Modelo tramo a tramo

El método de solución consiste en discretizar todo el dominio del túnel de secado en tramos, los cuales funcionan como volúmenes finitos [8]. El método resuelve los valores en cada tramo hasta completar la longitud total del túnel en la dirección del flujo. Los valores solución de las ecuaciones de un tramo, son los valores de entrada en el siguiente. Se deben por tanto conocer las condiciones de entrada en el primer tramo. Estos valores se especifican en las condiciones iniciales y de contorno del modelo.

En la Figura 6-1 se muestra la discretización espacial del secador solar. En la figura se resalta un tramo interior, la línea punteada es el volumen del aire interior en el tramo. Para el aire, los volúmenes finitos abarcan toda el área transversal interior del túnel. El aire tiene N_x volúmenes de longitud Δx . La longitud del volumen depende del número de tramos en los cuales se realice el análisis y se divida la longitud total del secador. La discretización de las ecuaciones gobernantes del aire interior es unidimensional en la dirección x , obteniendo los valores discretos en los nodos situados en las superficies del volumen del aire. Para los sólidos se realiza adicionalmente una discretización en la dirección y en cada tramo. La discretización incluye la placa absorbente o el producto en contacto con el aire interior y el aislante inferior en contacto con el ambiente exterior. Los sólidos tienen $j_p - 1$ volúmenes de longitud Δy . El nodo de la cubierta se designa con el subíndice m .

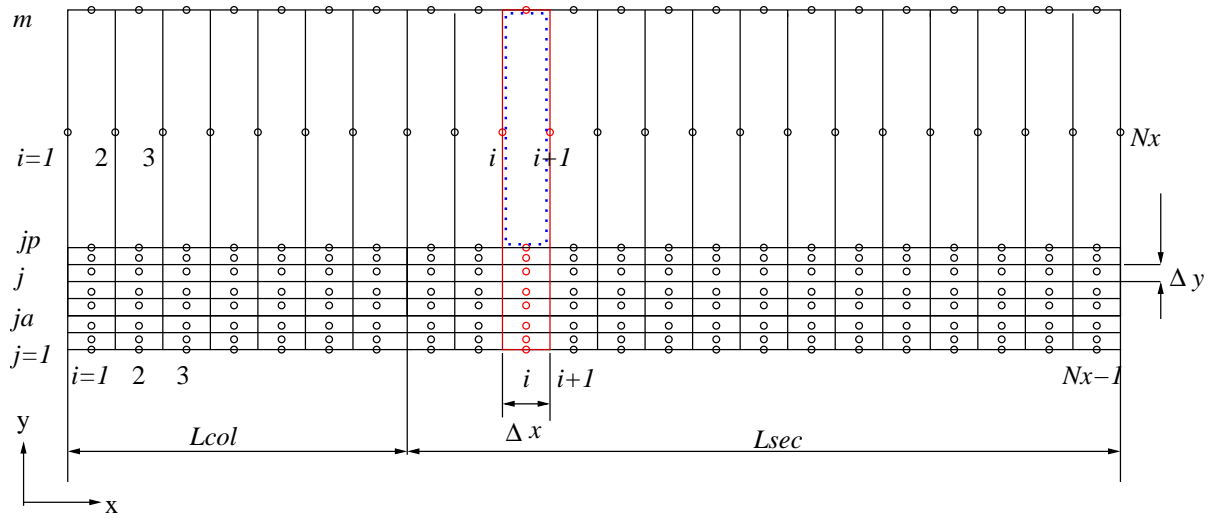


Figura 6-1.: Discretización tramo a tramo.

6.1.1. Aire interior

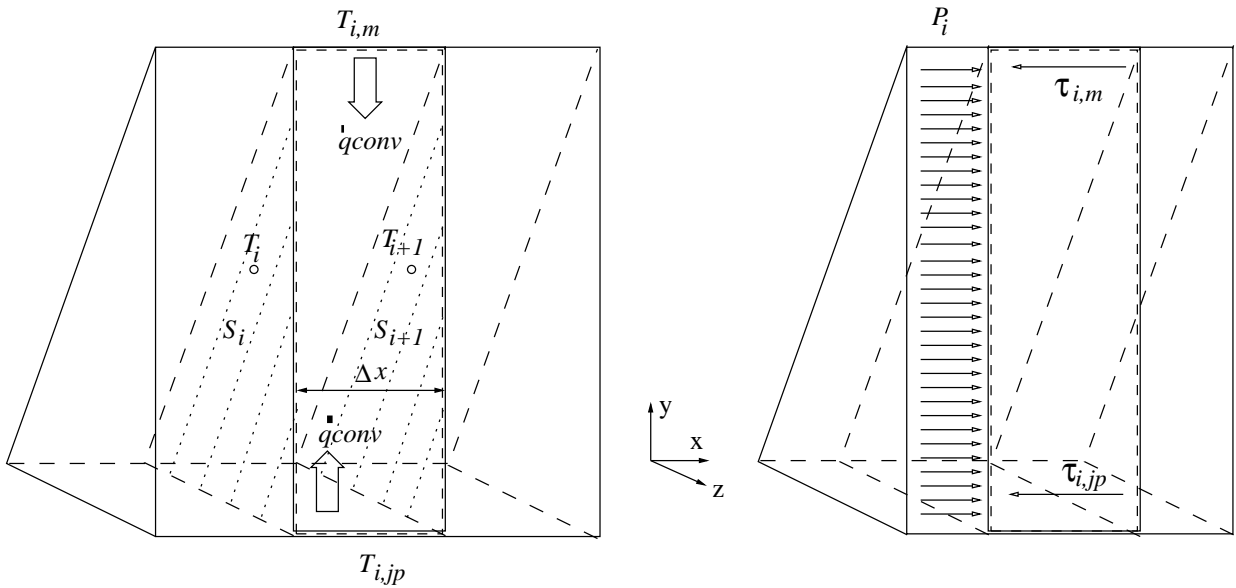


Figura 6-2.: Volumen discretizado del aire interior.

Un volumen discretizado del aire interior se muestra en la Figura 6-2. Las superficies transversales del volumen se definen con el vector normal a cada cara:

Superficie S_{i+1} :

$$\vec{n}_{i+1} = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Superficie S_i :

$$\vec{n}_i = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

El volumen se calcula como $V_i = S_i \cdot \Delta x$. Se define la superficie en contacto con la cubierta como $S_{i,m}$ y la superficie en contacto con la placa absorbente o producto como $S_{i,jp}$ (ver Figura 6-3). Estas superficies tienen un área de $S_{i,jp} = W \cdot \Delta x$ y $S_{i,m} = \Delta x \cdot 2 \cdot \sqrt{\left(\frac{W}{2}\right)^2 + H^2}$.

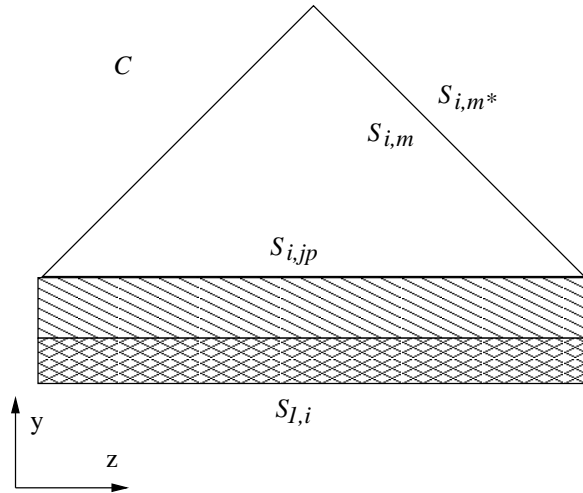


Figura 6-3.: Vista transversal del túnel de secado para el modelo tramo a tramo.

Para discretizar las ecuaciones gobernantes del aire interior (Ec. 3-1, 3-2, 3-3 y 3-4) se deben integrar en el volumen de control considerando las condiciones iniciales y de contorno planteadas. La demostración de la integración de la ecuación de la convección - difusión se muestra en el Anexo A, resultando en la discretización general. La notación con subíndices para indicar la posición y con superíndices para el instante de tiempo es empleada en las ecuaciones discretizadas. Los valores de las variables que se evalúan en el centro geométrico del volumen son el promedio de los valores conocidos en las superficies del volumen:

$$\bar{\phi}^{n+1} = \frac{\phi_{i+1}^{n+1} + \phi_i^{n+1}}{2} \quad (6-1)$$

$$\bar{\phi}^n = \frac{\phi_{i+1}^n + \phi_i^n}{2} \quad (6-2)$$

Y estos valores se designan con una barra de promedio.

Ecuación de continuidad

Con la ecuación de continuidad se encuentra la componente de velocidad en el eje x en la superficie $i + 1$ del volumen.

$$\{\rho u S\}_{i+1}^{n+1} - \{\rho u S\}_i^{n+1} = 0 \quad (6-3)$$

por tanto la velocidad queda en términos de:

$$u_{i+1}^{n+1} = \frac{\{\rho u S\}_i^{n+1}}{\{\rho S\}_{i+1}^{n+1}} \quad (6-4)$$

Ecuación de la cantidad de movimiento en la dirección x

La discretización del término convectivo se discretiza como se muestra en el Anexo A. El término de gradiente de la presión se discretiza de la siguiente forma:

$$\int_V -\nabla P dV = \int_S -P \vec{n} dS = \int_i P dS - \int_{i+1} P dS \quad (6-5)$$

$$\int_S -P \vec{n} dS \approx \{PS\}_i - \{PS\}_{i+1} \quad (6-6)$$

El término de la divergencia de las tensiones cortantes se discretiza igualmente aplicando el teorema de la divergencia sobre valores de tensión cortante que se presentan en las superficies laterales del conducto.

$$\int_V \nabla \cdot (\vec{\tau}) dV = \int_S \vec{\tau} \cdot \vec{n} dS = - \int_{i,m} \tau dS - \int_{i,jp} \tau dS \quad (6-7)$$

$$\int_S \vec{\tau} \cdot \vec{n} dS \approx -\{\tau S\}_{i,m} - \{\tau S\}_{i,jp} \quad (6-8)$$

La tensión cortante τ puede describirse en términos del coeficiente de fricción f , el cual se calcula a través de correlaciones empíricas [7].

$$\tau = f \frac{\bar{\rho} \bar{u}^2}{2} \quad (6-9)$$

Sustituyendo los términos y reordenando:

$$P_{i+1}^{n+1} = \frac{\{PS\}_i^{n+1} - f_{i,jp} \frac{\bar{\rho} \bar{u}^{n+1}{}^2}{2} S_{i,jp} - f_{i,m} \frac{\bar{\rho} \bar{u}^{n+1}{}^2}{2} S_{i,m} + \{u\rho u S\}_i^{n+1} - \{u\rho u S\}_{i+1}^{n+1} - \bar{\rho} \frac{\bar{u}^{n+1} - \bar{u}^n}{\Delta t} V_i}{S_{i+1}} \quad (6-10)$$

Ecuación de la energía

El flujo de calor que entra a través de las superficies del volumen de control \dot{q} es un flujo de calor debido a la convección con las superficies interiores del túnel $S_{i,jp}$ y $S_{i,m}$.

$$\dot{q} = \alpha^I (T_{i,jp}^{n+1} - \bar{T}^{n+1}) + \alpha^I (T_{i,m}^{n+1} - \bar{T}^{n+1}) \quad (6-11)$$

Siendo α^I el coeficiente de transferencia por convección entre las superficies del túnel y el aire interior. Este coeficiente se evalúa de las relaciones empíricas planteadas en el capítulo de correlaciones empíricas, con las condiciones del aire y los sólidos en el tramo. Definiendo como positivo el calor de convección entrante, $T_{i,m}$ es la temperatura de la cubierta, $T_{i,jp}$ es la temperatura de la superficie inferior y \bar{T} es la temperatura media del volumen en el tramo considerado.

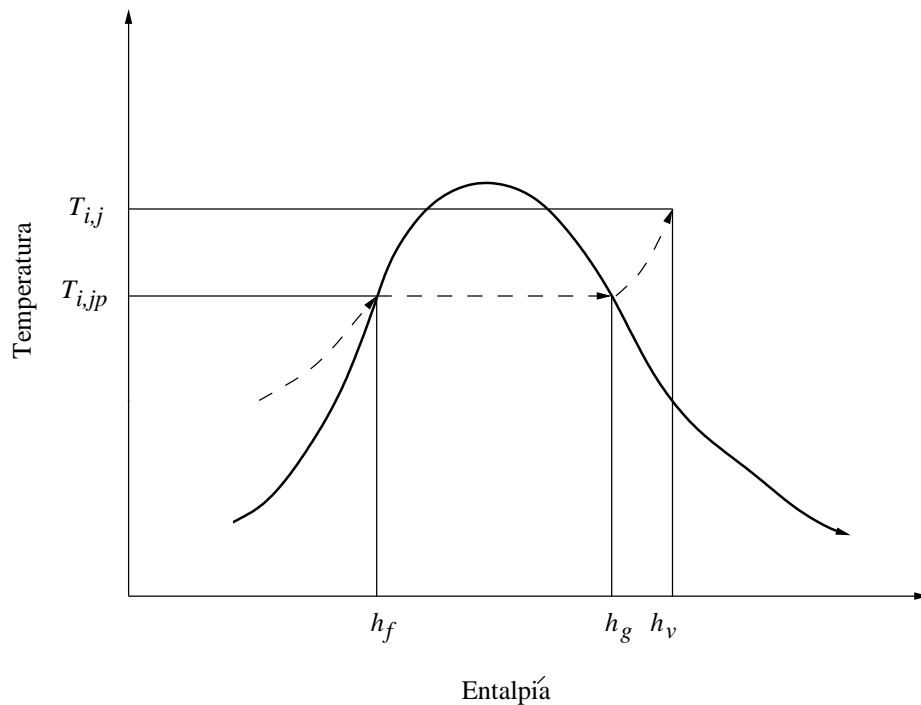


Figura 6-4.: Diagrama de entalpía del agua.

En la evaporación el agua líquida deja el producto causando una reducción en la entalpía del producto, esta agua se evapora y entra a la corriente de aire alcanzando sus condiciones termodinámicas. El calor \dot{q} asociado al proceso de alcanzar las condiciones del aire es la diferencia entre la entalpía del vapor en el aire y la entalpía del vapor saturado $h_v - h_g$ (ver Figura 6-4). Por lo tanto, el flujo másico de agua evaporada \dot{J} , debe tener una carga energética de $c_{pv}(\bar{T}^{n+1} - T_{i,jp}^{n+1})$, siendo $T_{i,jp}$ la temperatura de la superficie del producto. Al integrar la ecuación de la energía sobre el volumen, la ecuación discretizada de la energía se

plantea de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} & \bar{\rho}\bar{c}_p \frac{\bar{T}^{n+1} - \bar{T}^n}{\Delta t} V_i + \{u\rho c_p TS\}_{i+1}^{n+1} - \{u\rho c_p TS\}_i^{n+1} = \\ & \alpha^I (T_{i,jp}^{n+1} - \bar{T}^{n+1}) S_{i,jp} + \alpha^I (T_{i,m}^{n+1} - \bar{T}^{n+1}) S_{i,m} - \dot{J} c_{pv} (\bar{T}^{n+1} - T_{i,jp}^{n+1}) \end{aligned} \quad (6-12)$$

Como los valores promedios \bar{T}^{n+1} incluyen el valor de la temperatura en las superficies, se despeja la ecuación resultante.

$$\begin{aligned} & \{T_{i+1}^{n+1} + T_i^{n+1} - T_{i+1}^n - T_i^n\} \frac{\bar{\rho}\bar{c}_p V_i}{2\Delta t} \\ & + \{u\rho c_p TS\}_{i+1}^{n+1} - \{u\rho c_p TS\}_i^{n+1} + T_{i+1}^{n+1} \alpha^I \frac{(S_{i,jp} + S_{i,m})}{2} + \frac{\dot{J} c_{pv} T_{i+1}^{n+1}}{2} \\ & = \alpha^I (T_{i,jp}^{n+1} S_{i,jp} + T_{i,m}^{n+1} S_{i,m}) - T_i^{n+1} \alpha^I \frac{(S_{i,jp} + S_{i,m})}{2} - \frac{\dot{J} c_{pv} T_i^{n+1}}{2} + \dot{J} c_{pv} T_{i,jp}^{n+1} \end{aligned} \quad (6-13)$$

Despejando:

$$T_{i+1}^{n+1} = \frac{a}{b} \quad (6-14)$$

donde,

$$\begin{aligned} a &= \{u\rho c_p TS\}_i^{n+1} + \frac{\bar{\rho}\bar{c}_p V_i}{2\Delta t} \{T_{i+1}^n + T_i^n - T_i^{n+1}\} \\ & + \alpha^I (T_{i,jp}^{n+1} S_{i,jp} + T_{i,m}^{n+1} S_{i,m}) - T_i^{n+1} \alpha^I \frac{(S_{i,jp} + S_{i,m})}{2} + \dot{J} c_{pv} (T_{i,jp}^{n+1} - \frac{T_i^{n+1}}{2}) \\ b &= \{u\rho c_p S + \bar{\rho}\bar{c}_p + \alpha^I \frac{(S_{i,jp} + S_{i,m})}{2} + \frac{\dot{J} c_{pv}}{2}\}_{i+1}^{n+1} \end{aligned}$$

Ecuación de la especie humedad

El flujo másico de entrada al volumen es la evaporación del agua del producto \dot{J} . Como este flujo se evalúa mediante la cinética de secado, simplemente se toma en consideración como un flujo positivo entrante al volumen de aire. Al igual que en la discretización de la ecuación de la energía, el valor de fracción másica de humedad en la superficie $i + 1$ participa en el promedio del valor del término transitorio. Por lo tanto se debe despejar del balance:

$$(Y_i^{n+1} + Y_{i+1}^{n+1} - Y_i^n - Y_{i+1}^n) \frac{\bar{\rho}V}{2\Delta t} + \{\rho u YS\}_{i+1}^{n+1} - \{\rho u YS\}_i^{n+1} = \dot{J} \quad (6-15)$$

Organizando:

$$Y_{i+1}^{n+1} = \frac{\{\rho u YS\}_i^{n+1} + (Y_i^n + Y_{i+1}^n - Y_i^{n+1}) \frac{\bar{\rho}V}{2\Delta t} + \dot{J}}{\frac{\bar{\rho}V}{2\Delta t} + \{\rho u S\}_{i+1}^{n+1}} \quad (6-16)$$

Cuando no se presenta el proceso de secado, no hay flujo de humedad a través de las superficies de contorno del volumen de control, entonces no hay un cambio en el valor de humedad del aire interior:

$$Y_{i+1}^{n+1} = Y_i^{n+1}$$

6.1.2. Sólidos

La ecuación de la energía (Ec. 3-5) se integra en cada uno de los sólidos. Se requieren condiciones de contorno adecuadas para resolverlas.

Cubierta plástica

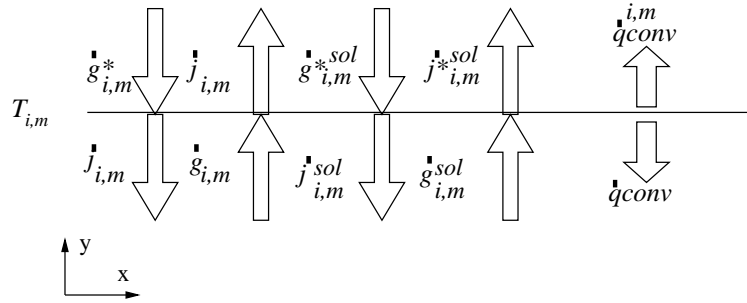


Figura 6-5.: Discretización cubierta plástica.

El espesor de la cubierta plástica es del orden de los $200 \mu m$, por lo que esta se aproxima a una superficie sin volumen. Al integrar la ecuación de la energía se deben considerar las condiciones de contorno inferiores (superficie en contacto con el aire interior) y las superiores (superficie en contacto con el aire exterior). Estas condiciones de contorno son condiciones convectivas y radiativas. Como se planteó previamente, la radiación térmica se describe en la superficie mediante una radiación e irradiación en la banda infrarroja y solar.

$$0 = -\alpha^I (T_{i,m}^{n+1} - \bar{T}_i^{n+1}) S_{i,m} - \alpha^{i,m} (T_{i,m}^{n+1} - T_{amb}) S_{i,m} + (\dot{g}_{i,m} - \dot{j}_{i,m}) S_{i,m} \\ + (\dot{g}_{i,m}^* - \dot{j}_{i,m}^*) S_{i,m} + (\dot{g}_{i,m}^{sol} - \dot{j}_{i,m}^{sol}) S_{i,m} + (\dot{g}_{i,m}^{*sol} - \dot{j}_{i,m}^{*sol}) S_{i,m} \quad (6-17)$$

Despejando la temperatura de la cubierta:

$$T_{i,m}^{n+1} = \frac{\alpha^I \bar{T}_i^{n+1} + \alpha^{i,m} T_{amb} + \dot{g}_{i,m} - \dot{j}_{i,m} + \dot{g}_{i,m}^* - \dot{j}_{i,m}^* + \dot{g}_{i,m}^{sol} - \dot{j}_{i,m}^{sol} + \dot{g}_{i,m}^{*sol} - \dot{j}_{i,m}^{*sol}}{\alpha^I + \alpha^{i,m}} \quad (6-18)$$

Los coeficientes superficiales de transferencia de calor por convección se encuentran al evaluar las correlaciones empíricas para convección forzada en el interior y natural en el exterior.

Placa absorbente y aislante

La formulación de la discretización en los materiales sólidos inferiores se realiza de igual forma mediante la integración de las ecuaciones gobernantes en los volúmenes discretos mostrados en las Figuras 6-6 y 6-7. Un volumen interior de la discretización espacial mostrado en la

Figura 6-6 se define como $V_P = \Delta y \cdot S_s \cdot W$. Las superficies norte S_s y sur S_n del volumen tienen un área superficial $\Delta x \cdot W$.

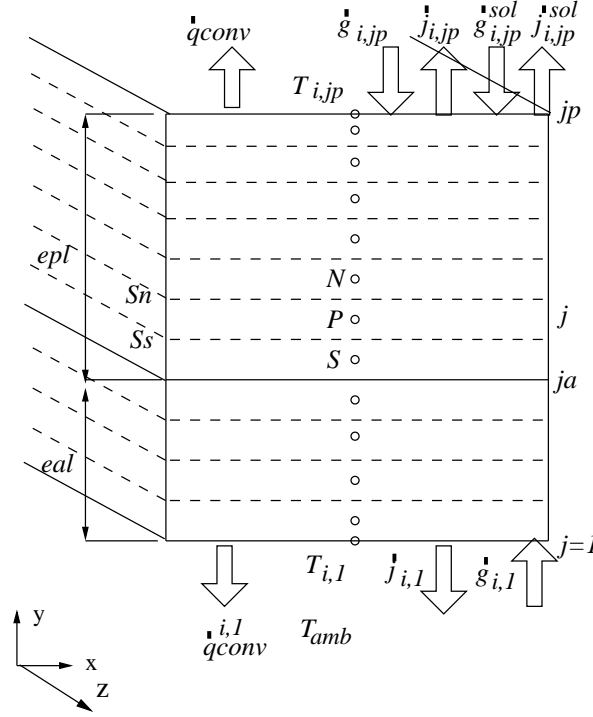


Figura 6-6.: Discretización unidimensional para la ecuación de la energía de la placa absorbente y el aislante.

Para discretizar la ecuación de la energía se debe integrar en todo el volumen de discretización (ver Anexo A). Resultando en:

$$\bar{\rho}_s \bar{c}_{ps} \frac{T_P^{n+1} - T_P^n}{\Delta t} V_P = \left(\lambda_s \frac{\partial T}{\partial y} \right)_n^{n+1} S_n - \left(\lambda_s \frac{\partial T}{\partial y} \right)_s^{n+1} S_s \quad (6-19)$$

Las derivadas de los flujos difusivos se aproximan numéricamente mediante una diferencial numérica de primer orden:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_n = \frac{T_N - T_P}{\delta PN}$$

$$\left(\frac{\partial T}{\partial y} \right)_s = \frac{T_P - T_S}{\delta PS}$$

Reemplazando:

$$\bar{\rho}_s \bar{c}_{ps} \frac{T_P^{n+1} - T_P^n}{\Delta t} V_P = \lambda_n \frac{T_N^{n+1} - T_P^{n+1}}{\delta PN} S_n + \lambda_s \frac{T_S^{n+1} - T_P^{n+1}}{\delta PS} S_s \quad (6-20)$$

donde la conductividad térmica en la superficie se evalúa mediante una media armónica de los valores en los nodos.

$$\lambda_n = \frac{\delta PN}{\frac{\delta Pn}{\lambda_P} + \frac{\delta nN}{\lambda_N}}$$

$$\lambda_s = \frac{\delta PS}{\frac{\delta Ps}{\lambda_P} + \frac{\delta sS}{\lambda_S}}$$

Al organizar la ecuación y agrupar los términos que multiplican a las temperaturas en coeficientes, se encuentra la expresión de discretización para los volúmenes interiores:

$$a_S T_S^{n+1} - (a_P^o + a_N + a_S) T_P^{n+1} + a_N T_N^{n+1} = -a_P^o T_P^n \quad (6-21)$$

donde:

$$a_N = \frac{S_n}{\frac{\delta Pn}{\lambda_P} + \frac{\delta nN}{\lambda_N}}$$

$$a_S = \frac{S_s}{\frac{\delta Ps}{\lambda_P} + \frac{\delta sS}{\lambda_S}}$$

$$a_P^o = \frac{\bar{\rho}_s \bar{c}_{ps}}{\Delta t} V_P$$

La discretización es válida para cualquier volumen dentro del dominio. Al ser una discretización de nodos centrados, la densidad y el calor específico son promedios del volumen de control. Esta discretización tiene la ventaja de describir un único material en el volumen cuando se presentan interfases de dos materiales diferentes. Al evaluar la conductividad térmica en las caras mediante una media armónica se describen mejor las propiedades de transporte cuando existen interfases entre materiales distintos.

Las condiciones de contorno son específicas en cada caso, para todas las superficies de los sólidos se tiene que incluir la condición de radiación térmica y de convección. Para el nodo inferior ($i, 1$) del aislante, el cual no tiene volumen, se tiene una condición de frontera convectiva y radiativa infrarroja, y una conducción de calor con el nodo interior del material. Tomando como positivos los valores que entran a la superficie, la discretización resulta en:

$$\lambda_n \frac{T_{i,2}^{n+1} - T_{i,1}^{n+1}}{\delta PN} S_n - \alpha^{i,1} (T_{i,1}^{n+1} - T_{amb}) S_s + (\dot{g}_{i,1} - \dot{j}_{i,1}) S_s = 0 \quad (6-22)$$

Agrupando en coeficientes:

$$-(a_N + \alpha^{i,1} S_s) T_{i,1}^{n+1} + a_N T_{i,2}^{n+1} = -\alpha^{i,1} T_a S_s - \dot{g}_{i,1} S_s + \dot{j}_{i,1} S_s \quad (6-23)$$

Para el nodo superior (i, jp) de la placa absorbente existe una condición de frontera convectiva con el aire interior y una condición radiativa térmica infrarroja y solar.

$$\lambda_s \frac{T_{i,jp-1}^{n+1} - T_{i,jp}^{n+1}}{\delta PS} S_s - \alpha^I (T_{i,jp}^{n+1} - \bar{T}^{n+1}) S_n + (\dot{g}_{i,jp} - \dot{j}_{i,jp}) S_n + (\dot{g}_{i,jp}^{sol} - \dot{j}_{i,jp}^{sol}) S_n = 0 \quad (6-24)$$

Agrupando en coeficientes:

$$a_S T_{i,jp-1}^{n+1} - (a_S + \alpha^I S_n) T_{i,jp}^{n+1} = -\alpha^I \bar{T}^{n+1} S_n - \dot{g}_{i,jp} S_n + \dot{j}_{i,jp} S_n - \dot{g}_{i,jp}^{sol} S_n + \dot{j}_{i,jp}^{sol} S_n \quad (6-25)$$

6.1.3. Producto

La discretización en el producto es diferente a la discretización de la placa absorbente (ver Figura 6-7). El producto se considera como un volumen completo al definirse la cinética de secado para todo el volumen de producto. Igualmente se tiene un nodo en la superficie en contacto con el aire interior.

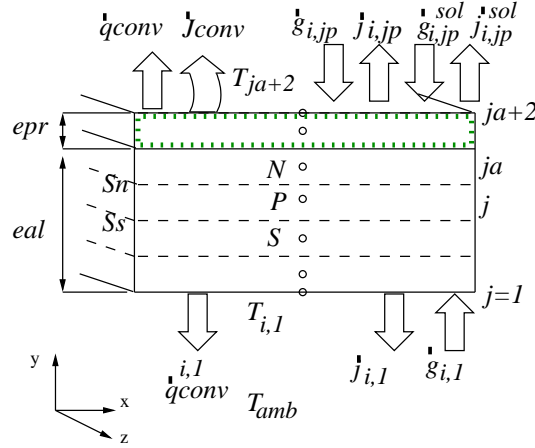


Figura 6-7.: Discretización unidimensional del producto y el aislante.

Ecuación de la energía en el producto

La discretización de la ecuación de la energía para los volúmenes interiores y la superficie exterior del aislante es la misma que la realizada anteriormente para los elementos sólidos. Por otra parte, la condición de contorno de la superficie del producto considera el calor de evaporación del agua que la atraviesa. La energía específica de cambio de fase o vaporización es $h_g - h_f = h_{fg}$ (ver Figura 6-4). La rata de agua que se evapora es \dot{J} . Lo cual resulta en un calor de vaporización de la humedad del producto $\dot{J}h_{fg}$. Por lo tanto, la ecuación discretizada de energía en la superficie del producto resulta en lo siguiente:

$$\lambda_s \frac{T_{i,ja+1}^{n+1} - T_{i,ja+2}^{n+1}}{\delta PS} S_s + (\dot{g}_{i,jp} - \dot{j}_{i,jp}) S_n + (\dot{g}_{i,jp}^{sol} - \dot{j}_{i,jp}^{sol}) S_n + \alpha^I (\bar{T}^{n+1} - T_{i,ja+2}^{n+1}) S_n - \dot{J} h_{fg} = 0 \quad (6-26)$$

$$a_S T_{i,ja+1}^{n+1} - (a_S + \alpha^I S_n) T_{i,ja+2}^{n+1} = -\alpha^I \bar{T}^{n+1} S_s - \dot{g}_{i,jp} S_s + \dot{j}_{i,jp} S_s - \dot{g}_{i,jp}^{sol} S_s + \dot{j}_{i,jp}^{sol} S_s + \dot{J} h_{fg} \quad (6-27)$$

La Ec. 6-27 indica que el calor transferido desde el aire más la energía proveniente de la radiación, está asociado al calor de evaporación del agua en el material.

Ecuación de la humedad en el producto

La ecuación de la humedad (Ec. 3-7) solamente aplica para el producto. El producto se encuentra dispersado en un colchón de espesor conocido sobre el aislante. Para la superficie inferior del producto, que se supone en contacto con el aislante, se tiene una condición

de impermeabilidad. El flujo de humedad se define en un único volumen de producto sobre el cual ocurre el fenómeno de evaporación $V_{pr} = epr \cdot \Delta x \cdot W$ (ver punteado en la Figura 6-7).

- Relaciones semi-empíricas de secado de Toronjil

La humedad de la capa fina de producto M_i^{n+1} se evalúa en cada instante mediante la Ec. 2-1. Donde $M_{eq,i}^{n+1}$ es la humedad de equilibrio del producto a las condiciones del aire de secado encontrada mediante la relación de isoterma de sorción (Ec. 5-1). El flujo de humedad en la superficie se obtiene integrando la ecuación de humedad en el producto con la condición de contorno evaporativa:

$$\rho_{pr} \int_C \frac{\partial M}{\partial t} dV = \int_C \nabla \cdot (j) dV = \int_S j \cdot \vec{n} dS \quad (6-28)$$

Se puede reemplazar el cambio en la humedad del producto (ver Ec. 2-1) en la integral:

$$\rho_{pr} \int_C -k(M - M_{eq}) dV = \int_S j \cdot \vec{n} dS \quad (6-29)$$

Integrando la ecuación y suponiendo un flujo hacia el aire con signo negativo.

$$-k(M_i - M_{eq,i}) \rho_{pr} V_{pr} = -j S_n \quad (6-30)$$

$$j^{n+1} = \rho_{pr} V_{pr} k (M_i^{n+1} - M_{eq,i}^{n+1}) \quad (6-31)$$

- Analogía de Chilton-Colburn

La discretización de la ecuación de humedad del producto se obtiene integrando la ecuación de humedad en el volumen del producto con la condición de contorno evaporativa:

$$\rho_{pr} \int_C \frac{\partial M}{\partial t} dV = \int_C \nabla \cdot (j) dV = \int_S j \cdot \vec{n} dS \quad (6-32)$$

$$\rho_{pr} \frac{M_i^{n+1} - M_i^n}{\Delta t} V_{pr} = -j S_n \quad (6-33)$$

$$M_i^{n+1} = M_i^n - \frac{j \Delta t}{\rho_{pr} V_{pr}} \quad (6-34)$$

El flujo de humedad por analogía de Chilton-Colburn se define en la Ec. 5-3. La humedad del aire en la superficie del producto Y se aproxima a la humedad relativa de equilibrio del agua líquida en la superficie del producto encontrada mediante la isoterma de sorción 5-1. Una vez obtenida la humedad relativa de equilibrio en la superficie del producto, se usan las relaciones 3-20 y 3-18 para encontrar la fracción másica del vapor de agua en la superficie del producto.

6.1.4. Radiación

Para realizar un análisis de la cantidad de energía transferida mediante la radiación es necesario definir la geometría de las superficies del secador que se van a analizar y además suponerlas como superficies grises y difusas. También es necesario suponer que las superficies tienen propiedades radiantes, radiosidades e irradiaciones uniformes en toda el área superficial. En el planteamiento tramo a tramo se suponen 2 superficies interiores en el túnel de secado (ver Figura 6-3), las cuales son:

- Superficie interior de la cubierta plástica $S_{i,m}$
- Placa absorbente o producto $S_{i,jp}$

Igualmente para la sección exterior del túnel de secado, las superficies exteriores participantes son:

- Superficie exterior de la cubierta plástica $S_{i,m*}$
- Superficie exterior del aislante $S_{i,1}$
- Cielo C

Factores de vista

La evaluación de los factores de vista involucra las superficies mencionadas en el apartado anterior y se calcula mediante la Ec. 3-29. El cálculo de los factores de vista de las superficies se muestra en la Tabla 6-1. Para la superficie exterior, se aproxima el cielo a un área infinitamente más grande que el área de la cubierta del secador. Por medio del teorema de la reciprocidad se encuentran los únicos factores de vista que no son triviales.

Tabla 6-1.: Valores de los factores de vista del modelo tramo a tramo.

Superficie	$S_{i,m}$	$S_{i,m*}$	$S_{i,jp}$	$S_{i,1}$	C
$S_{i,m}$	$1 - \frac{W}{2\sqrt{H^2+(\frac{W}{2})^2}}$	0	$\frac{W}{2\sqrt{H^2+(\frac{W}{2})^2}}$	0	0
$S_{i,m*}$	0	0	0	0	1
$S_{i,jp}$	1	0	0	0	0
$S_{i,1}$	0	0	0	0	0
C	0	0	0	0	1

Método de las radiosidades

Una vez calculados los factores de vista entre las superficies se procede a plantear el sistema de ecuaciones de radiosidades. Para las superficies $S_{i,m}$ y $S_{i,jp}$ del interior de cada tramo se define el sistema de radiosidades infrarrojas como:

$$\varepsilon_{i,m}\sigma T_{i,m}^4 + (1 - \varepsilon_{i,m})\dot{g}_{i,m} = \dot{j}_{i,m} \quad (6-35)$$

$$F_{[i,m][i,m]}\dot{j}_{i,m} + F_{[i,m][i,jp]}\dot{j}_{i,jp} = \dot{g}_{i,m} \quad (6-36)$$

$$\varepsilon_{i,jp}\sigma T_{i,jp}^4 + (1 - \varepsilon_{i,jp})\dot{g}_{i,jp} = \dot{j}_{i,jp} \quad (6-37)$$

$$\dot{j}_{i,m} = \dot{g}_{i,jp} \quad (6-38)$$

Al suponer el cielo como un cuerpo negro cuya emisividad es 1, en la superficie S_{i,m^*} exterior de la cubierta del secador se el sistema a lo siguiente:

$$\varepsilon_{i,m}\sigma T_{i,m}^4 + (1 - \varepsilon_{i,m})\dot{g}_{i,m}^* = \dot{j}_{i,m}^* \quad (6-39)$$

$$\sigma T_c^4 = \dot{g}_{i,m}^* \quad (6-40)$$

Para la superficie exterior inferior del aislante:

$$\varepsilon_{i,1}\sigma T_{i,1}^4 + (1 - \varepsilon_{i,1})\dot{g}_{i,1} = \dot{j}_{i,1} \quad (6-41)$$

$$\sigma T_{amb}^4 = \dot{g}_{i,1} \quad (6-42)$$

Las anteriores ecuaciones conforman el sistema de radiosidades infrarrojas para las superficies participantes de la radiación térmica en cada tramo. En cuanto a la radiación en la banda solar (ver 3-27 y 3-28), se plantea el siguiente sistema de ecuaciones de las radiosidades para las superficies interiores del secador en cada tramo:

$$R_{i,m}^{sol}\dot{j}_{i,m}^{sol} + (1 - R_{i,m}^{sol} - A_{i,m}^{sol})\dot{g}_{i,m}^{sol} = \dot{j}_{i,m}^{sol} \quad (6-43)$$

$$F_{[i,m][i,m]}\dot{j}_{i,m}^{sol} + F_{[i,m][i,jp]}\dot{j}_{i,jp}^{sol} = \dot{g}_{i,m}^{sol} \quad (6-44)$$

$$R_{i,jp}^{sol}\dot{j}_{i,jp}^{sol} = \dot{j}_{i,jp}^{sol} \quad (6-45)$$

$$\dot{j}_{i,m}^{sol} = \dot{g}_{i,jp}^{sol} \quad (6-46)$$

Al haber supuesto que la radiación solar e infrarroja tiene una incidencia perpendicular del exterior, la radiación que transpasa la cubierta plástica se vuelve difusa en el interior. Para la superficie exterior de la cubierta del secador:

$$R_{i,m}^{sol}\dot{g}_{i,m}^{sol} + (1 - R_{i,m}^{sol} - A_{i,m}^{sol})\dot{g}_{i,m}^{sol} = \dot{j}_{i,m}^{sol} \quad (6-47)$$

$$I_T = \dot{g}_{i,m}^{sol} \quad (6-48)$$

$$(6-49)$$

Donde I_T es la irradiación solar total. El resto de las superficies exteriores no involucran radiación solar.

6.1.5. Algoritmo de solución

Para la solución del sistema de ecuaciones se utiliza el método numérico de Newton-Raphson, el cual encuentra la solución al sistema de ecuaciones algebraicas planteado en cada tramo. Este método realiza un bucle iterativo para solucionar las ecuaciones. La convergencia del bucle iterativo se controla mediante un criterio de diferencia entre los valores calculados sucesivamente. Al solucionar los valores en cada tramo, estos serán las condiciones conocidas a la entrada del siguiente tramo. El algoritmo general se presenta en la Figura 6-8. A continuación se indican algunas precisiones del algoritmo.

Para la solución del sistema de ecuaciones resultante de la discretización unidimensional del sólido se implementa el método Tridiagonal Matrix Algorithm (TDMA), el cual se usa en matrices que tienen tres diagonales. Este método encuentra el valor de la variable desconocida de cada fila en términos de la siguiente fila realizando una sustitución hacia adelante. Posteriormente resuelve el valor de la última variable, encontrando así los valores de las variables anteriores mediante la sustitución hacia atrás de los valores conocidos [22]. En cuanto a la solución de la radiación en las superficies, la radiación térmica infrarroja es función de la cuarta potencia de la temperatura de la superficie, pero no hay forma analítica de aislar las temperaturas por fuera del balance de energía, por lo cual es necesario realizar el cálculo de los valores de radiosidades independiente del balance energético en las superficies. Los valores de radiosidades e irradiaciones deben ser luego reemplazados en los balances de energía para así obtener los valores de temperaturas de las superficies. En contraste, se puede realizar el cálculo de las radiosidades solares anterior a la resolución del túnel, puesto que en este cálculo no intervienen las temperaturas de las superficies y los valores sólo cambiarán si varía la radiación solar en el tiempo.

6.2. Procedimiento de programación

Los códigos de programación computacional que contienen los algoritmo de solución de los modelos planteados, operan de la misma forma y se constituyen a grandes razgos de los mismos componentes, por lo cual se realiza su explicación general a continuación. Las entradas de datos del código son los valores geométricos del secador, las condiciones iniciales, las propiedades termofísicas de los componentes, y la información metereológica. Esta información metereológica indica las condiciones del ambiente exterior, específicamente el valor de temperatura y humedad relativa del aire y la radiación solar incidente en cada instante de tiempo. Se deben además establecer los parámetros numéricos de solución del modelo. Estos parámetros numéricos incluyen: la cantidad de volúmenes de control, los criterios de estabilidad, el número de iteraciones permitidas en los bucles de solución de sistema de ecuaciones y de tiempo, los criterios de parada de los bucles de solución y de tiempo y algunos otros parámetros como el factor de relajación. El código arroja los resultados de las ecuaciones

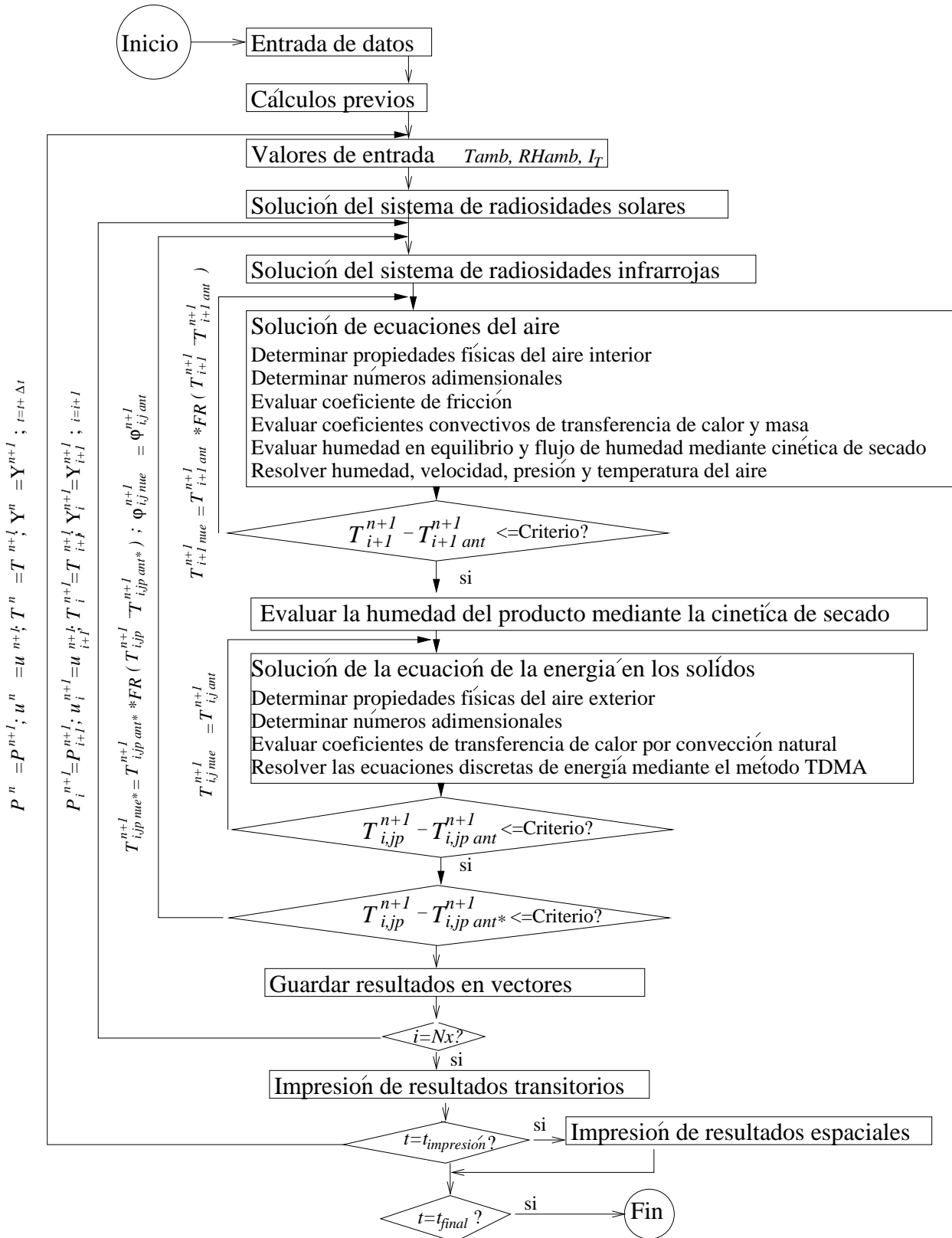


Figura 6-8.: Algoritmo de solución del modelo tramo a tramo.

planteadas. Estos resultados se presentan como impresiones de los datos en todo el espacio interior del secador en un instante de tiempo establecido. También se presentan como una impresión de ciertos valores interiores en el transcurso del tiempo. El diagrama de entradas y salidas del código se presenta en la Figura 6-9.

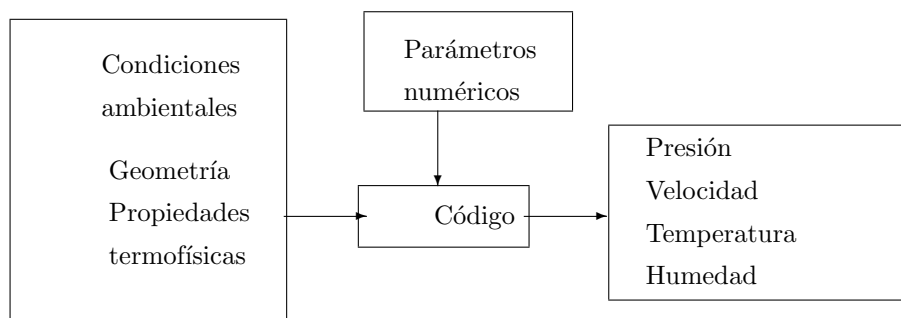


Figura 6-9.: Diagrama de entradas y salidas del código.

Toda la programación se realiza en el lenguaje C++ y esta basada en operaciones matriciales. Las matrices de cada variable se inicializan con las condiciones iniciales del problema. El código consta de las siguientes partes, agrupadas en funciones:

- Una función de lectura de los datos de entrada tales como dimensiones geométricas, propiedades termofísicas y parámetros numéricos.
- Una función de lectura de los datos de entrada de las condiciones meteorológicas en el transcurso del tiempo.
- Una función de mallado.
Esta función llena matrices con los valores de posiciones de caras y nodos, distancias, áreas de las superficies y volúmenes de cada una de las mallas. También realiza demás cálculos previos útiles en otras funciones del código.
- Una función de cálculo de factores de vista interiores del secador.
- Funciones de las relaciones empíricas empleadas.
Estas funciones son funciones específicas de cálculo de las propiedades termofísicas, números adimensionales y coeficientes convectivos de transferencia de calor y masa por convección forzada y natural. Para el caso del modelo tramo a tramo también se incluyen las funciones de presión de saturación del vapor de agua, isoterma de sorción y cinética de secado por relación semi-empírica de capa fina.
- Funciones de llenado de los sistemas de ecuaciones de radiosidades solares e infrarrojas.

- Una función de evaluación de los criterios de estabilidad del método Fractional Step Method.
- Funciones de llenado de matrices de coeficientes tales como:
 - Coeficientes difusivos y convectivos para el término predictor en el Fractional Step Method.
 - Coeficientes difusivos y términos conocidos de Poisson para la solución de la presión en el Fractional Step Method.
 - Coeficientes difusivos, convectivos, acumulativos y conocidos en la solución de ecuaciones de energía y humedad.

La función coeficientes calcula los coeficientes de las ecuaciones discretizadas a partir de las matrices de mallado y de las propiedades termofísicas.

- Función solución del sistema simultáneo de ecuaciones algebraicas.
La función resuelve por algún método el sistema lineal de ecuaciones discretizadas.
- Función de convergencia del método iterativo.
La función convergencia del método iterativo evalúa si la solución se encuentra dentro de la precisión previamente establecida. Esto lo realiza calculando el cambio en valores consecutivos de cálculo o estableciendo un residuo en la ecuación. Si no se cumple el criterio se debe volver a iterar la función solver.
- Funciones de impresión.
La función impresión que genera un archivo de los resultados capaz de ser leído por el procesador de imagen para visualizar los resultados gráficamente. También se puede hacer un seguimiento de los cálculos numéricos del código mediante la generación de impresión de los resultados parciales obtenidos. Esto es importante en la depuración y verificación del código programado y los tratamientos numéricos implementados.

6.3. Modelo multidimensional

El procedimiento de discretización de las ecuaciones diferenciales gobernantes se presenta a continuación según el siguiente orden:

- Discretización de las ecuaciones de la energía y la humedad. La temperatura y la humedad en el aire interior y en los sólidos son valores escalares. Se generaliza la discretización para los valores escalares mediante la discretización de la ecuación de convección difusión mediante el método de volúmenes finitos.
- Discretización de los componentes vectoriales de la velocidad mediante el Fractional Step Method en una malla desplazada.

6.3.1. Discretización espacial para los valores escalares

Se realiza una discretización espacial dividiendo el dominio en volúmenes estructurados y posteriormente centrando los nodos en los volúmenes. Esta forma tiene la ventaja de no tener un nodo que comparta diferentes tipos de materiales a la vez, garantizando que las propiedades termofísicas no van a variar dentro del volumen de control. En todo caso se deben posicionar nodos en la frontera para especificar las condiciones de contorno [22]. Al dividir la geometría bidimensional rectangular (cartesiana y ortogonal) del secador en N_x x N_y volúmenes de control de longitud Δx y Δy se obtiene la malla colocada usada para los valores escalares (ver Figura 6-10).

6.3.2. Discretización de la ecuación de convección - difusión para escalares

En el método de volúmenes finitos las ecuaciones discretas se desarrollan mediante la integración de la ecuación diferencial parcial sobre el volumen de control, conservando las cantidades físicas específicas tales como la energía o la humedad sobre el volumen de control discretizado. Estas cantidades físicas son cantidades escalares en los casos de la temperatura y de la humedad. Se puede formular una discretización general para estos valores al saber que su comportamiento es descrito por la ecuación de la convección - difusión. Un volumen de control típico V es mostrado en la Figura 6-11 mediante líneas punteadas. En esa figura las letras mayúsculas E , W , S y N se refieren a los cuatro nodos vecinos que rodean al nodo P . Las letras minúsculas e , w , s y n muestran los límites de integración (superficies S).

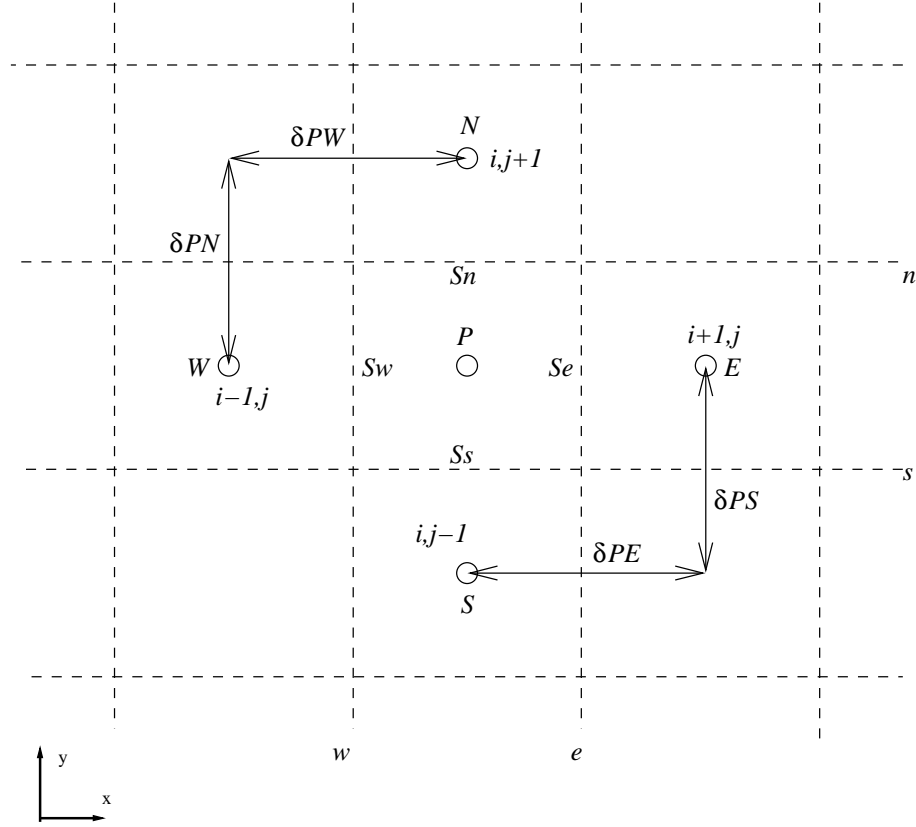


Figura 6-11.: Detalle de un nodo de discretización.

Al integrar la ecuación general de convección difusión 3-17 mediante el método de volúmenes finitos (ver Anexo A) resulta la ecuación general de convección difusión discretizada temporalmente implícita:

$$\bar{\rho} \frac{\phi_P^{n+1} - \phi_P^n}{\Delta t} V + (\rho u \phi)_e^{n+1} S_e - (\rho u \phi)_w^{n+1} S_w + (\rho u \phi)_n^{n+1} S_n - (\rho u \phi)_s^{n+1} S_s =$$

$$\left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e^{n+1} S_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w^{n+1} S_w + \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n^{n+1} S_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s^{n+1} S_s + \dot{g}V \quad (6-50)$$

Esquemas numéricos

Los términos convectivos y difusivos de la ecuación discretizada de convección-difusión se evalúan en las caras pero los valores de la variable se conocen en el nodo interior al volumen de control. Para encontrar los valores de las derivadas de los flujos difusivos estas se aproximan numéricamente mediante una diferencial numérica de primer orden:

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n = \frac{\phi_N - \phi_P}{\delta PN}$$

Por otra parte, la evaluación de los valores convectivos en la cara del volumen se lleva a cabo mediante esquemas numéricos. En esta discretización se implementa un esquema de bajo orden llamado Power Law Difference Scheme (PLDS), descrito por Patankar [35], el cual brinda una mejor aproximación a la solución exacta de la convección-difusión que la arrojada por otros esquemas de bajo orden. Su planteamiento es más complicado que el Hybrid Difference Scheme (HDS), pero las expresiones que usa no son costosas computacionalmente y representan bien el comportamiento exponencial de la solución exacta del esquema exponencial. Implementando el esquema numérico PLDS en la formulación general de los esquemas numéricos mostrado en el Anexo B, se obtiene la ecuación discretizada general para los escalares en cualquier volumen de control interior:

$$a_S \phi_S^{n+1} + a_W \phi_W^{n+1} - a_P \phi_P^{n+1} + a_E \phi_E^{n+1} + a_N \phi_N^{n+1} = -b \quad (6-51)$$

donde los coeficientes a_i pueden ser evaluados con:

$$a_S = D_s \cdot \max(0, (1 - 0,5|Pe_s|)^5) + \max(-F_s, 0)$$

$$a_W = D_w \cdot \max(0, (1 - 0,5|Pe_w|)^5) + \max(-F_w, 0)$$

$$a_E = D_e \cdot \max(0, (1 - 0,5|Pe_e|)^5) + \max(-F_e, 0)$$

$$a_N = D_n \cdot \max(0, (1 - 0,5|Pe_n|)^5) + \max(-F_n, 0)$$

$$a_P = a_S + a_W + a_E + a_N + (\rho_P)^{n+1} \frac{S_x S_y}{\Delta t}$$

$$b = (\rho_P)^n \frac{S_x S_y}{\Delta t} \phi_P^n$$

donde:

$$D_s = \frac{\Gamma_s S_s}{\delta P S}$$

$$D_w = \frac{\Gamma_w S_w}{\delta P W}$$

$$D_e = \frac{\Gamma_e S_e}{\delta P E}$$

$$D_n = \frac{\Gamma_n S_n}{\delta P N}$$

y

$$F_s = (\rho v)_s S_s$$

$$F_w = (\rho u)_w S_w$$

$$F_e = (\rho u)_e S_e$$

$$F_n = (\rho v)_n S_n$$

y el número de Peclet evaluado en la cara f del volumen del control es:

$$Pe_f = \frac{F_f}{D_f}$$

Las propiedades de transporte como la conductividad térmica o la difusividad másica, se evalúan en las caras mediante una media armónica que emplea los valores de las propiedades en los nodos interiores, describiendo mejor las interfaces entre los volúmenes de control.

$$\Gamma_s = \frac{\delta PS}{\frac{\delta P_s}{\Gamma f(\phi_P)} + \frac{\delta s S}{\Gamma f(\phi_S)}}$$

$$\Gamma_w = \frac{\delta PW}{\frac{\delta P_w}{\Gamma f(\phi_P)} + \frac{\delta w W}{\Gamma f(\phi_W)}}$$

$$\Gamma_e = \frac{\delta PE}{\frac{\delta P_e}{\Gamma f(\phi_P)} + \frac{\delta e E}{\Gamma f(\phi_E)}}$$

$$\Gamma_n = \frac{\delta PN}{\frac{\delta P_n}{\Gamma f(\phi_P)} + \frac{\delta n N}{\Gamma f(\phi_N)}}$$

En los materiales sólidos no se presenta un movimiento de las partículas entre los volúmenes de control (advección). Debido a esto, no se presenta el término convectivo F_f , el número de Peclet Pe_f es nulo, y los valores de los coeficientes de transporte en las superficies a_f de la ecuación 6-51 son únicamente los coeficientes difusivos D_f .

Consideraciones especiales de la ecuación de la energía

En el producto se toma en consideración el cambio en la energía interna causado por el cambio de la humedad dentro del volumen. Según la integración del término transitorio de la ecuación de la energía en el volumen de control, la rata de energía acumulada discretizada es:

$$\bar{\rho}_p (c_{ppr} + c_{pw} M_P) \frac{T_P^{n+1} - T_P^n}{\Delta t} V_p$$

Por lo tanto, para discretizar la ecuación de la energía en los nodos interiores del producto se realizan los cambios en la discretización general de la ecuación de convección difusión planteados en la Tabla 6-2.

Tabla 6-2.: Cambios en la discretización de la ecuación de la energía para el producto.

Variable	Caso general	Caso específico del producto
ϕ	$c_p T$	$(c_{ppr} + c_{pw} M_P) T$
Γ	$\frac{\lambda}{c_p}$	$\frac{\lambda}{(c_{ppr} + c_{pw} M_P)}$

En la Tabla **6-3** se plantea la deducción de la discretización de la ecuación de la energía para configuraciones especiales de volúmenes, tales como los encontrados en las superficies de contacto y exteriores del secador. En la condición de contorno del aire a la salida del secador se define una condición de Neumann nula. Pero para que no existan inconsistencias de tipo numérico que hagan desestabilizar al modelo es necesario asegurar que ninguno de los coeficientes de la ecuación de temperatura sea cero.

Tabla 6-3.: Discretización de la ecuación de la energía para configuraciones especiales de volúmenes.

Nodos de ventiladores
$T_{i,jp}^{n+1} (1 \leq i \leq iv) = T_{amb}$
Nodos salida del aire
$a_W T_{n-1,j}^{n+1} - a_W T_{n,j}^{n+1} = 0$
Nodos de superficie superior
$a_S T_{i,m-1}^{n+1} - (\alpha^{i,m} S_n + a_S) T_{i,m}^{n+1} = -(\dot{g}_{i,m} - \dot{j}_{i,m} + \dot{g}_{i,m}^{sol} - \dot{j}_{i,m}^{sol}) S_s$ $-\alpha^{i,m} T_{amb} S_n - (\dot{g}_{i,m*} - \dot{j}_{i,m*} + \dot{g}_{i,m*}^{sol} - \dot{j}_{i,m*}^{sol}) S_n$
Nodos de superficie inferior
$-(a_N + \alpha^{i,1} S_s) T_{i,1}^{n+1} + a_N T_{i,2}^{n+1} = -(\alpha^{i,1} T_{amb} + \dot{g}_{i,1} - \dot{j}_{i,1}) S_s$
Nodos de superficie lateral izquierda del aire (cubierta vertical)
$a_E T_{2,j}^{n+1} - (\alpha^{1,j} S_w + a_E) T_{1,j}^{n+1} = -(\dot{g}_{1,j} - \dot{j}_{1,j} + \dot{g}_{1,j}^{sol} - \dot{j}_{1,j}^{sol}) S_e - \alpha^{1,j} T_{amb} S_w - (\dot{g}_{1,j*} - \dot{j}_{1,j*}) S_w$
Nodos de superficie lateral izquierda de los sólidos
$-(a_E + \alpha^{iv+1,j} S_e) T_{iv+1,j}^{n+1} + a_E T_{iv+2,2}^{n+1} = -(\alpha^{iv+1,j} T_{amb} + \dot{g}_{iv+1,j} - \dot{j}_{iv+1,j}) S_w$
Nodos de superficie lateral derecha
$-(a_W + \alpha^{n,j} S_w) T_{n,j}^{n+1} + a_W T_{n-1,2}^{n+1} = -(\alpha^{n,j} T_{amb} + \dot{g}_{n,j} - \dot{j}_{n,j}) S_e$
Nodos en la superficie de la placa absorbente
$a_S T_{i,jp-1}^{n+1} - (a_S + a_N) T_{i,jp}^{n+1} + a_N T_{i,jp+1}^{n+1} = -(\dot{g}_{i,jp} - \dot{j}_{i,jp} + \dot{g}_{i,jp}^{sol} - \dot{j}_{i,jp}^{sol}) S_n$
Nodos en la superficie del producto
$a_S T_{i,jp-1}^{n+1} - (a_S + a_N) T_{i,jp}^{n+1} + a_N T_{i,jp+1}^{n+1} = -(\dot{g}_{i,jp} - \dot{j}_{i,jp} + \dot{g}_{i,jp}^{sol} - \dot{j}_{i,jp}^{sol}) S_n + \dot{J}_s h_{fg}$

Consideraciones especiales de la ecuación de la humedad

Tal como en la ecuación de la energía, la discretización de la ecuación de la humedad para configuraciones especiales de volúmenes se presentan en la Tabla 6-5. La mayoría de esos nodos son los nodos interiores de las superficies impermeables que tienen una condición de Neumann nula. En el nodo superficial del producto se presenta la condición de evaporación del agua líquida. Se presentan dos valores de concentraciones para el agua en el mismo lugar geométrico (nodo i, jp). La fracción másica de humedad en el aire $Y_{i,jp}^{n+1}$, y la concentración $M_{i,jp}^{n+1}$ del agua en el producto a secar. Estos dos valores se deben tratar numéricamente como dos cantidades independientes. La condición de evaporación en la superficie del producto se soluciona realizando un balance másico del flujo de humedad que atraviesa la superficie. La relación higroscópica que existe entre el valor de humedad en el producto y la fracción másica en el aire se obtiene mediante la relación de isoterma de sorción 5-1. Para vincular directamente estas cantidades en el balance es necesario emplear las relaciones de termodinámica del aire húmedo 3-20 y 3-18. Se recurre a una resolución iterativa de la humedad en el aire y en el producto que busque los valores correctos de concentración capaces de satisfacer la condición de convección difusión con los nodos adyacentes a la superficie.

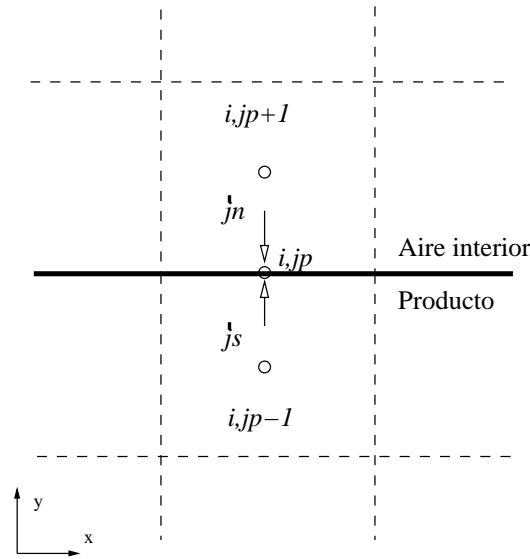


Figura 6-12.: Balance de masa en la interfase del producto.

El balance másico en el nodo superficial sin volumen (ver Figura 6-12), es el siguiente:

$$0 = \dot{J}_s + \dot{J}_n$$

donde \dot{J}_s y \dot{J}_n describen el flujo en cada medio con distintas concentraciones.

$$\rho_{pr} D_a \frac{M_{i,jp-1}^{n+1} - M_{i,jp}^{n+1}}{\delta PS} S_s = \rho D_v \frac{Y_{i,jp+1}^{n+1} - Y_{i,jp}^{n+1}}{\delta PN} S_n$$

$$\dot{J}_s = \rho_{pr} D_a \frac{M_{i,jp-1}^{n+1} - M_{i,jp}^{n+1}}{\delta PS} S_s \quad (6-52)$$

$$\dot{J}_n = \rho D_v \frac{Y_{i,jp+1}^{n+1} - Y_{i,jp}^{n+1}}{\delta PN} S_n \quad (6-53)$$

Tabla 6-5.: Discretización de la ecuación de la humedad para configuraciones especiales de volúmenes.

Nodos de ventiladores
$Y_{i,jp}^{n+1} (1 \leq i \leq iv) = Y_{amb}$
Nodos de superficie superior
$a_S Y_{i,m-1}^{n+1} - a_S Y_{i,m}^{n+1} = 0$
Nodos de superficies inferiores del producto
$a_W M_{i-1,ja+1}^{n+1} - (a_P^o + a_W + a_E + a_N) M_{i,ja+1}^{n+1} + a_E M_{i+1,ja+1}^{n+1} + a_N M_{i,ja+2}^{n+1} = -a_P^o M_{i,ja+1}^n$
Nodos de superficies inferiores del aire (interfase con la placa)
$a_N Y_{i,jp+1}^{n+1} - a_N Y_{i,jp}^{n+1} = 0$
Nodos de superficie lateral izquierda del producto
$a_S M_{ia+1,j-1}^{n+1} - (a_P^o + a_S + a_E + a_N) M_{ia+1,j}^{n+1} + a_E M_{ia+2,j}^{n+1} + a_N M_{ia+1,j+1}^{n+1} = -a_P^o M_{ia+1,j}^n$
Nodos de superficie lateral izquierda del aire (interfase con la cubierta vertical)
$a_E Y_{2,j}^{n+1} - a_E Y_{1,j}^{n+1} = 0$
Nodos de superficie lateral derecha
$a_W \phi_{n-1,j}^{n+1} - a_W \phi_{n,j}^{n+1} = 0$
Nodo de esquina inferior izquierda
$-(a_P^o + a_E + a_N) M_{ia+1,ja+1}^{n+1} + a_E M_{ia+2,ja+1}^{n+1} + a_N M_{ia+1,ja+2}^{n+1} = -a_P^o M_{ia+1,ja+1}^n$

6.3.3. Discretización espacial para los componentes vectoriales de la velocidad

En la solución de la ecuaciones de la conservación de la masa y de la cantidad de movimiento se puede presentar una situación irreal de gradiente de presión nulo que no induce el campo de flujo del fluido [35]. Esta dificultad se puede resolver calculando los componentes de velocidad empleando una malla diferente a la malla colocada de los escalares. Este desplazamiento de la posición de la variable genera la llamada malla desplazada, en la cual los componentes de velocidades quedan localizados en las caras de los volúmenes colocados [35]. Un beneficio

adicional de este tratamiento es que el flujo a través de los volúmenes puede ser calculado sin recurrir a una interpolación de la velocidad. Además, la diferencia de presión entre dos nodos adyacentes de la malla es la fuerza natural que provoca la componente de velocidad entre ellos. Por lo tanto, para los componentes vectoriales de la velocidad se usa una malla estructurada cartesiana pero desplazada hacia las caras llamada malla desplazada. Esta malla se puede ver en la Figura 6-13, donde se muestra un nodo colocado para los valores escalares $p_{i,j}$, un nodo desplazado en x para componente $u_{i+1,j}$ de la velocidad en x y un nodo desplazado en y para la componente $v_{i,j+1}$ de la velocidad en y .

6.3.4. Discretización de la ecuación de la cantidad de movimiento

La forma discreta del FSM depende del método de discretización temporal elegido. La discretización de cada una de las ecuaciones usadas en el método se demuestra a continuación. Para el término transitorio se usa un esquema de diferencias centradas. Se propone un método de integración temporal plenamente explícito.

$$\rho \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} |^{n+1/2} \approx \rho \frac{\vec{U}^{n+1} - \vec{U}^n}{\Delta t} + \sigma(\Delta t^2)$$

Para el campo vectorial $R(\vec{U})$ (ver Ec. 3-12), se usa el esquema plenamente explícito de segundo orden Adams-Bashforth.

$$R^{n+1/2}(u) \approx \frac{3}{2}R(U^n) - \frac{1}{2}R(U^{n-1}) + \sigma(\Delta t^2, \Delta x^m)$$

Para el término de gradiente de presión se usa un esquema hacia atrás de Euler de primer orden. Tratando el criterio de incompresibilidad implícitamente.

$$\begin{aligned} \rho \frac{\vec{U}^{n+1} - \vec{U}^n}{\Delta t} &= \frac{3}{2}R(U^n) - \frac{1}{2}R(U^{n-1}) - \nabla P^{n+1} \\ \vec{U}^{n+1} - \vec{U}^n &= \frac{\Delta t}{\rho} \left(\frac{3}{2}R(U^n) - \frac{1}{2}R(U^{n-1}) - \nabla P^{n+1} \right) \\ \vec{U}^{n+1} + \frac{\Delta t}{\rho} \nabla P^{n+1} &= \vec{U}^n + \frac{\Delta t}{\rho} \left(\frac{3}{2}R(U^n) - \frac{1}{2}R(U^{n-1}) \right) \end{aligned}$$

Como se demostró, un cierto campo de velocidad \vec{U}^p puede ser descompuesto en un campo vectorial sin divergencia, \vec{U}^{n+1} , y el gradiente de un campo escalar, ∇P^{n+1} de forma única.

$$\vec{U}^p = \vec{U}^{n+1} + \frac{\Delta t}{\rho} \nabla P^{n+1}$$

Lo cual resulta en una velocidad predictora.

$$\vec{U}^p = \vec{U}^n + \frac{\Delta t}{\rho} \left(\frac{3}{2}R(U^n) - \frac{1}{2}R(U^{n-1}) \right) \quad (6-54)$$

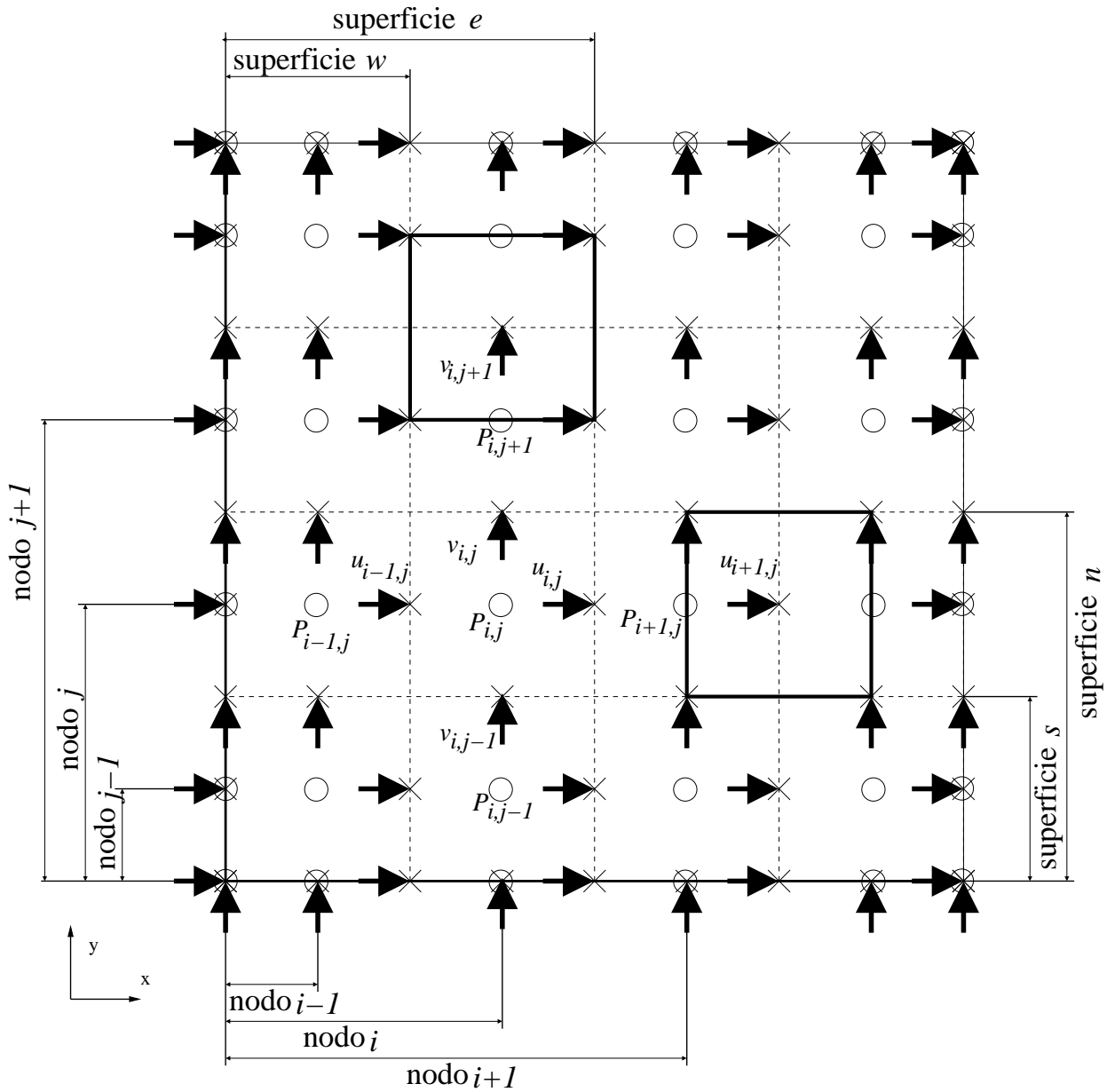


Figura 6-13.: Malla desplazada.

Si se aplica la divergencia de la descomposición se encuentra la ecuación de Poisson para el gradiente del escalar.

$$\begin{aligned}\nabla \cdot \vec{U}^p &= \nabla \cdot \vec{U}^{n+1} + \nabla \cdot \left(\frac{\Delta t}{\rho} \nabla P^{n+1} \right) \\ \nabla^2 P^{n+1} &= \frac{\rho}{\Delta t} \nabla \cdot \vec{U}^p\end{aligned}\quad (6-55)$$

El campo que se quiere encontrar es el campo que cumple la condición de incompresibilidad \vec{U}^{n+1} . Este es el campo corregido.

$$\vec{U}^{n+1} = \vec{U}^p - \frac{\Delta t}{\rho} \nabla P^{n+1}\quad (6-56)$$

La discretización del término $R(\vec{U})$ se realiza mediante la integración en el volumen de control desplazado.

$$\int_V R(\vec{U}) dV = \int_V -(\rho \vec{U} \cdot \nabla) \vec{U} dV + \int_V \nabla \cdot (\mu \nabla \vec{U}) dV$$

El término del lado izquierdo se integra fácilmente sobre el volumen.

$$\int_V R(\vec{U}) dV = R(\vec{U}) V$$

La discretización de los términos del lado derecho, de convección y difusión, se muestra en el Anexo A. Resultando en la ecuación discretizada para el término $R(\vec{U})$.

$$\begin{aligned}R(\vec{U}) V_{i,j} &= (\rho u \vec{U})_w^{n+1} S_w - (\rho u \vec{U})_e^{n+1} S_e + (\rho u \vec{U})_s^{n+1} S_s - (\rho u \vec{U})_n^{n+1} S_n \\ &+ \left(\mu \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} \right)_e^{n+1} S_e - \left(\mu \frac{\partial \vec{U}}{\partial x} \right)_w^{n+1} S_w + \left(\mu \frac{\partial \vec{U}}{\partial y} \right)_n^{n+1} S_n - \left(\mu \frac{\partial \vec{U}}{\partial y} \right)_s^{n+1} S_s\end{aligned}$$

Donde los subíndices en minúscula se refieren a los valores en las caras del volumen desplazado (nodos del volumen colocado). La ecuación contiene términos difusivos en las caras del volumen desplazado y términos convectivos que involucran los componentes de velocidades en cada una de las caras del volumen. Estas velocidades son conocidas en los nodos de los volúmenes desplazados, por lo cual es necesario implementar un esquema numérico para encontrar su valor. Se emplea un esquema numérico Central Difference Scheme (CDS) para calcular los valores de las velocidades en las caras del volumen desplazado resultando en la ecuación discreta compacta:

$$R(\vec{U}) V_{i,j} = a_S \vec{U}_{i,j-1}^{n+1} + a_W \vec{U}_{i-1,j}^{n+1} - (a_S + a_W + a_E + a_N) \vec{U}_{i,j}^{n+1} + a_E \vec{U}_{i+1,j}^{n+1} + a_N \vec{U}_{i,j+1}^{n+1}\quad (6-57)$$

Los coeficientes a_i se pueden evaluar por medio de:

$$a_E = D_e(1 - 0,5(|Pe_e|)) + \max(-F_e, 0)$$

$$a_W = D_w(1 - 0,5(|Pe_w|)) + \max(F_w, 0)$$

$$a_N = D_n(1 - 0,5(|Pe_n|)) + \max(-F_n, 0)$$

$$a_S = D_s(1 - 0,5(|Pe_s|)) + \max(F_s, 0)$$

$$a_P = a_E + a_W + a_N + a_S$$

donde:

$$D_s = \frac{\mu_s S_s}{\delta P S}$$

$$D_w = \frac{\mu_w S_w}{\delta P W}$$

$$D_e = \frac{\mu_e S_e}{\delta P E}$$

$$D_n = \frac{\mu_n S_n}{\delta P N}$$

y

$$F_s = (\rho v)_s S_s$$

$$F_w = (\rho u)_w S_w$$

$$F_e = (\rho u)_e S_e$$

$$F_n = (\rho v)_n S_n$$

y el número de Peclet evaluado en la cara f del volumen del control es:

$$Pe_f = \frac{F_f}{D_f}$$

En la solución de la ecuación es necesario definir ciertos valores que no se encuentran en los lugares requeridos. Para la ecuación de la componente u de velocidad, se define el componente v de velocidad en la cara norte del volumen desplazado como el promedio entre $v_{i,j}$ y $v_{i+1,j}$, y para la cara sur, el promedio entre $v_{i,j-1}$ y $v_{i+1,j-1}$. De igual forma para la ecuación del componente v de velocidad se define el componente u de velocidad para la cara oeste del volumen desplazado como el promedio entre $u_{i-1,j}$ y $u_{i-1,j+1}$, y para la cara este, el promedio entre $u_{i,j}$ y $u_{i,j+1}$.

La discretización de la ecuación de Poisson para el campo escalar de presiones 6-55, se realiza mediante la integración en el volumen de control colocado.

$$\int_V \nabla \cdot (\nabla P^{n+1}) dV = \frac{\rho}{\Delta t} \int_V \nabla \cdot \vec{U}^p dV$$

Ámbos términos se convierten a integrales de superficie por medio del teorema de la divergencia. El primer término:

$$\int_V \nabla \cdot (\nabla P^{n+1}) dV = \int_S (\nabla P^{n+1}) \cdot \vec{n} dS$$

Multiplicando las componentes del gradiente y los vectores normales a las superficies del volumen.

$$\nabla P^{n+1} = \begin{pmatrix} \partial P^{n+1}/\partial x \\ \partial P^{n+1}/\partial y \end{pmatrix}$$

$$\int_S (\nabla P^{n+1}) \cdot \vec{n} dS = \int_e \left(\frac{\partial P^{n+1}}{\partial x} \right) dS - \int_w \left(\frac{\partial P^{n+1}}{\partial x} \right) dS + \int_n \left(\frac{\partial P^{n+1}}{\partial y} \right) dS - \int_s \left(\frac{\partial P^{n+1}}{\partial y} \right) dS$$

Lo cual resulta en una aproximación en la discretización de la siguiente forma:

$$\int_S (\nabla P^{n+1}) \cdot \vec{n} dS \approx \left(\frac{\partial P^{n+1}}{\partial x} \right)_e S_e - \left(\frac{\partial P^{n+1}}{\partial x} \right)_w S_w + \left(\frac{\partial P^{n+1}}{\partial y} \right)_n S_n - \left(\frac{\partial P^{n+1}}{\partial y} \right)_s S_s$$

El segundo término es análogo en procedimiento matemático. Se aplica el teorema de la divergencia para transformar la integral de volumen.

$$\frac{\rho}{\Delta t} \int_C \nabla \cdot \vec{U}^p dV = \frac{\rho}{\Delta t} \int_S \vec{U}^p \cdot \vec{n} dS$$

Las componentes vectoriales de \vec{U}^p son u^p y v^p para este caso bidimensional.

$$\frac{\rho}{\Delta t} \int_S \vec{U}^p \cdot \vec{n} dS = \frac{\rho}{\Delta t} \left[\int_e (u^p) dS - \int_w (u^p) dS + \int_n (v^p) dS - \int_s (v^p) dS \right]$$

lo cual se aproxima a la discretización de la siguiente forma:

$$\frac{\rho}{\Delta t} \int_S \rho \vec{U}^p \cdot \vec{n} dS \approx \frac{\rho}{\Delta t} \left[(u^p)_e S_e - (u^p)_w S_w + (v^p)_n S_n - (v^p)_s S_s \right]$$

Finalmente la ecuación discretizada de Poisson para la presión es:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P^{n+1}}{\partial x} \right)_e S_e - \left(\frac{\partial P^{n+1}}{\partial x} \right)_w S_w + \left(\frac{\partial P^{n+1}}{\partial y} \right)_n S_n - \left(\frac{\partial P^{n+1}}{\partial y} \right)_s S_s = \\ \frac{\rho}{\Delta t} \left[(u^p)_e S_e - (u^p)_w S_w + (v^p)_n S_n - (v^p)_s S_s \right] \end{aligned}$$

Se observa que la ecuación se compone de términos difusivos en las caras del volumen y un término conocido que involucra los componentes de velocidades predictoras en cada una de las caras del volumen. Estas velocidades son conocidas previamente y se encuentran localizadas directamente en las caras (nodos del volumen desplazado), por lo cual no es necesario implementar un esquema numérico para encontrar su valor. Aplicando la formulación general de los esquemas numéricos en la ecuación discretizada, se obtiene una ecuación organizada en términos de los coeficientes de los nodos:

$$a_S P_{i,j-1}^{n+1} + a_W P_{i-1,j}^{n+1} - (a_S + a_W + a_E + a_N) P_{i,j}^{n+1} + a_E P_{i+1,j}^{n+1} + a_N P_{i,j+1}^{n+1} = b \quad (6-58)$$

donde:

$$a_S = \frac{S_s}{\delta PS}$$

$$a_W = \frac{S_w}{\delta PW}$$

$$a_E = \frac{S_e}{\delta PE}$$

$$a_N = \frac{S_n}{\delta PN}$$

$$b = \frac{\rho}{\Delta t} \left[(u^p)_e S_e - (u^p)_w S_w + (v^p)_n S_n - (v^p)_s S_s \right]$$

Las condiciones de contorno de esta ecuación son condiciones de Neumann nulo en el contacto con todas las superficies, excepto en la salida del aire del secador, en donde se especifica una condición Dirichlet con el valor de la presión ambiente exterior P_{amb} . Una vez se ha encontrado el campo de presiones mediante la solución de la ecuación de Poisson en todo el dominio, se debe corregir la velocidad predictorica mediante el término de gradiente de presión que hace cumplir la incompresibilidad al campo de velocidades. Este procedimiento se realiza mediante la integración en el volumen de control de la ecuación 6-56.

$$\int_C \vec{U}^{n+1} dV = \int_C \vec{U}^p dV - \frac{\Delta t}{\rho} \int_C \nabla(P^{n+1}) dV$$

Lo cual es fácilmente realizable en todos los términos. Aplicando el teorema de la divergencia al término de presión.

$$\vec{U}^{n+1} V = \vec{U}^p V - \frac{\Delta t}{\rho} \int_S (P^{n+1}) \cdot \vec{n} dS$$

donde (P^{n+1}) se multiplica con respecto al componente de la velocidad.

- Para u

$$\int_S (P^{n+1}) \cdot \vec{n} dS = \int_E (P^{n+1}) dS - \int_W (P^{n+1}) dS$$

Resultando en la ecuación de corrección para el componente en el eje x de la velocidad.

$$u^{n+1} = u^p - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{(P^{n+1})_E A_E - (P^{n+1})_W A_W}{V} \quad (6-59)$$

- Para v

$$\int_S (P^{n+1}) \cdot \vec{n} dS = \int_N (P^{n+1}) dS - \int_S (P^{n+1}) dS$$

Resultando en la ecuación de corrección para el componente en el eje y de la velocidad.

$$v^{n+1} = v^p - \frac{\Delta t}{\rho} \frac{(P^{n+1})_N A_N - (P^{n+1})_S A_S}{V} \quad (6-60)$$

Criterios de estabilidad del método

Debido a razones de estabilidad los esquemas de discretización temporales explícitos introducen restricciones en el incremento de tiempo. Para el caso del esquema de Adams- Bashford el incremento de tiempo, Δt , debe ser estipulado por la condición de estabilidad de Courant-Friederichs-Lewy [9]. Debe existir un criterio de estabilidad en el término convectivo que garantice el transporte de la información entre los volúmenes de control. Si los valores de velocidad son mayores que la velocidad de transmisión de la información numérica entre nodos se presenta una inestabilidad numérica del método.

$$\Delta t \left(\frac{|u|}{\Delta x} \right)_{max} \leq C_{conv} \quad (6-61)$$

Igualmente sucede con la viscosidad del fluido.

$$\Delta t \left(\frac{|\nu|}{\Delta x_i^2} \right)_{max} \leq C_{visc} \quad (6-62)$$

Los valores de los criterios de estabilidad C_{conv} y C_{visc} deben ser menores que la unidad. En este trabajo se usan valores de $C_{conv} = 0,35$ y $C_{visc} = 0,2$ recomendados por algunos autores [9].

6.3.5. Radiación

Similarmente al planteamiento de radiación propuesto para el modelo tramo a tramo, se emplea el método de las radiosidades infrarrojas y solares para calcular la cantidad de energía transferida mediante la radiación térmica. Para realizar este análisis es necesario incorporar la abstracción de la geometría bidimensional del secador mediante el cálculo de los factores de vista entre las superficies participantes. En la Figura 6-14 se presenta el análisis de los factores de vista. Las N superficies interiores del túnel de secado participantes en la radiación son:

- Cara interior horizontal de la cubierta plástica $S_{i,m}$
- Cara interior vertical de la cubierta plástica $S_{1,j}$
- Placa absorbente o producto $S_{i,jp}$
- Entrada del aire por el ventilador $S_{i,jp}$
- Salida del aire $S_{n,j}$

La entrada de aire por medio de los ventiladores y la salida de aire del túnel se suponen como cuerpos negros a la temperatura ambiente conocida. Las superficies participantes en la sección exterior del túnel de secado son:

- Cara exterior de la cubierta plástica $S_{i,m*}$
- Cara exterior vertical de la cubierta plástica $S_{1,j*}$
- Cara exterior inferior del aislante $S_{i,1}$
- Cara exterior izquierda del aislante $S_{iw+1,j}$
- Cara exterior derecha del aislante $S_{n,j}$
- Cielo C

Estas superficies se suponen planas y convexas entre sí.

Factores de vista

Para los casos bidimensionales se encuentra el factor de vista entre las superficies interiores mediante la expresión de Hottel 3-29. Los factores de vista triviales al ser superficies planas son los siguientes:

$$F_{[i,m][i,m]} = F_{[1,j],[1,j]} = F_{[i,jp],[i,jp]} = 0$$

En cuanto a las superficies exteriores, se aproxima el cielo a un área infinitamente más grande que el área de la cubierta del secador. Las superficies exteriores son planas y convexas, por lo que el factor de vista entre ellas es cero. El factor de vista de cada superficie y el cielo es 1.

Método de las radiosidades

Al plantear el análisis de radiación térmica para las N superficies participantes mediante el método de las radiosidades se obtiene un sistema de $2N$ ecuaciones con $2N$ incógnitas (j, \dot{q}). Este sistema se puede transformar en un sistema de N ecuaciones y N incógnitas (j) reemplazando la expresión de irradiación 3-24 en la de radiosidad 3-23 para cada superficie. Así, el sistema de ecuaciones de las radiosidades térmicas infrarojas para la geometría interior del secador queda definido por:

$$\begin{aligned} [1 - (1 - \varepsilon_1)F_{[1][1]}]j_1 - (1 - \varepsilon_1)F_{[1][2]}j_2 - \dots - (1 - \varepsilon_1)F_{[1][N]}j_N &= \varepsilon_1\sigma T_1^4 \\ -(1 - \varepsilon_2)F_{[2][1]}j_1 + [1 - (1 - \varepsilon_2)F_{[2][2]}]j_2 - \dots - (1 - \varepsilon_2)F_{[2][N]}j_N &= \varepsilon_2\sigma T_2^4 \\ &\vdots \\ -(1 - \varepsilon_N)F_{[N][1]}j_1 - (1 - \varepsilon_N)F_{[N][2]}j_2 \dots + [1 - (1 - \varepsilon_N)F_{[N][N]}]j_N &= \varepsilon_N\sigma T_N^4 \end{aligned}$$

Al suponer el cielo como un cuerpo negro cuya emisividad es 1 y al ser nulos todos los factores de vista entre si de las superficies exteriores del secador $S_{i,m*}, S_{1,j*}, S_{i,1}$, el sistema

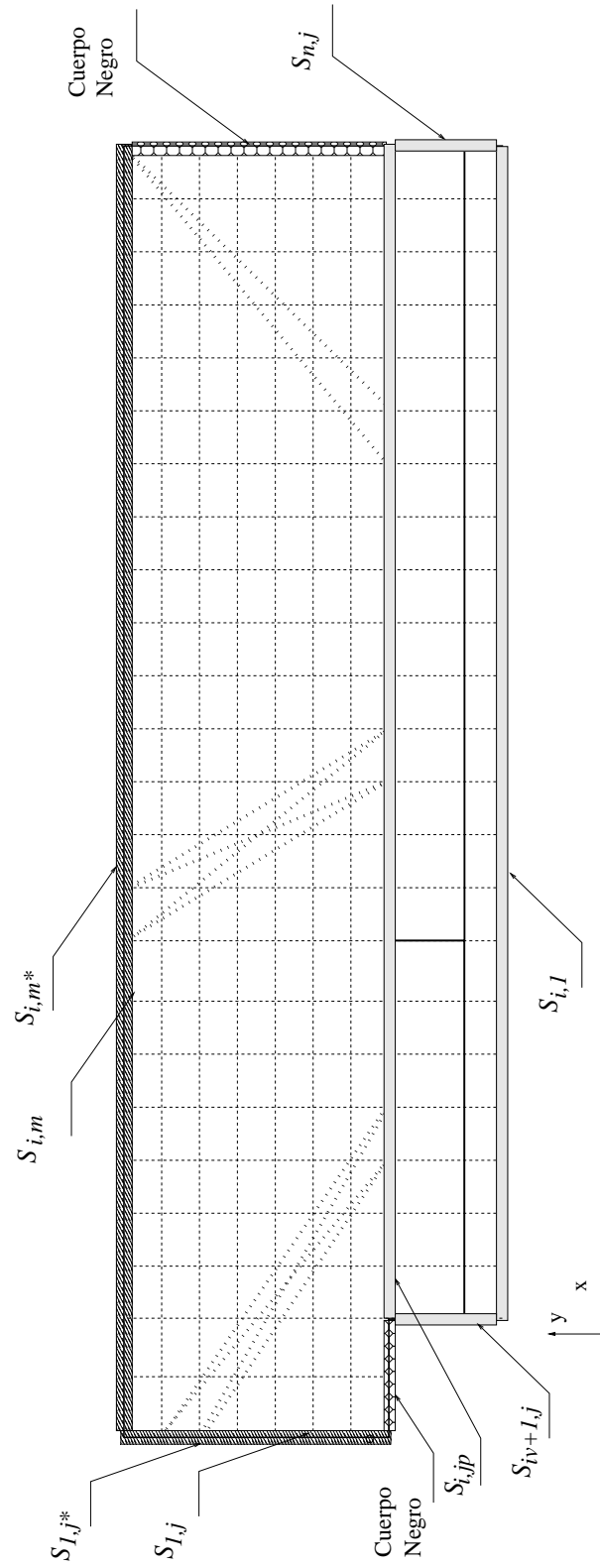


Figura 6-14.: Factores de vista en el modelo multidimensional.

de ecuaciones de radiosidades infrarrojas se simplifica a que cada superficie exterior $S_{i,j}$ cumple con el siguiente sistema individual de radiosidades infrarrojas:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{i,j}\sigma T_{i,j}^4 + (1 - \varepsilon_{i,j})\dot{g}_{i,j} &= \dot{j}_{i,j} \\ \sigma T_C^4 &= \dot{g}_{i,j}\end{aligned}$$

En cuanto a la radiación en la banda solar, el sistema de ecuaciones se puede plantear únicamente en términos de las radiosidades solares:

$$\begin{aligned}(1 - R_1^{sol} F_{[1][1]})\dot{j}_1^{sol} - R_1^{sol} F_{[1][2]}\dot{j}_2^{sol} - \dots - R_1^{sol} F_{[1][N]}\dot{j}_N^{sol} &= 0 \\ -R_2^{sol} F_{[2][1]}\dot{j}_1^{sol} + (1 - R_2^{sol} F_{[2][2]})\dot{j}_2^{sol} - \dots - R_k^{sol} F_{[2][N]}\dot{j}_N^{sol} &= 0 \\ &\vdots \\ -R_k^{sol} F_{[2][1]}\dot{j}_1^{sol} \dots + (1 - R_k^{sol} F_{kk})\dot{j}_k^{sol} \dots - R_k^{sol} F_{kN}\dot{j}_N^{sol} &= (1 - R_k^{sol} - A_k^{sol})\dot{g}_{k^*}^{sol} \\ &\vdots \\ -R_l^{sol} F_{[2][1]}\dot{j}_1^{sol} \dots + (1 - R_l^{sol} F_{ll})\dot{j}_l^{sol} - \dots - R_l^{sol} F_{lN}\dot{j}_N^{sol} &= (1 - R_l^{sol} - A_l^{sol})\dot{g}_{k^*}^{sol} \\ &\vdots \\ -R_N^{sol} F_{[N][1]}\dot{j}_1^{sol} - R_N^{sol} F_{[N][2]}\dot{j}_2 \dots + (1 - R_N^{sol} F_{[N][N]})\dot{j}_N &= 0\end{aligned}$$

6.3.6. Algoritmo de solución

Dado que la formulación del fractional step method es plenamente explícita, el único sistema simultáneo de ecuaciones a resolver para encontrar el campo de velocidades y presiones es la ecuación de Poisson. Esta solución se debe realizar adecuadamente en cada incremento de tiempo para garantizar la convergencia y la exactitud del método. Una vez se encuentra el campo de velocidades y presiones se realiza el cálculo de los campos escalares. El algoritmo general se presenta en la Figura 6-15. El método de solución de los sistemas simultáneos de ecuaciones algebraicas se realiza mediante el método numérico Gauss-Seidel apoyado en un Tridiagonal Matrix Algorithm. Este método de solución usa los coeficientes de las ecuaciones discretas y los valores actualmente calculados de la variable para encontrar el nuevo valor solución. Así, el nuevo valor calculado es usado en la iteración consecutiva. En general, su planteamiento es el siguiente:

$$\phi_P^{n+1} = \frac{a_S \phi_S^{n+1} + a_W \phi_W^{n+1} + a_E \phi_E^{n+1} + a_N \phi_N^{n+1} + b}{a_P} \quad (6-63)$$

La solución de los sistemas simultáneos de ecuaciones se realiza para cada incremento de tiempo, donde las condiciones iniciales y del instante anterior son conocidas. Por lo tanto es necesario suponer un mapa inicial de:

- Velocidad.

- Velocidad predictora.
- Presión.
- Temperatura.
- Especie.

El procedimiento de cálculo para resolver el acoplamiento energía-humedad se realiza mediante un bucle iterativo que lo soluciona implícitamente. Dentro de este bucle iterativo es preciso resolver el balance de humedad en la superficie del producto. Este balance se resuelve implícitamente mediante otro bucle iterativo interno en la solución del campo de humedad. La convergencia de los bucles iterativos se controla mediante un criterio de diferencia entre los valores calculados sucesivamente.

Algoritmo de solución del sistema de radiosidades infrarrojas

La radiación infrarroja de las superficies es función de la cuarta potencia de la temperatura de la superficie, por lo que un cambio mínimo en el valor de temperatura afecta drásticamente los valores de radiación. Los valores de radiación térmica participan a la vez en los balances de energía de las superficies, por lo tanto este acoplamiento es problemático y deben realizarse tratamientos numéricos que posibiliten obtener una solución del sistema de radiosidades. Se plantea como tratamiento un proceso iterativo que balancee los valores de radiosidades y temperaturas de las superficies antes de ser reemplazadas en la solución del campo de temperaturas:

- Evaluar valores de irradiaciones infrarrojas a partir de las temperaturas en las superficies (iniciales u obtenidas en una iteración anterior).
- Resolver el sistema de ecuaciones de radiosidades infrarrojas.
- Encontrar valores provisionales de temperaturas de las superficies mediante la resolución del sistema de ecuaciones algebraicas de temperatura por medio de un solver Gauss-Seidel TDMA.
- Comparar los valores de radiosidades con los valores obtenidos en la iteración anterior. Finalizar ó,
- Aplicar un factor de relajación a las temperaturas de las superficies obtenidas $T_{\text{nueva}} = T_{\text{anterior}} + F_R(T_{\text{calculada}} - T_{\text{anterior}})$, y repetir hasta la convergencia.

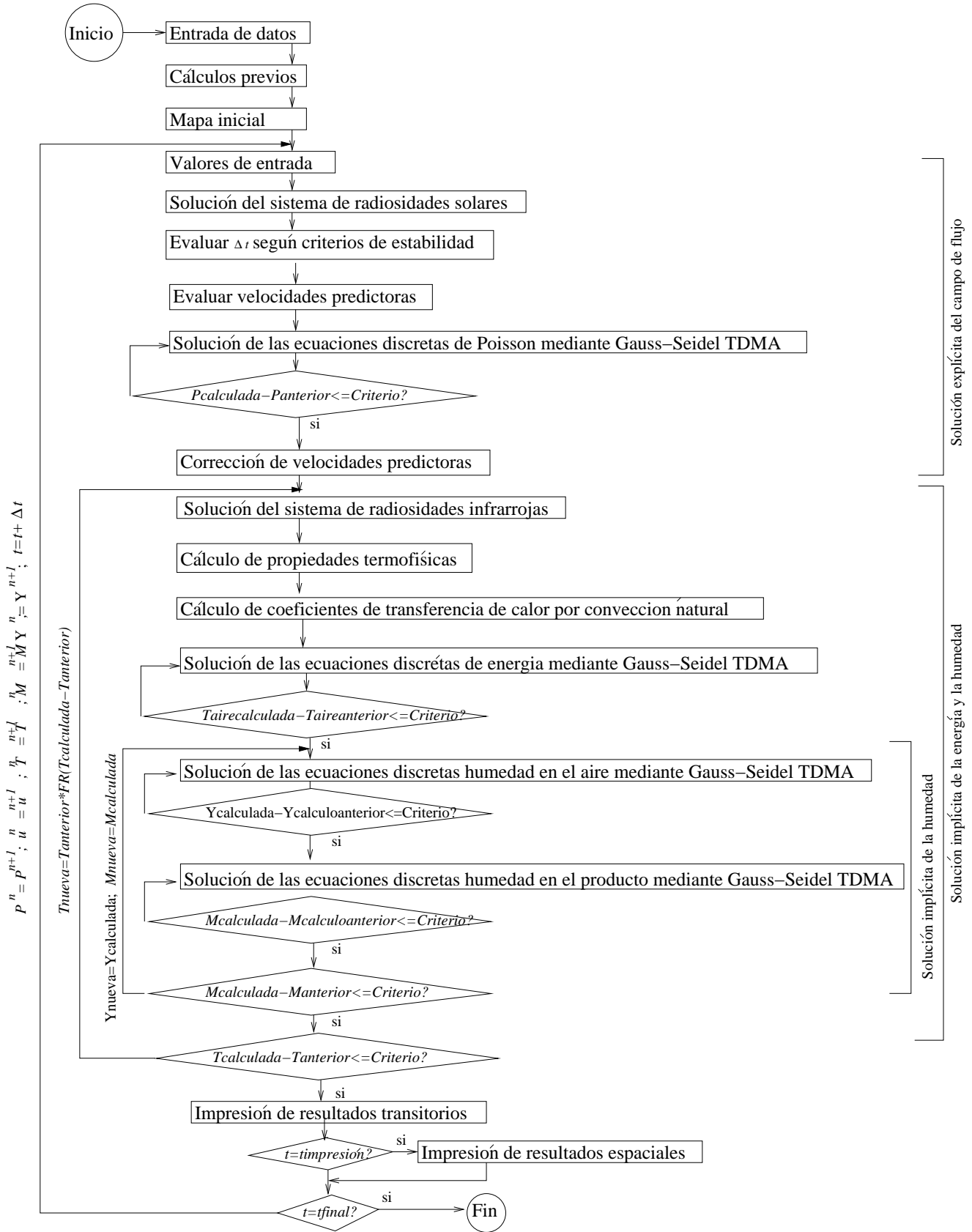


Figura 6-15.: Algoritmo de solución del modelo multidimensional.

Algoritmo de solución del sistema de ecuaciones de humedad

- Evaluar los valores de humedad relativa de equilibrio del aire en la superficie del producto ($w_{i,jp}^{n+1}$) mediante las ecuaciones de isoterma de sorción 5-1 y de termodinámica del aire húmedo 3-20.
- Evaluar el flujo de vapor (\dot{J}_N) saliente de la superficie del producto mediante la evaluación de los valores de humedad en $w_{i,jp}^{n+1}$ y $w_{i,jp+1}^{n+1}$ en la ecuación 6-53.
- Resolver los valores de humedad en el producto mediante la resolución del sistema de ecuaciones algebraicas por medio de un solver Gauss-Seidel TDMA, estableciendo \dot{J}_N como condición de contorno para los nodos (i, jp) del producto.
- Evaluar el flujo de vapor (j_S) entrante al aire mediante la evaluación de los valores de humedad en $M_{i,jp}^{n+1}$ y $M_{i,jp-1}^{n+1}$ resueltos anteriormente, en la ecuación 6-52.
- Encontrar los valores de humedad en el aire mediante la resolución del sistema de ecuaciones algebraicas por medio de un solver Gauss-Seidel TDMA, estableciendo j_S como condición de contorno para los nodos (i, jp) del aire.
- Comparar los valores de humedad en la superficie con los valores obtenidos en la iteración anterior. Finalizar ó iterar hasta la convergencia.

6.4. Verificación de los esquemas numéricos

La validación de la discretización y de los esquemas y tratamientos numéricos implementados se realiza contrastando soluciones conocidas y referenciadas de ciertos problemas resueltos con los resultados de los métodos planteados aplicados en la solución de esos problemas. Para la validación de la discretización de la ecuación general de convección - difusión se emplea el problema de Smith-Hutton. Para validar el método de solución del campo de flujo se usa el problema Driven Cavity. También se presentan los balances de calor de radiación en superficies participantes garantizando el método de las radiosidades y el cálculo de los factores de vista.

6.4.1. Verificación de la discretización de la ecuación de convección - difusión

Se plantea el problema de referencia Smith-Hutton para validar el esquema numérico planteado en la solución numérica de la ecuación de convección - difusión. Al implementar en el código las condiciones del problema mostradas en el Anexo C, se obtuvieron valores de temperatura en todo el dominio rectangular. Los resultados encontrados para un valor de $\frac{\rho}{F} = 10^6$ y una malla de 200x100 se grafican en la Figura 6-16. Como el esquema numéri-

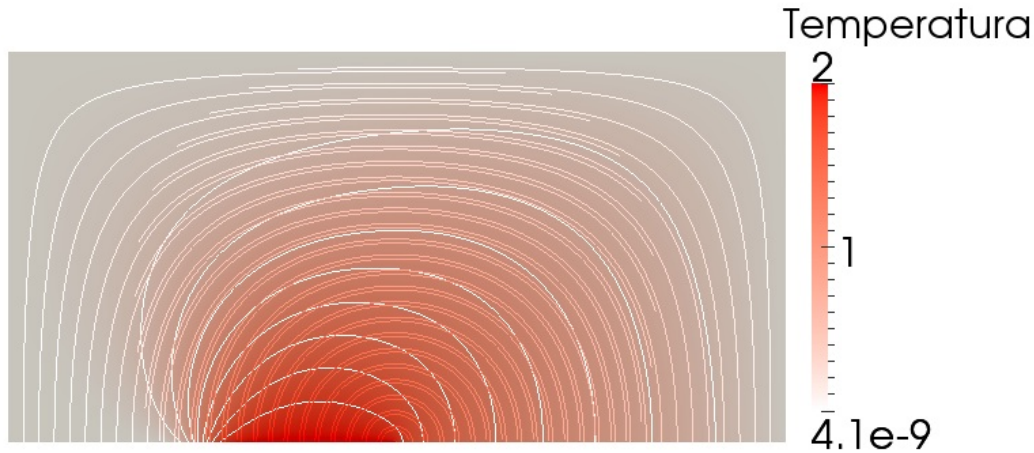


Figura 6-16.: Resultados para una relación $\frac{\rho}{\Gamma} = 10^6$.

co empleado en los términos convectivos es el esquema PowerLaw, los resultados deben ser idénticos a la solución analítica. Esto no sucede debido a que las ecuaciones son bidimensionales y se presentan problemas de tipo difusivo en las caras del volumen cartesiano. También existe un error en la solución del sistema de ecuaciones, que sumado al error de truncamiento de los valores numéricos genera una desviación con respecto a las soluciones referenciadas. La comparación entre los resultados numéricos y referenciados se observa en la Figura 6-17 para distintos valores de $\frac{\rho}{\Gamma}$ y una malla de 200x100.

6.4.2. Verificación de la solución de la ecuación de cantidad de movimiento

Se usa comúnmente el problema referencia Driven Cavity para comprobar y evaluar las técnicas y esquemas numéricos en la solución de las ecuaciones de cantidad de movimiento en los fluidos. La definición del problema se presenta en el Anexo D. Al implementar las condiciones del problema en el código realizado, los campos de velocidad y presión resultantes con un Reynolds de 1000 y una malla de 50x50 volúmenes se presentan en la Figura 6-18. Las gráficas de los comparativos de velocidad encontrados y referenciados (ver Figuras 6-19 y 6-20) muestran la concordancia de los resultados encontrados mediante el método numérico para diferentes números de Reynolds y tamaños de malla. La variación y comparación de los resultados para distintos tamaños de malla en el dominio del problema se presenta en la Figura 6-21. Se puede garantizar un buen nivel de exactitud de la solución del campo de flujo para regímenes laminares y en transición. No obstante para flujos turbulentos el

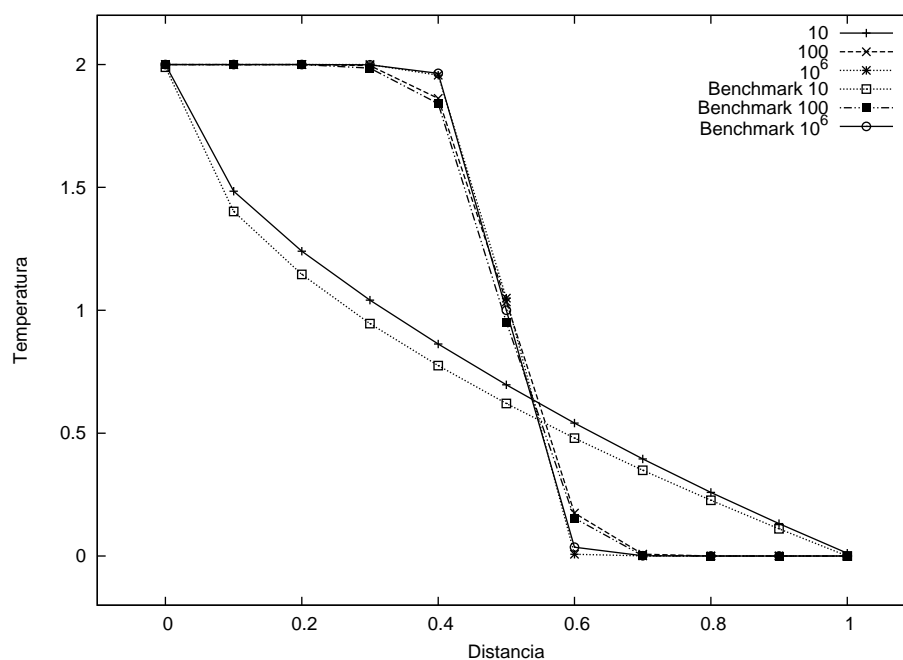


Figura 6-17.: Comparativo de los resultados encontrados y los resultados referenciados de temperatura.

planteamiento numérico puede no ser el adecuado descriptivamente y la interpretación de los resultados debe tomar en consideración esta situación.

6.4.3. Verificación de la solución del sistema de ecuaciones de radiosidades

Para garantizar la descripción de la radiación térmica se comprueban los balances energéticos de las superficies participantes. En primera medida, el cálculo de los factores de vista de las superficies interiores se puede validar mediante la sumatoria de los factores de cada una de las superficies. Según la definición de los factores de vista, esta sumatoria debe dar como resultado la unidad. Para una división de un recinto interior bidimensional en doce superficies, tres en cada cara, se validan los cálculos de los factores de vista al sumar cada fila de la Tabla 6-9 y encontrar como resultado la unidad. Una vez se tienen los factores de vista calculados para la configuración planteada, se valida el planteamiento de radiación térmica entre las superficies interiores mediante la solución de los sistemas de radiosidades infrarrojas y solares. La sumatoria de los calores de radiación solar en las superficies interiores mostrados en la Tabla 6-8 se aproxima a cero y comprueba el balance energético. Para unos valores

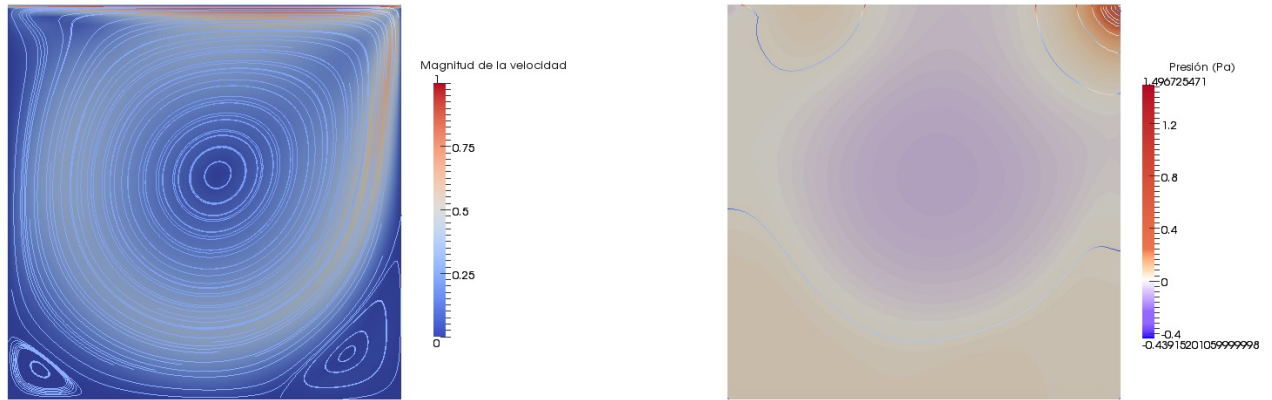


Figura 6-18.: Resultados del campo de velocidad y presión para un $Re = 1000$ y una malla de 50×50 volúmenes.

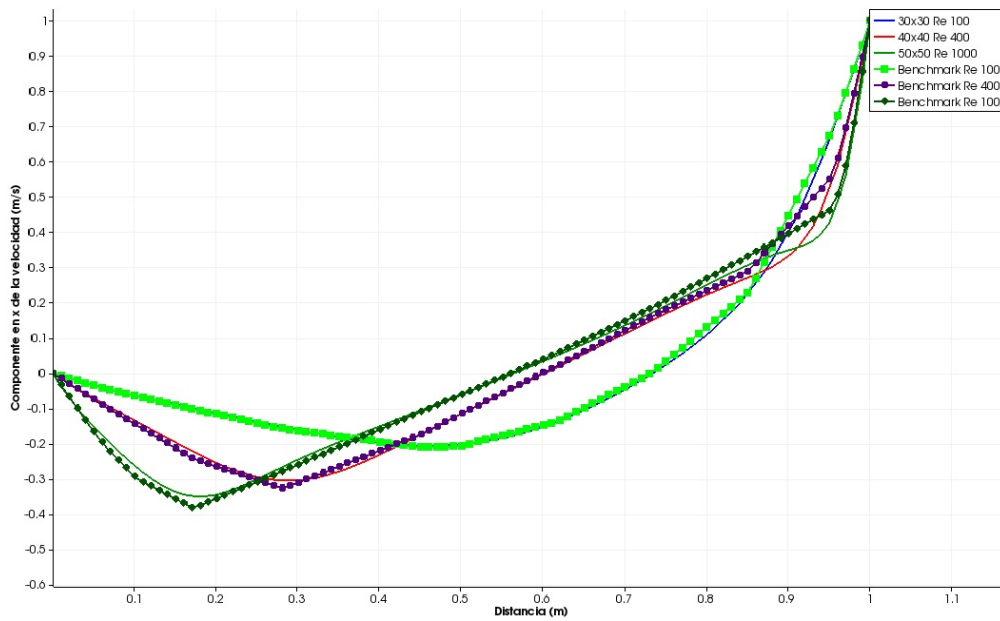


Figura 6-19.: Comparativo de los resultados de la componente u de la velocidad.

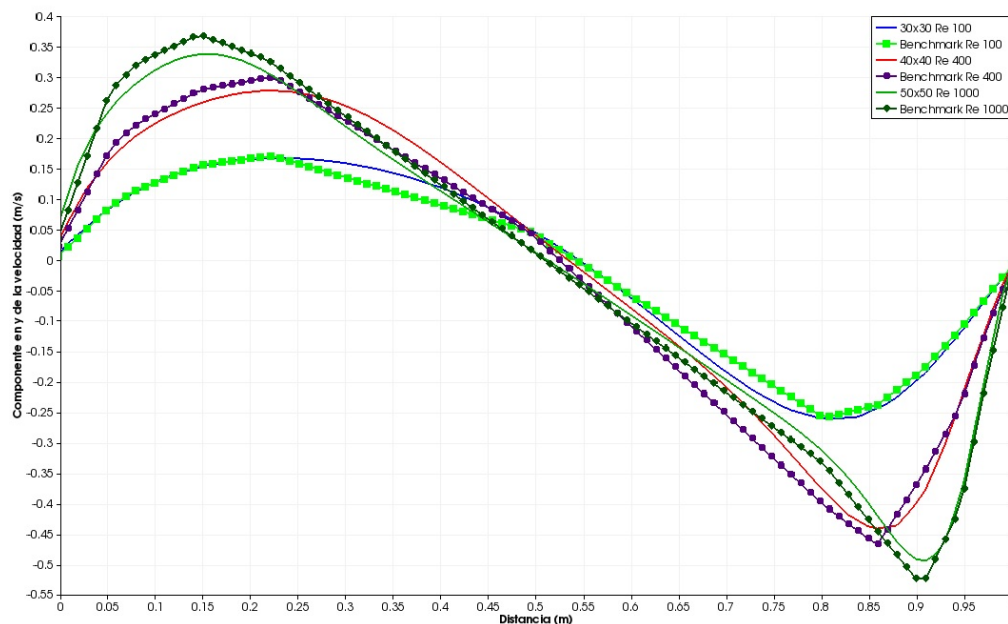


Figura 6-20.: Comparativo de los resultados de la componente v de la velocidad.

balanceados de temperatura de las superficies presentados en la Tabla 6-7, la sumatoria de los calores de radiación infrarroja mostrados en la Tabla 6-8 se aproxima a cero y por consiguiente comprueba el balance. Por lo tanto se puede garantizar que el planteamiento de radiación térmica usado en los modelos, específicamente en el modelo multidimensional, es útil en la descripción de la transferencia de calor por radiación entre las superficies del secador.

0	297,676	299,036	298,971	0
297,536	0	0	0	298,45
297,537	0	0	0	298,26
297,538	0	0	0	298,51
0	298,343	298,907	298,764	0

Tabla 6-7.: Temperatura balanceadas en las superficies con las radiosidades infrarrojas.

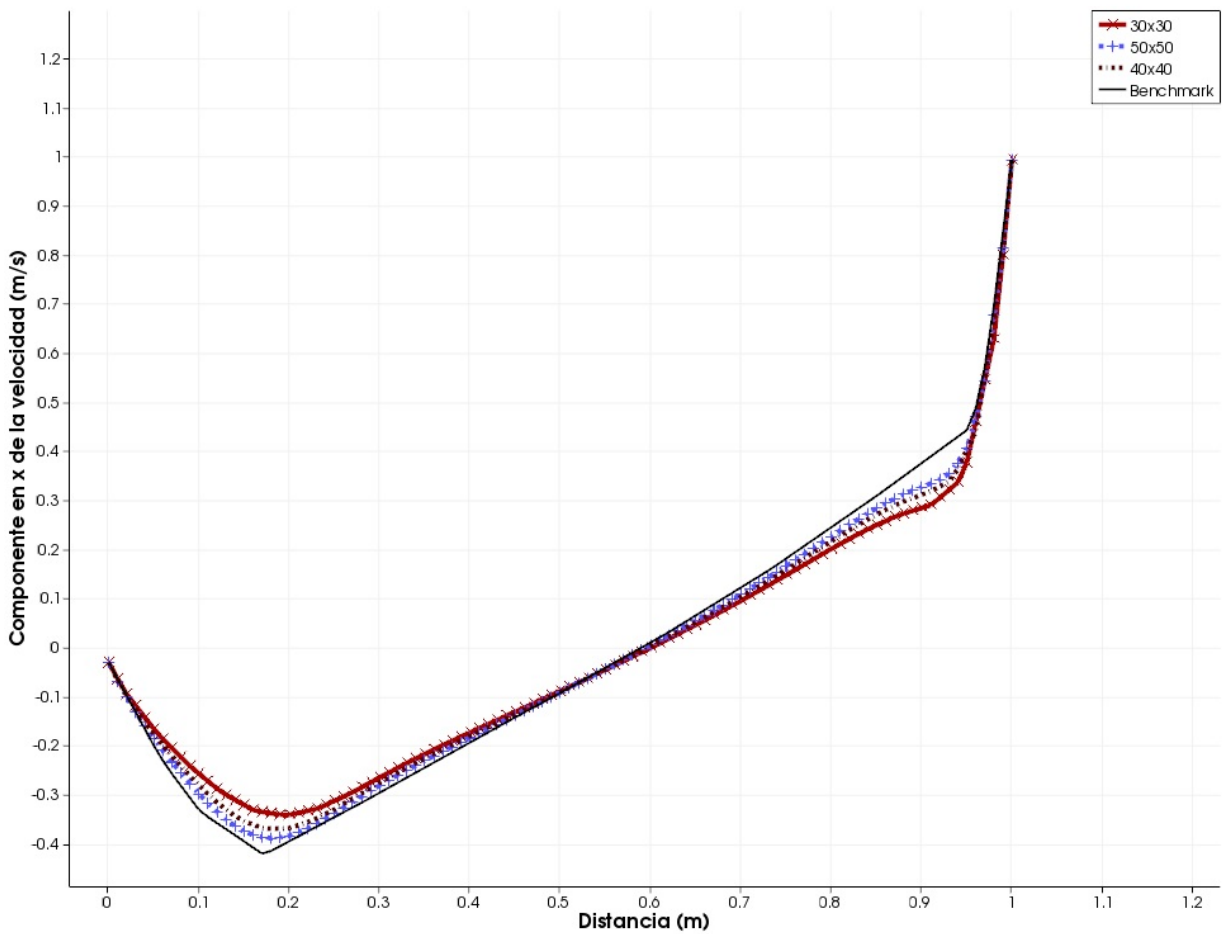


Figura 6-21.: Comparativo de los resultados de la componente u de la velocidad para distintas mallas y un $Re = 1000$.

Radiosidad solar			Irradiación solar					Flujo de calor total solar						
0	8,87	19,61	18,86	0	0	46,72	49,04	47,15	0	0	37,84	29,42	28,29	0
1,69	0	0	0	0	28,2012	0	0	0	33,39	26,50	0	0	0	33,39
1,70	0	0	0	0	28,4708	0	0	0	33,51	26,76	0	0	0	33,51
1,72	0	0	0	0	28,7401	0	0	0	33,63	27,01	0	0	0	33,63
0	48,54	49,15	49,09	0	0	9,01	19,14	18,14	0	0	-39,53	-30,00	-30,94	0
Radiosidad infrarroja			Irradiación infrarroja					Flujo de calor total infrarrojo						
0	447,6	450,3	449,6	0	0	448,3	450,6	449,8	0	0	0,6	0,2	0,1	0
445,6	0	0	0	443,6	448,0	0	0	0	449,8	2,4	0	0	0	6,2
445,6	0	0	0	443,6	448,0	0	0	0	449,8	2,4	0	0	0	6,2
445,6	0	0	0	443,6	448,06	0	0	0	449,8	2,4	0	0	0	6,2
0	448,4	450,8	450,0	0	0	447,7	450,2	449,4	0	0	-0,6	-0,5	-0,6	0

Tabla 6-8: Flujo de calor en las superficies interiores debido a las radiosidades.

	[1][0]	[2][0]	[3][0]	[4][1]	[4][2]	[4][3]	[3][4]	[2][4]	[1][4]	[0][3]	[0][2]	[0][1]
[1][0]	0	0	0	3×10^{-5}	$9,22 \times 10^{-5}$	15×10^{-5}	55×10^{-5}	0,038	0,921	0,012	0,013	0,013
[2][0]	0	0	0	9×10^{-5}	27×10^{-5}	45×10^{-5}	0,038	0,921	0,038	45×10^{-5}	27×10^{-5}	9×10^{-5}
[3][0]	0	0	0	0,013	0,013	0,012	0,921	0,038	55×10^{-5}	15×10^{-5}	9×10^{-5}	3×10^{-5}
[4][1]	0,001	0,003	0,493	0	0	0	0,466	0,016	0,005	0,004	0,004	0,004
[4][2]	0,003	0,010	0,479	0	0	0	0,479	0,010	0,003	0,004	0,004	0,004
[4][3]	0,005	0,016	0,466	0	0	0	0,493	0,003	0,001	0,004	0,004	0,004
[3][4]	55×10^{-5}	0,038	0,921	0,012	0,013	0,013	0	0	0	3×10^{-5}	9×10^{-5}	15×10^{-5}
[2][4]	0,038	0,921	0,038	45×10^{-5}	27×10^{-5}	9×10^{-5}	0	0	0	9×10^{-5}	27×10^{-5}	45×10^{-5}
[1][4]	0,921	0,038	55×10^{-5}	15×10^{-5}	9×10^{-5}	3×10^{-5}	0	0	0	0,013	0,013	0,012
[0][3]	0,466	0,016	0,005	0,004	0,004	0,004	0,001	0,003	0,493	0	0	0
[0][2]	0,479	0,010	0,003	0,004	0,004	0,004	0,003	0,010	0,479	0	0	0
[0][1]	0,493	0,003	0,001	0,004	0,004	0,004	0,005	0,016	0,466	0	0	0

Tabla 6-9.: Factores de vista entre superficies.

7. Resultados

El presente capítulo consta de dos apartados, en una primera parte realiza la validación de cada uno de los modelos comparándolos con resultados experimentales de secado obtenidos con condiciones de operación establecidas y datos experimentales disponibles en el grupo BIOT. En una segunda parte se analizan distintos resultados de operación del secador logrados mediante los modelos.

7.1. Validación experimental de los modelos

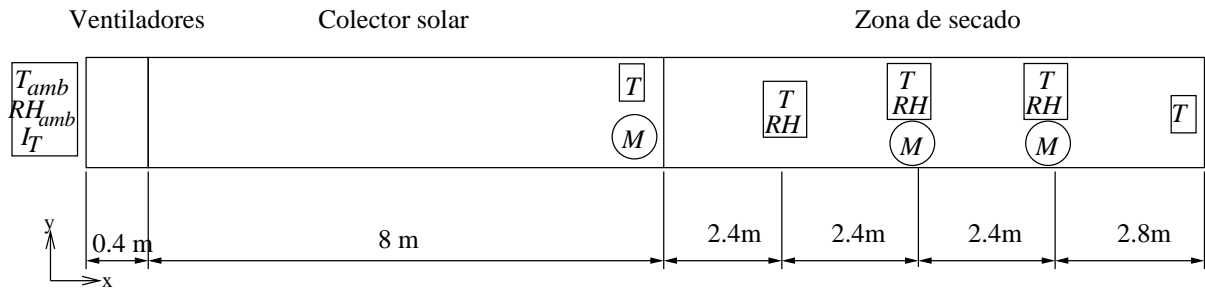


Figura 7-1.: Posición de los sensores y dispositivos de medición experimental.

La validación de la modelación matemática se realiza mediante la comparación de resultados experimentales obtenidos en un secador solar tipo túnel Hohenheim y los resultados de los modelos para las condiciones experimentales establecidas. Los datos experimentales fueron presentados por Cuervo [11], quién realizó la investigación experimental del secado de Toronjil en un secador Hohenheim. Un diagrama esquemático que muestra el equipo usado en la experimentación con la posición de los sensores y dispositivos de medición se presenta en la Figura 7-1. Las dimensiones del secador se presentan en la Tabla 7-1. Para la experimentación, la velocidad de entrada del aire se ajustó y controló con los ventiladores en un valor de $0,4 \frac{m}{s}$, asegurando un caudal constante de aire de $0,16 \frac{m^3}{s}$.

Tabla 7-1.: Dimensiones del secador solar Hohenheim.

Altura del túnel de secado	$H = 0,35m$
Ancho del túnel de secado	$W = 2m$
Longitud ocupada por los ventiladores	$L_{ven} = 0,4m$
Longitud del colector solar	$L_{col} = 8m$
Longitud del túnel de secado	$L_{sec} = 10m$
Espesor de la placa absorbente	$e_{pl} = 0,1m$
Espesor del aislante	$e_{al} = 0,05m$

El material utilizado para la investigación fue Toronjil variedad citronela, sembrada en la Universidad de Kassel, en Witzenhausen ($51^{\circ}20'45,76''$ N, $9^{\circ}51'52,08''$ E). La cantidad de material a secar fue de diez kilogramos, con una humedad inicial de 3,38 d.b.. Los datos experimentales recolectados fueron:

- Temperatura y humedad relativa del aire interior.
- Temperatura y humedad del producto.
- Temperatura y humedad relativa del aire ambiente.
- Radiación solar incidente en un plano horizontal.

Los sensores y dispositivos de medición experimental usados fueron:

- Termopares tipo K y tipo T (Tipo K ± 0.5 ; Tipo T ± 1.5) para medir temperatura de bulbo seco y húmedo del aire interior.
- Higrómetros ($\pm 5\%$ RH) al inicio y al final del túnel.
- Piranómetro VALSAIA CM6B ($\pm 5\%$ I_T) para medir la radiación solar incidente.
- Balanza de precisión Sartorius ($\pm 0.01g$) para determinar la pérdida de humedad del producto.

Los valores experimentales de temperatura del aire interior se obtuvieron experimentalmente en el centro del área transversal del secador. Las humedades relativas experimentales del interior del secador fueron calculadas por el autor mediante las temperaturas de bulbo seco y húmedo medidas [11]. La humedad relativa experimental de aire ambiente se midió mediante el higrómetro a la entrada del túnel. Estos datos respresentan el comportamiento del equipo en cada una de las zonas experimentales en las cuales el autor dividió al secador. Todas las señales de los sensores y dispositivos de medición fueron registrados por una unidad

de adquisición de datos y luego tratados estadísticamente mediante un filtro de Savitzky-Golay de grado 1, con una ventana de 17 datos, para encontrar la tendencia general de los mismos. Experimentalmente sólo se cuenta con datos de temperatura y humedad del aire y del producto, por lo que el proceso de validación se limita a la comparación de estas variables. La prueba de secado se realizó durante el día 27 de Agosto del 2008. Se adquirieron valores desde las 5:00h para analizar el calentamiento del secador, pero el secado del producto comenzó a las 09:00h. La adquisición de los datos experimentales terminó a las 21:00h con el ocaso solar.

Los programas de los modelos se ejecutaron en un computador con una capacidad de procesamiento de cinco núcleos de 2.4 GHz de velocidad y una memoria dinámica de 4 GB. En la Figura 7-2 se presentan los valores de irradiación solar y de la temperatura ambiente medidos experimentalmente. Estas condiciones ambientales junto con los valores experimentales de humedad relativa del aire exterior son valores de entrada de los programas de simulación. En el modelo multidimensional los valores de temperatura y humedad del aire interior no varían tangiblemente con respecto al valor ambiente exterior entrante por los ventiladores. Este comportamiento se debe principalmente a los valores elevados de velocidad en el centro del canal, por ser un perfil de velocidad con una magnitud máxima en posiciones centrales del canal, predominando la convección sobre la difusión en el flujo. Por lo tanto, estos valores de temperatura y humedad no representan el comportamiento del calentamiento del aire en toda el área transversal del secador y el procedimiento de validación no se puede completar.

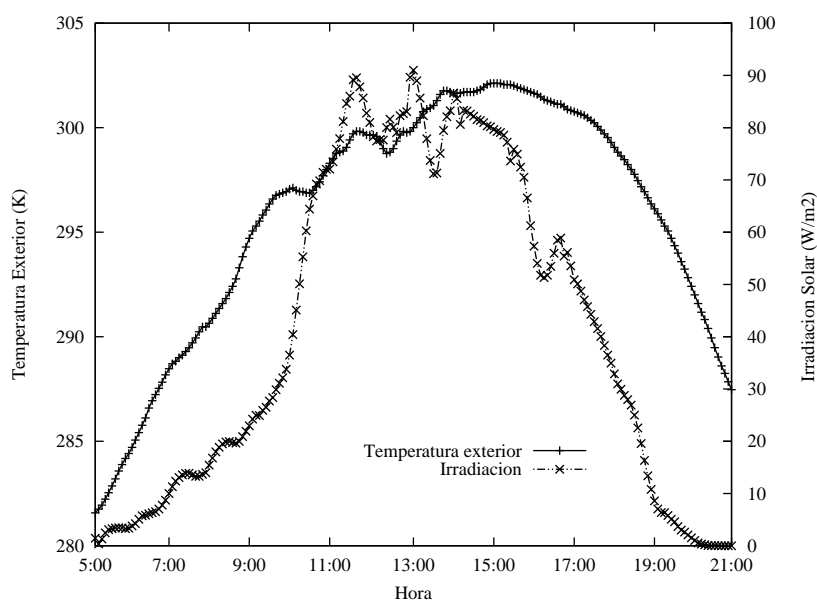


Figura 7-2.: Condiciones ambientales.

Las curvas de secado para las dos aproximaciones de cinética de secado del modelo tramo a tramo en una posición intermedia de la zona de secado se presentan en la Figura 7-3 comparados con los resultados experimentales. Esta gráfica es la de mayor importancia dada su capacidad de predicción del estado final del producto y del comportamiento del secado en el interior del secador solar. Se observa una concordancia en el comportamiento del secado, principalmente en la aproximación de analogía Chilton-Colburn, la cual describe las primeras horas de secado con una tasa más baja a la presentada experimentalmente, pero se ajusta al valor de humedad final del producto. La aproximación por relación semi-empírica concuerda con los resultados experimentales en la primera etapa del proceso, pero se distancia de la humedad de equilibrio del producto en cierto instante intermedio del proceso. El modelo multidimensional describe el producto mediante varios volúmenes interiores, para lo cual la Figura 7-4 presenta los valores de humedad de la superficie del producto a lo largo de la zona de secado para diferentes tiempos de la simulación. En la figura se observa un proceso de secado en todo el producto, teniendo una mayor rata de secado en la entrada de la zona de secado. Se presenta la distribución de humedad en cada uno de los instantes evaluados y se observa una disminución de la humedad consecuente con la transferencia másica hacia el aire. Este proceso de secado es mucho menor al comportamiento experimental medido. Dentro del producto se presenta un proceso de difusión másica hacia la superficie del producto, aunque este fenómeno ocurre en menor proporción en el interior, donde la concentración permanece homogénea en el tiempo.

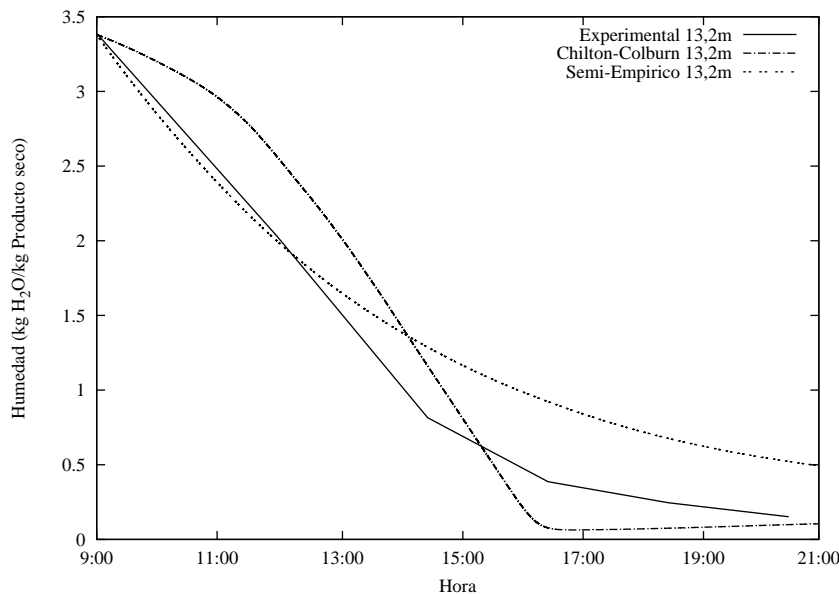


Figura 7-3.: Comparativo de la humedad del producto experimental y del modelo tramo a tramo.

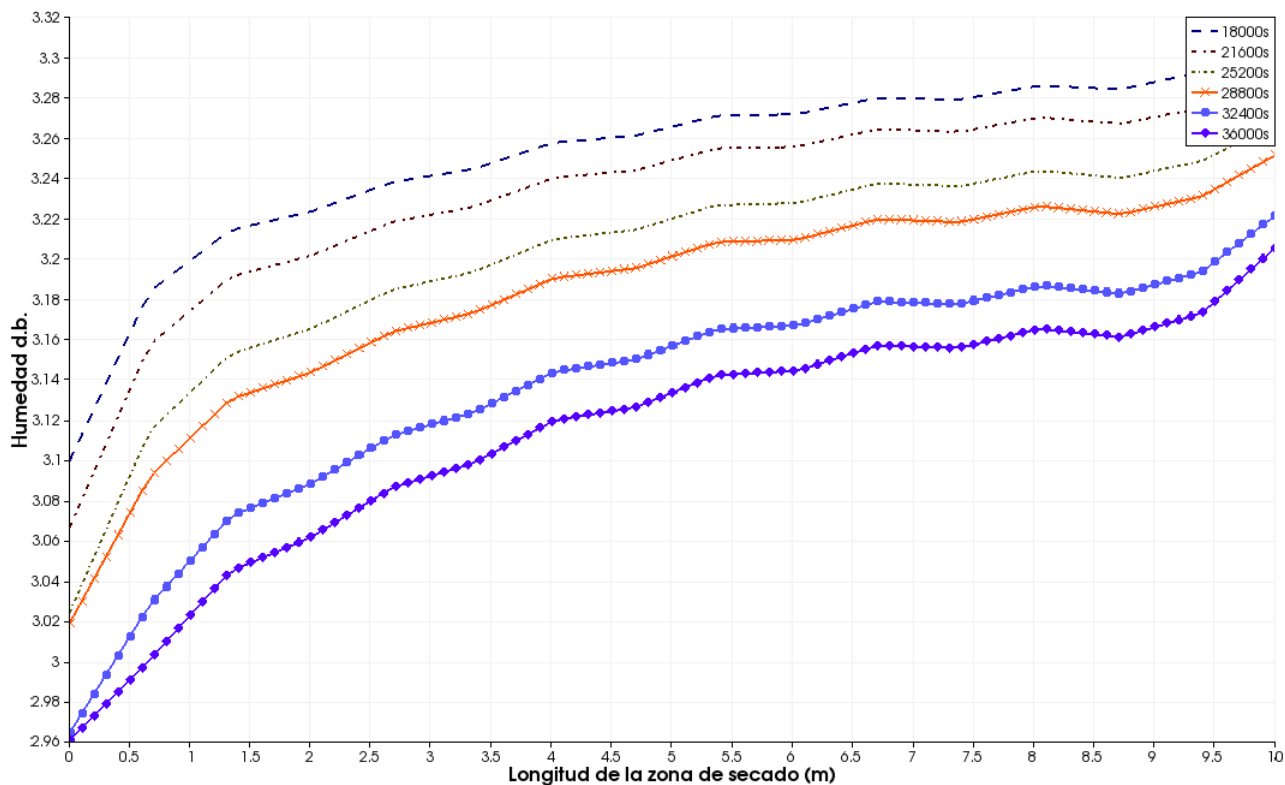


Figura 7-4.: Humedad superficial del producto mediante el modelo multidimensional.

Las Figuras 7-5 y 7-6 muestran la variación de la temperatura del aire interior en el tiempo para las aproximaciones de cinética de secado del modelo tramo a tramo, contrastada con los resultados experimentales en dos de las posiciones medidas. Estas dos posiciones son: a la salida del colector solar (8,4m) y a la salida del secador (18,4m), además se presenta la temperatura exterior medida experimentalmente. Se observa en las gráficas de temperatura una concordancia en la tendencia con los valores medidos experimentalmente, sin embargo se presenta un comportamiento diferente en la etapa de máxima irradiación solar, alcanzando una temperatura menor en el modelo tramo a tramo. En general la temperatura del aire interior simulada es mayor a la temperatura ambiente, no alcanzando a ser la mitad del valor máximo que se presenta experimentalmente. Esta diferencia es causada por una baja sensibilidad de los modelos a la irradiación solar, principalmente en la descripción del comportamiento del colector solar, en cuya simulación no se alcanzan las temperaturas de salida del colector experimentales. Los resultados de la temperatura del aire en las posiciones medidas concuerda con los resultados experimentales para los valores bajos de irradiación solar presentes en las primeras horas del día y en el ocaso.

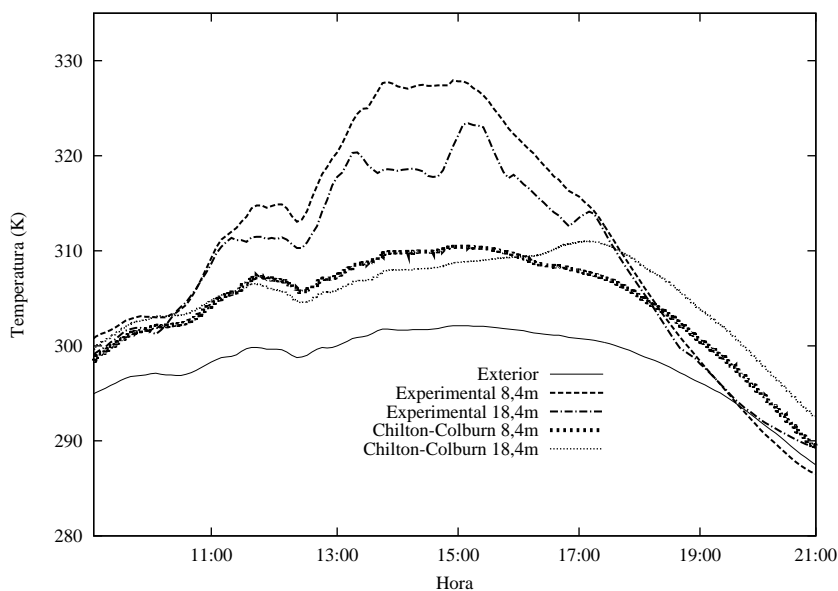


Figura 7-5.: Comparativo de la temperatura del aire experimental y de la aproximación por analogía.

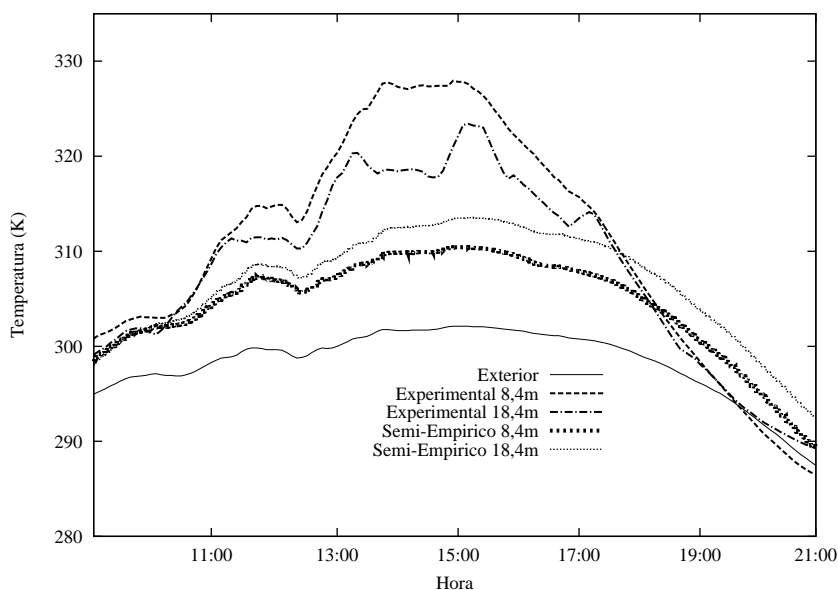


Figura 7-6.: Comparativo de la temperatura del aire experimental y de la aproximación por relación semi-empírica.

La Figura 7-7 muestra la comparación de los valores de temperatura del aire interior del modelo tramo a tramo con respecto a la longitud del secador a las 17:00h. Esta figura per-

mite visualizar el comportamiento energético del aire interior a su paso por todo el secador. En la sección inicial del colector solar se observa un calentamiento del aire menor al descrito experimentalmente. En la zona de secado el aire continúa su calentamiento debido a la radiación solar incidente. En contraste, en los resultados experimentales se puede observar una disminución de la temperatura del aire a la salida del colector durante todo el tiempo del secado, explicada principalmente por la cantidad de energía necesaria para impulsar el proceso de secado del producto y por la cantidad de vapor de agua entrante al sistema del aire húmedo. Se observa que la aproximación por analogía de Chilton-Colburn tiene un calentamiento menos pronunciado en la sección de secado. Esta aproximación muestra una alta transferencia de humedad hacia el aire durante las horas de secado del medio día, enfriando el aire interior al paso por la sección de secado. La aproximación de cinética de secado por relación semi-empírica cumple la misma tendencia, pero el enfriamiento se presenta solamente en las primeras horas de secado al ser más alto el flujo de humedad hacia el aire. Luego de estas primeras horas, el aire se calienta a su paso por la zona de secado.

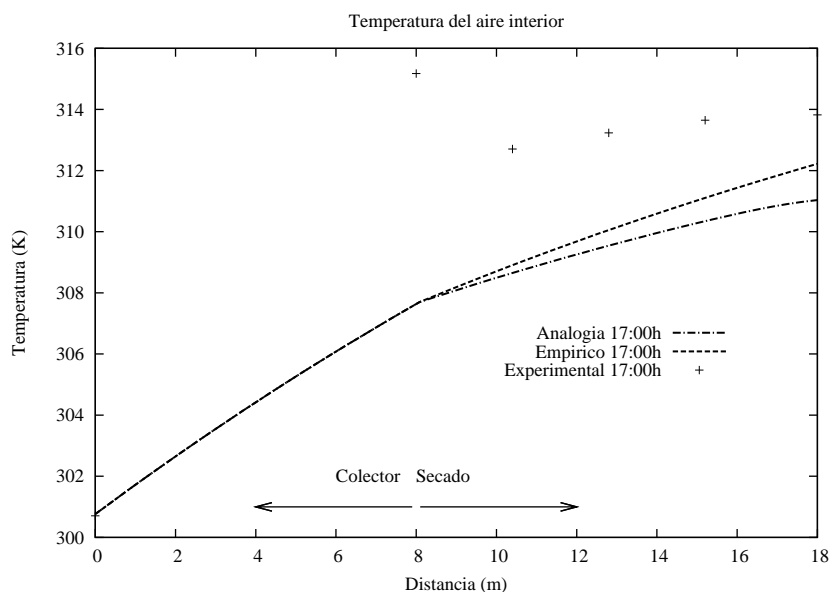


Figura 7-7.: Comparativo de la temperatura del aire a lo largo del secador a las 17:00h experimental y del modelo tramo a tramo.

El deficiente calentamiento que presenta el modelo tramo a tramo tiene explicación en una incorrecta descripción de los coeficientes y correlaciones físicas usadas en la transferencia de calor por convección o en una incorrecta modelación de la radiación térmica. El coeficiente de transferencia de calor por convección depende principalmente del régimen de flujo del aire a la entrada, el cual no varía en el tiempo. El análisis de la radiación térmica por medio del método de las radiosidades puede no considerar parte de la irradiación solar que se

encuentra en el espectro infrarrojo de longitudes de onda. Lo cual puede excluir valores de irradiación infrarroja que son significativos en las horas del día de mayor intensidad solar. Por otra parte, las propiedades físicas usadas en el análisis energético del secador pueden no describir correctamente el comportamiento de elementos tales como la placa absorbente, la cual capta y transforma la energía solar.

Los resultados de humedad relativa en distintos lugares del interior del secador se presentan en las Figuras 7-8 y 7-9 para el modelo tramo a tramo comparados con los resultados experimentales. Los resultados experimentales de la humedad relativa del aire interior muestran que la humedad al final de la zona de secado es menor durante todo el experimento que la humedad a la entrada de esta. Los valores de humedad relativa del modelo tramo a tramo muestran una tendencia similar, se puede distinguir un drástico aumento de la humedad relativa a causa del flujo de humedad hacia el aire. Solamente al final del secado la tasa de transferencia disminuye y la humedad relativa baja en la zona de secado. Se observa que la aproximación por analogía Chilton-Colburn representa la tendencia de los valores experimentales de una manera ajustada. En contraste, los valores de humedad relativa del aire en la aproximación de relación semi-empírica son menores que los resultados experimentales en gran parte del tiempo. La tasa de transferencia de masa en esta aproximación es alta solamente en las primeras horas de secado. En general los valores de humedad relativa del aire interior concuerdan con las tendencias mostradas por la temperatura del aire al ser dependiente directamente de esta. Otra dependencia que se puede distinguir es la dependencia del flujo de humedad y la temperatura del aire interior, la cual se presenta principalmente por estar relacionado el valor del contenido de humedad en equilibrio con la temperatura de aire mediante la isoterma de sorción del producto. Cuando la temperatura del aire es baja, el contenido de humedad en equilibrio es alto, impidiendo que exista un potencial que impulse el cambio en los valores de humedad del producto. Este comportamiento explica la diferencia en los valores de humedad del producto experimentales y calculados mediante la aproximación por analogía para las primeras horas del proceso. Puede ocurrir una incorrecta evaluación del coeficiente de transferencia de masa por convección ya que un bajo valor del mismo, relacionado directamente con el coeficiente de transferencia de calor por convección, explica la baja transferencia de humedad hacia el aire y el insuficiente calentamiento del aire interior.

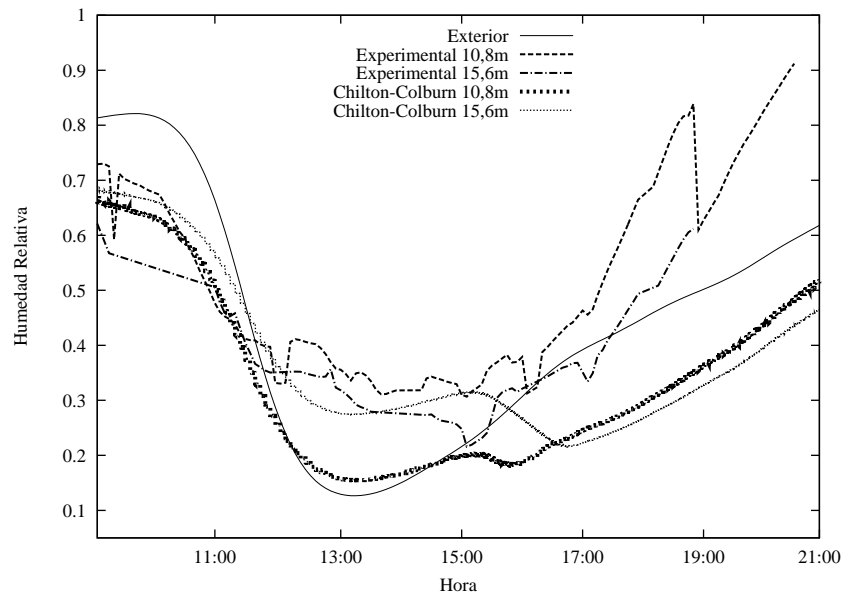


Figura 7-8.: Comparativo de la humedad relativa del aire experimental y de la aproximación por analogía.

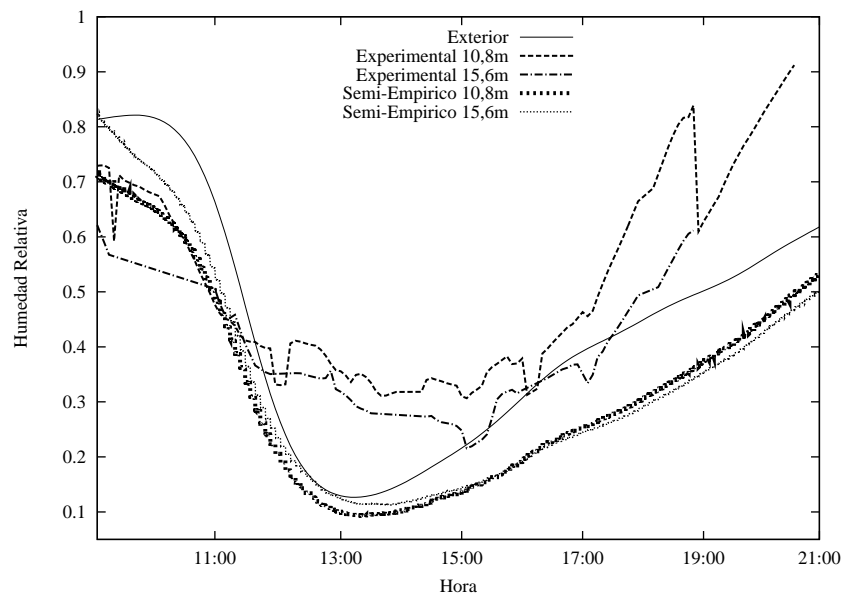


Figura 7-9.: Comparativo de la humedad relativa del aire experimental y de la aproximación por relación semi-empírica.

7.2. Comportamiento del secador en condiciones distintas de operación

Los modelos planteados se aplican en la evaluación del comportamiento del secador en diversas condiciones de operación. Una de las condiciones más importantes es la puesta en marcha del secador, puesto que se presenta el cambio más pronunciado en la condiciones de operación. Los resultados de los campos de velocidad y presión son los de mayor importancia en la puesta en marcha del secador solar al afectarse las demás variables considerablemente. Previa verificación del planteamiento numérico del modelo multidimensional, este tiene la capacidad de describir las variables interiores del secador de una forma más detallada que el modelo tramo a tramo. Para averiguar el comportamiento hidrodinámico del secador en la puesta en marcha se ejecuta el programa del modelo multidimensional con las dimensiones del secador usado en la validación y se evalúan los resultados para las condiciones de la puesta en marcha del equipo.

7.2.1. Campo de flujo

En la Figura 7-10 se muestran los campos resultantes de velocidad del modelo multidimensional para 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000 y 2000 segundos a partir de la puesta en marcha. En mayor detalle se muestran los resultados de velocidad para 10, 20 y 50 segundos en la Figura 7-11. En estas figuras se presentan las líneas de corriente, así como también los valores de la magnitud de la velocidad en una escala de tonos. Se observa una tendencia a la estabilidad a partir de los 100 segundos, en donde las líneas de corriente permanecen sin cambios. Se observan algunos vórtices en la corriente del flujo sobre la placa absorbente en los primeros instantes de operación debidos a la configuración del flujo de entrada mediante los ventiladores inferiores, más precisamente a los 50 segundos, posibilitando un incremento en la transferencia de calor entre la placa y el aire interior.

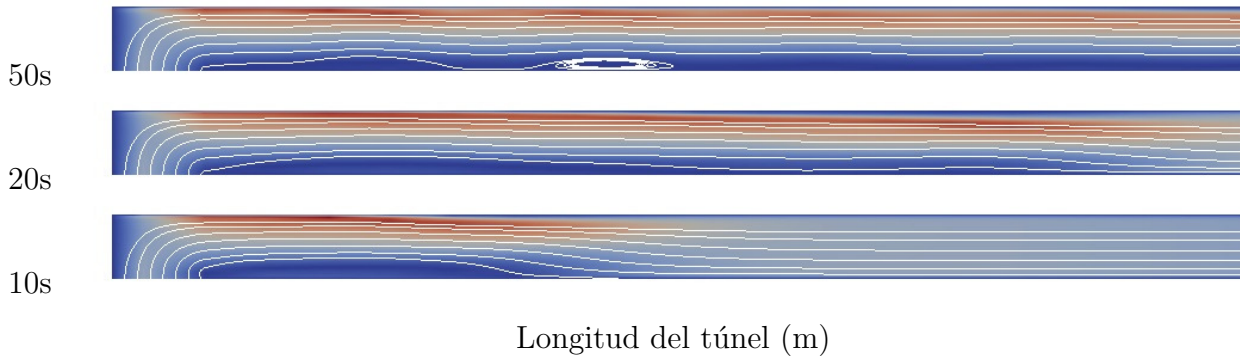


Figura 7-11.: Detalle de la velocidad del aire interior del modelo multidimensional.

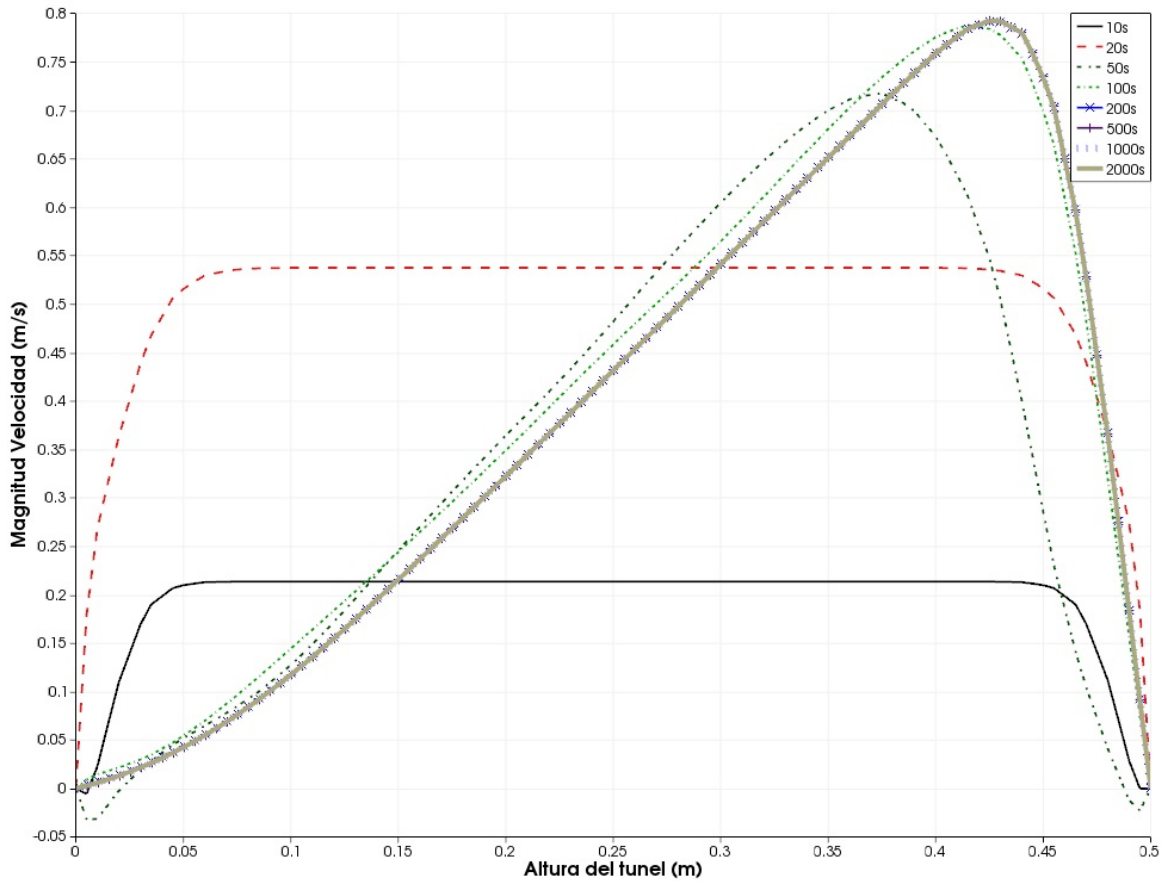


Figura 7-12.: Magnitud de la velocidad del aire interior del modelo multidimensional en un corte transversal en $x = 13,2m$.

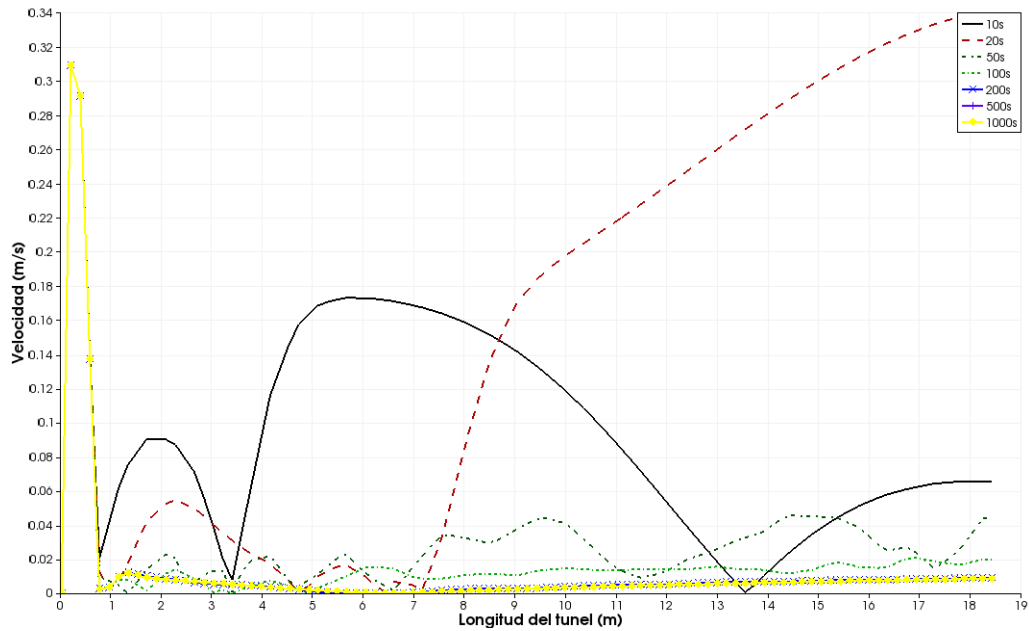


Figura 7-13.: Magnitud de la velocidad del aire interior del modelo multidimensional en un corte longitudinal a $0,01m$ de la superficie del producto.

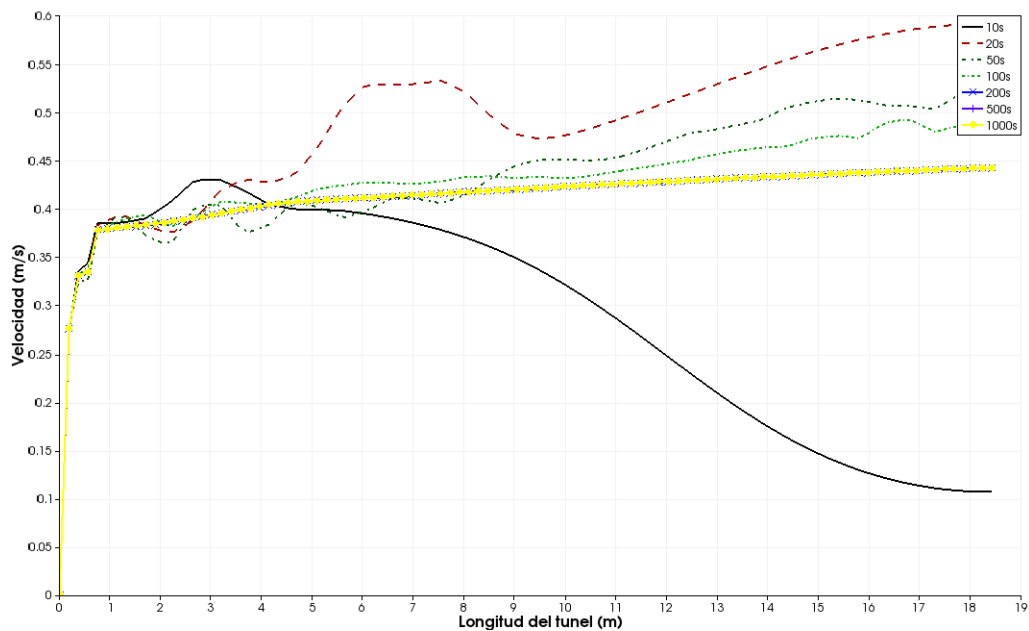


Figura 7-14.: Magnitud de la velocidad del aire interior del modelo multidimensional en un corte longitudinal en la mitad de la altura del túnel.

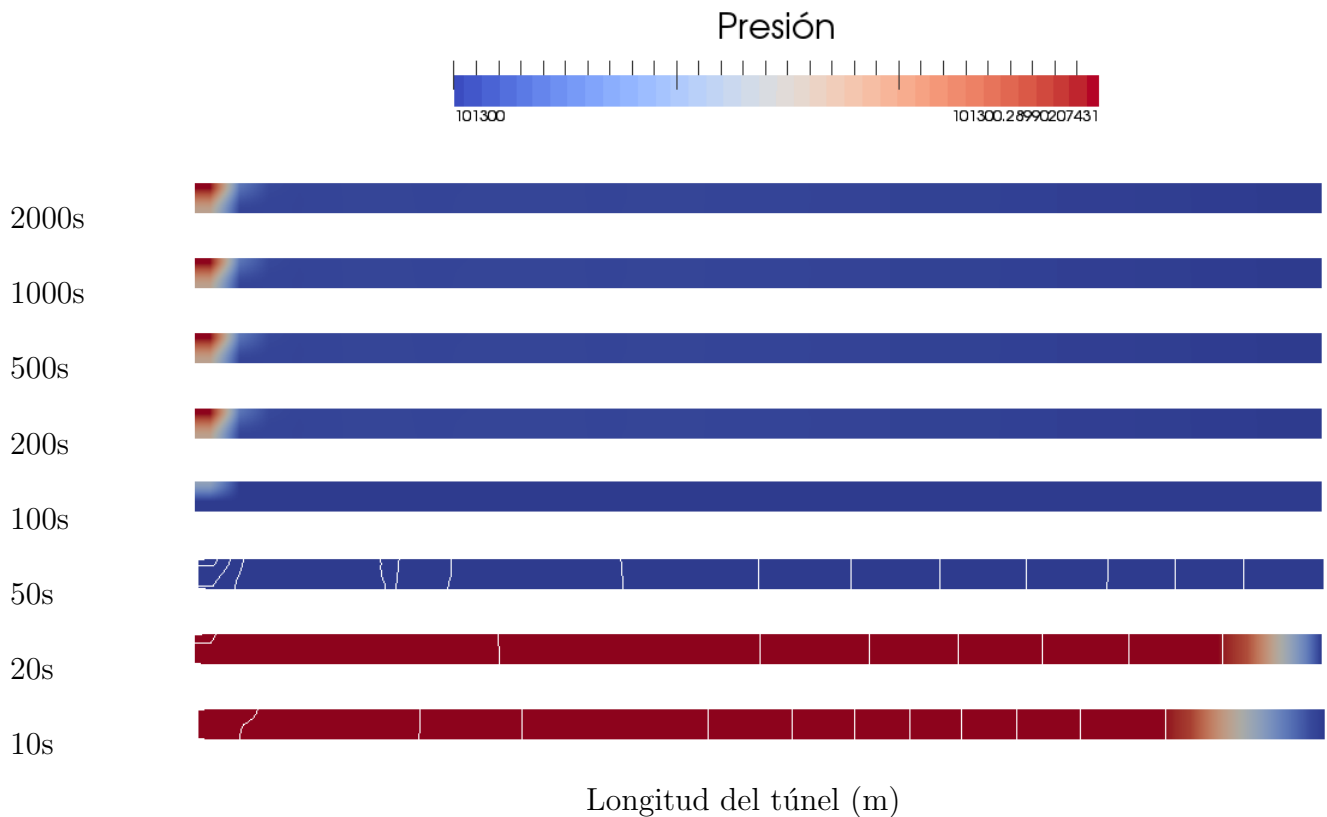


Figura 7-15.: Presión del aire interior del modelo multidimensional en distintos instantes.

Los valores de presión para 10, 20, 50, 100, 200, 500, 1000 y 2000 segundos se presentan en la Figura 7-15. Se observa que solamente en los primeros instantes se presenta un cambio en los valores de presión, estabilizándose rápidamente en el valor de la presión ambiente exterior y sólo presentándose una diferencia considerable en la entrada del aire a causa de la actuación de los ventiladores.

7.2.2. Humedad y temperatura

En las Figuras 7-16 y 7-17 se presenta la distribución de la humedad (absoluta) en el aire sobre la superficie del producto y en un corte transversal a $x = 13,2m$. En estas figuras se puede observar un incremento continuo en la concentración y el transporte de la humedad en todo el dominio. Como caso particular se presenta un transporte de humedad hacia la zona del colector solar, causado por la difusión de la humedad en el aire, así como también por la vorticidad del aire en la superficie inferior.

En la Figura 7-18 se presenta la temperatura en un corte transversal a $x = 13,2m$ para los distintos instantes de tiempo. Se puede observar que el perfil de velocidad del aire mantiene

la parte interior del flujo a las condiciones ambientales de entrada. Esto es explicado por la influencia que tiene los valores altos de velocidad en la predominancia de la convección sobre otras formas de transporte tales como la difusión. Las superficie de la cubierta plástica se encuentra a una temperatura mayor que la superficie del producto y que el aire interior debido principalmente a los valores de radiación térmica incidente sobre esta.

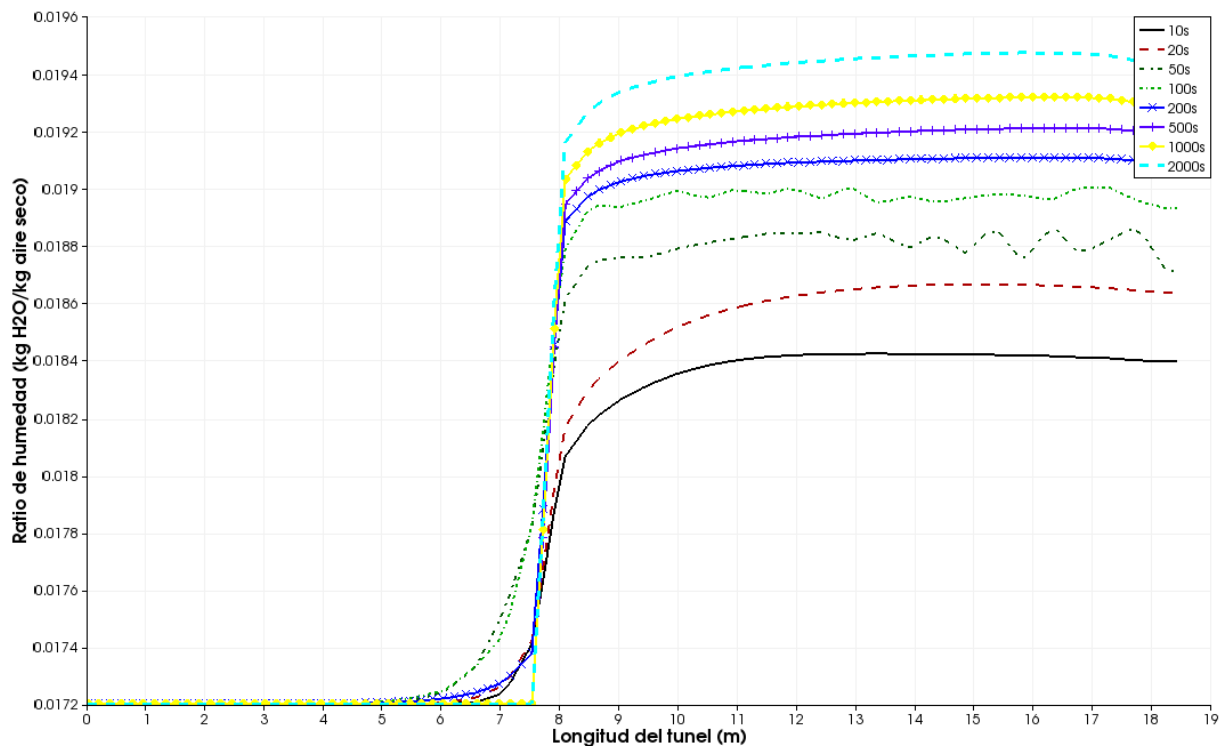


Figura 7-16.: Humedad del aire interior del modelo multidimensional en un corte longitudinal sobre la superficie del producto.

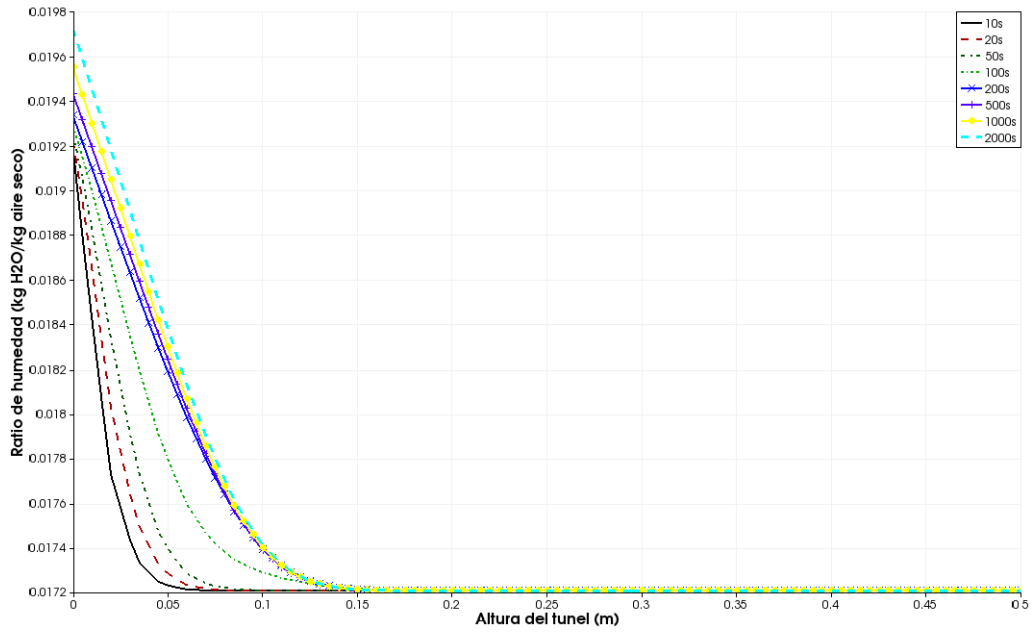


Figura 7-17.: Humedad del aire interior del modelo multidimensional en un corte transversal a $x = 13,2m$.

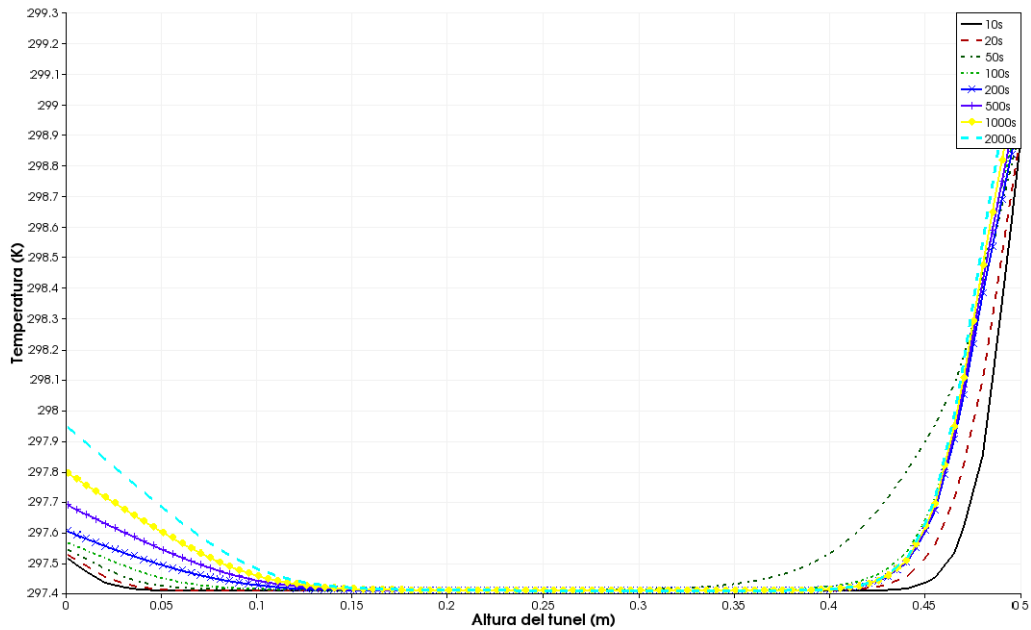


Figura 7-18.: Temperatura del aire interior del modelo multidimensional en un corte transversal a $x = 13,2m$.

8. Conclusiones y perspectivas futuras

8.1. Conclusiones

El objetivo propuesto de realizar la modelación matemática de un secador solar de plantas aromáticas se llevó a cabo mediante la consideración de las condiciones teóricas de secado y de acuerdo a los trabajos existentes en el momento. Se plantearon las ecuaciones de conservación para los elementos constitutivos del secador solar y posteriormente se resolvieron numéricamente las ecuaciones discretas por medio de programación computacional. Los resultados para las condiciones de operación establecidas se contrastaron con datos experimentales existentes posibilitando un análisis de la validez de los modelos planteados. Tomando en consideración que los resultados experimentales con los cuales se realizó la validación de los modelos pueden incurrir en errores de muestreo y de tratamiento de los datos, las conclusiones de validez de la modelación pueden no ser aplicables en todos los casos ni en todos los rangos de operación. En la medida en que se realicen un mayor número de trabajos experimentales concernientes al secado solar de Toronjil mediante el secador tipo túnel se pueden contrastar y validar con una mejor aproximación los resultados obtenidos en este trabajo. Además las propiedades físicas de los elementos constitutivos se obtienen mediante suposiciones y aproximaciones que pueden no representar el comportamiento real de los elementos, por lo que una mejor aproximación tendrá necesariamente que incluir unas relaciones más confiables. En todo caso, las ventajas de los modelos numéricos planteados con respecto a los trabajos experimentales yace en la capacidad de ser expandidos y usados en el pronóstico del comportamiento del secador en distintas condiciones de operación al haber realizado un código que acepta la variación de las mismas en el transcurso del tiempo.

En general el comportamiento de los resultados del modelo tramo a tramo se aproxima a los valores encontrados experimentalmente en las mismas condiciones de operación. El valor de humedad del producto se ajusta correctamente en ambas aproximaciones de la cinética de secado. Se puede asegurar una mejor descripción del comportamiento del secador solar por medio de la aproximación de analogía de Chilton-Colburn a la cinética de secado. Este tipo de aproximación puede ser usada para encontrar información útil en el diseño y operación de los secadores solares de tipo túnel en el secado de plantas aromáticas, en especial del Toronjil, teniendo en cuenta sus limitaciones e inconvenientes. La confiabilidad del modelo tramo a tramo para describir el comportamiento del secador solar y el estado final del producto se restringe a ciertas variables tales como la humedad del producto, la temperatura y la humedad relativa del aire interior, sobre las cuales se puede tener certeza a partir del procedimiento de validación realizado. Los valores de temperatura del aire interior son mucho mayores al valor de temperatura ambiente en todas las posiciones medidas, lo cual comprueba la eficiencia

en la transformación de la radiación solar como método de obtención de la energía requerida para el proceso. Este modelo describe adecuadamente el comportamiento del colector solar y el calentamiento del aire interior en situaciones de radiación solar baja. Para valores altos de radiación solar puede no predecir acertadamente el calentamiento debido a la modelación de la radiación térmica implementada y a la inadecuada descripción física de los elementos constitutivos. El campo de flujo en el modelo tramo a tramo se puede validar para valores bajos de radiación solar, donde el modelo describe satisfactoriamente el comportamiento hidrodinámico turbulento, energético y másico del secador solar y en consecuencia valida el planteamiento general de la modelación y la solución de las ecuaciones descriptivas del campo de flujo. A diferencia del modelo multidimensional, el modelo tramo a tramo tiene la ventaja de realizar una descripción lo bastante exacta del comportamiento del secador con un bajo costo computacional, posibilitando una rápida aproximación del comportamiento del secador.

Por su parte, el modelo multidimensional tiene la ventaja de describir detalladamente las variables representativas del secado, especialmente el campo de flujo del aire interior. El proceso de verificación del planteamiento de este modelo se llevó a cabo satisfactoriamente, garantizando una correcta solución de las ecuaciones gobernantes del modelo sobre el dominio del secador. Aunque la validación del modelo no pudo ser completada.

8.2. Perspectivas futuras

Sin duda alguna, debe expandirse y profundizarse el análisis de radiación térmica del secador solar. Una mejor descripción del tratamiento otorgado a la radiación solar puede mejorar el comportamiento de los modelos planteados. Es necesario también evaluar la sensibilidad de estos modelos frente a la variación de las propiedades físicas, coeficientes y relaciones empíricas empleadas y con respecto a las condiciones de operación establecidas. Trabajos de verificación del planteamiento matemático y numérico se pueden realizar mediante comparaciones con los problemas referencia: cavidad calentada y flujo sobre una piscina de agua. El problema de referencia de cavidad calentada garantiza la formulación correcta de la solución del campo de flujo con las propiedades del fluido seleccionadas. El problema del flujo sobre la piscina garantiza la correcta descripción de la termodinámica del aire húmedo y de la descripción de la ecuación de humedad del aire con respecto a una superficie que entrega una cierta cantidad de flujo de humedad.

Trabajos posteriores en la modelación de secadores solares de tipo túnel para plantas aromáticas pueden incluir modelos de turbulencia dentro de la descripción multidimensional del campo de flujo que posibiliten una correcta y detallada descripción del aire interior. Se puede definir la difusión másica del agua dentro del producto mediante la inclusión de términos tales como la variación de la presión de vapor del agua dentro del producto. Existe una variada definición de flujos másicos dentro de los productos vegetales debidos a fenómenos

presentes en el secado de plantas que pueden ser incorporados para mejorar la descripción del fenómeno de transporte que se presenta en el producto. La geometría del producto también puede ser definida de una forma más precisa. Por otro lado, los trabajos de validación del modelo multidimensional se pueden completar mediante tratamientos estadísticos de los resultados que puedan aportar valores representativos del comportamiento general del secador. Estos valores pueden ser comparados con las mediciones experimentales y pueden servir como referencia en la validación.

Dentro de la solución del campo de flujo del aire interior se puede realizar una descripción tridimensional del secador que describa completamente su comportamiento mediante el planteamiento de las ecuaciones tridimensionales gobernantes de los fenómenos y la solución mediante mallas no estructuradas que definan completamente el área interior del secador. En el método de solución del sistema de ecuaciones algebraicas se puede incorporar un método de resolución por medio de paralelización de los cálculos que permitan un menor costo computacional y una mayor eficiencia en la simulación de operaciones extensas.

A. Anexo: Discretización de la ecuación de convección - difusión

La ecuación general de convección-difusión es:

$$\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} + (\rho \vec{U} \cdot \nabla) \phi = \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) + \xi$$

Se integra esta ecuación en un volumen de control bidimensional cartesiano como el mostrado en la Figura 6-11.

Término acumulativo

La integral del término de acumulación puede ser removida mediante el teorema del valor medio para integrales

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \int_V \phi dV = \rho \frac{\partial}{\partial t} \phi V$$

La discretización temporal se realiza de la siguiente forma:

$$\rho \frac{\partial}{\partial t} \phi V \approx \bar{\rho} \frac{\phi^{n+1} - \phi^n}{\Delta t} V$$

Término convectivo

Se puede comprobar matemáticamente la siguiente relación:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{U} \phi) = (\rho \vec{U} \cdot \nabla) \phi + \phi (\nabla \cdot \rho \vec{U})$$

Y habiendo supuesto incompresibilidad:

$$\nabla \cdot \rho \vec{U} = 0$$

se encuentra que:

$$\nabla \cdot (\rho \vec{U} \phi) = (\rho \vec{U} \cdot \nabla) \phi$$

Ahora, integrando en el volumen de control, se puede transformar la integración mediante el teorema de la divergencia:

$$\int_V \nabla \cdot (\rho \vec{U} \phi) dV = \int_S (\rho \vec{U} \phi) \cdot \vec{n} dS$$

La integral sobre la superficie del volumen es la suma de las integrales sobre las caras del volumen.

$$\int_S (\rho \vec{U} \phi) \cdot \vec{n} dS = \sum \int_i (\rho \vec{U} \phi) \cdot \vec{n} dS$$

Donde en cada cara se debe realizar la siguiente integral:

$$\int_i (\rho \vec{U} \phi) \cdot \vec{n} dS = \int_i (\rho u \phi n_x + \rho v \phi n_y + \dots) ds$$

Para un volumen de control interno de una malla estructurada en coordenadas cartesianas bidimensionales:

$$\int_S (\rho \vec{U} \phi) \cdot \vec{n} dS = \int_e (\rho \vec{U} \phi) \cdot \vec{n} dS + \int_w (\rho \vec{U} \phi) \cdot \vec{n} dS + \int_n (\rho \vec{U} \phi) \cdot \vec{n} dS + \int_s (\rho \vec{U} \phi) \cdot \vec{n} dS$$

Donde:

$$\vec{U} = \begin{pmatrix} u \\ v \end{pmatrix}$$

Y los vectores normales a las superficies son:

$$\vec{n}_e = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \quad \vec{n}_w = \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$\vec{n}_n = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \quad \vec{n}_s = \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \end{pmatrix}$$

Lo cual resulta en:

$$\int_S (\rho \vec{U} \phi) \cdot \vec{n} dS = \int_e (\rho u \phi) dS - \int_w (\rho u \phi) dS + \int_n (\rho v \phi) dS - \int_s (\rho v \phi) dS$$

Aproximando en la discretización de la siguiente forma:

$$\int_S (\rho \vec{U} \phi) \cdot \vec{n} dS \approx (\rho u \phi)_e S_e - (\rho u \phi)_w S_w + (\rho v \phi)_n S_n - (\rho v \phi)_s S_s$$

Término difusivo

La integral de volumen sobre la divergencia del vector de flujo difusivo se transforma en una integral de superficie mediante el teorema de la divergencia.

$$\int_V \nabla \cdot (\Gamma \nabla \phi) dV = \int_S (\Gamma \nabla \phi) \cdot \vec{n} dS$$

Y mediante una resolución similar a la planteada para el término convectivo se obtiene para cada integral en la cara:

$$\int_S (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} n_x + \Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} n_y + \dots) dS$$

Lo cual para un volumen de control interno en una malla estructurada de coordenadas cartesianas bidimensionales:

$$\int_S (\Gamma \nabla \phi) \cdot \vec{n} dS = \int_e (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}) dS - \int_w (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x}) dS + \int_n (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}) dS - \int_s (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y}) dS$$

Donde:

$$\nabla \phi = \begin{pmatrix} \partial \phi / \partial x \\ \partial \phi / \partial y \end{pmatrix}$$

Aproximando al volumen de discretización:

$$\int_S (\Gamma \nabla \phi) \cdot \vec{n} dS \approx (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x})_e A_e - (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x})_w A_w + (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y})_n A_n - (\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y})_s A_s$$

Término fuente

Si existe en la ecuación un término fuente, este se define en términos volumétricos, por lo tanto en la integración simplemente se multiplica por el volumen.

$$\int_V \xi dV \approx \xi V$$

Ecuación de convección-difusión discretizada

$$\begin{aligned} \bar{\rho} \frac{\phi_P^{n+1} - \phi_P^n}{\Delta t} V + (\rho u \phi)_e^{n+1} S_e - (\rho v \phi)_w^{n+1} S_w + (\rho v \phi)_n^{n+1} S_n - (\rho u \phi)_s^{n+1} S_s = \\ \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_e^{n+1} S_e - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)_w^{n+1} S_w + \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_n^{n+1} S_n - \left(\Gamma \frac{\partial \phi}{\partial y} \right)_s^{n+1} S_s + \xi V \end{aligned} \quad (A-1)$$

En la discretización temporal de la ecuación se describen métodos implícitos, explícitos y combinados. El método implícito indica que $\phi^{n+1} = f(\phi^{n+1})$, el explícito $\phi^{n+1} = f(\phi^n, \phi^{n-1}, \dots)$. En este caso se plantea una discretización temporal implícita. Los valores de ϕ en los términos convectivos y difusivos tendrán el valor en el instante actual ϕ^{n+1} .

B. Anexo: Formulación general de los esquemas numéricos de bajo orden

Para contruir un marco general en el cual varios esquemas puedan ser usados y evaluados, se organizan las propiedades generales de los coeficientes de la ecuación de convección - difusión discretizada [35]. La formulación general de la convección - difusión es:

$$a_P \phi_P = a_E \phi_E + a_S \phi_S + a_W \phi_W + a_N \phi_N + b$$

Los coeficientes a_i se pueden evaluar por medio de:

$$\begin{aligned} a_E &= D_e A(|Pe_e|) + \max(-F_e, 0) \\ a_W &= D_w A(|Pe_w|) + \max(F_w, 0) \\ a_N &= D_n A(|Pe_n|) + \max(-F_n, 0) \\ a_S &= D_s A(|Pe_s|) + \max(F_s, 0) \\ a_P &= a_E + a_W + a_N + a_S + \rho_P^n \frac{V}{\Delta t} \\ b &= \rho_P^n \frac{V}{\Delta t} \phi_P^n + \xi_p^{n+1} V \end{aligned}$$

donde:

$$\begin{aligned} D_s &= \frac{\Gamma_s S_s}{\delta P S} \\ D_w &= \frac{\Gamma_w S_w}{\delta P W} \\ D_e &= \frac{\Gamma_e S_e}{\delta P E} \\ D_n &= \frac{\Gamma_n S_n}{\delta P N} \end{aligned}$$

y

$$\begin{aligned} F_s &= (\rho v)_s S_s \\ F_w &= (\rho u)_w S_w \\ F_e &= (\rho u)_e S_e \\ F_n &= (\rho v)_n S_n \end{aligned}$$

y el número de Peclet evaluado en la cara f del volumen del control es:

$$Pe_f = \frac{F_f}{D_f}$$

Los esquemas numéricos de bajo orden más significativos son [35]:

- Esquema de Diferencia Centrada (CDS)

Es un esquema de segundo orden, se encuentra el valor de la variable en la cara por medio de una diferencia aritmética.

$$\phi_e = \frac{1}{2}(\phi_P + \phi_E)$$

- Esquema Upwind (UDS)

Es un esquema de primer orden, el valor de la variable en la cara es el valor de la variable en el nodo aguas arriba de la cara.

$$\phi_e = \phi_P \quad F_e > 0$$

$$\phi_e = \phi_E \quad F_e < 0$$

- Esquema Híbrido (HDS)

Usa CDS para bajas velocidades y UDS para altas velocidades.

- Esquema Exponencial (EDS)

Es un esquema de segundo orden que evalúa el valor en la cara mediante la solución exacta de la ecuación de convección difusión unidimensional en estado estable y sin generación de calor [35].

- Esquema Powerlaw (PLDS)

Es un esquema de segundo orden que evalúa el valor en la cara mediante una aproximación del EDS por un polinomio de quinto orden. Las expresiones del esquema para a_E son las siguientes:

$$\begin{aligned} P_e < -10 & \quad \frac{a_E}{D_e} = -P_e \\ -10 \leq P_e < 0 & \quad \frac{a_E}{D_e} = (1 + 0,1P_e)^5 - P_e \\ 0 \leq P_e \leq 10 & \quad \frac{a_E}{D_e} = (1 - 0,1P_e)^5 \\ P_e > 10 & \quad \frac{a_E}{D_e} = 0 \end{aligned}$$

en el caso de $|P_e| > 10$, el Powerlaw es idéntico al esquema híbrido.

Los valores de $A(|P|)$ para cada uno de los esquemas numéricos son:

Esquema numérico	$A(P)$
UDS	1
CDS	$1 - 0,5(P)$
HDS	$\max(0, (1 - 0,5 P))$
EDS	$\frac{ P }{(e^{ P } - 1)}$
PLDS	$\max(0, (1 - 0,5 P)^5)$

C. Anexo: Problema de Smith-Hutton

Este problema de solución conocida, es un flujo laminar bidimensional constante en un dominio rectangular sometido a condiciones de contorno de temperatura. Estas condiciones provocan una variación de la temperatura en la dirección de flujo.

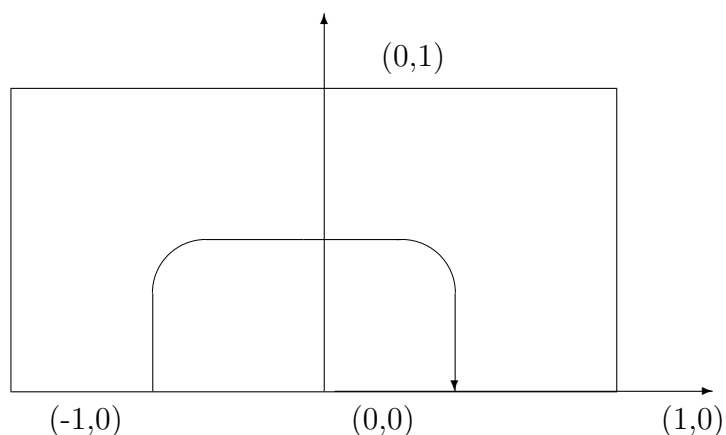


Figura C-1.: Problema de Smith-Hutton.

El fluido ingresa por la mitad izquierda de la cara inferior y sale por la mitad derecha de la cara inferior (ver Figura C-1). El campo de velocidad en el dominio rectangular se define por las siguientes ecuaciones:

$$u(x, y) = 2y(1 - x^2)$$

$$v(x, y) = -2x(1 - y^2)$$

Las condiciones de frontera están definidas en la Tabla C-1

Tabla C-1.: Condiciones de frontera del problema de Smith-Hutton.

Condición		
$T = 1 + \tanh[(2x + 1)A]$	$-1 < x < 0$	$y = 0$ (entrada)
	$x = -1$	$0 < y < 1$
$T = 1 \tanh A$	$-1 < x < 1$	$y = 1$
	$x = 1$	$0 < y < 1$
$\frac{\partial T}{\partial y} = 0$	$0 < x < 1$	$y = 0$

Tabla C-2.: Resultados numéricos de referencia del problema de Smith-Hutton.

Posición en x	$\frac{\rho}{\Gamma} = 10$	$\frac{\rho}{\Gamma} = 1000$	$\frac{\rho}{\Gamma} = 10^6$
0,0	1,989	2,0000	2,000
0,1	1,402	1,9990	2,000
0,2	1,146	1,9997	2,000
0,3	0,946	1,9850	1,999
0,4	0,775	1,8410	1,964
0,5	0,621	0,9510	1,000
0,6	0,480	0,1540	0,036
0,7	0,349	0,0010	0,001
0,8	0,227	0,0000	0,000
0,9	0,111	0,0000	0,000
1,0	0,000	0,0000	0,000

donde $A = 10$. Los resultados numéricos de la temperatura en la cara de salida del flujo se presentan para diferentes valores de $\frac{\rho}{\Gamma}$ (ver Tabla **C-2**).

D. Anexo: Problema Driven-Cavity

Este problema define una cavidad cuadrada en la cual la pared superior se desplaza continuamente a una velocidad uniforme en su mismo plano (ver Figura **D-1**). Este movimiento de la pared induce un flujo en toda la cavidad. El flujo se supone incompresible y laminar para bajos números de Reynolds. En la Tabla **D-1** se listan los valores numéricos aceptados como resultados de referencia para los componentes de la velocidad en las líneas que pasan por el centro geométrico de la cavidad [8].

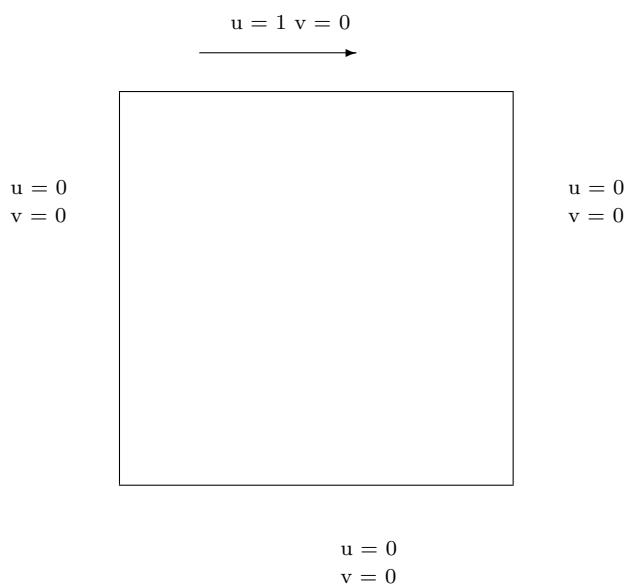


Figura D-1.: Problema Driven Cavity.

Tabla D-1.: Resultados referenciados del problema Driven Cavity para distintos números de Reynolds.

Resultados de la magnitud de la componente x de la velocidad del fluido a lo largo de la línea vertical que pasa por el centro geométrico de la cavidad [9]

y	Re = 100	Re = 400	Re = 1000	Re = 5000	Re = 10000
1,0000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000	1,000000
0,9766	0,841230	0,758370	0,659280	0,482230	0,472210
0,9688	0,788710	0,684390	0,574920	0,461200	0,477830
0,9609	0,737220	0,617560	0,511170	0,459920	0,480700
0,9531	0,687170	0,558920	0,466040	0,460360	0,478040
0,8516	0,231510	0,290930	0,333040	0,335560	0,346350
0,7344	0,003320	0,162560	0,187190	0,200870	0,206730
0,6172	-0,136410	0,021350	0,057020	0,081830	0,083440
0,5000	-0,205810	-0,114770	-0,060800	-0,030390	-0,031110
0,4531	-0,210900	-0,171190	-0,106480	-0,074040	-0,075400
0,2813	-0,156620	-0,327260	-0,278050	-0,228550	-0,231860
0,1719	-0,101500	-0,242990	-0,382890	-0,330500	-0,327090
0,1016	-0,064340	-0,146120	-0,297300	-0,404350	-0,380000
0,0703	-0,047750	-0,103380	-0,222200	-0,436430	-0,416570
0,0625	-0,041920	-0,092660	-0,201960	-0,429010	-0,425370
0,0547	-0,037170	-0,081860	-0,181090	-0,411650	-0,427350
0,0000	0,0000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000

Resultados de la magnitud de la componente y de la velocidad del fluido a lo largo de la línea horizontal que pasa por el centro geométrico de la cavidad [9]

x	Re = 100	Re = 400	Re = 1000	Re = 5000	Re = 10000
1,00000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
0,96880	-0,059060	-0,121460	-0,213880	-0,497740	-0,543020
0,96090	-0,073910	-0,156630	-0,276690	-0,550690	-0,529870
0,95310	-0,088640	-0,192540	-0,337140	-0,554080	-0,490990
0,94530	-0,103130	-0,228470	-0,391880	-0,528760	-0,458630
0,90630	-0,169140	-0,338270	-0,515500	-0,414420	-0,414960
0,85940	-0,224450	-0,449930	-0,426650	-0,362140	-0,367370
0,80470	-0,245330	-0,385980	-0,319660	-0,300180	-0,307190
0,50000	0,054540	0,051860	0,025260	0,009450	0,008310
0,23440	0,175270	0,301740	0,322350	0,272800	0,272240
0,22660	0,175070	0,302030	0,330750	0,280660	0,280030
0,15630	0,160770	0,281240	0,370950	0,353680	0,350700
0,09380	0,123170	0,229650	0,326270	0,429510	0,414870
0,07810	0,108900	0,209200	0,303530	0,436480	0,431240
0,07030	0,100910	0,197130	0,290120	0,433290	0,437330
0,06250	0,092330	0,183600	0,274850	0,424470	0,439830
0,00000	0,0000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000

Bibliografía

- [1] AKPINAR, E.K.: Mathematical modelling of thin layer drying process under open sun of some aromatic plants. En: *Journal of Food Engineering* 77 (2006), December, p. 864–870
- [2] AKPINAR, E.K.: Drying of mint leaves in a solar dryer and under open sun: Modelling, performance analyses. En: *Energy Conversion and Management* 51 (2010), December, p. 2407–2418
- [3] AVERSA, M. ; CURCIO, S. ; CALABRO, V. ; IORIO, G.: An analysis of the transport phenomena occurring during food drying process. En: *Renewable Energy* 78 (2007), February, p. 922–932
- [4] BALA, B.K. ; MONDOL, M.R.A.: Experimental investigation on solar drying of fish using solar tunnel dryer. En: *Drying Technology* 19 (2001), Nr. 2, p. 427–436
- [5] BALLADIN, D. ; HEADLEY, O.: Evaluation of solar dried thyme (*Thymus vulgaris* Linné) herbs. En: *Renewable Energy* 17 (1999), August, p. 523–531
- [6] CALVENTUS, Y. ; CARRERAS, R. ; CASALS, M. ; COLOMER, P. ; COSTA, M. ; JAÓN, A. ; MONTSERRAT, S. ; OLIVA, A. ; QUERA, M. ; ROCA, X.: *Tecnología Energética y Medio Ambiente*. Primera Edición. Barcelona : Ediciones Universidad Politécnica de Catalunya, 2006
- [7] CTTC. *Dossier de formulas de transferencia de calor*. Centro Tecnológico de Transferencia de Calor (CTTC) Universidad Politécnica de Cataluña. 2011
- [8] CTTC. *Ejemplos de aplicación de modelos numéricos de tipo integral basados en el empleo de correlaciones empírico-adimensionales*. Centro Tecnológico de Transferencia de Calor (CTTC) Universidad Politécnica de Cataluña. 2011
- [9] CTTC. *Introduction to the Fractional Step Method*. Centro Tecnológico de Transferencia de Calor (CTTC) Universidad Politécnica de Cataluña. 2011
- [10] CTTC. *Solución numérica de la convección*. Centro Tecnológico de Transferencia de Calor (CTTC) Universidad Politécnica de Cataluña. 2011
- [11] CUERVO, S.: *Quality oriented drying of Lemon Balm*. Witzenhausen, Universitat Kassel, Tesis de Doctorado, March 2011

- [12] CURCIO, S. ; AVERSA, M. ; CALABRO, V. ; IORIO, G.: Simulation of food drying: FEM analysis and experimental validation. En: *Renewable Energy* 87 (2008), August, p. 541–553
- [13] DOYMAZ, I.: Thin layer drying behaviour of mint leaves. En: *Journal of Food Engineering* 74 (2006), June, Nr. 3, p. 370–375
- [14] ESPER, A. ; MUHLBAUER, W.: Solar drying an effective means of food preservation. En: *Renewable Energy* 15 (1998), December, p. 95–100
- [15] FPAA. *Deshidratación Solar*. Fomento a la integración de la Producción Agropecuaria y Agroindustrial (FPAA). Proyecto Agroindustria GTZ Salvadoreño-Alemán. 2007
- [16] FRANKS, F.: *Water, A Matrix of Life*. First Edition. London : The Royal Society of Chemistry, 2000
- [17] FUDHOLI, A. ; SOPIAN, K. ; RUSLAN, M.H. ; ALGHOUL, M.A. ; SULAIMAN, M.Y.: Review of solar dryers for agricultural and marine products. En: *Renewable and Sustainable Energy Reviews* 14 (2010), January, Nr. 1, p. 1–30
- [18] HERNÁNDEZ, J. A. ; PAVÓN, G. ; GARCÍA, M. A.: Analytical solution of mass transfer equation considering shrinkage for modeling fooddrying kinetics. En: *Journal of Food Engineering* 45 (2000), July, Nr. 1, p. 1–10
- [19] HOSSAIN, M.A. ; BALA, B.K.: Drying of hot chilli using solar tunnel drier. En: *Solar Energy* 81 (2007), January, Nr. 1, p. 85–92
- [20] HOSSAIN, M.A. ; WOODS, J.L. ; BALA, B.K.: Optimisation of solar tunnel drier for drying of chilli without color loss. En: *Renewable Energy* 30 (2005), April, Nr. 5, p. 729–742
- [21] IBÁÑEZ, M. ; ROSELL, J.R. ; J.I, Rosell: *Tecnología solar*. Primera Edición. Madrid : Mundi-Prensa, 2004
- [22] INCROPERA, F. ; DEWITT, D.: *Introduction to Heat Transfer*. Sixth Edition. New York : John Wiley and Sons, 1996
- [23] JAIN, D. ; TIWARI, G.N.: Thermal aspect of open sun drying of various crops. En: *Energy* 28 (2003), January, Nr. 1, p. 37–54
- [24] JAIN, D. ; TIWARI, G.N.: Effect of greenhouse on crop drying under natural and forced convection I: evaluation of convective mass transfer coefficient. En: *Energy conversion and Management* 45 (2004), March, Nr. 5, p. 765–783

- [25] JANJAI, S. ; LAMLERT, N. ; INTAWEE, P. ; MAHAYOTHEE, B. ; BALA, B. K. ; NAGLE, M. ; MULLER, J.: Experimental and simulated performance of a PV-ventilated solar greenhouse dryer for drying of peeled longan and banana. En: *Solar Energy* 83 (2009), p. 1550–1565
- [26] JANJAI, S. ; LAMLERT, N. ; INTAWEE, P. ; MAHAYOTHEE, B. ; BOONROD, Y. ; HAEW-SUNGCHARERN, M. ; BALA, B. K. ; NAGLE, M. ; MULLER, J.: Solar drying of peeled longan using a side loading type solar tunnel dryer: experimental and simulated performance. En: *Drying Technology* 27 (2009), Nr. 4, p. 595–605
- [27] JOSHI, C.B. ; GEWALI, M.B. ; BHANDARI, R.C.: Performance of solar drying systems: a case of Nepal. En: *IE(I) Journal-ID* 85 (2005), p. 53–57
- [28] KAYA, A. ; AYDIN, O. ; DINCER, I.: Numerical modeling oh heat and mass transfer during forced convection drying of rectangular moist objects. En: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 49 (2006), April, p. 3094–3103
- [29] KITUU, G.M. ; SHITANDA, D. ; KANALI, C.L. ; MAILUTHA, J.T. ; NJOROGE, C.K. ; WAINAINA, J.K. ; SILAYO, V.K.: Thin layer drying model for simulating the drying of Tilapia fish (*Oreochromis niloticus*) in a solar tunnel dryer. En: *Journal of Food Engineering* 98 (2010), June, Nr. 3, p. 325–331
- [30] MC. *Informe sobre: El mercado de hierbas aromticas y medicinales en Colombia*. Marketing Consulting (MC). Diciembre 2001
- [31] MITROI, A. ; UDROIU, A. ; ESPER, A. ; MÜHLBAUER, W. ; EPURE, D.: Verfahrnstechnische untersuchungen über den einsatz in rumänien vom solaren tunneltrockner typ Hohenheim. En: IAS, USAMV (Ed.): *Lucrarile Simpozionului Stiintific 90 ani de nvatamant superior agronomic la Iasi*, 2002
- [32] MONTERO, I.: *Modelado y construcción de un secadero solar híbrido para residuos biomásicos*. Badajoz, Universidad de Extremadura, Tesis de Doctorado, Noviembre 2005
- [33] MÜLLER, J. ; REISINGER, G. ; KISGECI, J. ; KOTTA, E. ; TESIC, M. ; MUHLBAUER, W.: Development of a greenhouse-type solar dryer for medicinal plants and herbs. En: *Solar and Wind Technology* 6 (1989), Nr. 5, p. 523–530
- [34] PALACIO, L.: Las plantas medicinales y aromáticas, una alternativa de futuro para el desarrollo rural. En: *Boletín Economico ICE* 2652 (2000), Mayo, p. 29–40
- [35] PATANKAR, S.: *Numerical Heat Transfer and Fluid Flow*. First Edition. Washington : Hemisphere Publishing Corporation, 1980

- [36] PERRY, R. ; CHILTON, C.: *Manual del ingeniero químico*. New York : McGraw-Hill, 1984
- [37] PUROHIT, P. ; KUMAR, A. ; KANDPAL, T.: Solar drying vs. open sun drying: A framework for financial evaluation. En: *Solar Energy* 80 (2006), December, p. 1568–1579
- [38] RUIZ-LÓPEZ, I.I. ; CÓRDOVA, A.V. ; RODRÍGUEZ-JIMENES, G.C. ; GARCÍA-ALVARADO, M.A.: Moisture and temperature evolution during food drying: effect of variable properties. En: *Journal of Food Engineering* 63 (2004), June, Nr. 1, p. 117–124
- [39] SAGAR, V. ; SURESH, P.: Recent advances in drying and dehydration of fruits and vegetables: a review. En: *Journal of Food Science Technology* 47 (2010), February, p. 15–26
- [40] SANDOVAL-TORRES, S.: Modelación matemática del secado convencional de madera. En: *Madera y bosques* 15 (2009), Nr. 1, p. 75–89
- [41] SINGH, A. ; SINGH, H. ; SINGH, S. ; SAWHNEY, R.: Numerical calculation of psychrometric properties on a calculator. En: *Building and Environment* 37 (2002), April, p. 415–419
- [42] SOYSAL, Y. ; ÖZTEKIN S: Equilibrium moisture content equations for some medicinal and aromatic plants. En: *Journal of Agricultural Engineering Research* 74 (1999), November, Nr. 3, p. 317–324
- [43] SOYSAL, Y. ; ÖZTEKIN S: Comparison of seven equilibrium moisture content equations for some medicinal and aromatic plants. En: *Journal of Agricultural Engineering Research* 78 (2001), January, Nr. 1, p. 57–63
- [44] STEEMAN, H. ; TJOEN, C. ; VAN BELLEGHEM, M. ; JANSSENS, A. ; DE PAEPE, M.: Evaluation of the different definitions of the convective mass transfer coefficient for waer evaporation into air. En: *International Journal of Heat and Mass Transfer* 52 (2009), July, p. 3757–3766
- [45] TIWARI, G.: *Solar Energy. Fundamentals, Design, Modelling and Applications*. First Edition. New Delhi : Alpha Science International Ltd., 2002
- [46] TSHEWANG, L.: Technical and financial feasibility of a solar dryer in Bhutan. En: *Energy for Sustainable Development* 9 (2005), December, p. 17–24
- [47] VASSERMAN, A. ; KAZAVCHINSKII, A ; RABINOVICH, V: *Thermophysical properties of air and air components*. First Edition. Jerusalem : Israel Program for Cientific Translations, 1971

-
- [48] WANG, N. ; BRENNAN, J.G.: A mathematical model of simultaneous heat and moisture transfer during drying of potato. En: *Journal of Food Engineering* 24 (1995), Nr. 1, p. 47–60
- [49] WONG, H.I.: *Handbook of essential formulae and data on heat transfer for engineers*. First Edition. London : Longman, 1977
- [50] ZILI, L. ; NASRALLAH, S.B.: Heat and mass transfer during drying in cylindrical packed beds. En: *Numerical Heat Transfer* 36 (1999), Nr. 2, p. 201–228

Declaración

Me permito afirmar que he realizado la presente tesis de manera autónoma y con la única ayuda de los medios permitidos y no diferentes a los mencionados en la propia tesis. Todos los pasajes que se han tomado de manera textual o figurativa de textos publicados y no publicados, los he reconocido en el presente trabajo. Ninguna parte del presente trabajo se ha empleado en ningún otro tipo de tesis.

Bogotá, D.C., 6.12.2011

Camilo Andrés Bayona Roa