

UNIVERSIDAD
NACIONAL
DE COLOMBIA

COMPORTAMIENTO A TRACCIÓN DEL BAMBÚ GUADUA ANGUSTIFOLIA TENIENDO EN CUENTA EL DESLIZAMIENTO EN LA INTERFAZ FIBRA – MATRIZ

Ing. Willington Padilla Martínez

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ingeniería, Departamento de ingeniería Civil y Agrícola
Bogotá D.C., Colombia

2018

Comportamiento a tracción del bambú *Guadua angustifolia* teniendo en cuenta el deslizamiento en la interfaz fibra – matriz

Willington Padilla Martínez

Trabajo final de Maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:
Maestría en Ingeniería – Estructuras

Director (a):

Ph.D Martín Estrada Mejía

Línea de Investigación:

Materiales

Grupo de Investigación:

Análisis, Diseño y Materiales – GIES

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Ingeniería, Departamento de ingeniería Civil y Agrícola

Bogotá D.C., Colombia

2018

A mis padres, quienes siempre me han sabido aconsejar y es por su sabiduría, esfuerzo y amor que me han brindado, que he podido alcanzar mis metas y trabajo cada día por lograr mis sueños.

“La inteligencia es la habilidad de adaptarse al cambio...”

Stephen Hawking

Agradecimientos

Agradezco en primera medida a mi director, el Ing. Martín Estrada Mejía, quien me ha guiado de la mejor manera durante este proceso de investigación, compartiendo con agrado sus conocimientos, apoyando y orientando con la mejor disposición el trabajo realizado tanto en las instalaciones de la universidad como el trabajo autónomo realizado fuera de ella.

Es necesario un merecido reconocimiento para los profesores que me guiaron y me transmitieron ese gusto por las estructuras, tanto en el pregrado como durante mis estudios de maestría. En especial debo manifestar mi agradecimiento al Ing. Jorge Segura Franco, el Ing. Dorian L. Linero Segrera, la Ing. Caori Takeuchi, la Ing. Maritzabel Molina y el Ing. Juan Tamasco Torres, por los aportes técnicos que me proporcionaron en cada uno de sus cursos y que han sido pilar para una formación profesional integral.

Con nostalgia pero lleno de felicidad, manifiesto mi gratitud a la Universidad Nacional de Colombia y a la Facultad de Ingeniería Sede Bogotá por haberme dado la oportunidad de compartir tantos gratos momentos y poder aportar al desarrollo de un mejor país.

Resumen

En las últimas décadas se ha desarrollado un extenso número de investigaciones acerca del comportamiento de materiales vegetales, con ello se buscan nuevas alternativas renovables para el medio ambiente que permitan la construcción de estructuras seguras y habitables. El bambú *Guadua angustifolia* es una especie abundante en Colombia y de un desarrollo fácil y rápido, conveniente para ser usado en construcción de viviendas.

La heterogeneidad de este material amerita una caracterización mecánica compleja ya que, por su sección compuesta de fibras y matriz, los ensayos típicos de tensión empleados en otras maderas no muestran un comportamiento típico del material. Se propone un ensayo con la elaboración de una probeta diferente a la habitual.

Con los resultados allí obtenidos se utilizó un modelo constitutivo para representar el comportamiento del bambú *Guadua angustifolia* cuando es sometido a esfuerzos normales de tracción paralela a las fibras. Se concluyó que el comportamiento a tracción corresponde a un modelo de plasticidad unidimensional combinado con un modelo de probabilidad de Weibull.

Se concluyó que el comportamiento a tensión de una lámina bambú *Guadua angustifolia*, bajo cargas paralelas a las fibras es combinado entre la tensión en las fibras y la fricción entre fibras y matriz.

Palabras clave: Bambú *Guadua angustifolia*, modelo de plasticidad, ensayo de tensión, modelo constitutivo, materiales compuestos.

Abstract

Nowadays it have been developed a large number of researches to study the behavior of natural materials, regarding in renewable new alternatives that allow the construction of safety and habitable structures. Bamboo *Guadua angustifolia* is an abundant specie in Colombia, which has fast and easy growth, important parameters for a construction material.

The heterogeneity of this material merits complex mechanical characterization as its composite section of fibers and matrix, typical tensile tests used in other woods not show a typical behavior of the material. A trial with the development of a different standard specimen is proposed.

With the results obtained, a constitutive model was used to represent the behavior of bamboo *Guadua angustifolia* when subjected to normal tensile stresses parallel to the fibers. It was concluded that the tensile behavior corresponds to a model of one-dimensional plasticity.

It was concluded that the tension behavior of bamboo *Guadua angustifolia* laminated, under loads parallel to the fibers is combined between the tension in the fibers and the friction between fibers - matrix.

Keywords: Bamboo *Guadua angustifolia*, plasticity model, tensile test, constitutive model, composite materials.

Contenido

	Pág.
Resumen	IX
Lista de figuras	XIII
Lista de tablas	XV
Lista de Símbolos y abreviaturas	XVI
Introducción	1
Objetivos	2
Capítulo 1. Marco teórico y antecedentes	3
1.1. Caracterización de la especie bambú <i>Guadua angustifolia</i>	4
1.1.1 Morfología general del bambú <i>Guadua angustifolia</i>	4
1.1.2 Proceso de obtención de láminas de guadua	7
1.2. Modelos constitutivos unidimensionales	10
1.2.1 Modelo unidimensional de plasticidad	11
1.2.2 Modelo unidimensional de daño	15
1.3. Ensayos anteriores a tracción paralela a las fibras en probetas de guadua ...	19
Capítulo 2. Ensayos preliminares	21
2.1. Preparación de las probetas	21
2.2. Preparación del ensayo	22
2.3. Resultados y análisis	23
Capítulo 3. Ensayos definitivos de tracción paralela a las fibras en láminas de guadua bajo carga monotónica	26
3.1. Preparación de las probetas	26
3.2. Preparación del ensayo	28
3.3. Resultados y análisis	30
3.3.1 Deslizamiento de las fibras	31
3.3.2 Rotura de la sección transversal reducida	32
3.3.3 Falla por cortante paralelo a las fibras	34
Capítulo 4. Ensayo definitivo de tracción paralela a las fibras en láminas de guadua bajo carga cíclica	36
4.1. Propuesta de ensayo bajo carga cíclica	36
4.2. Resultados y análisis	37

Capítulo 5. Modelo numérico usado para representar el comportamiento mecánico de láminas de guadua	40
5.1. Descripción del modelo	40
5.2. Modelo específico para láminas de <i>Guadua angustifolia</i> a tracción paralela a las fibras	40
5.2.1 Distribución de probabilidad en las propiedades de las fibras	40
5.2.2 Parámetros de Weibull.....	41
5.2.3 Modelo de plasticidad uniaxial para un grupo de fibras de bambú <i>Guadua angustifolia</i>	42
5.3. Verificación del modelo numérico	44
Conclusiones y recomendaciones	51
Conclusiones	51
Recomendaciones	52
A. Anexo: Caracterización de la sección transversal	53
Bibliografía	55

Lista de figuras

	Pág.
Figura 1-1: Partes de una planta de bambú <i>Guadua angustifolia</i> (Takeuchi, 2016) ...	5
Figura 1-2: Sector circular de la sección transversal del culmo de guadua	6
Figura 1-3: Haz vascular de bambú <i>Guadua angustifolia</i> (Takeuchi, 2014)	7
Figura 1-4: Proceso de extracción de sectores de guadua	8
Figura 1-5: Obtención de láminas de ancho constante	9
Figura 1-6: Esquema de la obtención de la probeta para los ensayos	10
Figura 1-7: Curva típica de un modelo de plasticidad	12
Figura 1-8: Curva típica de un modelo de daño	16
Figura 1-9: Geometría sugerida para probetas en madera, en tensión (ASTM D3500-90)	19
Figura 1-10: Evolución de la falla por cortante paralelo a las fibras en ensayo según la NTC5525	20
Figura 2-1: Proceso de fabricación de probetas.....	21
Figura 2-2: Preparación del ensayo	23
Figura 2-3: Curva esfuerzo – deformación para ensayos preliminares.....	24
Figura 3-1: Probetas con sección reducida en su ancho y espesor, además con papel de lija adherida a sus extremos para mejorar la adherencia en la maquina.....	27
Figura 3-2: Esquema de la geometría medida de cada probeta.....	28
Figura 3-3: Detalle de sujeción y montaje en la maquina empleada	28
Figura 3-4: Deformación de la sección transversal reducida durante el ensayo	30
Figura 3-5: Probeta que presentó una falla por deslizamiento de las fibras (Ensayo preliminar).	31
Figura 3-6: Curva de Esfuerzo – Deformación obtenidas para probetas con modos de falla por deslizamiento de las fibras.....	32
Figura 3-7: Probeta que presentó una falla por rotura de la sección transversal reducida.	33
Figura 3-8: Curva de Esfuerzo – Deformación obtenidas para probetas con modos de falla por rotura de la sección transversal	33
Figura 3-9: Probeta que presentó una falla por cortante paralelo a las fibras.....	34
Figura 3-10: Probeta con sección transversal reducida en su espesor y ancho, que presentó una falla por cortante paralelo a las fibras.	34
Figura 3-11: Curva de Esfuerzo – Deformación obtenidas para probetas con modos de falla por cortante paralelo a las fibras	35
Figura 4-1: Variación de la carga aplicada en el tiempo.....	37

Figura 4-2:	Curva de Esfuerzo – Deformación con ensayo de carga – descarga	37
Figura 4-3:	Curvas aisladas de carga – descarga para determinar E (N/mm ²)	38
Figura 5-1:	Relación esfuerzo – deformación de los ensayos experimentales y del modelo propuesto por Estrada (2016).....	44
Figura 5-2:	Proceso de falla interna a tracción paralela a las fibras de la guadua.....	45
Figura 5-3:	Curvas teórica de esfuerzo por fricción fibra – matriz	46
Figura 5-4:	Modelo propuesto del esfuerzo en función de la deformación	48

Lista de tablas

	Pág.
Tabla 1-1: Taxonomía del Bambú <i>Guadua angustifolia</i>	4
Tabla 1-2: Modelo de plasticidad unidimensional	15
Tabla 1-3: Modelo de daño	18
Tabla 3-1: Geometría de las probetas ensayadas a tracción bajo carga monotónica .	27
Tabla 4-1: Determinación de parámetros m y b para las líneas de tendencia de los segmentos de curva carga – descarga.	39
Tabla 5-1: Resumen del modelo propuesto.....	49
Tabla A-1: Caracterización de la sección transversal de cada probeta	53

Lista de Símbolos y abreviaturas

Símbolos con letras latinas

Símbolo	Término
A	Área de la sección transversal
A_n	Ancho de la sección reducida
\mathbf{C}_e	Tensor constitutivo elástico
E	Módulo de elasticidad
e_1, e_2, e_3, e'	Espesor de la sección transversal reducida
E_{tg}	Módulo de elasticidad tangente
K^f	Fracción volumétrica de fibras
L'	Longitud de la sección transversal reducida
P	Carga axial en tensión
q	Variable interna de tipo esfuerzo
r	Variable interna de tipo deformación
$sign$	Signo de []

Símbolos con letras griegas

Símbolo	Término
α	Parámetro de forma de la distribución de Weibull
β	Parámetro de Escala de la distribución de Weibull
δ	Alargamiento
ε	Deformación unitaria longitudinal
ε_e	Deformación elástica
ε_p	Deformación plástica
λ	Multiplicador plástico
σ	Esfuerzo axial promedio
σ_{ef}	Tensor de esfuerzos efectivo
ψ	Energía libre de deformación

Abreviaturas

ASTM	American Society for Testing and Materials
CDF	Función de Densidad de Probabilidad Acumulativa
NTC	Norma Técnica Colombiana

Introducción

La especie de bambú más empleada como material en algunas construcciones en Colombia es el bambú *Guadua angustifolia*, pero la metodología de uso requiere una validación teórica más robusta, en parte por la variación en sus propiedades mecánicas (Dumar, 2014). Se estima que parte de la resistencia a tensión está determinada por los esfuerzos presentes en la interfaz fibra/matriz, y no por la resistencia individual de cada elemento. Esta investigación estudia este caso particular.

El creciente desarrollo de las tecnologías en materiales compuestos y la búsqueda de construcciones ambientalmente sostenibles, requieren el conocimiento del comportamiento mecánico de los materiales empleados. Este trabajo final tratará el caso específico del bambú *Guadua angustifolia* que en adelante llamaremos “guadua”, como un material vegetal compuesto de fibras largas, con una orientación conocida y un material aglutinante que las contiene que se denomina matriz. Las propiedades mecánicas del material compuesto, dependen directamente de la caracterización de los componentes, sin embargo en la bibliografía se encuentran mayormente investigaciones acerca del comportamiento de fibras individuales (Osorio, Espinoza, & Garcia, 2009).

Entre las investigaciones se han estimado valores promedio de la resistencia a tensión y el módulo de elasticidad de fibras individuales o conjuntos de fibras de guadua (Estrada, 2010). Actualmente se trabaja en la caracterización de materiales compuestos con fibras naturales de guadua (Luna, Lizarazo, & Mariño, 2016) y la adherencia de fragmentos de bambú en matrices cementantes como el concreto, este último se determina mediante ensayos de extracción (Pull-out) (Wang, Cui, Qin, Wang, & Wang, 2016).

Otras investigaciones realizadas en Europa y Asia (Trujillo, y otros, 2014; Wang, Cui, Qin, Wang, & Wang, 2016), se enfocan en la caracterización de fibras extraídas de bambú para el reforzamiento de materiales compuestos con matrices poliméricas. Estas investigaciones cuentan no solo con fases experimentales sino que ahondan en análisis y

simulación numérica para predecir el comportamiento mecánico del material compuesto ante diferentes solicitaciones externas.

En esta investigación se propone un ensayo de tensión paralelo a las fibras, para probetas de guadua, con el fin de encontrar resultados de propiedades mecánicas como módulo de elasticidad, esfuerzos máximos y otros, que puedan ser representativos del comportamiento en la construcción de edificaciones. Además, se propone un modelo constitutivo que represente adecuadamente el comportamiento esfuerzo – deformación, con parámetros que se definen a partir de los resultados experimentales obtenidos del ensayo a tensión propuesto.

Este documento está conformado por 5 capítulos. En el primero se hace una introducción técnica del material referente a la investigación. Seguidamente se resume el proceso que se aplica a la guadua rolliza para obtener un material apto para su uso en construcción, también se citan algunos avances investigativos en los últimos años y finalmente se hace una presentación de los modelos mecánicos teóricos que podrían emplearse para la simulación del comportamiento del material en cuestión y los antecedentes de ensayos realizados por otros investigadores. El segundo capítulo describe los ensayos previos realizados para definir la geometría de las probetas y condiciones de carga de ensayos posteriores. En el capítulo 3, se describen los ensayos definitivos bajo cargas monotonías, los resultados obtenidos de esfuerzo – deformación, en forma gráfica y numérica, además del análisis de estos resultados y la descripción de la falla del material. El cuarto capítulo, describe el desarrollo de un ensayo bajo cargas cíclicas, como alternativa para definir el modelo constitutivo que represente el comportamiento del material. En el último capítulo se describe el modelo constitutivo que se empleará, la obtención de los parámetros para su implementación y los resultados teóricos obtenidos a fin de concluir si es adecuado su uso.

Objetivos

El objetivo general de esta investigación es describir, con un modelo constitutivo tradicional, el comportamiento mecánico de las fibras de bambú *Guadua angustifolia* teniendo en cuenta su interfaz con la matriz, a partir de una caracterización mecánica.

Como objetivos específicos se pretende obtener propiedades mecánicas de bambú *Guadua angustifolia* a partir de ensayos de probetas sometidas a tensión. Describir las propiedades mecánicas de una manera determinística o probabilística, dependiendo de la dispersión de los datos y determinar un modelo constitutivo tradicional que permita representar apropiadamente el comportamiento mecánico del bambú *Guadua angustifolia*.

Capítulo 1. Marco teórico y antecedentes

En Colombia crece una especie arbórea de bambú que se ha empleado tradicionalmente para la construcción de diferentes estructuras, amueblamiento, adornos, entre otros, gracias a su versatilidad y resistencia (Cortés J. C., 2009). No obstante, su utilización en estado natural (rollizo) limita las condiciones en las que se puede emplear. Debido a esto se han desarrollado técnicas de laminado que permiten aprovechar y resaltar las ventajas de resistencia del material, creando elementos que satisfagan diferentes requerimientos con diferentes geometrías (Barreto, 2003; Olarte, 2012).

En los últimos años, algunas investigaciones (Ardila Pinilla, 2013; Trujillo & López, 2016; Estrada, Linero, & Ramírez, 2013; Echeverry & Correal, 2015) han estudiado el comportamiento mecánico del bambú. La característica principal de estos materiales es la presencia de fibras con una alta resistencia a la tracción paralela a su eje longitudinal, embebidas en una matriz.

Por su condición compuesta, se presume que parte de la resistencia a tensión del material es aportado por la interacción entre la matriz y las fibras cuando estas últimas se deslizan, proporcionando un mayor rango de deformación permisible en comparación con fibras o haces de fibras individuales.

1.1. Caracterización de la especie bambú *Guadua angustifolia*

Su nombre y clasificación datan de las expediciones de los botánicos Humboldt y Bondland, quienes lo identificaron como *Bambusa guadua*. Luego en 1822, el botánico alemán Karl S. Kunth identifica el género *Guadua*, con el que lo identificaban las comunidades indígenas de Colombia y Ecuador, y finalmente la rebautiza con el nombre de *Guadua angustifolia*, que significa “hoja angosta”, publicando en París la sinopsis de su investigación realizada entre 1822 y 1825 (Cortés J. C., 2009)

Para hablar de guadua y sus propiedades, es oportuno que inicialmente se mencione su taxonomía y morfología. En la **Tabla 1-1** se muestra la respectiva clasificación taxonómica de la especie.

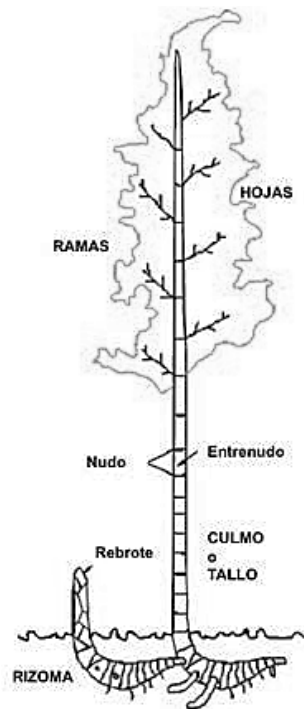
Tabla 1-1: Taxonomía del Bambú *Guadua angustifolia*

Clase	Monocotiledoneas
Orden	Glumiflorales
Familia	Poaceae
Género	Guadua
Especie	Angustifolia Kunth

1.1.1 Morfología general del bambú *Guadua angustifolia*

La guadua es una planta que cuenta con diferentes estructuras y sistemas de ejes vegetativos segmentados y formados por nudos y entrenudos, posee rizomas, tallo o culmo, ramas y hojas como se muestra en la **Figura 1-1**.

Figura 1-1: Partes de una planta de bambú *Guadua angustifolia* (Takeuchi, 2016)



El *rizoma* es el sistema de soporte de la guadua. Tiene una parte superficial y una parte subterránea donde se encuentran las raíces de la planta, las cuales se ramifican y propagan generando nuevos brotes de nuevas guaduas (Arbeláez, 2012).

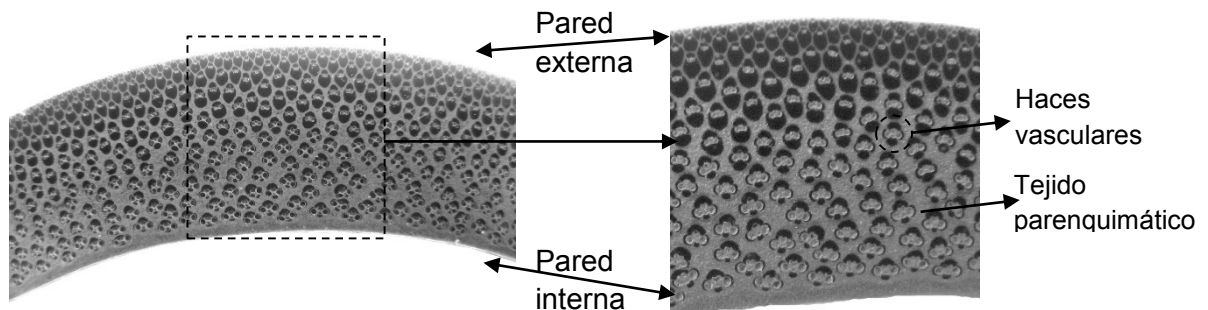
El *culmo* de la planta es su tallo y sale del rizoma. Se caracteriza por tener forma cilíndrica y hueca con segmentos separados transversalmente por nudos. La distancia entre estos puede variar entre 10 y 40 cm de acuerdo a la variedad y posición en altura del culmo. El diámetro y el espesor de la pared del culmo disminuyen con la altura; mientras la densidad, la concentración de fibras y la distancia entre nudos aumentan con ésta. Puede alcanzar alturas promedio de 18 a 20 m y tener diámetros entre 5 a 25cm (Cortés & Takeuchi, 2010).

La guadua antes de los 3 años es una guadua joven con coloración verde brillante y una superficie libre de musgo, tiene alto contenido de humedad. Entre los 3 y 6 años de edad la guadua tiene su mayor resistencia y dureza siendo apta para la construcción; su tallo tiene una coloración verde oscura, líquenes y manchas de hongos. Se conoce la guadua de esta edad como madura o adulta. A partir de los 6 años en promedio, cuando la guadua está sobremadura o seca, el tallo toma un color amarillento y pierde resistencia.

Las *ramas* salen de las yemas que se encuentran por encima de las líneas de los nudos, cuando ha terminado el proceso del desarrollo del culmo. Las *hojas caulinares* que se forman en cada uno de los nudos que aparecen, protegen a la parte aérea de los rizomas, el tallo y las yemas en su proceso de formación y se desprenden una vez ha concluido este proceso. Las *hojas foliares* tienen forma alargada y longitudes entre 15 y 20 cm y anchos entre 2 y 5 cm. (Cortés & Takeuchi, 2010)

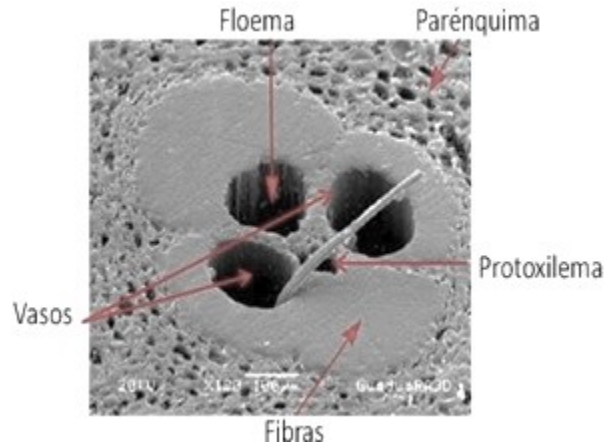
En la sección transversal de los culmos de bambúes, incluyendo la guadua, se pueden distinguir: la pared exterior, la pared interna, los haces vasculares y el tejido parenquimático. Como se aprecia en la **Figura 1-2** la densidad de haces vasculares es mayor hacia la pared exterior y disminuye hacia la pared interna.

Figura 1-2: Sector circular de la sección transversal del culmo de guadua



La *pared externa* está compuesta por células alargadas axialmente, propias del tejido y parejas de células cortas de corcho y sílice que le dan características de dureza e impermeabilidad. La *pared interna*, está compuesta de capas de células que rodean la cavidad interna de la guadua (Arbeláez, 2012). Los *haces vasculares* están compuestos por el sistema conductivo (formado por dos vasos, el floema y el protoxilema), las células parenquimáticas entre los tubos que forman el sistema conductivo y los haces de fibras (**Figura 1-3**)

Figura 1-3: Haz vascular de bambú *Guadua angustifolia* (Takeuchi, 2014)



1.1.2 Proceso de obtención de láminas de guadua

A continuación se indica el proceso establecido por Takeuchi, (2014) para la producción de laminados, a partir de guadua rolliza:

- Curado de la guadua rolliza

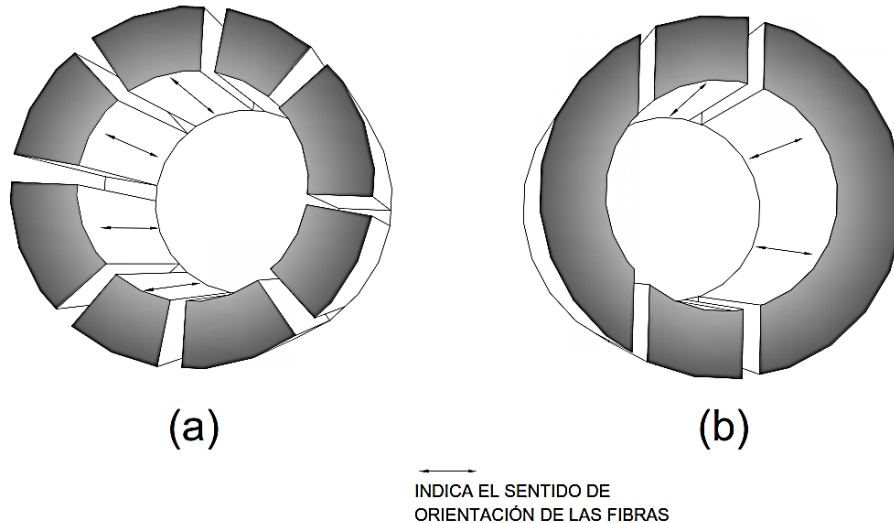
Está normalizado bajo la NTC 5301. Luego de realizar el proceso de corte de tramos o toleteado, se procede a la ubicación del sitio para la construcción de un caballete para soportar los toletes de guadua en la forma más vertical posible y así facilitar el proceso de salida de agua y almidones del mismo. Las guaduas deben permanecer en los caballetes por espacios aproximadamente de un mes.

- Obtención de sectores circulares

En una máquina de cuchillas radiales se obtienen barras de sección transversal con forma de sector circular denominada *sector* como se muestra en la **Figura 1-4 a**. El procedimiento es el de ajustar la sección de guadua entre las cuchillas y el soporte que ejerce la presión en la guadua, luego de accionar un mecanismo hidráulico. Con la presión sobre las cuchillas se va cortando la guadua. Para este procedimiento se necesita que la guadua sea recta y que sus dimensiones (largo y diámetro) se adecuen a los especificadores de la máquina.

Figura 1-4: Proceso de extracción de sectores de guadua

a) Cuchillas Radiales, b) Discos paralelos



Cuando la maquina es de discos paralelos se obtienen sectores de un ancho determinado, con dos lados paralelos entre si **Figura 1-4 b**. Dependiendo del diámetro de la guadua se obtienen de 8 a 10 sectores. El equipo consiste en una sierra de dos discos separados a una distancia determinada, las cuales van cortando la guadua que se guía a través de un dispositivo móvil que avanza sobre unos apoyos metálicos.

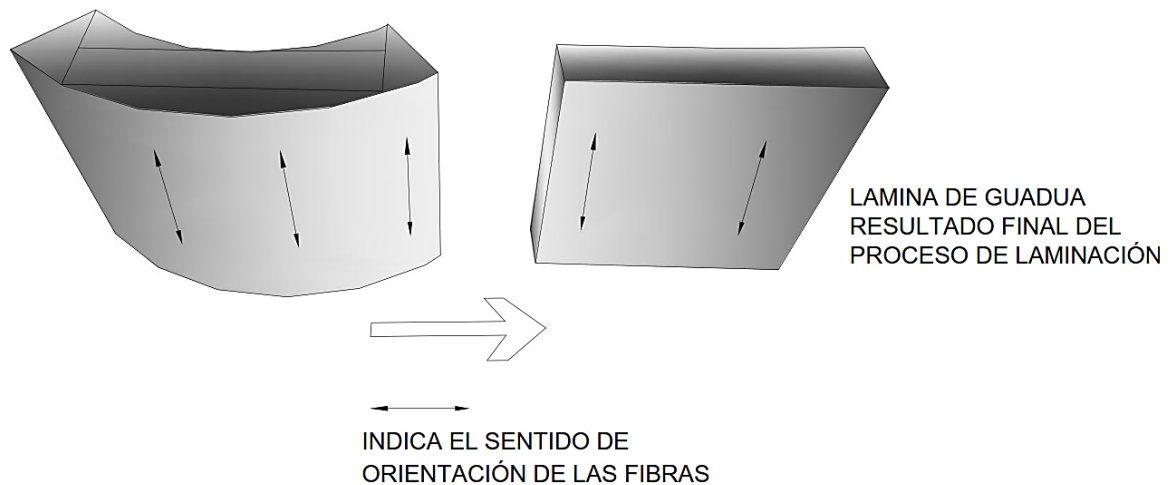
La guadua se asegura en los rieles metálicos y se desplaza sobre los dos discos de sierra, una vez realizado este corte se gira la guadua hasta obtener entre 8 y 10 sectores dependiendo del diámetro de la guadua. Al terminar los cortes, se golpea la guadua para que los nudos aun adheridos a los sectores se rompan.

- Maquinado de los nudos

Obtenidas los sectores se deben retirar los nudos e imperfecciones en la parte exterior e interior, hasta obtener sectores de sección transversal constante. Para los sectores obtenidos a partir de máquinas de cuchillas radiales una vez se han quitado los nudos se procede a ajustar el ancho requerido de cada lamina con cortes paralelos.

- Obtención de láminas

Una vez que todas los sectores de guadua quedan con el ancho requerido, se maquinan en su cara externa e interna como se muestra en la **Figura 1-5**, para obtener barras de sección rectangular denominadas láminas.

Figura 1-5: Obtención de láminas de ancho constante

- Secado de las láminas

Las láminas de guadua obtenidas del culmo, maquinadas y libres de nudos e imperfecciones se llevan a una secadora de madera para que el material resultante mantenga una humedad uniforme entre el 10 y 12%.

Las láminas deben acomodarse en la secadora, distanciadas mediante separadores con el fin de que en las cuatro caras les llegue aire caliente y permitir un secado uniforme.

- Cepillado de las láminas

Cuando las láminas quedan con la sección rectangular, se cepillan por las dos caras para darle un acabado final eliminando los imperfectos que todavía queden y corrigiendo los espesores variables. Finalmente se obtienen láminas de igual espesor en toda su longitud. La lámina se pasa inicialmente por el cepillo por la cara más defectuosa y luego por la otra cara hasta obtener una lámina de espesor constante y fijo

- Acabado final y maquinado

Con láminas con sección constante y cepilladas adecuadamente en cada cara, se pueden utilizar métodos de pagado y prensado para crear elementos secundarios como viguetas, tableros, muebles u otros usos.

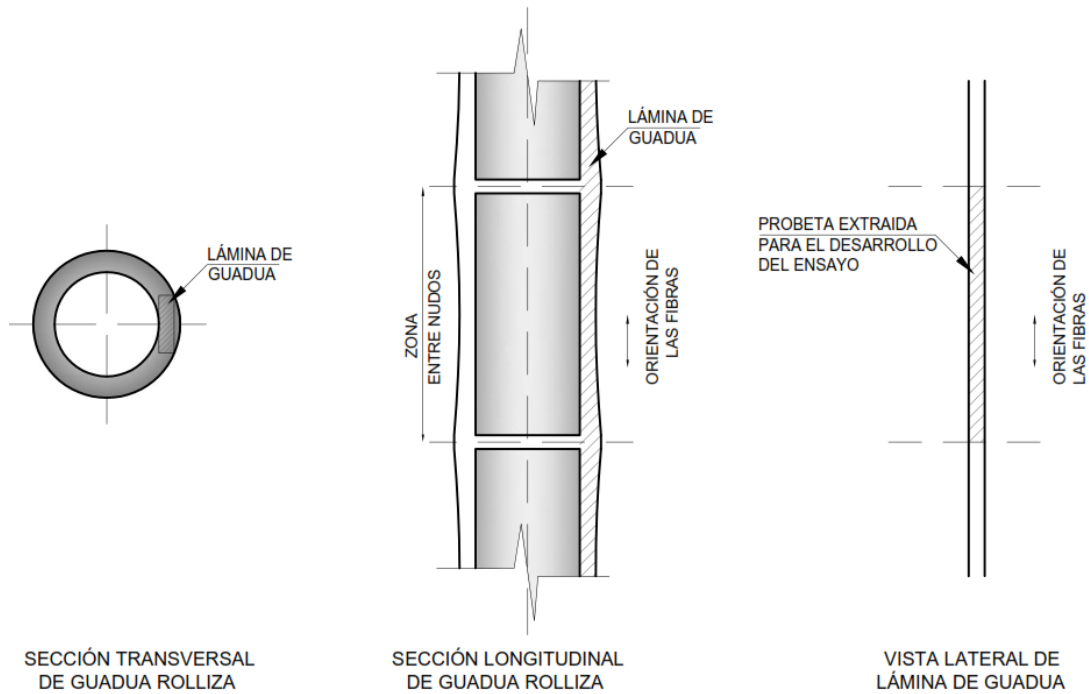
- Control de calidad

Para uso estructural se deben realizar ensayos que permitan conocer algunas propiedades físicas y mecánicas en laboratorios certificados.

Con el anterior procedimiento, se obtienen láminas de guadua de ancho constante y con longitudes alrededor de 1.50m. En la **Figura 1-6** se muestra como a partir de un segmento

de guadua rolliza se obtiene una lámina; posteriormente se cortan segmentos entre nudos como se resalta en la vista lateral de la lámina. Estos segmentos servirán como probetas para los ensayos de tracción realizados en ésta investigación.

Figura 1-6: Esquema de la obtención de la probeta para los ensayos



1.2. Modelos constitutivos unidimensionales

La labor ingenieril se basa en la aplicación de principios y fundamentos matemáticos y físicos que permitan representar el comportamiento de la naturaleza. Con esto se pretende predecir el resultado de fenómenos naturales que intervienen en nuestro entorno diariamente; los resultados predichos pueden ser aprovechados para dar respuesta a necesidades inherentes del ser humano, como construir estructuras para su resguardo y/o comodidad.

En el afán por proveer estructuras más versátiles, el estudio de los materiales ha logrado obtener las propiedades mecánicas y modelos teóricos de su comportamiento. La experimentación con modelos físicos de los materiales sometidos a las acciones externas,

permite observar su respuesta con cierto grado de detalle. Sin embargo, no siempre es posible utilizar esta metodología, ya sea por la limitación de los recursos o la insuficiencia tecnológica para la representación las acciones externas, o simplemente porque no es posible estudiar los efectos internos presentes en el material.

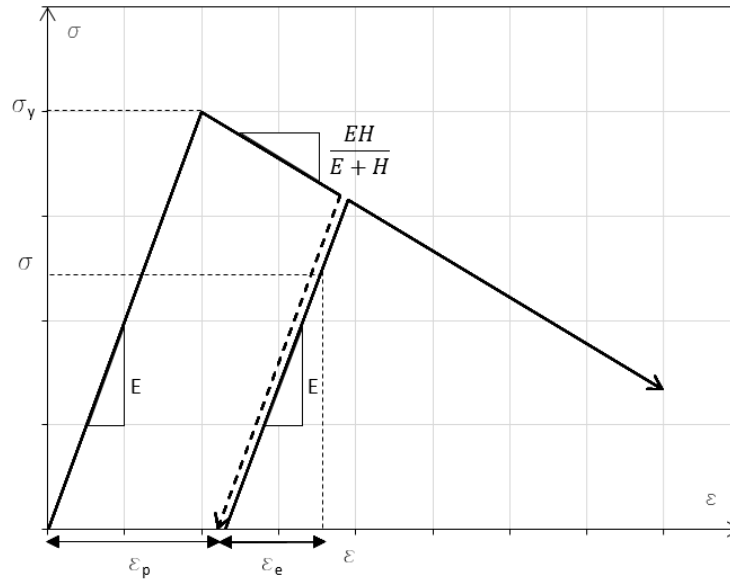
Otra metodología para el estudio de los materiales es la modelación numérica. Empleando principios matemáticos y físicos se pretende complementar los conocimientos adquiridos mediante la experimentación con modelos físicos, analizando el comportamiento interno y la respuesta del material ante acciones externas. En los últimos años algunos investigadores han dedicado su trabajo a analizar el comportamiento mecánico de los componentes internos de la guadua, presentando modelos que puedan representar de la manera más adecuada su comportamiento (Estrada, 2016).

En general los modelos constitutivos están formados por la ecuación constitutiva, el criterio de falla, las leyes de evolución y las condiciones de carga y descarga (Simó & Hughes, 1998). La ecuación constitutiva es la expresión que define al esfuerzo (o el incremento del esfuerzo), en un instante de tiempo y para todo punto material. El criterio de falla establece la condición límite para la cual el estado de esfuerzos o de deformaciones de una partícula describe un comportamiento elástico. Para los materiales dúctiles tal condición se denomina *criterio de fluencia* y para materiales frágiles se llama *criterio de fractura o de daño*. Las leyes de evolución son expresiones que definen la historia en el tiempo de las variables internas del modelo constitutivo. Como su nombre lo indica, las condiciones de carga y descarga establecen cuando un material se encuentra en régimen de carga o descarga (Simó & Hughes, 1998).

1.2.1 **Modelo unidimensional de plasticidad**

El comportamiento de algunos materiales responde a la teoría de la plasticidad, incluyendo su proceso de falla después de superar su límite elástico. La aplicación de la teoría de plasticidad define el comportamiento de aquellos materiales que fallan mediante un proceso de fluencia, en el que mantienen una deformación residual después de ser descargados en su totalidad. Esta deformación es conocida como deformación plástica o permanente (de Souza, Peric, & Owen, 2008; Lubliner, 1990). Un modelo unidimensional de plasticidad puede representarse esquemáticamente como se muestra en la **Figura 1-7:**

Figura 1-7: Curva típica de un modelo de plasticidad



El modelo de plasticidad (Simo, 1998; de Souza, Peric, & Owen, 2008) está basado en la hipótesis de que la deformación ε está compuesta por una parte elástica ε_e y otra parte plástica ε_p .

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad \text{Ec. 1}$$

La deformación elástica podría entonces expresarse como $\varepsilon_e = \varepsilon - \varepsilon_p$. Y la energía libre de deformación estará también descompuesta de la siguiente forma:

$$\psi(\varepsilon_e, r) = \frac{(\varepsilon_e)^2 E}{2} + \psi_p(r) \quad \text{Ec. 2}$$

y la ley constitutiva para el esfuerzo axial está dada por

$$\sigma = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon_e} = E \varepsilon_e = E(\varepsilon - \varepsilon_p) \quad \text{Ec. 3}$$

El dominio elástico está delimitado por el esfuerzo de fluencia σ_y . Este efecto se expresa con la definición de un criterio de fluencia, de la siguiente forma:

$$f(\sigma, q) = |\sigma| - q \quad \text{Ec. 4}$$

En ningún estado de cargas se permite que el nivel de esfuerzos en el material sea mayor al esfuerzo de fluencia actual $q(r)$. Lo que constituye que los esfuerzos admisibles deben estar dentro del respectivo dominio elástico o directamente en la superficie de fluencia. De allí que $f(\sigma, q) \leq 0$. Para esfuerzos que se encuentran dentro del dominio elástico solo existen variaciones en la deformación elástica, mientras que los niveles de esfuerzo que se encuentran en la superficie de fluencia pueden generar descarga elástica o carga plástica. El criterio de fluencia toma los siguientes valores:

$$f(\sigma, q) \begin{cases} < 0, \dot{\varepsilon}_p = 0 & \text{carga elástica} \\ = 0, \dot{\varepsilon}_p = 0 & \text{descarga elástica} \\ > 0, \dot{\varepsilon}_p \neq 0 & \text{carga plástica} \end{cases} \quad \text{Ec. 5}$$

Las ecuaciones anteriores establecen el momento en que las fibras inician el régimen plástico. En el presente modelo la deformación plástica ε_p es positiva en tensión y negativa en compresión. Así, la regla de flujo se define de la siguiente manera:

$$\dot{\varepsilon}_p = \lambda \text{sign}(\sigma) \quad \text{Ec. 6}$$

en donde $\lambda \geq 0$ es el multiplicador plástico y satisface la condición $\lambda f = 0$. Por último, la evolución de la deformación plástica ε_p depende del progreso de la variable interna $q(r)$, la cual establece una ley de ablandamiento de la forma

$$\dot{q}(r) = \frac{\partial q(r)}{\partial r} \dot{r}, \quad q(r) = q_o + Hr \quad \text{Ec. 7}$$

en donde $q_o = \sigma_y$ y Hr es el módulo de ablandamiento.

La variable interna r describe la deformación plástica acumulada y está definida como

$$r = \int_0^t |\dot{\varepsilon}_p| dt \quad \text{Ec. 8}$$

La evolución en el tiempo de esta variable es el multiplicador plástico y está dado por:

$$\dot{r} = |\dot{\varepsilon}_p| = \lambda \quad \text{Ec. 9}$$

La tasa del criterio de fluencia con respecto al tiempo $\dot{f}(t)$ no puede ser positiva, pues esto implicaría que $f(t = \Delta) > 0$ en algún momento, lo cual viola la condición de admisibilidad $f \leq 0$. Entonces la condición de consistencia se define como

$$\left. \begin{array}{l} \lambda > 0 \Rightarrow \dot{f} = 0 \\ \dot{f} < 0 \Rightarrow \lambda = 0 \end{array} \right\} \lambda \dot{f} = 0 \quad \text{Ec. 10}$$

Al considerar la condición de consistencia y la ley de endurecimiento, la derivada de la función de fluencia resulta igual a

$$\dot{f}(\sigma, r) = \text{sign}(\sigma)\dot{\sigma} - H\dot{r} = 0 \quad \text{Ec. 11}$$

Con la combinación de la expresión anterior, la derivada de la ley constitutiva de la **Ec 3** y las **Ec 6** y **Ec 9**, el multiplicador plástico toma la siguiente forma:

$$\lambda = \frac{E}{H + E} \text{sign}(\sigma)\dot{\varepsilon} = \frac{E}{H + E} |\dot{\varepsilon}| \quad \text{Ec. 12}$$

En cualquier momento durante el cual se produzca deformación plástica, la relación incremental entre el esfuerzo y la deformación corresponde a:

$$\dot{\sigma} = E_{tg}\dot{\varepsilon} \quad \text{Ec. 13}$$

donde E_{tg} es el módulo de elasticidad tangente. Al combinar la expresión anterior con la derivada de la **Ec 3**, la **Ec 6** y el multiplicador plástico, se obtiene:

$$E_{tg} = \frac{EH}{H + E} \quad \text{Ec. 14}$$

Las ecuaciones desarrolladas comprenden la definición del modelo de plasticidad unidimensional con endurecimiento/ablandamiento isótropo. La **Tabla 1-2** resume las ecuaciones de dicho modelo.

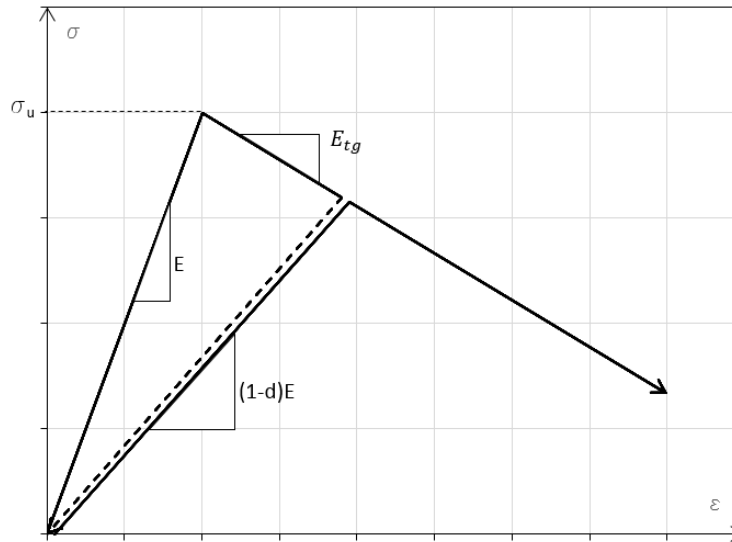
Tabla 1-2: Modelo de plasticidad unidimensional

Energía libre	$\psi(\varepsilon_e, r) = \frac{(\varepsilon_e)^2 E}{2} + \psi_p(r)$	Ec. 15
Descomposición de la deformación	$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p$	Ec. 16
Ecuación constitutiva	$\sigma = E\varepsilon_e = E(\varepsilon - \varepsilon_p)$	Ec. 17
Criterio de fluencia	$f(\sigma, q) = \sigma - q$	Ec. 18
Regla de flujo	$\varepsilon_p = \lambda \text{sign}(\sigma)$	Ec. 19
Ley de endurecimiento	$\dot{r} = \lambda, \quad q = \sigma_y + Hr, \quad \dot{q} = \dot{r}$	Ec. 20
Multiplicador plástico	$\lambda = \frac{E}{H + E} \dot{\varepsilon} $	Ec. 21
Criterio carga/descarga	$f \leq 0, \quad \lambda \geq 0, \quad \lambda f = 0$	Ec. 22
Módulo de elasticidad tangente	$E_{tg} = \begin{cases} E & , \text{descarga} \\ \frac{EH}{H + E} & , \text{carga inelastica} \end{cases}$	Ec. 23

1.2.2 Modelo unidimensional de daño

Para otros materiales cuyo comportamiento elástico se pierde al alcanzar cierto límite de deformación con la consecuente degradación de la rigidez, se asocian modelos de daño. La formación de microfisuras o vacíos que se unen progresivamente entre sí, describen una pérdida de la integridad del material. Los modelos de daño utilizan variables internas que caracterizan la orientación y densidad de los microdefectos en el material, pudiendo así simular el comportamiento con un modelo de daño isótropo (Oliver, Cervera, Oller, & Lubliner, 1990; Luccioni, 2003). La **Figura 1-8** muestra la curva de esfuerzo – deformación de un material con un comportamiento teórico de daño.

Figura 1-8: Curva típica de un modelo de daño



El modelo descrito considera que el material tiene un comportamiento mecánico isótropo durante el proceso de daño. Se define una variable escalar d que representa el nivel de daño en el material, independientemente de la dirección, así:

$$d = 1 - \frac{q(r)}{r} \quad \text{Ec. 24}$$

donde q y r son variables internas asociadas al esfuerzo y a la deformación, respectivamente. La energía específica libre, dejando de lado los efectos térmicos, se asume como:

$$\psi(\varepsilon, q) = (1 - d(q))\psi_o, \quad \psi_o = \frac{1}{2} \varepsilon : \mathbf{C}_e : \varepsilon \quad \text{Ec. 25}$$

de donde la ley constitutiva elástica se obtiene como:

$$\boldsymbol{\sigma} = \frac{\partial \psi}{\partial \varepsilon} (1 - d) \mathbf{C}_e : \varepsilon \quad \text{Ec. 26}$$

y el tensor de esfuerzos efectivos σ_{ef} está dado por

$$\sigma_{ef} = \mathbf{C}_e : \varepsilon = \frac{1}{1-d} \sigma \quad \text{Ec. 27}$$

La expresión anterior se puede combinar con la ecuación **Ec 15**, para obtener la relación de esfuerzos en función de las variables internas del material, así:

$$\sigma = \frac{q}{r} \sigma_{ef} \quad \text{Ec. 28}$$

Luego, el dominio elástico y la superficie de daño se definen por medio de la función escalar $f(\varepsilon, r) \leq 0$, en donde la variable interna de deformación r controla el tamaño del dominio elástico. Esta función determina el estado de deformación admisible del material y, umbrales de resistencia en compresión y tracción iguales, puede definirse de la siguiente manera:

$$f(\varepsilon, r) = \sqrt{\varepsilon : \mathbf{C}_e : \varepsilon} - r, \quad r_0 = r|_{t=0} = \frac{\sigma_u}{\sqrt{E}} \quad \text{Ec. 29}$$

La expresión anterior incluye la norma escalar de la deformación, la cual define un dominio elástico acotado en todas sus direcciones. Esto implica que el material se deteriora bajo la acción de esfuerzos de tensión o de compresión.

Un umbral de daño $q(r)$ se plantea de manera análoga a la regla de flujo del modelo de plasticidad unidimensional. Para esto se define la ley de evolución $\dot{r} = \lambda$, en donde $\lambda = 0$ durante la carga y descarga elástica y $\lambda > 0$ durante la evolución del daño. Para el modelo presentado λ se conoce como el parámetro de consistencia de daño y permite plantear las condiciones de carga/descarga.

$$f \leq 0, \quad \lambda \geq 0, \quad \lambda f = 0 \quad \text{Ec. 30}$$

La curva de ablandamiento se define como:

$$\dot{q}(r) = \frac{\partial q(r)}{\partial r} \dot{r}, \quad q(r) = r_o + H(r - r_o) = 0 \quad \text{Ec. 31}$$

El operador constitutivo tangente es el tensor de cuarto orden que relaciona el incremento del esfuerzo con el incremento de las deformaciones $\dot{\sigma} = \mathbf{C}_{tg} : \dot{\varepsilon}$. En el modelo de daño descrito, con igual degradación en tensión y compresión, este tensor toma la siguiente forma:

$$\mathbf{C}_{tg} = \begin{cases} (1-d)\mathbf{C}_e = \frac{q}{r}\mathbf{C}_e & , \quad \lambda = 0 \\ \frac{q}{r}\mathbf{C}_e - \frac{q-Hr}{(r)^3}\sigma_{ef} \otimes \sigma_{ef} & , \quad \lambda > 0 \end{cases} \quad \text{Ec. 32}$$

En la **Tabla 1-3** se resume el modelo descrito

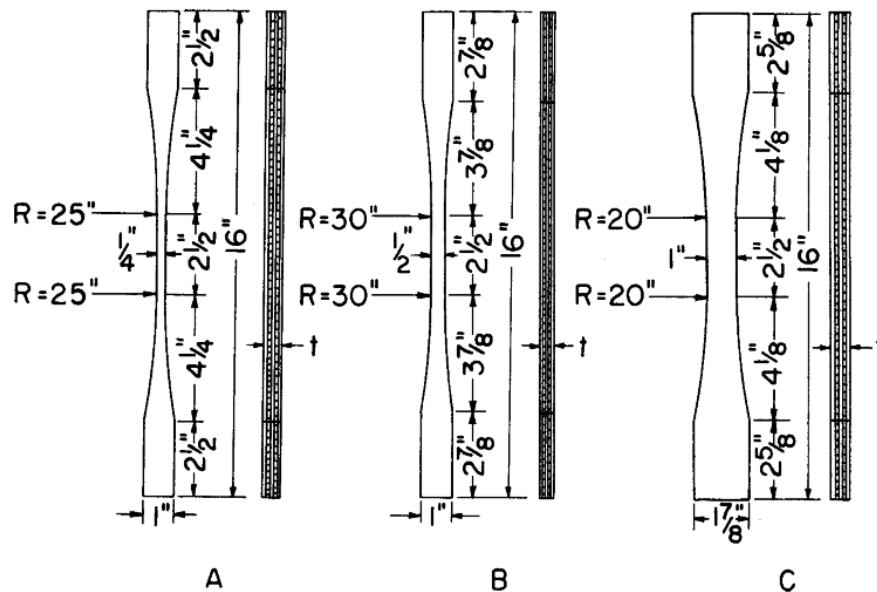
Tabla 1-3: Modelo de daño

Energía libre de Helmholtz	$\psi(\varepsilon, r) = (1 - d(r))\psi_o$	Ec. 33
Energía libre elástica	$\psi_o(\varepsilon) = \frac{1}{2}(\varepsilon : \mathbf{C} : \varepsilon)$	Ec. 34
Ecuación constitutiva	$\sigma = \partial_\varepsilon \psi(\varepsilon, r) = (1 - d)\mathbf{C} : \varepsilon$	Ec. 35
Variable de daño	$d = 1 - \frac{q(r)}{r}$	Ec. 36
Ley de evolución	$\dot{r} = \lambda, \quad r \geq r_o = \frac{\sigma_u}{\sqrt{E}}$	Ec. 37
Criterio (función) de daño	$f(\varepsilon, r) = \sqrt{\varepsilon : \mathbf{C}^{-1} : \varepsilon} - r$	Ec. 38
Criterio carga/descarga	$f \leq 0, \quad \lambda \geq 0, \quad \lambda f = 0$	Ec. 39
Condición de consistencia	$\lambda \dot{f} = 0$	Ec. 40
Regla de endurecimiento	$\dot{q} = H(r)\dot{r}, \quad H(r) = \frac{\partial q}{\partial r}$	Ec. 41
Tensor constitutivo tangente	$\mathbf{C}_{tg} = (1 - d)\mathbf{C} - \frac{q - Hr}{q^2 r} \sigma \otimes \sigma$	Ec. 42

1.3. Ensayos anteriores a tracción paralela a las fibras en probetas de guadua

Algunos autores (Lopez & Correal, 2009) han adaptado las normas técnicas que se especifican para maderas de manera más general, como la ASTM D3500-90 (Standard Test Methods for Structural Panels in tensión) en la cual se propone un procedimiento específico con probetas en forma de corbatín con dimensiones parametrizadas como se muestra en la **Figura 1-9**. Este procedimiento es ampliamente utilizado en la obtención de propiedades mecánicas a tracción para diferentes tipos de materiales, tanto es así que la Norma Técnica Colombiana 5525 (NTC5525), la cual establece las metodologías para la obtención de propiedades físicas y mecánicas, se basó en la norma ISO3145 (Wood Determinación of ultimate tensile stress parallel to grain) en la cual, nuevamente se proponen probetas con forma de corbatín para estimar el esfuerzo ultimo a tensión del material y el módulo de elasticidad (E) a partir de curvas de esfuerzo deformación.

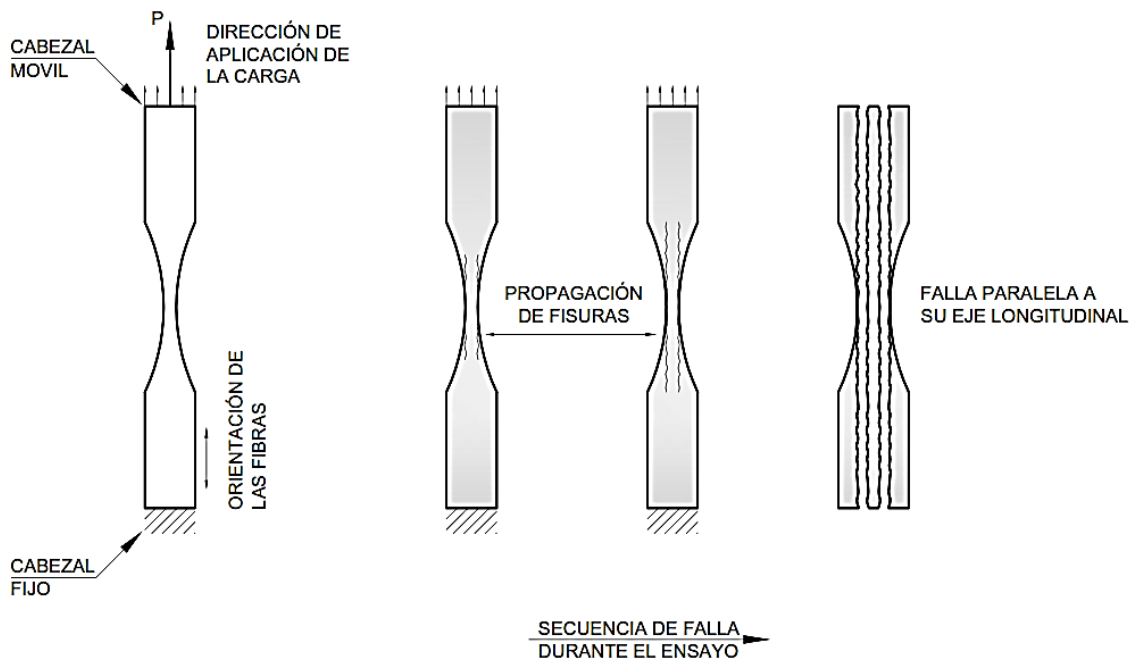
Figura 1-9: Geometría sugerida para probetas en madera, en tensión (ASTM D3500-90)



La metodología y la utilización de probetas en forma de corbatín muestran buenos resultados en otros tipos de madera para los que fue pensado inicialmente, sin embargo su implementación a láminas de guadua es deficiente. Algunos autores en sus trabajos de investigación (Castrillón & Malaver, 2004) afirman que su aplicación induce una falla por

cortante paralelo a la fibra que inicia en el ensanchamiento como se muestra en la **Figura 1-10** y no por esfuerzos de tensión como es el propósito del ensayo.

Figura 1-10: Evolución de la falla por cortante paralelo a las fibras en ensayo según la NTC5525



Durante el ensayo, generalmente se deja un extremo fijo, sujetado por un cabezal y el otro extremo se sujeta por un cabezal móvil que aplica carga progresivamente en la dirección longitudinal de la probeta, como se muestra en la **Figura 1-10**.

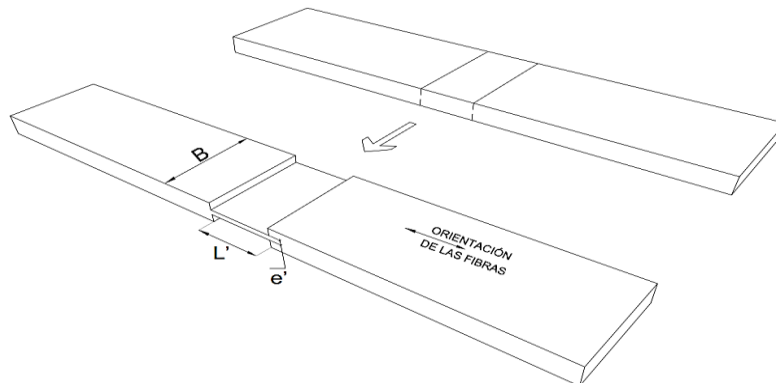
Capítulo 2. Ensayos preliminares

Dado que los ensayos comúnmente realizados no siempre muestran claramente el comportamiento a tensión en los diferentes elementos que componen las láminas de guadua, con este ensayo se pretende observar más adecuadamente este comportamiento sin que se presenten fallas por cortante.

2.1. Preparación de las probetas

Para la fabricación de las probetas se seleccionó una lámina de guadua de la cual se extrajeron 3 probetas iniciales, siguiendo las recomendaciones de (Castrillón & Malaver, 2004). Las probetas fueron limpiadas superficialmente de impurezas y materiales que pudieran contribuir al deslizamiento de la probeta en la maquina durante el ensayo. Se realizaron dos cortes transversales en el centro, separados 1 cm aproximadamente con una segueta para madera en cada cara de las probetas. Posterior a esto se retiró cuidadosamente el material entre los cortes indicados como se muestra en la **Figura 2-1**, la sección transversal reducida se pulió con un papel de lija teniendo especial cuidado en no afectar las fibras que quedan expuestas en la superficie de la sección transversal reducida.

Figura 2-1: Proceso de fabricación de probetas



Para las probetas ensayadas se mide la geometría de la sección transversal reducida (largo (L'), ancho (B) y espesor (e'')). Además, con un análisis de imágenes se mide la participación volumétrica de fibras en la sección transversal completa.

Con estas tres probetas se concluyó la etapa inicial de preparación que servirían como prueba para establecer un adecuado montaje, velocidad de carga y lectura de resultados para los posteriores ensayos a realizar. Se espera obtener la información suficiente para crear curvas de esfuerzo – deformación, además de esfuerzos máximos y una tendencia de las curvas después de alcanzar dicho esfuerzo.

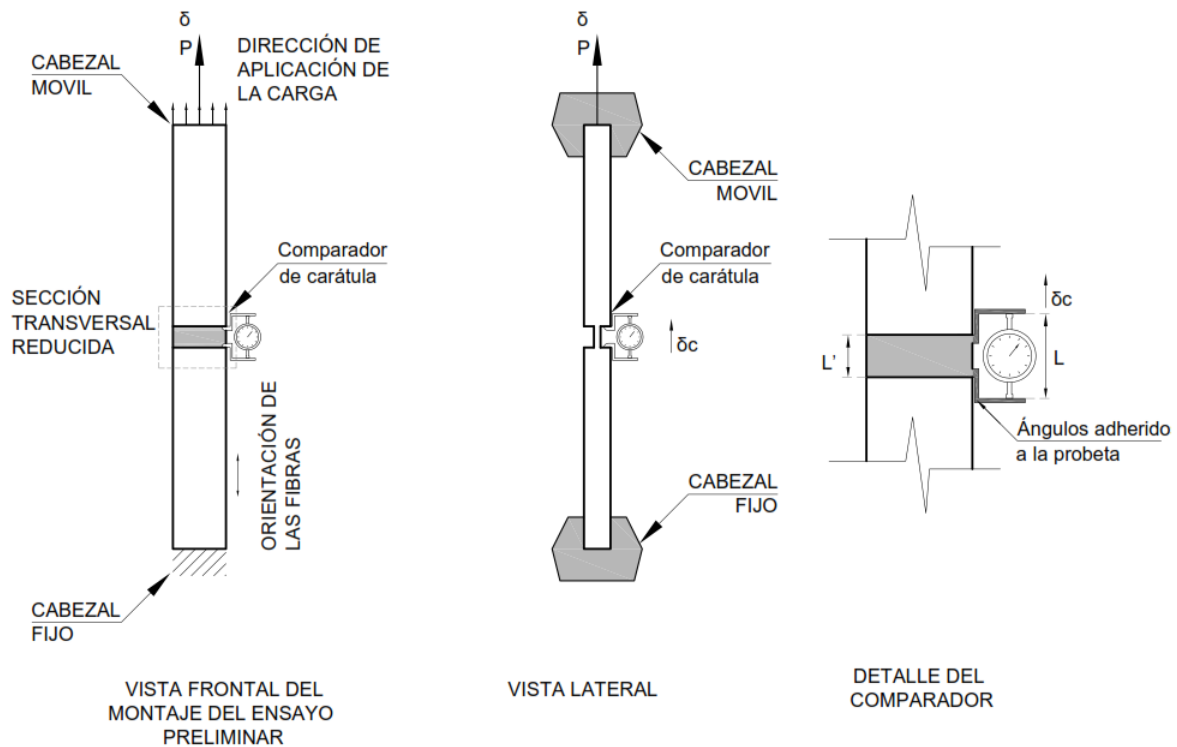
2.2. Preparación del ensayo

Se realizaron ensayos de tensión en una máquina *Shimatzu AGX plus con una celda de carga de 300 KN* a una velocidad de 0.1mm/min.

El montaje en la maquina incluye la sujeción de la probeta en cada extremo con mordazas metálicas que ejercen presión perpendicular al eje longitudinal de la probeta. La máquina está conectada a un computador y transmite a éste, datos de la fuerza aplicada en cada segundo y el desplazamiento del cabezal que contiene la mordaza superior.

Como se muestra de la **Figura 2-2**, se ubicó un comparador de carátula en la sección transversal reducida con el fin de determinar la deformación de esta zona y compararla con la deformación calculada a partir del desplazamiento del cabezal superior de la máquina.

Figura 2-2: Preparación del ensayo



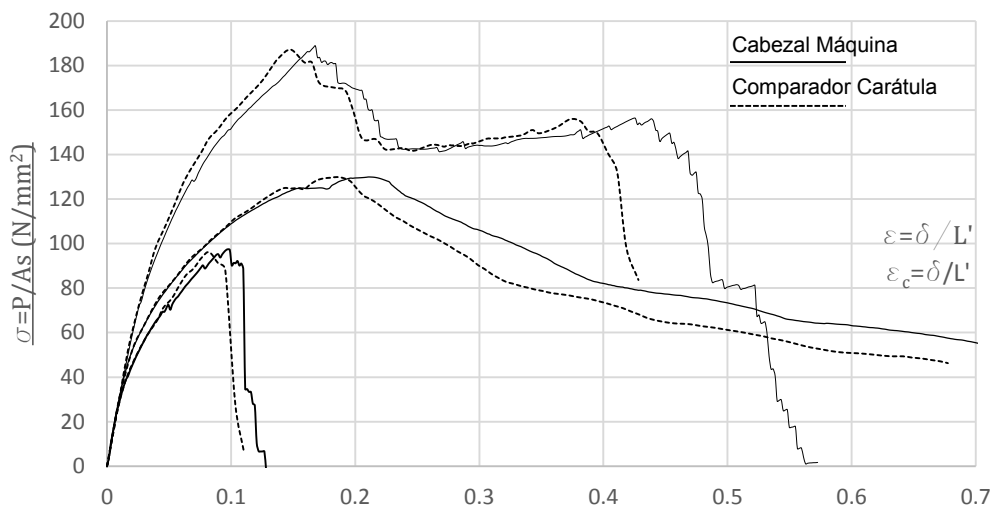
Durante el ensayo se mide para cada segundo la fuerza aplicada y el alargamiento de la probeta. Con estos datos, se determina un esfuerzo normal promedio como $\sigma = P/A$ que corresponde a la carga P en cada instante de tiempo sobre el área transversal inicial en la sección reducida A , y también una deformación longitudinal promedio como $\varepsilon = \delta/L'$ que corresponde al alargamiento de la probeta δ , en cada instante de tiempo sobre la longitud inicial de la sección transversal reducida L' . Además, se toman varias lecturas de desplazamiento en el comparador de carátula para calcular de igual forma una deformación longitudinal promedio, para las respectivas lecturas de carga registradas en la máquina.

2.3. Resultados y análisis

Con los datos obtenidos de los ensayos de las 3 probetas previas, se realiza una gráfica de esfuerzo – deformación, en las que se incluyen tanto las lecturas obtenidas de la máquina y registradas en el computador, que se muestran en la **Figura 2-3** en línea

continua y los datos procesados a partir de las lecturas hechas en el comparador de caratula, que se muestran en línea segmentada.

Figura 2-3: Curva esfuerzo – deformación para ensayos preliminares



En la **Figura 2-3** se observa que las lecturas hechas en el comparador de caratula, que están relacionadas con el alargamiento de la sección transversal reducida, no difieren en gran medida de los datos obtenidos a partir del registro de la máquina.

Con estas pruebas se verificó que como la sección transversal reducida es menos rígida que el resto de la probeta, entonces se supone que el desplazamiento del cabezal en la máquina corresponde al desplazamiento relativo entre los extremos de la sección reducida o delta (δ).

Se compararon los valores de deformación medidos con el comparador de carátula y el registrado por la máquina, para los esfuerzos máximos de cada probeta. Se registra una diferencia promedio del 13.3%, con una desviación estándar del 1.8%. Se consideran estos valores aceptables por lo que para ensayos futuros se usará únicamente los datos registrados con el cabezal móvil de la máquina.

A pesar de que el error es bajo, se decide mejorar la fricción entre las mordazas de la máquina y la probeta, adhiriendo en los extremos de la probeta, por ambas caras un papel de lija N° 150 con un epóxido comercial conocido para los ensayos posteriores.

También se decide que el área de la sección transversal reducida debe ser menor, por lo que para algunas probetas de los ensayos posteriores, se hará reducción no solo en su espesor sino también en su ancho.

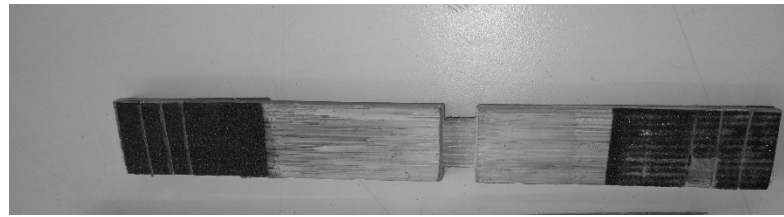
Capítulo 3. Ensayos definitivos de tracción paralela a las fibras en láminas de guadua bajo carga monotónica

El objetivo general de este capítulo es establecer parámetros que puedan ser empleados en la normalización de un ensayo a tracción que represente adecuadamente el comportamiento de láminas de guadua, cuando es sometido a cargas de tracción paralela a las fibras. Como se mencionó anteriormente, algunos de los ensayos típicos empleados en otras maderas (probetas con forma de corbatín) se rompen en el ensanchamiento por cortante paralelo a las fibras. El ensayo que se propone a continuación busca además de ver el comportamiento del material, una alternativa de ensayo de tracción diferente al tradicional, que represente el mecanismo de falla exclusivamente por tracción.

3.1. Preparación de las probetas

Habiendo realizado los ensayos iniciales, se inicia una segunda etapa de preparación de probetas. En esta etapa nuevamente se seleccionan láminas de guadua limpias superficialmente de cualquier impureza. De tres (3) láminas seleccionadas se obtienen doce (9) probetas adicionales a las tres (3) de los ensayos preliminares. A las nuevas probetas se les aplica el mismo procedimiento que a las probetas preliminares para obtener una sección reducida en el centro, en este caso se obtuvieron espesores promedio entre 1.5 y 2 m. En la **Figura 3-1** se muestra el resultado de aplicar este procedimiento a una de las probetas mencionadas.

Figura 3-1: Probetas con sección reducida en su ancho y espesor, además con papel de lija adherida a sus extremos para mejorar la adherencia en la maquina



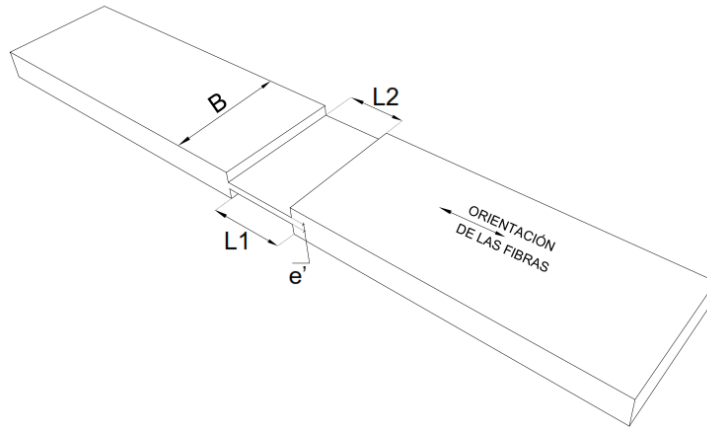
Se realizaron mediciones de la geometría de la sección transversal de todas las probetas ensayadas con un calibrador digital con precisión de 0.01mm. En la **Tabla 3-1** se muestran organizados los datos de las dimensiones.

Tabla 3-1: Geometría de las probetas ensayadas a tracción bajo carga monotónica

GEOMETRÍA DE LAS PROBETAS									
	L1 (mm)	L2 (mm)	L' (mm)	B (mm)	e1(mm)	e2(mm)	e3(mm)	e' (mm)	As(mm ²)
P1	8.67	8.55	8.61	23	0.26	0.98	0.87	0.70	16.2
P2	9.01	9.84	9.43	23.7	0.55	1.27	1.18	1.00	23.7
P3	8.12	8.22	8.17	24.3	0.74	1.26	1.03	1.01	24.5
P4	10.95	11.56	11.26	15.68	1.44	1.26	1.54	1.41	22.2
P5	9.76	9.72	9.74	15.72	1.10	0.72	1.50	1.11	17.4
P6	8.9	10.35	9.63	24.13	0.83	0.50	1.21	0.85	20.4
P7	9.5	9.72	9.61	24.07	0.96	0.85	1.37	1.06	25.5
P8	10.03	9.31	9.67	23.59	0.65	0.51	1.27	0.81	19.1
P9	10.43	10.46	10.45	25.05	0.99	0.72	1.63	1.11	27.9
P10	10.57	10.06	10.32	24.63	0.69	0.84	1.48	1.00	24.7
P11	11.91	11.9	11.91	24.67	1.08	1.37	2.07	1.51	37.2
P12	11.14	10.31	10.73	24.83	1.16	1.12	1.77	1.35	33.5

En donde L1 y L2 (Ver **Figura 3-2**) corresponden a la longitud de la sección transversal reducida a cada lado, medida paralelo al eje longitudinal de la probeta; L' es el promedio aritmético de L1 y L2; B corresponde al ancho de la probeta; los valores e1, e2 y e3 son valores del espesor de la sección transversal reducida medida en cada extremo y en el centro, e' es el promedio de los 3 espesores medidos y As es el área transversal calculada como $B * e'$ en mm².

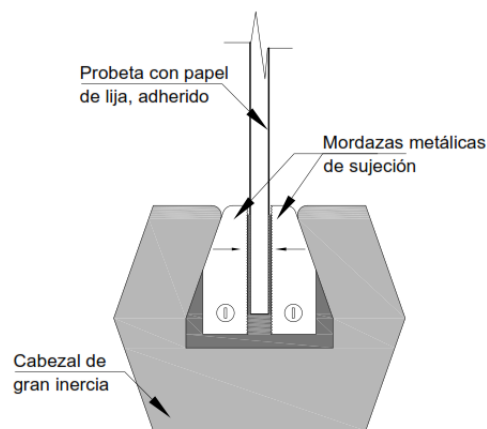
Figura 3-2: Esquema de la geometría medida de cada probeta



3.2. Preparación del ensayo

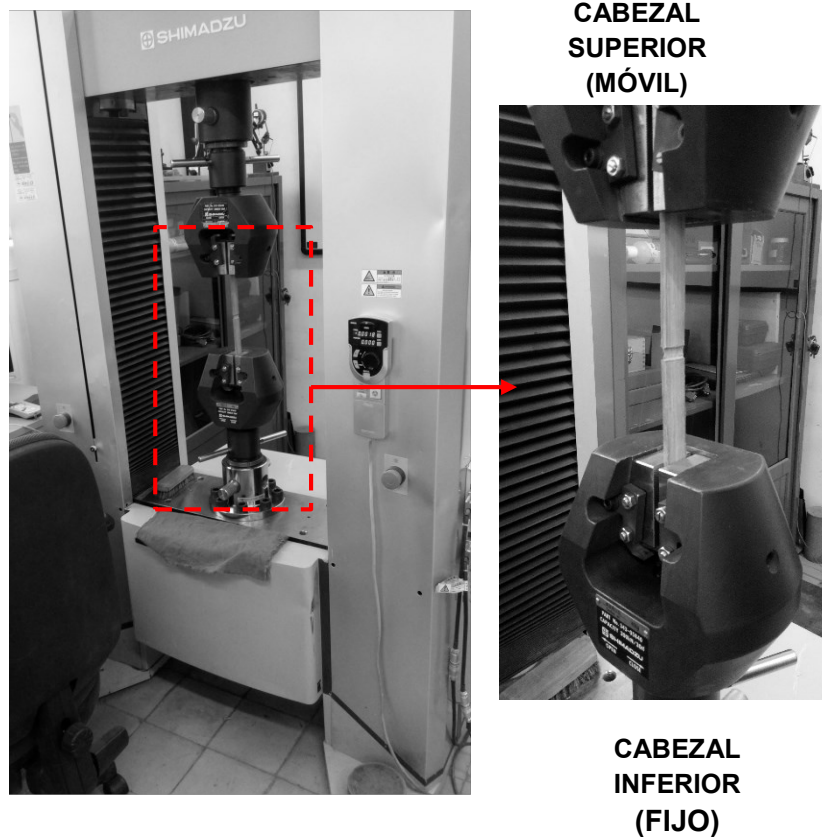
En la **Figura 3-3a** se muestra con detalle, el mecanismo de sujeción en los extremos de las probetas y en la **Figura 3-3b** el montaje empleado para los ensayos, donde se aprecia las partes más relevantes.

Figura 3-3: Detalle de sujeción y montaje en la máquina empleada



DETALLE DEL CABEZAL
DE SUJECIÓN

(a)



(b)

Se aplica la carga progresivamente hasta que se manifieste algún tipo de falla en el material.

Para efectos de análisis y comparar adecuadamente los resultados, la respuesta mecánica se expresa como la relación entre $\sigma = P/A$ y $\varepsilon = \delta/L'$, los cuales son magnitudes promedio del esfuerzo axial y la deformación longitudinal en la sección reducida. Por ello, en el resto del documento, los resultados obtenidos se expresan como relaciones entre esfuerzo y deformación.

De esta forma, para la primera y segunda etapa se obtiene información de carga y desplazamiento, que determinando una sección transversal reducida promedio y la longitud inicial, es posible definir para cada valor de carga un esfuerzo y para el desplazamiento un valor de deformación unitaria. Esto con el fin de realizar graficas que muestren la variación del esfuerzo con respecto a la deformación.

3.3. Resultados y análisis

A partir de los datos obtenidos de los ensayos y la geometría respectiva de cada probeta, se obtienen curvas de esfuerzo versus deformación.

Se recuerda que el esfuerzo es calculado como la fuerza leída por el dispositivo empleado en los ensayos, dividida en el área transversal de la sección reducida como se indica en la **Ec. 43** y la deformación se determina como el desplazamiento del cabezal superior de la maquina (δ) dividido en la longitud (L') de la sección reducida **Figura 3-4**

$$\sigma = P/A_s, \quad \varepsilon = \delta/L' \quad \text{Ec. 43}$$

Donde:

σ : Esfuerzo promedio en el área reducida (N/ mm²)

P : Fuerza aplicada (N)

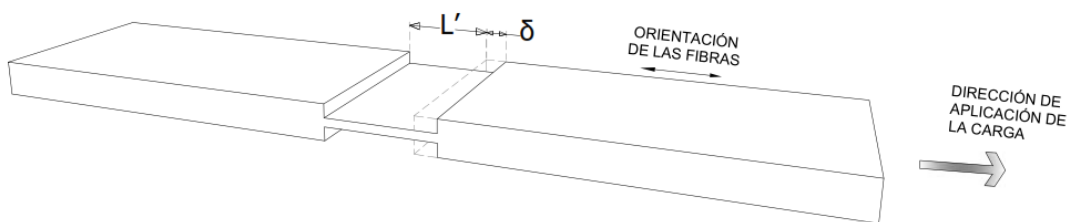
A_s : Área de la sección reducida (mm²)

ε : Deformación unitaria de la sección reducida (mm/mm)

δ : Desplazamiento del cabezal superior, que representa el alargamiento (mm)

L' : Longitud de la sección reducida (mm)

Figura 3-4: Deformación de la sección transversal reducida durante el ensayo



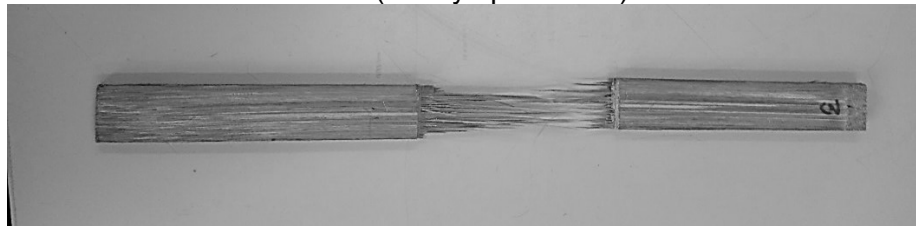
Como se ha mencionado, el material de las probetas está compuesto por fibras paralelas al eje longitudinal de la lámina y una matriz de lignina que las contiene. Por esta configuración, la falla al aplicar cargas de tensión paralelas a las fibras puede presentarse

de diferentes formas. Se presenta a continuación los modos que se observaron en los ensayos realizados:

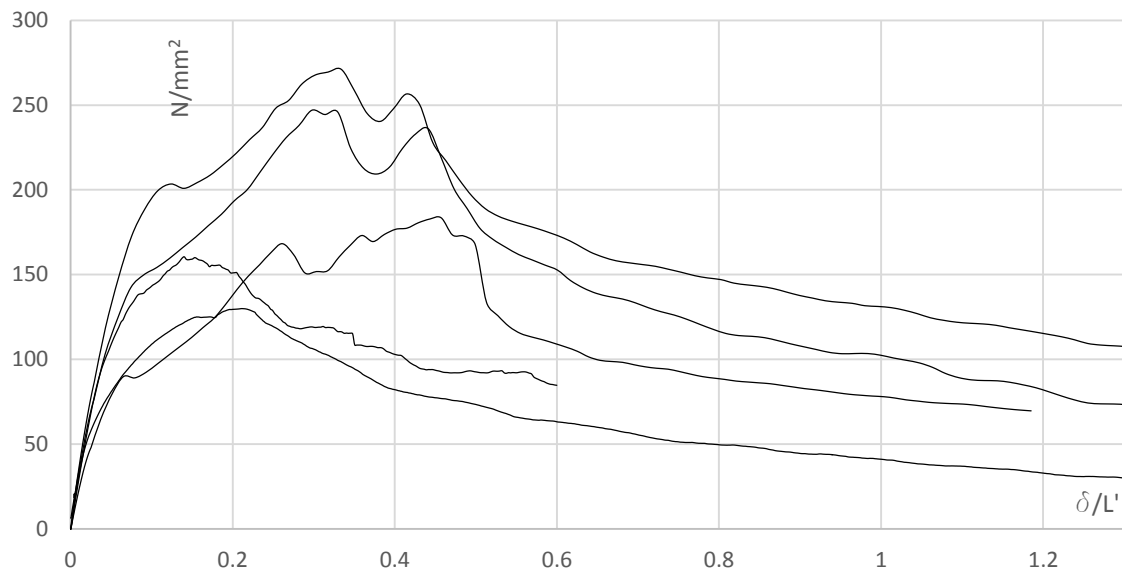
3.3.1 Deslizamiento de las fibras

Como la resistencia a tensión de las fibras es considerablemente más alta que el de la matriz de lignina, sucede comúnmente que durante el ensayo, la fuerza de fricción entre la fibra y la matriz se disipe por una degradación permanente de la matriz. Lo anterior se refleja en la extracción de las fibras por deslizamiento. En la **Figura 3-5** se muestra el resultado de este modo de falla. Se puede apreciar como algunas fibras o haces de fibras fueron extraídos del lado derecho de la probeta y otros del lado izquierdo con diferentes longitudes expuestas. Particularmente 5 probetas muestran este mecanismo de falla (P2, P6, P9, P10, P11), con un espesor promedio en la sección reducida de 1.09mm.

Figura 3-5: Probeta que presentó una falla por deslizamiento de las fibras (Ensayo preliminar).



En la **Figura 3-6** se encuentran graficadas las curvas del comportamiento de las 5 probetas cuya falla se dio de acuerdo a lo descrito anteriormente. Nótese que las curvas tienen una similitud en su forma, iniciando con una fase incremental que cambia de pendiente cuando alcanza una deformación cercana a 0.1, logra el esfuerzo máximo y decrece manteniendo al final un esfuerzo residual relativamente constante.

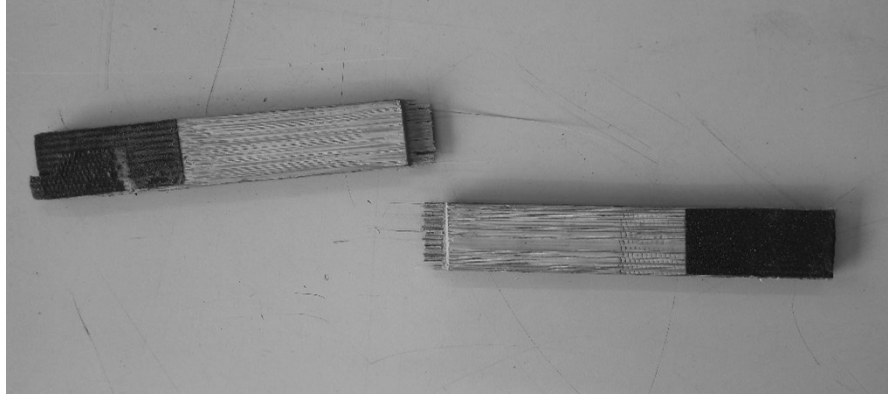
Figura 3-6: Curva de Esfuerzo – Deformación obtenidas para probetas con modos de falla por deslizamiento de las fibras

El esfuerzo máximo promedio encontrado en las curvas anteriores es de $198.4 N/mm^2$ con una desviación estándar de $59.2 N/mm^2$.

3.3.2 Rotura de la sección transversal reducida

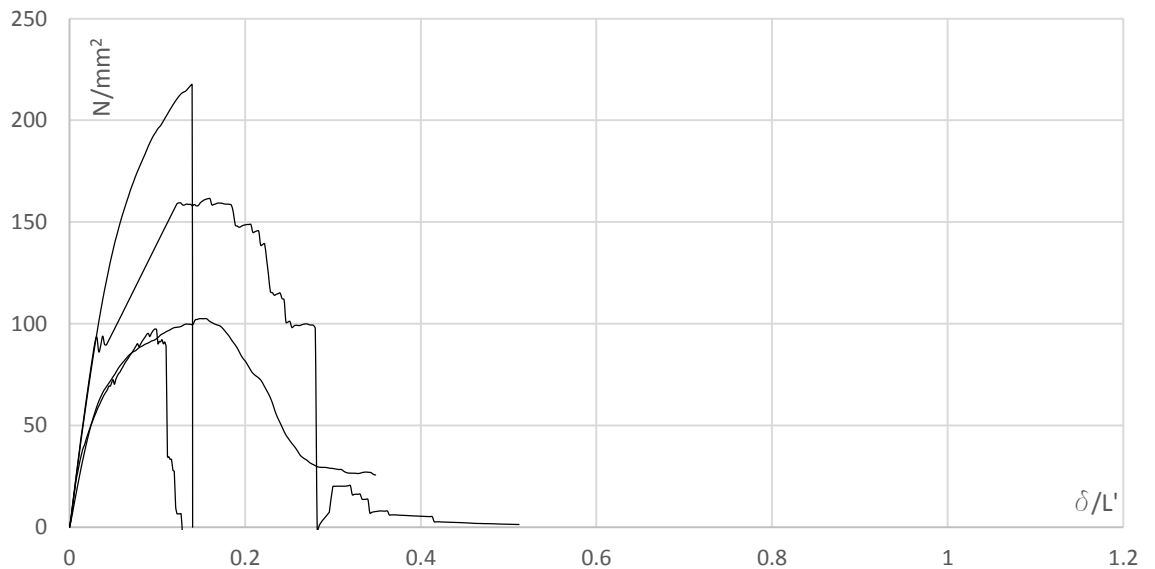
Cuando el espesor de la sección transversal reducida es pequeño (menor a 1mm), las fibras pudieron haber sido afectadas en la elaboración de la probeta, en este caso las fibras afectadas alcanzan rápidamente su carga máxima y se rompen transversalmente. En la **Figura 3-7** se muestra una de las probetas ensayadas que presentó este modo de falla. Nótese que las fibras se rompen cerca o en la sección transversal reducida. En particular 4 probetas mostraron este tipo de falla (P1, P4, P7, P8), con un espesor promedio de la sección reducida de 0.98mm.

Figura 3-7: Probeta que presentó una falla por rotura de la sección transversal reducida.



En la **Figura 3-8** se encuentran graficadas las curvas del comportamiento de las 4 probetas cuya falla se dio por rotura. Para este tipo de falla, la característica que predomina es una súbita pérdida de resistencia. Como se puede ver en la gráfica, las curvas alcanzan su valor de resistencia máximo y luego caen rápidamente, presentando una falla frágil de rotura simultánea de fibras.

Figura 3-8: Curva de Esfuerzo – Deformación obtenidas para probetas con modos de falla por rotura de la sección transversal



El esfuerzo máximo promedio encontrado en las curvas anteriores es de 144.74 N/mm² con una desviación estándar de 56.6 N/mm².

3.3.3 Falla por cortante paralelo a las fibras

Este modo de falla se presenta cuando se genera un plano en el cual la adherencia entre las fibras y la matriz de lignina se pierde de manera repentina. De esta manera la resistencia cae progresivamente hasta valores cercanos a cero. En la **Figura 3-9** y **Figura 3-10** se puede observar cómo se produjo la falla en dos probetas diferentes, en donde se pierde la adherencia, exhibiendo un plano de falla a lo largo de las fibras que están contenidas en la sección transversal reducida.

Figura 3-9: Probeta que presentó una falla por cortante paralelo a las fibras.

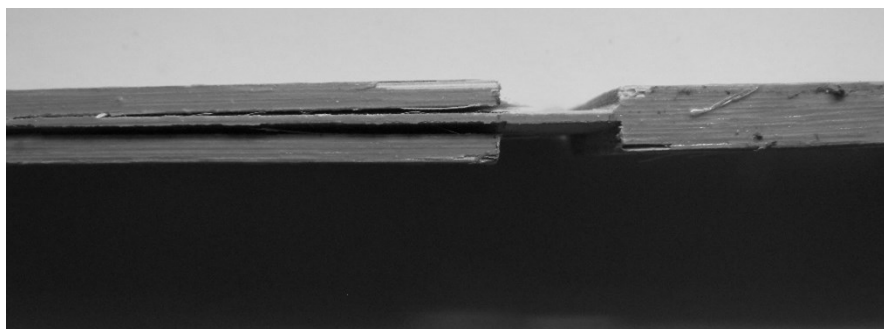
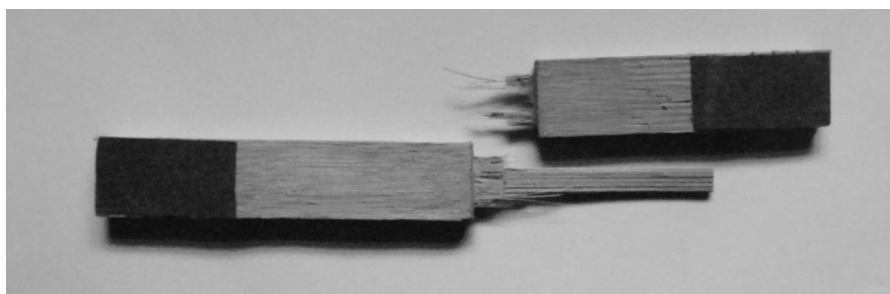


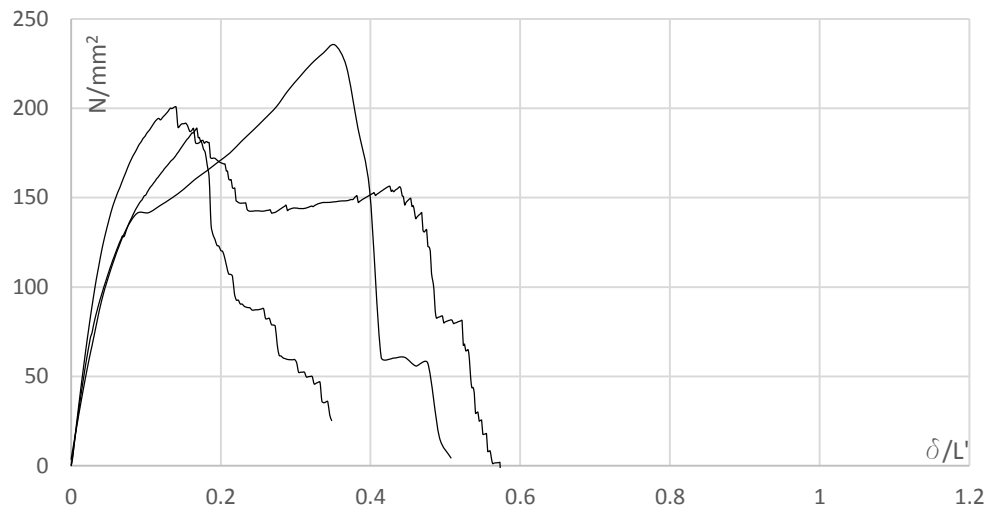
Figura 3-10: Probeta con sección transversal reducida en su espesor y ancho, que presentó una falla por cortante paralelo a las fibras.



En la **Figura 3-11** se encuentran graficadas las curvas del comportamiento de las 3 probetas cuya falla se dio por cortante paralelo al eje longitudinal (P3, P5, P12), con un espesor promedio de la sección reducida de 1.16mm. En estas curvas se observa que aunque la resistencia no decae súbitamente después de alcanzar el valor máximo como en el caso anterior, si puede llegar a cero en el momento en el que se pierde totalmente la

adherencia en el plano de falla. El esfuerzo máximo promedio encontrado en las siguientes curvas es de 208.31 N/mm^2 con una desviación estándar de 24.3 N/mm^2 .

Figura 3-11: Curva de Esfuerzo – Deformación obtenidas para probetas con modos de falla por cortante paralelo a las fibras



Los ensayos anteriores contribuyeron a la validación de la geometría de las probetas empleadas y el procedimiento seguido para obtener información del comportamiento a tensión de la guadua laminada, las curvas de la **Figura 3-6** servirán para deducir una función que represente la fricción entre las fibras y la matriz.

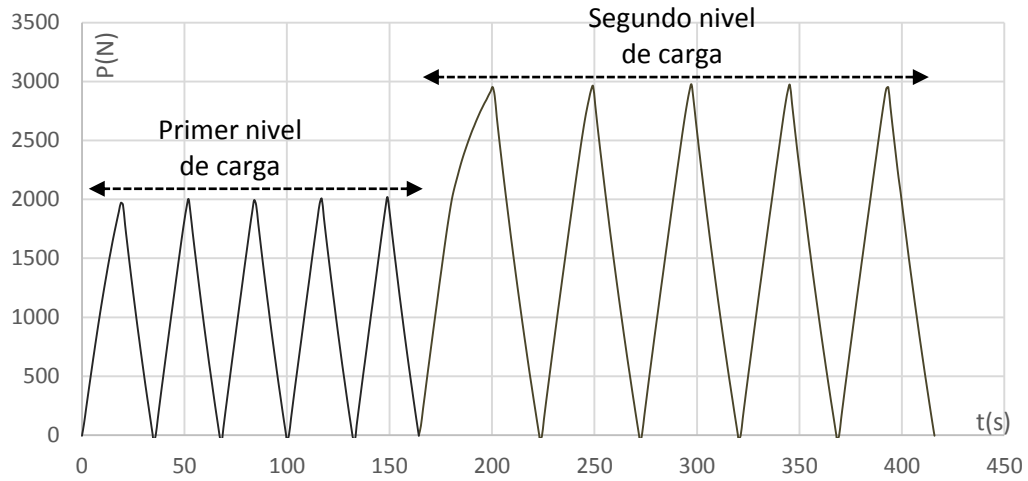
Capítulo 4. Ensayo definitivo de tracción paralela a las fibras en láminas de guadua bajo carga cíclica

4.1. Propuesta de ensayo bajo carga cíclica

Para una probeta fabricada con el procedimiento realizado para las anteriores, se efectúan dos grupos de ciclos de carga-descarga. En el primer caso se aplica la tensión hasta alcanzar los 1961N (200kgf) y se descarga hasta aproximadamente 0 N, se reanuda el incremento de carga nuevamente hasta los 1961N y de regreso a 0 N, se repite esta acción hasta completar 5 ciclos de carga – descarga. El segundo procedimiento se realiza de forma similar con ciclos que van desde 0 N hasta 2942N (300 kgf) y de nuevo a 0 N, hasta completar 5 ciclos. Se intenta realizar un tercer procedimiento con incrementos hasta de 3432 N (350kgf) pero la probeta no alcanza este nivel de carga, por lo que se detiene el ensayo.

En la **Figura 4-1** se muestran los diferentes ciclos de carga aplicados relacionados con el tiempo de aplicación, se puede observar que para el primer nivel de carga se realizan 5 ciclos en un tiempo de 35 segundo cada uno aproximadamente y de igual forma para el segundo nivel de carga, se realizan 5 ciclos en un tiempo aproximado de 55 segundos cada uno.

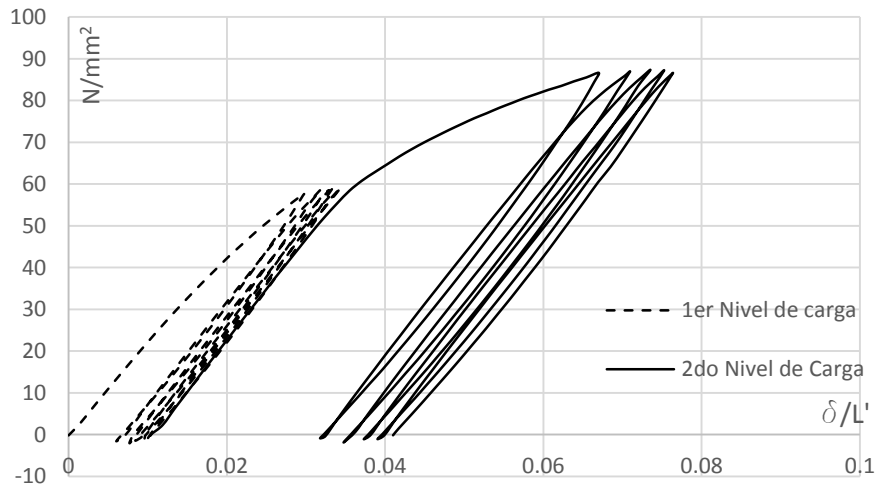
Figura 4-1: Variación de la carga aplicada en el tiempo



4.2. Resultados y análisis

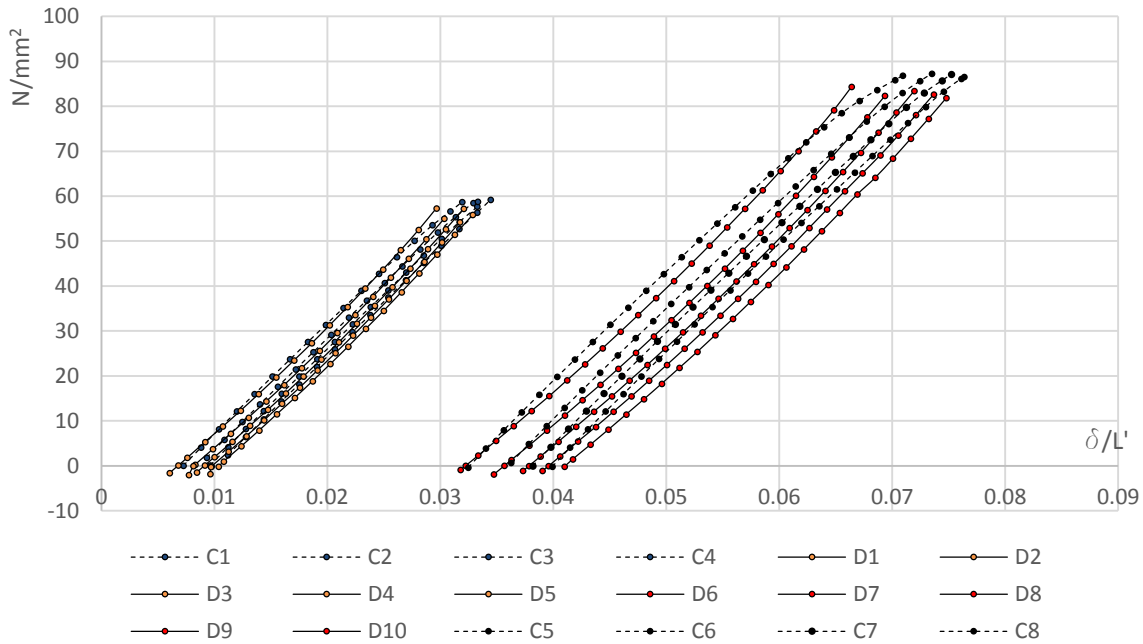
Para ésta probeta, se obtuvieron datos que permitieron calcular esfuerzos y deformaciones unitarias de la misma forma que las demás probetas. La curva que muestra su comportamiento corresponde a la **Figura 4-2**, donde se representa el primer incremento de carga con sus diferentes ciclos en línea interrumpida y el segundo incremento de carga en línea continua. Para cada incremento de carga es importante resaltar como a partir del primer ciclo de descarga, el comportamiento tiende a ser de forma lineal con inclinación aproximadamente igual.

Figura 4-2: Curva de Esfuerzo – Deformación con ensayo de carga – descarga



A partir de la figura anterior, se aíslan los datos de los ciclos de carga y descarga de comportamiento lineal como se aprecia en la **Figura 4-3**. Para estos segmentos de curvas se determina una línea de tendencia y su respectiva ecuación de la forma $y(x) = mx + b$, donde m que representa la pendiente de la recta, corresponde al módulo de elasticidad lineal que llamaremos E en N/mm^2 .

Figura 4-3: Curvas aisladas de carga – descarga para determinar E (N/mm^2)



En la **Tabla 4-1** se presentan los valores obtenidos de m y b , para las líneas de tendencia hallada para cada segmento de curva presentada en la figura anterior, así como el promedio de las pendientes en los intervalos de carga (E_{c1} y E_{c2}) en cada uno de los incrementos de carga y en los intervalos de descarga (E_{d1} y E_{d2}), con la desviación estándar calculada para cada caso.

Tabla 4-1: Determinación de parámetros m y b para las líneas de tendencia de los segmentos de curva carga – descarga.

Ciclos de Carga			Ciclos de Descarga		
	m	b		m	b
C1	2394,8	-16,553	D1	2465,1	-17,630
C2	2419,3	-20,265	D2	2460,0	-21,072
C3	2447,7	-23,100	D3	2465,5	-23,387
C4	2445,2	-24,698	D4	2458,1	-25,069
			D5	2474,6	-26,733
E_{c1}	2426,8		E_{d1}	2464,7	
\underline{S}	24,87		\underline{S}	6,41	
C5	2305,5	-73,018	D6	2424,8	-80,150
C6	2351,4	-83,058	D7	2407,8	-87,582
C7	2371,2	-89,287	D8	2415,1	-93,248
C8	2384,1	-994,080	D9	2399,7	-96,690
			D10	2409,1	-100,710
E_{c2}	2353,1		E_{d2}	2411,3	
\underline{S}	34,43		\underline{S}	9,33	

Con la información suministrada en la **Tabla 4-1** se puede afirmar que el módulo de elasticidad calculado para los ciclos de carga es aproximadamente igual al módulo calculado para los ciclos de descarga ($E_c \cong E_d$). Con esta apreciación se concluye que el comportamiento de láminas de guadua bajo cargas cíclicas puede ser representado con un modelo unidimensional de plasticidad como se describió en 1.2.1.

Capítulo 5. Modelo numérico usado para representar el comportamiento mecánico de láminas de guadua

5.1. Descripción del modelo

Con lo definido en la **Figura 4-2** y los datos de la **Tabla 4-1** se puede deducir que el comportamiento de la guadua laminada corresponde a un modelo de plasticidad. La deformación permanente a partir del primer ciclo de carga sugiere éste comportamiento. Además (Estrada, 2016) afirma que el comportamiento de las fibras de este material compuesto se puede estimar mediante un modelo numérico con parámetros que se evalúan a partir de una distribución de probabilidad de falla de las fibras. El modelo numérico se establece en el siguiente apartado:

5.2. Modelo específico para láminas de *Guadua angustifolia* a tracción paralela a las fibras

5.2.1 Distribución de probabilidad en las propiedades de las fibras

Varios autores han demostrado que la distribución de probabilidad de Weibull se ajusta adecuadamente a la caracterización de conjuntos de fibras naturales (Baley, 2002; Biagiotti, Fiori, Torre, López, & Kenny, 2004; Andersons, Sparnins, Joffe, & Wallstrom, 2005; Wang & Xia, 1998).

A continuación, se presenta la distribución de probabilidad de Weibull (Weibull, 1939) utilizada para describir el área de la sección transversal A^f y la deformación límite ε_u^f de fibras de guadua en función de su probabilidad de falla. La Función de Densidad de Probabilidad Acumulativa (CDF) de la distribución de Weibull clásica que describe estas dos propiedades está dada por:

$$P(A^f) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{A^f}{\beta_A} \right)^{\alpha_A} \right], \quad P(\varepsilon_u^f) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{\varepsilon_u^f}{\beta_\varepsilon} \right)^{\alpha_\varepsilon} \right] \quad \text{Ec. 44}$$

donde α_A y α_ε son los parámetros de forma y β_A y β_ε los de escala para el área transversal y la deformación límite respectivamente. La resistencia σ_u^f de las fibras, depende de su sección transversal. Por lo tanto, se utiliza una distribución de probabilidad de Weibull modificada (Weibull, 1939) (Andersons, Sparnins, Joffe, & Wallstrom, 2005) para representar la resistencia de las fibras de guadua. La probabilidad de que una fibra determinada haya fallado está dada por la siguiente distribución Weibull modificada:

$$P(\sigma_u^f, A^f) = 1 - \exp \left[- \left(\frac{A^f \sigma_u^f}{A_o \beta_\sigma} \right)^{\alpha_\sigma} \right] \quad \text{Ec. 45}$$

en donde A_o es un área transversal de fibras de referencia, tomada como el valor promedio, y el factor de escala β_σ es una medida de la resistencia característica de las fibras. El factor de forma α_σ define la variabilidad de los datos, haciendo que los datos se encuentren concentrados en una franja angosta para datos poco dispersos y una más ancha para datos con alta dispersión. El valor de este parámetro se encuentra, en general, entre 1 y 6 para fibras naturales y entre 5 y 15 para fibras sintéticas (Trujillo, y otros, 2014).

5.2.2 Parámetros de Weibull

En general, los parámetros α y β de los modelos de Weibull clásico y modificado se encuentran con una linealización de la Función de Densidad de Probabilidad Acumulativa, de la forma

$$\underbrace{\ln[-\ln(1 - P(x))]}_Y = \underbrace{\alpha}_A \underbrace{\ln(x)}_X - \underbrace{\alpha \ln(\beta)}_B \quad \text{Ec. 46}$$

siendo x la variable analizada (A^f , ε_u^f o σ_u^f).

Ahora el problema reside en estimar el valor de la probabilidad $P(x)$, de manera que los datos experimentales se describan correctamente por los parámetros α y β . El valor de la probabilidad se estima con el índice de probabilidad (Zafeiropoulos & Baillie, 2007), para lo cual se utiliza la siguiente función:

$$P(x) = \frac{i - 0.5}{n} \quad \text{Ec. 47}$$

en donde n es el número de datos e i es el rango del i ésimo dato. Finalmente, los parámetros de forma y escala se obtienen a partir de una regresión lineal de $Y = AX + B$ (Estrada, 2010).

5.2.3 Modelo de plasticidad uniaxial para un grupo de fibras de bambú *Guadua angustifolia*

A partir de un modelo de falla progresivo, el modelo de plasticidad uniaxial resumido en la Tabla 1-2 y los parámetros α y β del modelo de Weibull, (Estrada, 2016) propone un modelo de plasticidad particular para representar la respuesta mecánica de un grupo de fibras guadua como sigue:

Los elementos estructurales de guadua laminada tienen secciones transversales con dimensiones muy superiores a las de una fibra o un grupo de fibras transversalmente. Este hecho garantiza la existencia de una gran cantidad de fibras en la sección transversal y, en consecuencia, permite el siguiente desarrollo. La probabilidad de falla de un grupo de fibras con área transversal promedio $P(\sigma_{ef}^f, A^f = A_0)$ es igual al porcentaje de fibras cuya resistencia σ_u^f es igual al esfuerzo efectivo σ_{ef}^f aplicado al elemento de guadua laminado. Dicho de otro modo, es el porcentaje de fibras rotas en función del esfuerzo efectivo. Esto es precisamente el nivel de degradación del material definido previamente. De esta manera se tiene que:

$$1 - \frac{A_{ef}^f}{A^f} = P(\sigma_{ef}^f) = 1 - e \left[- \left(\frac{\sigma_{ef}^f}{\beta_\sigma} \right)^{\alpha_\sigma} \right] \quad \text{Ec. 48}$$

y, por lo tanto, el módulo de elasticidad secante del grupo de fibras se puede obtener de la siguiente forma:

$$\sigma^f = \sigma_{ef}^f \frac{A_{ef}^f}{A^f} = \sigma_{ef}^f * e^{-\left(\frac{\sigma_{ef}^f}{\beta_\sigma}\right)^{\alpha_\sigma}} = E^f \varepsilon^f e^{-\left(\frac{\sigma_{ef}^f}{\beta_\sigma}\right)^{\alpha_\sigma}} \quad \text{Ec. 49}$$

$$\Rightarrow E_{sec}^f = \frac{\sigma^f}{\varepsilon^f} = E^f e^{-\left(\frac{\sigma_{ef}^f}{\beta_\sigma}\right)^{\alpha_\sigma}} \quad \text{Ec. 50}$$

donde $\sigma_{ef}^f = E^f \varepsilon^f$ es el esfuerzo efectivo y E^f el módulo de elasticidad inicial del grupo de fibras. Así, el esfuerzo longitudinal en el grupo de fibras σ^f se determina en todo momento como:

$$\sigma^f = E_{sec}^f * \varepsilon^f \quad \text{Ec. 51}$$

Además. El módulo de elasticidad tangente de las fibras E_{tg}^f se obtiene como la primera derivada del esfuerzo nominal, dada por:

$$E_{tg}^f = \frac{\partial \sigma}{\partial \varepsilon} = E^f \left[1 - \alpha_\sigma \left(\frac{\sigma_{ef}^f}{\beta_\sigma} \right) \right] * e \left[- \left(\frac{\sigma_{ef}^f}{\beta_\sigma} \right)^{\alpha_\sigma} \right] \quad \text{Ec. 52}$$

Por lo tanto, junto con la definición del módulo de elasticidad tangente establecido en la **Tabla 1-2** para el proceso de carga inelástico, se tiene que el módulo de ablandamiento particular H^f para el modelo de plasticidad de las fibras de guadua laminado se calcula como:

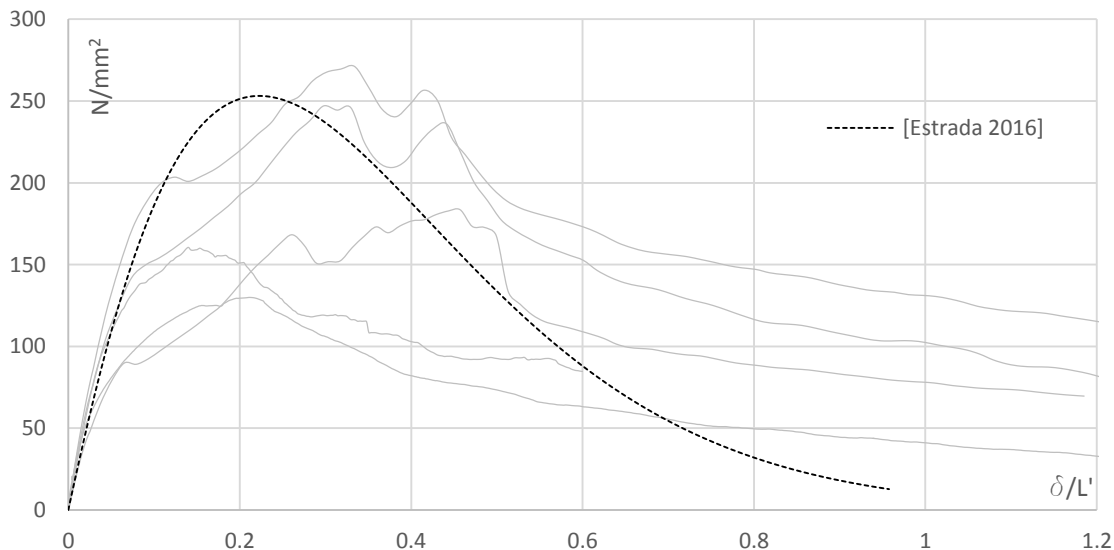
$$H^f = \frac{E^f - \alpha_\sigma E^f \left(\frac{E^f \varepsilon^f}{\beta_\sigma}\right)^{\alpha_\sigma}}{e^{\left(\frac{E^f \varepsilon^f}{\beta_\sigma}\right)^{\alpha_\sigma}} + \alpha_\sigma \left(\frac{E^f \varepsilon^f}{\beta_\sigma}\right)^{\alpha_\sigma}} \quad \text{Ec. 53}$$

Aplicando los fundamentos descritos en 5.2.2 para de 80 datos experimentales, Estrada, (2016) reportó valores para α y β de $\alpha = 1.3236$ y $\beta = 678.56 \text{ MPa}$.

5.3. Verificación del modelo numérico

Con los valores de α y β obtenidos por Estrada, (2016) y adicionando un promedio del módulo de elasticidad evaluado en el capítulo 4.2, se aplica la ecuación **Ec 49** para definir una curva analítica de esfuerzo vs deformación para la falla progresiva a tensión de las fibras. En la **Figura 5-1** se muestra este resultado sobre puesto en las curvas experimentales de las probetas que fallaron por deslizamiento de fibras.

Figura 5-1: Relación esfuerzo – deformación de los ensayos experimentales y del modelo propuesto por Estrada (2016).

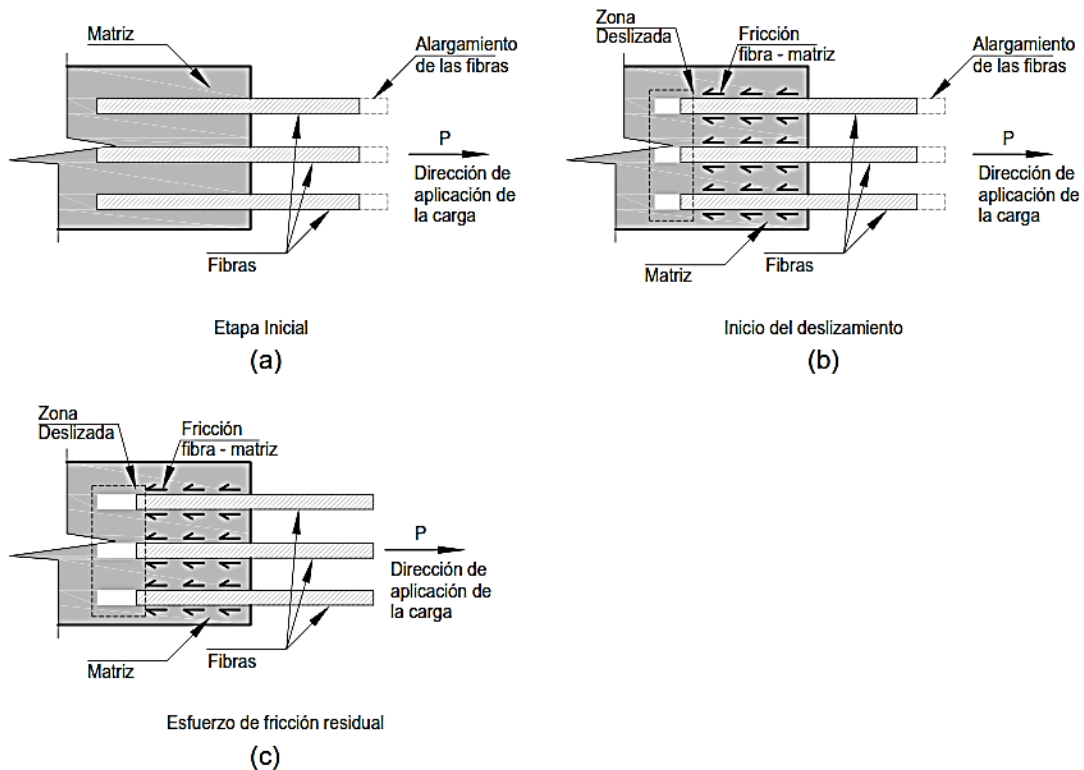


De la anterior figura se puede observar como la curva del modelo propuesto por Estrada (2016) se adapta a las curvas experimentales que alcanzan los valores más altos de

esfuerzo, en su etapa inicial creciente e incluso el valor de esfuerzo máximo es similar. Sin embargo, esta curva decrece rápidamente después de alcanzar su valor máximo, haciéndose asintótica al eje x, a diferencia de la mayoría de las curvas obtenidas experimentalmente que tienden a mantener un esfuerzo residual después de alcanzar cierto valor de deformación. Este fenómeno se debe a la presencia de esfuerzos de fricción entre la matriz y las fibras.

Se presenta a continuación el proceso de falla por deslizamiento de las fibras que ocurre internamente en las probetas ante cargas a tracción paralela a su eje longitudinal:

Figura 5-2: Proceso de falla interna a tracción paralela a las fibras de la guadua

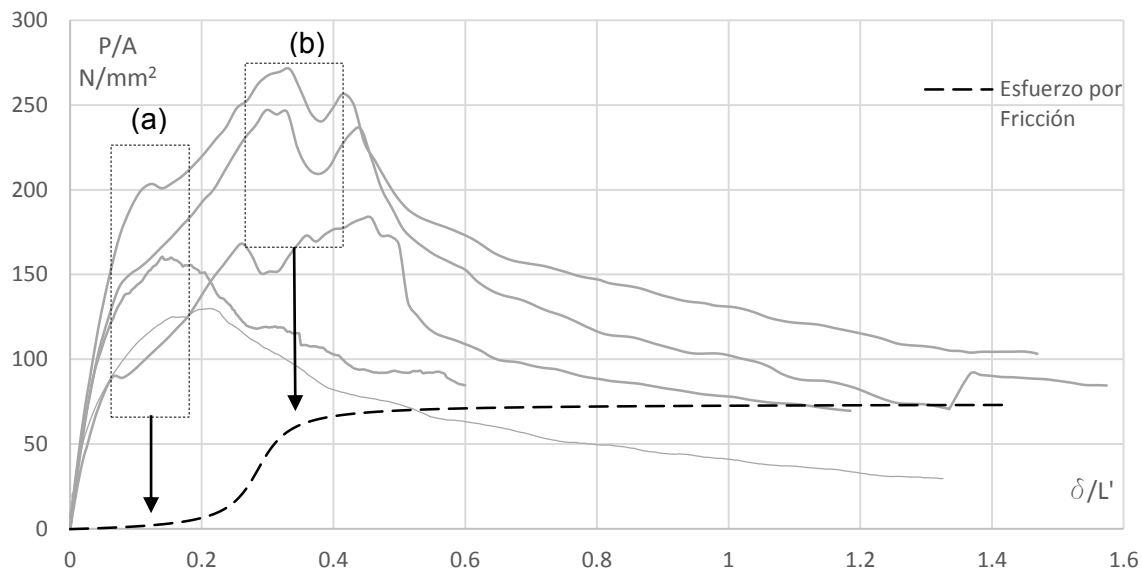


En el inicio del ensayo se presume que, las deformaciones son pequeñas y tanto estas como la resistencia están dadas por el alargamiento de las fibras sometidas a tensión como se muestra en la **Figura 5-2a**. Cuando la sección reducida alcanza cierto nivel de deformación comienza un proceso de falla combinado en el material, **Figura 5-2b**; por un lado algunas fibras alcanzan su nivel de resistencia, rompiéndose, por otro lado la fricción estática entre fibras y matriz es superada iniciando un deslizamiento. Con esto, el aporte

de resistencia de las fibras cae rápidamente, quedando como esfuerzo remanente el que se presenta por fricción cinética entre las fibras y la matriz de lignina, mientras esta última se degrada progresivamente **Figura 5-2c**. De esta manera, el esfuerzo normal promedio en la sección reducida de las probetas ensayadas estará dado por la suma del esfuerzo presente en las fibras y el esfuerzo por fricción entre fibras y matriz.

Se presenta a continuación, en la **Figura 5-3** una curva analítica del posible comportamiento del esfuerzo de fricción entre las fibras y la matriz en función de la deformación. Nótese que para la misma deformación en la que se presenta el incremento en el esfuerzo por fricción, se presenta un cambio en la curvatura de las curvas experimentales expuestas (zona a) y el valor máximo de estas (zona b), se alcanza cuando el esfuerzo por fricción alcanza una asíntota superior.

Figura 5-3: Curvas teórica de esfuerzo por fricción fibra – matriz



La función propuesta para esta curva teórica debe cumplir que: inicie asíntota a un valor de esfuerzo cercano a cero, se incremente rápidamente hasta alcanzar un valor de esfuerzo similar al esfuerzo residual presente en las gráficas experimentales y luego se mantenga asíntota a este valor. Se decide que la función más acertada para cumplir con la descripción mencionada, es una función de arcotangente como se describe en la **Ec 54**

$$\sigma_{fric}(\varepsilon) = A * \arctan(B * \varepsilon + C) + D$$

Ec. 54

en donde, ε corresponde a la deformación y A , B , C y D son parámetros de calibración de la curva. Los parámetros A y D localizan las asíntotas superior e inferior como parámetros de escala. El parámetro B define que tan rápido se hace la transición de una asíntota a otra haciendo que la curva sea más o menos tendida. El parámetro C permite ubicar donde comienza esta transición.

De este modo una expresión completa para el esfuerzo normal en función de la deformación, en una probeta de guadua laminada está dado por la superposición de los efectos producidos por el esfuerzo de tensión de las fibras y el esfuerzo por fricción.

De esta forma, la fuerza de las fibras en tensión sobre el área transversal de éstas, sumado a la fuerza de fricción fibra – matriz sobre el área superficial de las fibras que se deslizan, sería igual a la fuerza total aplicada a la probeta dividido el área transversal de la sección reducida como se indica en la **Ec 55**:

$$f_t / A_f + f_{fric} / A_{sf} = P_i / A_s$$

Ec. 55

$$\sigma_{ten}(\varepsilon) * A_f + \sigma_{fric}(\varepsilon) * A_{sf} = \sigma(\varepsilon) * A_s$$

Donde:

f_t : Fuerza de tensión en las fibras (N)

f_{fric} : Fuerza de fricción fibra – matriz (N)

A_f : Área transversal de las fibras en tensión (mm²)

A_{sf} : Área superficial de las fibras deslizadas (mm²)

P_i : Fuerza aplicada en dirección normal a la sección probeta (N)

A_s : Área de la sección reducida (mm²)

A partir de la expresión en términos de esfuerzos de la **Ec 55**, y bajo la suposición de que todas las fibras en tensión se deslizan, se puede llegar a una expresión en términos de la cantidad de fibras y su geometría dentro de la sección transversal como se muestra en la

Ec 56:

$$\sigma(\varepsilon) = \sigma_{ten} \frac{N * \pi * d^2}{4e' * B} + \sigma_{fric} \frac{N * \pi * d * l}{e' * B}$$

Ec. 56

Donde:

N : Número de fibras en la sección transversal reducida

d : Diámetro promedio de las fibras (mm)

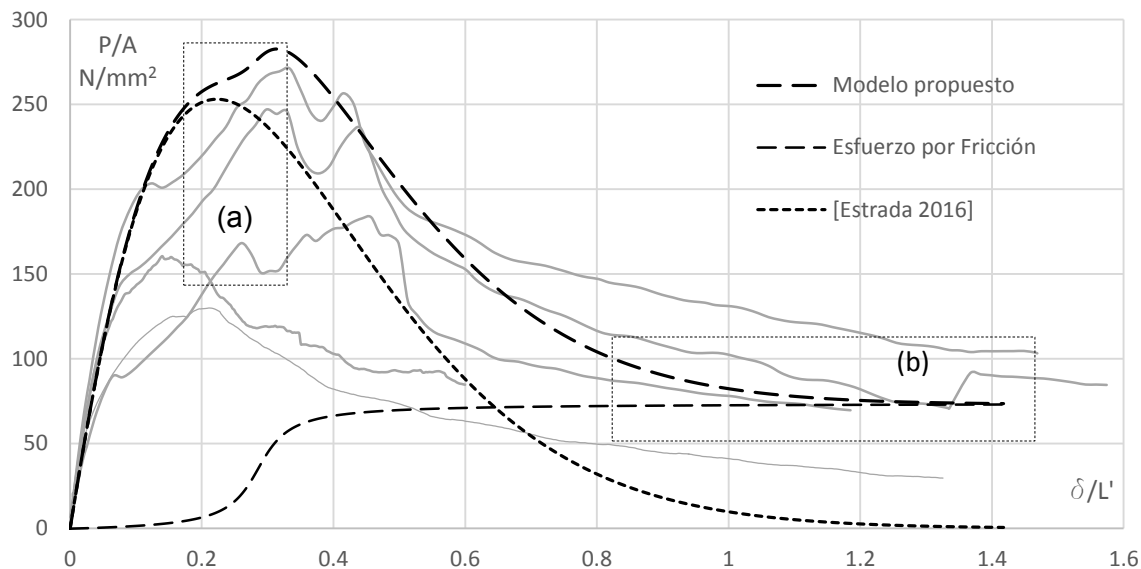
l : Longitud promedio de las fibras deslizadas (mm)

e' : Espesor promedio de la sección transversal reducida (mm)

B : Ancho de la sección transversal reducida (mm)

Se muestra en la **Figura 5-4** el resultado de la superposición de los efectos tensión – fricción, como un *modelo propuesto* para representar el comportamiento del material en estudio. Nótese que esta curva resultante adopta con mayor similitud el trazado que realizan las curvas experimentales que se muestran en la misma gráfica. Las cinco (5) curvas experimentales presentadas aquí corresponden a las probetas que tuvieron un mejor comportamiento durante el ensayo (falla dúctil controlada por el deslizamiento de las fibras), por lo que son las más apropiadas para compararlas con la teoría expuesta.

Figura 5-4: Modelo propuesto del esfuerzo en función de la deformación



En la zona (a), la curva del modelo propuesto adopta un cambio de curvatura antes de alcanzar el valor máximo de esfuerzo, simulando el mismo comportamiento de las curvas experimentales. En la zona (b), el valor del esfuerzo se hace asintótico a un valor cercano

al promedio presentado en las curvas experimentales que mantienen un esfuerzo remanente en esta zona.

Los parámetros calibrados para la ecuación empleada en la curva de esfuerzo por fricción fueron obtenidos de forma empírica para que ésta coincida con lo expuesto en la **Figura 5-3**. Los parámetros obtenidos son los siguientes:

$$\sigma_{fric}(\varepsilon) = 25 \arctan(28 * \varepsilon - 8) + 36$$

A partir de la **Ec. 55**, **Ec. 56** y la expresión anterior, pudiéramos afirmar que:

$$f_{fric} / A_{sf} = f_{fric} * \frac{e' * B}{N * \pi * d * l} = 25 \arctan(28 * \varepsilon - 8) + 36 \quad \text{Ec. 57}$$

Sin embargo, existe una imposibilidad física para medir el área superficial de las fibras que se deslizan, para diferentes deformaciones longitudinales. Esto imposibilita la validación de lo expuesto en la **Ec. 57**. Se espera que en futuras investigaciones se establezca una metodología que permita obtener datos suficientes para validar o ajustar los parámetros de la **Ec. 57**.

En la tabla siguiente se resumen los parámetros y expresiones del modelo propuesto:

Tabla 5-1: Resumen del modelo propuesto

Modelo Teórico propuesto	$\sigma(\varepsilon) = \sigma_{ten} \frac{N * \pi * d^2}{4e' * B} + \sigma_{fric} \frac{N * \pi * d * l}{e' * B}$
Esfuerzo por tensión en fibras	$\sigma_{ten}(\varepsilon) = E\varepsilon * e^{-\left(\frac{E\varepsilon}{\beta}\right)^\alpha}$
Parámetros requeridos por tensión	$E = 2415.75MPa, \alpha = 1.3236,$ $\beta = 678.56 MPa$
Esfuerzo por fricción fibras – matriz	$\sigma_{fric}(\varepsilon)A * \arctan(B\varepsilon + C) + D$
Parámetros requeridos por fricción	$A = 25 N/mm^2, \quad B = 28, \quad C = -8,$ $D = 36 N/mm^2$

Conclusiones y recomendaciones

Conclusiones

En esta investigación se pudo observar que el comportamiento a tracción del bambú *Guadua angustifolia* se representa satisfactoriamente con un modelo de plasticidad unidimensional, cuyo parámetro de ablandamiento se obtiene mediante el modelo de probabilidad de Weibull. A pesar de la dispersión de los resultados de resistencia, es posible crear una metodología utilizando principios probabilísticos para estimar propiedades mecánicas y predecir la respuesta del material bajo cargas estáticas monotónicas y cíclicas.

En las probetas con espesor de la sección reducida menor a 1mm se observó un mecanismo común de falla de rotura de la sección transversal. En cambio, para las probetas con espesores por encima de este valor, el mecanismo de falla puede ser de deslizamiento de las fibras o por cortante paralelo a las fibras.

La función del esfuerzo de fricción entre las fibras y la matriz que ha sido incluido en el modelo presentado, permite describir satisfactoriamente la respuesta mecánica de láminas de bambú *Guadua angustifolia* posterior al esfuerzo máximo.

El esfuerzo máximo promedio es menor cuando el mecanismo de falla es rotura de la sección transversal. Esto puede deberse al poco aporte del esfuerzo de fricción entre las fibras y la matriz. Los mecanismos de falla de deslizamiento de fibras y cortante paralelo a las fibras tienen promedio de esfuerzos máximo similares.

Se pudo concluir que el módulo de elasticidad calculado para los ciclos de carga es aproximadamente igual al módulo calculado para los ciclos de descarga. Esto permite la

conclusión de que el comportamiento del material puede ser representado con un modelo de plasticidad unidimensional.

Recomendaciones

Se recomienda que para futuras investigaciones se realicen una mayor cantidad de ensayos para tener mayor confiabilidad en los resultados y por hacer una caracterización más precisa del material.


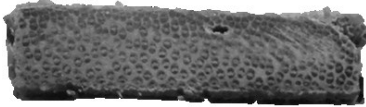




En la **Figura 4-3** se observó que la pendiente de las curvas del segundo incremento comparado con las curvas del primer incremento es menor, por lo que se prevé que existe un daño intrínseco en el material en cada incremento de carga. Es recomendable estudiar este comportamiento de manera más profunda.


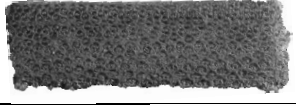
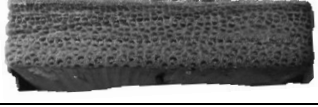
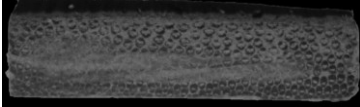
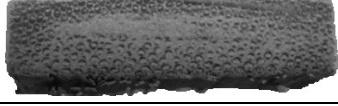
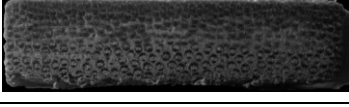
Para futuras investigaciones, se deberá realizar ensayos en los que sea posible determinar el esfuerzo de fricción entre fibras y matriz de manera experimental para validar la ecuación propuesta para este efecto en el modelo de esta investigación.

A. Anexo: Caracterización de la sección transversal

Para la caracterización de la sección transversal de las probetas se hizo un corte transversal completo cerca de la reducción y mediante imágenes digitales y el uso de programas CAD (AutoCAD), se midió el área contenida de fibras en la sección transversal reducida y su relación porcentual con el área total. En la **Tabla A-1** se muestra la imagen de la sección completa de cada probeta y el valor porcentual del área de fibras y matriz contenido en ella.

Tabla A-1: Caracterización de la sección transversal de cada probeta

PROBETA	IMAGEN	% Fibras	%Matriz
001		30.1%	69.9%
002		26.7%	76.3%
003		41.5%	58.5%
001-1		19.6%	80.4%
001-2		24.3%	75.7%
001-3		18.2%	81.8%

001-4		31.7%	68.3%
001-5		31.6%	68.4%
003-1		35.5%	64.5%
003-2		38.0%	62.0%
003-3		34.6%	65.4%
003-4		36.6%	63.4%

Con esta información se determina la fracción volumétrica de fibras k^f definida en la **Ec. 58** como la relación entre el área de fibras y el área total de la sección transversal. Otros autores (Estrada, 2016) utilizan algún software de procesamiento de imágenes para obtener este indicador y han obtenido valores entre 0.395 y 0.420, el valor promedio obtenido en esta investigación fue de 0.307.

$$k^f = \frac{A_{fibras}}{A_{total}}$$

Ec. 58

Bibliografía

- Andersons, J., Sparnins, E., Joffe, R., & Wallstrom, L. (2005). Strength distribution of elementary flax fibres. *Cposites Science and Technology*, 693 - 702.
- Arbeláez, A. (2012). Regeneración natural de la guadua (*guadua angustifolia kunt*) por activación de las yemas del rizoma. *Revista Facultad Nacional de Agronomía Medellín*, 49, 65 - 81.
- Ardila Pinilla, C. L. (2013). *Determinación de los valores de esfuerzos admisibles del bambú Guadua angustifolia Kunth del departamento de Tolima, Colombia*. Maestría thesis, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C.
- Barreto, W. M. (2003). *Evaluación de guadua laminada pegada aplicada a propuesta de reticulado plano*. Tesis pregrado, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
- Castrillón, B. M., & Malaver, D. M. (2004). *Procedimiento de ensayos para la determinación de las propiedades físico mecánicas de la guadua*. Tesis, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C.
- Cortés, J. C. (2009). *Evaluación de la influencia del tipo de pegante en el comportamiento mecánico de guadua laminada*. Tesis, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
- Cortés, J. C., & Takeuchi, C. (2010). *Transformación y producción de guadua laminada pegada prensada*. Monografía, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
- de Souza, E. A., Peric, D., & Owen, D. (2008). *Computational Methods for Plasticity*. Wiley.
- Dumar, J. (2014). *Determinación de la variación de la resistencia a flexión y módulo de elasticidad longitudinal de la Guadua Angustifolia Kunth, con el contenido de humedad*. Bogotá: Universidad Nacional de Colombia.
- Echeverry, J., & Correal, J. (2015). Cyclic behavior of Laminated Guadua Mat sheathing-to-framing connections. *Construction and building materials*, 98, 69 - 79.

- Estrada. (2010). *Extracción y caracterización mecánica de las fibras de bambú (Guadua angustifolia) para su uso potencial como refuerzo de materiales compuestos*. MSc, Universidad de los Andes.
- Estrada. (2016). *Modelo numérico micromecánico del proceso de fractura de estructuras fabricadas con bambú Guadua angustifolia*. Tesis de Doctorado, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C.
- Estrada, M., Linero, D. L., & Ramírez, F. (2013). Constitutive relationship of the fiber cluster of bamboo *Guadua angustifolia*, determined by means of a Weibull probability function and a model of progressive failure. *Mechanics of Materials*, 63, 12 - 20.
- Lopez, L. F., & Correal, J. F. (2009). Estudio exploratorio de los laminados de bambú *Guadua angustifolia* como material estructural. *Maderas, ciencia y tecnología*, 171 - 182.
- Lubliner, J. (1990). *Plasticity theory*. New York: Macmillan Publishing Company.
- Luccioni, B. (2003). *Apuntes de mecánica del daño continuo*. Apuntes de clase.
- Luna, P., Lizarazo, J., & Mariño, A. (2016). *Guadua angustifolia bamboo fibers as reinforcement of polymeric matrices: An exploratory study*. *Construction and Building Materials*, 116, 93 - 97.
- Olarte, M. (2012). *Diseño de conexiones en elementos estructurales de bambú- guadua laminada pegada prensada, para un proyecto de vivienda*. Tesis, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá.
- Oliver, J., Cervera, M., Oller, S., & Lubliner, J. (1990). Isotropic Damage Models and Smeared Crack Analysis of Concrete. (H. Bicanic, Ed.) *Sci-c computer aided analysis and desing of concrete structures*, 3195 - 3220.
- Osorio, J., Espinoza, A., & Garcia. (2009). Evaluación de las propiedades mecánicas de la estructura interna de la guadua con un modelo matemático. *Dyna*, 76, (169 - 178).
- Simo, J. (1998). *Computational Inelasticity*. Springer.
- Simó, J., & Hughes, T. (1998). *Computational Inelasticity*. New York: Springer-Verlag.
- Takeuchi, C. P. (2014). *Caracterización mecánica del bambú Guadua laminado para usos estructurales*. Tesis de Doctorado, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá D.C.

- Trujillo, D., & López, L. (2016). 13 - Bamboo material characterisation. *Nonconventional and Vernacular Construction Materials*, 365 - 392.
- Trujillo, E., Moesen, M., Osorio, L., Van Vuure, A., Ivens, J., & Verpoest, I. (2014). Bamboo fibres for reinforcement in composite materials: Strength Weibull analysis. *Composites Part A*, 61, 115-125.
- Wang, L., Cui, Y., Qin, Q., Wang, H., & Wang, J. (2016). Helical fiber pull-out in biological materials. *Acta mechanica solida sinica*, 29, 245 - 256.
- Weibull, W. (1939). *A statistical theory of the strength of materials*. Stockholm: Generalstabens litografiska anstalts förlag.