

SIMULACIÓN NUMÉRICA INELÁSTICA DE PÓRTICOS DE CONCRETO SIMPLE Y REFORZADO,  
MEDIANTE EL MÉTODO DE LOS ELEMENTOS FINITOS Y EL MÉTODO DEL EMPUJE LATERAL

Trabajo Final de Maestría presentado por:  
Orlando Vargas González

Dirigida por:  
Dorian Luis Linero Segrera, Ph.D.

Maestría en Ingeniería – Estructuras



Universidad Nacional de Colombia – Sede Bogotá  
Facultad de Ingeniería  
Departamento de Ingeniería Civil y Agrícola

Bogotá D.C  
Mayo, 2014

NOTA DE ACEPTACIÓN

---

---

---

---

---

---

---

---

FIRMA DEL DIRECTOR DE TESIS  
Ing. Dorian Luis Linero Segrera PhD.

---

FIRMA DEL JURADO  
Ing. Juan Tamasco Torres M.Sc.

---

FIRMA DEL JURADO  
Ing. Juan Manuel Lizarazo Marriaga PhD.

Bogotá D.C., 30 de Mayo de 2014

Dedicado a:

A mis padres que siempre me han  
Apoyado incondicionalmente.

A Dios que siempre me dio esa  
luz de esperanza en los momentos  
difíciles.

Al ingeniero Dorian Lineros que  
gracias a sus consejos y  
tutorías dieron fruto a este  
Trabajo.

A Lady porque sin su apoyo  
no hubiera sido posible  
realizar esta tesis.

# Agradecimientos

Mis más sinceros agradecimientos a:

- A mis padres, por su apoyo incondicional y por sus sabios consejos en el proceso de elaboración de este trabajo.
- Al ingeniero Dorian Lineros porque gracias a sus enseñanzas y dirección pude realizar esta tesis.
- A Lady Dayan quien siempre estuvo a mi lado en los momentos difíciles y a través de sus palabras me hizo salir adelante.

# Resumen

Tradicionalmente cuando se quiere conocer el comportamiento inelástico de una estructura en concreto reforzado, se hace uso del método del empuje lateral o plastificación progresiva, ya que por su sencillez de aplicación es ampliamente utilizado en problemas con elementos tipo barra y que tiene como objetivo principal dar a conocer la capacidad de la estructura en términos de desplazamientos versus la carga horizontal aplicada.

En este tipo de análisis, se debe conocer el comportamiento de los elementos en todo su rango de trabajo (elástico e inelástico), el cual es definido a partir de las relaciones momento-curvatura que dependen del acero de refuerzo suministrado en cada sección de concreto.

A través de la modelación mediante el método de los elementos finitos, algunos autores han logrado simular la respuesta en pórticos de concreto reforzado. En este trabajo se realiza la modelación numérica de pórticos sometidos a cargas horizontales, mediante el método tradicional del empuje lateral y a través del método de los elementos finitos.

Los modelos desarrollados mediante los programas comerciales Sap2000 y Ansys, han sido aplicados en dos pórticos tipo, que han sido tomados de un diseño estructural real, en los cuales se analiza el efecto de la fisuración, la fluencia del acero y el confinamiento dado por los estribos, en la respuesta estructural de estos bajo un régimen de carga horizontal. Las curvas de capacidad obtenidas mediante el método de los elementos finitos, han sido comparadas con las obtenidas al aplicar el método del empuje lateral en los mismos pórticos, discutiendo las diferencias encontradas al aplicar ambas metodologías.

Diferencias fueron encontradas al comparar las curvas de capacidad obtenidas en los pórticos estudiados, al aplicar los dos métodos expuestos en este trabajo. El rango lineal y elástico está claramente definido para ambas metodologías, aunque a partir de esta zona se evidencian las diferencias de los métodos y más aún en el rango inelástico.

Por último se presentan las conclusiones y recomendaciones para investigaciones futuras en pórticos de concreto reforzado, dando énfasis a la solución de errores por parte de la no convergencia de los modelos numéricos.

## **Palabras clave:**

Empuje lateral

Curvas de capacidad

Pórtico de concreto reforzado

Comportamiento inelástico

# Abstract

Traditionally when you want to know the inelastic behavior of a reinforced concrete structure, using the method of lateral thrust or progressive plastification, because its simplicity of application is widely used in problems with type bar elements and whose main objective is to provide to know the capability of the structure in terms of displacement versus the applied load horizontally.

In this type of analysis, you must know the behavior of the elements in all their range (elastic and inelastic), which is defined from the moment-curvature relationships depend reinforcing steel supplied in each section of concrete.

Through modeling using the finite element method, some authors have managed to simulate the response of reinforced concrete frames. This paper presents the numerical modeling of frames under horizontal loads, using the traditional method of lateral thrust and through the finite element method is performed.

Models developed using the commercial software Sap2000 and Ansys have been applied on two type frames, which are taken from an actual structural design, in which the effect of cracking is analyzed, the yielding of the steel and confinement given by stirrups in the structural response of these under a regime of horizontal loads. The capacity curves obtained by the finite element method have been compared with those obtained by applying the method of lateral thrust in the same frames and the differences in applying both methodologies are discussed.

Differences were found when comparing the capacity curves obtained in the frames studied by applying the two methods discussed in this paper. The linear elastic range is clearly defined for both methods, although this area from the differences of the methods are demonstrated and further into the inelastic range.

Finally the conclusions and recommendations for future research in reinforced concrete frames are presented, emphasizing the solution errors by the non-convergence of the numerical models.

**Keywords:**

Lateral thrust

Capacity curves

Porch of reinforced concrete

Inelastic behavior

# Índice

<b>Agradecimientos</b> .....	<b>4</b>
<b>Resumen</b> .....	<b>5</b>
<b>Abstract</b> .....	<b>6</b>
<b>Índice</b> .....	<b>7</b>
<b>Lista de Figuras</b> .....	<b>12</b>
<b>Lista de Gráficos</b> .....	<b>16</b>
<b>Lista de Tablas</b> .....	<b>20</b>
<b>Capítulo 1. Introducción</b> .....	<b>21</b>
<b>1.1 Motivación</b> .....	<b>21</b>
<b>1.2 Antecedentes</b> .....	<b>23</b>
<b>1.3 Objetivos</b> .....	<b>27</b>
<b>1.4 Justificación</b> .....	<b>27</b>
<b>1.5 Metodología</b> .....	<b>28</b>
<b>Capítulo 2. Método de la plastificación progresiva</b> .....	<b>31</b>
<b>2.1 Introducción</b> .....	<b>31</b>
<b>2.2 Propósito del análisis estático no lineal (Pushover)</b> .....	<b>34</b>
<b>2.3 Antecedentes del análisis estático no lineal (Pushover)</b> .....	<b>35</b>
<b>2.4 Definición y características</b> .....	<b>38</b>
2.4.1 Limitaciones del método del empuje lateral .....	39
<b>2.5 El método de la plastificación progresiva</b> .....	<b>40</b>
2.5.1 Patrones de carga lateral .....	40
<b>2.6 Comportamiento de los materiales</b> .....	<b>41</b>
2.6.1 Concreto inconfinado .....	41
2.6.2 Concreto confinado .....	43
2.6.3 Acero de refuerzo .....	45
<b>2.7 Comportamiento no lineal de los elementos</b> .....	<b>46</b>
2.7.1 Relación momento-curvatura .....	47
2.7.2 Esquema general para un diagrama momento-curvatura .....	48
2.7.3 Expresiones aproximadas .....	49
2.7.3.1 Vigas simplemente armadas .....	49

2.7.3.2	Vigas doblemente armadas .....	50
2.7.3.3	Columnas .....	50
2.7.4	Relaciones momento-curvatura para diferentes comportamientos del material.....	52
2.7.4.1	Relación momento-curvatura material elasto-plástico perfecto .....	52
2.7.4.2	Relación momento-curvatura para material elasto-plástico con caída de resistencia 53	
2.7.4.3	Relación momento-curvatura para material con endurecimiento y caída de resistencia .....	53
2.7.5	Método de las dovelas o de las fibras.....	54
2.7.6	Rotulas plásticas.....	55
<b>2.8</b>	<b><i>Análisis no lineal con modelo elastoplastico .....</i></b>	<b>56</b>
<b>2.9</b>	<b><i>Capacidad estructural.....</i></b>	<b>58</b>
2.9.1	Modelo bilineal .....	58
<b>2.10</b>	<b><i>Niveles de desempeño .....</i></b>	<b>58</b>
2.10.1	Comité VISION 2000.....	59
2.10.2	Propuesta ATC-40 .....	60
2.10.2.1	Niveles para elementos estructurales .....	60
2.10.2.2	Niveles para elementos no estructurales .....	61
2.10.2.3	Niveles para estructuras .....	62
2.10.3	Propuesta FEMA 273.....	63
2.10.3.1	Niveles de desempeño de elementos no estructurales .....	64
2.10.4	Niveles de desempeño en rotulas plásticas .....	65
<b>Capítulo 3. Características de los materiales .....</b>		<b>69</b>
<b>3.1</b>	<b><i>Concreto. ....</i></b>	<b>69</b>
3.1.1	Comportamiento del concreto ante esfuerzos uniaxiales .....	69
3.1.2	Modelos de fisura .....	71
3.1.3	Modelos de rotura de materiales cuasi-frágiles .....	71
3.1.4	Modelos de fisuración en banda o fisura cohesiva difusa .....	72
3.1.5	Relación esfuerzo–deformación a compresión uniaxial del concreto .....	73
3.1.6	Relación esfuerzo–deformación a tensión uniaxial del concreto .....	75
3.1.7	Criterio de fractura para el concreto modelo de William – Warnke .....	76
<b>3.2</b>	<b><i>Acero. ....</i></b>	<b>80</b>
3.2.1	Relación a tensión uniaxial del acero.....	80
3.2.2	Modelos de plasticidad .....	81
3.2.2.1	Modelo elastoplastico .....	81
3.2.2.2	Criterio de plastificación .....	82
3.2.2.3	Regla de flujo .....	83
3.2.2.4	Regla de endurecimiento o ablandamiento .....	83
3.2.3	Relación esfuerzo-deformación del acero .....	84
3.2.4	Criterio de plastificación del material .....	85

<b>Capítulo 4. Técnicas de solución no lineal y relaciones constitutivas .....</b>	<b>89</b>
<b>4.1</b> <b>El análisis no lineal.....</b>	<b>89</b>
<b>4.2</b> <b>Método de los elementos finitos para solución de problemas no lineales .....</b>	<b>90</b>
<b>4.3</b> <b>Método de Newton-Raphson.....</b>	<b>91</b>
<b>4.4</b> <b>Relaciones constitutivas .....</b>	<b>92</b>
4.4.1 Relación constitutiva para el concreto simple.....	93
4.4.2 Relación constitutiva para el acero .....	96
4.4.3 Relación constitutiva para el concreto reforzado.....	98
<b>4.5</b> <b>Adherencia entre el concreto y el acero de refuerzo.....</b>	<b>99</b>
4.5.1 Comportamiento de la adherencia.....	99
<b>Capítulo 5. Simulación numérica inelástica de pórticos en concreto reforzado mediante el método de plastificación progresiva.....</b>	<b>101</b>
<b>5.1</b> <b>Resumen de los análisis realizados mediante el método de plastificación progresiva.     </b>	<b>101</b>
<b>5.2</b> <b>Análisis de pórticos planos en concreto reforzado mediante el método de plastificación progresiva. ....</b>	<b>101</b>
5.2.1 Geometría Global de la estructura .....	102
<b>5.3</b> <b>Pórtico plano de un único vano.....</b>	<b>103</b>
5.3.1 Geometría pórtico plano de un único vano.....	103
5.3.2 Análisis elástico pórtico de un solo vano.....	104
5.3.3 Análisis inelástico pórtico de un solo vano.....	105
5.3.3.1 Relaciones momento-curvatura en secciones de concreto reforzado.....	107
5.3.4 Curvas de capacidad mediante el método de plastificación progresiva .....	110
<b>5.4</b> <b>Pórtico plano de un único vano con adición de muro estructural .....</b>	<b>120</b>
5.4.1 Geometría pórtico plano de un único vano con adición de muro estructural .....	121
5.4.2 Curvas de capacidad mediante el método de plastificación progresiva .....	121
<b>5.5</b> <b>Pórtico plano de 3x3 vanos.....</b>	<b>126</b>
5.5.1 Geometría pórtico plano de 3x3 vanos .....	126
5.5.2 Análisis inelástico pórtico de 3x3 vanos .....	127
5.5.2.1 Relaciones momento-curvatura en secciones de concreto reforzado.....	129
5.5.3 Curvas de capacidad mediante el método de plastificación progresiva .....	134
<b>5.6</b> <b>Pórtico plano de 3x3 vanos con adición de muro estructural .....</b>	<b>143</b>
5.6.1 Geometría pórtico plano de 3x3 vanos con adición de muro estructural.....	143
5.6.2 Curvas de capacidad mediante el método de plastificación progresiva .....	144
<b>Capítulo 6. Simulación numérica inelástica de pórticos en concreto reforzado mediante el método de los elementos finitos. ....</b>	<b>151</b>

<b>6.1</b>	<b><i>Resumen de los análisis realizados mediante el método de los elementos finitos.</i></b>	
	<b>151</b>	
<b>6.2</b>	<b><i>Análisis de un pórtico plano de un único vano.....</i></b>	<b>151</b>
6.2.1	Análisis elástico de un pórtico de un solo vano .....	151
6.2.1.1	Elementos finitos y discretización .....	152
6.2.1.2	Geometría.....	152
6.2.1.3	Condiciones de borde .....	153
6.2.1.4	Aplicación de carga y análisis lineal elástico.....	154
6.2.1.5	Análisis de resultados .....	155
6.2.2	Análisis inelástico pórtico de un solo vano en concreto simple .....	159
6.2.2.1	Materiales.....	159
6.2.2.2	Elemento finito y enmallado .....	160
6.2.2.3	Geometría.....	161
6.2.2.4	Aplicación de cargas y análisis no lineal .....	162
6.2.2.5	Análisis de resultados .....	163
6.2.3	Análisis inelástico pórtico de un solo vano en concreto con refuerzo longitudinal .....	172
6.2.3.1	Geometría.....	173
6.2.3.2	Elemento finito y enmallado .....	174
6.2.3.3	Comportamiento del concreto simple.....	175
6.2.3.4	Comportamiento del acero de refuerzo.....	176
6.2.3.5	Representación del refuerzo a partir de constantes reales.....	176
6.2.3.6	Aplicación de cargas y análisis no lineal .....	177
6.2.3.7	Análisis de resultados .....	177
6.2.4	Análisis inelástico pórtico de un solo vano en concreto con refuerzo longitudinal y transversal .....	183
6.2.4.1	Representación del refuerzo a partir de constantes reales.....	183
6.2.4.2	Aplicación de cargas y análisis no lineal .....	184
6.2.4.3	Análisis de resultados .....	184
6.2.5	Modelo inelástico pórtico de un solo vano en concreto con refuerzo longitudinal, transversal y adición de muro estructural.....	194
6.2.5.1	Representación del refuerzo a partir de constantes reales.....	195
6.2.5.2	Aplicación de cargas y análisis no lineal .....	196
6.2.5.3	Análisis de resultados .....	196
6.2.6	Comparación de las curvas de capacidad en el pórtico plano de un único vano sin y con adición de muro estructural. ....	203
<b>6.3</b>	<b><i>Análisis de un pórtico plano de 3x3 vanos.....</i></b>	<b>204</b>
6.3.1	Análisis inelástico de un pórtico de 3x3 vanos en concreto simple.....	204
6.3.1.1	Materiales.....	205
6.3.1.2	Elemento finito y enmallado .....	205
6.3.1.3	Geometría.....	206
6.3.1.4	Aplicación de cargas y análisis no lineal .....	206
6.3.1.5	Análisis de resultados .....	207
6.3.2	Modelo inelástico pórtico 3x3 vanos en concreto con refuerzo longitudinal .....	215

6.3.2.1	Geometría .....	216
6.3.2.2	Elemento finito y enmallado .....	218
6.3.2.3	Comportamiento del concreto simple .....	218
6.3.2.4	Comportamiento del acero de refuerzo .....	218
6.3.2.5	Representación del refuerzo a partir de constantes reales .....	219
6.3.2.6	Aplicación de cargas y análisis no lineal.....	219
6.3.2.7	Análisis de resultados.....	220
6.3.3	Modelo inelástico pórtico de 3x3 vanos en concreto con refuerzo longitudinal y transversal.....	226
6.3.3.1	Representación del refuerzo a partir de constantes reales .....	226
6.3.3.2	Aplicación de cargas y análisis no lineal.....	227
6.3.3.3	Análisis de resultados.....	227
6.3.4	Modelo inelástico pórtico de 3x3 vanos en concreto con refuerzo longitudinal, transversal y adición de muro estructural .....	243
6.3.4.1	Representación del refuerzo a partir de constantes reales .....	244
6.3.4.2	Aplicación de cargas y análisis no lineal.....	244
6.3.4.3	Análisis de resultados.....	244
6.3.5	Comparación de las curvas de capacidad en el pórtico plano de 3x3 vanos sin y con adición de muro estructural.....	254
<b>Capítulo 7. Comparación de las curvas de capacidad obtenidas.....</b>		<b>257</b>
<b>7.1</b>	<b>Pórtico plano de un único vano.....</b>	<b>257</b>
7.1.1	Pórtico plano de un único vano sin adición de muro estructural.....	257
7.1.2	Pórtico plano de un único vano con adición de muro estructural .....	258
<b>7.2</b>	<b>Pórtico plano de 3x3 vanos.....</b>	<b>260</b>
7.2.1	Pórtico plano de 3x3 vanos sin adición de muro estructural .....	260
7.2.2	Pórtico plano de 3x3 vanos con adición de muro estructural .....	261
<b>Capítulo 8. Conclusiones y recomendaciones.....</b>		<b>263</b>
<b>8.1</b>	<b>Conclusiones.....</b>	<b>263</b>
<b>8.2</b>	<b>Recomendaciones.....</b>	<b>266</b>
<b>Referencias .....</b>		<b>267</b>

# Lista de Figuras

<b>Figura 1.1.</b> Curva Pushover de una estructura. ....	22
<b>Figura 2.1.</b> Características para la curva cortante-desplazamiento de un sistema de varios grados de libertad y su sistema equivalente de un solo grado de libertad. ....	36
<b>Figura 2.2.</b> Cortante basal vs desplazamiento de la cubierta.....	37
<b>Figura 2.3.</b> Esquema general análisis estático no lineal.....	38
<b>Figura 2.4.</b> Materiales del modelo matemático de Mander.....	41
<b>Figura 2.5.</b> Modelos constitutivos para el concreto no confinado.....	48
<b>Figura 2.6.</b> Modelos constitutivos para el acero de refuerzo. ....	48
<b>Figura 2.7.</b> Puntos generales diagrama Momento-curvatura.....	49
<b>Figura 2.8.</b> Relación momento-curvatura para un material con comportamiento elasto-plástico perfecto.....	52
<b>Figura 2.9.</b> Relación momento-curvatura para un material con comportamiento elasto-plástico con caída de resistencia.....	53
<b>Figura 2.10.</b> Relación momento-curvatura para un material con comportamiento bilineal Atc-40. ....	54
<b>Figura 2.11.</b> Diagrama momento-curvatura modelo elastoplastico. ....	56
<b>Figura 2.12.</b> Condiciones de trabajo de un elemento. ....	57
<b>Figura 2.13.</b> Modelo de diagrama momento-curvatura para diferentes niveles de desempeño.....	65
<b>Figura 3.1.</b> Curva típica esfuerzo-deformación a compresión y tensión en el concreto. (Bangash 1989) .....	69
<b>Figura 3.2.</b> Modos de fractura: a) Modo I o de Abertura b) Modo II o de deslizamiento c) Modo III o de desgarre (Oller 2001) .....	70
<b>Figura 3.3.</b> Evolución de la zona en proceso de fractura.....	71
<b>Figura 3.4.</b> Curva esfuerzo-deformación con ablandamiento.....	73
<b>Figura 3.5.</b> Relación simplificada esfuerzo deformación a la compresión uniaxial del concreto simple.....	74
<b>Figura 3.6.</b> Relación simplificada esfuerzo deformación a la compresión uniaxial del concreto simple usada en este estudio. ....	75
<b>Figura 3.7.</b> Relación esfuerzo-deformación del concreto a tensión uniaxial. ....	75
<b>Figura 3.8.</b> Superficie de falla para el concreto en estados biaxial y triaxial William – Warnke.....	76
<b>Figura 3.9.</b> Relación esfuerzo-deformación del acero. ....	80
<b>Figura 3.10.</b> Relación esfuerzo-deformación de material bilineal isótropo.....	82
<b>Figura 3.11.</b> Superficies de plastificación. ....	83
<b>Figura 3.12.</b> Endurecimiento isótropo. ....	84
<b>Figura 3.13.</b> Modelos multilineales para relación esfuerzo-deformación del acero.....	84
<b>Figura 3.14.</b> Superficie de plastificación de Von Mises.....	88
<b>Figura 4.1.</b> Representación esquemática del dominio global y su subdivisión en dominios locales.....	91
<b>Figura 4.2.</b> Representación gráfica del método Newton-Raphson.....	92
<b>Figura 4.3.</b> Ejes locales en un punto material. Primera fisura. ....	93
<b>Figura 4.4.</b> Relación esfuerzo-deformación a tensión del concreto simple. ....	95
<b>Figura 4.5.</b> Fisuración en dos planos ortogonales. ....	95

<b>Figura 4.6.</b> Fisuración en los 3 planos ortogonales. ....	96
<b>Figura 4.7.</b> Modelo de plasticidad unidimensional. ....	97
<b>Figura 4.8.</b> Orientación del refuerzo discreto en el elemento finito. ....	99
<b>Figura 4.9.</b> Relación esfuerzo-deslizamiento para problemas en condición plana de esfuerzos. ....	100
<b>Figura 5.1.</b> Geometría general de la bodega. ....	102
<b>Figura 5.2.</b> Geometría en planta pórtico plano de un solo vano. ....	103
<b>Figura 5.3.</b> Geometría en alzado pórtico plano de un solo vano. ....	104
<b>Figura 5.4.</b> Carga lateral pórtico plano de un solo vano. ....	105
<b>Figura 5.5.</b> Diagrama de momento flector y deformada del pórtico plano de un único vano. ....	105
<b>Figura 5.6.</b> Detalle acero de refuerzo longitudinal y transversal para la Viga 204. ....	106
<b>Figura 5.7.</b> Detalle acero de refuerzo longitudinal y transversal para las Columnas D1 y E1. ....	107
<b>Figura 5.8.</b> Nudo de control del pórtico plano único vano. ....	111
<b>Figura 5.9.</b> Rotulación portico plano 1 vano M- $\phi$ elasto-plástico perfecto. ....	112
<b>Figura 5.10.</b> Diagrama de momento flector portico plano 1 unico vano M.E.P.P. a) Paso de carga numero 3, b) paso de carga numero 8. ....	113
<b>Figura 5.11.</b> Rotulación portico plano 1 vano comportamiento M- $\phi$ elasto-plástico con caída de resistencia. ....	116
<b>Figura 5.12.</b> Diagrama de momento flector portico plano 1 unico vano M.E.P.C.R. a) Paso de carga numero 1, b) Paso de carga numero 10, c) Paso de carga numero 12. ....	117
<b>Figura 5.13.</b> Rotulación portico plano 1 vano comportamiento M- $\phi$ de sobre-resistencia con caída de resistencia. ....	119
<b>Figura 5.14.</b> Diagrama de momento flector portico plano 1 unico vano M.E.D.C.R. a) Paso de carga numero 8, b) Paso de carga numero 9, c) Paso de carga numero 13. ....	119
<b>Figura 5.15.</b> Geometria portico unico vano con adición de muro estructural. a) Planta general, b) Alzado general. ....	121
<b>Figura 5.16.</b> Nudo de control pórtico plano único vano con adición de muro estructural. ....	122
<b>Figura 5.17.</b> Diagrama de esfuerzos $\sigma_{22}$ en cada paso de carga capa de concreto. ....	124
<b>Figura 5.18.</b> Diagrama de esfuerzos $\sigma_{22}$ en cada paso de carga capa de acero de refuerzo (longitudinal). ....	125
<b>Figura 5.19.</b> Geometría en planta pórtico plano de 3x3 vanos. ....	126
<b>Figura 5.20.</b> Geometría en alzado pórtico plano de un solo vano. ....	126
<b>Figura 5.21.</b> Detalle acero de refuerzo longitudinal y transversal para vigas. a) Detalle Viga 204 y 306, b) Detalle Viga 407. ....	127
<b>Figura 5.22.</b> Detalle acero de refuerzo longitudinal y transversal para las Columnas C1, D1, E1 y F1. ....	128
<b>Figura 5.23.</b> Nudo de control del pórtico plano 3x3 vanos. ....	134
<b>Figura 5.24.</b> Rotulación portico plano 3x3 vanos M- $\phi$ elasto-plástico perfecto. ....	136
<b>Figura 5.25.</b> Rotulación pórtico plano 3x3 vanos M- $\phi$ elasto-plástico con caída de resistencia. ....	138
<b>Figura 5.26.</b> Rotulación portico 3x3 vanos M- $\phi$ de sobre-resistencia con caída de resistencia. ....	141
<b>Figura 5.27.</b> Geometria portico 3x3 vanos con adición de muro estructural. a) Planta general, b) Alzado general. ....	143
<b>Figura 5.28.</b> Nudo de control pórtico plano 3x3 vanos con adición de muro estructural. ....	144
<b>Figura 5.29.</b> Rotulación en elementos tipo barra portico plano 3x3 vanos con adición de muro estructural. ....	146

<b>Figura 5.30.</b> Diagrama de esfuerzos $\sigma_{22}$ portico 3x3 vanos en cada paso de carga capa de concreto.	147
<b>Figura 5.31.</b> Diagrama de esfuerzos $\sigma_{22}$ portico 3x3 vanos en cada paso de carga capa de acero. ..	149
<b>Figura 6.1.</b> Solid185 3D (Ansys 14.5).	152
<b>Figura 6.2.</b> Dimensiones del pórtico modelado (m).	153
<b>Figura 6.3.</b> Restricciones de desplazamiento laterales en el medio pórtico modelado a) vista en 3D b) plano yz.	154
<b>Figura 6.4.</b> Aplicación de vectores de cargas en la platina.	154
<b>Figura 6.5.</b> Ubicación y numeración de nodos del pórtico.	155
<b>Figura 6.6.</b> Deformada general del pórtico.	155
<b>Figura 6.7.</b> Diagrama de esfuerzos en el pórtico, a) Esfuerzos $\sigma_{xx}$ y b) Esfuerzos $\sigma_{yy}$ .	156
<b>Figura 6.8.</b> Numeración de los nodos de la viga, a) Extremo inicial y b) Extremo final.	156
<b>Figura 6.9.</b> Numeración de los nodos de la columna, a) Extremo inferior y b) Extremo superior.	158
<b>Figura 6.10.</b> Curva esfuerzo-deformación del concreto simple a tensión uniaxial.	160
<b>Figura 6.11.</b> Curva esfuerzo-deformación uniaxial del acero.	160
<b>Figura 6.12.</b> Elemento finito Solid65, Ansys.	161
<b>Figura 6.13.</b> Simplificación geométrica del pórtico. a) Vista 3D. b) Vista superior nudo superior.	162
<b>Figura 6.14.</b> Primeras fisuras al superar el rango elástico del material. a) Viga superior extremo inicial y b) Columna extremo inferior.	166
<b>Figura 6.15.</b> Convención de la fisuración del concreto en el interior del EF durante la aplicación de carga al pórtico. a), b) y c) Esquema de fisuración en los planos ortogonales d), e) y f) Representación del daño en el EF g), h) e i) Esfuerzo principal que produce la fisuración.	169
<b>Figura 6.16.</b> Deformación ultima y fisuración del pórtico para el último paso de carga aplicado (Punto D).	171
<b>Figura 6.17.</b> Detalle refuerzo longitudinal y trasversal. a) Viga 204, b) Columnas D1, E1.	172
<b>Figura 6.18.</b> Representación del refuerzo. a) Medio pórtico modelado, b) Vista superior nudo izquierdo medio pórtico, c) Detallado del refuerzo longitudinal en el pórtico.	173
<b>Figura 6.19.</b> Distribución del refuerzo longitudinal en la Viga 204 en la simplificación geométrica del modelo.	173
<b>Figura 6.20.</b> Distribución del refuerzo longitudinal en las Columnas D1, E1 para la simplificación geométrica del modelo.	174
<b>Figura 6.21.</b> Elemento finito Link180 usado para la modelación del acero.	174
<b>Figura 6.22.</b> Relación bilineal esfuerzo-deformación del acero.	176
<b>Figura 6.23.</b> Definición de áreas de refuerzo en el modelo numérico.	176
<b>Figura 6.24.</b> Ubicación y numeración de nodos del pórtico.	177
<b>Figura 6.25.</b> Tipos de fisuras en el modelo numérico. a) Fisuras por Flexión, b) Fisuras por esfuerzos de compresión.	180
<b>Figura 6.26.</b> Definición de áreas de refuerzo en el modelo numérico.	183
<b>Figura 6.27.</b> Tipos de fisuras en el modelo numérico. a) Fisuras por Flexión, b) Fisuras por esfuerzos de compresión.	187
<b>Figura 6.28.</b> Numeración de flejes a cortante en columna D1. a) Estribo exterior, b) Estribo interior.	190
<b>Figura 6.29.</b> Numeración de flejes a cortante Viga 204.	191
<b>Figura 6.30.</b> Geometria portico unico vano con adición de muro estructural. a) Planta general, b) Alzado general.	195

<b>Figura 6.31.</b> Definición de áreas de refuerzo en el modelo numérico.....	196
<b>Figura 6.32.</b> Tipos de fisuras en el modelo numérico. a) Fisuras por Flexión, b) Fisuras por esfuerzos de compresión, c) Fisuras por esfuerzos cortantes.....	200
<b>Figura 6.33.</b> Numeración de flejes a cortante en columna D1. a) Estribo exterior, b) Estribo interior. ....	201
<b>Figura 6.34.</b> Numeración de flejes a cortante Viga 204 con adición de muro estructural. ....	202
<b>Figura 6.35.</b> Simplificación geométrica del pórtico de 3x3 vanos. a) Vista 3D. b) Vista superior nudo superior.....	206
<b>Figura 6.36.</b> Primeras fisuras al superar el rango elástico del material. a) Viga 204 extremo inicial, b) Nudo Viga 204 y Columna D1, c) Columna C1 extremo inicial. ....	209
<b>Figura 6.37.</b> Deformación ultima y fisuración del pórtico de 3x3 vanos para el último paso de carga aplicado (Punto D). ....	215
<b>Figura 6.38.</b> Detalle acero de refuerzo longitudinal y transversal para vigas. a) Detalle Viga 204 y 306, b) Detalle Viga 407, c) Detalle columnas C1, D1, E1 y F1. ....	216
<b>Figura 6.39.</b> Representación del refuerzo. c) Detallado del refuerzo longitudinal en el pórtico. ....	216
<b>Figura 6.40.</b> Distribución del refuerzo longitudinal en la Viga 204 y Viga 306 en la simplificación geométrica del modelo.....	217
<b>Figura 6.41.</b> Distribución del refuerzo longitudinal en la Viga 407 en la simplificación geométrica del modelo.....	217
<b>Figura 6.42.</b> Distribución del refuerzo longitudinal en las Columnas C1, D1, E1 y F1 para la simplificación geométrica del modelo. ....	217
<b>Figura 6.43.</b> Ubicación y numeración de nodos del pórtico 3x3 vanos. ....	219
<b>Figura 6.44.</b> Propagación de la fisuración en el modelo numérico. Vista de la fisuración en el nudo Viga 204 y Columna D1.....	224
<b>Figura 6.45.</b> Definición de áreas de refuerzo en el modelo numérico. ....	227
<b>Figura 6.46.</b> Propagación de la fisuración en el modelo numérico. Vista de la fisuración en el nudo Viga 204 y Columna D1.....	231
<b>Figura 6.47.</b> Numeración de flejes a cortante en las columnas C1 y D1. a) Estribo exterior, b) Estribo interior. ....	233
<b>Figura 6.48.</b> Numeración de flejes a cortante en vigas del pórtico de 3x3 vanos. a) Numeración estribos Vigas 204 y 306, b) Numeración estribos Viga 407. ....	235
<b>Figura 6.49.</b> Geometría portico 3x3 vanos con adición de muro estructural. ....	243
<b>Figura 6.50.</b> Tipos de fisuras en el modelo numérico. a) Fisuras por Flexión, b) Fisuras por esfuerzos de compresión, c) Fisuras por esfuerzos cortantes.....	249
<b>Figura 6.51.</b> Numeración de flejes a cortante en columna C1 y D1. a) Estribo exterior, b) Estribo interior. ....	250

## Lista de Gráficos

<b>Grafica 2.1.</b> Relación constitutiva material concreto confinado. ....	43
<b>Grafica 2.2.</b> Relación constitutiva material concreto confinado. ....	45
<b>Grafica 2.3.</b> Relación constitutiva material acero de refuerzo. ....	46
<b>Grafica 5.1.</b> Relaciones momento-curvatura Viga 204. a) Momento negativo, b) Momento positivo. ....	108
<b>Grafica 5.2.</b> Relaciones momento-curvatura Columnas D1 y E1. a) Momento negativo, b) Momento positivo.....	108
<b>Grafica 5.3.</b> Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico perfecto Viga 204. a) Momento negativo, b) Momento positivo. ....	108
<b>Grafica 5.4.</b> Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico perfecto Columnas D1 y E1. a) Momento negativo, b) Momento positivo. ....	109
<b>Grafica 5.5.</b> Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico con caída de resistencia Viga 204. a) Momento negativo, b) Momento positivo.....	109
<b>Grafica 5.6.</b> Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico perfecto con caída de resistencia Columnas D1 y E1. a) Momento negativo, b) Momento positivo. ....	109
<b>Grafica 5.7.</b> Relaciones momento-curvatura comportamiento de sobre-resistencia y caída de resistencia Viga 204. a) Momento negativo, b) Momento positivo.....	110
<b>Grafica 5.8.</b> Relaciones momento-curvatura comportamiento de sobre-resistencia y caída de resistencia Columnas D1 y E1. a) Momento negativo, b) Momento positivo. ....	110
<b>Grafica 5.9.</b> Curva de capacidad pórtico plano 1 vano comportamiento $M-\varphi$ elasto-plástico perfecto. ....	111
<b>Grafica 5.10.</b> Curva de capacidad pórtico plano 1 vano comportamiento $M-\varphi$ elasto-plástico con caída de resistencia. ....	114
<b>Grafica 5.11.</b> Curva de capacidad pórtico plano 1 vano comportamiento $M-\varphi$ sobre-resistencia con caída de resistencia.....	117
<b>Grafica 5.12.</b> Curvas de capacidad pórtico un único vano para diferentes definiciones de rotula plástica.....	120
<b>Grafica 5.13.</b> Curva de capacidad pórtico plano 1 vano con adición de muro estructural.....	123
<b>Grafica 5.14.</b> Relaciones momento-curvatura Viga 204 y Viga 306. a) Momento negativo, b) Momento positivo.....	130
<b>Grafica 5.15.</b> Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico perfecto Viga 204 y Viga 306. a) Momento negativo, b) Momento positivo.....	130
<b>Grafica 5.16.</b> Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico con caída de resistencia Viga 204 y Viga 306. a) Momento negativo, b) Momento positivo.....	130
<b>Grafica 5.17.</b> Relaciones momento-curvatura comportamiento de sobre-resistencia y caída de resistencia Viga 204 y Viga 306. a) Momento negativo, b) Momento positivo.....	131
<b>Grafica 5.18.</b> Relaciones momento-curvatura Viga 407. a) Momento negativo, b) Momento positivo. ....	131
<b>Grafica 5.19.</b> Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico perfecto Viga 407. a) Momento negativo, b) Momento positivo. ....	131

<b>Grafica 5.20.</b> Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico con caída de resistencia Viga 407. a) Momento negativo, b) Momento positivo. ....	132
<b>Grafica 5.21.</b> Relaciones momento-curvatura comportamiento de sobre-resistencia y caída de resistencia Viga 407. a) Momento negativo, b) Momento positivo. ....	132
<b>Grafica 5.22.</b> Relaciones momento-curvatura Columnas C1, D1, E1 y F1. a) Momento negativo, b) Momento positivo. ....	132
<b>Grafica 5.23.</b> Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico perfecto Columnas C1, D1, E1 y F1. a) Momento negativo, b) Momento positivo. ....	133
<b>Grafica 5.24.</b> Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico perfecto con caída de resistencia Columnas C1, D1, E1 y F1. a) Momento negativo, b) Momento positivo. ....	133
<b>Grafica 5.25.</b> Relaciones momento-curvatura comportamiento de sobre-resistencia y caída de resistencia Columnas C1, D1, E1 y F1. a) Momento negativo, b) Momento positivo. ....	133
<b>Grafica 5.26.</b> Curva de capacidad pórtico plano 3x3 vanos comportamiento $M-\phi$ elasto-plástico perfecto. ....	135
<b>Grafica 5.27.</b> Curva de capacidad pórtico plano 3x3 vanos comportamiento $M-\phi$ elasto-plástico con caída de resistencia. ....	137
<b>Grafica 5.28.</b> Curva de capacidad pórtico plano 3x3 vanos comportamiento $M-\phi$ sobre-resistencia con caída de resistencia. ....	140
<b>Grafica 5.29.</b> Curvas de capacidad pórtico de 3x3 vanos para diferentes definiciones de rotula plástica. ....	143
<b>Grafica 5.30.</b> Curva de capacidad pórtico plano 3x3 vanos con adición de muro estructural. ....	145
<b>Grafica 6.1.</b> Curva esfuerzo-deformación en la viga extremo inicial. ....	157
<b>Grafica 6.2.</b> Curva esfuerzo-deformación en la viga extremo final. ....	157
<b>Grafica 6.3.</b> Curva esfuerzo-deformación en la columna extremo inferior. ....	158
<b>Grafica 6.4.</b> Curva esfuerzo-deformación en la columna extremo superior. ....	159
<b>Grafica 6.5.</b> Curva de respuesta del pórtico en concreto simple. ....	163
<b>Grafica 6.6.</b> Estado de esfuerzos en dirección x y y. a) Curva esfuerzo-deformación en Viga 204 extremo inicial, b) Curva esfuerzo-deformación en Viga 204 extremo final, c) Curva esfuerzo-deformación en Columna D1 extremo inferior y d) Curva esfuerzo-deformación en Columna D1 extremo superior. ....	164
<b>Grafica 6.7.</b> Evolución del esfuerzo en dirección x V204 y fisuración del pórtico. ....	167
<b>Grafica 6.8.</b> Evolución del esfuerzo en dirección y Columna D1 y fisuración del pórtico. ....	167
<b>Grafica 6.9.</b> Evolución de los esfuerzos durante la aplicación de cargas al pórtico en la viga superior. (EF 2359 asociado al punto de integración 2674) ....	168
<b>Grafica 6.9.</b> Evolución de los esfuerzos durante la aplicación de cargas al pórtico en la columna inicial. (EF 1369 asociado al punto de integración 1329) ....	168
<b>Grafica 6.11.</b> Relación simplificada esfuerzo deformación a la compresión uniaxial del concreto simple usada en este estudio. ....	175
<b>Grafica 6.12.</b> Curva de capacidad pórtico con refuerzo longitudinal. a) Comportamiento elástico, b) Comportamiento general. ....	178
<b>Grafica 6.13.</b> Esfuerzos uniaxiales en las barras longitudinales a tensión y compresión (MPa). a) Esfuerzos Columna D1, b) Esfuerzos Viga 204. ....	179
<b>Grafica 6.14.</b> Curva de capacidad pórtico con refuerzo longitudinal y transversal. a) Comportamiento elástico, b) Comportamiento general. ....	185

<b>Grafica 6.15.</b> Esfuerzos uniaxiales en las barras longitudinales a tensión y compresión (MPa). a) Esfuerzos Columna D1, b) Esfuerzos Viga 204. ....	186
<b>Grafica 6.16.</b> Estado de esfuerzos en refuerzo transversal columna D1. ....	190
<b>Grafica 6.17.</b> Estado de esfuerzos en refuerzo transversal Viga 204. ....	191
<b>Grafica 6.18.</b> Diagrama de esfuerzos axiales en sección trasversal de elementos. a) Zona elástica Viga 204, b) Zona elástica Columna D1, c) Zona elástica con agrietamiento Viga 204, d) Zona inelástica Viga 204, e) Zona elástica con agrietamiento Columna D1, f) Zona inelástica Columna D1. ....	194
<b>Grafica 6.19.</b> Curva de capacidad pórtico con refuerzo longitudinal y transversal y adición de muro estructural. a) Comportamiento elástico, b) Comportamiento inelástico. ....	197
<b>Grafica 6.20.</b> Esfuerzos uniaxiales en las barras longitudinales a tensión y compresión (MPa). a) Esfuerzos Columna D1, b) Esfuerzos Viga 204 c) Esfuerzos Muro barras iniciales, d) Esfuerzos Muro barras finales. ....	199
<b>Grafica 6.21.</b> Estado de esfuerzos en refuerzo transversal columna D1 al incluir muro. ....	202
<b>Grafica 6.22.</b> Estado de esfuerzos en refuerzo transversal Viga 204 con adición de muro. ....	203
<b>Grafica 6.23.</b> Curvas de capacidad pórtico único vano. a) Sin adición de muro estructural. ....	204
<b>Grafica 6.24.</b> Curva de respuesta del pórtico 3x3 vanos en concreto simple. ....	207
<b>Grafica 6.25.</b> Estado de esfuerzos en dirección x y y paso de carga número 5. a) Curva esfuerzo-deformación en Viga 204 extremo inicial, b) Curva esfuerzo-deformación en Viga 204 extremo final, c) Curva esfuerzo-deformación en Columna C1 extremo inferior y d) Curva esfuerzo-deformación en Columna C1 extremo superior. ....	208
<b>Grafica 6.26.</b> Evolución del esfuerzo en dirección x V204 y fisuración del pórtico. ....	211
<b>Grafica 6.27.</b> Evolución del esfuerzo en dirección x V306 y fisuración del pórtico. ....	211
<b>Grafica 6.28.</b> Evolución del esfuerzo en dirección Columna C1 y y fisuración del pórtico. ....	212
<b>Grafica 6.29.</b> Evolución del esfuerzo en dirección Columna D1 y y fisuración del pórtico. ....	212
<b>Grafica 6.30.</b> Evolución de los esfuerzos durante la aplicación de cargas al pórtico en la Viga 204. (EF 2814 asociado al punto de integración 2673) ....	213
<b>Grafica 6.32.</b> Evolución de los esfuerzos durante la aplicación de cargas al pórtico en la Columna C1. (EF 1376 asociado al punto de integración 1329).....	214
<b>Grafica 6.33.</b> Evolución de los esfuerzos durante la aplicación de cargas al pórtico en la Columna D1. (EF 5151 asociado al punto de integración 7335).....	214
<b>Grafica 6.34.</b> Curva de capacidad pórtico 3x3 vanos con refuerzo longitudinal. a) Comportamiento elástico, b) Comportamiento inelástico. ....	220
<b>Grafica 6.35.</b> Esfuerzos uniaxiales en las barras longitudinales a tensión y compresión (MPa). a) Esfuerzos Columna C1, b) Esfuerzos Columna D1, c) Esfuerzos Viga 204, d) Esfuerzos Viga 306, e) Esfuerzos Viga 407. ....	223
<b>Grafica 6.36.</b> Curva de capacidad pórtico con refuerzo longitudinal y transversal. a) Comportamiento elástico, b) Comportamiento inelástico. ....	228
<b>Grafica 6.37.</b> Esfuerzos uniaxiales en las barras longitudinales a tensión y compresión (MPa). a) Esfuerzos Columna C1, b) Esfuerzos Columna D1, c) Esfuerzos Viga 204, d) Esfuerzos Viga 306, e) Esfuerzos Viga 407. ....	231
<b>Grafica 6.38.</b> Estado de esfuerzos en refuerzo transversal en columnas del pórtico de 3x3 vanos. a) Esfuerzos estribos exteriores columna C1, b) Esfuerzos estribos exteriores columna D1, c) Esfuerzos estribos interiores columna C1, d) Esfuerzos estribos interiores columna D1. ....	235

<b>Grafica 6.39.</b> Estado de esfuerzos en refuerzo transversal en vigas pórtico 3x3 vanos. a) Esfuerzos en estribos Viga 204, b) Esfuerzos en estribos Viga 306, c) Esfuerzos en estribos Viga 407. ....	236
<b>Grafica 6.40.</b> Diagrama de esfuerzos axiales en la sección transversal de elementos comportamiento lineal. a) Zona elástica Viga 204, b) Zona elástica Viga 306, c) Zona elástica Viga 407, d) Zona elástica Columna C1, e) Zona elástica Columna D1. ....	238
<b>Grafica 6.41.</b> Diagrama de esfuerzos axiales en la sección transversal de elementos comportamiento inelástico sin fluencia. a) Zona inelástica Viga 204, b) Zona inelástica Viga 306, c) Zona inelástica Viga 407, d) Zona inelástica Columna C1, e) Zona inelástica Columna D1. ....	240
<b>Grafica 6.42.</b> Diagrama de esfuerzos axiales en sección transversal de elementos comportamiento inelástico. a) Zona inelástica Viga 204, b) Zona inelástica Viga 306, c) Zona inelástica Viga 407, d) Zona inelástica Columna C1, e) Zona inelástica Columna D1. ....	242
<b>Grafica 6.43.</b> Curva de capacidad pórtico 3x3 vanos con refuerzo longitudinal, transversal y adición de muro estructural. a) Comportamiento elástico, b) Comportamiento inelástico. ....	245
<b>Grafica 6.44.</b> Esfuerzos uniaxiales en las barras longitudinales a tensión y compresión (MPa). a) Esfuerzos Columna C1, b) Esfuerzos Columna D1, c) Esfuerzos Muro barras iniciales, d) Esfuerzos Muro barras finales, e) Esfuerzos Viga 204, f) Esfuerzos Viga 306, g) Esfuerzos Viga 407. ....	248
<b>Grafica 6.45.</b> Estado de esfuerzos en refuerzo transversal Columnas y Muro estructural al incluir muro. a) Esfuerzos en estribos interiores Columna C1, b) Esfuerzos en estribos interiores Columna D1, c) Esfuerzos en estribos exteriores Columna C1, d) Esfuerzos en estribos exteriores Columna D1, e) Esfuerzos en estribos muro estructural. ....	252
<b>Grafica 6.46.</b> Estado de esfuerzos en refuerzo transversal vigas con adición de muro. a) Esfuerzos en estribos Viga 204, b) Esfuerzos en estribos Viga 306, c) Esfuerzos en estribos Viga 407. ....	254
<b>Grafica 6.47.</b> Curvas de capacidad pórtico 3x3 vanos. a) Sin adición de muro estructural, b) Con adición de muro estructural. ....	255
<b>Grafica 7.1.</b> Comparación curvas de capacidad pórtico plano único vano sin inclusión de muro. ....	257
<b>Grafica 7.2.</b> Comparación curvas de capacidad pórtico plano único vano con inclusión de muro. ....	259
<b>Grafica 7.3.</b> Comparación curvas de capacidad pórtico plano de 3x3 vanos sin inclusión de muro. ....	260
<b>Grafica 7.4.</b> Comparación curvas de capacidad pórtico plano de 3x3 vanos con inclusión de muro. ....	261

# Lista de Tablas

<b>Tabla 1.1:</b> Resumen de los modelos numéricos realizados en Sap2000 y Ansys. ....	29
<b>Tabla 2.1.</b> Descripción de los estados de daño y niveles de desempeño (SEAOC Vision 2000 committee, 1995). ....	60
<b>Tabla 2.2.</b> Niveles de desempeño de las estructuras (ATC, 1996). ....	62
<b>Tabla 2.3.</b> Parámetros de modelamiento para procedimiento no lineal, vigas de concreto reforzado. ....	66
<b>Tabla 2.4.</b> Parámetros de modelamiento para procedimiento no lineal, columnas de concreto reforzado. ....	67
<b>Tabla 6.1.</b> Áreas equivalentes de refuerzo pórtico único vano con refuerzo longitudinal. ....	177
<b>Tabla 6.2.</b> Áreas equivalentes de refuerzo pórtico único vano con refuerzo transversal. ....	184
<b>Tabla 6.3.</b> Áreas equivalentes de refuerzo pórtico 3x3 vanos. ....	227

# Capítulo 1. Introducción

Este capítulo tiene el fin de brindar al lector un panorama general del problema abordado en la investigación, el cual motivó la modelación de pórticos mediante el método del empuje lateral (Pushover) y el método de los elementos finitos (MEF). Lo presentado en este documento tiene como base los antecedentes encontrados en la literatura y sus alcances, y permite detallar puntualmente los objetivos generales y específicos. Asimismo, la metodología presentada y el resumen del contenido de los capítulos, complementan el marco teórico de la investigación.

## 1.1 Motivación

Los ingenieros estructurales en su ambición de conocer y comprender cada día más el comportamiento en el rango inelástico en el que incursionan las estructuras sometidas a las acciones sísmicas, han creado con el pasar del tiempo herramientas de análisis más refinadas, tales como el análisis estático no lineal (AENL); este análisis se respalda en investigaciones sobre miembros estructurales reales aplicando cargas laterales para observar la formación secuencial de las rotulas plásticas.

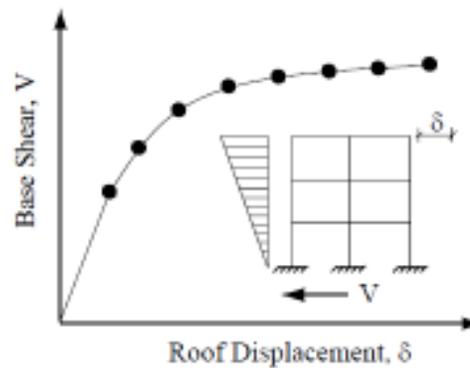
El método del empuje lateral o Pushover ha sido desarrollado hace aproximadamente 25 años atrás y se ha convertido en el procedimiento de análisis preferido para el diseño y la evaluación del desempeño sísmico ya que es relativamente simple y considera el comportamiento inelástico de los elementos. De todas maneras el procedimiento involucra ciertas aproximaciones y simplificaciones, que se espera cierta cantidad de variación en la respuesta estructural calculada por el método enunciado.

El método del empuje lateral, (Pushover), es un análisis estático y tiene como función estimar el comportamiento no lineal de la estructura en forma global o por elemento, es decir, saber cómo se comporta la estructura pasando por su rango elástico y su fluencia hasta que su capacidad de deformación se agote y se forme un mecanismo de colapso bajo una carga lateral monotónica creciente.

Dicho análisis (AENL) se ha venido empleando con mucho éxito en estructuras que necesitan adecuarse, debido a que son vulnerables a acciones de eventos naturales, tales como sismos y vientos. La aplicación del AENL permite determinar la capacidad resistente de la estructura y compararla con la demanda posible ante un evento natural. La demanda depende de la amenaza sísmica y del sitio de ubicación de la estructura, así como de las características globales. La capacidad de la estructura depende de la rigidez, la resistencia y la deformación de cada uno de sus miembros.

El método del empuje lateral o de la plastificación progresiva, es un tipo de modelo no lineal simplificado que consiste en una serie de análisis elásticos secuenciales superpuestos para aproximar la curva de fuerza-desplazamiento de la estructura en general. Un modelo bidimensional o

tridimensional el cual incluye relaciones fuerza-deformación bilineales o trilineales de todos los elementos que resisten cargas laterales es creado primero y las cargas gravitacionales son aplicadas inicialmente. Un patrón predefinido de carga lateral es distribuido en la altura de la estructura, las fuerzas laterales son incrementadas hasta que algunos miembros inicien su fluencia. El modelo estructural se modifica para tener en cuenta la reducción de rigidez de los miembros que han fluido y las fuerzas laterales se incrementan de nuevo hasta que otros elementos comiencen su fluencia. El proceso continua hasta que el punto de control, en el tope de la estructura, alcance cierto valor de desplazamiento hasta que la estructura sea inestable. La respuesta mecánica se representa mediante la relación entre el desplazamiento del nivel superior y el cortante basal, como se ilustra en la Figura 1.1.



**Figura 1.1.** Curva Pushover de una estructura.

Hace unos años, el termino ductilidad solo se usaba para caracterizar el comportamiento de los materiales. Posteriormente, el concepto se extendió a la estructura y comenzó a asociarse a la resistencia y a la rigidez de la estructura como un todo. Hoy se entiende por ductilidad, la capacidad que tiene una estructura (o un miembro estructural) de experimentar grandes deformaciones inelásticas y aun en rango plástico, sin que se presente una reducción significativa de su resistencia.

Típicamente el comportamiento de pórticos de concreto reforzado es estudiado mediante investigaciones en pórticos reales, dichos resultados son comparados con los cálculos teóricos para estimar las deflexiones y las distribuciones internas de esfuerzo-deformación en los elementos. El análisis mediante el método de los elementos finitos puede también ser usado para modelar el comportamiento y confirmar dichos cálculos, proporcionando un soporte analítico a las investigaciones experimentales. El análisis mediante el método de los elementos finitos es usado en la ingeniería estructural para determinar el comportamiento general de una estructura, dividiendo en un número de elementos determinado, cada uno de los cuales tiene definido su comportamiento mecánico y sus propiedades mecánicas.

La simulación de pórticos mediante el método de los elementos finitos en el rango inelástico, no es un tipo de análisis que se realice habitualmente por los diseñadores. Por esta razón, describir la metodología y la interpretación de los resultados en pórticos reforzados, abre un nuevo camino de aplicación de la modelación por elementos finitos. La simulación numérica de pórticos de concreto reforzado usando el método de los elementos finitos es tema de permanente investigación, además

de ser un instrumento muy útil a la hora de comparar los resultados de los modelos numéricos con los ensayos experimentales.

Modelar el complejo comportamiento del concreto reforzado, el cual no es homogéneo y anisótropo, es un reto complejo para el análisis estructural con elementos finitos. Los primeros modelos de concreto reforzado usando elementos finitos incluyeron el efecto de la fisuración basados en una fisuración predefinida (Ngo & Scordelis 1967).

Las estructuras de concreto reforzado son hechas con dos materiales con diferentes características, llamados concreto y acero. El acero puede considerarse como un material homogéneo y sus propiedades están generalmente bien definidas. El concreto por otra parte es un material heterogéneo, sus propiedades mecánicas son dispersas y no pueden ser definidas fácilmente. Para la conveniencia de análisis y diseño el concreto es considerado un material homogéneo en la escala macroscópica.

La respuesta mecánica del concreto reforzado puede ser aproximadamente dividida en tres rangos de comportamiento: el rango elástico, la propagación de las fisuras y el estado plástico. La respuesta no lineal es causada por tres efectos principales, la fisuración del concreto en tensión, la fluencia del acero y el aplastamiento del concreto en compresión. La no linealidad también puede surgir de la pérdida de adherencia entre los materiales constituyentes del concreto reforzado tales como el enlace entre acero de refuerzo y el concreto circundante.

La respuesta de una estructura depende principalmente de la relación entre el esfuerzo y la deformación de los materiales constituyentes o relación constitutiva. En el concreto a compresión la relación constitutiva puede ser obtenida en pruebas de cilindros o por medio de deformaciones medidas en vigas. La relación esfuerzo deformación en el concreto a compresión exhibe un comportamiento lineal y elástico hasta cerca de un 30% de su capacidad a compresión a partir de este punto, los esfuerzos se incrementan de forma gradual hasta alcanzar el máximo esfuerzo a compresión, finalmente, una etapa descendiente correspondiente a la región de ablandamiento se caracteriza por presentar una pendiente negativa hasta un nivel de esfuerzo nulo para una deformación última.

Este trabajo final de maestría está motivado en discutir la diferencia de la respuesta estructural de pórticos utilizando el método del empuje lateral (Pushover) con elementos tipo barra y el método de los elementos finitos usando las relaciones constitutivas de los materiales involucrados en dicho análisis no lineal (concreto y acero de refuerzo).

## 1.2 Antecedentes

Una breve revisión de los estudios previos de la aplicación del método de los elementos finitos para analizar estructuras de concreto reforzado es presentada en esta sección.

Las primeras publicaciones sobre la aplicación del método de los elementos finitos al análisis de estructuras de concreto reforzado fueron presentadas por Ngo & Scordelis (1967). En este estudio se modelaron vigas simplemente apoyadas, que consideran que el concreto y el acero de refuerzo se representan con elementos triangulares con deformación constante y que el mecanismo de adherencia entre el acero y el concreto se describe con un elemento especial de vínculo. Un análisis lineal elástico fue llevado a cabo en las vigas con un patrón de fisuración predefinida para determinar los esfuerzos principales en el concreto, esfuerzos en el acero y esfuerzos cortantes en el elemento de enlace de los materiales. Scordelis (1974) uso la misma aproximación para estudiar el efecto del cortante en vigas con fisuración diagonal y representar el efecto de los estribos, interface del agregado y la división horizontal a lo largo de las barras de refuerzo cerca de los apoyos.

Nilson (1972) introdujo las propiedades no lineales del concreto y del acero, y la relación no lineal de unión entre los dos materiales usando un método de carga incremental de análisis no lineal. Fueron combinadas cuatro constantes de deformación y elementos triangulares para formar un elemento cuadrilateral condensando el nudo central. La fisuración fue estimada deteniendo la solución cuando un elemento sobrepasaba su esfuerzo a tensión permisible y cargando incrementalmente después de definir una nueva estructura fisurada. El método fue aplicado a miembros a tensión concéntricos y excéntricos de concreto reforzado los cuales fueron sujetos a cargas aplicadas en el final de las barras de refuerzo y los resultados fueron comparados con datos experimentales.

Franklin (1970) mejoro las capacidades del método analítico desarrollando un análisis no lineal, el cual automáticamente calculaba y representaba la fisuración en el elemento finito y la redistribución de esfuerzos en la estructura. Esto hizo posible trazar la respuesta de sistemas bidimensionales desde la carga inicial a la falla en un análisis continuo. La aplicación de cargas incrementales con iteraciones en cada incremento fue usada para calcular la fisuración en los elementos finitos. Franklin uso un tipo especial de elemento tipo barra, elementos cuadrilaterales con condición plana de esfuerzos, barras axiales y elementos bidimensionales de unión entre concreto y acero para estudiar pórticos de concreto reforzado.

Elementos con condición plana de esfuerzos fueron usados por numerosos investigadores para estudiar el comportamiento de estructuras de concreto reforzado. Nayak and Zienkiewicz (1972) desarrollaron un estudio bidimensional de esfuerzos el cual incluía fisuración por tensión y el comportamiento elasto-plástico del concreto en compresión usando una aproximación inicial de esfuerzos. Cervenka (1970) analizó muros de cortante y vigas de acople usando una aproximación inicial de esfuerzos en donde la matriz de rigidez elástica al comienzo del análisis es usada en todas las interacciones. Cervenka propuso una relación constitutiva para el material compuesto concreto reforzado a través del comportamiento no fisurado, fisurado y plástico del material.

Para el análisis de vigas en concreto reforzado con material y geometrías no lineales Rajagopal (1976) desarrollo un elemento rectangular de capa con rigidez axial y a flexión, en el cual el concreto fue tratado como un material ortótropo. Problemas en vigas de concreto reforzado y placas fueron tratados por varios investigadores, Lin and Scordelis 1975; Bashur and Darwin 1978; Rots et al. 1985; Barzegar and Schnobrich 1986; Adeghe and Collins 1986; Bergmann and Pantazopoulou 1988; Cervenka et al. 1990; Kwak 1990) usando métodos similares.

Selna (1969) analizó vigas y pórticos hechos de elementos planos con capas a partir de su sección transversal los cuales calcularon la fisuración progresiva y el cambio en las propiedades del material a través de la altura de la sección como función de la carga y el tiempo. Los trabajos de Becker & Bresler (1974) mostraron avances significativos y extensiones en el análisis mediante elementos finitos de vigas y pórticos de concreto reforzado para incluir los efectos de transferencia de calor debidos al fuego como también efectos dependientes del tiempo como el Creep del concreto.

Estudios experimentales y analíticos de placas en concreto reforzado fueron realizados por Joffriet and McNeice (1971). Los análisis fueron basados en una relación bilineal momento-curvatura, la cual fue derivada de una determinación efectivamente empírica del momento de inercia de una sección de la placa fisurada incluyendo el efecto tensionante de rigidez. El cambio en la rigidez a flexión de los elementos debido a la fisuración normal a la dirección del momento principal es determinada reduciendo la rigidez a flexión del elemento correspondiente.

El análisis mediante elementos finitos de un sólido axisimétrico bajo cargas axisimétricas puede ser reducido a un análisis bidimensional. Bresler and Bertero (1968) usaron un modelo axisimétrico para estudiar la distribución de esfuerzos en un cilindro de concreto reforzado, el modelo fue cargado aplicando fuerzas de tensión en el final de las barras de refuerzo.

En uno de los estudios pioneros Rashid (1968) introdujo el concepto de la fisura distribuida en el estudio de la respuesta axisimétrica del concreto pretensado en los reactores nucleares. Hoy en día la aproximación hecha por la fisuración distribuida para modelar el comportamiento de la fisuración del concreto es exclusivamente usada para investigaciones de análisis no lineal de estructuras de concreto reforzado, ya que su implementación en un programa de elementos finitos es más fácil que un modelo de fisura discreta. El tiempo computacional también favorece al modelo de fisura distribuida en análisis que conciernen el comportamiento global de una estructura.

Gilbert and Warner (1978) usaron el modelo de fisura distribuida e investigaron el efecto de la pendiente de la rama descendiente de la relación esfuerzo deformación en el comportamiento de placas de concreto reforzado. Ellos fueron los primeros en extrapolar los resultados analíticos de la respuesta de estructuras de concreto reforzado con gran influencia en el tamaño de la malla de elementos finitos y por la rigidez causada por el efecto de tensión del concreto. Varios estudios siguieron corroborando dichos descubrimientos y mostraron el efecto de la malla de elementos finitos, Bazant and Cedolin 1980; Bazant and Oh 1983; Kwak 1990 y la rigidez por el efecto de tensión Barzegar and Schnobrich 1986; Leibengood et al. 1986 en la precisión de los análisis mediante elementos finitos realizados en estructuras de concreto reforzado usando el modelo de fisuración distribuida. En orden de obtener mejores resultados en la predicción del efecto tensionante entre las fisuras en el concreto algunos investigadores han incrementado artificialmente la rigidez del acero de refuerzo modificando su relación esfuerzo deformación Gilbert and Warner 1978.

En el contexto de los modelos de fisuración distribuida dos diferentes representaciones han surgido: el modelo de fisura fija y el modelo de fisura rotacional. En el modelo de fisura fija la fisura se forma perpendicularmente a la dirección del esfuerzo principal de tensión cuando el esfuerzo excede la resistencia a tensión del concreto y la orientación de la fisura no cambia durante los siguientes pasos

de carga. La facilidad de formulación e implementación de este modelo ha llevado a su amplia difusión usado en los primeros estudios Hand et al. 1973; Lin and Scordelis 1975. Estudios siguientes mostraron que el modelo es asociado con problemas numéricos causados por singularidades en la matriz de rigidez del material. Por otra parte el patrón de fisuración predicho por el análisis mediante elementos finitos muestra considerables desviaciones de las observadas en los análisis experimentales Jain and Kennedy 1974.

El problema del modelo de la fisura fija puede ser superado con la introducción del concepto del módulo de cortante de la fisura, el cual elimina la mayoría de las dificultades numéricas del modelo y aumenta considerablemente la precisión de la predicción de los patrones de fisuración. Los resultados no parecen ser muy sensibles al valor del módulo de cortante de la fisura Vebo and Ghali 1977; Barzegar and Schnobrich 1986, siempre y cuando un valor mayor a cero es utilizado a fin de eliminar la singularidad de la matriz de rigidez del material y la inestabilidad numérica asociada. Algunos modelos recientes usan un módulo de cortante de la fisura variable para representar el cambio en la rigidez a cortante, como los esfuerzos principales en el hormigón varían de tensión a la compresión Balakrishnan and Murray 1988; Cervenka et al. 1990.

de Borst and Nauta 1985 propusieron un modelo en el cual la tasa de deformación total es descompuesta entre una tasa de deformación del concreto y una tasa de deformación de la fisura. Después de formular la relación bidimensional de esfuerzo deformación del concreto y transformándola desde la dirección de la fisura a las coordenadas globales del sistema, una matriz de rigidez sin acoplamiento entre esfuerzos normales y cortantes es construida. A pesar de su relativa simplicidad y facilidad de aplicación, esta aproximación aún requiere la selección del módulo de cortante de la fisura.

En el modelo de la fisura rotacional propuesto por Cope et al. 1980 la dirección de la fisura no es fija durante la subsecuente historia de carga. Varios ensayos hechos por Vecchio and Collins 1982 han mostrado que la orientación de las fisuras cambian con el historial de carga y la respuesta de la estructura depende del patrón actual de fisuración más que el patrón original. En el modelo de la fisura rotacional la dirección de la fisura es mantenida perpendicular a la dirección de la deformación principal en tensión, y consecuentemente no ocurren deformaciones por cortante en el plano de la fisura. Esto elimina la necesidad de un módulo de cortante de la fisura. Una desventaja de esta aproximación es la dificultad de correlacionar los resultados analíticos con los mecanismos de fracturas investigados que está en desacuerdo con el concepto de la fisura rotacional. Este modelo, sin embargo, ha sido satisfactoriamente usado en estudios analíticos de estructuras de concreto reforzado en donde el propósito es estudiar el comportamiento global de la estructura, más que el efecto local en la vecindad de una fisura Gupta and Akbar 1983; Adeghe and Collins 1986.

Mientras que la respuesta de vigas de concreto ligeramente reforzadas a flexión es muy sensible a los efectos de rigidización por tensión del concreto, la respuesta de estructuras de concreto reforzado en donde el cortante juega un rol importante, como vigas sobre reforzadas y muros de cortante, son mucho más afectados por la unión del acero de refuerzo que ha sufrido el efecto tensionante de rigidez. Para considerar el efecto de unión entre el acero de refuerzo y el concreto dos diferentes aproximaciones son comúnmente usadas en el análisis mediante elemento finitos de estructuras de concreto reforzado. La primera aproximación hace uso de un elemento de vínculo propuesto Ngo and

Scordelis 1967. Este elemento conecta un nudo de un elemento finito de concreto con un nudo de un elemento de acero adyacente, este elemento de enlace no tiene dimensiones físicas, por ejemplo dos nudos conectados tienen las mismas coordenadas.

La segunda aproximación hace uso de un elemento de unión de tipo área o zona desarrollado por Groot et al. 1981. En este elemento el comportamiento de la superficie de contacto entre el acero y el concreto y el concreto en la inmediata vecindad de las barras de refuerzo es descrito por un material el cual considera las propiedades especiales de esta zona de contacto. Los elementos en contacto proveen una conexión continua entre el acero de refuerzo y el acero. Un simple pero similar elemento fue propuesto por Keuser and Mehlhorn (1987), quienes mostraron que el elemento de enlace no puede representar adecuadamente la rigidez de la interface acero-concreto.

### 1.3 Objetivos

El objetivo general del presente trabajo final de maestría es comparar el comportamiento inelástico de estructuras aporticadas mediante el método del empuje lateral o plastificación progresiva y el método de los elementos finitos.

Los objetivos específicos por su parte son:

- Estudiar el método del empuje lateral y las relaciones entre el momento y la curvatura en los elementos tipo pórticos.
- Estudiar, aplicar y validar un modelo constitutivo para representar el concreto simple y otro para describir el acero de refuerzo.
- Simular algunos pórticos con elementos tipo barra aplicando el método del empuje lateral.
- Simular algunos pórticos con el método de los elementos finitos, considerando los modelos constitutivos del concreto y el acero.
- Comparar la respuesta estructural de pórticos sometidos a cargas horizontales mediante el método de los elementos finitos y el método del empuje lateral.

### 1.4 Justificación

- Los análisis efectuados tradicionalmente en pórticos para tratar de predecir el comportamiento inelástico de estos, se han limitado a usar estructuras conformadas por elementos tipo barras, las cuales no pueden representar el fenómeno de fisuración y de aplastamiento en el concreto, mecanismos principales que dan origen a la no linealidad en el

material estudiado.

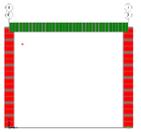
- Así mismo el tiempo de cálculo inherente a un modelo matemático con elementos finitos, que represente el comportamiento del concreto reforzado, hace que en la vida práctica sea inviable usar este tipo de análisis para obtener de forma rápida una curva de capacidad de la estructura. Trabajos realizados en vigas simplemente apoyadas, muestran convergencia del modelo numérico, pasadas unas 3 horas de cálculo. Analysis of reinforced concrete structures using ansys nonlinear concrete model, Antonio F. Barbosa and Gabriel O. Ribeiro. 2001.
- La modelación numérica de estructuras de concreto reforzado mediante el método de los elementos finitos ha sido extensamente estudiada en los últimos años, además de ser un instrumento de gran ventaja para la comparación de ensayos experimentales con modelos numéricos.
- Conocer los elementos finitos y los modelos constitutivos usados por el programa de elementos finitos Ansys, para el análisis numérico de pórticos de concreto reforzado, permite orientar las futuras investigaciones en el comportamiento no lineal del material bajo hipótesis diferentes a las tratadas en esta investigación.
- Este trabajo final de maestría fortalece en gran medida la modelación matemática de pórticos de concreto reforzado usando el programa de elementos finitos Ansys, dando continuidad en la línea de investigación de análisis no lineal de estructuras.
- La investigación adelantada en este trabajo, tratara de cuantificar las diferencias existentes entre las curvas de capacidad obtenidas en los pórticos estudiados, tanto por el análisis tradicional del método del empuje lateral (Pushover) y el método de los elementos finitos (MEF).

## 1.5 Metodología

- Inicialmente se estudia la formulación y aplicación del método del empuje lateral a estructuras a porticadas.
- De igual manera se estudian los diferentes modelos constitutivos que representan el comportamiento del concreto y del acero, así como su implementación en el método de los elementos finitos.
- Posteriormente se presentan y se definen las fuentes de no linealidad y los métodos iterativos utilizados para describir el comportamiento inelástico de pórticos con acero de refuerzo.

- La aplicación del método del empuje lateral y del método de los elementos finitos, es utilizada para la simulación de 4 pórticos, mediante los programas comerciales Sap2000 (usado para aplicar el método del empuje lateral o Pushover) y Ansys (usado para realizar los modelos numéricos utilizando el método de los elementos finitos).

A continuación se presentan las características y las variables adicionadas en cada modelo numérico. Los pórticos estudiados tendrán la inclusión o no de muros estructurales y adicionalmente a esto, dichas estructuras serán analizadas por las metodologías antes descritas, en donde los análisis realizados a través del primer método (plastificación progresiva), usaran un tipo diferente de comportamiento para definir las rotulas plásticas. Para los análisis realizados a través del método de los elementos finitos, se estudiarán las estructuras sin acero de refuerzo, con únicamente refuerzo longitudinal y con refuerzo longitudinal y transversal. En la **Tabla 1.1** se presenta un resumen de los análisis realizados.

MODELACION DE PORTICOS EN LOS PROGRAMAS COMERCIALES SAP2000 Y ANSYS				
Tipo de pórtico	Adición de muros	Modelo constitutivo	Método de Análisis	Modelo
Único vano	Sin	E.P.P.	E.L.	
		E.P.C.R.		
		E.D.C.R.		
		C.S.	M.E.F.	
		C.R.L.		
		C.R.L.T.		
Único vano	Con	E.D.C.R.	E.L.	
		C.R.L.T.	M.E.F.	
3x3 vanos	Sin	E.P.P.	E.L.	
		E.P.C.R.		
		E.D.C.R.		
		C.S.	M.E.F.	
		C.R.L.		
		C.R.L.T.		
3x3 vanos	Con	E.D.C.R.	E.L.	
		C.R.L.T.	M.E.F.	

**Tabla 1.1:** Resumen de los modelos numéricos realizados en Sap2000 y Ansys.

E.L. Empuje lateral.

E.P.P. Modelo constitutivo elasto-plástico perfecto.

E.P.C.R. Modelo constitutivo elasto-plástico y degradación del esfuerzo.

E.D.C.R. Modelo constitutivo de comportamiento de sobre resistencia y caída del esfuerzo.

C.S. Concreto simple.

C.R.L. Concreto con refuerzo longitudinal.

C.R.L.T. Concreto con refuerzo longitudinal y transversal.

M.E.F. Método de los elementos finitos.

- Comparación de los resultados obtenidos anteriormente de análisis estructurales no lineales entre el método del empuje lateral y el método de los elementos finitos, discutiendo la respuesta estructural obtenida de los diferentes modelos numéricos estudiados.
- Finalmente se desarrolla un reporte del trabajo final con base en los resultados obtenidos en el que se presentan las conclusiones y recomendaciones para futuras investigaciones.

# Capítulo 2. Método de la plastificación progresiva

## 2.1 Introducción.

En el caso más simple, el diseño sísmico puede ser visto como dos procedimientos. El primero, y por lo general el más importante, es la concepción de un sistema estructural efectivo que necesita ser configurado con el debido cumplimiento de todos los objetivos sísmicos, que van desde consideraciones de facilidad en el servicio a la seguridad de la vida y la prevención del colapso. Este paso compromete el estado del arte de la ingeniería sísmica, ya las reglas de no rigidizar pueden, o deben, imponerse a la creatividad del ingeniero para idear un sistema que no sólo cumple con el desempeño de objetivos sísmicos, pero también se somete a limitaciones de tipo funcional y económica impuestas por el propietario, el arquitecto, y otros profesionales que intervienen en el diseño y construcción de un edificio. Por defecto, este proceso de creación se basa en el juicio, la experiencia y la comprensión del comportamiento sísmico, en lugar de formulaciones matemáticas rigurosas. Reglas básicas para la resistencia y rigidez deseada, basados en el conocimiento fundamental del movimiento del suelo y las características elástica e inelásticas de respuesta dinámica, deberían ser suficiente para definir el tamaño inicial de un sistema estructural efectivo.

Al elaborar modelos matemáticos-físicos de la estructura, estos deben ser construidos una vez que el sistema estructural ha sido definido. Se necesitan dichos modelos para evaluar el desempeño sísmico de un sistema existente y para modificar las características del comportamiento del sistema (resistencia, rigidez, capacidad de deformación) para adaptarse mejor a los criterios especificados. Este segundo paso del proceso de diseño debe incluir una evaluación de la demanda/capacidad de todos los niveles importantes de desempeño, los cuales requieren la identificación de los parámetros de capacidad importantes y la definición de los valores aceptables de estos parámetros, así como la predicción de las demandas sísmicas impuestas por los movimientos de tierra. Parámetros adecuados de capacidad y sus valores aceptables, como también los métodos adecuados para la predicción de la demanda dependerán del nivel de desempeño a evaluar.

En un contexto ideal, no habría debate sobre el método correcto usado para la predicción de la demanda y la evaluación del desempeño a bajos niveles de desempeño. Claramente, el análisis no lineal tiempo historia, predice con fiabilidad suficiente las fuerzas y la deformación acumulada (daño) en cada elemento del sistema estructural y debería ser la solución final. La implementación de esta solución requiere la disponibilidad de un conjunto de registros de movimientos sísmicos (cada uno con tres componentes) que dan cuenta de las incertidumbres y las diferencias en la severidad, características de frecuencia y duración debido a las características de rotura y la distancia de las diferentes fallas que pueden causar movimientos en el sitio. Además, requiere la capacidad de modelar adecuadamente las características cíclicas esfuerzo-deformación de todos los elementos

importantes del sistema estructural y de la interacción del suelo-estructura, y la disponibilidad de herramientas eficientes para implementar el proceso de solución dentro del tiempo. Además, requiere el conocimiento adecuado de las capacidades de deformación de los elementos teniendo en cuenta las características de la degradación, que definen el estado límite de desempeño aceptable.

### 2.1.1 Definiciones iniciales

- **Análisis lineal.** En la actualidad, la mayor parte de las estructuras de concreto armado se diseñan para momentos, cortantes y fuerzas axiales encontrados mediante la teoría elástica. Por otra parte, el dimensionamiento real de los elementos se lleva a cabo con modelos de resistencia que reconocen que se tendría una respuesta inelástica de la sección y del elemento para estados de sobrecarga. Por ejemplo, las cargas mayoradas se utilizan en el análisis elástico para determinar los momentos de viga continua después de lo cual las secciones críticas de viga se diseñan con el conocimiento que el acero estaría muy dentro del intervalo de fluencia y que la distribución de esfuerzos en el concreto sería no lineal antes del colapso final. Evidentemente, éste es un planteamiento inconsistente dentro del proceso total de análisis y diseño, aunque puede demostrarse que es seguro y conservador (Nilson, 1999).
- **Análisis dinámico lineal.** La estructura se modela como un sistema de múltiples grados de libertad mediante una matriz de rigidez elástica lineal y una matriz de amortiguamiento, la acción sísmica se modela utilizando un análisis espectral modal o un análisis temporal. En ambos casos, las fuerzas y los desplazamientos internos de la estructura se determinan mediante un análisis dinámico lineal.
- **Análisis no lineal.** Basado en una gran cantidad de ensayos y estudios los análisis no lineales han presentado un amplio desarrollo, apoyados también en el avance tecnológico de los computadores. Los métodos de análisis no lineales se clasifican en dos grandes grupos: los análisis dinámicos no lineales y los análisis estáticos no lineales. Ambos requieren de un buen conocimiento de las características de los materiales sobretodo de aquellas que tienen relación con propiedades relativas al comportamiento frente a cargas de tipo dinámicas.
- **Análisis estático no lineal.** Es más conocidos como Push-Over, por su nombre en inglés, cuya principal característica es la de usar sistemas equivalentes de un grado de libertad, para modelar una estructura de múltiples grados de libertad y que únicamente nos permiten apreciar respuestas globales de la estructura. En este tipo de análisis, el modelo de la estructura incorpora directamente las características no lineales de la relación fuerza-deformación de los elementos y componentes individuales debidas a la respuesta inelástica del material; la representación más común para este análisis es la curva de capacidad de carga o curva “pushover”, la cual corresponde a la relación entre el cortante basal y el desplazamiento en el nivel superior de la estructura. Los análisis estáticos no lineales

(nonlinear static procedure: NSP, o también llamados análisis pushover) nacen como una alternativa a los análisis dinámicos no lineales, Estos métodos se desarrollan como herramientas para descubrir la vulnerabilidad presente en edificios al ser sometidos a cargas laterales provocadas por sismos. Los análisis pushover consisten básicamente en aplicar, sobre los edificios, una carga monotónicamente creciente hasta alcanzar un desplazamiento objetivo o fuerza de corte basal previamente definida.

- **Análisis dinámicos no lineales.** Cuando conociendo las propiedades de los materiales constitutivos de nuestra estructura y de los elementos de los sistemas estructurales, hacemos uso de registros de aceleración, en un cierto número de ellos, para predecir las respuestas de nuestro sistema, generalmente las basadas en desplazamientos. En este tipo de análisis la estructura se modela de forma similar a la utilizada para el análisis estático no lineal. La principal diferencia es que la acción sísmica se modela con acelerogramas reales o simulados. Éste es el procedimiento más sofisticado para predecir las fuerzas y los desplazamientos internos de una estructura cuando se ve sometida a una acción sísmica.
- **Curva de capacidad.** La relación entre la fuerza cortante basal y el desplazamiento en el nivel superior de la estructura se representan en la curva de capacidad para cada incremento. Esta curva generalmente se construye para representar la respuesta del primer modo de vibración de la estructura basado en la suposición que el modo fundamental de vibración es el que predomina en la respuesta estructural. Esta suposición generalmente es válida para estructuras con un periodo fundamental de vibración alrededor de un segundo. Para edificios más flexibles con un periodo fundamental de vibración mayor de un segundo, el análisis debe considerar los efectos de los modos más altos de vibración.
- **Demanda sísmica.** La demanda sísmica generalmente se representa por medio de un espectro de respuesta, en el cual se presenta la respuesta máxima de sistemas de un grado de libertad como una función de sus frecuencias. Para fines prácticos, en la ingeniería se ha utilizado un espectro de respuesta de aceleraciones para procedimientos de análisis y diseño de estructuras basados en las fuerzas. Sin embargo, durante los últimos años, se ha identificado que los parámetros más relevantes en el diseño son los desplazamientos y las deformaciones. Por lo tanto se ha promovido el uso de espectros de respuesta en formato aceleración-desplazamiento para propósitos de diseño basados en el desempeño sísmico.
- **Niveles de desempeño.** El desempeño se cuantifica en términos de la cantidad de daño sufrido por un edificio afectado por un movimiento sísmico y el impacto que tienen estos daños en las actividades posteriores al evento sísmico. Este concepto no es sólo aplicable a edificios, sino que puede ser extendido a todo tipo de estructuras e incluso a sus componentes no estructurales y contenido.
- **Rotula plástica.** Una rótula plástica se define como aquel punto en que la sección no es capaz de absorber mayor momento a flexión y empieza únicamente a rotar. Este punto se genera a una longitud que varía de acuerdo al tipo de conexión entre elementos, así como de las

características propias de la sección. En la realidad no existe la rótula plástica, pero es una definición que se utiliza en el campo de la Ingeniería Sísmica para encontrar fórmulas que simplifiquen algún problema.

## 2.2 Propósito del análisis estático no lineal (Pushover)

El propósito del análisis estático no lineal, es evaluar el desempeño esperado de un sistema estructural mediante la estimación de la demanda de fuerza y deformación ante movimientos sísmicos de diseño por medio de un análisis inelástico estático como su nombre lo indica y comparar estas demandas con capacidades disponibles en los niveles de desempeño de interés. La evaluación se basa en una valoración de los parámetros importantes de desempeño, incluyendo la deriva global, la torsión del entrepiso, deformaciones inelásticas de los elementos, deformaciones entre elementos y fuerzas de conexión entre elementos. El análisis estático no lineal puede ser visto como un método para predecir la fuerza sísmica y demandas de deformación, que representan de una manera aproximada la redistribución de las fuerzas internas que se producen cuando la estructura se somete a fuerzas inerciales que no pueden ser resistidas dentro del comportamiento elástico de la estructura.

El análisis estático no lineal proporciona información sobre muchas de las características de respuesta que no se pueden obtener a partir de un análisis estático o dinámico elástico. Los siguientes son ejemplos de las características que nos brinda este tipo de análisis:

- Las demandas realistas de la fuerza que actúa sobre elementos potencialmente frágiles, tales como demandas de fuerza axial en columnas, demandas de fuerza en las conexiones de elementos, momentos entre conexiones viga-columna, las demandas de fuerzas cortantes en la mampostería no reforzada, etc.
- Estima las demandas de deformación para los elementos que tienden a presentar una deformación inelástica, con el fin de disipar la energía impuesta a la estructura por los movimientos sísmicos.
- Consecuencias de la fuerza sísmica en el deterioro de los elementos individuales en el comportamiento del sistema estructural.
- Identificación de las zonas críticas en las que se espera que las demandas de deformación tiendan a ser altas y que tienden a convertirse en el punto de detallar a fondo.
- Identificación de las discontinuidades de fuerza en el plano y elevación que dan lugar a cambios en las características dinámicas en el rango inelástico.
- Las estimaciones de las derivas de entrepiso que dan cuenta de la fuerza o discontinuidades de rigidez y que se pueden usar para controlar el daño y para evaluar los efectos P-delta.

- Verificación de la integridad del patrón de carga, teniendo en cuenta todos los elementos del sistema estructural, todas las conexiones, los elementos no estructurales de resistencia significativa, y el sistema de cimentación.

El último punto es quizás el más relevante, siempre que el modelo de análisis incorpora todos los elementos, ya sean estructurales o no estructurales, que contribuyen significativamente a la distribución de la carga lateral, por ejemplo, la transferencia de carga a través de las conexiones entre elementos dúctiles se puede comprobar con las fuerzas reales, los efectos de los muros de altura parcial sobre las fuerzas de corte en columnas (columnas cortas) se pueden evaluar, y el máximo momento de volcamiento en los muros estructurales, que a menudo está limitado por la capacidad de elevación de elementos desde los cimientos.

Evidentemente, estos beneficios tienen un costo de esfuerzo por el análisis adicional, asociado con la incorporación de todos los elementos importantes, el modelado de sus características inelásticas esfuerzo-deformación y la ejecución de análisis incrementales inelásticos, preferiblemente con un modelo analítico tridimensional. En este momento, con pocas excepciones, los instrumentos analíticos adecuados para este fin son muy fáciles de aplicar y varias herramientas están en desarrollo. Principalmente a través de la publicación del FEMA 273, este documento de dos volúmenes (directrices y comentario), incluye amplias recomendaciones para modelar los diagramas momento-curvatura de los elementos individuales y para los valores aceptables de la fuerza y parámetros de deformación para la evaluación del desempeño.

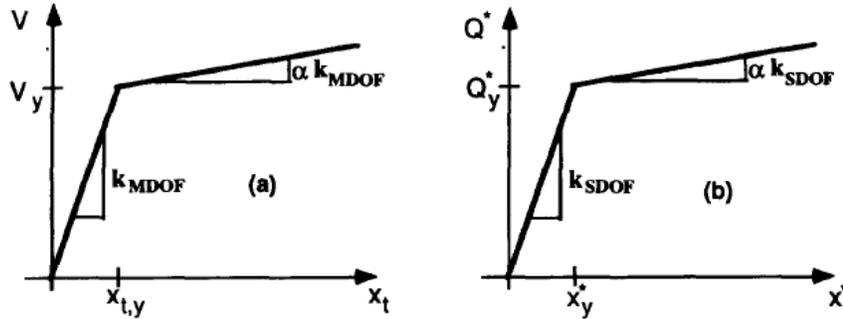
### 2.3 Antecedentes del análisis estático no lineal (Pushover)

El análisis estático no lineal (Pushover) no tiene un fundamento teórico riguroso. Se basa en la suposición de que la respuesta de la estructura puede estar relacionada con la respuesta de un sistema equivalente de un solo grado de libertad. Esto implica que la respuesta está controlada por un único modo de vibración, y que la forma de este modo se mantiene constante durante todo el tiempo de respuesta de la estructura. Es evidente que ambos supuestos son correctos, pero los estudios realizados por varios investigadores Lawson, R. S., Vance, V. y Krawinkler, H (1994), han indicado que estos supuestos conducen a buenas predicciones de la máxima respuesta sísmica de estructuras de múltiples grados de libertad, siempre que su respuesta este dominada por un único modo de vibración.

La formulación del sistema de un solo grado de libertad equivalente no es única, pero la suposición subyacente básica común a todos los enfoques es que la forma desviada del sistema de múltiples grados de libertad, puede ser representada en forma vectorial  $\{\Phi\}$ , que permanece constante a lo largo del tiempo, independientemente del nivel de deformación. Aceptando esta hipótesis y definiendo el vector de desplazamiento relativo  $X$  de un sistema de múltiples grados de libertad como  $X = \{\Phi\}x_t$ , ( $x_t$  = desplazamiento de la cubierta), la ecuación diferencial que gobierna un sistema de múltiples grados de libertad se puede escribir como:

$$M\{\Phi\}\ddot{x}_t + C\{\Phi\}\dot{x}_t + Q = -M\{1\}\ddot{x}_g \quad (2-1)$$

donde  $M$  y  $C$  son las matrices de masa y amortiguamiento,  $Q$  representa el vector de fuerzas y  $\ddot{x}_g$  es la aceleración del terreno.



**Figura 2.1.** Características para la curva cortante-desplazamiento de un sistema de varios grados de libertad y su sistema equivalente de un solo grado de libertad.

Si definimos el referente desplazamiento  $x^*$  de un sistema de un solo grado de libertad como:

$$x^* = \frac{\{\Phi\}^T M \{\Phi\}}{\{\Phi\}^T M \{1\}} x_t \quad (2-2)$$

y multiplicando la ecuación 2-1 por  $\{\Phi\}^T$ , y sustituir por  $x_t$  en la ecuación 2-2, obtendremos la siguiente ecuación diferencial para la respuesta de un sistema equivalente de un solo grado de libertad.

$$M^* \ddot{x}^* + C^* \dot{x}^* + Q^* = -M^* \ddot{x}_g \quad (2-3)$$

donde  $M^*$ ,  $C^*$  y  $Q^*$  denota las propiedades del sistema equivalente de un solo grado de libertad y están dadas por:

$$M^* = \{\Phi\}^T M \{1\} \quad (2-4)$$

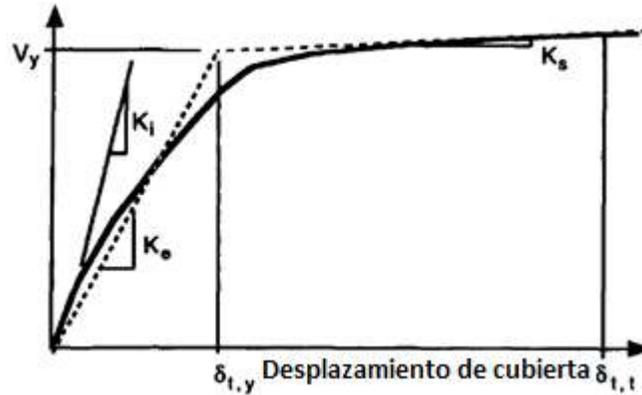
$$Q^* = \{\Phi\}^T Q \quad (2-5)$$

$$C^* = \{\Phi\}^T C \{\Phi\} \frac{\{\Phi\}^T M \{1\}}{\{\Phi\}^T M \{\Phi\}} \quad (2-6)$$

Suponiendo que el vector de forma  $\{\Phi\}$  es conocido, las características de la relación fuerza-deformación de un sistema equivalente de un solo grado de libertad (relación  $Q^* - x^*$ , véase la **Figura 2.1 b**), pueden determinarse a partir de los resultados de un análisis estático no lineal de la estructura de varios grados de libertad, que generalmente produce un diagrama cortante basal ( $V$ )-desplazamiento de la cubierta ( $x_t$  o  $\delta_t$ ), del tipo mostrado en la **Figura 2.2**. Con el fin de identificar la fuerza global nominal y las cantidades de desplazamiento, el diagrama multilíneo ( $V - \delta_t$ ) debe ser representado por una relación bilínea que define una fluencia,  $V_y$ , una rigidez efectiva elástica,

$K_e = V_y / \delta_{t,y}$ , y la rigidez por endurecimiento,  $K_s = \alpha K_e$ , para la estructura. Algunos juicios puede ser

necesarios para definir estas propiedades. La curva bilineal simplificada cortante basal-desplazamiento de cubierta, la cual es mostrada en la **Figura 2.1a**, es necesaria para definir las propiedades del sistema equivalente de un solo grado de libertad.



**Figura 2.2.** Cortante basal vs desplazamiento de la cubierta.

El valor del cortante basal de fluencia ( $V_y$ ) y el correspondiente desplazamiento de la cubierta ( $x_{t,y}$ ) mostrado en la **Figura 2.2**, se utilizan junto con las ecuaciones (2-2) y (2-5) para calcular la relación fuerza-desplazamiento para el sistema de un solo grado de libertad equivalente como sigue:

$$x_y^* = \frac{\{\Phi\}^T M \{\Phi\}}{\{\Phi\}^T M \{1\}} x_{t,y} \quad Q_y^* = \{\Phi\}^T Q_y \quad (2-7)$$

donde  $Q_y$  es el vector de fuerzas por piso en la fluencia.

El periodo inicial de un sistema equivalente de un solo grado de libertad  $T_{eq}$  puede ser calculado como sigue:

$$T_{eq} = 2\pi \left[ \frac{x_y^* M^*}{Q_y^*} \right]^{1/2} \quad (2-8)$$

La relación de endurecimiento por deformación ( $\alpha$ ) de la relación  $V - x_t$  de la estructura de múltiples grados de libertad, define la relación de endurecimiento por deformación del sistema de un solo grado de libertad equivalente.

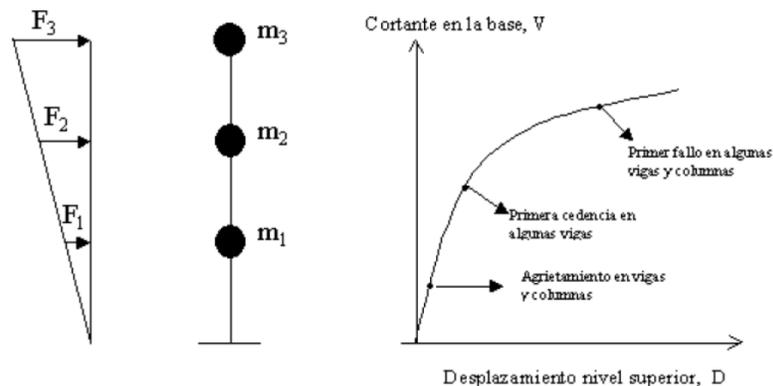
Las propiedades básicas del sistema de un grado de libertad equivalente son ahora conocidas. La cuestión fundamental en la ejecución del análisis estático no lineal, es determinar la magnitud del desplazamiento objetivo en el que la evaluación del desempeño sísmico de la estructura se va a realizar. El desplazamiento objetivo sirve como una estimación del desplazamiento global que se espera de la estructura cuando experimente un sismo de diseño. Una definición conveniente del desplazamiento objetivo es el desplazamiento de la cubierta en el centro de masa de la estructura. Las propiedades del sistema de un solo grado de libertad equivalente, junto con información espectral

para el sistema inelástico de un solo grado de libertad que se han desarrollado en los últimos años, Fajfar, P. y Krawinkler, H., proporcionan la información necesaria para estimar el desplazamiento de destino.

El desplazamiento de la cubierta de la estructura,  $x_t$ , está relacionado con el desplazamiento equivalente del sistema de un solo grado de libertad,  $x^*$ , a través de la ecuación (2-2). Por lo tanto, el desplazamiento objetivo se puede encontrar si la demanda de desplazamiento del sistema de un solo grado de libertad equivalente se puede estimar para el sismo de diseño. Para un sistema elástico de un solo grado de libertad la demanda de desplazamiento viene dada por el desplazamiento espectral. Para los sistemas inelásticos de un solo grado de libertad la demanda de desplazamiento necesita ser obtenida a partir de los espectros inelásticos. La utilización de información de la demanda inelástica espectral requiere la estimación de la relación de la demanda de fuerza elástica para producir la fuerza del sistema de equivalente de un solo grado de libertad, normalmente se conoce como el factor R.

## 2.4 Definición y características.

El análisis estático no lineal es una práctica eficiente y simple para analizar la capacidad, de una estructura bajo una distribución conocida de fuerzas inerciales. Este análisis es realizado aplicando a la estructura un patrón de cargas laterales  $F_i$  que se incrementan de manera monótonica hasta que la estructura alcanza su máxima capacidad estructural. Utilizando esta metodología, es posible conocer la secuencia de agrietamiento y fallo de los elementos. Un esquema general de este tipo de análisis se presenta en la **Figura 2.3**.



**Figura 2.3.** Esquema general análisis estático no lineal.

A partir de esta información, se determina la capacidad resistente de la estructura y su comportamiento no-lineal, como lo es: la secuencia en que las secciones van ingresando al rango no-lineal, los desplazamientos laterales después de cada incremento de carga, ductilidades, fallas en elementos, etc.

Los análisis estáticos no lineales realizados a sistemas de varios grados de libertad, logran obtener curvas que relacionan el desplazamiento de un punto de la cubierta o nivel superior contra el

cortante basal hasta un desplazamiento lateral conocido, utilizando distribuciones de fuerzas laterales proporcionales a las formas nodales; esta curva es representada como una relación bilineal y transformada a un sistema inelástico equivalente de un grado de libertad.

El análisis estático no lineal es una opción muy práctica para encontrar la respuesta sísmica de una estructura en lugar de usar un análisis no lineal dinámico; no obstante, el análisis estático no lineal es un gran avance, si se compara con la forma de análisis actual en que se utiliza la teoría lineal y se espera el daño en la estructura de tal forma que hay bastante incongruencia. En este ámbito el análisis estático no lineal es un paso intermedio, entre el análisis lineal estático y el análisis no lineal dinámico. En este análisis no lineal estático la técnica que más se utiliza es la del empuje lateral o Pushover para encontrar la curva de capacidad de la estructura ante acciones sísmicas, dicha curva relaciona el cortante basal  $V$  con el desplazamiento lateral máximo en la cubierta o nivel superior  $D_t$ .

La forma de la distribución de las fuerzas laterales inerciales puede ser: constante, lineal, parabólica, etc; esta forma influye directamente en la curva de capacidad de la estructura. Considerando que no hay un único modelo de cargas, una solución práctica puede ser utilizar por lo menos dos distribuciones diferentes y definir la curva de capacidad como la envolvente de los resultados obtenidos de ambos (Fajfar 2000).

Es importante aclarar que, a pesar de que este método se basa en los desplazamientos y trata la no linealidad, tiene algunas limitaciones importantes que debe ser tenidas en cuenta en la aplicación e interpretación de los datos obtenidos.

#### 2.4.1 Limitaciones del método del empuje lateral

Es de común conocimiento que el daño estructural es una función tanto de la deformación como de la energía. En análisis efectuados mediante metodologías Pushover, se asume implícitamente que el daño depende solo de la deformación lateral de la estructura, despreciando los efectos de duración y disipación de la energía, por lo anterior, la aplicabilidad de esta medida de daño es algo conservadora, particularmente para estructuras no dúctiles, cuyos ciclos histeréticos inelásticos presentan un fuerte estrechamiento y una forma errática.

El análisis estático no lineal se concentra solamente en la energía de deformación de una estructura, con lo que este método puede llevar a despreciar la energía asociada a las componentes dinámicas de las fuerzas, es decir, la energía cinética y la energía de amortiguamiento viscoso.

El patrón de cargas solo considera fuerzas sísmicas inerciales laterales y desconoce por completo las fuerzas sísmicas inerciales verticales.

Los cambios graduales en las propiedades modales que tiene lugar en la estructura cuando se encuentra sometida a cedencia no lineal cíclica durante un evento sísmico, no son consideradas en este tipo de análisis.

## 2.5 El método de la plastificación progresiva

El análisis estático no lineal o Pushover es una metodología sencilla pero eficiente para determinar la respuesta no lineal de una estructura. El objetivo de estudio de este análisis es la resistencia y la deformación de los elementos que componen la estructura. Para realizar este tipo de análisis, la estructura debe ser sometida ante un patrón de cargas laterales las cuales se van incrementando hasta llevar a la estructura a un cierto nivel de deformación o a la formación de un mecanismo de colapso.

El análisis estático no lineal tradicional solo tiene en cuenta el modo fundamental de vibración de la estructura, el cual se considera que habitualmente posee el mayor grado de participación modal.

El análisis tiene como fundamento principal dos conceptos principales: la capacidad y la demanda. La capacidad puede interpretarse como una característica propia de la estructura que depende de factores como la geometría de los elementos estructurales, el refuerzo, las propiedades de los materiales como rigidez y ductilidad, entre otras. La demanda depende de un movimiento sísmico en particular, representado mediante un acelerograma o un espectro de respuesta y hace énfasis a las fuerzas y deformaciones impuestas por este. De esta manera la demanda a diferencia de la capacidad, no es en teoría un valor constante, pues depende de una serie de fuerzas externas o aceleraciones a las que se somete la estructura.

### 2.5.1 Patrones de carga lateral

Para la evaluación del desempeño la selección del patrón de carga es probablemente más importante que la determinación exacta del desplazamiento objetivo. Los patrones de carga están destinados a representar la distribución de las fuerzas inerciales en un sismo de diseño. Es evidente que la distribución de las fuerzas inerciales variará con la gravedad del movimiento sísmico y con el tiempo de duración del mismo. Si se utiliza un patrón de carga invariante, las suposiciones básicas son que la distribución de las fuerzas inerciales será razonablemente constante durante todo el movimiento sísmico y que las deformaciones máximas obtenidas a partir de este patrón de carga invariante serán comparables a los esperados en el sismo de diseño. Estos supuestos pueden estar cerca de la verdad en algunos casos, pero no en otros. Ellos tienden a ser razonable si: (a) la respuesta de la estructura no se ve muy afectada por los efectos de modos de vibración altos, o (b) la estructura tiene sólo un único mecanismo de carga de fluencia que puede ser detectado por un patrón de carga invariante.

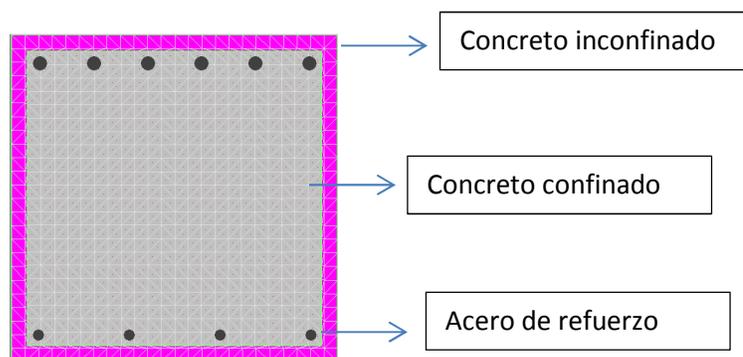
En tales casos, los patrones de carga invariantes cuidadosamente seleccionados pueden proporcionar predicciones adecuadas de demandas de deformación en elementos. Dado que no hay un patrón de carga único, que pueda capturar las variaciones en las demandas locales esperadas ante un sismo de diseño, se recomienda el uso de al menos dos patrones de carga que son esperados a la distribución de fuerzas inerciales. Uno debe ser un patrón de cargas uniforme, que hace hincapié en las demandas de los pisos más bajos en comparación con las demandas en los pisos superiores y magnifica la importancia relativa de las fuerzas cortantes en comparación con los momentos de volcamiento. El

otro podría ser un patrón de carga de diseño utilizado en los códigos presentes o, preferentemente, un modelo de carga que da cuenta de los efectos de modos de vibración altos.

Es evidente que ninguno de estos patrones de carga invariantes puede dar cuenta de una redistribución de las fuerzas inerciales, que puede ocurrir cuando se forma un mecanismo local y en consecuencia del cambio de las propiedades dinámicas de la estructura. Por lo tanto, es atractivo utilizar patrones de carga de adaptación que siguen más de cerca el tiempo de distribución variante de las fuerzas inerciales. Diferentes sugerencias se han realizado a este tema, incluyendo el uso de cargas de una planta que son proporcionales a la forma deformada de la estructura Fajfar, P. y Fischinger, M, el uso de patrones de carga SRSS basados en formas de los modos derivados de rigideces secantes en cada fase de carga, y el uso de patrones en los que las cargas aplicadas son proporcionales a las resistencias de cizallamiento al paso anterior. En este momento no hay consenso sobre las ventajas de estos modelos de carga de adaptación, pero no hay duda de que la mejora en los patrones de carga se debe desarrollar con el fin de hacer una predicción de la demanda por medio de un análisis estático no lineal y desarrollar un proceso más fiable.

## 2.6 Comportamiento de los materiales.

Para estudiar el comportamiento inelástico de secciones transversales de concreto reforzado, es necesario conocer los materiales y características asociados a ellos. En esta investigación se han usado los modelos propuestos por Mander et al 1984 (Theoretical stress-strain model for confined concrete), dichos modelos predicen el comportamiento de dos tipos de concreto que se encuentran presentes en la sección transversal del elemento los cuales se definen como: el concreto inconfinado, el cual es el material de recubrimiento del acero de refuerzo y el concreto confinado o núcleo de la sección, como se muestra en la **Figura 2.4**.



**Figura 2.4.** Materiales del modelo matemático de Mander.

### 2.6.1 Concreto inconfinado

Para describir el comportamiento del concreto inconfinado, Mander et al 1984, propone en su estudio

un modelo constitutivo que define al material confinado. Dicho modelo constitutivo y las variables asociadas a este son presentadas a continuación.

$$\text{Para una deformación del material, } \varepsilon < 2\varepsilon_t, f_c = 0 \quad (2.9)$$

$$\text{Para una deformación del material, } \varepsilon < 0, f_c = \varepsilon E_c \quad (2.10)$$

$$\text{Para una deformación del material, } \varepsilon < \varepsilon_{cu}, f_c = \frac{f'_c x^r}{r-1+x^r} \quad (2.11)$$

$$\text{Para una deformación del material, } \varepsilon < \varepsilon_{sp}, f_c = f_{cu} + (f_{cp} + f_{cu}) \frac{(\varepsilon - \varepsilon_{cu})}{(\varepsilon_{sp} - \varepsilon_{cu})} \quad (2.12)$$

$$x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_{cc}} \quad (2.13)$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (2.14)$$

$$E_{sec} = \frac{f'_c}{\varepsilon_{cc}} \quad (2.15)$$

$\varepsilon$  = Deformación del concreto confinado.

$f_c$  = Esfuerzo del concreto confinado.

$E_c$  = Módulo de elasticidad del concreto.

$E_{sec}$  = Módulo secante.

$\varepsilon_t$  = Capacidad de deformación a tensión del concreto confinado.

$\varepsilon_{cu}$  = Deformación última del concreto confinado.

$\varepsilon_{cc}$  = Deformación a esfuerzo máximo del concreto = 0.002

$\varepsilon_{sp}$  = Deformación de fisuración del concreto.

$f'_c$  = Resistencia a la compresión del concreto a los 28 días.

$f_{cu}$  = Esfuerzo a la deformación  $\varepsilon_{cu}$ .

$f_{cp}$  = Esfuerzo post fisuración del concreto.

Para el concreto usado en este trabajo final de maestría, construimos la relación constitutiva del material confinado a partir de los siguientes parámetros:

$$f'_c = 28 \text{ Mpa}$$

$$E_c = 25000 \text{ Mpa}$$

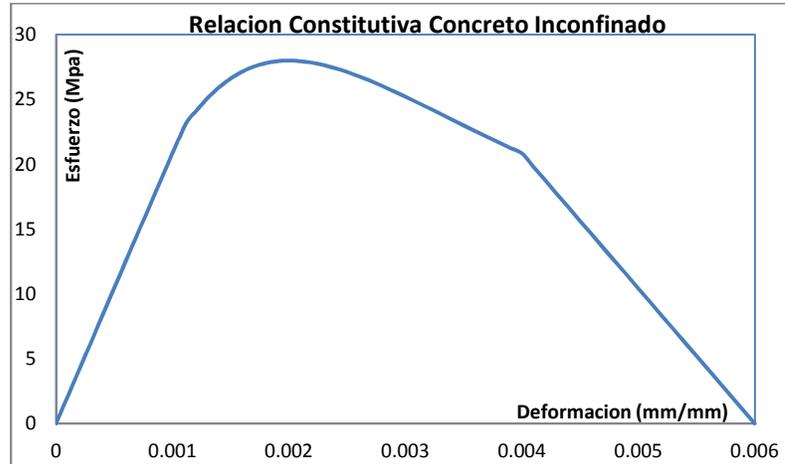
$$E_{sec} = 14000 \text{ Mpa}$$

$$\epsilon_{cc} = 0.002$$

$$\epsilon_{sp} = 0.004$$

$$\epsilon_{cu} = 0.006$$

En la **Grafica 2.1** se presenta la relación constitutiva para el concreto inconfinado, usada para el cálculo de las relaciones momento-curvatura en las secciones de concreto.



**Grafica 2.1.** Relación constitutiva material concreto inconfinado.

### 2.6.2 Concreto confinado

De la misma manera el comportamiento del concreto confinado es estudiado por Mander et al 1984, proponiendo en su estudio un modelo constitutivo que define al material confinado. Dicho modelo constitutivo y las variables asociadas a este son presentadas a continuación.

$$\text{Para una deformación del material, } \epsilon < 2\epsilon_t, f_c = 0 \quad (2.16)$$

$$\text{Para una deformación del material, } \epsilon < 0, f_c = \epsilon E_c \quad (2.17)$$

$$\text{Para una deformación del material, } \epsilon < \epsilon_{cu}, f_c = \frac{f'_{cc} x^r}{r-1+x^r} \quad (2.18)$$

$$x = \frac{\epsilon}{\epsilon_{cc}} \quad (2.19)$$

$$\epsilon_{cc} = 0.002 \left[ 1 + 5 \left( \frac{f'_{cc}}{f'_c} - 1 \right) \right] \quad (2.20)$$

$$r = \frac{E_c}{E_c - E_{sec}} \quad (2.21)$$

$$E_{sec} = \frac{f'_{cc}}{\epsilon_{cc}} \quad (2.22)$$

$$f'_{cc} = f'_{co} \left( -1.254 + 2.254 \sqrt{1 + \frac{7.94f'_i}{f'_{co}} - \frac{2f'_i}{f'_{co}}} \right) \quad (2.23)$$

$$f'_{ix} = k_e \rho_x f_{yh} \quad (2.24)$$

$$k_e = \frac{\left( 1 - \sum_{i=1}^n \frac{(w'_i)^2}{6b_c d_c} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2b_c} \right) \left( 1 - \frac{s'}{2d_c} \right)}{1 - \rho_{cc}} \quad (2.25)$$

$\epsilon$  = Deformación del concreto confinado.

$f_c$  = Esfuerzo del concreto inconfinado.

$E_c$  = Módulo de elasticidad del concreto.

$\epsilon_t$  = Capacidad de deformación a tensión del concreto confinado.

$\epsilon_{cu}$  = Deformación última del concreto confinado.

$\epsilon_{cc}$  = Deformación a esfuerzo máximo del concreto.

$f'_c$  = Resistencia a la compresión del concreto a los 28 días.

$f'_{cc}$  = Resistencia a la compresión del concreto confinado.

$f'_{co}$  = Resistencia a la compresión del concreto inconfinado.

Para definir la relación constitutiva del material concreto confinado, es necesario definir el tipo de confinamiento que posee la sección transversal, ya que esta relación constitutiva depende directamente del acero de confinamiento dado por los estribos; a manera de ejemplo definimos dicha relación para un confinamiento dado por estribos  $\phi = 3/8$  pulgada, espaciados cada 0,10 m y que poseen 2 ramas de confinamiento. Con las propiedades iniciales del material procedemos a calcular la relación constitutiva para el concreto confinado.

$$f'_c = 28 \text{ Mpa}$$

$$E_c = 25000 \text{ Mpa}$$

$$\epsilon_{cc} = 0.0033$$

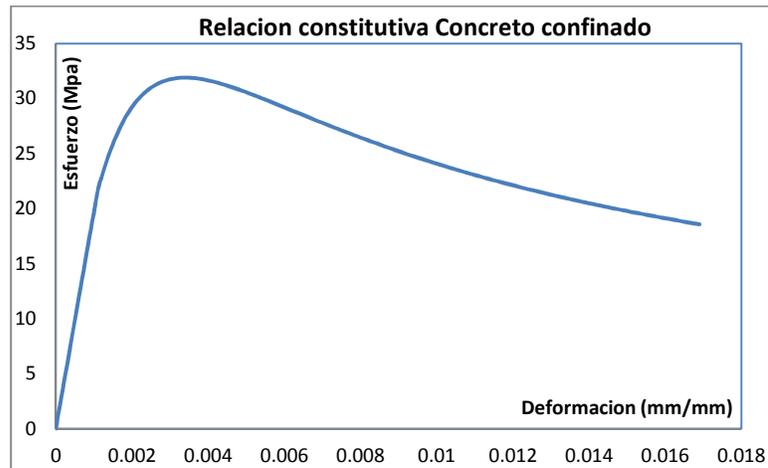
$$E_{sec} = 9402 \text{ Mpa}$$

$$r = 1.60$$

$$\epsilon_{cu} = 0.017$$

$$f'_{cc} = 31.9 \text{ Mpa}$$

En la **Grafica 2.2** se presenta la relación constitutiva para el concreto confinado, usada para el cálculo de las relaciones momento-curvatura en las secciones de concreto.



**Grafica 2.2.** Relación constitutiva material concreto confinado.

### 2.6.3 Acero de refuerzo

Para el acero de refuerzo (Grado 60) se estudia la relación constitutiva del material, la cual está definida en esta investigación por las siguientes ecuaciones.

$$\text{Para una deformación del material, } \epsilon < \epsilon_y, f_s = E\epsilon \quad (2.26)$$

$$\text{Para una deformación del material, } \epsilon < \epsilon_{sh}, f_s = f_y \quad (2.27)$$

$$\text{Para una deformación del material, } \epsilon < \epsilon_{su}, f_s = f_u - (f_u - f_y) \left( \frac{\epsilon_{su} - \epsilon}{\epsilon_{su} - \epsilon_{sh}} \right)^2 \quad (2.28)$$

$\epsilon$  = Deformación del acero.

$f_s$  = Esfuerzo del acero.

$f_y$  = Esfuerzo de fluencia del acero.

$f_u$  = Esfuerzo de fractura del acero.

$\epsilon_y$  = Deformación de fluencia.

$\epsilon_{sh}$  = Deformación de endurecimiento.

$\epsilon_{su}$  = Deformación de fractura.

$E = \text{Modulo de elasticidad del acero.}$

A partir de las propiedades del acero de refuerzo (Grado 60), se construye la gráfica que representa la relación constitutiva del material.

$$f_y = 420 \text{ Mpa}$$

$$f_u = 630 \text{ Mpa}$$

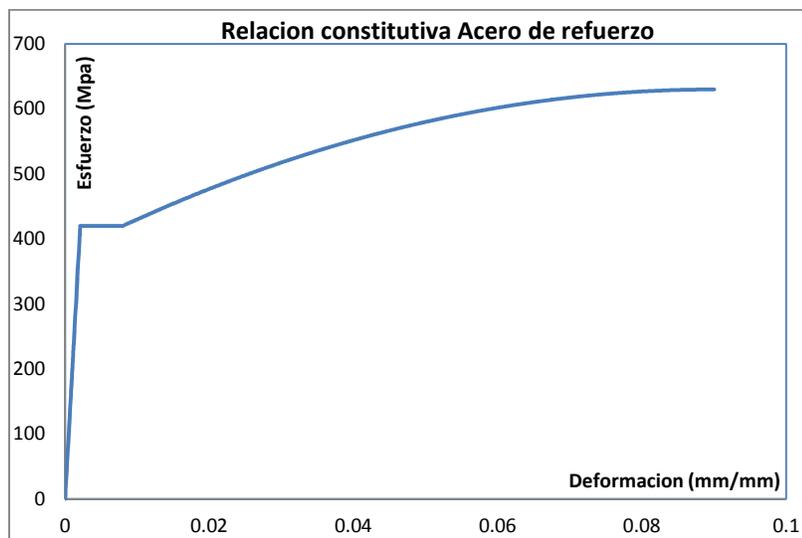
$$\varepsilon_y = 0.0021$$

$$\varepsilon_{sh} = 0.008$$

$$\varepsilon_{su} = 0.09$$

$$E = 200000 \text{ Mpa}$$

En la **Grafica 2.3** se presenta la relación constitutiva para el acero de refuerzo, utilizada para el cálculo de las relaciones momento-curvatura en las secciones de concreto.



**Grafica 2.3.** Relación constitutiva material acero de refuerzo.

## 2.7 Comportamiento no lineal de los elementos.

La estimación de la respuesta no lineal de estructuras sometidas a movimientos sísmicos, es esencial para el diseño sísmico de estructuras nuevas y para evaluar sísmicamente edificaciones existentes. Para este fin, realizar un análisis dinámico no lineal de un sistema de varios grados de libertad sería la mejor solución; no obstante, este es demasiado complejo y abarca datos con altos niveles de incertidumbre. Para solventar estos limitantes, numerosos investigadores en el transcurso de los últimos años han desarrollado procedimientos simplificados de análisis no lineal, los cuales utilizan el análisis estático no lineal para determinar la capacidad de una estructura. Este método permite

obtener una idea aproximada de las características estructurales como lo son: las deformaciones globales y locales, la secuencia de plastificación de los elementos estructurales (vigas y columnas), la degradación de la resistencia y una estimación de la demanda de desplazamiento sísmico (MORA, 2006).

Las metodologías no lineales simplificadas más conocidas están: 1) el método del espectro de capacidad desarrollado por Freeman et al (1975), el cual ha sido implementado por el ATC-40; 2) el método del coeficiente de desplazamiento utilizado en el FEMA 273 y 356; 3) el método N2 desarrollado por Fajfar (2000) a partir del trabajo realizado por Saiidi y Sozen (1981), el cual ha sido implementado en el Eurocodigo 8 y 4) el análisis Pushover modal propuesto por Chopra y Goel (2001).

Las nuevas tendencias en el diseño estructural están apuntando a incorporar de manera explícita el control del daño, para lo cual, es posible hacer uso de métodos de análisis simplificados tales como el análisis estático no lineal.

### 2.7.1 Relación momento-curvatura

Cuando se culmina un diseño estructural, es muy importante conocer la relación momento-curvatura  $M - \phi$ , de las secciones de sus elementos, con el objetivo de conocer cuál es la capacidad de ductilidad por curvatura  $\mu_\phi$ , la máxima capacidad a flexión del elemento  $M_u$  y comparar estos valores con las demandas que se obtienen del diseño.

Si algún elemento posee muy poca capacidad de ductilidad por curvatura va a presentar una falla frágil cuando la estructura ingrese al rango no lineal, lo cual no es deseable. El comportamiento ideal debería ser que tenga un valor alto de  $\mu_\phi$  para que la estructura disipe la mayor cantidad de energía, para que sea posible la redistribución de momentos y de esta forma trabajen todos los elementos en una forma adecuada.

Para los análisis no lineales, es fundamental conocer la relación  $M - \phi$  para encontrar la rigidez de cada una de las ramas de los diagramas histeréticos, que se utilizan para definir la no linealidad del material. La relación  $M - \phi$  es la base de los análisis no lineales.

Los diagramas  $M - \phi$  son función de los modelos constitutivos de los materiales que se utilizan para determinar la relación esfuerzo-deformación. No obstante, si se emplea el bloque rectangular de Whitney (1942) y el modelo elastoplástico para el acero, los valores de  $\mu_\phi$  que se obtengan serán relativamente bajos. Por el contrario si se utiliza un modelo de hormigón confinado como el propuesto por Park et al (1982) y un modelo de acero que incluya endurecimientos post fluencia se encontrarán valores más altos de  $\mu_\phi$  y son más cercanos a la realidad.

En la **Figura 2.5** se muestran tres modelos para el concreto no confinado, el de la izquierda es el modelo de Jensen o bloque trapezoidal, el del centro es el modelo de Hognestad (1955) y el de la derecha el bloque rectangular del ACI o de Whitney (1942). Este último se utiliza para el diseño dado su simplicidad para encontrar la resultante de la fuerza a compresión.

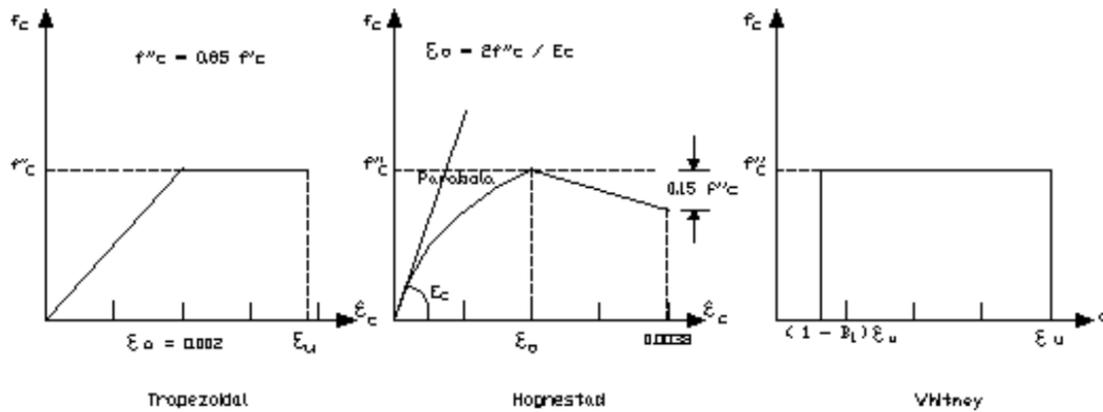


Figura 2.5. Modelos constitutivos para el concreto no confinado.

En la **Figura 2.6** se presentan tres modelos para definir el comportamiento del acero, el primero es el modelo elastoplástico bastante utilizado por su simplicidad, el del centro es el modelo trilineal que incluye incrementos de esfuerzos en la zona de post fluencia a través de una variación lineal y el final es la curva que contempla una ecuación de segundo grado para la zona de endurecimiento.

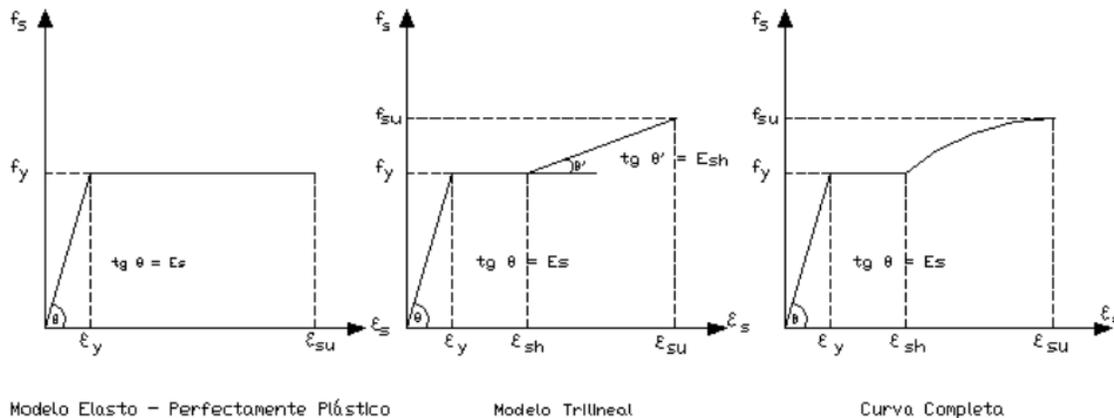


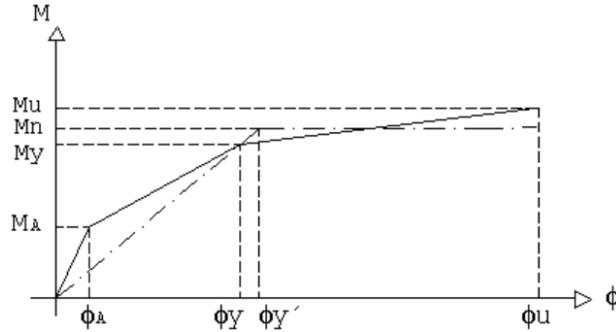
Figura 2.6. Modelos constitutivos para el acero de refuerzo.

### 2.7.2 Esquema general para un diagrama momento-curvatura

En la **Figura 2.7** se presentan los puntos característicos de todo diagrama momento-curvatura de una sección de concreto reforzado y se discuten a continuación:

- Punto A, se obtiene cuando el concreto alcanza su máximo esfuerzo a tracción. En la **Figura 2.7** se observa que la capacidad a flexión del punto A es muy baja por este motivo muchas veces es ignorado, pero es el comienzo del rango elástico.
- Punto Y, se establece cuando el acero a tracción alcanza el punto de fluencia, definido por un esfuerzo  $f_y$ , y una deformación  $\epsilon_y$ . En numerosos estudios se considera que el rango elástico es la recta que une el origen con el punto Y.

- Punto S, se determina cuando el acero a tracción se encuentra en el inicio de la zona de endurecimiento, es decir al final de la fluencia, en el modelo trilineal del acero presentado en la figura 2.3, se tendría este punto a la deformación  $\varepsilon_{sh}$ .
- Punto U, se consigue cuando el concreto alcanza su máxima deformación útil a compresión  $\varepsilon_u$ . Esto no significa la falla del elemento, existe un punto adicional que tiene al menos capacidad a flexión y mayor deformación que corresponde al colapso.



**Figura 2.7.** Puntos generales diagrama Momento-curvatura.

### 2.7.3 Expresiones aproximadas

Para encontrar los puntos principales A, Y, U del diagrama momento-curvatura, existen expresiones aproximadas que pueden ser utilizadas cuando no se dispone de un programa de cálculo para dicho cometido. Estas expresiones se presentan a continuación.

#### 2.7.3.1 Vigas simplemente armadas

- Punto A

$$M_A = \frac{I}{C_t} f_{ct} \quad f_{ct} = 0.10 f'_c \quad C_t = \frac{h}{2}$$

$$\phi_A = \frac{M_A}{E_c I} \quad I = \frac{bh^3}{12}$$

donde  $C_t$  es la distancia del centro de gravedad de la sección a la fibra más traccionada;  $f_{ct}$  es el esfuerzo máximo a tracción del concreto,  $I$  es el momento de inercia de la sección.

- Punto Y

$$M_y = A_s f_y j d \quad j d = \left(1 - \frac{k}{3}\right) d \quad k = \sqrt{(n\rho)^2 + 2n\rho} - n\rho$$

$$n = \frac{E_s}{E_c} \quad \rho = \frac{A_s}{bd} \quad \phi_y = \frac{\varepsilon_y}{(1-k)d}$$

donde  $kd$  es la profundidad del eje neutro,  $jd$  es el brazo de palanca o distancia desde el centroide de la fuerza a compresión del concreto al centroide de la fuerza a tensión en el acero,  $d$  es la altura efectiva,  $A_s$  es la armadura a tensión del elemento.

- Punto U

$$M_u = A_s f_y \left( d - \frac{A_s f_y d}{1.7 b f'_c} \right) \quad \phi_u = \frac{\varepsilon_u}{c} \quad c = \frac{A_s f_y}{0.7225 b f'_c}$$

donde  $\varepsilon_u$  es la máxima deformación útil del concreto, para análisis se considera  $\varepsilon_u = 0.004$ . Este valor es para cuando no se considera el aporte de la armadura trasversal o de cortante, al considerar el confinamiento del concreto el valor de  $\varepsilon_u$  es mayor al indicado anteriormente.

### 2.7.3.2 Vigas doblemente armadas

Para el cálculo del punto A se procede de igual manera que en el caso de vigas simplemente armadas.

- Punto Y

$$M_y = A_s f_y j d \quad j d = \left( 1 - \frac{k}{3} \right) d \quad k = \sqrt{(\rho - \rho')^2 n^2 + 2 \left( \rho + \rho' \frac{d'}{d} \right) n - (\rho + \rho') n}$$

$$\rho = \frac{A_s}{b d} \quad \rho' = \frac{A'_s}{b d} \quad n = \frac{E_s}{E_c} \quad \phi_y = \frac{\varepsilon_y}{(1-k)d}$$

donde  $A'_s$  es la armadura a compresión.

- Punto U

$$M_u = 0.85 a b f'_c (d - 0.5 a) + A'_s f_y (d - d')$$

$$a = \frac{(A_s - A'_s) f_y}{0.85 b f'_c} \quad \phi_u = \frac{\varepsilon_c}{c} = \frac{\varepsilon_c \beta_1}{a}$$

### 2.7.3.3 Columnas

- Punto A

$$M_A = \frac{I}{c_t} \left( f_{ct} + \frac{P_0}{A} \right) \quad A = b h \quad \phi_A = \frac{M_A}{E_c I}$$

donde  $P_0$  es la fuerza axial de compresión.

- Punto Y

$$M_y = 0.5 f'_c b d^2 [(1 + \beta_c - \eta) \eta_0 + (2 - \eta) p_t + (\eta - 2 \beta_c) \alpha_c p'_t]$$

$$\beta_c = \frac{d'}{d} \quad \eta = \frac{0.75}{1 + \alpha_y} \left( \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_0} \right)^{0.7} \quad \alpha_y = \frac{\varepsilon_y}{\varepsilon_0} \quad \eta_0 = \frac{P_0}{b d f'_c}$$

$$p_t = \frac{A_s f_y}{b d f'_c} \quad p'_t = \frac{A'_s f_y}{b d f'_c} \quad \varepsilon_c = \phi_y d - \varepsilon_y \leq \varepsilon_u$$

$$\alpha_c = (1 - \beta_c) \frac{\varepsilon_c}{\varepsilon_y} - \beta_c \leq 1 \quad \phi_y = \left[ 1.05 + (C_2 - 1.05) \frac{\eta_0}{0.03} \right] \frac{\varepsilon_y}{(1-k)d}$$

$$k = \sqrt{(p_t + p'_t)^2 \frac{1}{4\alpha_y^2} + (p_t + \beta_c p'_t) \frac{1}{\alpha_y} - (p_t + p'_t) \frac{1}{2\alpha_y}}$$

$$C_2 = 1 + \frac{0.45}{(0.84 + p_t)}$$

Las anteriores expresiones fueron propuestas por Y. Park (1985), donde  $d'$  es el recubrimiento de la armadura a compresión,  $\varepsilon_0$  es la deformación del concreto asociada a la máxima resistencia.

- Punto U

$$M_u = (1.24 - 0.15p_t - 0.5\eta_0)M_y$$

$$\phi_u = \mu_\phi \phi_y$$

$$\mu_\phi = \left( \frac{\varepsilon_p}{\varepsilon_0} \right)^{0.218pw - 2.15} \exp(0.654pw + 0.38)$$

donde  $pw$  es la cuantía de confinamiento del refuerzo trasversal en porcentaje. Si  $pw > 2\%$  se considera  $pw = 2$ . Por otra parte la ductilidad por curvatura  $\mu_\phi$  será igual a 1, si el valor que resulta al aplicar la respectiva expresión es menor a 1.

$$\varepsilon_p = 0.5\varepsilon_b + 0.5\sqrt{\varepsilon_b^2 + \theta_s^2}$$

$$\varepsilon_b = \left[ C_1 + (C_2 - C_1) \frac{\eta_0}{0.3} \right] \phi_y$$

$$C_1 = 1.05 \quad \text{Para} \quad p'_t \neq 0$$

$$C_1 = 1 + 1.9p_t^{2.4} \quad \text{Para} \quad p'_t = 0$$

$$C_2 = 1 + \frac{0.45}{(0.84 + 2p'_t - p_t)}$$

$$\theta_s = \frac{0.002}{\frac{L}{d} - 0.5} \quad u < 5 \quad \text{o} \quad \frac{L}{d} > 4$$

$$\theta_s = \frac{0.002}{\frac{L}{d} - 0.5} [1 + 0.27(u - 5)] \quad u > 5 \quad \text{y} \quad 2.5 < \frac{L}{d} < 4$$

$$\theta_s = \frac{0.002}{\frac{L}{d} - 0.5} \left[ 1 + \frac{0.185(u - 5)}{\sqrt{pw} - 0.4} \right] \quad u > 5 \quad \text{y} \quad \frac{L}{d} < 2.5$$

$$u = \frac{\tau_b}{\sqrt{f'_c}}$$

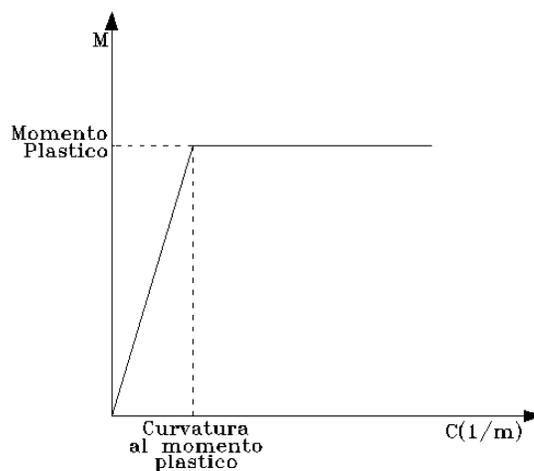
donde  $\theta_s$  es la rotación por corte,  $\tau_b$  es el esfuerzo promedio de adherencia y  $L$  es la longitud del elemento.

## 2.7.4 Relaciones momento-curvatura para diferentes comportamientos del material

En esta sección estudiaremos los diferentes tipos de relaciones momento-curvatura que se adoptan en este trabajo final de maestría, para representar diferentes tipos de comportamientos del material, entre estos comportamientos tenemos: elasto-plástico perfecto (E.P.P), elasto-plástico con caída de resistencia (E.P.C.R.) y comportamiento de endurecimiento después de alcanzar la fluencia con caída de resistencia (E.D.C.R.), este último comportamiento es el adoptado al momento de realizar un análisis tipo Pushover en una estructura. A continuación se hace una breve descripción de cada uno de estos comportamientos.

### 2.7.4.1 Relación momento-curvatura material elasto-plástico perfecto

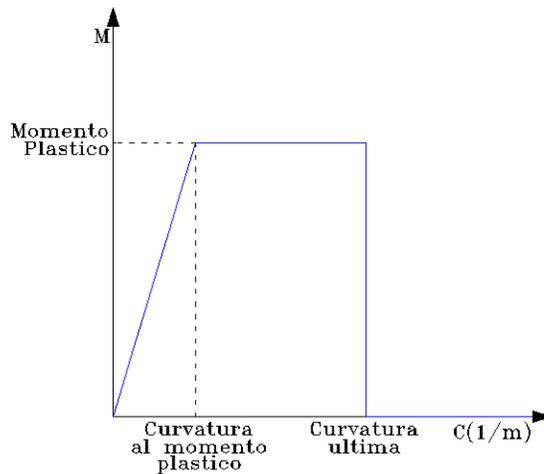
Este modelo de rótula plástica tiene un comportamiento lineal y elástico hasta alcanzar su momento plástico o de fluencia ( $f_y$ ) y desde allí es capaz de incrementar su curvatura más no presentar aumento del momento flector, es decir mantiene una pendiente igual a cero en esta etapa, como se presenta en la **Figura 2.8**. Este enfoque es bastante conservador y debe conducir a obtener curvas de capacidad de estructuras bastante bajas y que reflejan únicamente el comportamiento elástico de la estructura analizada.



**Figura 2.8.** Relación momento-curvatura para un material con comportamiento elasto-plástico perfecto.

#### 2.7.4.2 Relación momento-curvatura para material elasto-plástico con caída de resistencia

Este modelo de rótula plástica describe un comportamiento lineal y elástico hasta alcanzar el momento de fluencia, siguiente a esto presenta un comportamiento elasto-plástico perfecto hasta obtener la curvatura ultima y desde este punto tiene una caída de resistencia hasta alcanzar un momento flector igual a cero, a partir de ese instante la sección podrá presentar incremento en su curvatura mas no en el momento, como se muestra en la **Figura 2.9**.

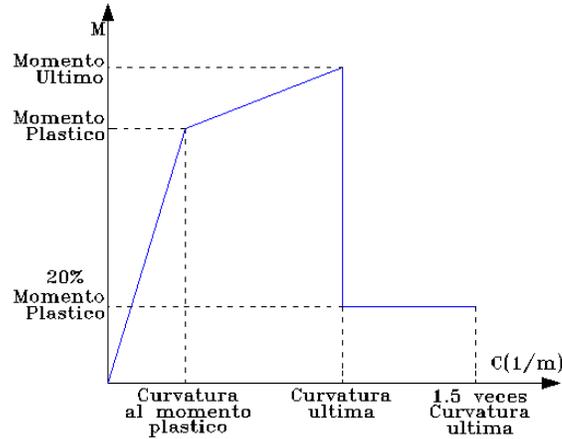


**Figura 2.9.** Relación momento-curvatura para un material con comportamiento elasto-plástico con caída de resistencia.

#### 2.7.4.3 Relación momento-curvatura para material con endurecimiento y caída de resistencia

Este modelo de rótula plástica describe un comportamiento lineal y elástico hasta alcanzar el momento de fluencia y a partir de allí presenta un comportamiento de sobre resistencia hasta alcanzar su momento último; desde ese instante se presenta una caída de resistencia hasta alcanzar un valor de momento igual al 20% del de fluencia, alcanzado dicho punto prosigue este comportamiento hasta una curvatura igual a 1.5 veces la curvatura ultima comportándose como un material elasto-plástico perfecto tal y como se presenta en la **Figura 2.10**.

Este modelo de rotula plástica es el clásico usado por los códigos sismo resistentes actuales y que se encuentran definidos en el ATC-40 y FEMA-356 para el desarrollo de modelos de plastificación.



**Figura 2.10.** Relación momento-curvatura para un material con comportamiento bilineal Atc-40.

### 2.7.5 Método de las dovelas o de las fibras

En el método de las dovelas o método de las fibras Kunnath et al (1992), Park et al (1987), un punto del diagrama corresponde a una curvatura dada y lo que se va incrementando es la curvatura para hallar los demás puntos. Los conceptos generales del método fueron propuestos por Mander (1984) y consiste en dividir la sección de concreto en un número finito de elementos y las filas de refuerzos de acero están completamente definidas.

La deformación en una sección cualquiera, está dada por:

$$\epsilon(z) = d \epsilon_0 + z d \phi \quad (2-29)$$

donde  $d \epsilon_0$  es la deformación en el centroide de la sección,  $z$  es la distancia medida desde el eje de referencia, si va al centro de una dovela se denominara  $Z_i$  y si va hasta una fila de acero será  $Z_j$  y  $d \phi$  es la curvatura de la sección para la que se esta evaluando. La resultante de la carga axial  $N$  y el momento  $M$  vienen dado por las siguientes expresiones:

$$N = \int E d \epsilon dA \quad (2-30)$$

$$M = \int E d \epsilon z dA \quad (2-31)$$

donde  $E$  es el módulo de elasticidad, del concreto o del acero, según cuál sea la fibra,  $d \epsilon$  es la deformación de la fibra y  $dA$  es el área de la dovela de concreto o el área de la fila de acero.

Reemplazando (1-2) en (1-3) y sustituyendo la integral por la sumatoria, se tiene:

$$\Delta N = \left( \sum_{i=1}^{NCC} f_{ci} A_{ci} + \sum_{j=1}^{NSS} f_{sj} A_{sj} \right) d \epsilon_0 + \left( \sum_{i=1}^{NCC} f_{ci} A_{ci} z_i + \sum_{j=1}^{NSS} f_{sj} A_{sj} z_j \right) d \phi \quad (2-32)$$

donde  $NCC$  es el número de dovelas en que se ha dividido la sección transversal de concreto y  $NSS$  es el número de filas de acero que se tienen en cuenta en la sección. Así mismo  $f_{ci}$ ,  $f_{sj}$  son respectivamente los esfuerzos en el concreto y acero.

Para un nuevo incremento de curvatura se tiene:

$$d\phi_{i+1} = d\phi_i + \Delta\phi \quad (2-33)$$

El cambio en el centroide de deformación para el equilibrio de fuerzas es calculado mediante la ecuación (2-4). En el primer paso se considera  $\Delta N^* = P_0$ ;  $\Delta N^*$  es igual a la carga axial que actúa en la sección y en los pasos siguientes  $\Delta N^* = P_0 - \Delta N$ . El cálculo se realiza de la siguiente forma:

$$\Delta\epsilon_0 = \frac{(\Delta N^* - E_x \Delta\phi)}{E_a} \quad (2-34)$$

$$E_a = \sum_{i=1}^{NCC} f_{ci} A_{ci} + \sum_{j=1}^{NSS} f_{sj} A_{sj} \quad (2-35)$$

$$E_x = \sum_{i=1}^{NCC} f_{ci} A_{ci} z_i + \sum_{j=1}^{NSS} f_{sj} A_{sj} z_j \quad (2-36)$$

El incremento en la deformación centroidal calculado es sumado a la deformación  $d\epsilon_0$ , y se obtienen las deformaciones en cada dovela y fila de acero con la ecuación (2-29).

$$d\epsilon_0 = d\epsilon_0 + \Delta\epsilon_0 \quad (2-37)$$

$$\epsilon(z) = d\epsilon_0 + zd\phi \quad (2-38)$$

Se obtiene la nueva carga axial y momento utilizando las ecuaciones (2-30) y (2-31) pero trabajando en forma discreta, primero con el concreto y después se suma el aporte del acero. Si la carga axial calculada  $N$  es aproximadamente igual a la carga  $P_0$  se procede con el cálculo, caso contrario se repite el proceso de cálculo desde el paso ii, considerando  $\Delta\phi = 0$ .

## 2.7.6 Rotulas plásticas

El comportamiento de las secciones de concreto reforzado sometidas a acciones externas, puede comprenderse de manera más clara mediante el uso de gráficas que relacionen el momento flector resistente en una sección contra la curvatura correspondiente. La curvatura es el ángulo que forman con la vertical, la línea que describe el perfil de deformaciones unitarias en la sección.

El diagrama momento-curvatura es de gran importancia en el diseño de estructuras ante cargas estáticas y dinámicas, ya que de forma rápida se visualiza que tan dúctil y resistente es un miembro. Además, el área bajo la curva representa la energía interna, la parte bajo la región elástica es la energía de deformación acumulada en el miembro, mientras que el área bajo la región de postfluencia corresponde a la energía disipada en las deformaciones plásticas del mismo, Hernández, (2009).

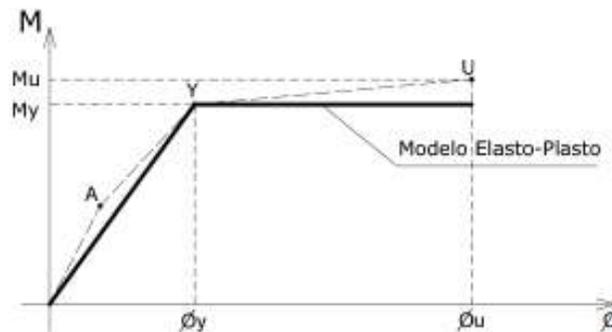
De la relación momento-curvatura se obtiene la máxima capacidad a flexión del elemento  $M_u$ , la curvatura última  $\phi_u$ , así como también sus respectivos momento y curvatura de fluencia, de tal forma

que estas cantidades pueden compararse con las demandas que se tienen en el diseño. Por lo que una de las principales aplicaciones de conocer estos valores es calcular la ductilidad de curvatura  $\mu\phi$  de la sección del elemento estructural a diseñar, ya que la ductilidad de curvatura permite conocer si el comportamiento de la sección es dúctil o no. Por ejemplo si un elemento tiene poca capacidad de ductilidad de curvatura la estructura presentará una falla frágil cuando ingrese al intervalo no lineal, lo cual no es deseable. Se requiere que la sección tenga un valor alto de  $\mu\phi$  con el fin de que disipe la mayor cantidad de energía y se distribuyan mejor los momentos, Hernández, (2009).

Para definir las relaciones Momento-Curvatura en esta investigación, se utilizó el método de las bandas o fibras (Park et al 1987), para realizar análisis no lineales en la sección transversal estudiada.

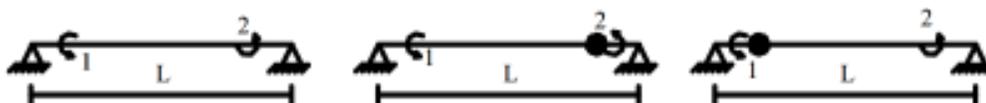
## 2.8 Análisis no lineal con modelo elastoplástico

La manera más fácil de explicar el método del empuje lateral, es considerar una relación momento-curvatura elastoplástica para los elementos de la estructura, como la que se presenta en la **Figura 2.11**.



**Figura 2.11.** Diagrama momento-curvatura modelo elastoplástico.

En la **Figura 2.12** se presentan las tres posibilidades de trabajo que tiene un elemento, en la izquierda se presenta el trabajo realizado en el rango elástico, en el medio cuando la sección llegó a fluencia en el nudo final y a la derecha cuando se presentó fluencia en el nudo inicial. Debido al modelo elastoplástico que se está usando, cuando se alcanza la fluencia se presenta una rotula plástica en dicho punto.



**Figura 2.12.** Condiciones de trabajo de un elemento.

Las matrices de rigidez del elemento para los tres casos presentados en la **Figura 2.12**, se denominan caso 1 rango elástico, caso 2 cuando se presenta una rótula plástica en el nudo final y caso 3 cuando se presenta una rotula plástica en el nudo inicial y para los grados de libertad indicados, tenemos lo siguiente en el mismo orden:

$$k = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{L} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{2EI}{L} & \frac{4EI}{L} \end{bmatrix} \quad k = \begin{bmatrix} \frac{3EI}{L} & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad k = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \frac{3EI}{L} \end{bmatrix}$$

donde  $E$  es el modulo de elasticidad del material,  $I$  es el momento inercia del elemento y  $L$  es la longitud del elemento. Cuando se presentan rotulas plásticas en los dos extremos del elemento la matriz de rigidez es nula.

En los análisis no lineales lo que cambia es la matriz de rigidez del elemento en concordancia al valor del momento que actúa sobre dicho elemento. Un vez que se tiene definida la matriz de rigidez del elemento  $k$ , se procede a ensamblar la matriz de rigidez del sistema  $K$ , bien sea por ensamble directo o por medio de la matriz de deformaciones  $A$ .

$$K = \sum_{i=1}^n A^{(i)t} k^{(i)} A^{(i)}$$

donde el índice  $i$  representa al elemento y  $n$  es el número total de elementos. Por otro lado para la solución matricial se debe determinar el vector de cargas generalizadas  $Q$ . La ecuación de análisis matricial que relaciona el vector de cargas  $Q$  con el vector de coordenadas generalizadas  $q$ , es por medio de la matriz de rigidez de la estructura  $K$ . De esta forma para encontrar los desplazamientos y rotaciones de la estructura, que se encuentran en el vector  $q$ , se debe resolver el siguiente sistema de ecuaciones.

$$Q = Kq$$

El vector de coordenadas  $q$ , genera deformaciones en la estructura que son denominadas con la letra  $p$ , y estos a su vez dan origen a las fuerzas y momentos flectores en cada uno de los elementos que se los define con la letra  $P$ . Las deformaciones  $p$  se calculan por medio de la matriz de compatibilidad  $A$  de cada uno de los elementos y el vector  $P$  se obtiene a través de la matriz de rigidez del elemento  $k$ , con las siguientes expresiones:

$$p^{(i)} = A^{(i)} q$$

$$P^{(i)} = k^{(i)} p^{(i)}$$

## 2.9 Capacidad estructural

La capacidad de una estructura depende de la resistencia y deformación última de sus elementos. Para calcular sus capacidades más allá del límite elástico, es necesario utilizar un método de análisis no lineal, como lo es el análisis estático no lineal (Pushover). Esta técnica utiliza una serie de análisis elásticos secuenciales, que se superponen para aproximarse a un diagrama conocido como curva de capacidad.

El modelo matemático de la estructura se modifica para tener en cuenta la reducción de resistencia de los elementos que ingresan al rango inelástico. De esta manera se aplican una serie de fuerzas horizontales, las cuales se incrementan de forma monótonica hasta que la estructura alcanza su máxima capacidad.

La curva de capacidad de la estructura generalmente se construye para representar la respuesta del primero modo de vibración de la estructura, basándose en que el primer modo de vibración se corresponde con la respuesta preponderante del sistema.

### 2.9.1 Modelo bilineal

En el análisis pertinente a obtener la respuesta de la estructura ante una acción sísmica, se practica a menudo encontrar un modelo bilineal de la curva de capacidad de la estructura y de esta manera es simplificado el problema.

En esta curva de capacidad, se debe definir el punto de fluencia, que está asociado al cortante basal  $V_y$  y al desplazamiento lateral máximo  $D_{ty}$ , con base a este punto se determina un modelo bilineal para la relación  $V - D_t$ .

El punto de fluencia para una estructura se consigue cuando un elemento de la misma ingresa al rango no lineal, para el efecto basta que en el análisis mediante la técnica Pushover se determine cuando algún elemento alcance el punto de fluencia. Con base en los modelos bilineales, se deben determinar parámetros como lo son:  $V_u$ , que es el cortante basal a nivel de capacidad ultima,  $K_e$  que es la rigidez elástica de la estructura y  $K_p$  que representa la rigidez después de la fluencia de la estructura.

Existen varios criterios para calcular el punto de fluencia de una estructura, como lo son el de la Rigidez tangente horizontal, Rigideces tangentes, Ajuste por mínimos cuadrados y Áreas iguales.

## 2.10 Niveles de desempeño

El nivel de desempeño describe un estado límite de daño discreto. Representa una condición límite o tolerable establecida en función de tres aspectos fundamentales:

- Los posibles daños físicos sobre los elementos estructurales y no estructurales.

- La amenaza sobre la seguridad de los ocupantes de la estructura, inducida por estos daños.
- La funcionalidad de la estructura después del movimiento sísmico.

A continuación se muestra una detallada descripción de los niveles establecidos por tres de los trabajos más completos realizados hasta el momento: el ATC-40, el comité VISION 2000 y el FEMA 273.

### 2.10.1 Comité VISION 2000

Este comité define 4 niveles de desempeño que identifica a través de los siguientes calificadores:

- Totalmente operacional: corresponde a un nivel en el cual no ocurren esencialmente daños. La estructura permanece completamente segura para sus ocupantes. Todo el contenido y los servicios de la estructura permanecen funcionales y disponibles para su uso. En general no se requieren reparaciones.
- Operacional: en este nivel se presentan daños moderados en los elementos no estructurales e incluso algunos daños leves en los elementos estructurales. El daño es moderado y no compromete la seguridad de la estructura para continuar siendo habitada inmediatamente después de un movimiento sísmico, no obstante, los daños en algunos elementos no estructurales pueden interrumpir parcialmente algunas funciones normales. En general se requieren reparaciones menores.
- Seguridad: está asociado a la presencia de daños moderados en los elementos estructurales y no estructurales. La rigidez lateral de la estructura y la capacidad de resistir cargas laterales adicionales, se ven reducidas, posiblemente en un gran porcentaje, sin embargo, aún existe un margen de seguridad frente al colapso. Los daños producidos pueden impedir que la estructura sea ocupada inmediatamente después del sismo, con lo que, es probable que sea necesario proceder a su rehabilitación, siempre y cuando sea viable y se justifique desde el punto de vista económico.
- Próximo al colapso: la degradación de la rigidez lateral y la capacidad resistente del sistema compromete la estabilidad de la estructura aproximándose al colapso. Los servicios de evacuación pueden verse interrumpidos por fallos locales, aunque los elementos que soportan las cargas verticales continúan en servicio. Bajo estas condiciones, la estructura es insegura para sus ocupantes y el costo de su reparación puede no ser técnicamente viable desde un punto de vista económico.

En el informe presentado por el comité VISION 2000 se incluye una descripción exhaustiva de los niveles permisibles de daño asociados a cada uno de los 4 niveles de desempeño para varios sistemas y subsistemas de la estructura, los componentes del sistema resistente a cargas verticales y laterales, así como los elementos secundarios y no estructurales. La **Tabla 2.1** resume las principales

características asociadas a estos niveles de desempeño y su relación con los estados discretos de daño.

Estado de daño	Nivel de desempeño	Descripción de los daños
Despreciable	Totalmente operacional	Daño estructural y no estructural despreciable o nulo. Los sistemas de evacuación y todas las instalaciones continúan prestando sus servicios.
Leve	Operacional	Agrietamientos en elementos estructurales. Daño entre leve y moderado en elementos arquitectónicos. Los sistemas de seguridad y evacuación funcionan con normalidad.
Moderado	Seguridad	Daños moderados en algunos elementos. Pérdida de resistencia y rigidez del sistema resistente de cargas laterales. La estructura permanece funcional. Algunos elementos no estructurales y elementos pueden deteriorarse. Puede ser necesario cerrar la estructura temporalmente.
Severo	Pre-Colapso	Daños severos en elementos estructurales. Fallo de elementos secundarios, no estructurales. Puede llegar a ser necesario demoler la estructura.
Completo	Colapso	Pérdida parcial o total de soporte. Colapso parcial o total. No es posible la reparación de la estructura.

**Tabla 2.1.** Descripción de los estados de daño y niveles de desempeño (SEAOC Vision 2000 committee, 1995).

### 2.10.2 Propuesta ATC-40

Los niveles de desempeño definidos por el ATC-40 para las estructuras, corresponden a una combinación de los niveles utilizados para los elementos estructurales y los niveles correspondientes a los elementos no estructurales, ambos definidos de forma independiente.

#### 2.10.2.1 Niveles para elementos estructurales

Se definen 3 niveles o estados de daño discreto: ocupación inmediata, seguridad y estabilidad estructural. Estos 3 niveles pueden ser utilizados directamente para definir criterios técnicos en los procesos de evaluación y rehabilitación de estructuras. Adicionalmente, se establecen dos rangos intermedios: daño controlado y seguridad limitada. Estos rangos intermedios permiten discriminar, de una forma más adecuada y útil, el nivel de desempeño de la estructura. Esto es de gran utilidad en el caso de ser necesaria una evaluación o un reforzamiento de una estructura en particular. Estos niveles se identifican por la abreviación, SP-n (SP son las siglas de “Structural Performance” y n es un número que varía entre 1 y 6).

A continuación se describen estos 6 niveles de desempeño.

- Ocupación inmediata, SP-1: los daños son muy limitados y de tal magnitud, que el sistema resistente de cargas laterales y verticales permanece prácticamente en las mismas

condiciones de capacidad y resistencia que antes de ocurrido el movimiento sísmico. No se presentan pérdidas de vidas humanas y la estructura funciona con normalidad.

- Daño controlado, SP-2: corresponde a un estado de daño que varía entre los límites de ocupación inmediata y seguridad. La vida de los ocupantes no está en peligro, aunque es posible que estos puedan verse afectados.
- Seguridad, SP-3: los daños después del movimiento sísmico no agotan por completo los márgenes de seguridad existentes frente a un posible colapso parcial o total de la estructura. Pueden haber algunos heridos tanto en el interior y el exterior, sin embargo el riesgo de la vida de los ocupantes debido a un fallo de los elementos estructurales es muy bajo. Es posible que sea necesario reparar la estructura antes de ser ocupada de nuevo, siempre y cuando sea factible y rentable desde el punto de vista económico.
- Seguridad limitada, SP-4: corresponde a un estado de daño entre los niveles de seguridad y estabilidad estructural, en el que algunas partes de la estructura pueden requerir un reforzamiento para poder garantizar el nivel de seguridad.
- Estabilidad estructural, SP-5: este nivel corresponde al estado de daño límite después de ocurrido un evento sísmico, en el cual el sistema estructural está muy cerca de experimentar un colapso parcial o total. Se producen daños sustanciales, pérdida de rigidez y resistencia de los elementos estructurales. A pesar de que el sistema de cargas verticales continúa funcionando, hay un alto riesgo de que se produzca el colapso por causa de posibles réplicas.
- No considerado, SP-6: este no es un nivel de desempeño, pero es útil en algunas ocasiones que requieran evaluar los daños sísmicos no estructurales o realizar un reforzamiento.

#### 2.10.2.2 Niveles para elementos no estructurales

Se consideran cuatro niveles de desempeño correspondientes a los niveles discretos de daño para los elementos no estructurales: operacional, ocupación inmediata, seguridad y amenaza reducida. Estos niveles se representan con la abreviación NP-n. NP son las siglas de “Nonstructural Performance” y n es una letra que toma valores entre A y E.

- Operacional NP-A: los elementos no estructurales, maquinarias y sistemas de la estructura continúan en su sitio y funcionando con normalidad después del movimiento sísmico.
- Ocupación inmediata NP-B: a pesar de que los elementos no estructurales permanecen en su sitio, pueden presentarse algunas interrupciones en el funcionamiento de las maquinarias y equipos. Algunos servicios externos pueden no estar disponibles, aunque esto no compromete la ocupación de la estructura.
- Seguridad NP-C: pueden presentarse daños severos en algunos elementos no estructurales tanto dentro como fuera del edificio, sin que se llegue al colapso, ni se ponga en peligro la

seguridad de los ocupantes. Los sistemas, equipos y maquinaria pueden verse seriamente afectados, requiriendo, en algunos casos, ser reparados o en el peor de los casos, reemplazados.

- Amenaza reducida NP-D: se presentan daños severos en elementos no estructurales, pero sin llegar al colapso o al fallo de grandes elementos, como por ejemplo parapetos y muros exteriores de mampostería, entre otros.
- No considerado NP-E: no es un nivel de desempeño y se usa para indicar que no se han evaluado los elementos no estructurales, a menos que tengan un efecto directo sobre la respuesta estructural, como por ejemplo los muros de mampostería de relleno o las particiones.

### 2.10.2.3 Niveles para estructuras

En la **Tabla 2.2** se muestran las combinaciones (propuesta en el ATC-40) de los niveles de desempeño de los elementos estructurales y no estructurales. Estas combinaciones representan el comportamiento global del edificio. Una descripción detallada de cada una de estas combinaciones puede consultarse en la referencia mencionada. No obstante, entre ellas es posible distinguir cuatro niveles de desempeño fundamentales para una estructura, los cuales han sido resaltados en la **Tabla 2.2** y se presentan a continuación:

Niveles de desempeño no estructural	Niveles de desempeño estructural					
	SP1	SP2	SP3	SP4	SP5	SP6
NP-A	1-A Operacional	2-A	NR	NR	NR	NR
NP-B	1-B Ocupación inmediata	2-B	3-B	NR	NR	NR
NP-C	1-C	2-C	3-C Seguridad	4-C	5-C	6-C
NP-D	NR	2-D	3-D	4-D	5-D	6-D
NP-E	NR	NR	3-E	4-E	5-E Estabilidad estructural	No Aplicable
<b>NR: Combinación no recomendada.</b>						

**Tabla 2.2.** Niveles de desempeño de las estructuras (ATC, 1996).

- Operacional 1-A: los daños estructurales son limitados y los daños en los sistemas y elementos no estructurales no impiden que la estructura continúe funcionando con normalidad después del movimiento sísmico. Adicionalmente, las reparaciones que son

necesarias no impiden la ocupación de la estructura, por lo cual este nivel se asocia con un estado de funcionalidad.

- Ocupación inmediata 1-B: corresponde al nivel de desempeño más utilizado para estructuras esenciales, como es el caso por ejemplo de los hospitales. Se espera que los diferentes espacios y sistemas de la estructura puedan seguir siendo utilizados después del movimiento sísmico. A pesar de que pueden ocurrir algunos daños en los elementos. Se mantiene la seguridad de los ocupantes de la estructura.
- Seguridad 3-C: la probabilidad de pérdidas de vidas humanas es prácticamente nula. Este nivel. Este nivel corresponde al desempeño esperado de la estructura con la aplicación de los códigos comunes. Se presentan daños imitados en los elementos estructurales y algunos elementos no estructurales como acabados y fachadas, entre otros, pueden fallar, sin que esto ponga en peligro la seguridad de los ocupantes.
- Estabilidad estructural 5-E: el margen de seguridad del sistema resistente de cargas laterales se encuentra prácticamente al límite y la probabilidad del colapso ante posibles réplicas es bastante altas, no obstante, el sistema de cargas verticales continúa garantizando la estabilidad de la estructura. Los daños no estructurales no requieren ser evaluados debido al elevado nivel de daños en los elementos estructurales. No se garantiza la seguridad de los ocupantes ni transeúntes, por lo que se sugiere desalojar y en algunos casos demoler la estructura.

### 2.10.3 Propuesta FEMA 273

Se han definido tres niveles de desempeño estructurales los cuales tratan de guardar una correlación con las exigencias de desempeño estructurales más usuales. Además se han propuesto unos rangos que se encuentran para características intermedias a los niveles de desempeño que se mencionan a continuación:

- Nivel de ocupación inmediata (I-O), luego de haber ocurrido el evento sísmico, el daño de la estructura es mínimo, esta estructura puede ser ocupada inmediatamente con reparaciones mínimas que no son prioritarias.
- Nivel de seguridad de la vida (L-S), significa que la estructura ha sufrido daño significativo, pero no colapsara debido a que los elementos estructurales conservan una parte importante de su capacidad resistente; la estructura puede funcionar luego de unas reparaciones, pero se debe analizar si es conveniente desde el punto de vista económico.
- Nivel de prevención de colapso (C-P), se ha producido un daño sustancial en la estructura, la estructura ha perdido en gran parte su resistencia y rigidez, se han producido grandes deformaciones permanentes. La estructura ha sufrido mucho daño por lo que puede sucumbir si es que ocurre una réplica del movimiento sísmico, este nivel no es técnicamente reparable y se recomienda demoler.

Los rangos de desempeño, son los siguientes:

- Rango de desempeño para el control de daños (S-2), en este rango se espera un daño menor que para el nivel de seguridad de vida (S-3), pero a la vez mayor que el esperado para el nivel de ocupación inmediata (S-1), este se utiliza cuando el nivel de ocupación inmediata es muy costoso.
- Rango de desempeño de seguridad limitada (S-4), es un estado entre el nivel de seguridad de la vida (S-3) y prevención de colapso (S-5).
- Desempeño estructural no considerado (S-6), este ocurre cuando se dirigen los esfuerzos a controlar la vulnerabilidad no estructural, sin tomar en cuenta el desempeño de la estructura.

### 2.10.3.1 Niveles de desempeño de elementos no estructurales

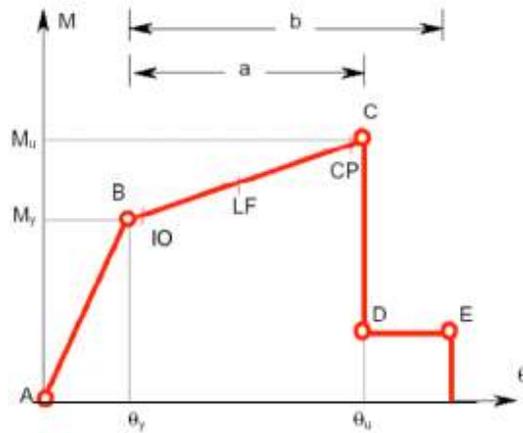
En este análisis se encuentran los componentes arquitectónicos como divisiones, revestimientos interiores, exteriores, además de los componentes mecánicos, eléctricos, de agua potable, etc.

Los niveles de desempeño no estructurales son los siguientes:

- Nivel de desempeño operacional (N-A), todas las instalaciones como son la iluminación, sistemas de computación, agua potable y todas las demás están en condiciones aptas para el correcto funcionamiento de la estructura, pero para lograr esto se debe tener en cuenta el anclaje de los elementos no estructurales para conseguir un daño mínimo.
- Nivel de ocupación inmediata (N-B), luego del evento sísmico la estructura es estructuralmente segura, pero no puede ser usado normalmente ya que se debe realizar una limpieza e inspección de las instalaciones, la estructura es capaz de seguir operando, pero esta puede presentar un daño en equipo muy sensible, por ejemplo en hospitales.
- Nivel de seguridad de vida (N-C), el daño post movimiento sísmico es extenso y costoso en los componentes no estructurales, pueden existir daños contra la vida en el movimiento sísmico por la falla de los componentes no estructurales, pero en general la amenaza a la vida es muy baja, la rehabilitación de estos componentes exigirá un gran esfuerzo técnico y económico.
- Nivel de riesgo reducido (N-D), daño considerable ha ocurrido a los elementos no estructurales, pero los muebles o elementos grandes y pesados pueden ocasionar riesgo para los habitantes de la estructura y se espera que algunas personas sean heridas por la caída de escombros tanto dentro como fuera de la estructura.
- Desempeño no estructural no considerado (N-E), a veces se puede tomar la decisión de rehabilitar la estructura sin dirigirse a las vulnerabilidades de los componentes no estructurales, esto se puede realizar cuando no se va a interrumpir las operaciones de la estructura.

#### 2.10.4 Niveles de desempeño en rotulas plásticas

Para determinar el nivel de desempeño en el cual se encuentran los distintos elementos de una estructura (vigas y columnas), los códigos ATC-40, FEMA 356 y otras, presentan tablas con las relaciones momento-curvatura, que relacionan los diferentes niveles de desempeños con los valores permisibles en los elementos para cada nivel. En la **Figura 2.13**, a continuación se presentan en las **Tablas 2.3 y 2.4** (vigas y columnas respectivamente) las recomendaciones del código ATC-40 para cada uno de los niveles de desempeño.



**Figura 2.13.** Modelo de diagrama momento-curvatura para diferentes niveles de desempeño.

			Parámetros de modelación		
			Angulo de rotación plástica, Rad		Resistencia residual
Tipo de componente			a	b	c
<b>1. Vigas controladas por flexión</b>					
$\frac{\rho - \rho'}{\rho_{bal}}$	Refuerzo trasversal	$\frac{V}{b_w d \sqrt{f_c'}}$			
≤ 0.0	C	≤ 3	0.025	0.05	0.2
≤ 0.0	C	≥ 6	0.02	0.04	0.2
≥ 0.5	C	≤ 3	0.02	0.03	0.2
≥ 0.5	C	≥ 6	0.015	0.02	0.2
≤ 0.0	NC	≤ 3	0.02	0.03	0.2
≤ 0.0	NC	≥ 6	0.01	0.015	0.2
≥ 0.5	NC	≤ 3	0.01	0.015	0.2
≥ 0.5	NC	≥ 6	0.005	0.01	0.2
<b>2. Vigas controladas por cortante</b>					
Estribos espaciados ≤ d/2			0.0	0.02	0.2
Estribos espaciados > d/2			0.0	0.01	0.2
<b>3. Vigas controladas por desarrollo inadecuado o empalme a lo largo de la luz</b>					
Estribos espaciados ≤ d/2			0.0	0.02	0.0
Estribos espaciados > d/2			0.0	0.01	0.0
<b>4. Vigas controladas por inadecuado empotramiento en nudo viga-columna</b>					
			0.015	0.03	0.2

Tabla 2.3. Parámetros de modelamiento para procedimiento no lineal, vigas de concreto reforzado.

		Parámetros de modelación			
		Angulo de rotación plástica, Rad		Resistencia residual	
Tipo de componente		a	b	c	
<b>1. Columnas controladas por flexión</b>					
$\frac{P}{A_g f'_c}$	Refuerzo transversal	$\frac{V}{b_w d \sqrt{f'_c}}$			
≤ 0.1	C	≤ 3	0.02	0.03	0.2
≤ 0.1	C	≥ 6	0.015	0.025	0.2
≥ 0.4	C	≤ 3	0.015	0.025	0.2
≥ 0.4	C	≥ 6	0.01	0.015	0.2
≤ 0.1	NC	≤ 3	0.01	0.015	0.2
≤ 0.1	NC	≥ 6	0.005	0.005	-
≥ 0.4	NC	≤ 3	0.005	0.005	-
≥ 0.4	NC	≥ 6	0.0	0.0	-
<b>2. Columnas controladas por cortante</b>					
Estribos espaciados ≤ d/2 $\frac{P}{A_g f'_c} \leq 0.1$			0.0	0.015	0.2
Otros casos			0.0	0.0	0.0
<b>3. Columnas controladas por desarrollo inadecuado o empalme a lo largo de la luz</b>					
Estribos espaciados ≤ d/2			0.01	0.02	0.4
Estribos espaciados > d/2			0.0	0.01	0.2
<b>4. Columnas con carga axial que excede 0.70Po</b>					
Refuerzo conforme en toda la longitud del elemento			0.015	0.025	0.02
Todos los otros casos			0.0	0.0	0.0

**Tabla 2.4.** Parámetros de modelamiento para procedimiento no lineal, columnas de concreto reforzado.



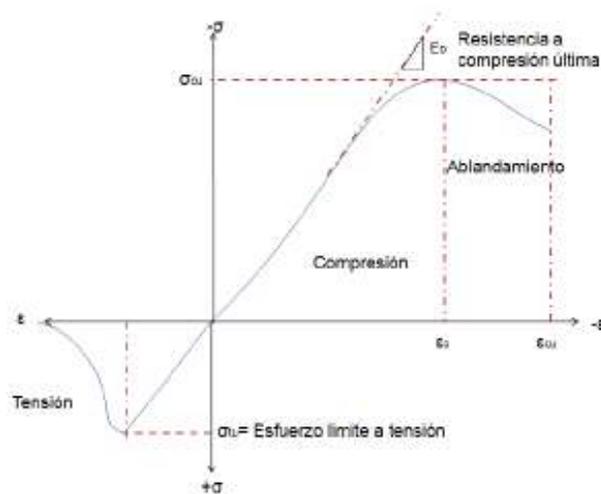
## Capítulo 3. Características de los materiales

### 3.1 Concreto.

El concreto es uno de los materiales más versátiles y pilar fundamental de la construcción, tratar de representar matemáticamente su comportamiento es una ardua tarea para los investigadores. En esta sección se estudia el comportamiento del concreto simple bajo estados de esfuerzos de compresión y tensión, los tipos de fisuras que tiene lugar en el concreto y el criterio de fractura utilizado para representar numéricamente este material.

#### 3.1.1 Comportamiento del concreto ante esfuerzos uniaxiales

Desarrollar un modelo que describa el comportamiento del concreto, es una tarea compleja ya que este al ser un material cuasi-frágil, presenta comportamientos diferentes a tensión y compresión. La resistencia a tensión del concreto típicamente es aproximadamente de un 8 al 15% de la resistencia a compresión (Shah, et al. 1995). La **Figura 3.1** muestra una curva típica esfuerzo-deformación para el concreto (Bangash 1989).



**Figura 3.1.** Curva típica esfuerzo-deformación a compresión y tensión en el concreto. (Bangash 1989)

En compresión la curva esfuerzo-deformación del concreto es lineal y elástica hasta cerca de un 30% de la resistencia a compresión última  $\sigma_{cu}$ , por encima de este punto los esfuerzos se incrementan gradualmente hasta alcanzar la resistencia a compresión última. Después de alcanzar la resistencia a compresión última, la curva desciende hacia la región de ablandamiento y eventualmente la falla por aplastamiento y ocurre a la deformación última  $\epsilon_{cu}$ .

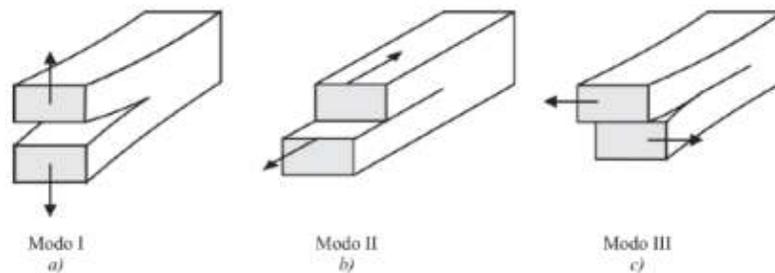
En tensión la curva esfuerzo-deformación del concreto es aproximadamente lineal y elástica hasta alcanzar el máximo esfuerzo a tensión  $\sigma_{tu}$ . Después de este punto empieza la fisuración del concreto y la resistencia desciende gradualmente a cero (Bangash 1989).

Se puede definir a la fractura como la culminación del proceso de deformación plástica, en general se manifiesta como la separación o fragmentación de un cuerpo en dos o más partes bajo la acción de un estado de cargas; no obstante muchos sólidos presentan fracturas precedidas por cantidades muy pequeñas de deformación plástica, con una fisura propagándose rápidamente a lo largo de planos bien definidos que poseen baja energía superficial. Este tipo de fractura se denomina frágil.

Las principales áreas de estudio de la mecánica de fractura relacionan las propiedades de los materiales, los defectos presentes y las tensiones actuantes. Factores como la tenacidad del material, las condiciones operativas, las condiciones de carga y la geometría del componente gobiernan la selección del análisis de la mecánica de fractura apropiado. Se han desarrollado diferentes parámetros que caracterizan las condiciones en el extremo de la fisura, para cada una de las tres regiones en que se divide la mecánica de la fractura.

- Mecánica de Fractura Elástica Lineal (LEFM).
- Mecánica de Fractura Elasto-Plástica (EPFM).
- Mecánica de Fractura dependiente del tiempo, a alta temperatura (HTTDFM).

Cualquier movimiento relativo de las superficies de una fisura puede obtenerse como una combinación de tres movimientos básicos o modos de apertura, o sea, existen tres diferentes modos de carga en un cuerpo fisurado tal como se muestra en la **Figura 3.2**.



**Figura 3.2.** Modos de fractura: a) Modo I o de Abertura b) Modo II o de deslizamiento c) Modo III o de desgarre (Oller 2001)

Modo I: apertura; el cuerpo fisurado se carga con tensiones normales.

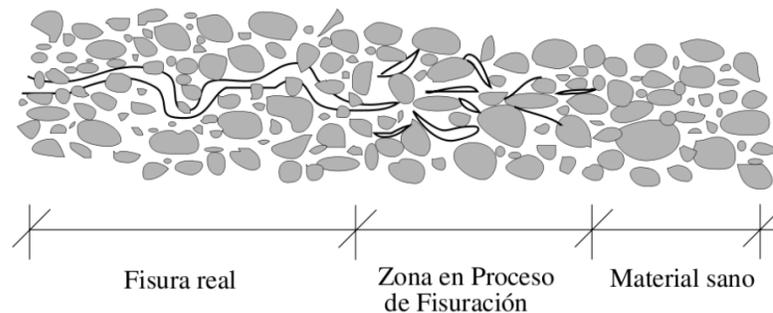
Modo II: deslizamiento o corte plano; el desplazamiento de la superficie de la fisura se halla en el plano de fisura y es perpendicular al borde principal de la fisura.

Modo III: rasgado, causado por corte fuera de plano; el desplazamiento de las superficies de la fisura se halla en el plano de fisura y es paralelo al borde principal de la fisura.

Desde el punto de vista técnico, el Modo I es el modo de carga más importante, y estudiaremos solo este modo de falla.

### 3.1.2 Modelos de fisura

Materiales como el hormigón y el mortero, no agotan su capacidad una vez que han alcanzado un esfuerzo igual a su resistencia última. La **Figura 3.3** nos muestra una grieta en un material cuasi frágil. En la figura apreciamos 3 zonas claramente definidas: una zona completamente rota y sin posibilidad de transmitir esfuerzos entre los lados de la grieta, una zona en proceso de fractura en la cual el material ha alcanzado esfuerzos de igual magnitud a su resistencia y se ha quebrado, pero aún es capaz de transmitir esfuerzos normales y tangenciales entre los lados de la grieta y una zona claramente sin presencia de fisuras en la que el material no ha sido llevado a límites de esfuerzos mayores a su resistencia.



**Figura 3.3.** Evolución de la zona en proceso de fractura.

La diferencia existente entre el concreto y otros materiales cuasi-frágiles a los cuales se les puede aplicar **MEFL**, se debe principalmente al desarrollo de una gran zona inelástica delante de la grieta. En general, la zona de fractura es una zona no lineal que se caracteriza por un re ablandamiento gradual, por lo que los esfuerzos disminuyen y las deformaciones aumentan. Dicha zona está rodeada por una región de no ablandamiento no lineal y una zona caracterizada por el endurecimiento, por lo que los esfuerzos aumentan o se mantienen constantes con el aumento de las deformaciones.

### 3.1.3 Modelos de rotura de materiales cuasi-frágiles

Los modelos que describen el comportamiento de la fractura en los materiales cuasi-frágiles se pueden representar en dos grandes grupos:

- Los modelos que describen la fractura a través de los modelos de fisura discreta. Estos modelos abarcan desde la mecánica de la fractura lineal elástica (MEFL), a los modelos de fisura cohesiva.
- Los modelos basados en formulaciones del continuo, es decir formulada en términos de tensores de esfuerzos y deformaciones, en este grupo se encuentran los modelos de

gradientes, no locales, los modelos de banda y los modelos de singularidad fuerte.

A partir del camino de los métodos numéricos basados en el método de los elementos finitos, los modelos que describen el comportamiento de materiales cuasi-frágiles se pueden dividir en dos grandes grupos: los modelos basados en las teorías de fisura distribuida y los modelos basados en procedimientos de fisura discreta (Galves y Cendon 2002).

En los modelos numéricos realizados en este trabajo final de maestría, la caracterización del proceso de fisuración del concreto simple, es desarrollada siguiendo los procedimientos basados en el modelo de fisura distribuida (Salinas 2011).

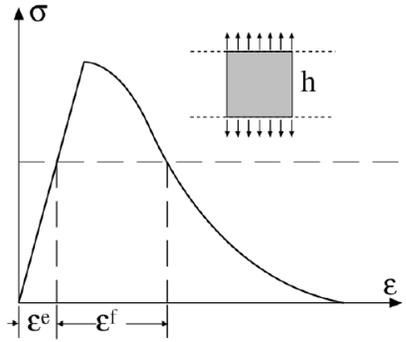
### 3.1.4 Modelos de fisuración en banda o fisura cohesiva difusa

Los modelos de banda fueron introducidos inicialmente Rashid en 1968. Inicialmente los modelos de fisuración en banda asumen que las fisuras están distribuidas sobre cierta banda cuyo ancho es una propiedad del material. No obstante el ancho de la banda de la fisura es difícil de determinar y en la práctica se asume que coincide con el tamaño del elemento finito y la curva esfuerzo-deformación es ajustada para mantener fija la energía de fractura ( $G_f$ ).

La esencia del modelo de fisura cohesiva difusa es la descomposición total de la deformación en la suma de la deformación del material ( $\varepsilon^e$ ) y la deformación de la fisura ( $\varepsilon^f$ ). La deformación del material típicamente ha sido considerada solo como una deformación elástica pero pueden incluirse otros efectos no lineales como la plasticidad. Una fisura que está en proceso de apertura o cierre se denomina activa.

Hay tres tipos de modelos de fisura difusa: fija, múltiple y rotante (Sánchez 2011). En el modelo de fisura fija supone que la interrupción se desarrolla perpendicularmente a la dirección principal de tracción una vez supere su esfuerzo límite y la orientación de la fisura se mantiene sin variación a lo largo del proceso. Es introducido un factor de retención para el comportamiento de los esfuerzos cortantes a través de la zona de fisuración (Sánchez 2006). El modelo de fisura múltiple admite más de una fisura al empezar, el criterio de iniciación de la fisura es generalmente en Modo I y consecuentemente al inicio de la fisura el criterio se basa en la teoría de Rankine. En los modelos de fisura rotante se considera que la dirección de la fisura puede variar en función de las direcciones principales de deformación, de acuerdo evoluciona el estado de carga.

Los modelos de banda son modelos de fisura difusa basados en el concepto de la mecánica del continuo clásica en donde las relaciones constitutivas son la curva esfuerzo-deformación con ablandamiento **Figura 3.4**.



**Figura 3.4.** Curva esfuerzo–deformación con ablandamiento.

La fisura tiene inicio cuando el esfuerzo a tensión de la grieta alcanza su valor máximo  $\sigma_u$ , en este momento la deformación en la fisura  $\varepsilon^f$  tiene un valor de cero y solo tiene lugar a cabo a una deformación elástica del material  $\varepsilon^e$ . A medida que la fisura se hace más grande la deformación comienza a aumentar y el esfuerzo comienza a disminuir.

El ablandamiento de la curva esfuerzo–deformación ofrece algunas dificultades en el análisis de este tipo de problemas. La principal desventaja que posee se conoce como bloque de esfuerzos (stress locking). Este efecto se manifiesta por una transferencia espontánea de esfuerzos a través de una fisura totalmente desarrollada. En los modelos de fisura fija el bloqueo se debe principalmente a esfuerzos cortantes introducidos por una rotación de los ejes principales de la deformación una vez generada la grieta. La combinación de los modelos de fisura rotante conjuntamente con un modelo de daño escalar, puede resultar efectivo para reducir el efecto de bloqueo.

En este trabajo final de maestría se emplea un modelo de fisura distribuida para simular el proceso de fisuración en el concreto. Esta práctica altera las matrices constitutivas de aquellas zonas en las cuales los esfuerzos superan el estado de rotura del material (Bazant 1983). El método utilizado para la transformación de las matrices constitutivas en el interior de un elemento finito demanda define el criterio de daño y la curva esfuerzo–deformación a tensión del material. A continuación se muestran las relaciones constitutivas a tensión y compresión uniaxial y el criterio de fallo para el concreto simple para su implementación en la modelación numérica.

### 3.1.5 Relación esfuerzo–deformación a compresión uniaxial del concreto

La relación esfuerzo deformación del concreto a compresión uniaxial es definida en base a un modelo de plasticidad. Las expresiones numéricas (Desayi and Krishnan 1964), ecuaciones 3-1 y 3-2, se utilizaron junto con la ecuación 3-3 (Gere and Timoshenko 1997) para construir la curva esfuerzo deformación a compresión uniaxial del concreto simple, usada en esta investigación.

$$f = \frac{E_c \varepsilon}{1 + \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}\right)^2} \quad (3-1)$$

$$\varepsilon_0 = \frac{2f'_c}{E_c} \quad (3-2)$$

$$E_c = \frac{f}{\varepsilon} \quad (3-3)$$

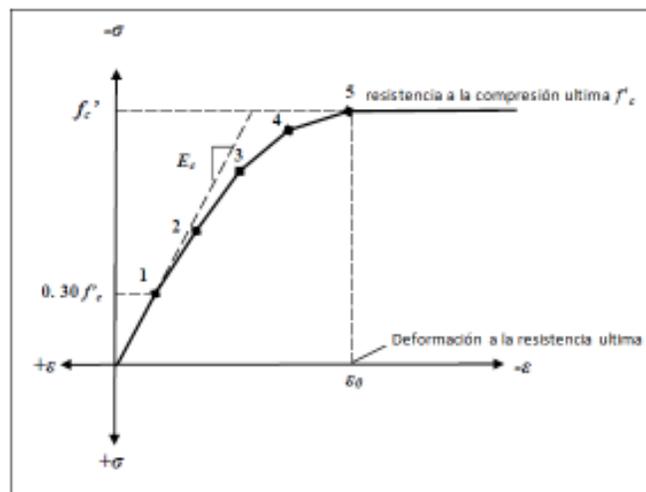
Dónde:

$f$  = esfuerzo a la deformación  $\varepsilon$

$\varepsilon$  = deformación al esfuerzo  $f$

$\varepsilon_0$  = deformación a la resistencia a la compresión última  $f'_c$

La **Figura 3.5** muestra la relación simplificada esfuerzo deformación del concreto a compresión uniaxial usada en este estudio.

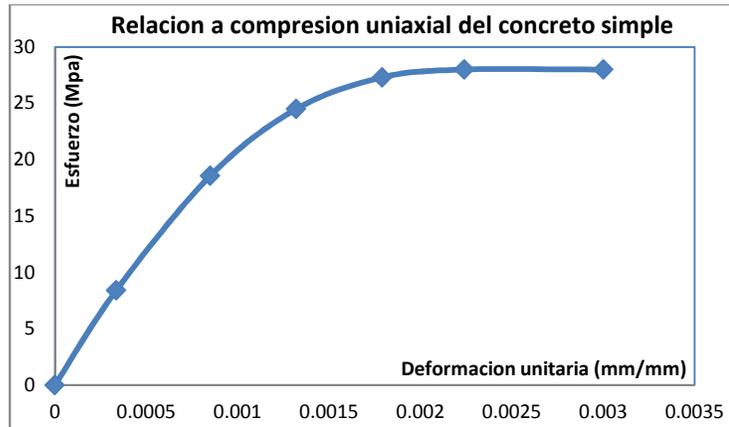


**Figura 3.5.** Relación simplificada esfuerzo deformación a la compresión uniaxial del concreto simple.

Esta curva simplificada de esfuerzo-deformación es construida a partir de seis puntos conectados entre sí por líneas rectas. La curva empieza con valores de cero tanto para el esfuerzo y la deformación. Para el punto 1 al 30% de la resistencia a compresión del concreto  $f'_c$ , es calculado a partir de la relación esfuerzo deformación del concreto en un rango lineal y elástico (ecuación 3-3). Los puntos 2,3 y 4 son obtenidos a partir de la ecuación 3-1, en la cual  $\varepsilon_0$  es calculado a partir de la ecuación 3-2. El punto número 5 está definido por un esfuerzo igual a  $f'_c$  y una deformación última  $\varepsilon_0$ . En este estudio se asumió un comportamiento perfectamente plástico a partir del punto 5.

Un ejemplo es incluido aquí para mostrar el cálculo de los 5 puntos (1-5) de la curva usada en la modelación por medio del método de los elementos finitos. El modelo tiene un módulo de elasticidad del concreto de 25000 Mpa. El valor de  $f'_c$  es igual a 28 Mpa. Para el punto número 1, la deformación el esfuerzo 8.4 Mpa ( $0.3f'_c$ ) es obtenida mediante una relación lineal esfuerzo-deformación para el concreto (ecuación 3-3) y es igual a 0.000336  $mm/mm$ . La deformación a la resistencia última a

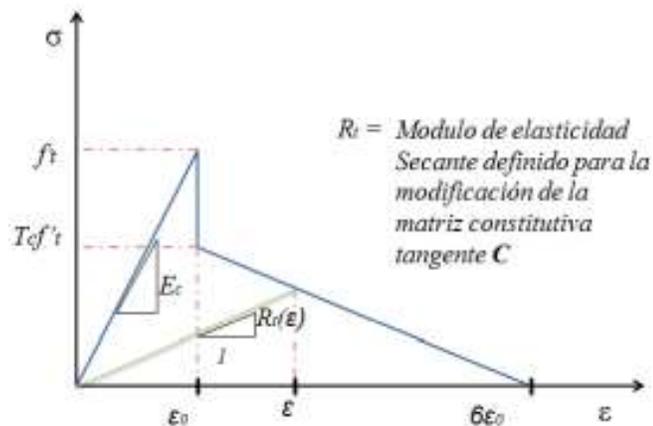
compresión del concreto  $\varepsilon_0$  es calculada mediante la ecuación 3-2 y es igual a  $0.00224 \text{ mm/mm}$ . Los puntos 2, 3 y 4 son calculados a partir de la ecuación 3-1, para deformaciones iguales a  $0.00085 \text{ mm/mm}$ ,  $0.00132 \text{ mm/mm}$  y  $0.00179 \text{ mm/mm}$ , corresponden esfuerzos de  $18.575 \text{ Mpa}$ ,  $24.494 \text{ Mpa}$  y  $27.310 \text{ Mpa}$  respectivamente. Finalmente el punto número 5 es al esfuerzo  $f'_c$  de  $28 \text{ Mpa}$  y a una deformación última  $\varepsilon_0$  igual a  $0.00224 \text{ mm/mm}$ . En la **Figura 3.6** se muestra la relación a compresión uniaxial del concreto simple usada en esta investigación.



**Figura 3.6.** Relación simplificada esfuerzo deformación a la compresión uniaxial del concreto simple usada en este estudio.

### 3.1.6 Relación esfuerzo–deformación a tensión uniaxial del concreto

Bajo esfuerzos de tensión, el concreto falla a bajas deformaciones pero una alta deformación local es debida a una distribución no uniforme de la deformación. La relación esfuerzo-deformación a tensión uniaxial del concreto se define a partir de la gráfica mostrada en la **Figura 3.7**.



**Figura 3.7.** Relación esfuerzo-deformación del concreto a tensión uniaxial.

La grafica de la relación se construye de la siguiente manera: el primer tramo de la curva se obtiene a partir de un comportamiento elástico del material hasta alcanzar la deformación correspondiente al

límite de la resistencia a tensión del concreto  $f'_t$ , tal como se muestra en la ecuación 3-4.

$$\varepsilon < \varepsilon_0; \varepsilon_0 = \frac{f'_t}{E_c} \quad (3-4)$$

$$\sigma = E_c \varepsilon$$

Consiguiente a la deformación  $\varepsilon_0$ , la zona con pendiente negativa de la curva se define mediante la ecuación 3-5. El esfuerzo a tensión tiene un valor de cero para cualquier deformación con un valor más allá de  $6\varepsilon_0$ .

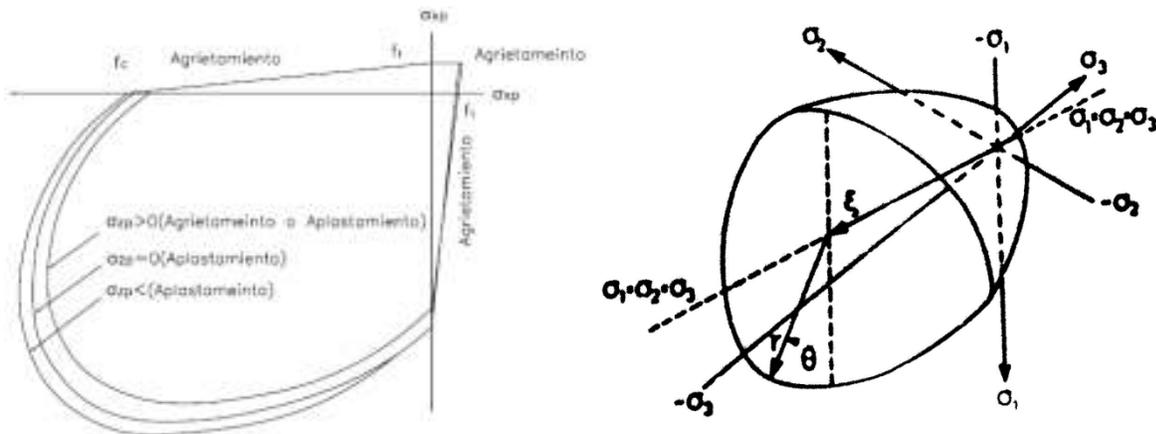
$$\varepsilon_0 < \varepsilon < 6\varepsilon_0$$

$$\sigma = T_c f'_t - \frac{T_c f'_t}{5\varepsilon_0} (\varepsilon - \varepsilon_0) \quad (3-5)$$

En donde  $T_c$  corresponde a un factor de reducción del esfuerzo a tensión del concreto  $f'_t$  cuyo valor está definido entre 0 y 1, siendo usualmente definido como 0.6.

### 3.1.7 Criterio de fractura para el concreto modelo de William – Warnke

Este criterio de fallo, pronostica la superficie de falla del concreto en estados de tensión y compresión en el campo de los esfuerzos principales, tomando un comportamiento isotrópico del material. En la **Figura 3.8** se muestra la superficie de falla para el concreto en estado biaxial y triaxial respectivamente (William – Warnke 1975).



**Figura 3.8.** Superficie de falla para el concreto en estados biaxial y triaxial William – Warnke.

Este criterio de falla está referido de la forma:

$$\frac{F}{f'_c} - S \geq 0$$

En donde:

F es una función que depende de los esfuerzos principales ( $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ ).

S es la superficie de falla detallada a partir de 5 parámetros ( $f_t, f'_c, f_{cb}, f_1$  y  $f_2$ ) y  $f'_c$  es el esfuerzo a compresión última del concreto.

Dichos parámetros para definir la superficie de falla del material son:

$f_t$  = Resistencia última a la tracción uniaxial.

$f'_c$  = Resistencia última a la compresión del concreto.

$f_{cb}$  = Resistencia última a la compresión biaxial.

$\sigma_h$  = Esfuerzo hidrostático =  $(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$ .

$f_1$  = Resistencia última biaxial a compresión bajo un estado de esfuerzos  $\sigma_h$ .

$f_2$  = Resistencia última uniaxial a compresión bajo un estado de esfuerzos  $\sigma_h$ .

No obstante la superficie de falla del material puede simplificarse a partir de la resistencia a tensión y compresión del concreto si existen esfuerzos hidrostáticos con valores menor a:

$$|\sigma_h| \leq \sqrt{3}f'_c$$

A partir de esta simplificación, la resistencia última biaxial a compresión ( $f_{cb}$ ), la resistencia última biaxial ( $f_1$ ) y la resistencia última uniaxial ( $f_2$ ) se pueden definir como:

$$f_{cb} = 1.2f'_c$$

$$f_1 = 1.45f'_c$$

$$f_2 = 1.725f'_c$$

La función de esfuerzos F y la superficie de falla S son expresadas en términos de los esfuerzos principales bajo la siguiente condición:

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$$

En donde  $\sigma_1$  representa el esfuerzo principal mayor y  $\sigma_3$  el esfuerzo principal menor. La función de esfuerzos y la superficie de falla se pueden describir en base a cuatro estados de dominio elástico, como se describe a continuación:

- Dominio de esfuerzos por compresión-compresión-compresión: La superficie de falla del material es definida en base a un estado de esfuerzos principales de compresión. Bajo este lineamiento la fractura del concreto se caracteriza por aplastamiento del mismo.
- Dominio de esfuerzos por tensión-compresión-compresión: la superficie de falla del material es definida en base a un estado de esfuerzos principales de tensión y compresión simultáneamente. Al superarse la superficie de falla, se presenta la fisuración o el aplastamiento del material.
- Dominio de esfuerzos por tensión-tensión-compresión: La fractura del material se puede ocasionar tanto por superar el estado límite a tensión o compresión. La falla del material

depende directamente del valor límite a tensión y compresión del material estudiado.

- Dominio de esfuerzos por tensión-tensión-tensión: La superficie de falla es definida en base a un estado de esfuerzos principales a tensión. La fractura del material ante esta consideración se presenta por fisuración en modo I.

Las ecuaciones matemáticas que definen a la función y la superficie de falla del material están dadas para los diferentes dominios de esfuerzos así:

- Estado de compresión-compresión-compresión: ( $0 \geq \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$ )

$$F = F_1 = \frac{1}{\sqrt{15}} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2}$$

$$S = S_1 = \frac{2r_2(r_2^2 - r_1^2) \cos n + r_2(2r_1 - r_2)[4(r_2^2 - r_1^2) \cos^2 n + 5r_1 - 4r_1r_2]^{1/2}}{4(r_2^2 - r_1^2) \cos n^2 + \cos^2 n + (r_2 - 2r_1)^2}$$

$$\cos n = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{\sqrt{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2}}$$

$$r_1 = a_0 + a_1\xi + a_2\xi^2 \quad r_2 = b_0 + b_1\xi + b_2\xi^2 \quad \xi = \frac{\sigma_h}{f'_c}$$

Los coeficientes  $a_0$ ,  $a_1$  y  $a_2$  se determinan al resolver el sistema simultáneo mostrado a continuación:

$$\begin{bmatrix} \frac{F_1}{f'_c} (\sigma_1 = f_t, \sigma_2 = \sigma_3 = 0) \\ \frac{F_1}{f'_c} (\sigma_1 = 0, \sigma_2 = \sigma_3 = -f_{cb}) \\ \frac{F_1}{f'_c} (\sigma_1 = \sigma_h^a, \sigma_2 = \sigma_3 = -\sigma_h^a - f_1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \xi_t & \xi_t^2 \\ 1 & \xi_{cb} & \xi_{cb}^2 \\ 1 & \xi_1 & \xi_1^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix}$$

En donde:

$$\xi_t = \frac{f_t}{3f'_c}, \xi_{cb} = -\frac{2f_{cb}}{3f'_c}, \xi_1 = -\frac{\sigma_h^a}{3f'_c} - \frac{2f_1}{3f'_c}$$

De manera análoga  $b_0$ ,  $b_1$ ,  $b_2$  se determinan en base a la solución del siguiente sistema simultáneo mostrado a continuación:

$$\begin{bmatrix} \frac{F_1}{f'_c} (\sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -f'_c) \\ \frac{F_1}{f'_c} (\sigma_1 = \sigma_2 = -\sigma_h^a, \sigma_3 = -\sigma_h^a - f_2) \\ \frac{F_1}{f'_c} (0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 1 & \xi_2 & \xi_2^2 \\ 1 & \xi_0 & \xi_0^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix}$$

En donde:

$$\xi_2 = -\frac{\sigma_h^a}{f'_c} - \frac{f_2}{3f'_c}$$

- Estado de tensión-compresión-compresión:  $(\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3)$

$$F = F_2 = \frac{1}{\sqrt{15}} [(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2]^{1/2}$$

$$S = S_2 = \left(1 - \frac{\sigma_1}{f_t}\right) \frac{2p_2(p_2^2 - p_1^2) \cos n + p_2(2p_1 - p_2)[4(p_2^2 - p_1^2) \cos^2 n + 5p_1 - 4p_1p_2]^{1/2}}{4(p_2^2 - p_1^2) \cos^2 n + (p_2 - 2p_1)^2}$$

$$\cos n = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{\sqrt{2}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2}}$$

$$p_1 = a_0 + a_1\chi + a_2\chi^2 \quad p_2 = b_0 + b_1\chi + b_2\chi^2 \quad \chi = \frac{1}{3} \frac{(\sigma_2 + \sigma_3)}{f'_c}$$

Los coeficientes  $a_0, a_1, a_2, b_0, b_1$  y  $b_2$  se determinan al resolver los sistemas simultáneos presentados anteriormente.

- Estado de tensión-tensión-compresión:  $(\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3)$

$$F = F_3 = \sigma_i; i = 1, 2 \quad S = S_3 = \frac{f_t}{f'_c} \left(\frac{\sigma_3}{f'_c} + 1\right); i = 1, 2$$

El contador  $i=1,2$  establece como el criterio de falla es alcanzado ( $F = \sigma_1 = \sigma_2 = f_t$ ), en donde la fisuración del material tiene lugar en planos perpendiculares a los esfuerzos principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ .

- Estado de tensión-tensión-tensión:  $(\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0)$

$$F = F_4 = \sigma_i; i = 1, 2, 3 \quad S = S_4 = \frac{f_t}{f'_c}$$

El contador  $i=1, 2, 3$  establece como el criterio de falla es alcanzado ( $\sigma_1 = \sigma_2 = \sigma_3 = f_t$ ), la fisuración tiene lugar en planos perpendiculares a los esfuerzos principales  $\sigma_1, \sigma_2$  y  $\sigma_3$ . Cuando el criterio de falla se cumple para  $i=1,2$  que es lo mismo que  $F = \sigma_1 = \sigma_2 = f_t$ , la fisuración tiene lugar únicamente en los planos perpendiculares a los esfuerzos principales  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ .

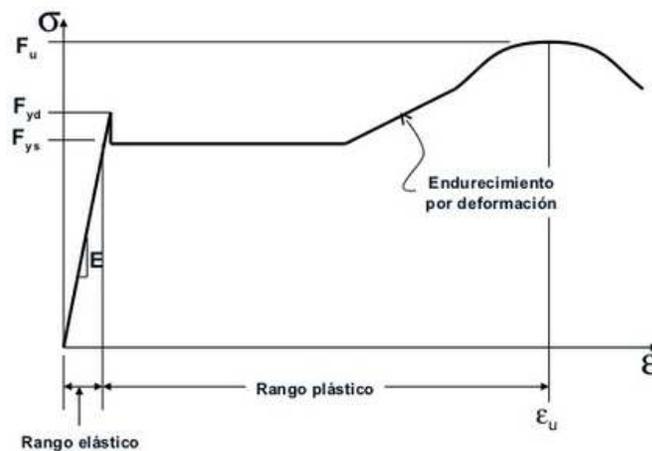
## 3.2 Acero.

El acero es uno de los materiales más versátiles, pues posee una gran resistencia, bajo peso, facilidad de fabricación y otras propiedades que lo hace un material muy conveniente. A diferencia del concreto que presenta menor resistencia a tensión que a compresión, el acero presenta la misma resistencia a tensión que a compresión.

El acero se acerca más en su comportamiento a las hipótesis de diseño que la mayoría de los materiales usados en la construcción, debido a que sigue la ley de Hooke hasta esfuerzos bastante altos. Los momentos de inercia de una estructura de acero pueden calcularse perfectamente, por cuanto que los valores calculados para una estructura de concreto son relativamente imprecisos.

### 3.2.1 Relación a tensión uniaxial del acero

La curva esfuerzo-deformación para un acero al carbono, como la que se presenta en la **Figura 3.9**, se caracteriza por tener una zona inicial en la que los esfuerzos y deformaciones están relacionados entre sí por una relación lineal y elástica, seguida de una región plástica, en donde se presentan grandes deformaciones sin incremento importante en los esfuerzos y termina en la zona conocida como región de endurecimiento por deformación, en la que nuevamente se presentan incrementos de esfuerzos conforme crecen las deformaciones. La deformación que precede a la región de endurecimiento por deformación es del orden de 10 a 20 veces mayor que la correspondiente a la zona de flujo plástico, es decir que si un elemento es solicitado por una carga que induce un esfuerzo igual o mayor al de fluencia, tendrá grandes deformaciones, sin incrementos de carga.



**Figura 3.9.** Relación esfuerzo-deformación del acero.

Al alcanzar la fluencia no necesariamente se presenta una falla, por el contrario la capacidad para fluir

localmente es un atributo único de los elementos estructurales. La relación esfuerzo-deformación del acero es importante para determinar algunas propiedades del material, algunas se presentan a continuación:

- Esfuerzo de fluencia  $f_y$ , es el esfuerzo en donde las deformaciones exhiben grandes aumentos sin que haya un incremento correspondiente del esfuerzo. Para barras de refuerzo, este valor está comprendido entre 240 y 420 Mpa.
- Esfuerzo ultimo  $f_u$ , el esfuerzo último se define como el cociente entre la carga axial máxima que puede resistir el elemento y el área de la sección transversal inicial.
- Módulo de elasticidad  $E$ , es la relación entre el esfuerzo y la deformación en la zona elástica de la curva  $\sigma - \varepsilon$ . Su valor es habitualmente adoptado por las normas de 200.000 Mpa.
- Módulo de endurecimiento por deformación  $E_{ed}$ , la pendiente de la curva esfuerzo-deformación en la zona de endurecimiento tiene su valor máximo en el inicio de este rango. Su valor es diferente para diferentes tipos de acero.
- Módulo de rigidez  $G$ , es la relación entre el esfuerzo cortante y la deformación por cortante, bajo un rango elástico, su valor es función de la relación de Poisson, siendo usualmente usado un valor de  $\mu = 0,30$ , para el cual  $G = 77.000$  Mpa.

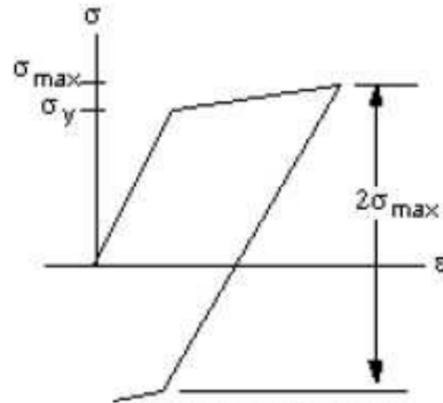
### 3.2.2 Modelos de plasticidad

Las teorías de plasticidad clásicas fueron inicialmente presentadas para los metales, cuyo comportamiento es diferente al del hormigón, no obstante desde un plano macroscópico, el concreto y los metales tienen características afines principalmente en la región previa al colapso, lo que lleva a representar al concreto mediante la teoría de la plasticidad.

Existen variedad de modelos constitutivos basados en la teoría de la plasticidad que pretenden representar el comportamiento de los materiales, los cuales crean una función de fluencia, una regla de flujo y una ley de ablandamiento o endurecimiento. La función de fluencia integrada al modelo de plasticidad se fundamenta de los criterios de fallo clásicos como lo son: von Mises, Tresca, Rankine, Drucker-Prager, Mohr-Coulomb.

#### 3.2.2.1 Modelo elastoplástico

La teoría de la plasticidad implanta relaciones matemáticas que caracterizan la respuesta elastoplástica del material. En este contexto existen tres piezas fundamentales: el criterio de plastificación, la regla de flujo y la regla de endurecimiento del material, en los modelos analizados en esta investigación, se ha considerado el comportamiento representado en la **Figura 3.10**.



**Figura 3.10.** Relación esfuerzo-deformación de material bilineal isótropo.

### 3.2.2.2 Criterio de plastificación

El criterio de plastificación determina el nivel de esfuerzos para el cual se origina la plastificación, para estados de esfuerzos multidimensionales, el criterio se representa mediante una función de las componentes individuales,  $f(\sigma)$ , que puede ser representada como un esfuerzo equivalente  $\sigma_{eq}$ .

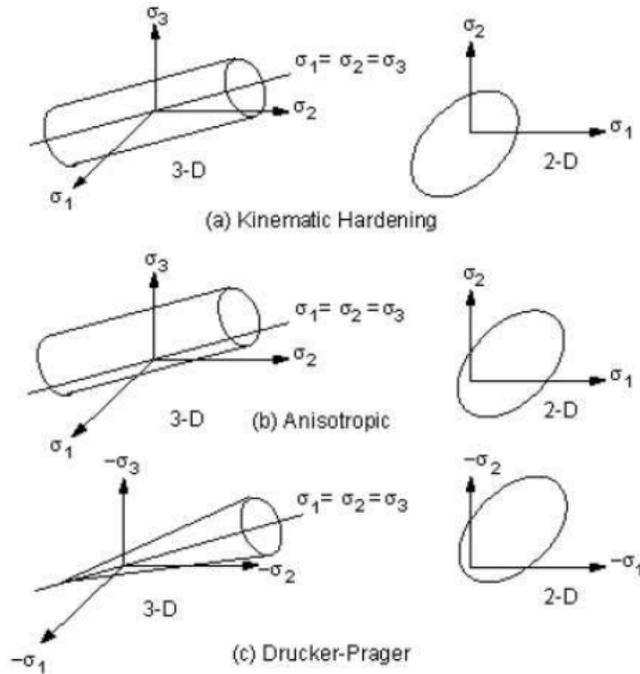
$$\sigma_{eq} = f(\sigma) \quad (3-6)$$

donde  $(\sigma)$  es el tensor de esfuerzos.

Cuando el esfuerzo equivalente es igual al límite elástico del material:

$$f(\sigma) = \sigma_y(k) \quad (3-7)$$

El punto material comenzará a desarrollar deformación plástica. En la ecuación (3-7)  $k$  es el trabajo plástico (parámetro de endurecimiento). Si  $\sigma_{eq}$  es menor que  $\sigma_y$ , el punto material es elástico y los esfuerzos se desarrollarán de acuerdo a las relaciones elásticas de esfuerzo-deformación. El esfuerzo equivalente no podrá exceder el límite del material, ya que en este caso se desarrollarían deformaciones plásticas, reduciéndose por su puesto los esfuerzos a este umbral. La ecuación (3-7) puede ser representada en el espacio de los esfuerzos como se muestra en la **Figura 3.11** para varios tipos de plastificación.



**Figura 3.11.** Superficies de plastificación.

Las superficies de plastificación mostradas en la **Figura 3.11** son conocidas como superficies de plastificación y cualquier estado de esfuerzos dentro de las superficies es elástico y no origina deformaciones plásticas, estas se producen cuando el estado de esfuerzos toca la superficie de plastificación.

### 3.2.2.3 Regla de flujo

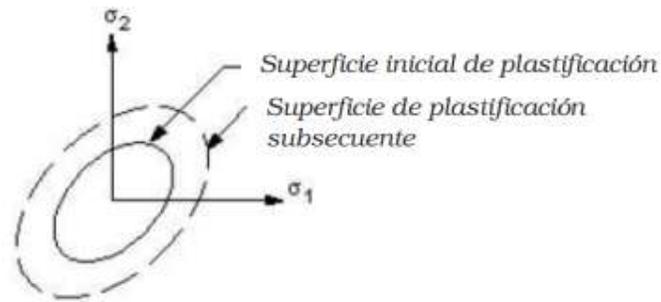
La regla de flujo establece la dirección de la deformación plástica y está dada por:

$$(d\varepsilon^p) = \lambda_p \left( \frac{d\Psi}{d\sigma} \right) \tag{3-8}$$

Donde  $\lambda_p$  es una constante denominada multiplicador plástico o factor de proporcionalidad (determina la cantidad de deformación plástica) y  $\Psi$  es una función de los esfuerzos, denominada potencial plástico y cuyo gradiente determina la dirección de la deformación plástica. Si  $\Psi$  es la propia función de plastificación, la regla de flujo se denomina asociada y las deformaciones plásticas ocurrirán en una dirección normal a la superficie de plastificación.

### 3.2.2.4 Regla de endurecimiento o ablandamiento

La regla de endurecimiento o ablandamiento se define como el cambio de la superficie de plastificación con las deformaciones plásticas, de tal forma que las condiciones (estado de esfuerzos) para plastificación subsecuente puedan ser establecidas. En la **Figura 3.12** se muestra la regla de endurecimiento para un material isótropo.



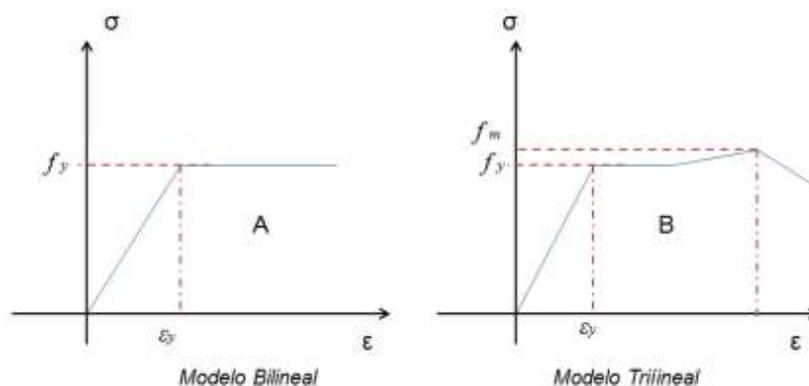
**Figura 3.12.** Endurecimiento isótropo.

Con el endurecimiento isótropo, la superficie de plastificación termina centrada con respecto a su línea central y se expande en tamaño en la medida en que se desarrolla la deformación plástica.

### 3.2.3 Relación esfuerzo-deformación del acero

Para representar la relación que existe entre el esfuerzo y la deformación del acero, se han desarrollado varios tipos de modelos constitutivos, dicha representación del comportamiento elastoplástico del material se presenta mediante modelos matemáticos.

- Modelo multilíneal, este tipo de modelos simplifica la relación uniaxial esfuerzo-deformación del material con líneas rectas a partir del módulo de elasticidad del material  $E_s$ , el módulo tangente  $E_t$  y el módulo de endurecimiento por deformación  $E_{ed}$ . Por lo general el módulo tangente tiene una pendiente nula o un porcentaje del módulo de elasticidad. Los modelos que más se usan son el bilíneal y el trilíneal, como se muestran en la **Figura 3.13**.



**Figura 3.13.** Modelos multilíneales para relación esfuerzo-deformación del acero.

### 3.2.4 Criterio de plastificación del material

Las propiedades mecánicas no dependen de la dirección en que se midan, esto lleva a la confirmación de que no existe, dentro del sólido, ninguna dirección que predomine sobre las demás. Por lo tanto un criterio de plastificación debe estar expresado en función de las invariantes del tensor de esfuerzos y no en función de las componentes del tensor en un sistema de referencia en particular.

Con base a esto, el criterio de plastificación debe tener la siguiente formulación:

$$f(I_1, I_2, I_3) = 0$$

Para los metales como es el acero, se ha demostrado experimentalmente que, el fenómeno de plastificación en un punto material, es independiente de la componente hidrostática  $p$  del tensor de esfuerzos. Por lo tanto, en estos materiales el criterio de plastificación debe estar expresado en función de las invariantes  $J_1, J_2$  y  $J_3$  de la parte desviadora del tensor de esfuerzos.

$$J_1 = 0$$

$$J_2 = \sigma'_1 \sigma'_2 + \sigma'_2 \sigma'_3 + \sigma'_3 \sigma'_1$$

$$J_3 = \sigma'_1 \sigma'_2 \sigma'_3$$

$$p = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

$$\sigma'_1 = \sigma_1 - p$$

$$\sigma'_2 = \sigma_2 - p$$

$$\sigma'_3 = \sigma_3 - p$$

En donde se cumple que  $f(J_2, J_3) = 0$

Si el material no posee el efecto Bauschinger, el límite elástico no cambiara al cambiar el signo de los esfuerzos aplicados, ya que  $J_3$  es función impar de  $\sigma'_1, \sigma'_2, \sigma'_3$  la función de plastificación no podrá depender de esta invariante, por lo que, para materiales tipo metales, el criterio de plastificación debe ser del tipo  $f(J_2) = 0$

- Criterio de plastificación de Von mises

Este criterio de plastificación tiene lugar cuando el segundo invariante del tensor de esfuerzos desviadores es igual al cuadrado de una constante  $k'$  propiedad del material.

$$J_2 = (k')^2$$

$$(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 = 6(k')^2$$

$$(\sigma_x - \sigma_y)^2 + (\sigma_y - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_x)^2 + 6(\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{xz}^2) = 6(k')^2$$

Para determinar el valor del parámetro  $k'$  es similar que el usado en el criterio de Tresca:

$$\sigma_1 = \sigma_y, \sigma_2 = \sigma_3 = 0$$

$$J_2 = 2\sigma_y^2$$

$$J_2 = 2\sigma_y^2 = 6(k')^2$$

$$k' = \frac{\sigma_y}{\sqrt{3}}$$

La plastificación se produce si  $U_d$  (energía de distorsión) alcanza el mismo valor de  $U_d$  cuando se produce la plastificación en un ensayo de tracción.

- Concepto de energía de distorsión: Es la energía consumida para obtener un cambio de forma del punto elástico sin que este cambie ni de dimensiones ni de volumen.

$$U_d = U_T - U_V$$

$U_d$  = Energía de distorsión.

$U_T$  = Energía de total.

$U_V$  = Energía necesaria para un cambio de volumen.

Calculando el cambio de volumen de un punto elástico sometido a los esfuerzos  $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$

$$\begin{aligned} \Delta V &= [(1 + \varepsilon_1)(1 + \varepsilon_2)(1 + \varepsilon_3) - 1] = \\ &1 + \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_2 + \varepsilon_1\varepsilon_3 + \varepsilon_2\varepsilon_3 + \varepsilon_1\varepsilon_2\varepsilon_3 - 1 \approx \\ &\approx \varepsilon_1 + \varepsilon_2 + \varepsilon_3 \end{aligned}$$

Como quiera que:

$$\varepsilon_1 = \frac{\sigma_1}{E} - \frac{\nu(\sigma_2 + \sigma_3)}{E}$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{E} - \frac{\nu(\sigma_1 + \sigma_3)}{E}$$

$$\varepsilon_3 = \frac{\sigma_3}{E} - \frac{\nu(\sigma_1 + \sigma_2)}{E}$$

Se concluye que:

$$\Delta V = \frac{(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)(1 - 2\nu)}{E}$$

Del mismo modo se calcula la el esfuerzo hidrostático que produciría la misma variación de volumen ( $\Delta V$ ).

$$\Delta V = 3e_v = \frac{3}{E} \sigma_{Hidro} (1 - 2\nu)$$

$$\sigma_{Hidro} = \frac{\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3}{3}$$

Calculando  $U_T$  para un punto elástico tenemos:

$$U_T = \frac{1}{2} (\sigma_1 \varepsilon_1 + \sigma_2 \varepsilon_2 + \sigma_3 \varepsilon_3)$$

$$U_T = \frac{1}{2E} (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2) (1 - 2\nu)$$

Calculamos  $U_V$  como sigue a continuación:

$$U_V = \frac{3}{2E} \sigma_{Hidro}^2 (1 - 2\nu)$$

$$U_V = \frac{1}{6E} (1 - 2\nu) (\sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2 + 2\sigma_1\sigma_2 + 2\sigma_1\sigma_3 + 2\sigma_2\sigma_3)$$

Despejando  $U_d$  tenemos:

$$U_d = U_T - U_V = \frac{1 + \nu}{3E} \left[ \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2} \right]$$

Calculando  $U_d$  cuando se produce la plastificación en un ensayo a tracción tenemos:

$$U_d = \frac{1 + \nu}{3E} \sigma_y^2$$

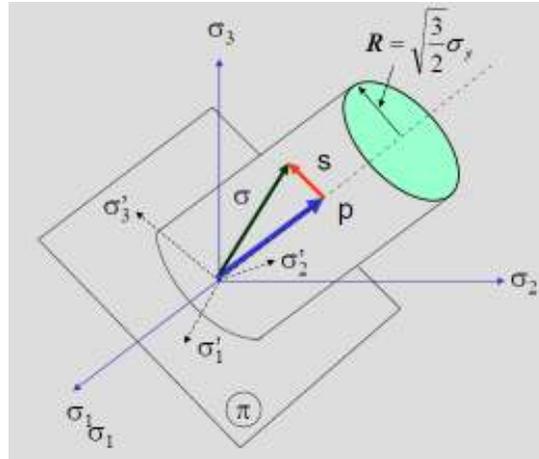
$\sigma_y$  = Limite elástico del material.

$$\sigma_v^2 = \frac{(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2}{2}$$

$$\sigma_y = \frac{\sqrt{2}}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{1/2}$$

Llamando  $\sigma_e = \sigma_y$

La plastificación se produce cuando  $\sigma_e \geq \sigma_y$ , donde  $\sigma_e$  es el esfuerzo equivalente de Von Mises. La superficie de plastificación de Von Mises se muestra en la **Figura 3.14**.



**Figura 3.14.** Superficie de plastificación de Von Mises.

# Capítulo 4. Técnicas de solución no lineal y relaciones constitutivas

## 4.1 El análisis no lineal

El análisis de materiales en general debe separarse entre lineales y no lineales. Cuando la deformación de un punto material sometido a acciones externas es infinitesimalmente pequeña, y la relación entre los esfuerzos y las deformaciones es linealmente elástica, las cargas y los desplazamientos del punto material mantienen en todo momento una relación lineal. Cuando alguna de las suposiciones anteriormente mencionadas no se cumple, las cargas y los desplazamientos seguirán una relación no lineal.

En los problemas no lineales de la mecánica de los sólidos se pueden diferenciar dos grandes grupos: la no linealidad física y la no linealidad geométrica. La no linealidad física, también conocida como no linealidad del material, ocurre cuando la relación constitutiva entre los esfuerzos y las deformaciones va cambiando para distintos niveles de carga, es decir, no es constante a lo largo del proceso de deformación del material. La no linealidad geométrica, en cambio, ocurre cuando el cuerpo presenta grandes desplazamientos o deformaciones, que producen cambios significativos en su configuración geométrica al avanzar el proceso de carga.

No obstante existen otros tipos de no linealidad tales como por ejemplo la que aparece en la mecánica de los sólidos por cambio de las condiciones de borde a lo largo del proceso de deformación.

El principal problema del análisis no lineal, es encontrar una relación carga-desplazamiento que garantice el equilibrio del punto material en cualquier instante de tiempo. Con esta definición no se puede diferenciar a simple vista de un problema lineal; sin embargo, la diferencia está en el hecho que tanto la geometría como las características mecánicas del material no permanecen constantes a lo largo del tiempo como si ocurre en los casos lineales. Utilizando una nomenclatura discreta, se busca comprender que en cada instante  $t + \Delta t$  el equilibrio entre las cargas nodales externas  ${}^{t+\Delta t}F_{ext}$  y las fuerzas nodales correspondientes a los esfuerzos internos del elemento  ${}^{t+\Delta t}F_{int}$ .

$${}^{t+\Delta t}F_{ext} - {}^{t+\Delta t}F_{int} = 0 \quad (4-1)$$

En los análisis que consideran no linealidad geométrica, el equilibrio del sistema debe ser alcanzado sobre la geometría actual o deformada del punto material. Obviamente como esta es aún desconocida, el equilibrio se plantea gradualmente (en forma iterativa) sobre configuraciones intermedias que terminan conduciendo a la configuración definitiva, tras aceptar un cierto valor de error.

Los problemas denominados “dependientes de las trayectoria”, en los que se busca resolver la ecuación 4-1 en todo rango de tiempo precedente, para lo cual se utiliza una solución incremental paso a paso. Esto debido a que se incluye el problema plástico y al modo en que se ha elegido resolver el problema no lineal geométrico.

En la solución incremental paso a paso se asume que la solución para el tiempo  $t$  es conocida y que la relación fuerza-desplazamiento en el incremento  $\Delta t$  es lineal:

$${}^t K \Delta \hat{u} = {}^{t+\Delta t} F_{ext} - {}^t F_{int} \quad (4-2)$$

donde  ${}^t K$ , es la matriz de rigidez del sistema de elementos finitos, tangente a la relación fuerza-desplazamiento, y  $\Delta \hat{u}$  es el incremento de desplazamientos nodales (o respuesta) que experimenta el punto material en el intervalo  $\Delta t$  debido al incremento  $\Delta F_{ext}$  de las cargas externas.

$${}^{t+\Delta t} F_{ext} = {}^t F_{ext} + \Delta F_{ext} \quad (4-3)$$

Los desplazamientos nodales en el tiempo  $t + \Delta t$  resultan:

$${}^{t+\Delta t} \hat{u} = {}^t \hat{u} + \Delta \hat{u} \quad (4-4)$$

Pudiéndose calcular los esfuerzos y las fuerzas nodales internas:

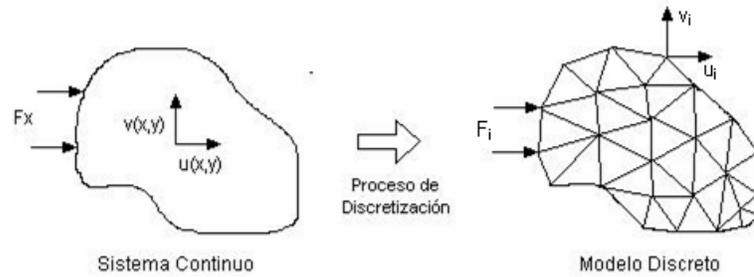
$${}^{t+\Delta t} F_{int} = {}^t F_{int} + \Delta F_{int} \quad (4-5)$$

donde  $\Delta F_{int}$  es el incremento de las fuerzas internas en el intervalo de tiempo  $\Delta t$ . Debido a que el comportamiento real del cuerpo es no lineal, la solución anterior está sujeta a errores, cuya magnitud depende del tamaño del paso del tiempo  $\Delta t$  (o de carga) utilizado, por lo tanto será necesario iterar hasta que la solución de la ecuación (4-1) sea alcanzada con suficiente precisión.

Los métodos de iteración ampliamente utilizados en los análisis no lineales de elementos finitos están basados en la técnica de Newton-Raphson.

## 4.2 Método de los elementos finitos para solución de problemas no lineales

El método de los elementos finitos es una técnica de aproximación utilizada para resolver problemas del medio continuo. Las principales características del método se basan en la división de un medio continuo en un número finito de elementos, los cuales se encuentran unidos entre sí mediante nudos. Como se muestra en la **Figura 4.1**, la representación del dominio se describe de manera discreta, permitiendo dar solución al sistema global a partir de un sistema de ecuaciones lineales y no lineales.



**Figura 4.1.** Representación esquemática del dominio global y su subdivisión en dominios locales.

El comportamiento en el interior de cada elemento está definido a partir de los nudos mediante funciones de forma. El dominio es discretizado en elementos que pueden ser líneas para problemas de campo unidimensional, triángulos, rectángulos entre otros para problemas de campo bidimensional y tetraedros y hexaedros entre otros para problemas de campo tridimensional. El número y el tamaño de los elementos utilizados en la discretización tienen una directa repercusión en la precisión de los resultados.

La función de aproximación está definida como la interpolación de valores en los nodos mediante las funciones de forma, estas son principalmente ecuaciones polinómicas continuas en el interior y el contorno de cada elemento.

### 4.3 Método de Newton-Raphson

Este método toma como solución aproximada una serie truncada de Taylor, expresada como sigue:

$$\{\Psi(\{u_n\} + \Delta\{u_n\})\} = \{\Psi(\{u_n\})\} + [K^{tan}(\{u_n\})] \cdot \Delta\{u_n\}$$

El procedimiento numérico para obtener el vector de desplazamientos en un paso de carga, se puede resumir como sigue:

Primera iteración:

$$\{u_n\}^{(0)} = \{0\}$$

$$\Psi(\{u_n\}^{(0)}) = -\{F\}$$

$$\{\Delta u_n\}^{(1)} = -[K^{tan}(\{u_n\}^{(0)})]^{-1} \Psi(\{u_n\}^{(0)})$$

$$\{u_n\}^{(1)} = \{u_n\}^{(0)} + \{\Delta u_n\}^{(1)}$$

$$\Psi(\{u_n\}^{(1)})$$

Segunda iteración:

$$\{\Delta u_n\}^{(2)} = -[K^{tan}(\{u_n\}^{(1)})]^{-1}\Psi(\{u_n\}^{(1)})$$

$$\{u_n\}^{(2)} = \{u_n\}^{(1)} + \{\Delta u_n\}^{(2)}$$

$$\Psi(\{u_n\}^{(2)})$$

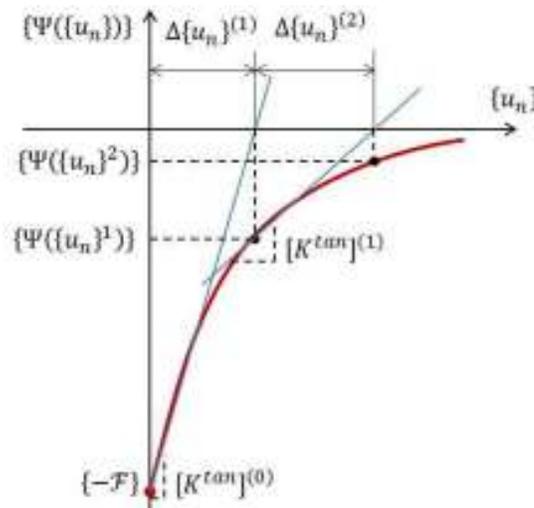
m iteración:

$$\{\Delta u_n\}^{(m)} = -[K^{tan}(\{u_n\}^{(m-1)})]^{-1}\Psi(\{u_n\}^{(m-1)})$$

$$\{u_n\}^{(m)} = \{u_n\}^{(m-1)} + \{\Delta u_n\}^{(m)}$$

$$\Psi(\{u_n\}^{(m)})$$

El método puede ser gráficamente representado como se muestra en la **Figura 4.2**.



**Figura 4.2.** Representación gráfica del método Newton-Raphson.

Una iteración  $m$  se considerara convergida en el momento en el cual la fuerza residual sea menor que la tolerancia  $\epsilon$ .

$$\Psi(\{u_n\}^{(m)}) < \epsilon$$

de lo contrario se procede con la siguiente iteración.

## 4.4 Relaciones constitutivas

El análisis de estructuras de concreto reforzado mediante el método de los elementos finitos requiere de relaciones multilíneas que representen las principales características de los materiales ante

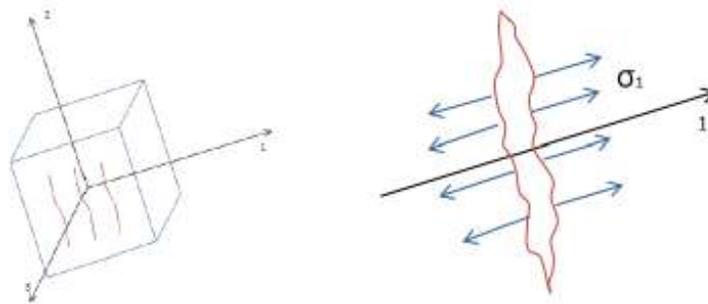
cargas estáticas. La adecuada definición de un criterio de fallo y una relación constitutiva, permiten obtener resultados con un mayor grado de aproximación del problema a tratar. No obstante, en estructuras en donde las propiedades de sus materiales no son similares, los resultados congruentes a las condiciones reales del problema físico no son fáciles de obtener, es por ello que es de vital importancia definir las relaciones constitutivas y los criterios de falla acordes con los materiales en un análisis mediante el método de elementos finitos para este tipo de problemas.

#### 4.4.1 Relación constitutiva para el concreto simple

La relación constitutiva de un material que relaciona los esfuerzos con las deformaciones se puede expresar como:

$$\{\Delta\sigma\} = [C]\{\Delta\varepsilon\}$$

No obstante, la no linealidad del material se presenta cuando la relación constitutiva en un elemento finito es no lineal. La relación constitutiva está definida en un sistema local de coordenadas establecida por la fisura inicial. Como se observa en la **Figura 4.3** la dirección 1 es normal a la trayectoria de la fisura y las direcciones 2 y 3 son ortogonales entre sí.



**Figura 4.3.** Ejes locales en un punto material. Primera fisura.

La técnica utilizada en este trabajo para describir la fisuración distribuida consiste, en modificar los esfuerzos y la matriz constitutiva  $C$  de los puntos materiales en aquellos elementos en los cuales el estado de esfuerzos ha superado el límite de rotura del material (Criterio de Rankine).

La matriz constitutiva  $C$  se modifica en base al estado de esfuerzos, el criterio de daño implementado y las deformaciones del punto material, es decir:

$$[C(f)] = f(\sigma, \varepsilon, S)$$

Cuando el material está en el rango elástico, es decir que el estado de esfuerzos está contenido en el dominio definido por el criterio de Rankine, entonces la matriz constitutiva  $C$  corresponde a la matriz constitutiva elástica  $C^e$ , la cual se define como:

$$[C^e] = \frac{E}{(1-2\nu)(1+\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & (1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix}$$

donde E es el módulo de elasticidad del concreto y  $\nu$  es la relación de Poisson.

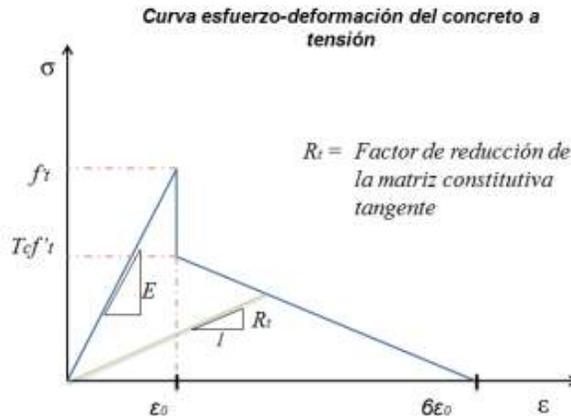
Cuando el estado de esfuerzos por tensión supera por primera vez el dominio elástico del criterio de daño, se forma un plano de fisuración que es perpendicular a la dirección de máxima tensión (eje 1). A partir de este instante, el esfuerzo normal máximo en la dirección perpendicular al plano de fisura es nulo bajo posteriores incrementos de carga y la matriz constitutiva se modifica considerando la pérdida de rigidez del material.

En este caso, la matriz constitutiva se define como:

$$[C] = \frac{E}{(1+\nu)} \begin{bmatrix} R^t(1+\nu) & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{(1-\nu)} & \frac{\nu}{(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\nu}{(1-\nu)} & \frac{1}{(1-\nu)} & 0 & 0 & 0 \\ & & & \frac{\beta_t}{2} & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_t}{2} & 0 \\ & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_t}{2} \end{bmatrix}$$

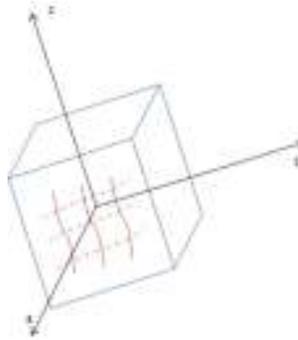
En la anterior relación, la pérdida de rigidez en el plano de fisura y en los otros planos ortogonales se representa a través de los coeficiente  $R^t$  y  $\beta_t$ , definidos como el modulo secante de la curva esfuerzo-deformación a tensión uniaxial del concreto simple y el coeficiente de transferencia por cortante para fisuras abiertas respectivamente.

La pérdida de rigidez en el plano fisurado depende de la magnitud del módulo secante  $R^t$ , el cual a su vez depende del estado de deformaciones en el punto material, como se observa en la **Figura 4.4**.



**Figura 4.4.** Relación esfuerzo-deformación a tensión del concreto simple.

Ante posteriores incrementos de carga, la redistribución de los esfuerzos se presenta con un incremento en las componentes perpendiculares al plano de fisura (ejes locales 2 y 3). De esta manera cuando el estado de esfuerzos supera por segunda vez el dominio elástico del criterio de Rankine se forma una segunda fisura, la cual es perpendicular al plano fisurado, como se observa en la **Figura 4.5**.

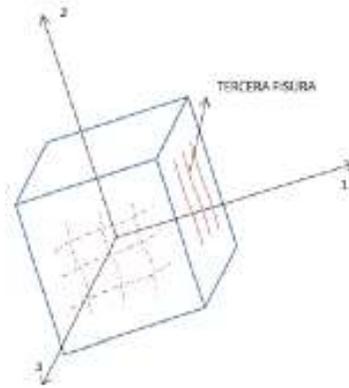


**Figura 4.5.** Fisuración en dos planos ortogonales.

De esta manera la relación constitutiva esfuerzo-deformación se define en base a la matriz constitutiva presentada a continuación:

$$[C] = E \begin{bmatrix} \frac{R^t}{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R^t}{E} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_t}{2(1+\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_t}{2(1+\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_t}{2(1+\nu)} \end{bmatrix}$$

Cuando se presentan dos planos fisurados, en la matriz constitutiva se muestra la pérdida de rigidez en todas las direcciones excepto en la dirección paralela a la intersección de ambos planos. En la expresión anterior el plano no fisurado corresponde al plano perpendicular al eje 3. Por tanto bajo posteriores incrementos de esfuerzos, la tercera fisura se presentara en este plano cuando el estado de esfuerzos supere por tercera vez el dominio elástico del criterio de Rankine, como se observa en la **Figura 4.6.**



**Figura 4.6.** Fisuración en los 3 planos ortogonales.

De esta forma, la matriz constitutiva  $C$  utilizada para representar la relación esfuerzo-deformación para posteriores estados de carga se expresa como sigue:

$$[C] = E \begin{bmatrix} \frac{R^t}{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{R^t}{E} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{R^t}{E} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_t}{2(1+\nu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_t}{2(1+\nu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_t}{2(1+\nu)} \end{bmatrix}$$

De la anterior matriz se observa la pérdida de rigidez en todos los planos del elemento fisurado. Por tanto cuando  $R^t$  es nulo, la rigidez normal en los planos fisurados es nula. A partir de este instante, ante la presencia de esfuerzos incrementales la matriz constitutiva se modifica considerando únicamente la rigidez transversal a cortante del elemento finito, es decir  $\beta G$ .

#### 4.4.2 Relación constitutiva para el acero

Para el caso del acero, la relación constitutiva incremental que relaciona los esfuerzos con las deformaciones de un punto material se define como:

$$\{\Delta\sigma\} = [C]\{\Delta\varepsilon\}$$

En esta relación la matriz constitutiva se define como:

$$[C] = E \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

En este caso la matriz constitutiva  $C$  se define considerando la función de fluencia  $f(\sigma, \sigma_y)$  la cual define el dominio elástico del material para el caso unidimensional como:

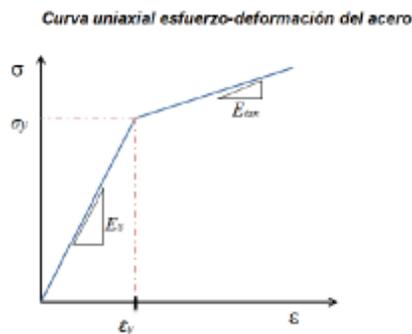
$$f(\sigma, \sigma_y) = |\sigma| - \sigma_y$$

donde  $\sigma$  corresponde al estado de esfuerzo uniaxial de tensión o compresión y  $\sigma_y$  es el esfuerzo de fluencia.

Bajo un comportamiento elástico, es decir en el caso en el que cualquier esfuerzo se encuentre en el dominio elástico de la función de fluencia la matriz constitutiva corresponde a:

$$[C] = E_s \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

donde  $E_s$  es el módulo de elasticidad del acero, como se observa en la **Figura 4.7**.



**Figura 4.7.** Modelo de plasticidad unidimensional.

De igual manera, si el estado de esfuerzos supera la superficie de fluencia, es decir que  $f(\sigma, \sigma_y) > 0$ , la matriz constitutiva esfuerzo-deformación en el punto material corresponde a:

$$[C] = E^{tan} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

#### 4.4.3 Relación constitutiva para el concreto reforzado

El concreto reforzado se representa como un material compuesto conformado por barras uniformemente distribuidas hasta en tres direcciones diferentes. En base en las consideraciones anteriores, en forma incremental los esfuerzos y las deformaciones en el material compuesto se definen así:

$$\Delta\sigma_{compuesto} = \left(1 - \sum_{i=1}^{N_r} V_i^R\right) \Delta\sigma_{concreto} + \sum_{i=1}^{N_r} V_i^R \Delta\sigma_{acero}$$

$$\Delta\varepsilon_{compuesto} = \Delta\varepsilon_{concreto} = \Delta\varepsilon_{acero}$$

dónde:

$N_r$  = Numero de materiales del acero de refuerzo.

$V_i^R$  = Relación del volumen de refuerzo con respecto al volumen total del elemento.

Las ecuaciones constitutivas que relacionan el incremento en los esfuerzos con el incremento en la deformación para cada material son respectivamente:

$$\{\Delta\sigma\}_{compuesto} = [C^{cr}]\{\Delta\varepsilon\}_{compuesto}$$

$$\{\Delta\sigma\}_{concreto} = [C^c]\{\Delta\varepsilon\}_{concreto}$$

$$\{\Delta\sigma\}_{acero} = [C^r]_i\{\Delta\varepsilon\}_{acero}$$

$[C^c]$  = Matriz constitutiva para el concreto simple.

$[C^r]_i$  = Matriz constitutiva para el refuerzo distribuido i.

$[C^{cr}]$  = Matriz constitutiva para el concreto reforzado.

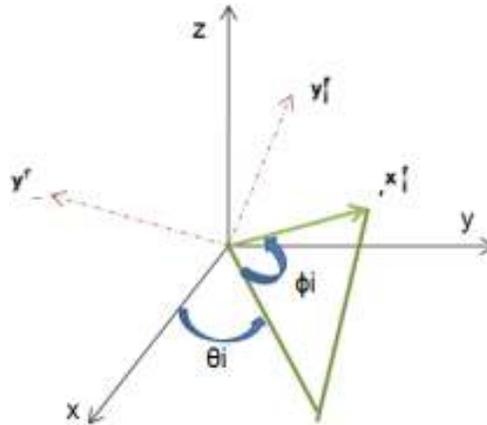
Al reemplazar las expresiones anteriores en el incremento de esfuerzos del compuesto se tiene que:

$$[C^{cr}]\{\Delta\varepsilon\}_{compuesto} = \left(1 - \sum_{i=1}^{N_r} V_i^R\right) [C^c]\{\Delta\varepsilon\}_{concreto} + \sum_{i=1}^{N_r} V_i^R [C^r]_i\{\Delta\varepsilon\}_{refuerzo}$$

Así mismo, con base en la compatibilidad en los incrementos de deformación de cada material se tiene que la expresión anterior queda de la forma:

$$[C^{cr}]_i = \left( 1 - \sum_{i=1}^{N_r} V_i^R \right) [C^c] + \sum_{i=1}^{N_r} V_i^R [C^r]_i$$

Como se observa en las expresiones anteriores, la relación constitutiva esfuerzo-deformación de las fibras metálicas es definida con base a su orientación en el elemento finito. Para el sistema coordenado  $x_i^r, y_i^r, z_i^r$  mostrado en la **Figura 4.8**, la ecuación constitutiva incremental es:



**Figura 4.8.** Orientación del refuerzo discreto en el elemento finito.

$$\{\Delta\sigma\} = [C_i^r]\{\Delta\varepsilon\}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta\sigma_{xx}^r \\ \Delta\sigma_{yy}^r \\ \Delta\sigma_{zz}^r \\ \Delta\sigma_{xy}^r \\ \Delta\sigma_{yz}^r \\ \Delta\sigma_{xz}^r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} E_i^r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varepsilon_{xx}^r \\ \Delta\varepsilon_{yy}^r \\ \Delta\varepsilon_{zz}^r \\ \Delta\varepsilon_{xy}^r \\ \Delta\varepsilon_{yz}^r \\ \Delta\varepsilon_{xz}^r \end{bmatrix}$$

En la anterior expresión  $E_i^r$  representa el módulo de elasticidad de los elementos metálicos.

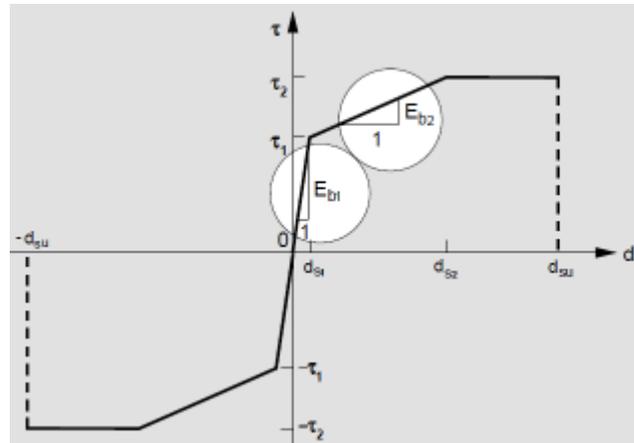
## 4.5 Adherencia entre el concreto y el acero de refuerzo

### 4.5.1 Comportamiento de la adherencia

La adherencia es la interacción entre el acero de refuerzo y el concreto que lo rodea. La fuerza de trasferida desde el acero hacia el concreto puede ser atribuida a tres diferentes fenómenos: (1) adhesión química entre la pasta de mortero y la superficie de la barra; (2) la fricción y la acción de acuñamiento de las pequeñas partículas de arena desalojadas entre la barra de acero y el concreto que lo rodea; y (3) interacción mecánica entre el hormigón y el acero. La adherencia de barras lisas se deriva principalmente de los dos primeros mecanismos, a pesar de que hay algo de enclavamiento mecánico causado por la rugosidad de la superficie de la barra.

Las barras corrugadas tienen mejor adherencia que las barras lisas, ya que la mayoría de la fuerza del acero se trasfiere a través del corrugado al hormigón. La fricción y las fuerzas de adhesión química no son insignificantes, pero son secundarias y tienden a disminuir a medida que las barras de refuerzo comienzan a deslizarse.

Dado que los esfuerzos de adherencia en los miembros de concreto reforzado surgen a partir de la fuerza a lo largo de la longitud del acero, el efecto de la adherencia se hace más fuerte en los anclajes extremos de las barras de refuerzo y en la proximidad de las fisuras.



**Figura 4.9.** Relación esfuerzo-deslizamiento para problemas en condición plana de esfuerzos.

En análisis simplificados de estructuras de concreto la completa compatibilidad de esfuerzos entre el concreto y el acero es usualmente asumida, lo cual implica una adherencia perfecta. Esta suposición es válida únicamente en regiones donde la transferencia de esfuerzo es insignificante entre los dos componentes donde se lleva a cabo. En las regiones con alta transferencia de esfuerzos a lo largo de la interfaz entre el acero de refuerzo y el hormigón circundante, tales como cerca de fisuras, el esfuerzo de adherencia se relaciona con el desplazamiento relativo entre el acero y el concreto.

Asumir una perfecta adherencia cerca de las zonas de fisuración requiere altos esfuerzos para explicar la existencia de una fisura finita con un ancho definido. En realidad no hay compatibilidad entre las deformaciones del acero de refuerzo y el concreto a su alrededor cerca a las fisuras. Esta incompatibilidad y la propagación de las grietas dan lugar a desplazamientos relativos entre el acero y el concreto, los cuales son conocidos como deslizamientos por adherencia.

En el presente trabajo se empleó la perfecta adherencia entre ambos materiales garantizando la coincidencia entre los nodos que definen al elemento lineal para modelar el refuerzo y los nodos que definen al elemento sólido, elemento usado para modelar el concreto. Con esta consideración en los modelos descritos a continuación, se garantiza la compatibilidad de esfuerzos y deformaciones en aquellos nudos en común para el acero y el concreto.

# Capítulo 5. Simulación numérica inelástica de pórticos en concreto reforzado mediante el método de plastificación progresiva.

## 5.1 Resumen de los análisis realizados mediante el método de plastificación progresiva.

Este capítulo presenta la descripción y el análisis de 4 pórticos de concreto reforzado, usando el método de plastificación progresiva. A continuación se presenta un resumen de los pórticos estudiados a través de dicho método.

El primer pórtico a estudiar consiste en una estructura denominada pórtico plano de un único vano, la cual está conformada por 3 elementos: 2 columnas y una viga interconectando a estas, la segunda estructura es igual a la inicial con la diferencia de que en esta se ha incluido un muro estructural entre las columnas y la viga del pórtico, la tercera estructura analizada es la denominada pórtico plano de 3x3 vanos, es decir es un pórtico de 3 niveles con 3 vanos laterales, lo cual hace que se componga de 4 columnas principales, finalmente la cuarta estructura a estudiar es igual la descrita anteriormente con la diferencia de que se ha incluido un muro estructural en la mitad del pórtico en toda su altura. Cabe resaltar que básicamente se analizaran dos estructuras con la inclusión o no de muro o pantalla estructural. A continuación se presenta un resumen de las estructuras estudiadas.

- Pórtico plano de un único vano.
- Pórtico plano de un único vano con adición de muro estructural.
- Pórtico plano de 3x3 vanos.
- Pórtico plano de 3x3 vanos con adición de muro estructural.

## 5.2 Análisis de pórticos planos en concreto reforzado mediante el método de plastificación progresiva.

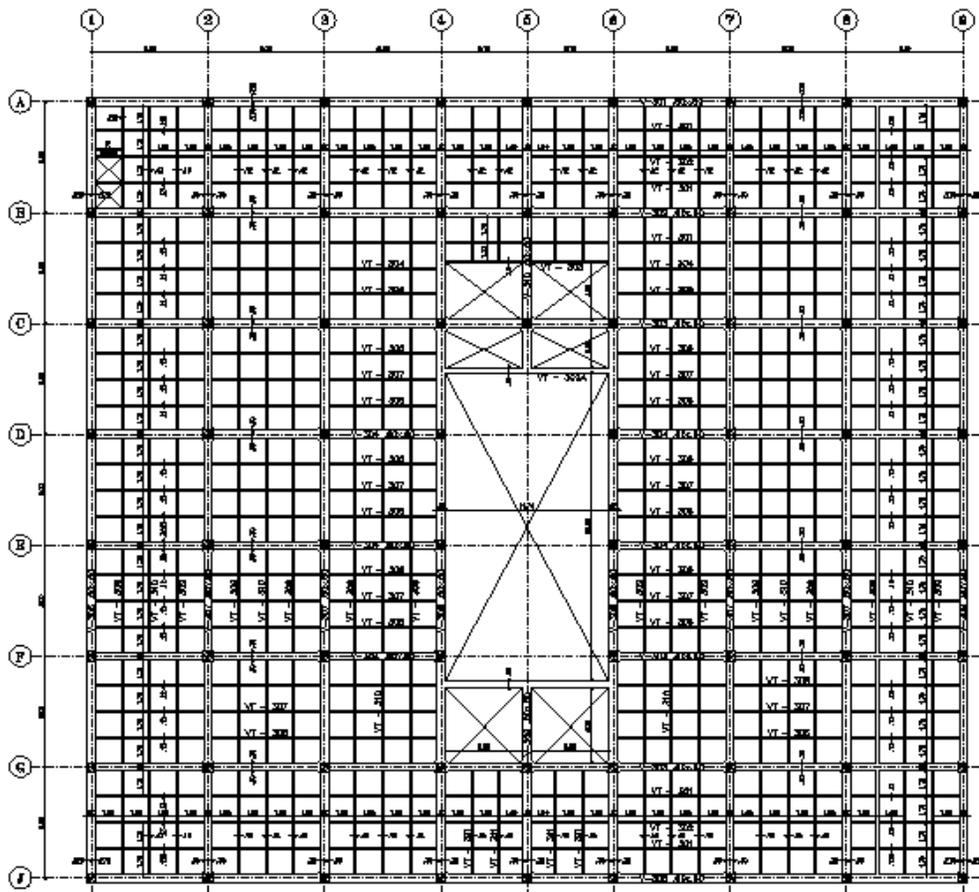
El objetivo principal del estudio de pórticos planos en concreto reforzado mediante el método de plastificación progresiva, es conocer, estudiar y analizar las características y procedimientos propios

usados por este método, con el fin de identificar y generar parámetros que puedan ser usados en la comparación de este tipo de metodologías, contra análisis realizados mediante el método de los elementos finitos implementados en el mismo tipo de pórticos. Los pórticos usados en esta investigación son parte de una estructura real y construida en el país. Las características geométricas y propiedades de los materiales también han sido tomadas de la información del proyecto.

### 5.2.1 Geometría Global de la estructura

La estructura usada en esta investigación es una bodega ubicada en Cundinamarca, que posee como sistema de resistencia sísmica, pórticos de concreto reforzado resistentes a momento, con capacidad moderada de disipación de energía (DMO); dicha estructura cumple con todos los requisitos que exige la norma sismo resistente colombiana NSR-10.

La bodega en planta cuenta con 9 ejes estructurales en el sentido largo espaciados cada 8.36 metros y 8 ejes estructurales en el sentido corto espaciados cada 8 metros, como se muestra en la **Figura 5.1**.



**Figura 5.1.** Geometría general de la bodega.

En altura la bodega cuenta con 4 niveles estructurales los cuales son los siguientes: primer piso ubicado en el nivel N+0.00, el segundo piso ubicado en el nivel N+7.10, el tercer piso ubicado en el nivel N+14.30 y la cubierta ubicada en el nivel N+19.00. Todas las vigas que hacen parte del sistema de resistencia sísmica tienen una sección transversal de 0,60X0,60 metros y todas las columnas del proyecto tienen una sección transversal de 0,65X0,65 metros.

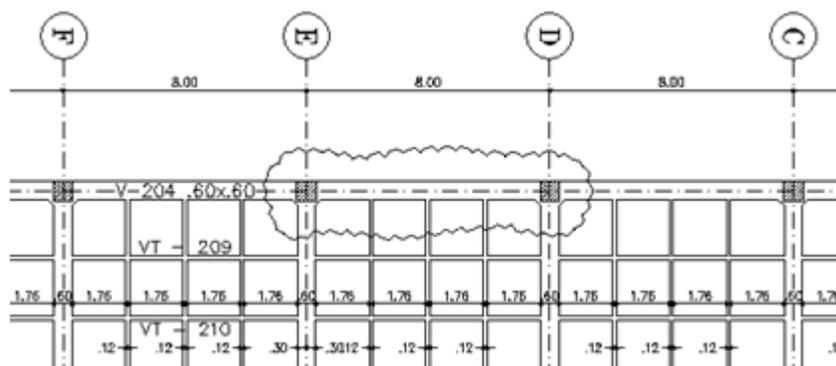
### 5.3 Pórtico plano de un único vano

El primer pórtico que va a ser estudiado en este trabajo final de maestría, es un pórtico plano de un único vano, el cual está conformado por tres elementos estructurales (dos columnas y una viga) que servirá de modelo de control para los pórticos más complejos, debido a que esta estructura al tener un menor número de elementos, es más fácil identificar posibles fallos en la modelación y depurar los resultados obtenidos, logrando de esta manera tener un control más preciso de los análisis.

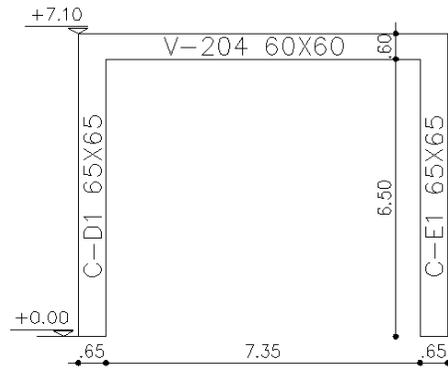
#### 5.3.1 Geometría pórtico plano de un único vano

De la estructura principal anteriormente presentada en la **Figura 5.1**, se ha escogido el pórtico plano de un solo vano representativo de la estructura, para ser analizado mediante el método de plastificación progresiva. Dicho pórtico se encuentra ubicado entre los ejes estructurales D-E sobre el eje número 1 y se muestra en la **Figura 5.2** donde se resalta mediante una nube, la porción que está siendo considerada en el análisis.

De igual manera la **Figura 5.3** muestra el alzado del pórtico a estudiar, en donde se presentan sus dimensiones básicas y los niveles correspondientes a cada elemento para su correcta modelación.



**Figura 5.2.** Geometría en planta pórtico plano de un solo vano.



**Figura 5.3.** Geometría en alzado pórtico plano de un solo vano.

### 5.3.2 Análisis elástico pórtico de un solo vano

En este primer análisis (elástico) del pórtico plano de un solo vano, lo que se intenta lograr es obtener parámetros que puedan ser comparables al momento de realizar un análisis elástico mediante el método de los elementos finitos, el cual nos permitirá definir entre otras cosas la forma en que será cargada la estructura ante fuerzas externas, es decir si se usara un vector de fuerzas o un vector de desplazamientos para este cometido.

- Materiales

Las propiedades elásticas de los materiales usados en la modelación del pórtico plano son las siguientes:

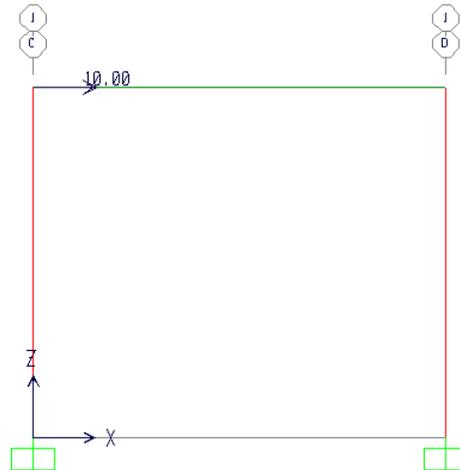
Resistencia a la compresión del concreto  $f'_c = 28 \text{ Mpa}$

Módulo de elasticidad del concreto  $E_c = 25000 \text{ Mpa}$

Relación de Poisson para el concreto  $\nu_c = 0.20$

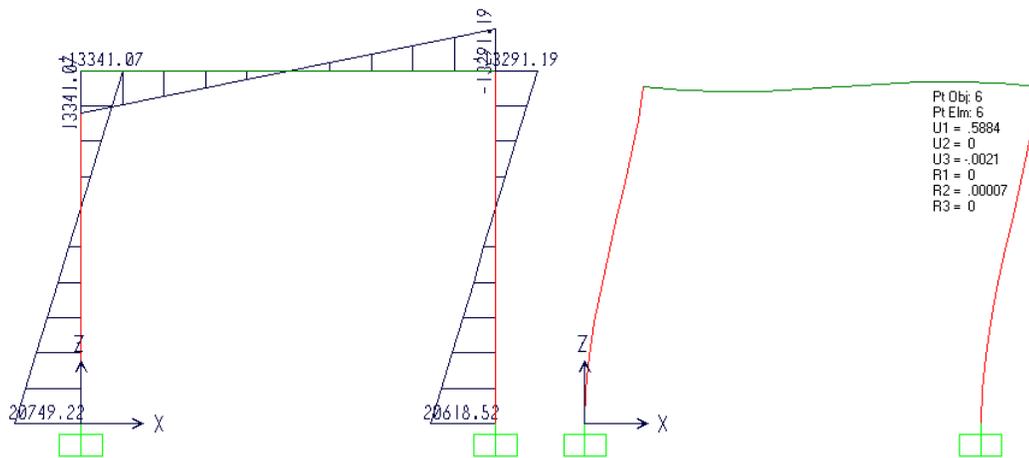
- Esquema general de cargas

El siguiente esquema de cargas, aplicado al pórtico plano de un solo vano y presentado en la **Figura 5.4**, ha sido escogido en función de simplificar el análisis elástico y simular una carga lateral como la que ocurre en un evento sísmico. Esta carga tiene un valor de 10KN y esta aplicada en el nudo superior del pórtico donde se conecta la viga y la columna.



**Figura 5.4.** Carga lateral pórtico plano de un solo vano.

A partir de la información anteriormente suministrada, se realizó un análisis elástico del pórtico en donde se evaluaron desplazamientos y momentos flectores en diferentes puntos, para ser comparados posteriormente, contra un análisis elástico realizado mediante el método de los elementos finitos de la misma estructura. En la **Figura 5.5** se presenta el diagrama de momento flector de la estructura en unidades de  $KN - mm$  y se observa que el desplazamiento del nudo contrario en donde se aplicó la carga lateral tiene un valor de  $0.5884mm$ .



**Figura 5.5.** Diagrama de momento flector y deformada del pórtico plano de un único vano.

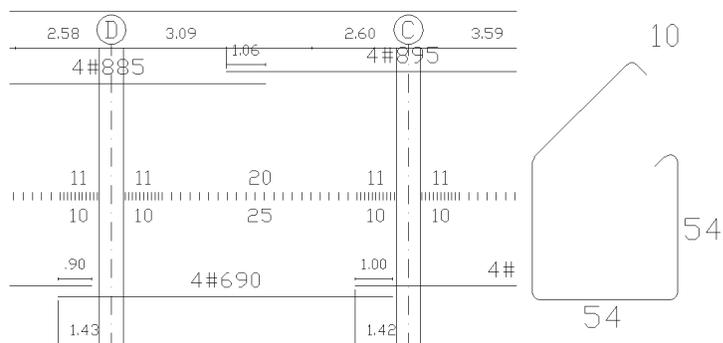
### 5.3.3 Análisis inelástico pórtico de un solo vano

En este análisis observaremos el comportamiento del pórtico cuando incursiona en el rango inelástico, para lo cual se definen las propiedades inelásticas (Rotulas Plásticas) de cada uno de los elementos que conforman la estructura, con el fin de obtener la curva de capacidad del pórtico, la cual relaciona

la fuerza horizontal aplicada versus el desplazamiento objetivo en el nivel superior o la cubierta de la estructura analizada.

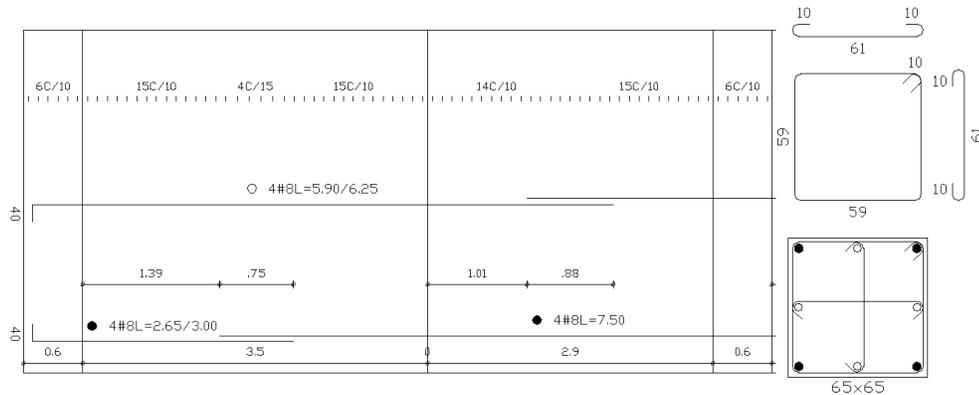
Para definir las propiedades inelásticas de las secciones que conforman el pórtico plano, es necesario conocer y definir el acero de refuerzo tanto longitudinal como transversal de cada elemento, para así poder calcular las rotulas plásticas asociadas a estos. El acero de refuerzo de cada uno de los elementos es detallado a continuación:

Este pórtico está constituido por la Viga 204 ubicada en el segundo piso o nivel N+7.10 y por las Columnas D1 y E1, para estos elementos se describe y presenta el detallado del acero de refuerzo longitudinal y transversal. La primera sección estudiada es la Viga 204 que posee una sección transversal de 0.60x0.60m, la cual es presentada en la **Figura 5.6**, esta viga posee un acero de refuerzo superior que está compuesto por 4 barras  $\phi = 1"$  y un acero de refuerzo inferior compuesto por 4 barras  $\phi = 3/4"$ , la longitud de la zona de confinamiento es de 1.05m y la separación de los estribos en esta zona es de 0.10m y la conforman estribos  $\phi = 3/8"$  de 2 ramas, el resto de estribos se encuentran espaciados cada 0.25m.



**Figura 5.6.** Detalle acero de refuerzo longitudinal y transversal para la Viga 204.

Las columnas D1 y E1 del pórtico tienen una sección transversal de 0.65x0.65m, estas columnas poseen un acero de refuerzo longitudinal compuesto por 8 barras  $\phi = 1"$ , la longitud de la zona de confinamiento es de 1.45m y la separación de los estribos en esta zona es de 0.10m y la conforman estribos  $\phi = 3/8"$  de 3 ramas en cada sentido ortogonal, el resto de estribos se encuentran espaciados cada 0.15m, en la **Figura 5.7** se presenta el detallado del acero de refuerzo para las columnas descritas.



**Figura 5.7.** Detalle acero de refuerzo longitudinal y transversal para las Columnas D1 y E1.

### 5.3.3.1 Relaciones momento-curvatura en secciones de concreto reforzado

Al haber estudiado las relaciones constitutivas de los 3 tipos de material (concreto confinado, confinado y acero de refuerzo) que se encuentran presentes en una sección transversal de concreto reforzado, podemos para una sección en particular, calcular su relación momento-curvatura a partir de las propiedades del concreto y del tipo de refuerzo longitudinal y transversal que dicha sección posea.

Con esta información se realizó un análisis no lineal de una sección transversal sometida a flexión pura a través del método denominado Método de las dovelas o de las fibras (Park et al 1987), haciendo uso de la herramienta informática Xtract. De estos análisis se obtuvieron las relaciones momento-curvatura de cada una de las secciones (vigas y columnas) del pórtico en estudio.

Las propiedades de los materiales usados para calcular las relaciones momento-curvatura en esta estructura son las siguientes:

Resistencia a la compresión del concreto  $f'_c = 28 \text{ MPa}$

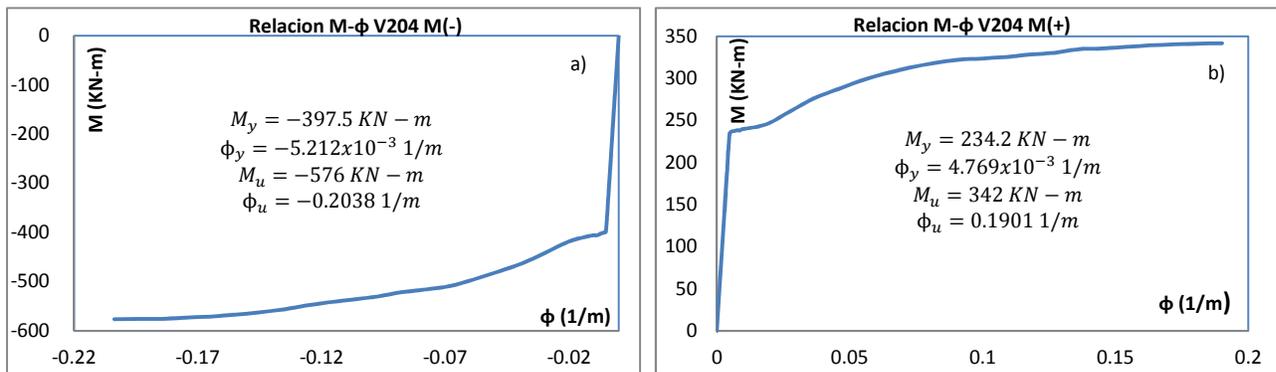
Módulo de elasticidad del concreto  $E_c = 25000 \text{ MPa}$

Relación de Poisson  $\nu_c = 0.20$

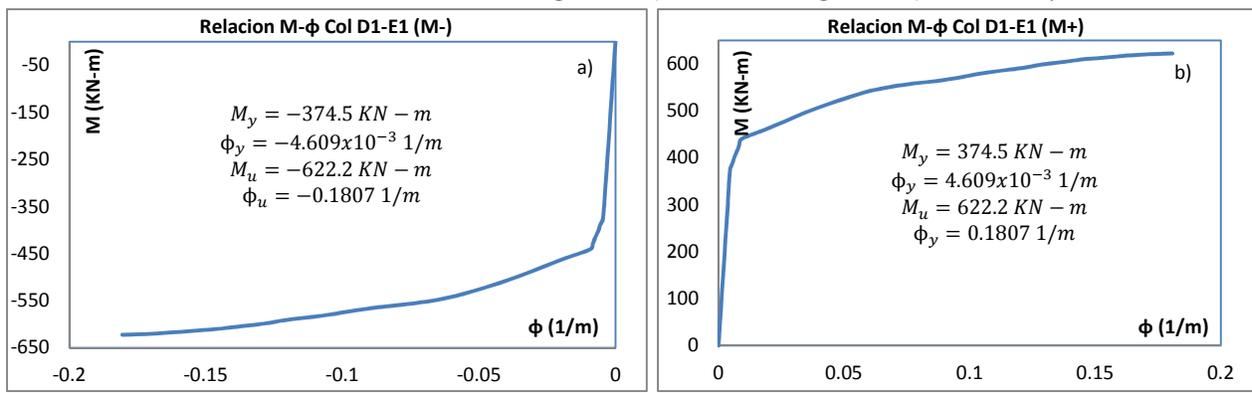
Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo  $f_y = 420 \text{ MPa}$

Módulo de elasticidad del acero  $E_s = 200000 \text{ MPa}$

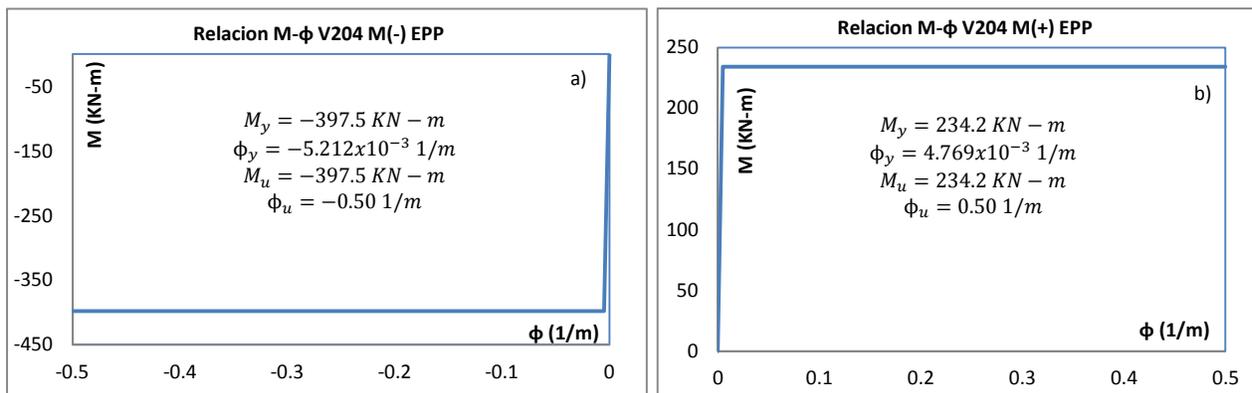
En las **Gráficas 5.1 a la 5.8** se presentan las relaciones momento-curvatura para los elementos que conforman el pórtico de un único vano (Viga y Columnas). En estas graficas se presentan los diagramas momento-curvatura tanto positivos como negativos obtenidos del análisis inelástico de secciones planas realizado en vigas y columnas del pórtico, y además se incluyen las gráficas de los diferentes tipos de comportamiento para cada una de las rotulas plásticas.



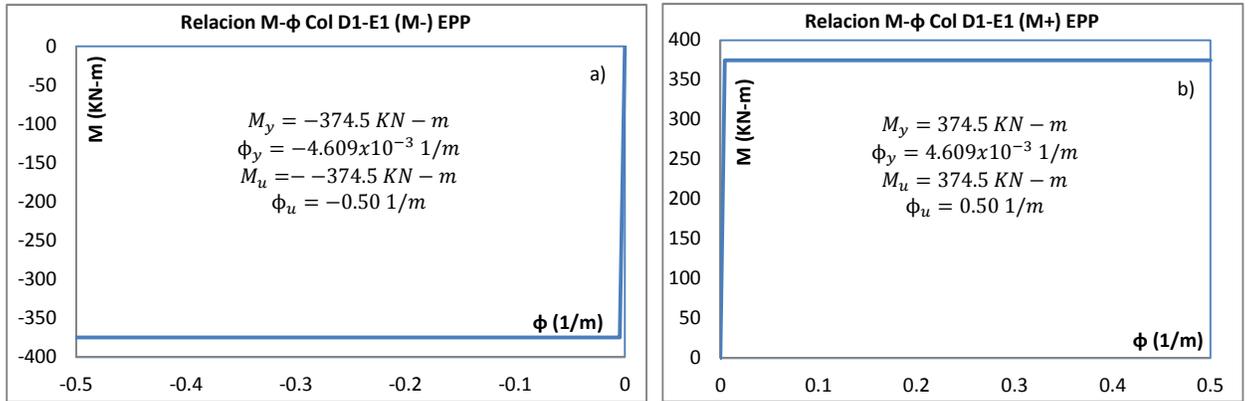
**Grafica 5.1.** Relaciones momento-curvatura Viga 204. a) Momento negativo, b) Momento positivo.



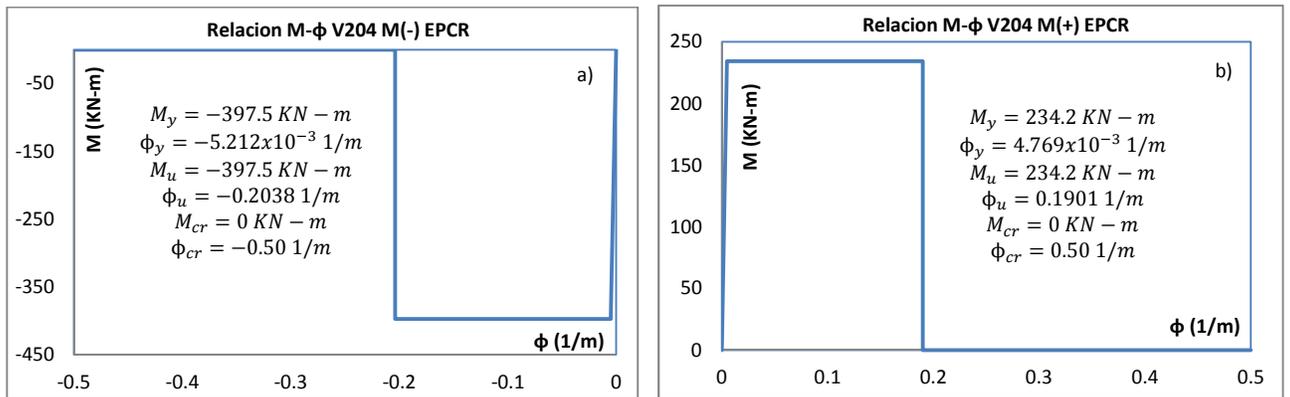
**Grafica 5.2.** Relaciones momento-curvatura Columnas D1 y E1. a) Momento negativo, b) Momento positivo.



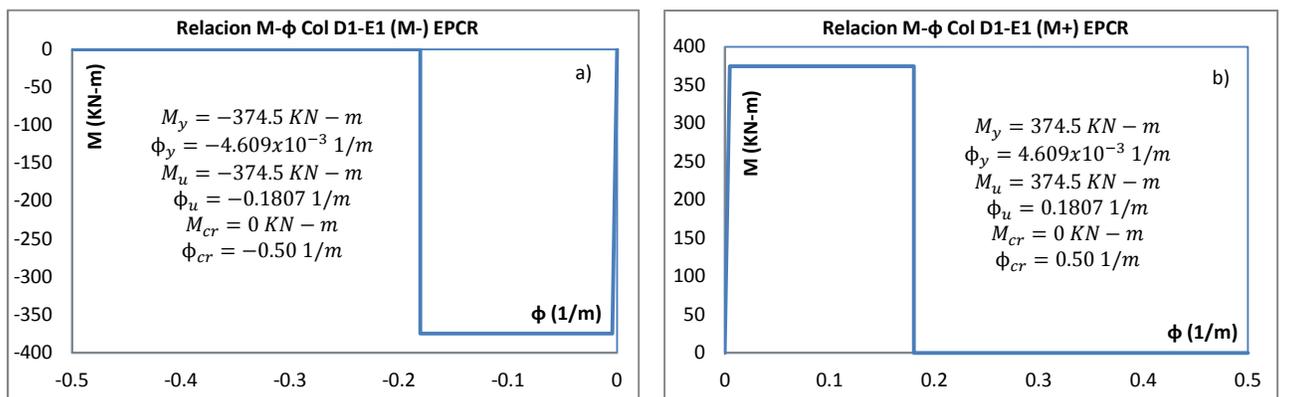
**Grafica 5.3.** Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico perfecto Viga 204. a) Momento negativo, b) Momento positivo.



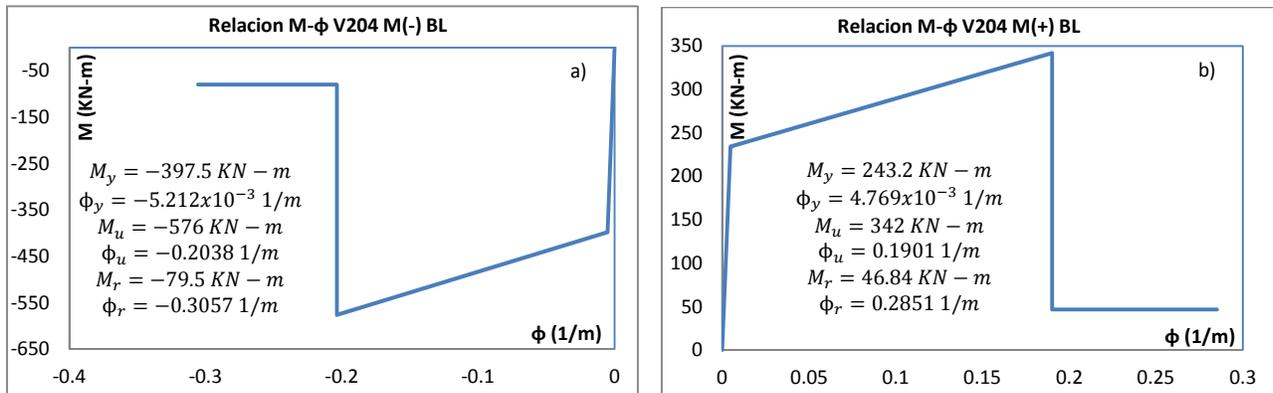
**Grafica 5.4.** Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico perfecto Columnas D1 y E1. a) Momento negativo, b) Momento positivo.



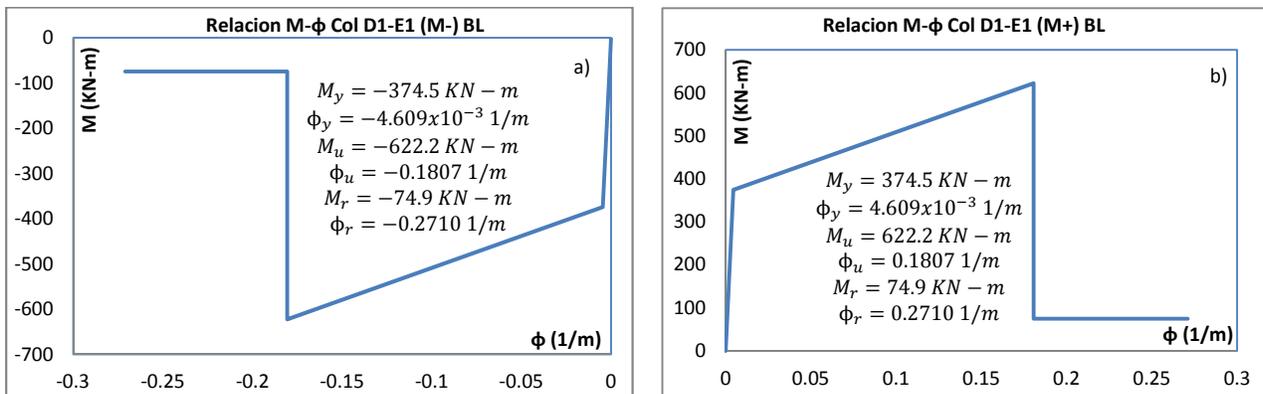
**Grafica 5.5.** Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico con caída de resistencia Viga 204. a) Momento negativo, b) Momento positivo.



**Grafica 5.6.** Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico perfecto con caída de resistencia Columnas D1 y E1. a) Momento negativo, b) Momento positivo.



**Gráfica 5.7.** Relaciones momento-curvatura comportamiento de sobre-resistencia y caída de resistencia Viga 204. a) Momento negativo, b) Momento positivo.



**Gráfica 5.8.** Relaciones momento-curvatura comportamiento de sobre-resistencia y caída de resistencia Columnas D1 y E1. a) Momento negativo, b) Momento positivo.

### 5.3.4 Curvas de capacidad mediante el método de plastificación progresiva

Al haber definido los diferentes tipos de mecanismos dúctiles o rotulas plásticas para los diferentes elementos que conforman el pórtico, se procede a realizar un análisis inelástico mediante el método de plastificación progresiva, ya que hemos definido las propiedades tanto en el rango elástico e inelástico que nos permitirán conocer el comportamiento de cada uno de los elementos de la estructura en los diferentes estados a los que estén sometidos al aplicar cargas horizontales sobre la estructura y conocer la capacidad del pórtico en términos del cortante basal versus el desplazamiento del nivel superior o cubierta. La aplicación de la carga lateral en los modelos estudiados tiene forma triangular descendente, concordante con el primer modo de vibración de la estructura.

- Curva de capacidad pórtico plano de 1 solo vano y comportamiento M-φ elasto-plástico perfecto

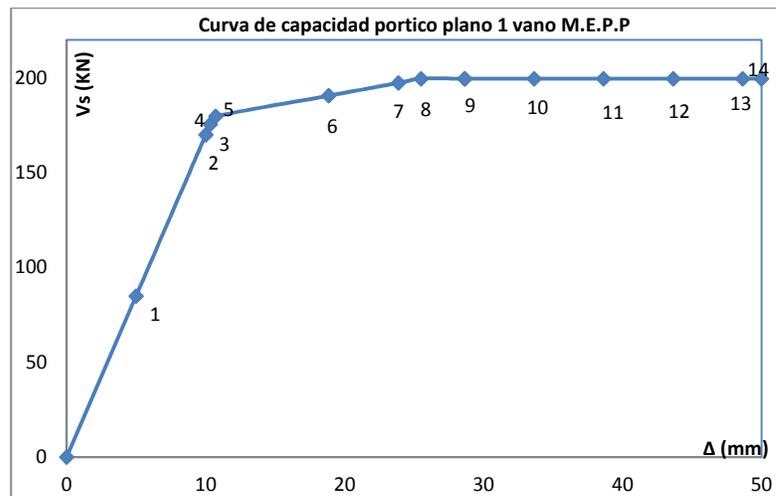
Este primer análisis realizado mediante el método de plastificación progresiva, muestra el

comportamiento del pórtico ante una rotula plástica que ha sido definida con un modelo elastoplastico perfecto, como fue descrito en la sección 2.7.4.1. La estrategia de carga de este modelo se basa en monitorear el desplazamiento de un nudo en particular de la estructura y cuando este haya alcanzado el valor de control, el análisis se da por concluido. Este análisis tiene como monitor de desplazamientos el nudo superior derecho de la Viga 204 etiquetado con el número 6 como se muestra en la **Figura 5.8**, para este análisis el desplazamiento del nudo de control es igual a 50 mm. Esta estrategia reduce el tiempo de cómputo ya que para el programa de cálculo es más sencillo leer un vector de desplazamientos y desde el, calcular el respectivo vector de fuerzas permitiendo una convergencia más rápida en los resultados en cada paso de carga.

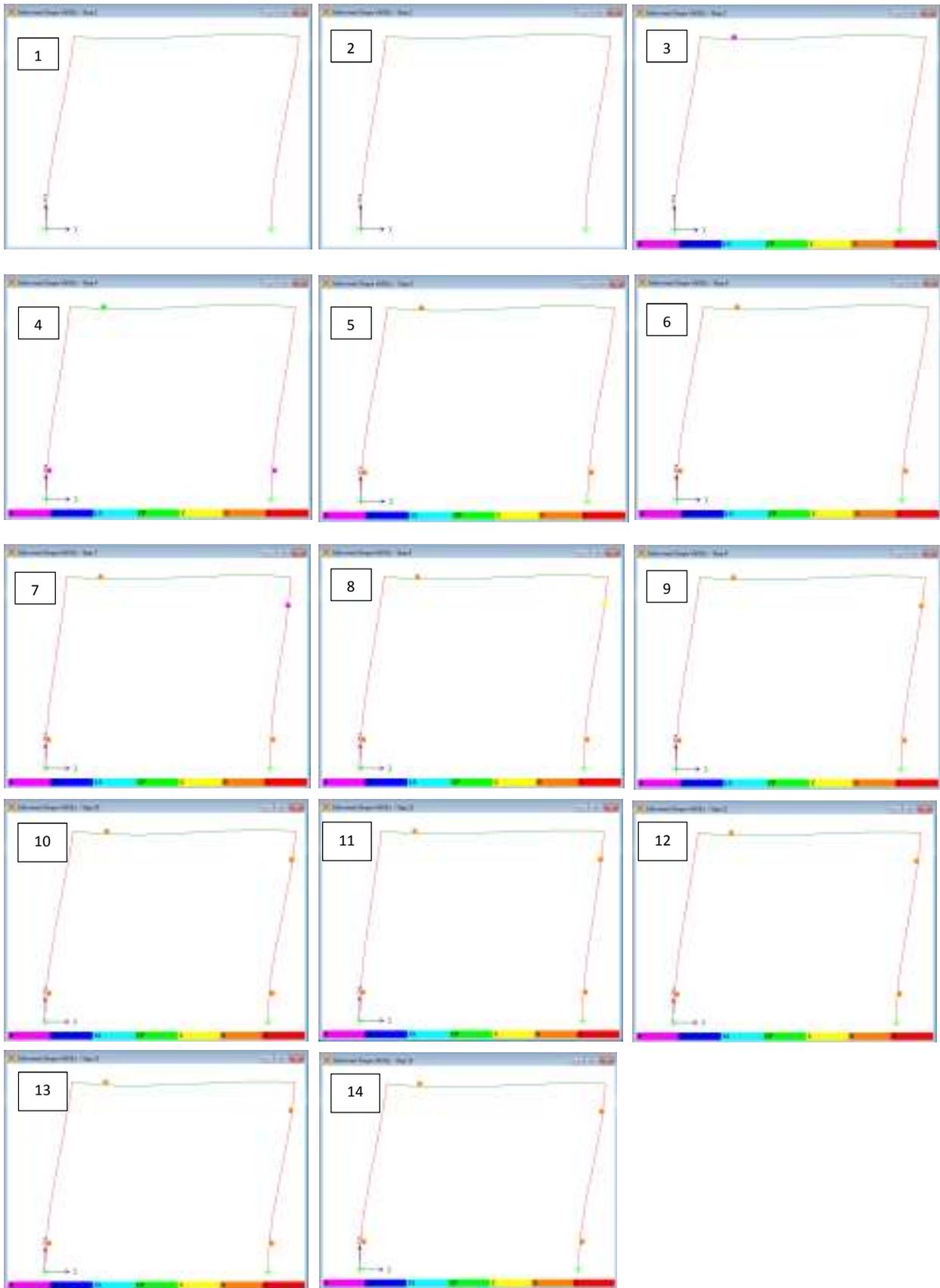


**Figura 5.8.** Nudo de control del pórtico plano único vano.

A continuación se presenta un resumen del comportamiento del pórtico, en donde se presenta la curva de capacidad de la estructura (**Grafica 5.9**) y los pasos de carga son identificados en ella con su respectivo diagrama de rotulación (**Figura 5.9**). (Cada paso de carga es identificado con un símbolo tipo rombo para este análisis se obtuvieron 14 pasos de carga)



**Grafica 5.9.** Curva de capacidad pórtico plano 1 vano comportamiento M-φ elasto-plástico perfecto.

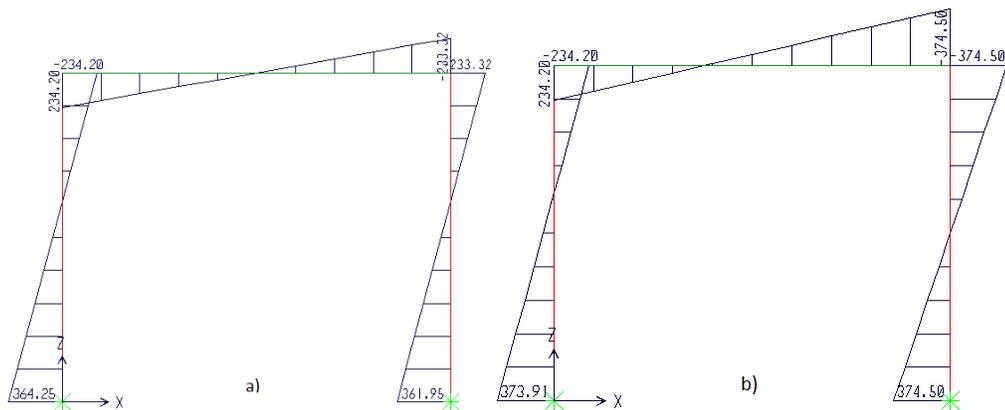


**Figura 5.9.** Rotulación portico plano 1 vano  $M-\phi$  elasto-plastico perfecto.

© Orlando Vargas González – Universidad Nacional de Colombia, 2014

En la secuencia de rotulación anterior podemos destacar que la primera rotula ocurre para el paso de carga número 3, en la Viga 204, en su extremo inicial, ante un momento flector positivo con valor igual a 234.2 KN-m, que coincide con el valor del momento plástico o de fluencia ( $M_y$ ) determinado en la rótula plástica de este elemento como se presenta en la **Figura 5.10 a)**, para este paso de carga el pórtico presenta un desplazamiento en el nudo de control igual a 10,32 mm y un cortante basal igual 175,54 KN, a partir de este paso de carga y hasta el séptimo paso siguen rotulando vigas y columnas del pórtico y se observa que aparece un mecanismo de colapso en la estructura en este último (7), definido como una doble rotulación en la Columna E1 del pórtico, en el octavo paso de carga la estructura presenta un desplazamiento en el nudo de control igual a 28,63 mm y un cortante basal igual a 199,57 KN.

En la **Figura 5.10 b)** se presenta el diagrama de momentos flectores para el paso de carga número 8. Como han rotulado todas las columnas del primer nivel y el pórtico tiene una definición de rotula elasto-plástica perfecta se observa que este se desplaza hasta el valor de control de 50,00 mm sin algún aumento del cortante basal, lo cual era de esperarse en este tipo de comportamiento.

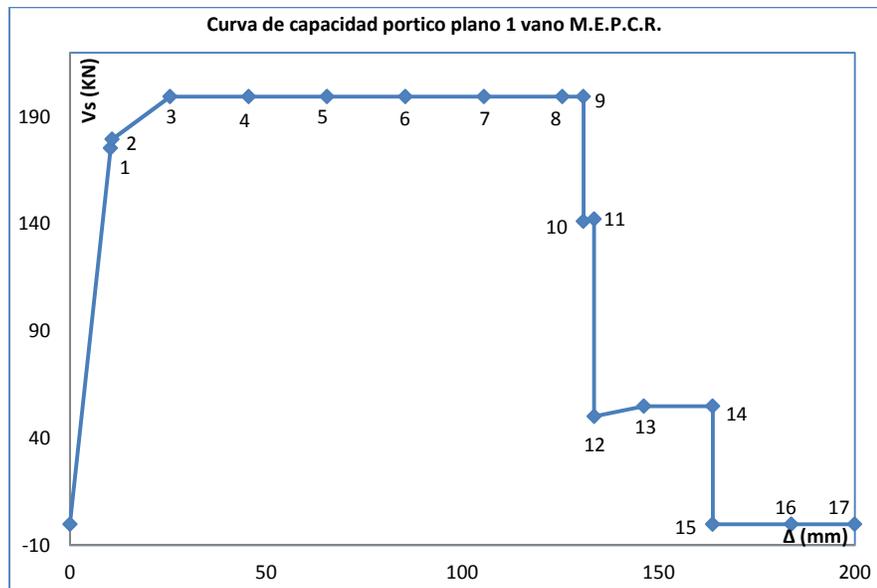


**Figura 5.10.** Diagrama de momento flector portico plano 1 unico vano M.E.P.P. a) Paso de carga numero 3, b) paso de carga numero 8.

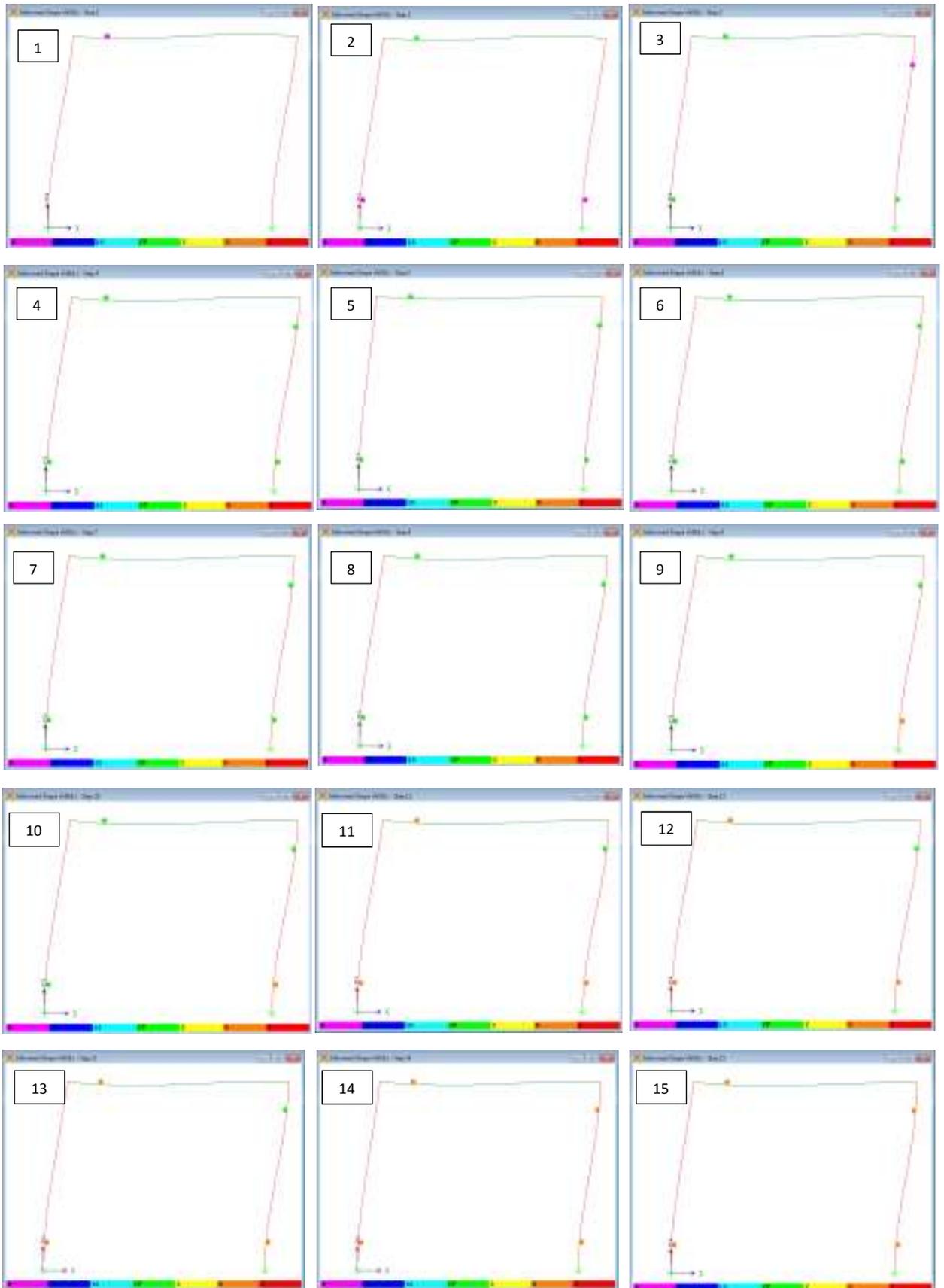
- Curva de capacidad pórtico plano de 1 solo vano con comportamiento M- $\phi$  elasto-plástico con caída de resistencia

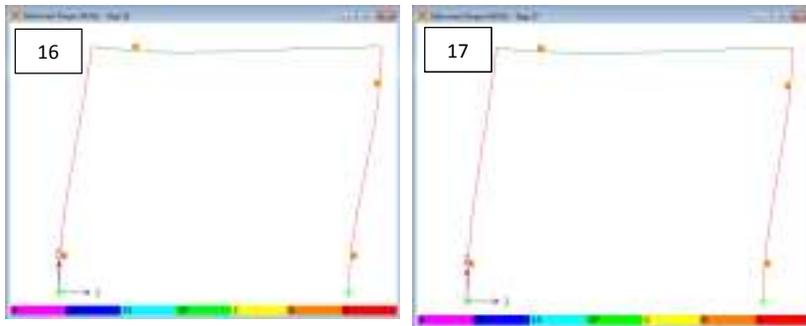
Este segundo análisis mediante el método de plastificación progresiva presenta el comportamiento del pórtico ante un modelo de rotula plástica elasto-plástica con caída de resistencia, como fue descrito en la sección 2.7.4.2. Este análisis posee las mismas características iniciales del modelo anterior, con la excepción de que el desplazamiento del nudo de control para este análisis es de 0.20m.

A continuación se presenta un breve resumen del comportamiento del pórtico, en donde se presenta la curva de capacidad de la estructura (**Grafica 5.10**) y los pasos de carga son identificados en ella con su respectivo diagrama de rotulación (**Figura 5.11**). (Cada paso de carga es identificado con un símbolo tipo rombo para este análisis se obtuvieron 17 pasos de carga).



**Grafica 5.10.** Curva de capacidad pórtico plano 1 vano comportamiento M- $\phi$  elasto-plástico con caída de resistencia.





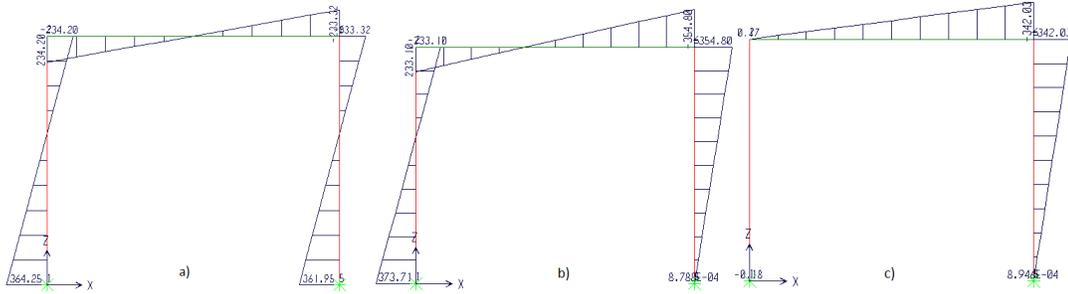
**Figura 5.11.** Rotulación portico plano 1 vano comportamiento  $M-\phi$  elasto-plastico con caída de resistencia.

De los diferentes pasos de carga podemos destacar que la primera rotula ocurre nuevamente en la Viga 204 en su extremo inicial en el paso de carga número 1 para este análisis, ante un momento flector positivo con valor de 234.2 KN-m, que nuevamente coincide con el valor del momento plástico o de fluencia determinado en la rótula plástica de este elemento, en este paso de carga el pórtico tiene un desplazamiento en el nudo de control igual a 10,32 mm y un cortante basal igual 175,54 KN que coincide perfectamente con los datos del ejemplo anterior como era de esperarse, en la **Figura 5.12 a)** se presenta el diagrama de momentos para dicho estado.

A partir de este paso de carga y hasta el noveno paso, el comportamiento del pórtico es idéntico al realizado anteriormente sin caída de resistencia, no obstante en el décimo paso de carga la Columna E1 del pórtico alcanza una curvatura mayor a la curvatura ultima especificada presentando una caída de resistencia ya que el nudo inicial de este elemento es incapaz de absorber cualquier momento flector adicional, que obliga a redistribuir el momento al cual estaba sometido, en este paso de carga el pórtico presenta un desplazamiento en el nudo de control igual a 130,84 mm y un cortante basal igual a 141.41 KN que es 58.16 KN menor al cortante inmediatamente anterior antes de presentarse la primera caída de resistencia, en la **Figura 5.12 b)** se presenta el diagrama de momentos flectores para el décimo paso de carga.

En el décimo segundo paso de carga los elementos que alcanzan una curvatura mayor que los conduce a presentar una caída de resistencia son: la Columna D1 en su nudo inferior y la Viga 204 en su extremo inicial, es por esto que la caída de resistencia es un poco más fuerte comparada con la anterior ya que el pórtico pierde prácticamente la capacidad de tomar momentos flectores en los apoyos de las columnas, para este paso de carga la estructura alcanza un desplazamiento de 133,59 mm y un cortante basal igual a 50.24 KN, en la **Figura 5.12 c)** se presenta el diagrama de momentos para el décimo segundo paso de carga.

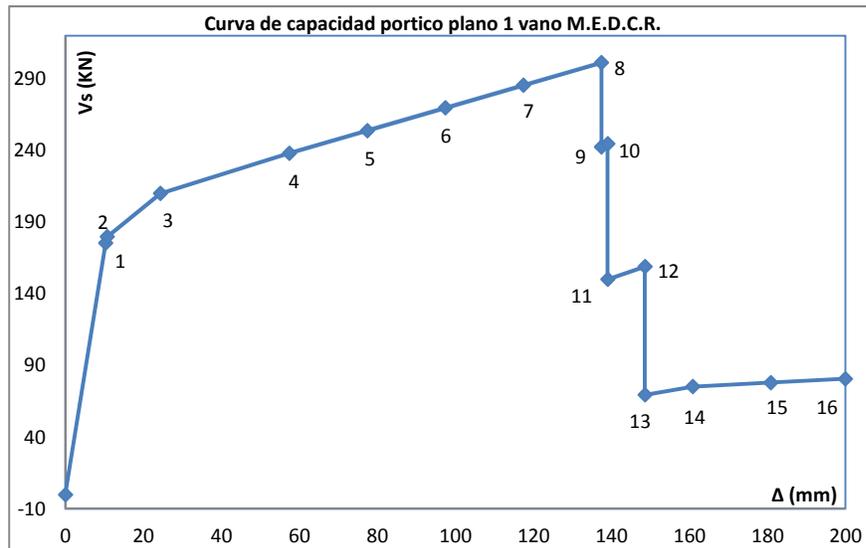
En los siguientes pasos de carga la columnas presentan doble rotulación para curvaturas mayores que la curvatura ultima, haciendo que pierdan totalmente capacidad ante fuerzas horizontales aplicadas tal y como se puede observar en una caída total de la curva de capacidad de la estructura.



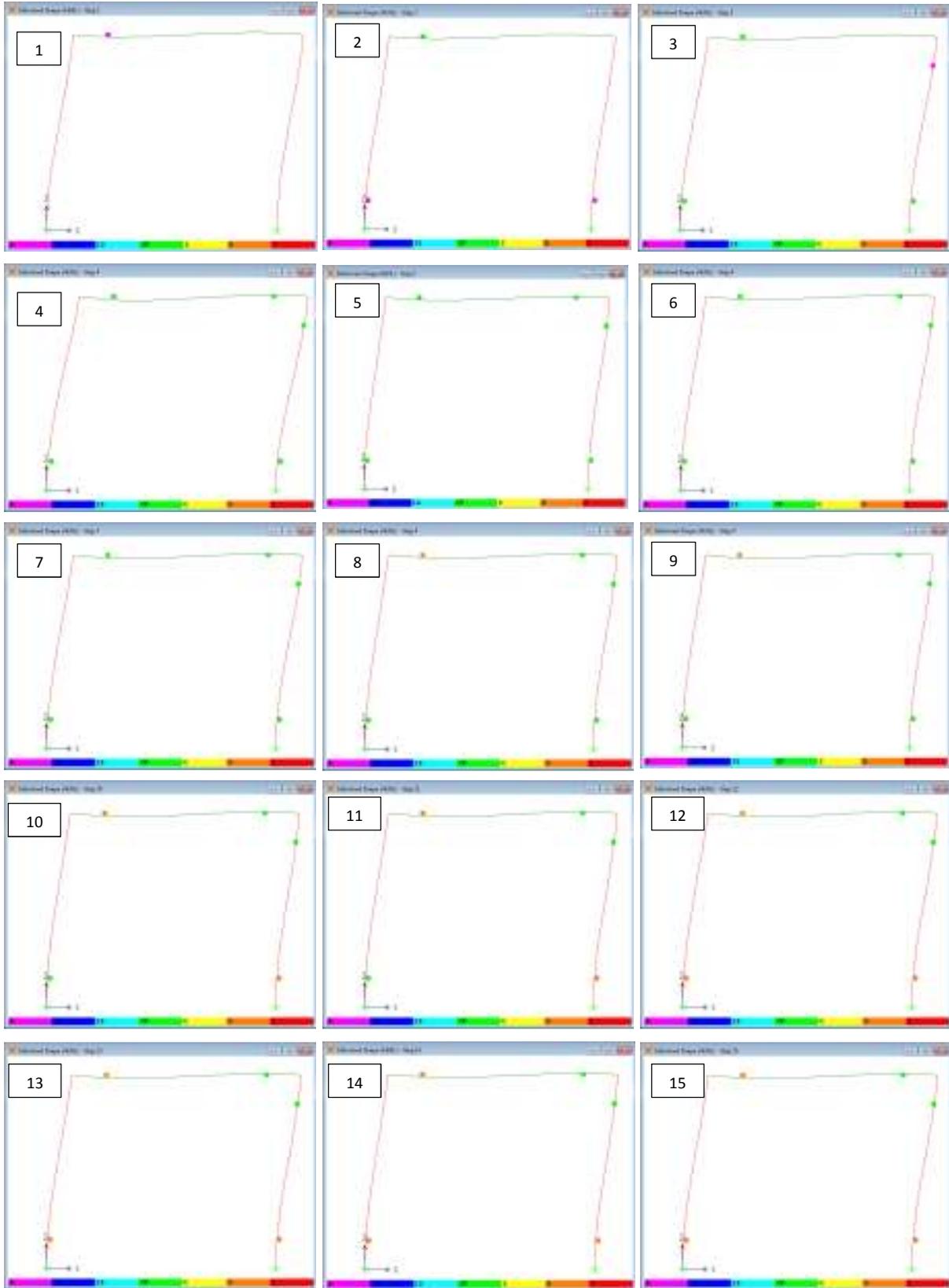
**Figura 5.12.** Diagrama de momento flector portico plano 1 unico vano M.E.P.C.R. a) Paso de carga numero 1, b) Paso de carga numero 10, c) Paso de carga numero 12.

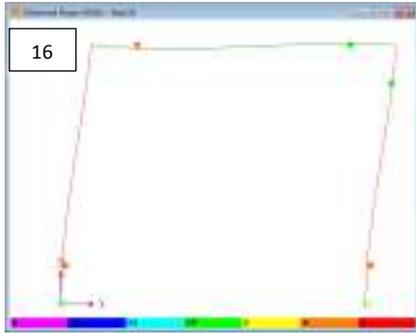
- Curva de capacidad pórtico plano de 1 solo vano con comportamiento  $M-\phi$  sobre-resistencia y caída de resistencia

Este tercer análisis mediante el método de plastificación progresiva muestra el comportamiento de la estructura ante un modelo de rotula plástica, que posee una primera etapa netamente lineal y elástica, una segunda etapa de sobre resistencia del material hasta alcanzar su máximo momento flector y una caída de resistencia, pero dejando una reserva de momento, como es estipulado en las normas sismo resistentes vigentes como lo son el ATC-40 y el FEMA-356, este comportamiento fue descrito en la sección 2.7.4.3. El siguiente análisis tiene las mismas características iniciales del modelo anterior. A continuación se presenta un breve resumen del comportamiento del pórtico, en donde se muestra la curva de capacidad de la estructura (**Grafica 5.11**) y los pasos de carga son identificados en ella con su respectivo diagrama de rotulación (**Figura 5.13**). (Cada paso de carga es identificado con un símbolo tipo rombo para este análisis se obtuvieron 16 pasos de carga).



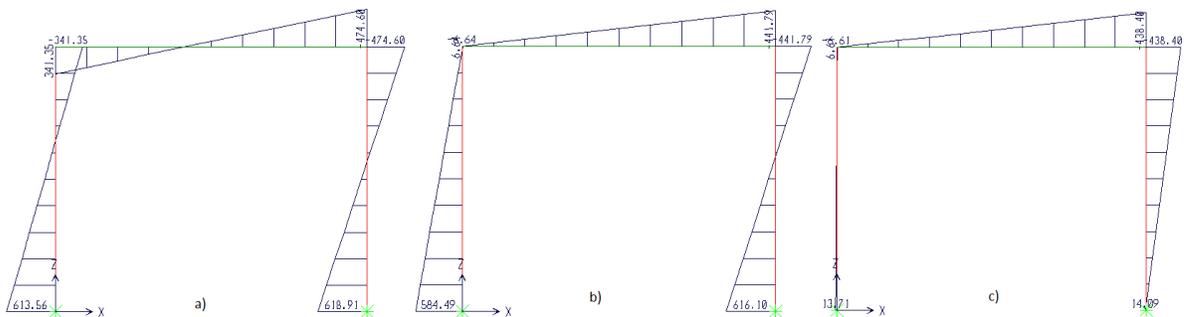
**Grafica 5.11.** Curva de capacidad pórtico plano 1 vano comportamiento  $M-\phi$  sobre-resistencia con caída de resistencia.





**Figura 5.13.** Rotulación portico plano 1 vano comportamiento  $M-\phi$  de sobre-resistencia con caída de resistencia.

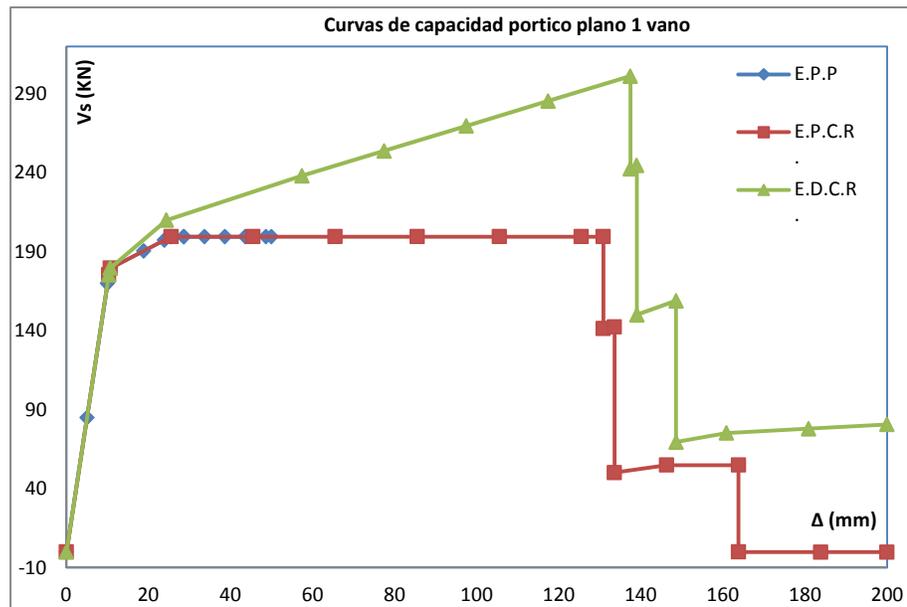
En este último análisis la plastificación de elementos en la etapa lineal y elástica es idéntica a los anteriores modelos, no obstante como el material tiene un comportamiento de sobre resistencia al dejar la etapa lineal se observa un aumento progresivo en la curva de capacidad de la estructura para la cual en el octavo paso de carga obtiene su máxima capacidad con un cortante basal igual a 301.23 KN y un desplazamiento de nudo de control de 137.43 mm, en la **Figura 5.14 a)** se presenta el diagrama de momentos flectores para el octavo paso de carga. A partir de este paso de carga se produce la primera caída de resistencia ya que la Viga 204 en su extremo inicial no es capaz de absorber algún momento adicional y se presenta una redistribución total en el pórtico como se muestra en la **Figura 5.14 b)**, este fenómeno continua de forma parecida hasta alcanzar el paso de carga número 13 en el cual ambas columnas de la estructura han perdido total capacidad a flexión en sus extremos inferiores lo cual hace que la capacidad del pórtico caiga súbitamente, en la **Figura 5.14 c)** se presenta el diagrama de momentos para este estado de carga, en este momento la estructura aumenta su capacidad hasta el último paso de carga ya que la Viga 204 es capaz de absorber flexión en su extremo final.



**Figura 5.14.** Diagrama de momento flector portico plano 1 unico vano M.E.D.C.R. a) Paso de carga numero 8, b) Paso de carga numero 9, c) Paso de carga numero 13.

En la **Grafica 5.12** se presenta un resumen de las 3 curvas de capacidad obtenidas de los análisis estáticos no lineales realizados al pórtico de un único vano, en la cual podemos observar los diferentes comportamientos de la estructura ante los diferentes modelos de rotulas plásticas en los elementos.

En esta grafica se puede visualizar claramente que la máxima capacidad del pórtico se obtiene para un cortante basal igual a 301.23 KN, que se alcanza cuando la estructura cuenta con un modelo de rotula plástica de tipo sobre resistencia (ATC-40) al alcanzar su máximo límite inelástico, como lo definen las normas sismo resistentes actuales, ya que intenta emular de una manera simplificada el comportamiento real de una sección en todo su rango de trabajo (elástico e inelástico).



**Grafica 5.12.** Curvas de capacidad pórtico un único vano para diferentes definiciones de rotula plástica.

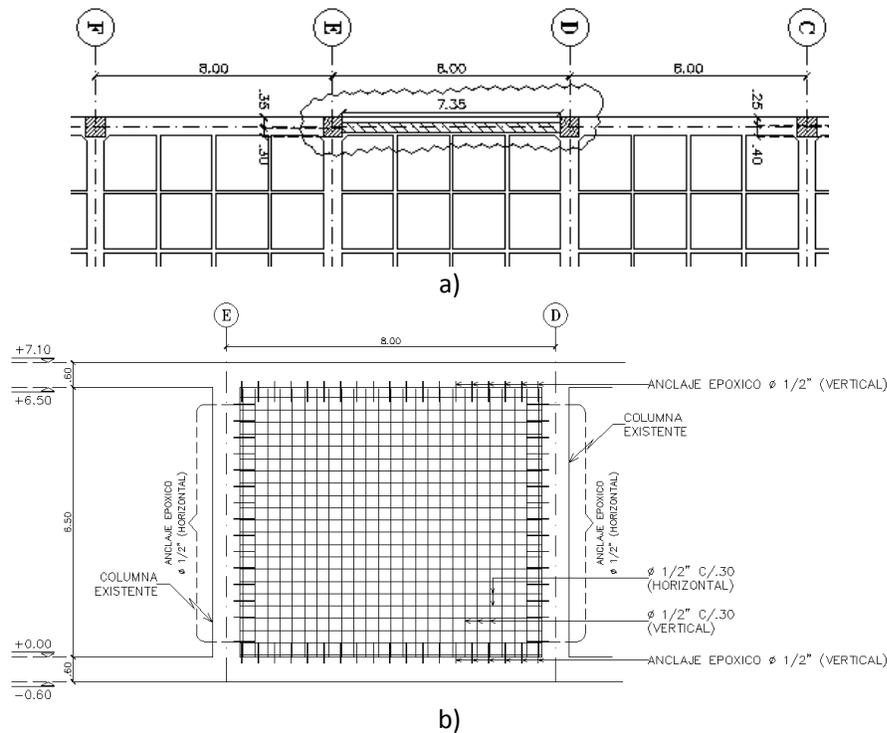
## 5.4 Pórtico plano de un único vano con adición de muro estructural

En esta sección se presenta el análisis inelástico del pórtico de un único vano presentado en la sección anterior, al cual se le ha adicionado un muro o pantalla estructural para incrementar la capacidad del mismo. Esta adición de la pantalla estructural, obedece a un reforzamiento realizado a la estructura en estudio por actualización a la norma vigente de sismo resistencia colombiana NSR-10.

Anteriormente los programas comerciales de cálculo estructural únicamente eran capaces de realizar análisis inelásticos mediante el método de plastificación progresiva en elementos tipo barras comúnmente utilizados en las estructuras y cuando era necesario modelar una pantalla estructural debía hacerse mediante elementos tipo barras, los cuales no tienen la capacidad de representar adecuadamente propiedades de este tipo de elementos, es por esto que recientemente los programas de cálculo (SAP2000) incluyeron en sus actualizaciones la capacidad de realizar análisis inelásticos en muros de cortante como elementos de área (Shell), en donde son reconocidas las capacidades de estos elementos para funcionar como elementos que se ven influenciados altamente por las deformaciones por cortante y no por la teoría elástica general de flexión.

### 5.4.1 Geometría pórtico plano de un único vano con adición de muro estructural

En este modelo la geometría básica del pórtico es la misma que la presentada en la sección anterior, con la diferencia de que a este se le ha adicionado una pantalla estructural para aumentar la capacidad de la estructura y que obedece al reforzamiento estructural planteado. En la **Figura 5.15** se presenta la geometría del pórtico al incluir los nuevos elementos (muros pantallas) para el análisis del mismo.



**Figura 5.15.** Geometría portico unico vano con adición de muro estructural. a) Planta general, b) Alzado general.

El acero de refuerzo longitudinal y transversal del muro estructural se compone de barras  $\phi = 1/2$  " espaciadas cada 0.30 m, el recubrimiento a dichas barras es de 4 cm y el muro estructural no presenta en su diseño elementos de borde y la cuantía asociada al refuerzo suministrado corresponde a los mínimos de norma es decir  $\rho = 0.0025$ .

### 5.4.2 Curvas de capacidad mediante el método de plastificación progresiva

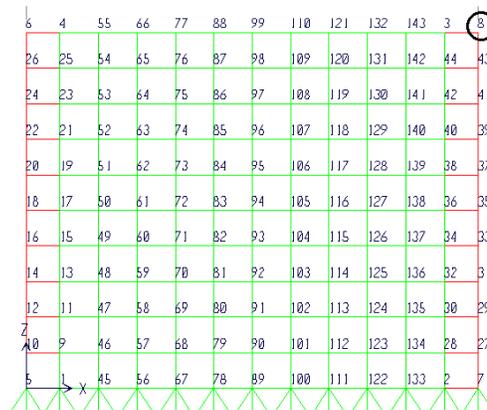
Para realizar análisis inelásticos de muros o pantallas estructurales como elementos de área (Shell elements), no es necesario definir las relaciones momento curvatura o rotulas plásticas en los elementos de área, por el contrario se deben definir las relaciones constitutivas de 3 tipos de material presentes en la sección de concreto reforzado como lo son: concreto Inconfinado, concreto confinado y acero de refuerzo. Estas relaciones fueron descritas en el Capítulo 2 en la sección 2.6.

- Curva de capacidad pórtico plano de un único vano con adición de muro estructural

En este análisis realizado mediante el método de plastificación progresiva en elementos de área (Shell), se presenta el comportamiento del pórtico al cual se le ha adicionado una pantalla estructural, como se describió en la sección 2.12.1.

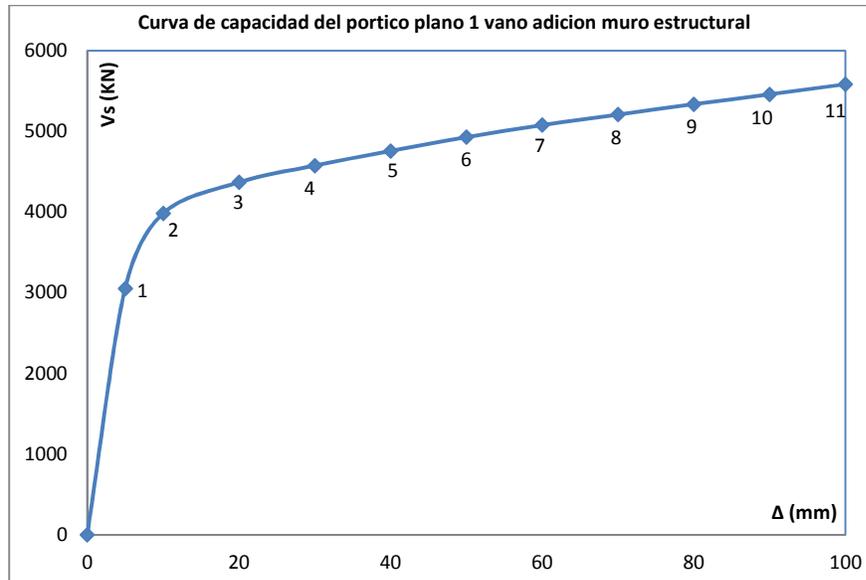
La estrategia de carga de este modelo se basa en monitorear el desplazamiento de un nudo en particular de la estructura y cuando este haya alcanzado el valor de control, el análisis se da por concluido. Este análisis tiene como monitor de desplazamientos el nudo superior derecho de la Viga 204 etiquetado con el número 8 como se muestra en la **Figura 5.16**, para este análisis el desplazamiento del nudo de control es igual a 0,10 m.

Con esta estrategia de cálculo se reduce el tiempo de cómputo ya que para el programa de cálculo es más sencillo leer un vector de desplazamientos y desde el, calcular el respectivo vector de fuerzas permitiendo una convergencia más rápida en los resultados en cada paso de carga.



**Figura 5.16.** Nudo de control pórtico plano único vano con adición de muro estructural.

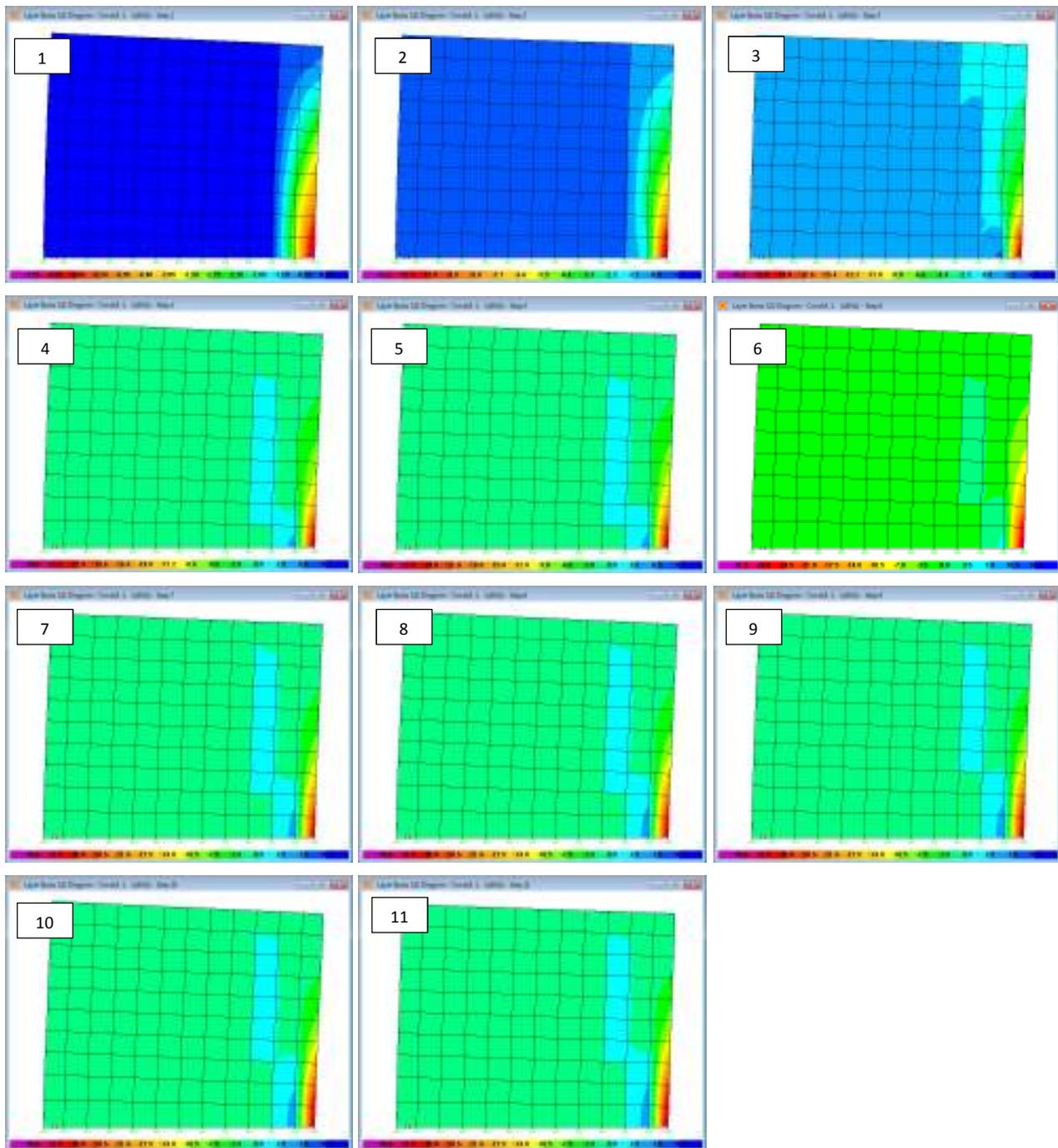
A continuación se presenta un resumen del comportamiento del pórtico, en donde se presenta la curva de capacidad de la estructura (**Grafica 5.13**) y los pasos de carga son identificados en ella con su respectivo diagrama de esfuerzos (**Figura 5.17**) en donde se calculan los esfuerzos en dos capas de material las cuales son: la capa de concreto y la capa de acero de refuerzo. (Cada paso de carga es identificado con un símbolo tipo rombo para este análisis se obtuvieron 11 pasos de carga).



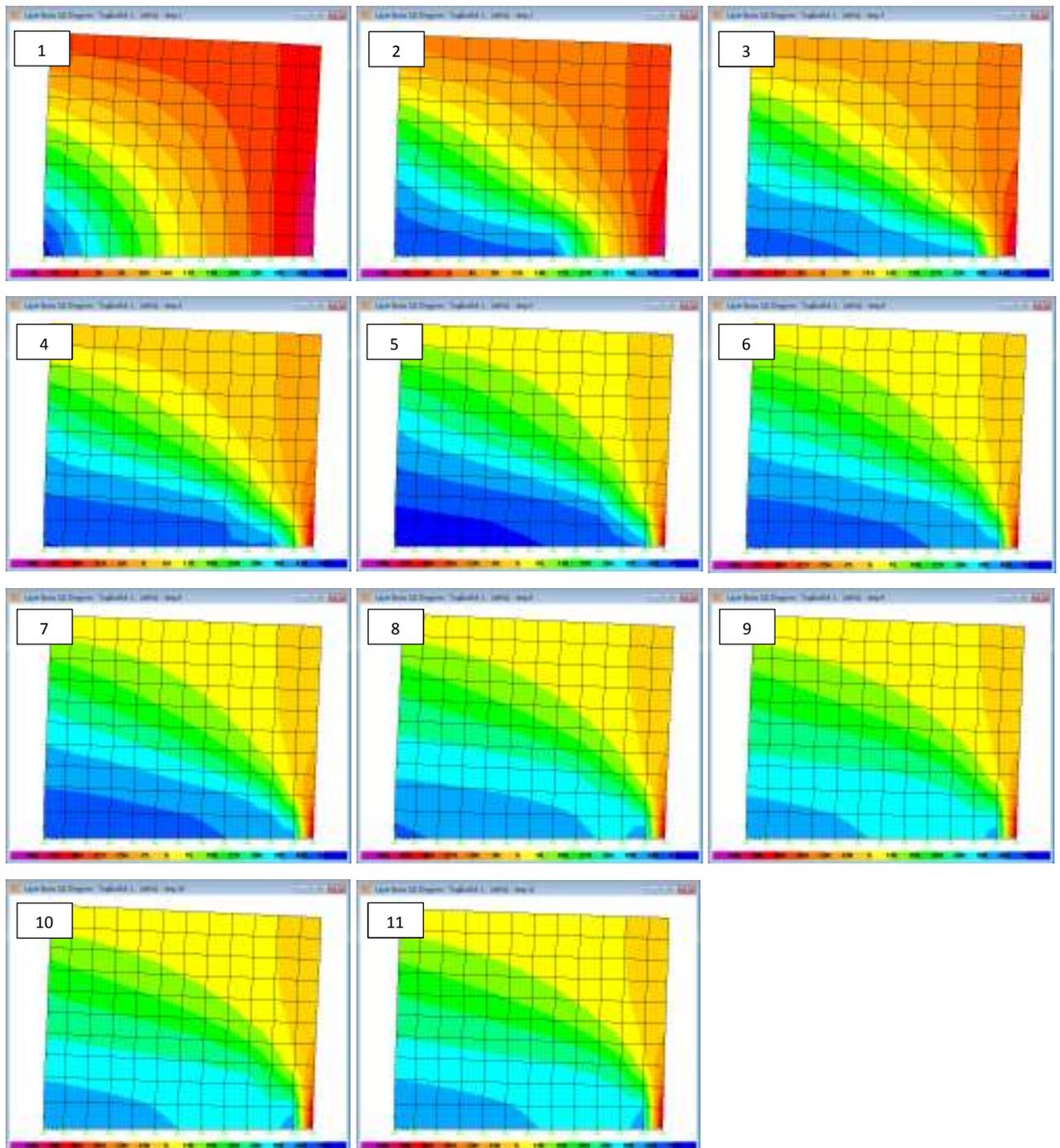
**Grafica 5.13.** Curva de capacidad pórtico plano 1 vano con adición de muro estructural.

Al observar la curva de capacidad de la estructura se evidencian claramente las zonas elástica e inelástica de la misma, para lo cual el pórtico presenta un comportamiento elástico hasta alcanzar el paso de carga número 1 que presenta un cortante basal de 3051kN y un desplazamiento de 5mm en el nudo de control, a partir de este momento la estructura experimenta un comportamiento inelástico hasta el paso de carga número 11 el cual arroja un cortante basal de 5583kN y un desplazamiento del nudo de control de 100mm tal como se había estipulado en el análisis no lineal.

A continuación se presenta en las **Figuras 5.17 y 5.18**, los estados de esfuerzos para las capas de concreto y acero de refuerzo respectivamente, para cada paso de carga. Cabe destacar que la secuencia de rotulación no es aplicable a este tipo de problemas ya que la definición de los elementos no se realizó con elementos tipo barra convencionales (Frames), si no que por el contrario se han utilizado elementos de área (Shells) para modelar los muros o pantallas estructurales, en los cuales las fuerzas internas se calculan en el campo de los esfuerzos.



**Figura 5.17.** Diagrama de esfuerzos  $\sigma_{22}$  en cada paso de carga capa de concreto. En la secuencia de esfuerzos anterior se puede observar como el concreto que se encuentra en tensión no es capaz de absorber ningún esfuerzo ya que como fue presentado en la sección 2.6, las relaciones constitutivas que definen a el concreto confinado e inconfinado no presentan ninguna capacidad a tensión, lo cual hace congruente el análisis con los datos consignados, no obstante la zona que se encuentra en compresión alcanza los máximos valores definidos para cada una de las relaciones antes descritas.



**Figura 5.18.** Diagrama de esfuerzos  $\sigma_{22}$  en cada paso de carga capa de acero de refuerzo (longitudinal).

De igual manera en la secuencia de esfuerzos anteriormente presentada para la capa de acero de refuerzo, se puede observar como el refuerzo longitudinal empieza a fluir desde la zona de tensiones y a medida que se incrementan los desplazamientos en el pórtico, la zona de fluencia se hace cada vez mayor (color azul agua marina). Por otro lado la zona de compresiones que inicialmente en el paso de

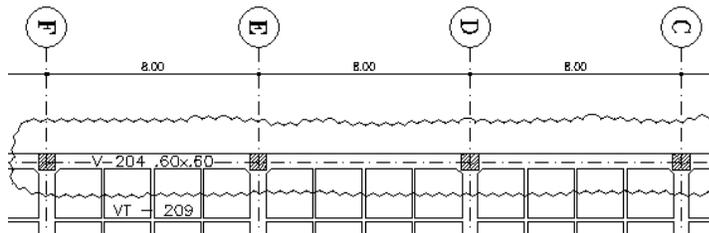
carga numero 1 comprende el 20% del extremo final del elemento, disminuye a medida que se incrementa la carga en la estructura (zona de color rojo).

## 5.5 Pórtico plano de 3x3 vanos

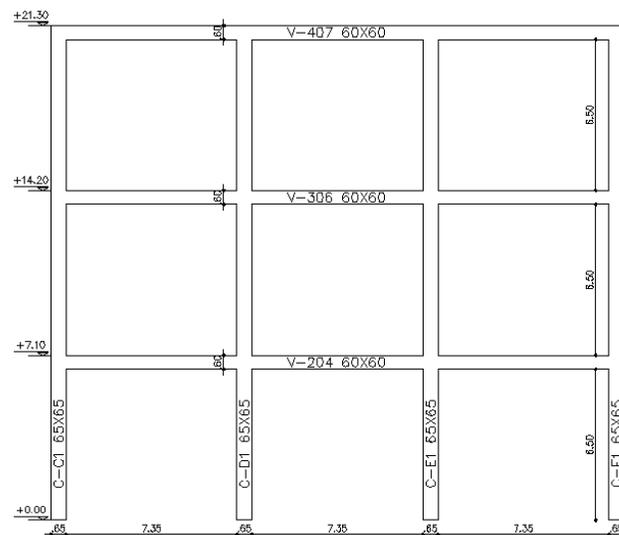
La tercera estructura que va a ser estudiada, posee 3 vanos en planta y 3 vanos en altura, está conformada por 21 elementos estructurales (12 columnas y 9 vigas). Con este modelo se busca tomar una porción representativa de la estructura general presentada en la **Figura 5.1** y al realizarle un análisis inelástico a través del método de plastificación progresiva poder conocer las propiedades inelásticas de esta estructura.

### 5.5.1 Geometría pórtico plano de 3x3 vanos

Esta porción de la estructura se encuentra ubicada entre los ejes estructurales C-F sobre el eje número 1, como se muestra en la **Figura 5.19**, donde se resalta mediante una nube, la porción que está siendo considerada en el análisis. Así mismo en la **Figura 5.20** se presenta el alzado del pórtico a estudiar, en donde se observan sus dimensiones básicas y los niveles correspondientes a cada elemento para su correcta modelación.



**Figura 5.19.** Geometría en planta pórtico plano de 3x3 vanos.



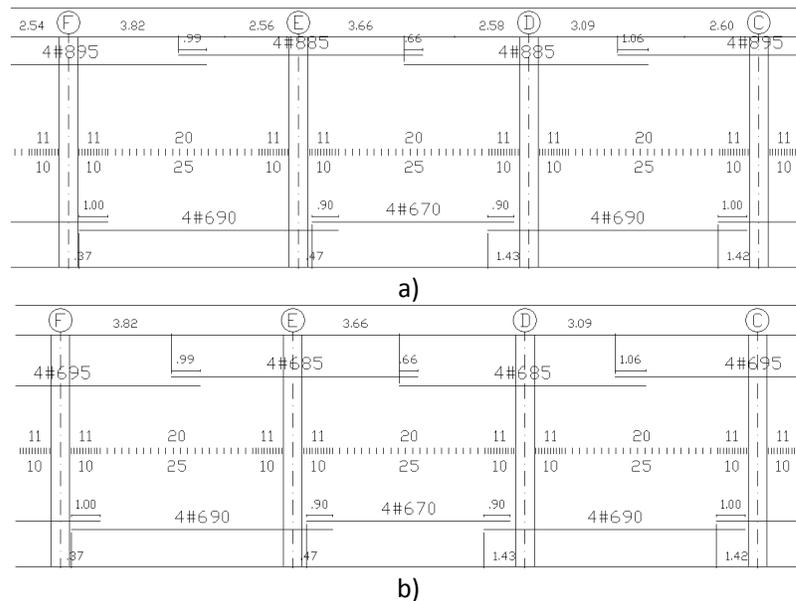
**Figura 5.20.** Geometría en alzado pórtico plano de un solo vano.

### 5.5.2 Análisis inelástico pórtico de 3x3 vanos

En este análisis observaremos el comportamiento del pórtico cuando incursiona en el rango inelástico, para lo cual se definen las propiedades inelásticas (Rotulas Plásticas) de cada uno de los elementos que conforman la estructura, con el fin de obtener la curva de capacidad del pórtico, la cual relaciona la fuerza horizontal aplicada versus el desplazamiento objetivo en el nivel superior o la cubierta de la estructura analizada.

Para definir las propiedades inelásticas de las secciones que conforman la estructura, es necesario conocer y definir el acero de refuerzo tanto longitudinal como transversal de cada elemento, para así poder calcular las rotulas plásticas asociadas a estos. El acero de refuerzo de cada uno de los elementos es detallado a continuación:

La estructura está conformada por la Viga 204 ubicada en el segundo piso o nivel N+7.10, la Viga 306 ubicada en el tercer piso o nivel N+14.20, la Viga 407 ubicada en la cubierta o nivel N+21.30 y por las Columnas C1, D1, E1 y F1, para estos elementos se describe y presenta el detallado del acero de refuerzo longitudinal y transversal. La Viga 204 posee una sección transversal de 0.60x0.60m, la cual se detallada en la **Figura 5.21a**, esta viga posee un acero de refuerzo superior que está compuesto por 4 barras  $\phi = 1''$  y un acero de refuerzo inferior compuesto por 4 barras  $\phi = 3/4''$ , la longitud de la zona de confinamiento es de 1.05m y la separación de los estribos en esta zona es de 0.10m y la conforman estribos  $\phi = 3/8''$  de 2 ramas, el resto de estribos se encuentran espaciados cada 0.25m.

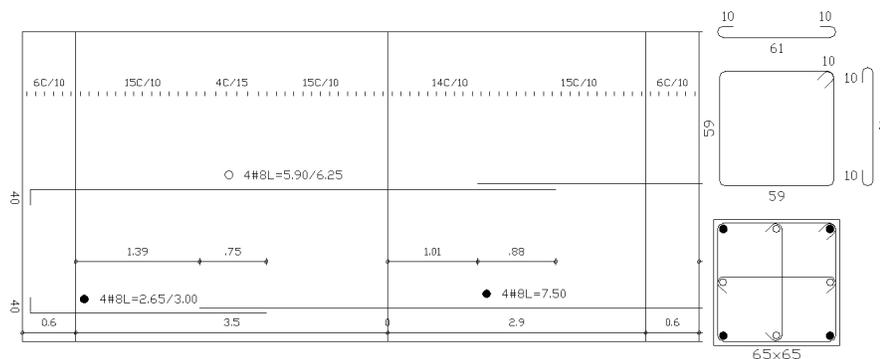


**Figura 5.21.** Detalle acero de refuerzo longitudinal y transversal para vigas. a) Detalle Viga 204 y 306, b) Detalle Viga 407.

La Viga 306 posee una sección transversal de 0.60x0.60m, la cual se detallada en la **Figura 5.21a**, esta viga posee un acero de refuerzo superior que está compuesto por 4 barras  $\phi = 1"$  y un acero de refuerzo inferior compuesto por 4 barras  $\phi = 3/4"$ , la longitud de la zona de confinamiento es de 1.05m y la separación de los estribos en esta zona es de 0.10m y la conforman estribos  $\phi = 3/8"$  de 2 ramas, el resto de estribos se encuentran espaciados cada 0.25m, cabe anotar que la Viga 204 y 306 presentan la misma sección tanto en refuerzo longitudinal como transversal.

La Viga 407 posee una sección transversal de 0.60x0.60m, la cual se detallada en la **Figura 5.21b**, esta viga posee un acero de refuerzo superior que está compuesto por 4 barras  $\phi = 3/4"$  y un acero de refuerzo inferior compuesto por 4 barras  $\phi = 3/4"$ , la longitud de la zona de confinamiento es de 1.05m y la separación de los estribos en esta zona es de 0.10m y la conforman estribos  $\phi = 3/8"$  de 2 ramas, el resto de estribos se encuentran espaciados cada 0.25m

Las columnas C1, D1, E1 y F1 del pórtico tienen una sección transversal de 0.65x0.65m, estas columnas poseen un acero de refuerzo longitudinal compuesto por 8 barras  $\phi = 1"$ , la longitud de la zona de confinamiento es de 1.45m y la separación de los estribos en esta zona es de 0.10m y la conforman estribos  $\phi = 3/8"$  de 3 ramas en cada sentido ortogonal, el resto de estribos se encuentran espaciados cada 0.15m, en la **Figura 5.22** se presenta el detallado del acero de refuerzo para las columnas descritas.



**Figura 5.22.** Detalle acero de refuerzo longitudinal y transversal para las Columnas C1, D1, E1 y F1.

### 5.5.2.1 Relaciones momento-curvatura en secciones de concreto reforzado

En esta sección se procede a realizar, un análisis no lineal de una sección transversal sometida a flexión pura, a través del método denominado Método de las dovelas o de las fibras (Park et al 1987). De este análisis se obtuvieron las relaciones momento-curvatura de cada una de las secciones (vigas y columnas) del pórtico en estudio.

Las propiedades de los materiales usados para calcular las relaciones momento-curvatura en esta estructura son las siguientes:

Resistencia a la compresión del concreto  $f'_c = 28 \text{ MPa}$

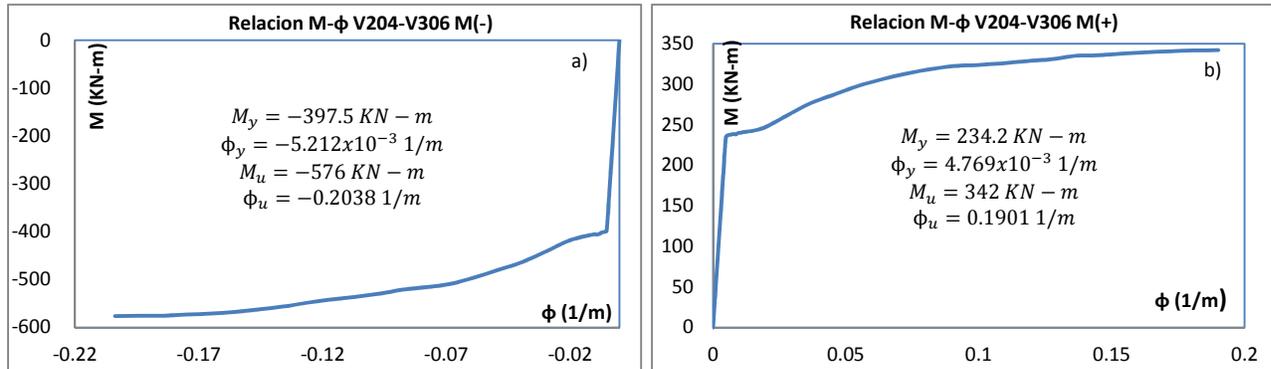
Módulo de elasticidad del concreto  $E_c = 25000 \text{ MPa}$

Relación de Poisson  $\nu_c = 0.20$

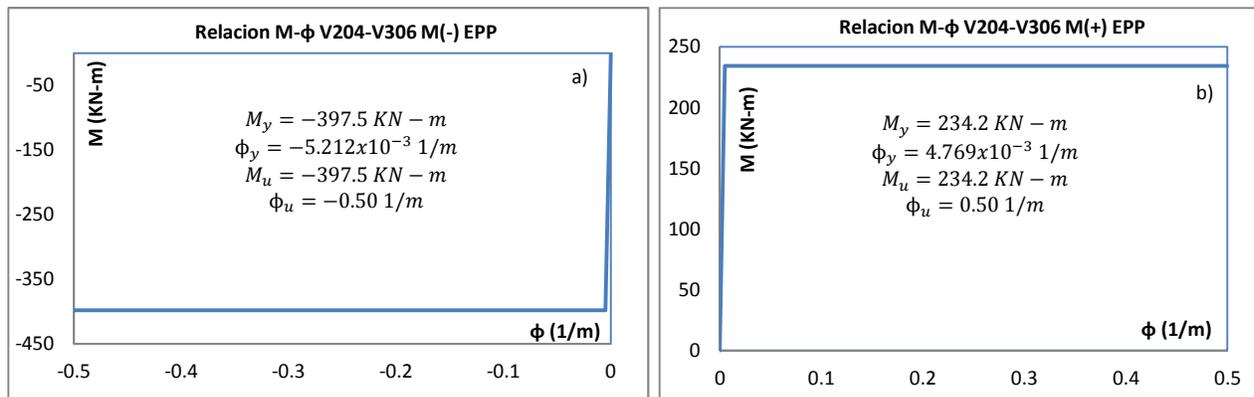
Esfuerzo de fluencia del acero de refuerzo  $f_y = 420 \text{ MPa}$

Módulo de elasticidad del acero  $E_s = 200000 \text{ MPa}$

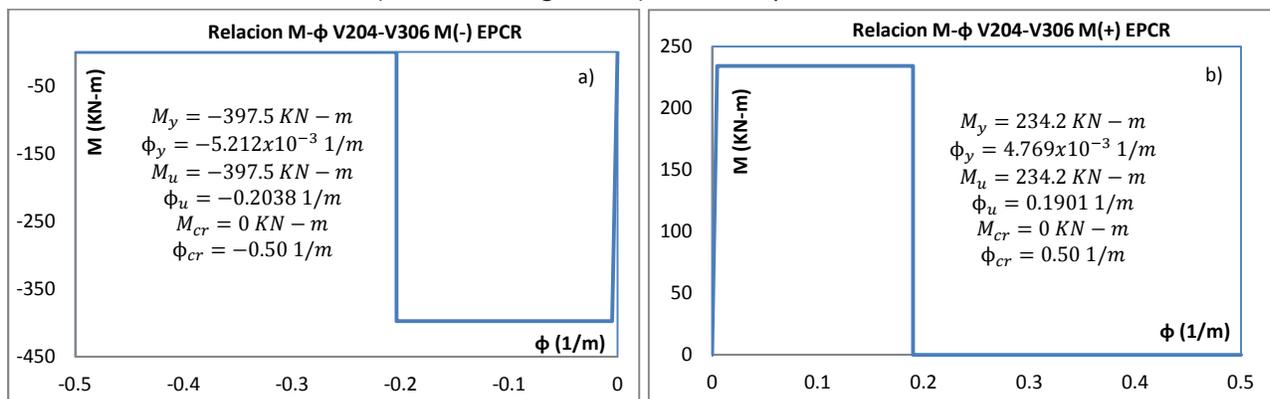
En las **Gráficas 5.14 a la 5.25** se presentan las relaciones momento-curvatura para los elementos que conforman el pórtico de 3x3 vanos (vigas y columnas). En estas graficas se presentan los diagramas momento-curvatura tanto positivos como negativos obtenidos del análisis inelástico de secciones planas realizado en vigas y columnas del pórtico, y además se incluyen las gráficas de los diferentes tipos de comportamiento para cada una de las rotulas plásticas.



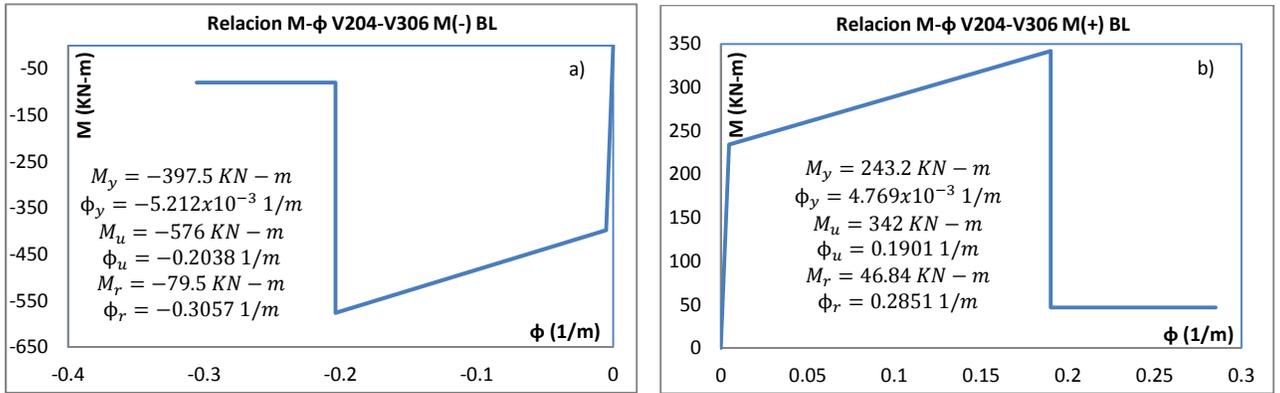
**Grafica 5.14.** Relaciones momento-curvatura Viga 204 y Viga 306. a) Momento negativo, b) Momento positivo.



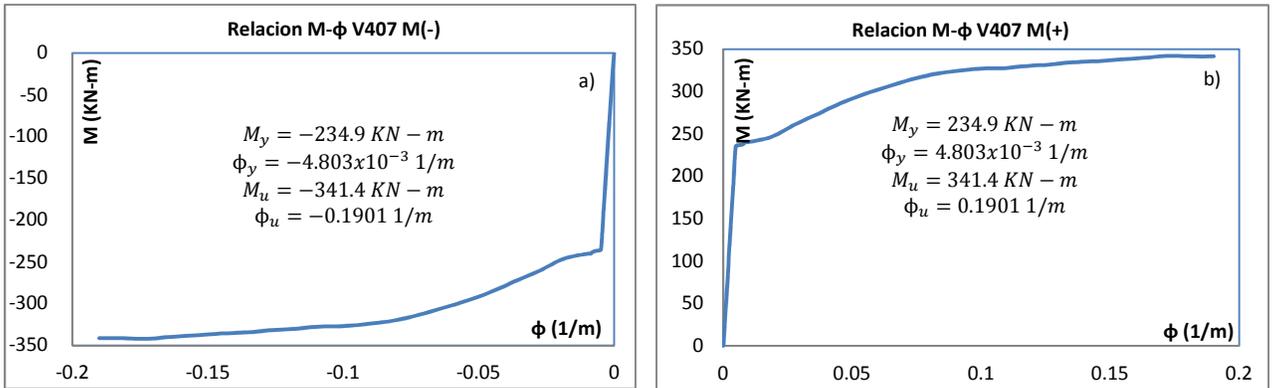
**Grafica 5.15.** Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico perfecto Viga 204 y Viga 306. a) Momento negativo, b) Momento positivo.



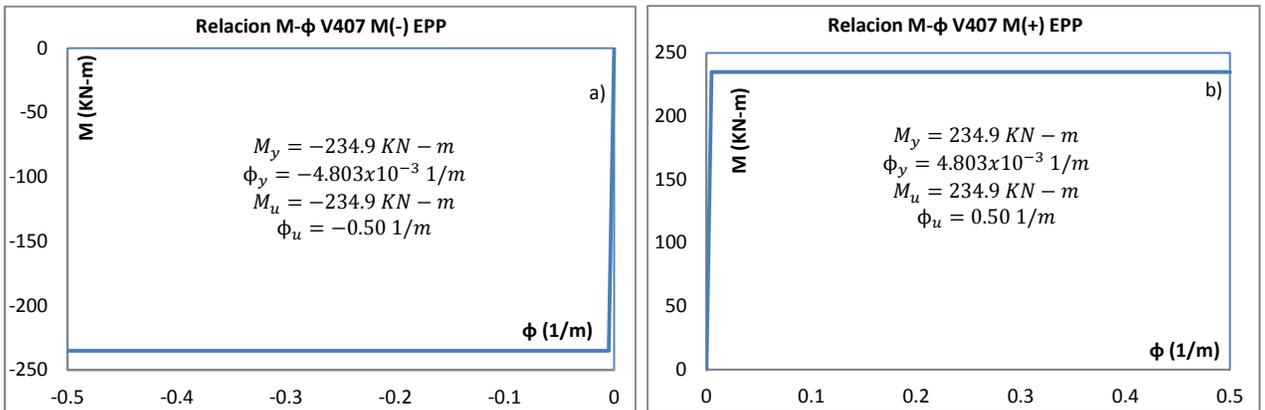
**Grafica 5.16.** Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico con caída de resistencia Viga 204 y Viga 306. a) Momento negativo, b) Momento positivo.



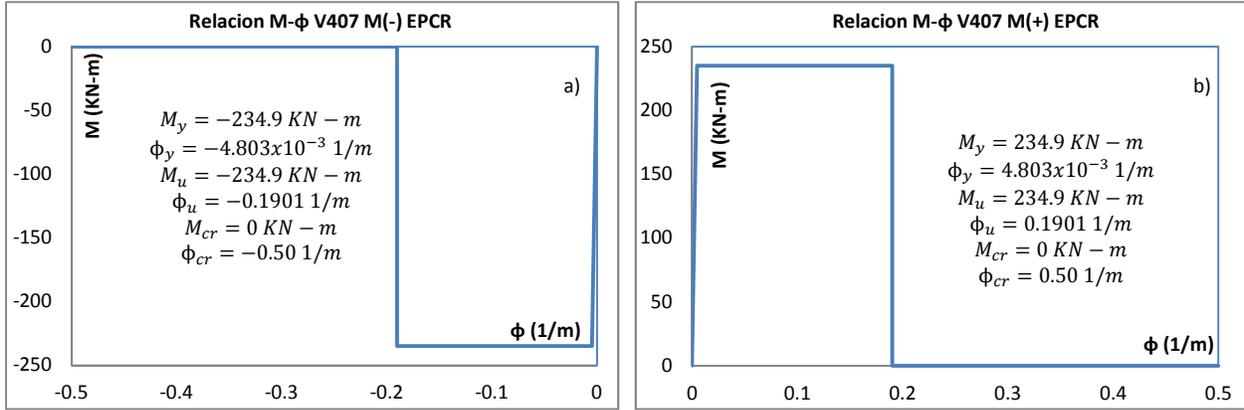
**Grafica 5.17.** Relaciones momento-curvatura comportamiento de sobre-resistencia y caída de resistencia Viga 204 y Viga 306. a) Momento negativo, b) Momento positivo.



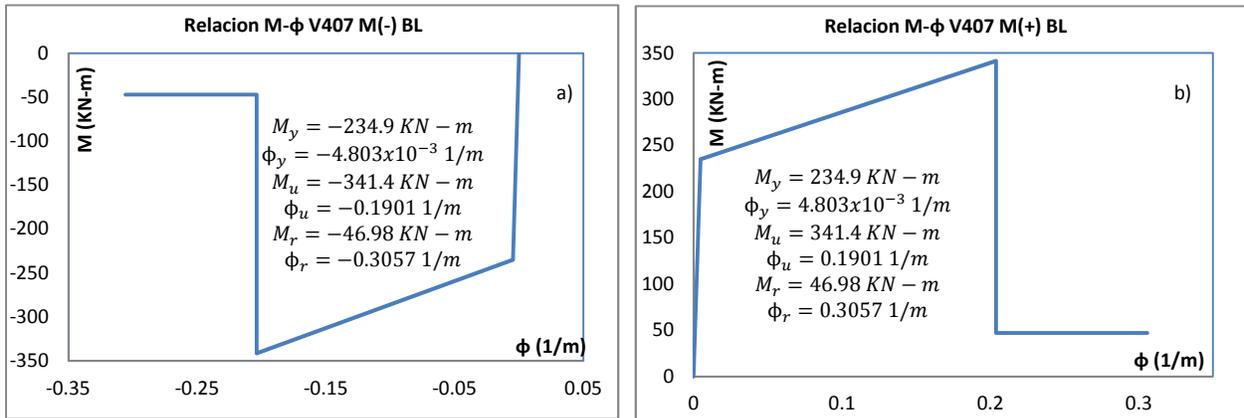
**Grafica 5.18.** Relaciones momento-curvatura Viga 407. a) Momento negativo, b) Momento positivo.



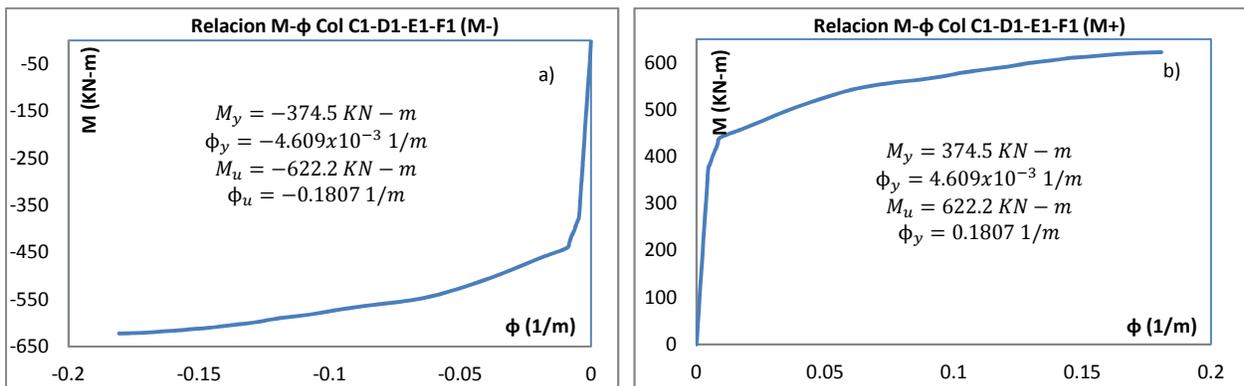
**Grafica 5.19.** Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico perfecto Viga 407. a) Momento negativo, b) Momento positivo.



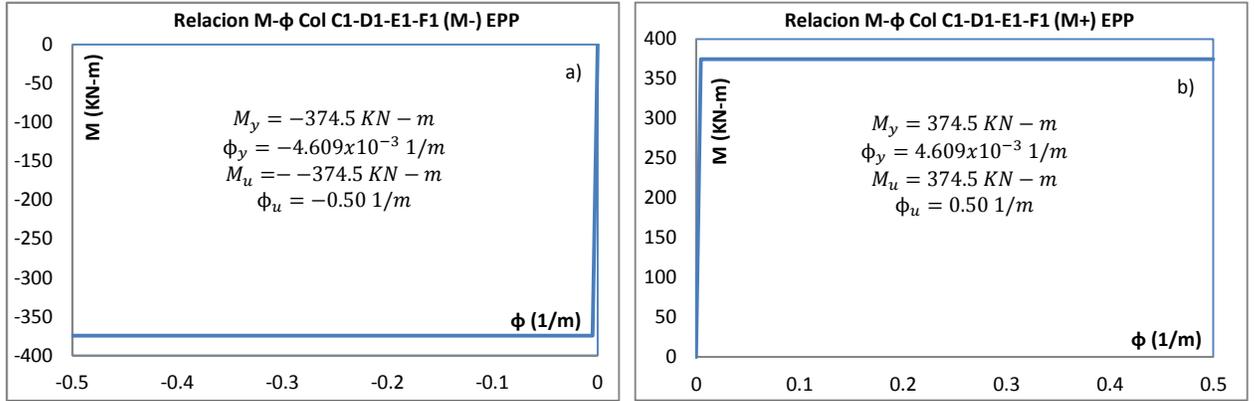
**Grafica 5.20.** Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico con caída de resistencia Viga 407. a) Momento negativo, b) Momento positivo.



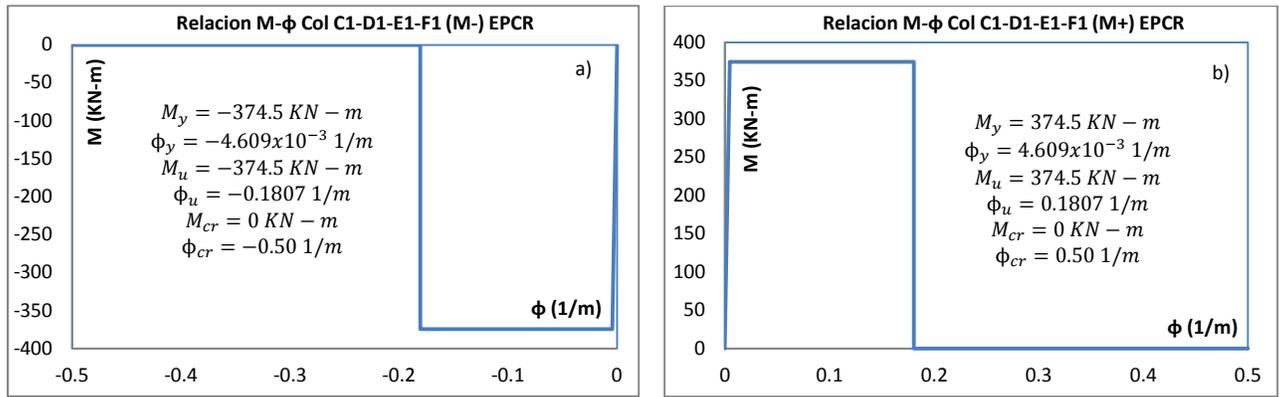
**Grafica 5.21.** Relaciones momento-curvatura comportamiento de sobre-resistencia y caída de resistencia Viga 407. a) Momento negativo, b) Momento positivo.



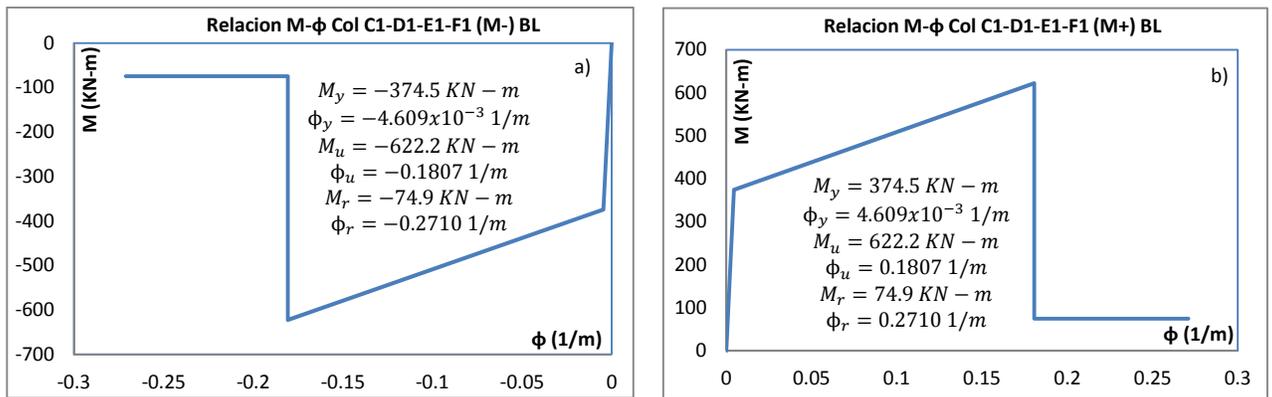
**Grafica 5.22.** Relaciones momento-curvatura Columnas C1, D1, E1 y F1. a) Momento negativo, b) Momento positivo.



**Gráfica 5.23.** Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico perfecto Columnas C1, D1, E1 y F1. a) Momento negativo, b) Momento positivo.



**Gráfica 5.24.** Relaciones momento-curvatura comportamiento elasto-plástico perfecto con caída de resistencia Columnas C1, D1, E1 y F1. a) Momento negativo, b) Momento positivo.



**Gráfica 5.25.** Relaciones momento-curvatura comportamiento de sobre-resistencia y caída de resistencia Columnas C1, D1, E1 y F1. a) Momento negativo, b) Momento positivo.

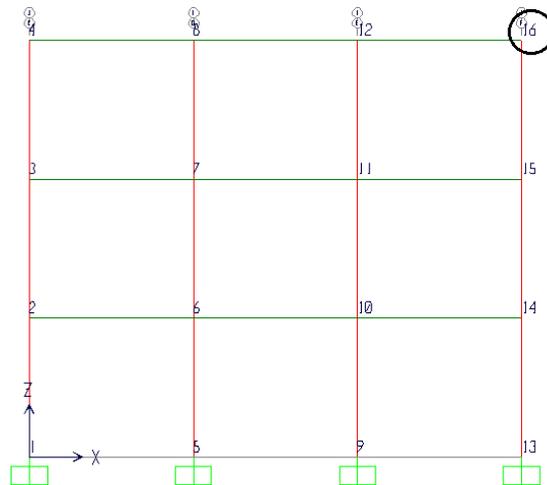
### 5.5.3 Curvas de capacidad mediante el método de plastificación progresiva

Después de haber definido los diferentes tipos de mecanismos dúctiles o rotulas plásticas para los diferentes elementos que conforman el pórtico (vigas y columnas), se procede a realizar un análisis mediante el método de plastificación progresiva de la estructura, ya que hemos definido las propiedades tanto en el rango elástico e inelástico que nos permitirán conocer el comportamiento de cada uno de los elementos de la estructura en los diferentes estados a los que estén sometidos al aplicar cargas horizontales sobre la estructura y a partir de esta información, conocer la capacidad del pórtico en términos del cortante basal versus el desplazamiento del nivel superior o cubierta.

La carga lateral aplicada en los modelos estudiados tiene forma triangular descendente, concordante con el primer modo de vibración de la estructura.

- Curva de capacidad pórtico plano de 3x3 vanos y comportamiento  $M-\phi$  elastoplástico perfecto

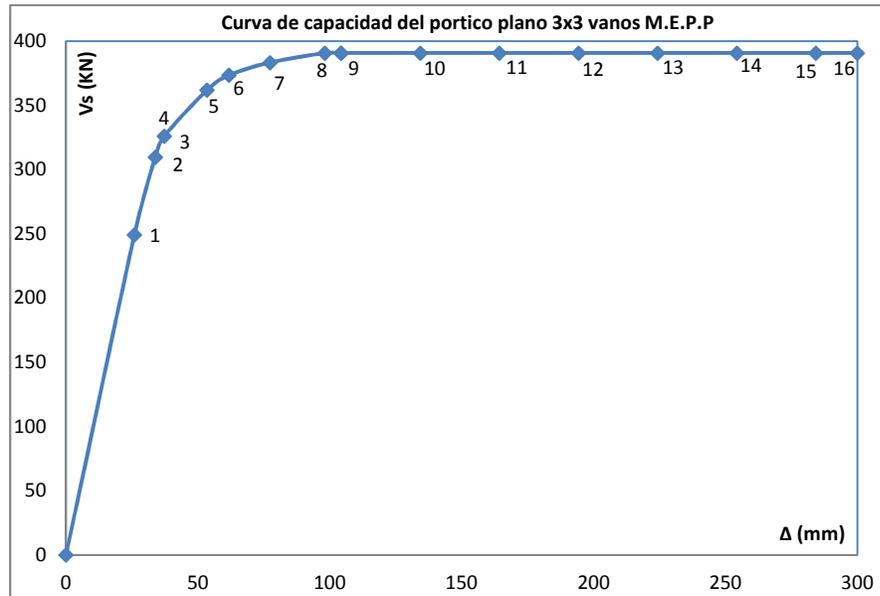
En este análisis realizado mediante el método de plastificación progresiva, se presenta el comportamiento de la estructura ante un modelo de rotula plástica elastoplástico perfecto, como fue descrito en la sección 2.7.4.1. La estrategia de carga de este análisis se basa en monitorear el desplazamiento de un nudo en particular de la estructura y cuando este haya alcanzado el valor de control, el análisis se da por concluido. Este análisis tiene como monitor de desplazamientos el nudo superior derecho de la Viga 407 etiquetado con el número 16 como se muestra en la **Figura 5.23**, para este análisis el desplazamiento del nudo de control es igual a 0,30 m. Esta estrategia reduce el tiempo de cómputo ya que para el programa de cálculo es más sencillo leer un vector de desplazamientos y desde el, calcular el respectivo vector de fuerzas permitiendo una convergencia más rápida en los resultados en cada paso de carga.



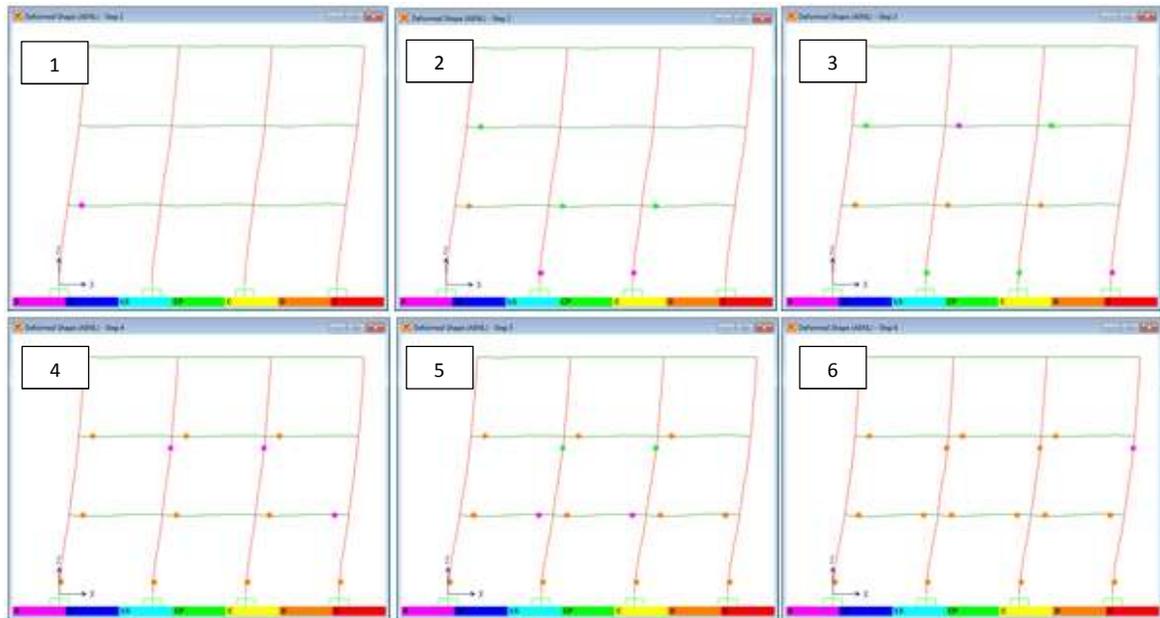
**Figura 5.23.** Nudo de control del pórtico plano 3x3 vanos.

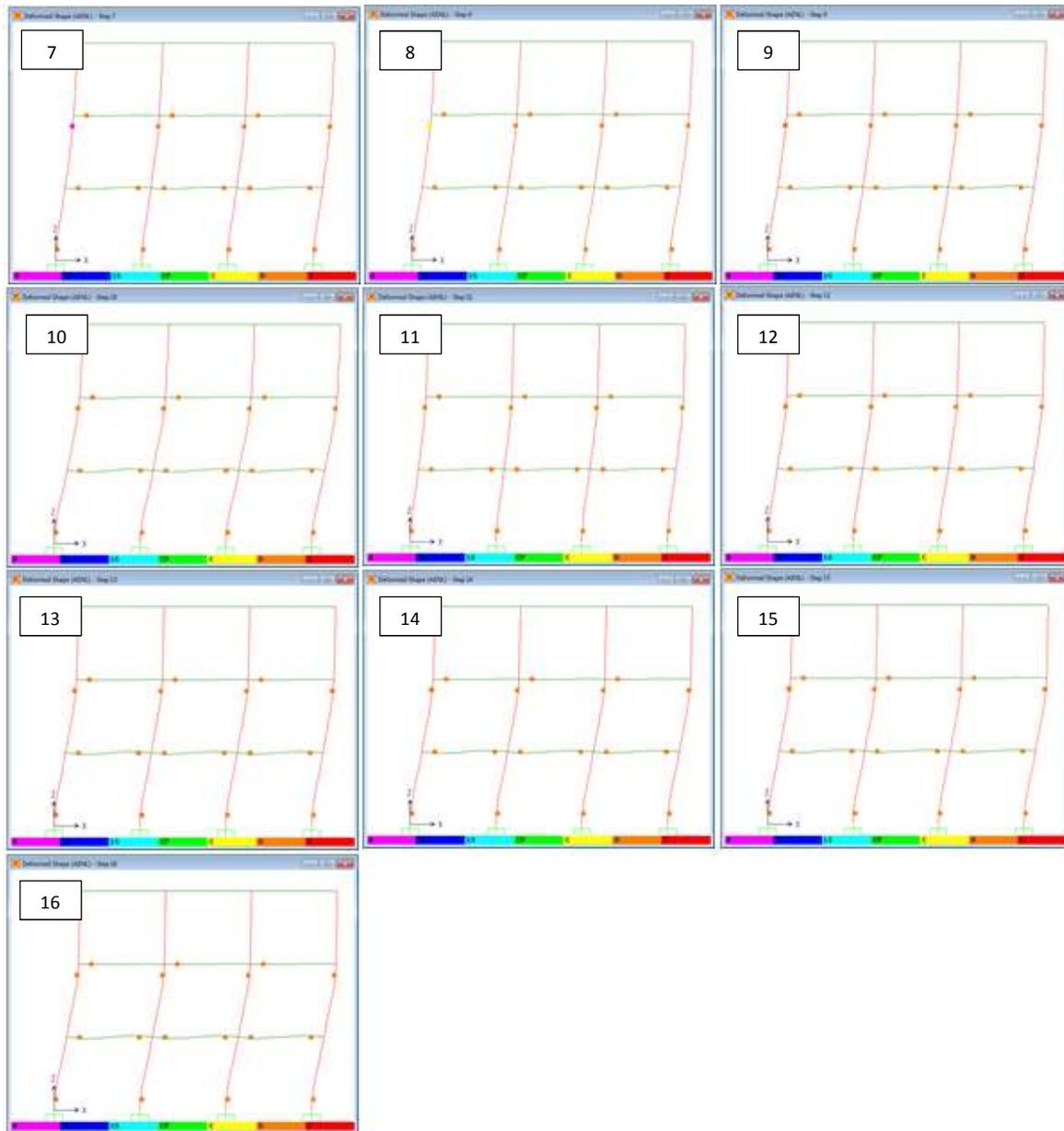
A continuación se presenta un resumen del comportamiento del pórtico, en donde se presenta la curva de capacidad de la estructura (**Grafica 5.26**) y los pasos de carga son identificados en ella con su

respectivo diagrama de rotulación (**Figura 5.24**). (Cada paso de carga es identificado con un símbolo tipo rombo para este análisis se obtuvieron 16 pasos de carga)



**Grafica 5.26.** Curva de capacidad pórtico plano 3x3 vanos comportamiento M-φ elasto-plástico perfecto.





**Figura 5.24.** Rotulación portico plano 3x3 vanos M- $\phi$  elasto-plastico perfecto.

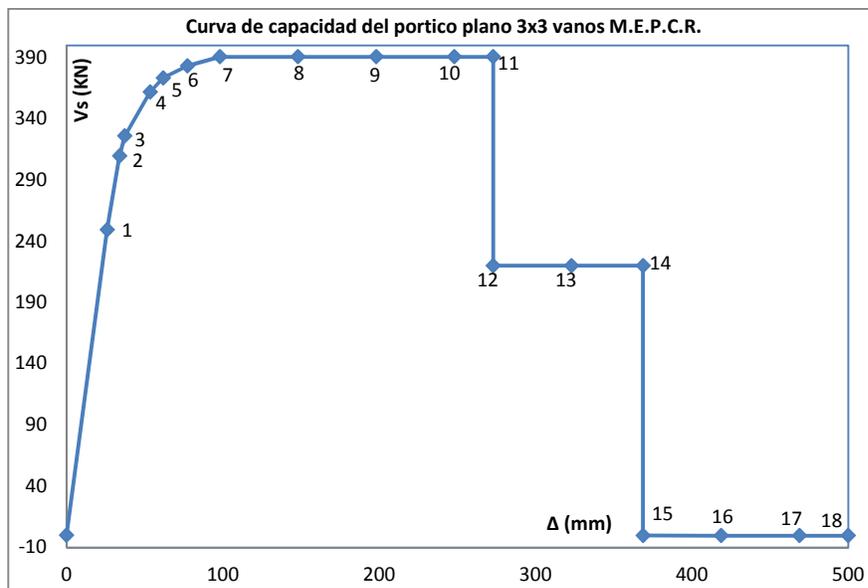
En la secuencia de rotulación anterior podemos observar que la primera rotula ocurre en el extremo inicial de la Viga 204 para un momento flector positivo de valor de 234.2 KN-m, que coincide con el valor del momento plástico o de fluencia ( $M_y$ ) determinado en el comportamiento de la rótula plástica de este elemento, en este paso de carga el pórtico presenta un desplazamiento en el nudo de control igual a 0,026 m y un cortante basal igual 249,23 KN, a partir de este paso de carga y hasta el sexto paso siguen rotulando vigas y columnas del pórtico, es de anotar que ninguna viga o columna del ultimo nivel o cubierta alcanza niveles de esfuerzo para presentar alguna rotula en ellos; en el paso de carga 7 el pórtico presenta un desplazamiento del nudo de control igual a 0,0981 m y un cortante basal igual a 390,66 KN pero como han rotulado todas las columnas del primer piso y el pórtico posee

en sus elementos relaciones  $M-\phi$  con comportamiento elastoplástico perfecto, se observa que la estructura se deforma hasta el valor de control de 0,30 m sin algún aumento de cortante basal, lo cual era de esperarse en este tipo de comportamiento.

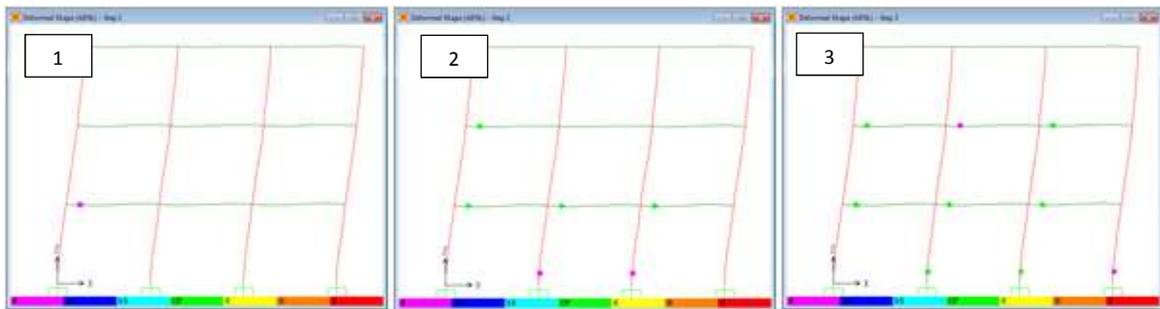
- Curva de capacidad pórtico plano de 3x3 vanos con comportamiento  $M-\phi$  elasto-plástico con caída de resistencia

En el siguiente análisis realizado a través del método de plastificación progresiva, se presenta el comportamiento de la estructura ante un modelo de rotula plástica elasto-plástico con caída de resistencia en los elementos, como fue descrito en la sección 2.7.4.2. Este análisis posee las mismas características iniciales del modelo anterior, con la excepción de que el desplazamiento del nudo de control para este análisis es de 0.50m.

A continuación se presenta un breve resumen del comportamiento del pórtico, en donde se presenta la curva de capacidad de la estructura (**Grafica 5.27**) y los pasos de carga son identificados en ella con su respectivo diagrama de rotulación (**Figura 5.25**). (Cada paso de carga es identificado con un símbolo tipo rombo para este análisis se obtuvieron 18 pasos de carga)



**Grafica 5.27.** Curva de capacidad pórtico plano 3x3 vanos comportamiento  $M-\phi$  elasto-plástico con caída de resistencia.



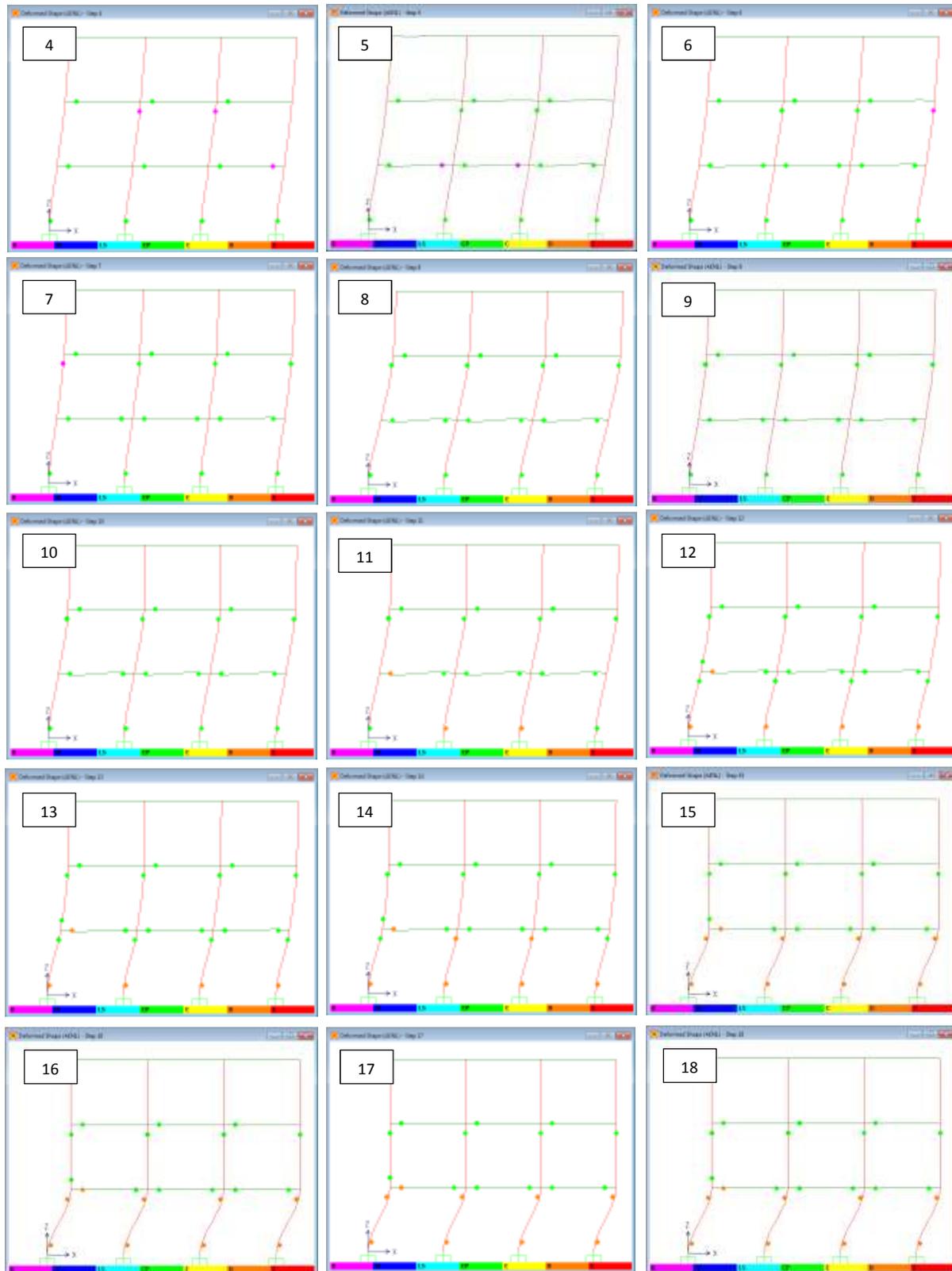


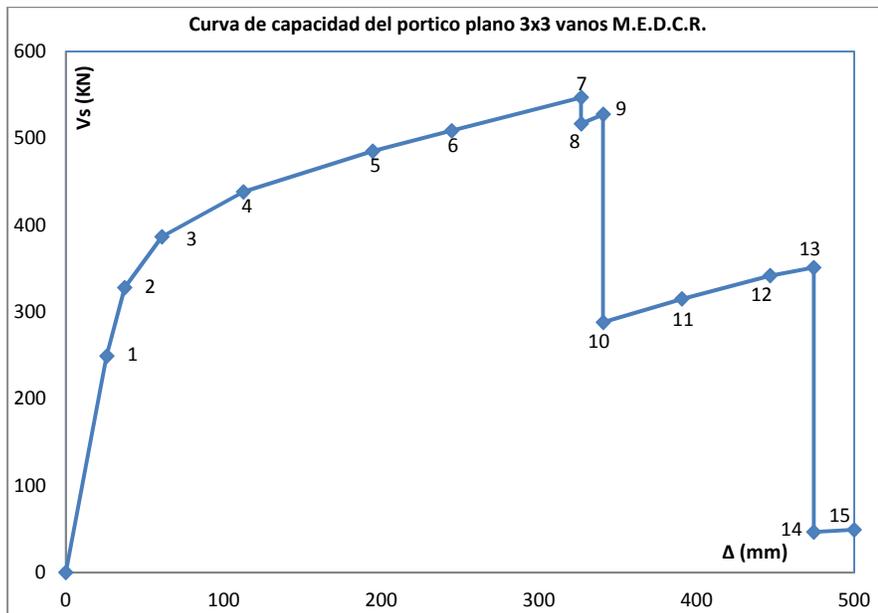
Figura 5.25. Rotulación pórtico plano 3x3 vanos M- $\phi$  elasto-plástico con caída de resistencia.

En el proceso de rotulación podemos destacar que la primera rotula ocurre nuevamente en el extremo inicial de la Viga 204 para un momento flector positivo de valor de 234.2 KN-m, que coincide con el valor del momento plástico o de fluencia ( $M_y$ ) determinado en la rótula plástica de este elemento, en este paso de carga el pórtico alcanza un desplazamiento en el nudo de control igual a 0,026 m y un cortante basal igual 249,23 KN que coincide perfectamente con los datos del ejercicio anterior como era de esperarse, a partir de este paso de carga y hasta el paso de carga número 11, el comportamiento del pórtico es idéntico al realizado anteriormente sin caída de resistencia, no obstante en el paso de carga número 12, todas las columnas del primer nivel presentan un mecanismo de colapso de doble rotulación obligando formando una articulación en el nudo inferior de estas que obliga a una redistribución general de momentos y debido a esto se presenta una caída de resistencia en la curva general de capacidad, en este paso el pórtico presenta un desplazamiento igual a 0,2229 m y un cortante basal igual a 220.0 KN; en el paso de carga número 15 los elementos que alcanzan una curvatura que los lleva a presentar una caída de resistencia son todas las columnas del primer nivel en sus dos nudos imposibilitando la toma adicional de cualquier momento flector, es por esto que la caída de resistencia es más dramática comparada con la caída anterior ya que el pórtico pierde la capacidad de tomar momentos flectores en los apoyos de las columnas, para este paso de carga la estructura alcanza un desplazamiento de 0,3687 m y un cortante basal igual a -0.33 KN, para los siguientes pasos de carga las columnas del primer nivel continúan rotulando en la zona ultima de la relación  $M-\phi$  y como resultado el pórtico pierde totalmente capacidad ante fuerzas horizontales aplicadas tal y como se puede observar en una caída total de la curva de capacidad de la estructura, en donde es alcanzado el desplazamiento objetivo pero el cortante basal ha caído hasta cero.

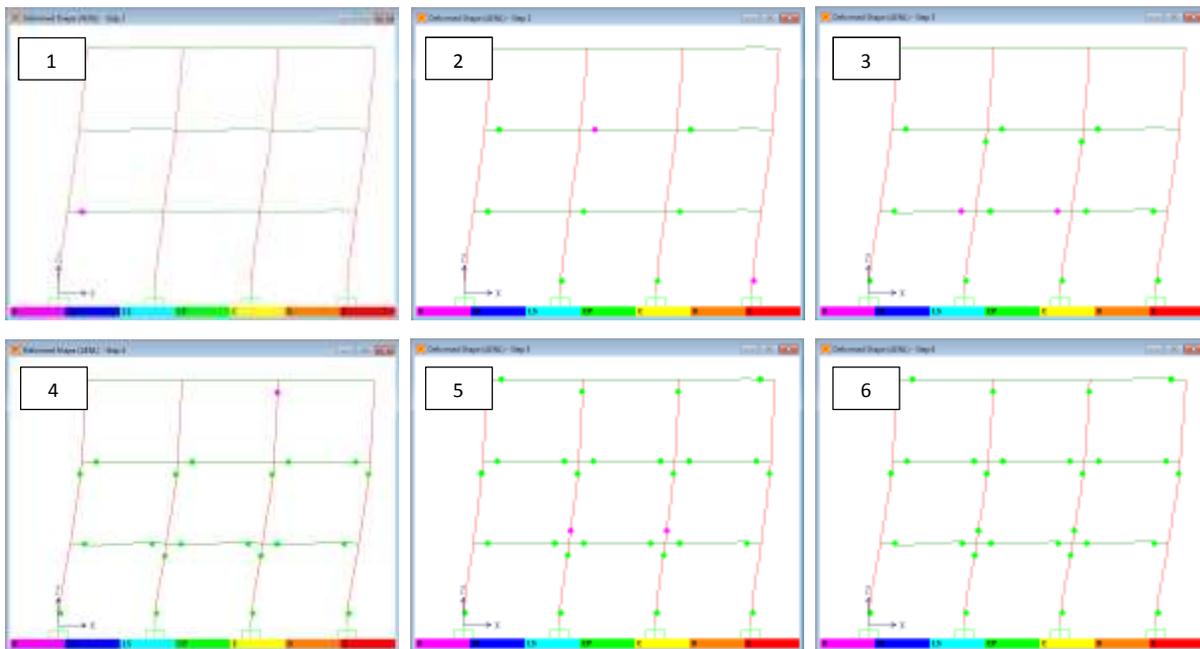
- Curva de capacidad pórtico plano de 3x3 vanos con comportamiento  $M-\phi$  sobre-resistencia y caída de resistencia

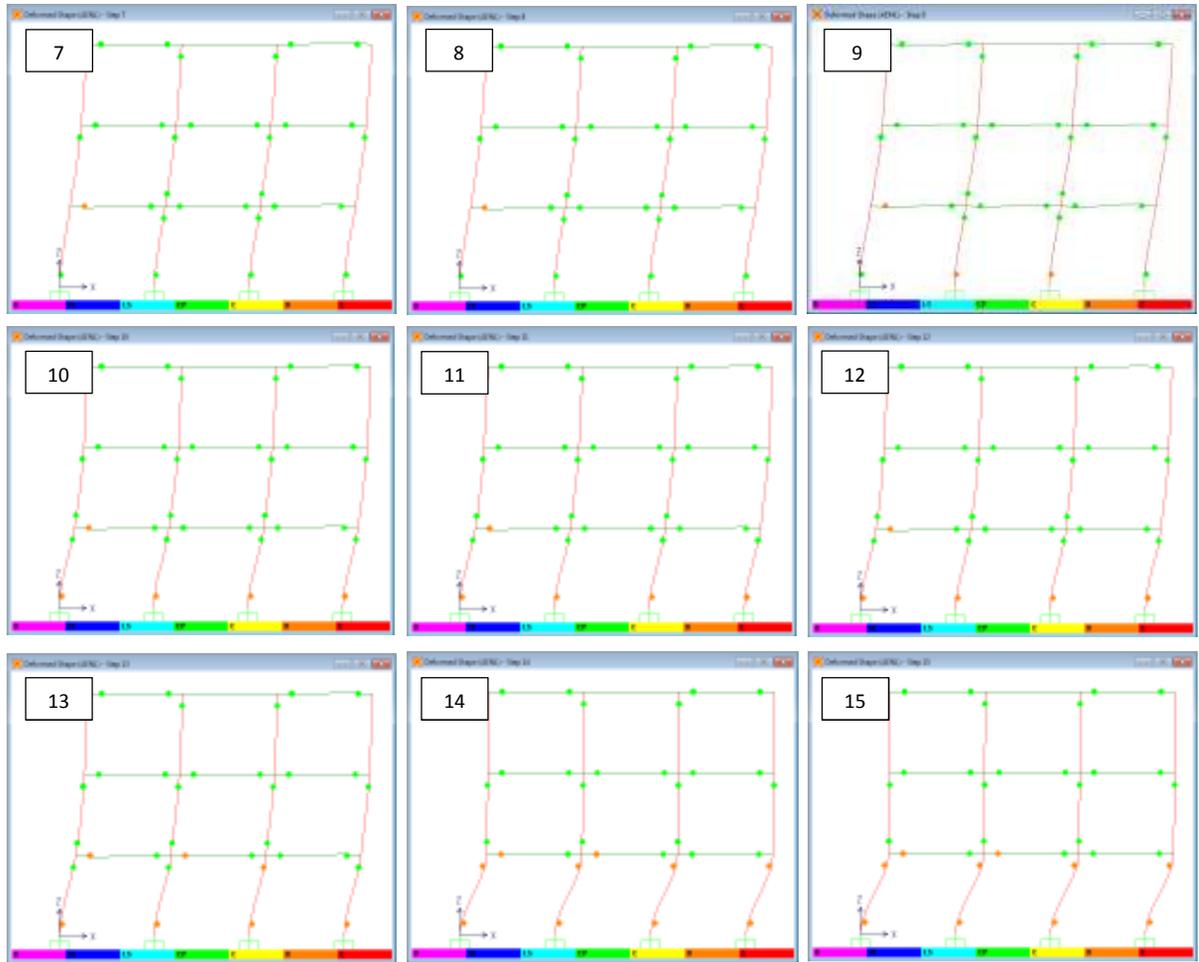
En el siguiente análisis realizado a través el método de plastificación progresiva se muestra el comportamiento de una estructura ante un modelo de rotula plástica que posee una primera etapa netamente lineal y elástica, una segunda etapa de sobre resistencia del material hasta alcanzar su máximo momento flector y una etapa final con caída de resistencia, pero dejando una reserva como es estipulado en las normas sismo resistentes vigentes como lo son el ATC-40 y el FEMA-356, este comportamiento fue descrito en la sección 2.7.4.3. El siguiente análisis tiene las mismas características iniciales del modelo anterior.

A continuación se presenta un breve resumen del comportamiento del pórtico, en donde se muestra la curva de capacidad de la estructura (**Grafica 5.28**) y los pasos de carga son identificados en ella con su respectivo diagrama de rotulación (**Figura 5.26**). (Cada paso de carga es identificado con un símbolo tipo rombo para este análisis se obtuvieron 15 pasos de carga).



**Gráfica 5.28.** Curva de capacidad pórtico plano 3x3 vanos comportamiento M- $\phi$  sobre-resistencia con caída de resistencia.





**Figura 5.26.** Rotación portico 3x3 vanos M-φ de sobre-resistencia con caída de resistencia.

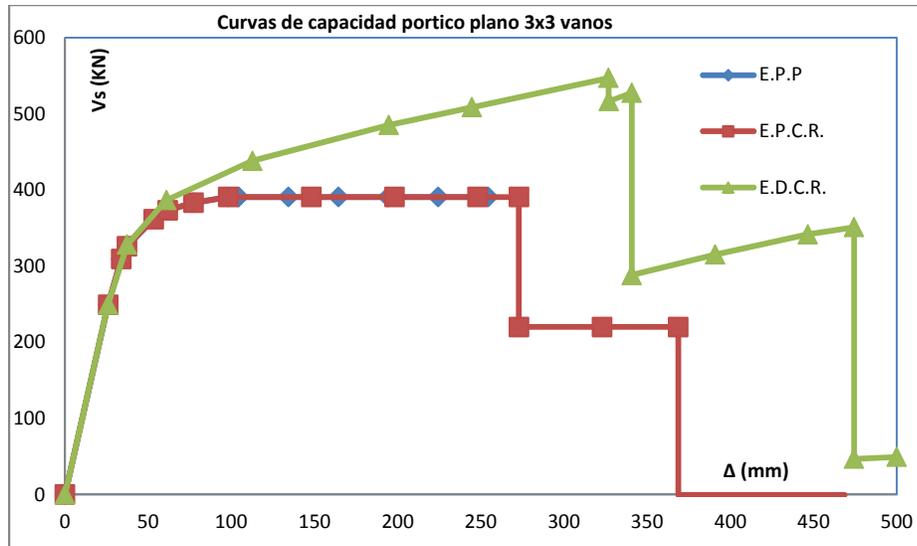
En este análisis la plastificación de los elementos en la etapa lineal y elástica es idéntica a los anteriores ejercicios, no obstante como el material tiene un comportamiento de sobre resistencia al dejar la etapa lineal se observa un aumento progresivo en la curva de capacidad de la estructura; a partir del paso de carga número 5 empiezan a rotular vigas y columnas de la cubierta, que en los dos análisis anteriores no habían alcanzado tales regímenes de esfuerzos que obligaran a estos elementos a entrar en fluencia, este comportamiento sigue así hasta llegar el paso de carga número 7 en donde el pórtico obtiene su máxima capacidad con un cortante basal igual a 546.93 KN y presenta un desplazamiento el nudo de control igual a 0.3268 m, para el paso de carga número 8 se presenta la primera caída de resistencia y obedece a que la Viga 204 en su extremo inicial y que es el primer elemento en rotular ya no es capaz de absorber ningún momento flector adicional en su nudo inicial y obliga a una redistribución de momentos en el pórtico, la capacidad en este paso de carga es igual a 516.58 KN.

Para el paso de carga número 10 se presenta nuevamente una caída de resistencia pero esta vez mayor a la descrita anteriormente ya que todas las columnas del primer nivel presentan un mecanismo de colapso como lo es doble rotulación en ellas, por lo que para el extremo inicial de estos elementos no es posible absorber algún momento flector adicional y ya que son las encargadas principalmente de la resistencia del pórtico la capacidad del estructura cae hasta un cortante basal de 288.15 KN.

En el paso de carga número 14 se presenta la última caída de resistencia del pórtico y obedece a que las rotulación de las columnas del primer nivel se encuentra en la etapa final de la relación  $M-\phi$  definida para este comportamiento en donde se presenta una caída de resistencia con un remanente de momento flector, no obstante estos elementos han rotulado en sus dos extremos y son incapaces de absorber algún momento adicional y adicionalmente a esto la Viga 204 en dos de sus vanos sus extremos iniciales son incapaces de absorber algún momento, así continua la estructura hasta el paso de carga numero 15 donde alcanza el desplazamiento en el nudo de control de 0.50m y la capacidad del pórtico se ha reducido hasta 49.3 KN.

En la **Grafica 5.29** se presenta un resumen de las 3 curvas de capacidad obtenidas de los análisis estáticos no lineales realizados al pórtico de 3x3 vanos, en la cual podemos observar los diferentes comportamientos de la estructura ante las diferentes definiciones de rotulas plásticas en la estructura.

En esta grafica se puede visualizar que la máxima capacidad del pórtico se alcanza para un cortante basal igual a 546 KN, que se obtuvo con un modelo de rotula plástica, del tipo de sobre resistencia al alcanzar su máximo límite inelástico y que coincide como era de esperarse con las predicciones hechas en la estructura anterior.



Gráfica 5.29. Curvas de capacidad pórtico de 3x3 vanos para diferentes definiciones de rotula plástica.

## 5.6 Pórtico plano de 3x3 vanos con adición de muro estructural

En esta sección se presenta el análisis inelástico del pórtico de 3x3 vanos presentado en la sección anterior, al cual se le han adicionado muros estructurales para incrementar la capacidad del mismo. Esta adición de la pantalla estructural, obedece al reforzamiento realizado a la estructura en estudio por actualización a la norma vigente de sismo resistencia colombiana NSR-10.

### 5.6.1 Geometría pórtico plano de 3x3 vanos con adición de muro estructural

En este modelo la geometría básica del pórtico es la misma que la presentada en la sección anterior, con la diferencia de que a la estructura se le ha adicionado una pantalla estructural para aumentar la capacidad de la estructura y que obedece al reforzamiento estructural planteado. En la **Figura 5.27** se presenta la geometría del pórtico al incluir los nuevos elementos (muros pantallas) para el análisis del mismo.

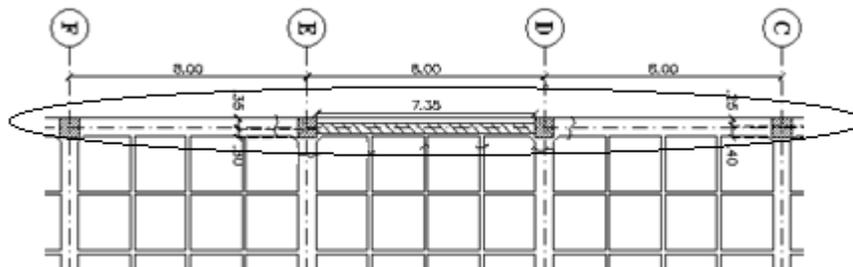


Figura 5.27. Geometría pórtico 3x3 vanos con adición de muro estructural. a) Planta general, b) Alzado general.

El acero de refuerzo longitudinal y transversal del muro estructural se compone de barras  $\phi = 1/2$  " espaciadas cada 0.30 m, el recubrimiento a dichas barras es de 4 cm y el muro estructural no presenta en su diseño elementos de borde; la cuantía asociada al refuerzo suministrado corresponde a los mínimos de norma es decir  $\rho = 0.0025$ .

### 5.6.2 Curvas de capacidad mediante el método de plastificación progresiva

Al realizar un análisis inelástico de muros o pantallas estructurales como elementos de área (Shell elements), no es necesario definir las relaciones momento curvatura o rotulas plásticas en los elementos, por el contrario se deben definir las relaciones constitutivas de los 3 tipos de material presentes en la sección de concreto los cuales son: Concreto Inconfinado, Concreto confinado y Acero de refuerzo. Estas relaciones fueron descritas en el capítulo 2 en la sección 2.6.

- Curva de capacidad pórtico plano de 3x3 vanos con adición de muro estructural

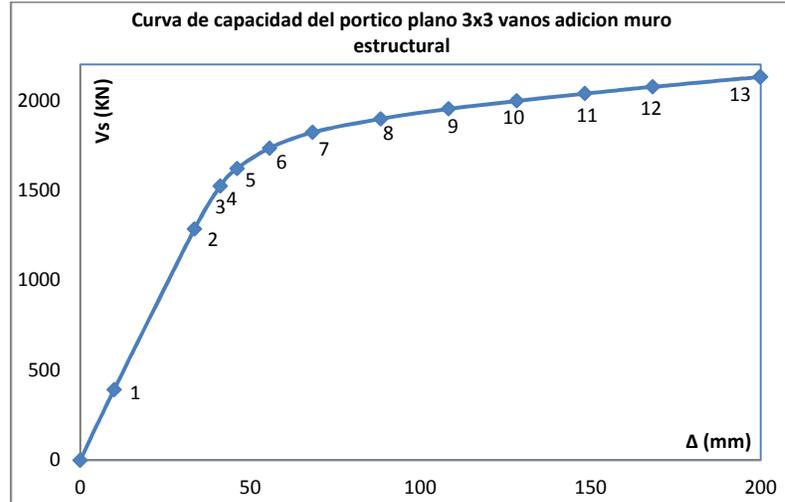
Este análisis es realizado mediante el método de plastificación progresiva en una combinación de elementos de área (Shell) y elementos tipo barra (Frame), presenta el comportamiento del pórtico al cual se le ha adicionado una pantalla estructural. La estrategia de carga de este modelo se basa en monitorear el desplazamiento de un nudo en particular de la estructura y cuando este haya alcanzado el valor de control, el análisis se da por concluido, además en este análisis la aplicación de desplazamientos se hace a partir del primer modo de vibración de esta estructura. Este análisis tiene como monitor de desplazamientos el nudo superior derecho de la Viga 407 etiquetado con el número 151 como se muestra en la **Figura 5.28**, para este análisis el desplazamiento del nudo de control es igual a 0,20 m.



**Figura 5.28.** Nudo de control pórtico plano 3x3 vanos con adición de muro estructural.

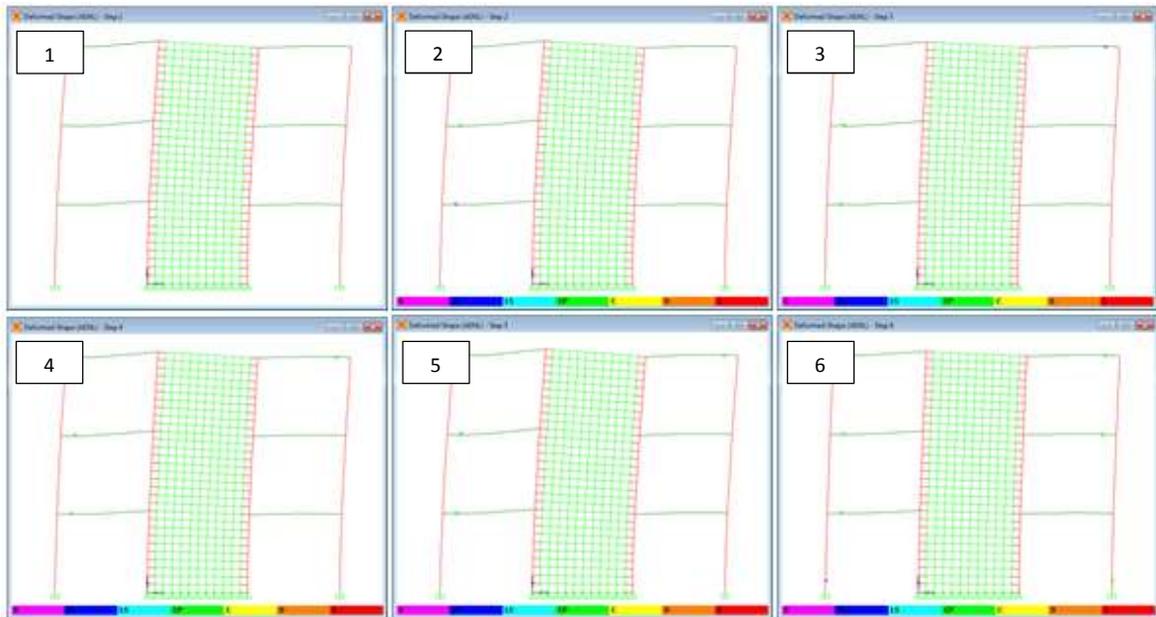
A continuación se presenta un resumen del comportamiento del pórtico, en donde se presenta la curva de capacidad de la estructura (**Grafica 5.30**) y los pasos de carga son identificados en ella con su respectivo diagrama de esfuerzos en donde se calculan los esfuerzos en dos capas de material las cuales son: la capa de concreto y la capa de acero de refuerzo. (Cada paso de carga es identificado con

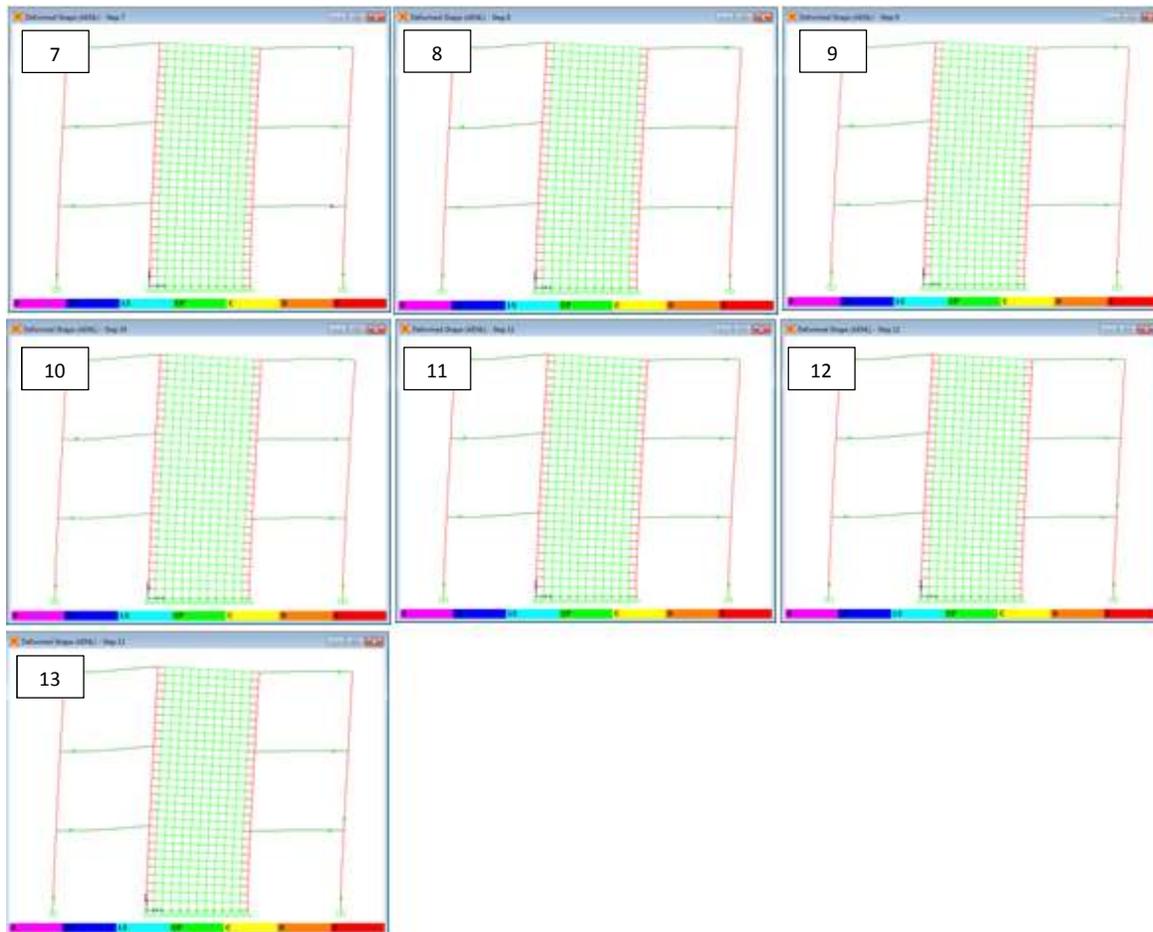
un símbolo tipo rombo para este análisis se obtuvieron 13 pasos de carga).



**Grafica 5.30.** Curva de capacidad pórtico plano 3x3 vanos con adición de muro estructural.

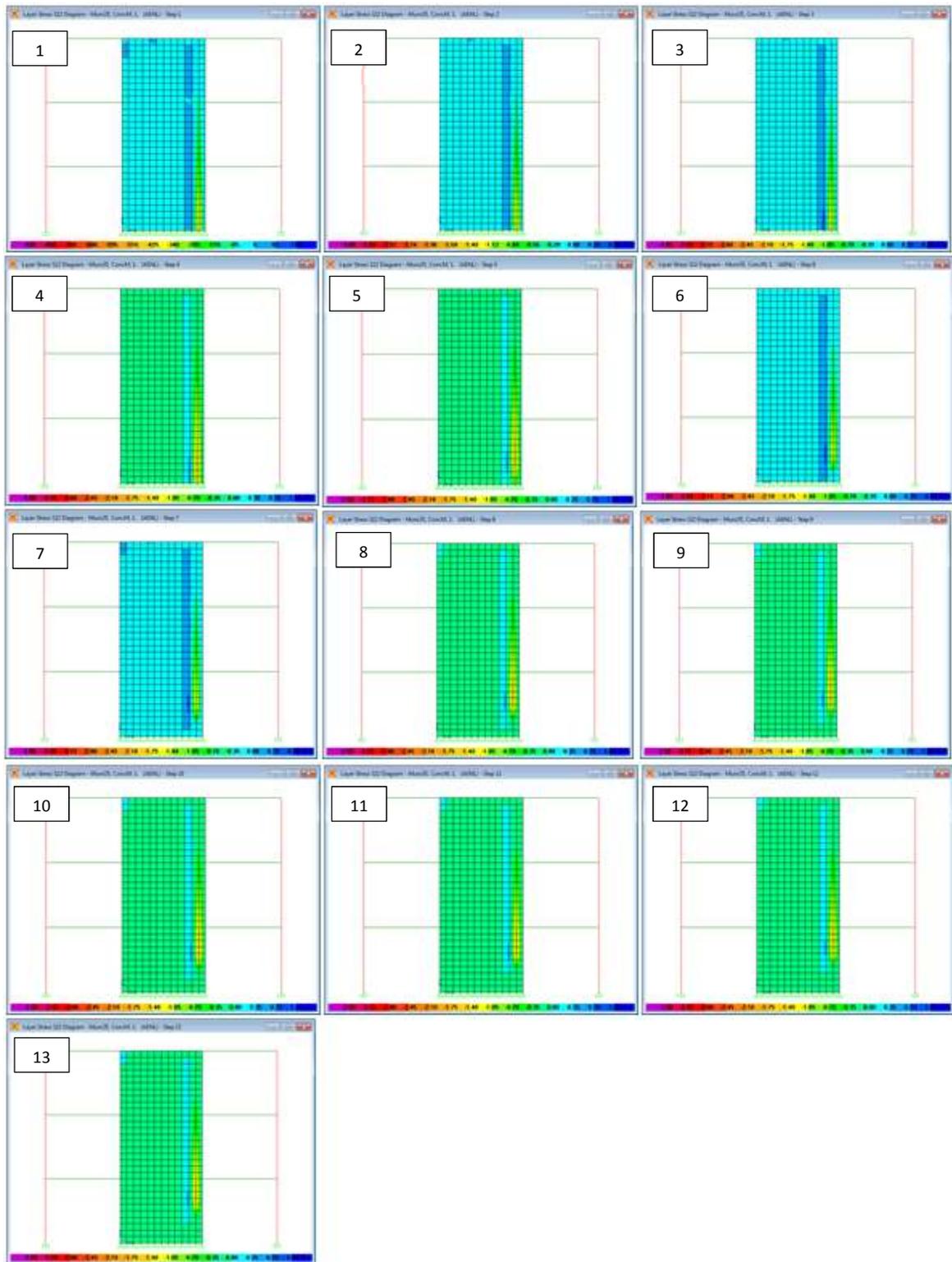
Al observar la curva de capacidad de la estructura se definen claramente las zonas elástica e inelástica de esta, para lo cual el pórtico presenta un comportamiento elástico hasta alcanzar el paso de carga número 3 que presenta un cortante basal de 1524 KN y un desplazamiento de 41.15 mm en el nudo de control, a partir de este momento la estructura experimenta un comportamiento inelástico hasta el paso de carga número 13 el cual arroja un cortante basal de 2130 KN y un desplazamiento del nudo de control de 200 mm tal como se había estipulado en el análisis no lineal. A continuación se presenta en la **Figura 5.29** la secuencia de rotulación del pórtico para los elementos tipo barras (frame) para cada paso de carga.





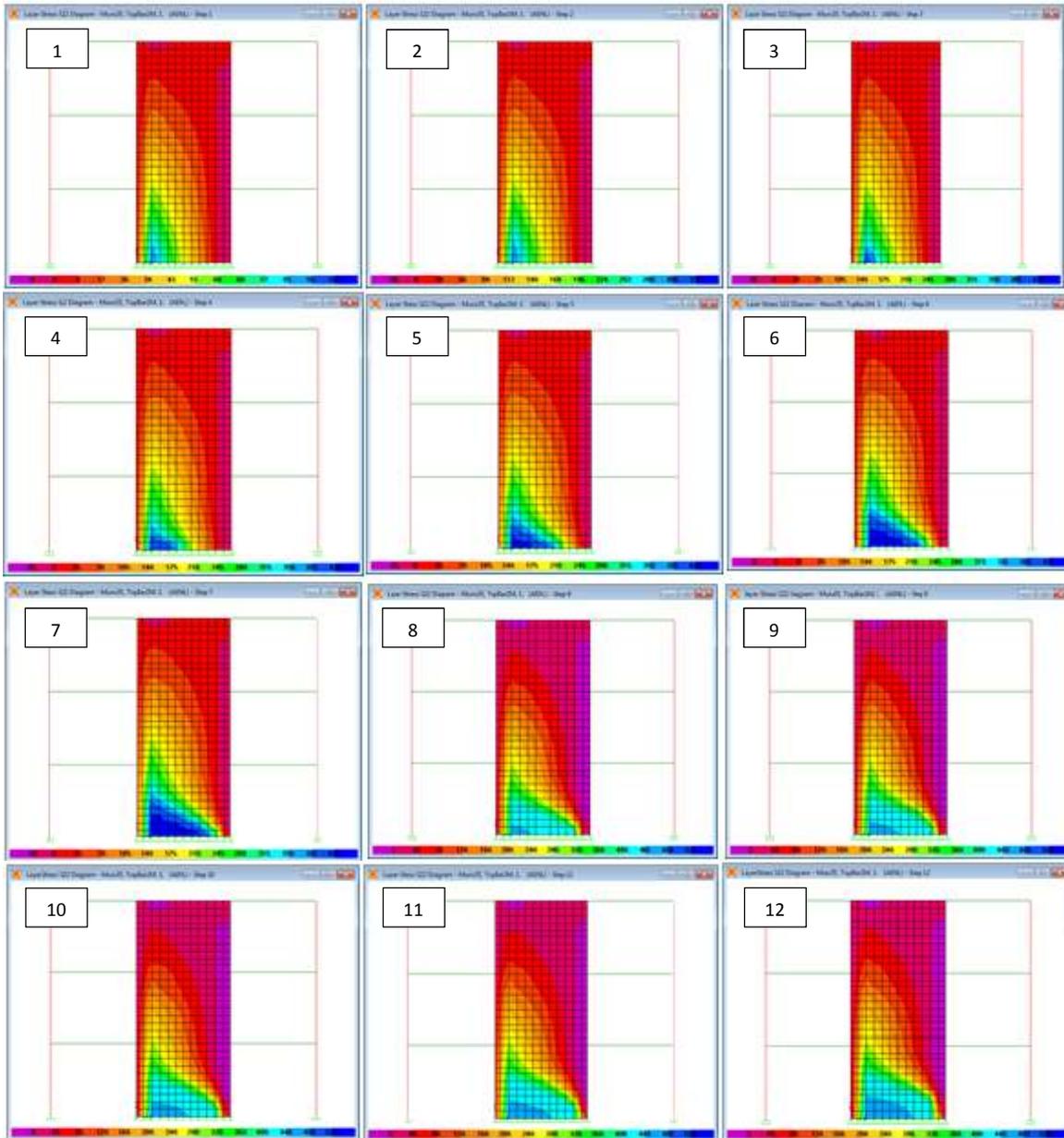
**Figura 5.29.** Rotulación en elementos tipo barra portico plano 3x3 vanos con adición de muro estructural.

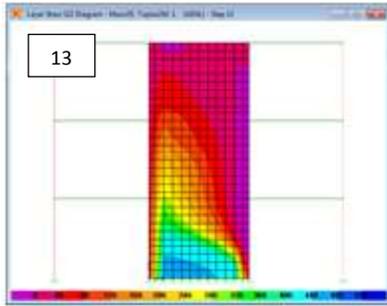
En la rotulación de los elementos tipo barra podemos destacar que las primeras rotulas plásticas se presentan en los extremos iniciales de las Vigas 204, 306 y 407 para el paso de carga numero 2, en donde en estas secciones se alcanzan los momentos flectores que inician la fluencia de los elementos, en el paso de carga numero 6 se observa como rotulan los extremos iniciales de las columnas C1 y F1 y en el siguiente paso de carga (numero 7) todas las vigas del pórtico han rotulado en sus extremos inicial y final gracias al diagrama de momentos que se obtiene de adicionar la pantalla estructural al pórtico. En los siguientes pasos de carga los elementos siguen la definición de rotula plástica que se ha hecho para cada elemento y solamente aparecen nuevas rotulas en el extremo final de la columna C1 de cubierta y en la extremo inicial del segundo nivel para la columna F1, en ningún caso los elementos presentan caída de resistencia gracias al aporte de rigidez que genera la pantalla estructural. Ya que la pantalla estructural ha sido modelada como un elemento de área, la secuencia de rotulación se visualiza en términos de esfuerzos ( $\sigma_{22}$ ) en las capas que han sido definidas, las cuales son: la capa de concreto y la capa de acero de refuerzo, en las **Figuras 5.30 y 5.31** se presentan los esfuerzos en la capa de concreto y acero respectivamente para cada paso de carga efectuado.



**Figura 5.30.** Diagrama de esfuerzos  $\sigma_{22}$  portico 3x3 vanos en cada paso de carga capa de concreto.

En la secuencia de esfuerzos anterior se puede observar como el concreto que se encuentra en tensión no es capaz de absorber ningún esfuerzo ya que como fue presentado en la sección 2.6, las relaciones constitutivas que definen a el concreto confinado e inconfinado no presentan ninguna capacidad a tensión, lo cual hace congruente el análisis con los datos consignados, no obstante la zona que se encuentra en compresión alcanza los máximos valores definidos para cada una de las relaciones antes descritas.





**Figura 5.31.** Diagrama de esfuerzos  $\sigma_{22}$  portico 3x3 vanos en cada paso de carga capa de acero.

Al analizar la secuencia de esfuerzos anteriormente presentada para la capa de acero de refuerzo, se observa como el refuerzo longitudinal empieza a fluir desde la zona de tensiones y a medida que se incrementan los desplazamientos en el pórtico, la zona de fluencia se hace cada vez mayor (color azul agua marina). Por otro lado la zona de compresiones que inicialmente en el paso de carga numero 1 comprende el 35% del extremo final del elemento, disminuye a medida que se incrementa la carga en la estructura (zona de color rojo).

Este comportamiento es totalmente congruente con los resultados encontrados al aplicar el método de plastificación progresiva en la estructura anterior.



# Capítulo 6. Simulación numérica inelástica de pórticos en concreto reforzado mediante el método de los elementos finitos.

## 6.1 Resumen de los análisis realizados mediante el método de los elementos finitos.

En este capítulo se analizan las mismas 4 estructuras presentadas en el capítulo anterior, se retoman estas estructuras mediante el método de los elementos finitos, con el fin de comparar las curvas de capacidad obtenidas por cada una de las metodologías adoptadas.

## 6.2 Análisis de un pórtico plano de un único vano

En el capítulo anterior fue modelado el pórtico plano de un solo vano mediante la teoría de barras usando el método del empuje lateral, con el objetivo de obtener valores que puedan ser comparables con modelos realizados mediante el método de los elementos finitos en la misma estructura.

### 6.2.1 Análisis elástico de un pórtico de un solo vano en concreto simple

El objetivo principal de este modelo es estudiar el comportamiento elástico del pórtico, para así poder interpretar los datos de salida del mismo y poder compararlos con el análisis elástico mediante elementos tipo barra, el cual fue realizado previamente en el capítulo anterior.

Las características geométricas y propiedades del concreto fueron tomadas de un proyecto estructural real.

El material usado como concreto tiene las siguientes propiedades mecánicas:

Resistencia a la compresión  $f'_c = 28\text{Mpa}$

Módulo de elasticidad del concreto simple  $E_c = 25000\text{ Mpa}$

Relación de Poisson  $\nu_c = 0.20$

El material usado como acero para las platinas de carga tiene las siguientes propiedades mecánicas:

Módulo de elasticidad del acero  $E_s = 200000\text{ Mpa}$

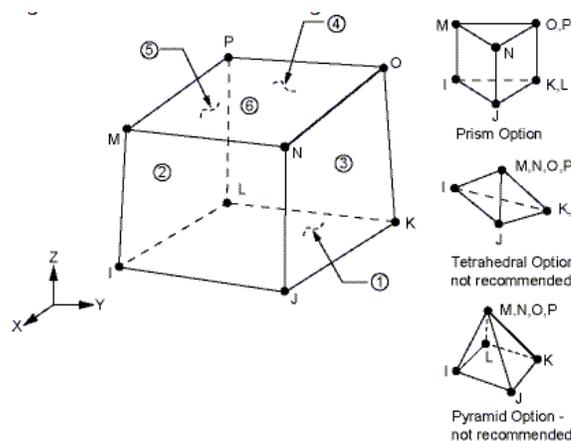
Relación de Poisson  $\nu_s = 0.30$

De igual manera la modelación numérica se realiza a partir de las características presentadas a continuación.

### 6.2.1.1 Elementos finitos y discretización

El concreto ha sido modelado utilizando un elemento finito hexaédrico lineal, el cual se define por 8 nudos con 3 grados de libertad cada uno (traslación en las direcciones  $x$ ,  $y$  y  $z$ ), llamado Solid185 en el programa Ansys.

La geometría y localización de los nudos para este elemento se presenta en la **Figura 6.1**.



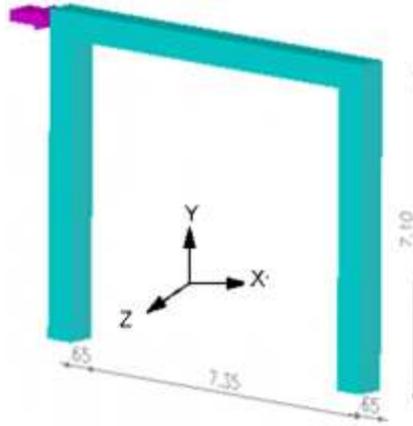
**Figura 6.1.** Solid185 3D (Ansys 14.5).

Las platinas metálicas en donde se aplica la carga, son modeladas a través del elemento finito Solid185 anteriormente presentado.

Para el análisis y solución del pórtico modelado, la discretización de los elementos se realiza utilizando prismas de 100x100x100 mm, tamaño del elemento finito.

### 6.2.1.2 Geometría

Las dimensiones del pórtico analizado se muestran a continuación en la **Figura 6.2**, en el cual las columnas poseen una sección transversal cuadrada de 0.65x0.65m y la viga tienen una sección transversal de 0.60x0.60m; el pórtico se encuentra empotrado a nivel 0.00 en sus columnas.



**Figura 6.2.** Dimensiones del pórtico modelado (m).

Aprovechando la simetría geométrica de la estructura, fue modelado medio pórtico, es decir se toma como eje de simetría un el plano coordenado  $x$  y  $y$  que corta al pórtico en dos volúmenes iguales. Las platinas de carga, de dimensiones 650mm x 200mm x 10mm son ubicadas a 200 mm por debajo del nivel superior de la viga para estar perfectamente centrada con el eje neutro de la misma.

#### 6.2.1.3 Condiciones de borde

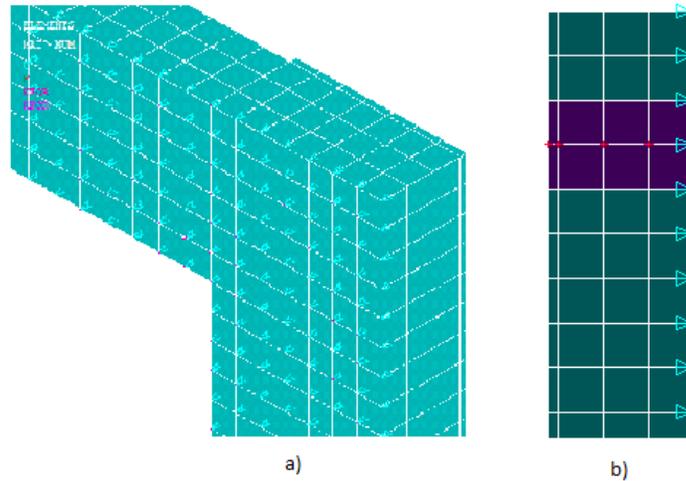
Es importante destacar los problemas asociados a la definición incorrecta de las condiciones de borde, como por ejemplo, el control de inestabilidades por cuerpo rígido y la concentración de esfuerzos en los apoyos del pórtico, explicados a continuación:

- **Control de inestabilidades por movimiento de cuerpo rígido**

Se debe tener en cuenta que a pesar de aplicar desplazamientos verticales, esta condición de carga genera esfuerzos en un plano ortogonal ( $z$ ) asociados a desplazamientos laterales en el pórtico por relación de Poisson.

Este tipo de inestabilidades se controlan asignando en las caras internas del medio pórtico, restricciones al desplazamiento en la dirección  $z$ . Esta restricción representa la interacción entre las partículas en el interior de la geometría que no es modelada.

La **Figura 6.3** muestra las condiciones de borde para la mitad del pórtico modelado.



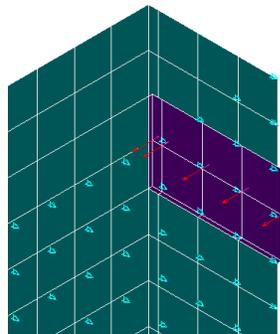
**Figura 6.3.** Restricciones de desplazamiento laterales en el medio pórtico modelado a) vista en 3D b) plano yz.

#### 6.2.1.4 Aplicación de carga y análisis lineal elástico

La modelación de pórticos mediante el método de los elementos finitos se puede realizar a partir de la aplicación de cargas o desplazamientos en los nudos de carga. El pórtico sometido a carga lateral, es cargado a partir de vectores de fuerza y no de desplazamientos por tratarse de un análisis elástico.

Además, el uso de desplazamientos como método para aplicación de cargas, no se realiza en este caso, ya que la magnitud de la carga se distribuye de manera proporcional en la platina de carga, lo cual no genera concentraciones de esfuerzos en la vecindad de la zona cargada.

La carga aplicada en el medio pórtico modelado es igual a 5 kN y se encuentra aplicada en los nudos centrales de la platina de carga, ya que al ser enmallada con elementos de 100 mm de lado resultan 8 elementos finitos que comparten una hilera central de 5 nudos a los cuales les corresponde una carga de 1 kN cada uno, en la **Figura 6.4** se muestran los vectores de cargas aplicados en los nudos de la platina.



**Figura 6.4.** Aplicación de vectores de cargas en la platina.

### 6.2.1.5 Análisis de resultados

A partir del análisis elástico del pórtico en concreto procederemos a calcular algunos datos como: desplazamientos de nudos y esfuerzos (para calcular momentos flectores) en elementos, para obtener parámetros comparables con el análisis elástico realizado al mismo pórtico en el capítulo anterior.

- **Desplazamientos del pórtico**

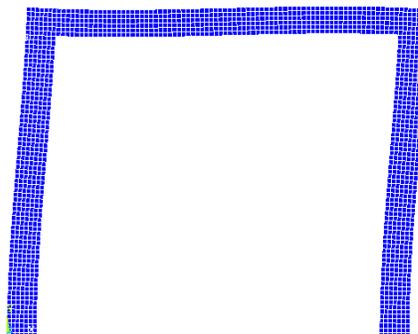
El desplazamiento del pórtico ante la carga lateral aplicada, se debe tomar en la intersección del eje neutro del nudo viga-columna, para ser congruentes con la modelación presentada del mismo pórtico en el capítulo anterior, para esto debemos averiguar el número del nudo correspondiente a este punto, para de esta manera poder calcular el desplazamiento del pórtico.

El nudo correspondiente a este punto es el 7702 como se muestra en la **Figura 6.5** el cual es un acercamiento a la zona de estudio (nudo viga-columna) y se encuentra encerrado en un círculo.



**Figura 6.5.** Ubicación y numeración de nudos del pórtico.

El desplazamiento en este nudo después de hacer un análisis elástico usando el método de los elementos finitos es de  $0.55645 \text{ mm}$  y la deformada global de la estructura es presentada en la **Figura 6.6**.

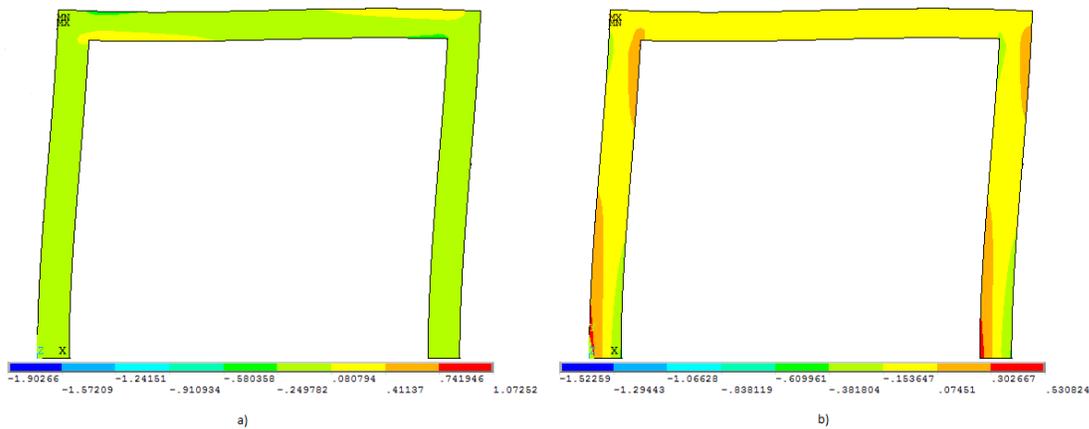


**Figura 6.6.** Deformada general del pórtico.

- **Esfuerzos y momentos flectores en el pórtico**

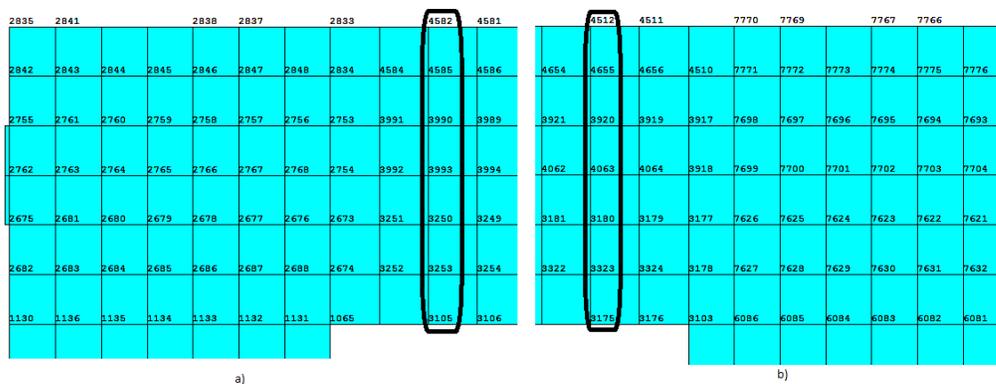
A partir de los diagramas de esfuerzos en el pórtico generados por la carga lateral aplicada procederemos a través de la teoría elástica de esfuerzos, a calcular los correspondientes momentos flectores asociados a estos.

Los diagramas de esfuerzos que se presentan a continuación en la **Figura 6.7**, son respectivamente  $\sigma_{xx}$  y  $\sigma_{yy}$ , los cuales nos permiten calcular el valor de los momentos flectores en vigas y columnas respectivamente.



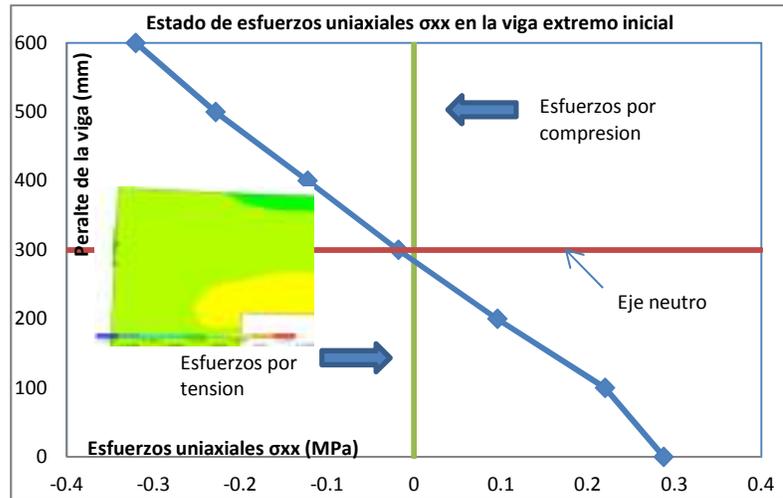
**Figura 6.7.** Diagrama de esfuerzos en el pórtico, a) Esfuerzos  $\sigma_{xx}$  y b) Esfuerzos  $\sigma_{yy}$ .

El primer diagrama de esfuerzos en el que nos vamos a enfocar es el  $\sigma_{xx}$ , con el cual obtendremos el momento flector en la viga para los nudos inicial y final de la misma y posteriormente se presentara el diagrama de esfuerzos  $\sigma_{yy}$ , con el cual se calcularan los momentos flectores en la primera columna tanto en su parte inicial como final. Para esto se deben identificar la línea de nodos a través del corte en el cual procederemos a calcular los esfuerzos. En la **Figura 6.8** se presentan los nodos asociados a los extremos inicial y final de la viga del pórtico, en donde serán evaluados los esfuerzos.

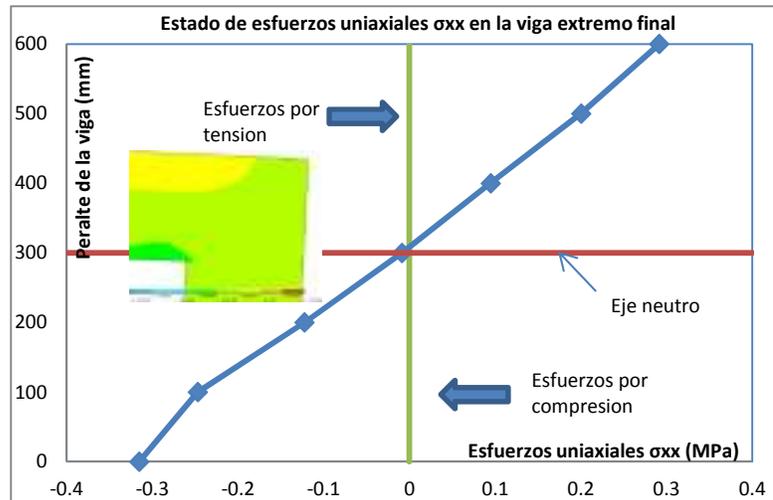


**Figura 6.8.** Numeración de los nodos de la viga, a) Extremo inicial y b) Extremo final.

Los nodos correspondientes a cada zona de la viga se encuentran a una distancia de 200mm de la cara de la columna; para la viga en su extremo inicial los nodos (numeración) a través del corte transversal son: 4582, 4585, 3990, 3993, 3250, 3253 y 3105, de igual manera los nodos del extremo final de la viga son: 4512, 4655, 3920, 4063, 3180, 3323 y 3175. En las **Gráficas 6.1 y 6.2** se presentan los estados de esfuerzos para los dos cortes transversales (extremo inicial y final) en la viga del pórtico analizado.



**Gráfica 6.1.** Curva esfuerzo-deformación en la viga extremo inicial.



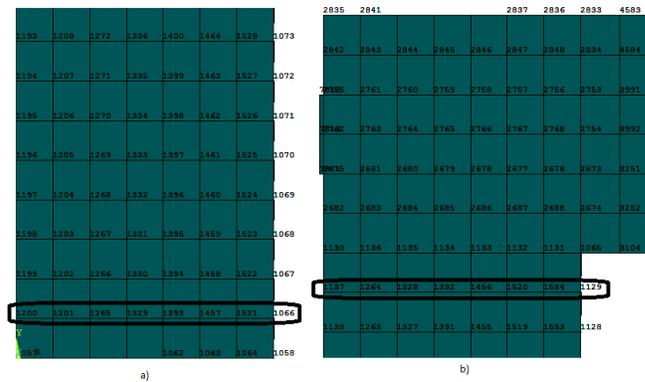
**Gráfica 6.2.** Curva esfuerzo-deformación en la viga extremo final.

Al recordar la teoría elástica de las estructuras nos encontramos con la relación  $\sigma = Mc/I$ , donde  $\sigma$ , es el esfuerzo en la fibra extrema a compresión o tensión,  $c$ , es la distancia del eje neutro de la sección a la fibra más extrema e  $I$ , es el momento de inercia de la sección. A partir de esta relación se procede a calcular el momento asociado a este estado de esfuerzos en la viga en sus extremos inicial y final. Cabe recordar que la viga posee una sección transversal de 600x600mm.

$$M_{viga-ext-ini} = \frac{\left(\frac{0.32034 + 0.2879}{2}\right) \frac{600^4}{12}}{\frac{600}{2}} = 10.94KN - m$$

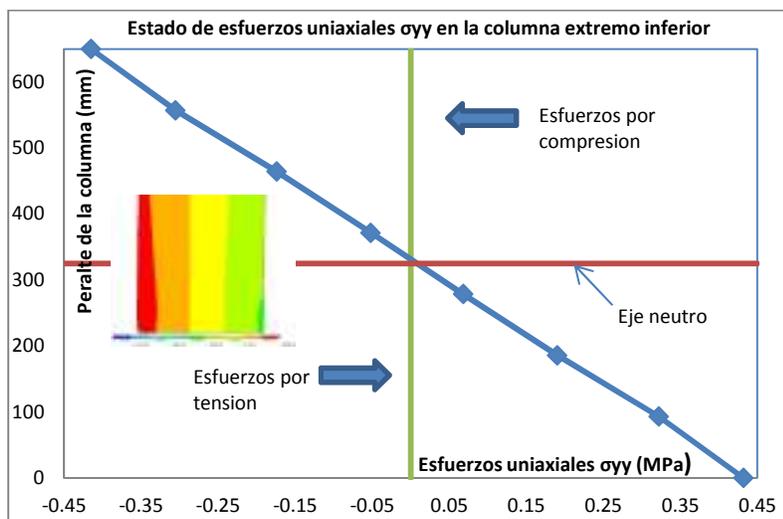
$$M_{viga-ext-fin} = \frac{\left(\frac{0.29152 + 0.3152}{2}\right) \frac{600^4}{12}}{\frac{600}{2}} = -10.92KN - m$$

De forma similar se procede en las columnas del pórtico para obtener los esfuerzos en los nodos, para simplificación solo se consignaran los datos de la columna inicial del pórtico en donde se calcularan los esfuerzos en los nodos iniciales de segundo elemento finito y de manera similar para el elemento finito inmediatamente inferior a la viga superior, tal como se presenta en la **Figura 6.9**. La columna del pórtico posee una sección transversal de 650x650mm.

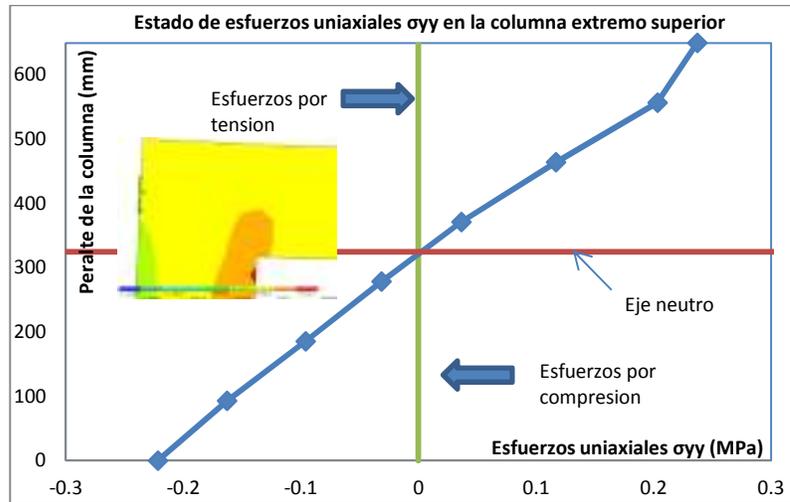


**Figura 6.9.** Numeración de los nodos de la columna, a) Extremo inferior y b) Extremo superior.

En las **Gráficas 6.3 y 6.4** se presentan los estados de esfuerzos para los dos cortes transversales (extremo inferior y superior) en la columna del pórtico analizado.



**Grafica 6.3.** Curva esfuerzo-deformación en la columna extremo inferior.



**Gráfica 6.4.** Curva esfuerzo-deformación en la columna extremo superior.

Los momentos flectores en la columna asociados a los estados de esfuerzos obtenidos son respectivamente:

$$M_{col-ext-inf} = \frac{\left(\frac{0.43197 + 0.41479}{2}\right) \frac{650^4}{12}}{\frac{650}{2}} = 19.38KN - m$$

$$M_{col-ext-sup} = \frac{\left(\frac{0.22162 + 0.23725}{2}\right) \frac{650^4}{12}}{\frac{650}{2}} = -10.50KN - m$$

### 6.2.2 Análisis inelástico pórtico de un solo vano en concreto simple

El objeto de este modelo es conocer el comportamiento inelástico y obtener la curva de capacidad del pórtico en concreto simple. El análisis realizado consiste en la aplicación de cargas mediante la asignación de desplazamientos horizontales en el nudo superior izquierdo del pórtico empotrado en su base.

#### 6.2.2.1 Materiales

En este modelo inicial, solamente se describe el comportamiento del concreto simple a tensión, a partir de los siguientes parámetros los cuales representan la relación esfuerzo-deformación (a tensión uniaxial) del material. **(Figura 6.10)**

El material empleado corresponde a un concreto simple con las siguientes propiedades mecánicas.

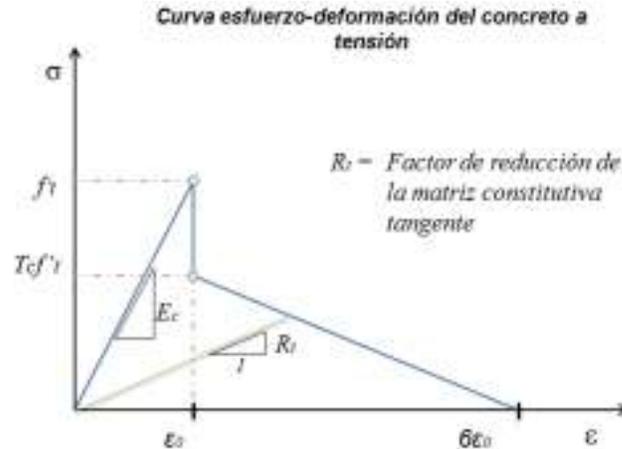
Resistencia a la tensión  $f_t' = 2.8 MPa$

Resistencia a la compresión  $f'_c = 28 \text{ MPa}$

Módulo de elasticidad del concreto simple  $E_c = 25000 \text{ MPa}$

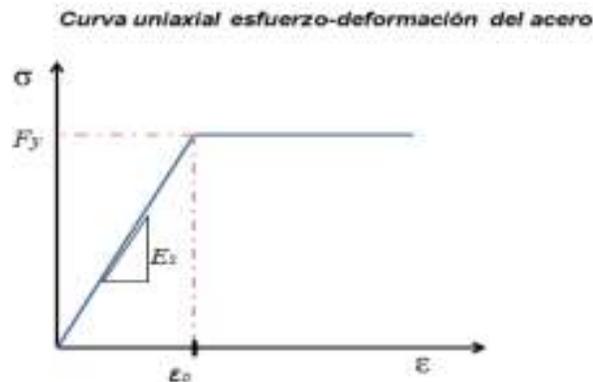
Relación de Poisson  $\nu_c = 0.20$

Coefficiente de transferencia a cortante (fisuras abiertas)  $\beta = 0.30$



**Figura 6.10.** Curva esfuerzo-deformación del concreto simple a tensión uniaxial.

Por otra parte el acero de la platina de carga, se representa mediante un modelo lineal isotrópico, a partir de la definición de su módulo de elasticidad  $E_s$  y el esfuerzo de fluencia  $f_y$ , como se presenta en la **Figura 6.11**.



**Figura 6.11.** Curva esfuerzo-deformación uniaxial del acero.

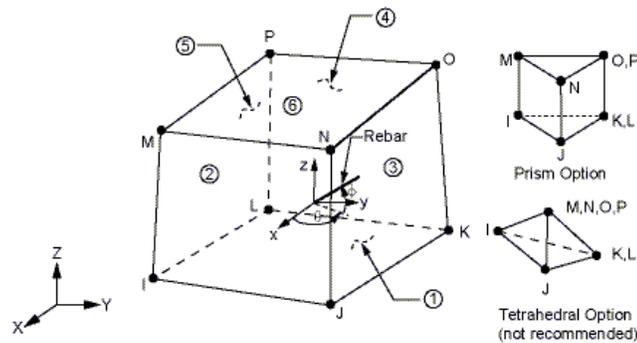
El material es definido a partir de un módulo de elasticidad de 200000 MPa y un esfuerzo de fluencia de 420 Mpa.

#### 6.2.2.2 Elemento finito y enmallado

El concreto fue modelado utilizando un elemento finito hexaédrico lineal, definido por 8 nudos con 3 grados de libertad cada uno (desplazamientos en la dirección  $x$ ,  $y$  y  $z$ ), llamado Solid65 en el programa Ansys.

Este elemento finito es capaz de representar la fisuración del concreto ante esfuerzos de tensión y el aplastamiento del material bajo esfuerzos de compresión, además permite modelar las propiedades inelásticas del concreto como lo son las deformaciones plásticas y el Creep.

La geometría y caracterización del elemento finito Solid65 se presenta en la **Figura 6.12**.



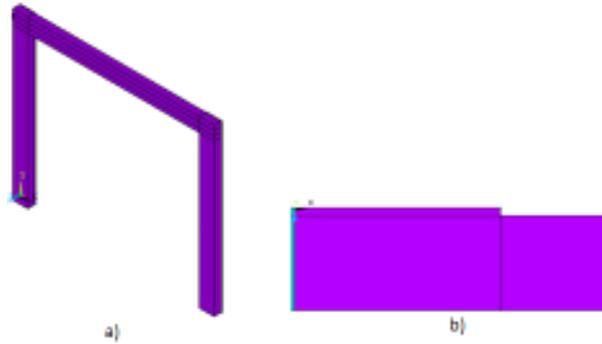
**Figura 6.12.** Elemento finito Solid65, Ansys.

De igual manera las platinas metálicas de carga, son modeladas a partir del elemento finito Solid185, presentado anteriormente en la **Figura 6.1**.

En el análisis y solución del pórtico modelado, el enmallado del pórtico se lleva a cabo utilizando prismas de 100x100x100mm, no obstante la columna al poseer una sección transversal de 650x650mm, no permite dividir el elemento en los prismas mencionados, no obstante automáticamente la subdivisión la hace el programa de cálculo (Ansys) en 7 elementos finitos que tienen de lado 92.85mm aproximadamente. Se recalca que aunque la discretización del pórtico no pudo realizarse en un número igual de elementos finitos, estos comparten todos sus nudos haciendo que el problema no presente ningún tipo de incompatibilidad por deformación o movimientos de cuerpo rígido.

### 6.2.2.3 Geometría

En este análisis la geometría de la estructura es la misma que se presentó en el apartado 6.2.1.2 en donde medio pórtico fue modelado a partir de un plano de simetría en el plano  $xy$ , esta simplificación reduce considerablemente el tiempo de análisis y convergencia del mismo. En la **Figura 6.13** se presenta la geometría general del medio pórtico modelado, en donde la cara visible de la estructura, es la que se encuentra en contacto e interacción con la otra media porción del pórtico no modelado.



**Figura 6.13.** Simplificación geométrica del pórtico. a) Vista 3D. b) Vista superior nudo superior.

#### 6.2.2.4 Aplicación de cargas y análisis no lineal

El pórtico en concreto simple, es cargado a partir de desplazamientos horizontales aplicados en la platina de carga, esto además de reducir el tiempo de convergencia, nos brinda la posibilidad de llevar un control en la magnitud del desplazamiento aplicado.

Cabe resaltar que el uso de fuerzas como mecanismo para la aplicación de las cargas, no se realiza en este caso, ya que la magnitud de la misma no se distribuye de forma proporcional en la platina de carga, si no que se concentra en la vecindad de la zona cargada, generando una concentración de esfuerzos que influye de manera negativa en la convergencia del modelo matemático.

Se han aplicado 65 pasos de desplazamiento uniforme sobre la platina. Estos 65 pasos han sido aplicados en intervalos de 1.0mm hasta completar 65mm de desplazamiento total horizontal en el pórtico.

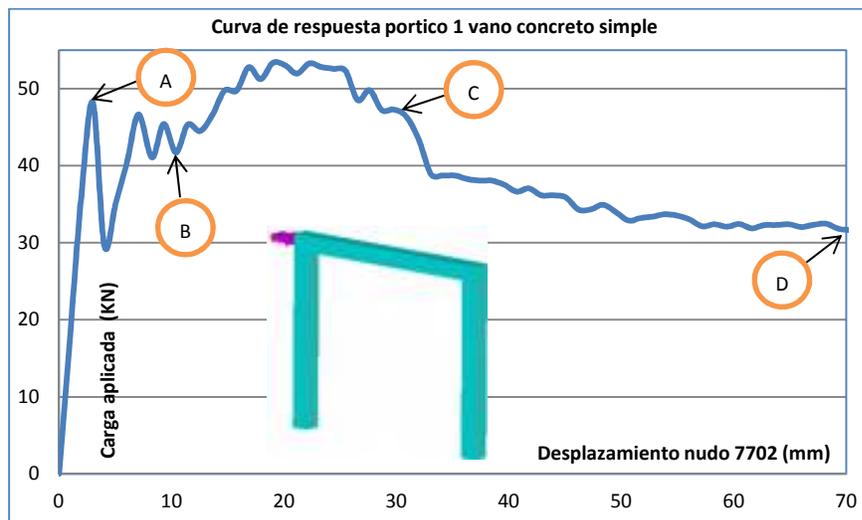
El método de solución numérica no lineal utilizado en los modelos de pórticos sometidos a cargas horizontales, es el método de Newton Raphson modificado. La modelación numérica desarrollada con el programa Ansys se realiza a partir de estas consideraciones:

- El número de pasos es determinado por el usuario, asignando desplazamientos horizontales a la platina de carga para cada paso particular. El número de sub-pasos requerido para la convergencia y solución del modelo matemático, es definido de manera automática por el programa Ansys.
- La convergencia en la solución no lineal se realiza evaluando el vector de desbalance de fuerzas, definido como la diferencia entre las fuerzas internas de los elementos y las fuerzas externas aplicadas mediante tolerancias definidas. Estas tolerancias han sido definidas para el modelo numérico con una aproximación del 5% si la convergencia se realiza en términos de desplazamientos y de 0.5% si la convergencia se produce en términos de fuerzas.

### 6.2.2.5 Análisis de resultados

Al realizar el análisis no lineal del pórtico en concreto simple sometido a desplazamientos horizontales, se obtiene la curva de capacidad de la estructura, la cual relaciona la carga total aplicada al modelo (en KN) contra el desplazamiento del nodo 7702 (mm) como se explicó en el apartado 6.2.1.5.

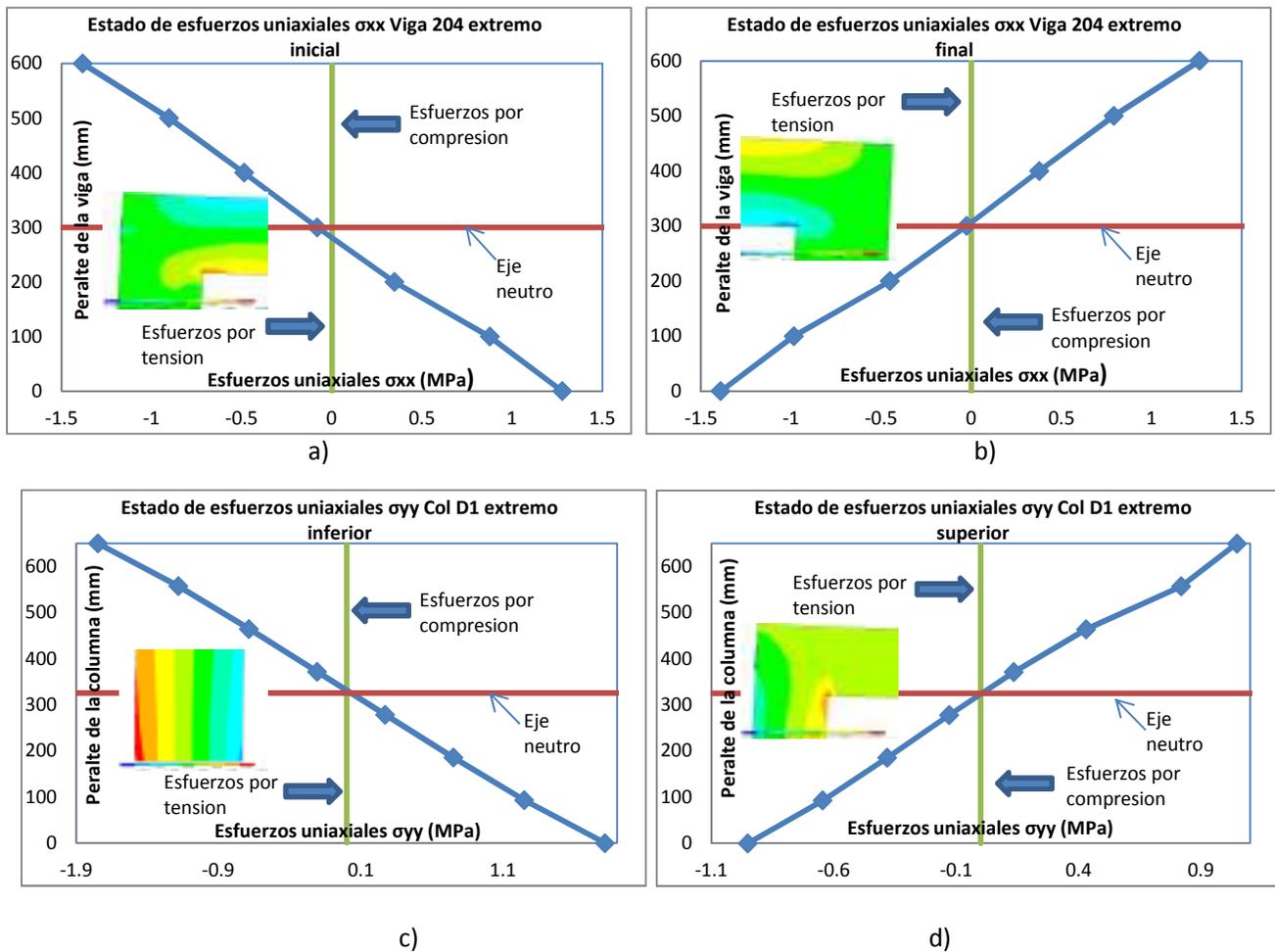
Los resultados presentados en la **Grafica 6.5** nos muestra dos zonas claramente definidas: la primera caracterizada por tener una relación lineal entre las fuerzas y los desplazamientos y la segunda en la que el comportamiento del pórtico es no lineal debido a la aparición y propagación de fisuras durante la aplicación de la carga.



**Grafica 6.5.** Curva de respuesta del pórtico en concreto simple.

- **Zona de comportamiento lineal-elástico (Tramo inicial hasta punto A)**

Este tramo se caracteriza por presentar una relación lineal entre el esfuerzo y la deformación, la cual es obtenida a partir de las constantes elásticas y la relación de Poisson del concreto bajo cargas de flexión que no superan dicho régimen. De igual manera cuando los esfuerzos de tensión son menores que el límite de ruptura  $f'_t$ , el pórtico resiste las cargas impuestas con una relación lineal de esfuerzos. Al poseer un comportamiento elástico del material, la distribución de esfuerzos es lineal y se ilustra en la **Grafica 6.6** en las mismas zonas en las que se evaluaron los esfuerzos para el modelo elástico inicial.



**Grafica 6.6.** Estado de esfuerzos en dirección  $x$  y  $y$ . a) Curva esfuerzo-deformación en Viga 204 extremo inicial, b) Curva esfuerzo-deformación en Viga 204 extremo final, c) Curva esfuerzo-deformación en Columna D1 extremo inferior y d) Curva esfuerzo-deformación en Columna D1 extremo superior.

El comportamiento elástico concluye cuando los esfuerzos de tensión en el concreto son mayores al estado límite a tensión. De aquí en adelante, la formación de fisuras en el concreto produce una respuesta no lineal del pórtico estudiado.

- **Zona de comportamiento no lineal (Tramos AB-BC-CD)**

Esta zona se caracteriza por presentar una pérdida de rigidez del pórtico debido a la fisuración del pórtico, esto se ve reflejado en una caída de la curva de capacidad de la estructura. En el pórtico a partir de la aparición de la primera fisura se presenta una pérdida importante en la capacidad de la estructura (tramo AD), estas fisuras se presentan en las zonas de máximo momento flector.

No obstante a pesar de que el elemento finito que se ha fisurado no absorbe esfuerzos de tensión en la dirección perpendicular al plano de fisura, en esta dirección el elemento finito no agota su

capacidad de absorber esfuerzos de compresión para posteriores pasos de carga. Es así que se observa un incremento en la curva de capacidad del pórtico en el tramo BC.

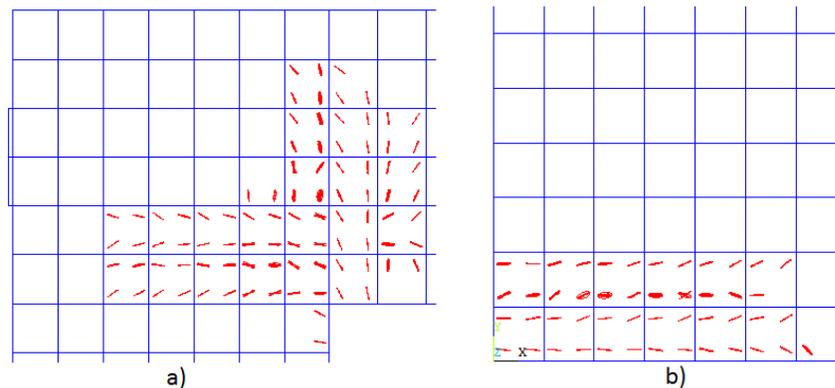
También se observa que en pasos posteriores de carga a la formación de las primeras fisuras (Tramo CD), se presenta un cambio de rigidez del pórtico, principalmente por la degradación de la matriz de rigidez tangente del elemento finito fisurado.

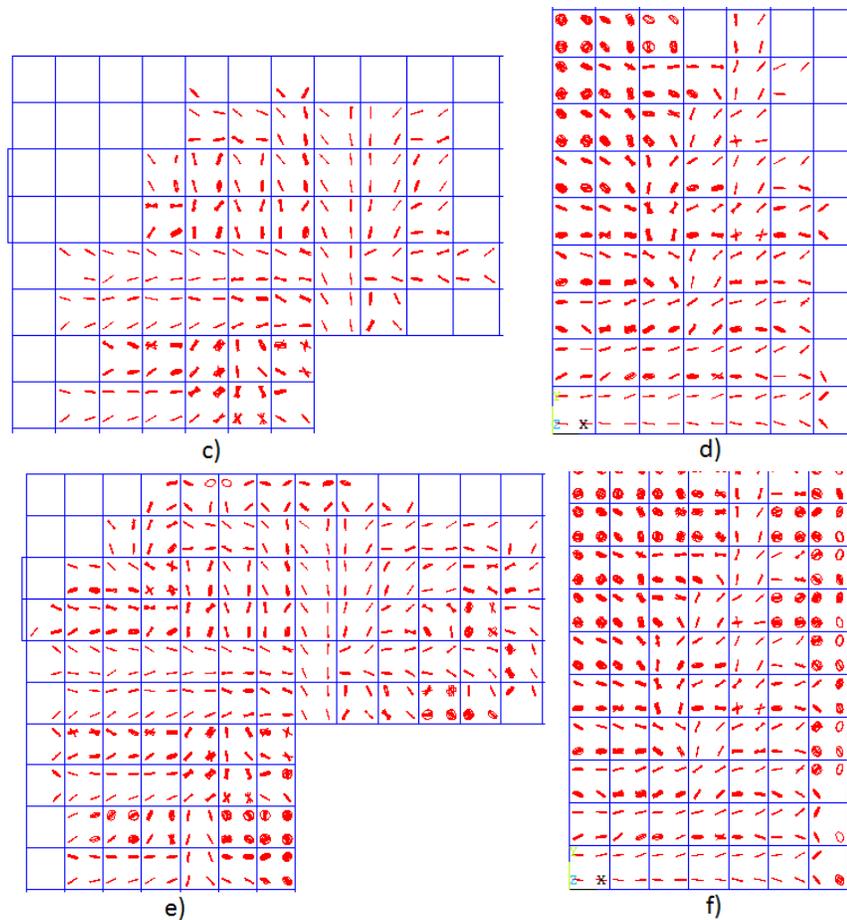
Este fenómeno evoluciona en la degradación de la matriz de rigidez global de la estructura, reflejándose en la aparición de una cantidad importante de fisuras en el pórtico. Esto se ve reflejado en la curva de capacidad de la estructura, como un incremento en los desplazamientos sin un aumento considerable de la capacidad de carga del mismo.

- **Fisuración por esfuerzos de tensión uniaxial**

La forma de la fisuración en el concreto ha sido implementada en el modelo matemático a partir de un modelo de fisuración distribuida. En la **Figura 6.14** se muestra la formación de las fisuras para el instante B, C y D describiendo la dirección de la fisura en dirección perpendicular al esfuerzo principal máximo (modo I de fisuración).

En la **Figura 6.14** las líneas verticales y horizontales (color rojo) presentadas en el interior de cada elemento finito, representan la fisuración en los nodos cuyo esfuerzo principal mayor alcanza la superficie de fractura. Estas líneas representan las fisuras cuyas direcciones coinciden con los planos perpendiculares a los esfuerzos  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ , es decir los planos definidos por los ejes 2-3 y 1-3.





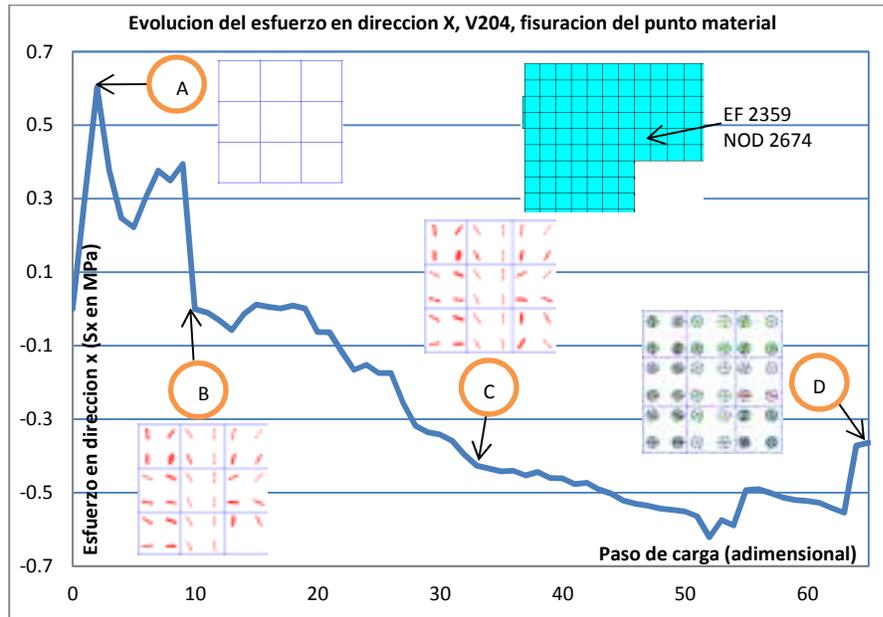
**Figura 6.14.** Primeras fisuras del material. a) Viga extremo inicial instante B, b) Columna extremo inferior instante B, c) Viga extremo inicial instante C, d) Columna extremo inferior instante C, e) Viga extremo inicial instante D, f) Columna extremo inferior instante D.

La representación de la fisuración en los elementos finitos se representa con un círculo en el plano perpendicular al esfuerzo principal que ha llegado al estado límite a tensión. En la vista del plano  $xy$ , se observan líneas que representan el plano de fisuración.

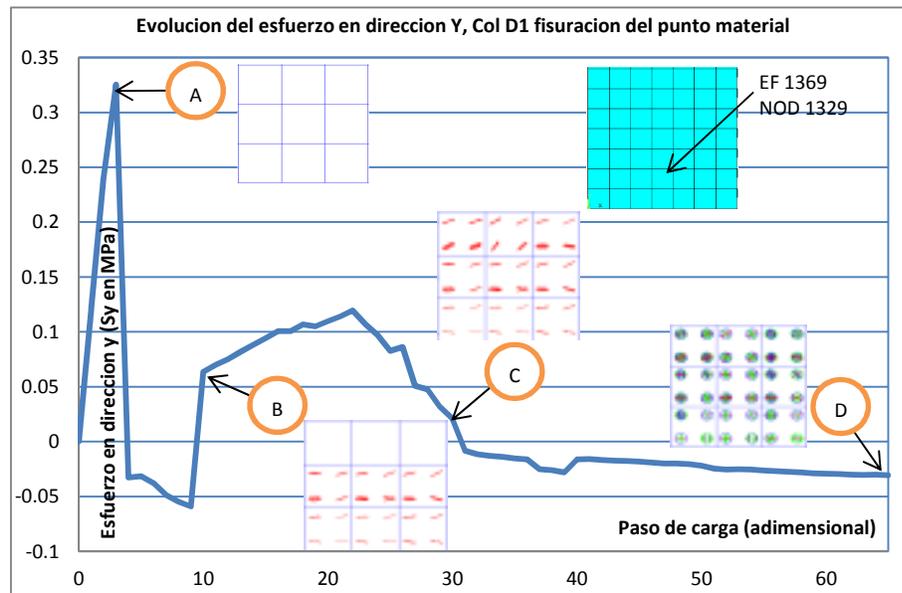
La evolución de los esfuerzos en dirección  $x$  y  $y$  así como la formación de fisuras en cada paso de carga, se presenta en las **Gráficas 6.7 y 6.8**. Cuando ocurre la primera fisura en un punto material, para siguientes incrementos de carga los esfuerzos principales por tensión redistribuidos en el elemento finito presentan direcciones diferentes al eje en el que se alcanzó la máxima resistencia del concreto simple.

El esfuerzo principal  $\sigma_1$  supera de nuevo la superficie de falla del material, ocurre la fisuración del punto material en una dirección perpendicular al esfuerzo principal. En las **Gráficas 6.7 y 6.8** se ilustra la aparición de fisuras en los puntos de integración de los elementos finitos 2359 para la Viga 204 y 1369 para la Columna D1 para los puntos de la curva de capacidad A, B, C y D en donde se observa que las fisuras en el pórtico no se definen en una sola dirección, es decir, que la dirección de la fisura es función de la dirección principal en la cual se presenta el esfuerzo principal mayor.

De igual manera, en la medida que se presenta la falla frágil del concreto, se modifica la matriz constitutiva tangente del elemento fisurado, considerando que el esfuerzo a tensión para un elemento fisurado es nulo en la dirección de dicho esfuerzo y posee valores diferentes a cero en compresión. Este fenómeno es presentado para un elemento finito que ha desarrollado deformaciones mayores al correspondiente al límite de rotura ( $\epsilon_{xx} > \epsilon_0$ ), como se presenta a continuación.

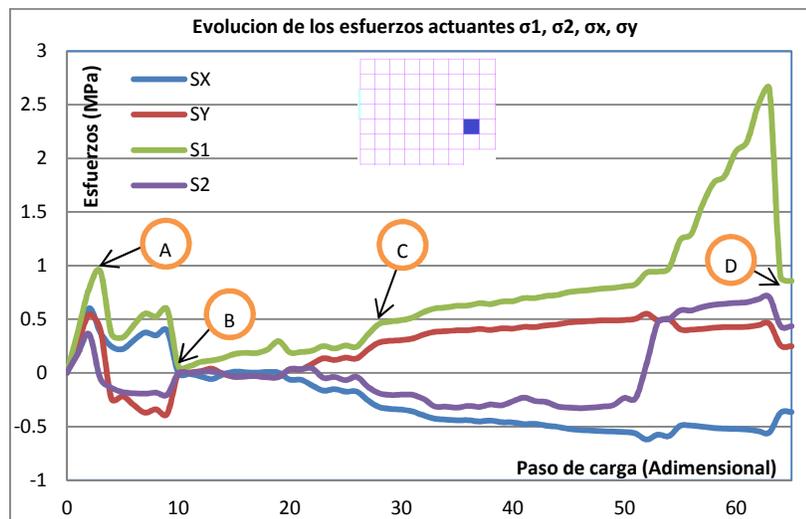


**Grafica 6.7.** Evolución del esfuerzo en dirección  $x$  V204 y fisuración del pórtico.

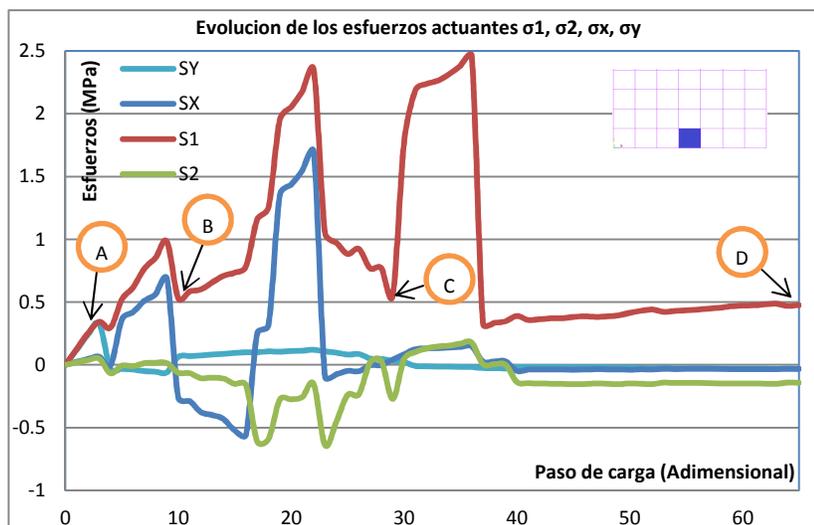


**Grafica 6.8.** Evolución del esfuerzo en dirección y Columna D1 y fisuración del pórtico.

A medida que el análisis prosigue bajo cargas posteriores a la fisuración (Punto A), la propagación de estas en el pórtico analizado es una tendencia observada. La redistribución de los esfuerzos principales en un elemento finito nos dice que ante la aplicación de posteriores pasos de carga a la aparición de la primera fisura en los planos perpendiculares del elemento prontamente se presenta fisuración. La evolución de los esfuerzos principales mayores  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  así como los esfuerzos en los 2 ejes locales ( $x, y$ ) de los elementos finitos 1369 y 2359 ( $S_x, S_y$ ), se presentan en las **Gráficas 6.9 y 6.10** durante la aplicación de cargas al pórtico.



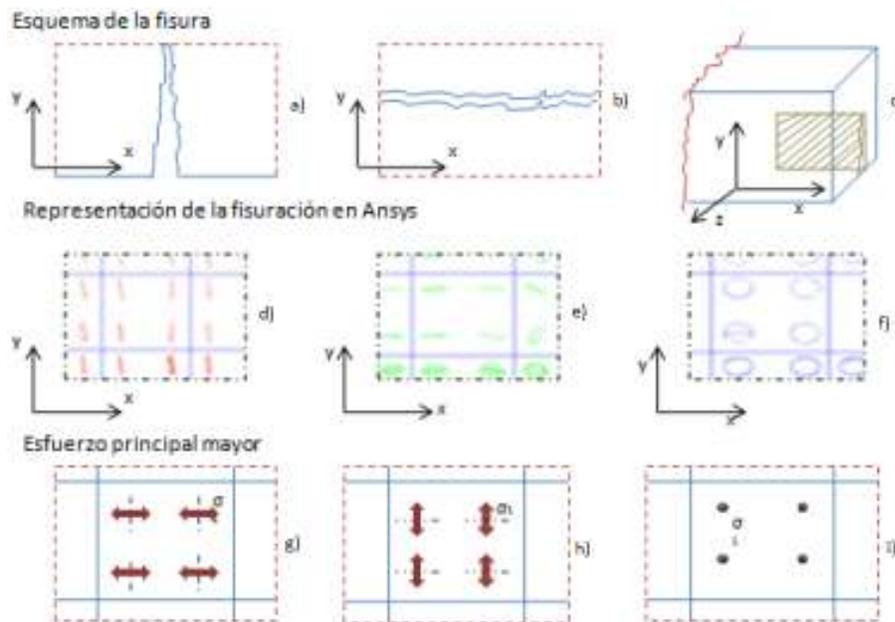
**Gráfica 6.9.** Evolución de los esfuerzos durante la aplicación de cargas al pórtico en la viga superior. (EF 2359 asociado al punto de integración 2674)



**Gráfica 6.9.** Evolución de los esfuerzos durante la aplicación de cargas al pórtico en la columna inicial. (EF 1369 asociado al punto de integración 1329)

Se puede observar como antes de comenzar el rango inelástico (Punto A), para ambos casos (viga y columna) el esfuerzo principal mayor  $S_1$ , tiene valores muy cercanos a los esfuerzos en dirección  $x$  y  $y$  respectivamente, en donde los esfuerzos  $\sigma_z$  son prácticamente nulos durante la zona elástica del problema.

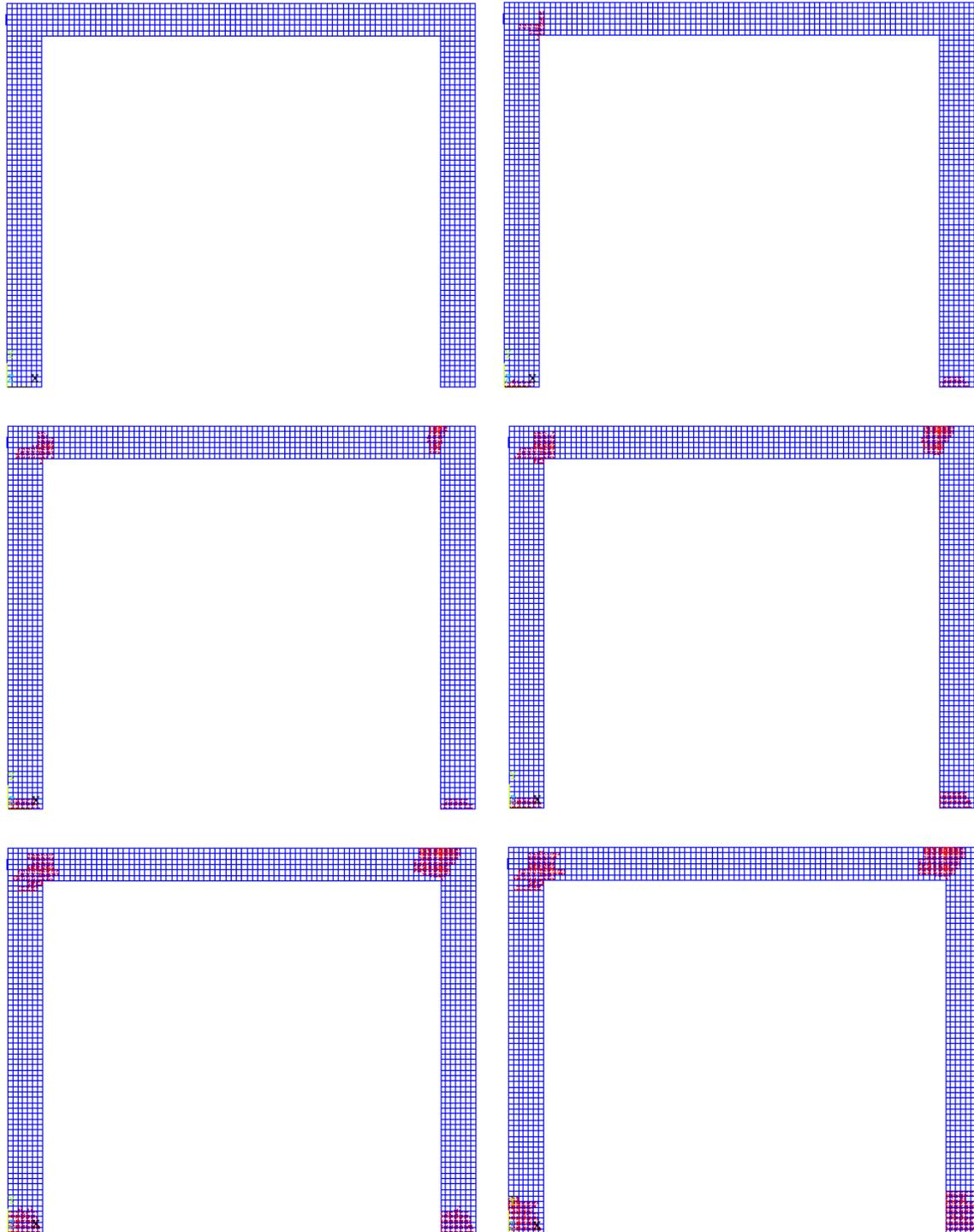
La convención de la fisuración de un punto material se presenta en la **Figura 6.15**, en donde se muestra la rotura del material bajo esfuerzos de tensión.

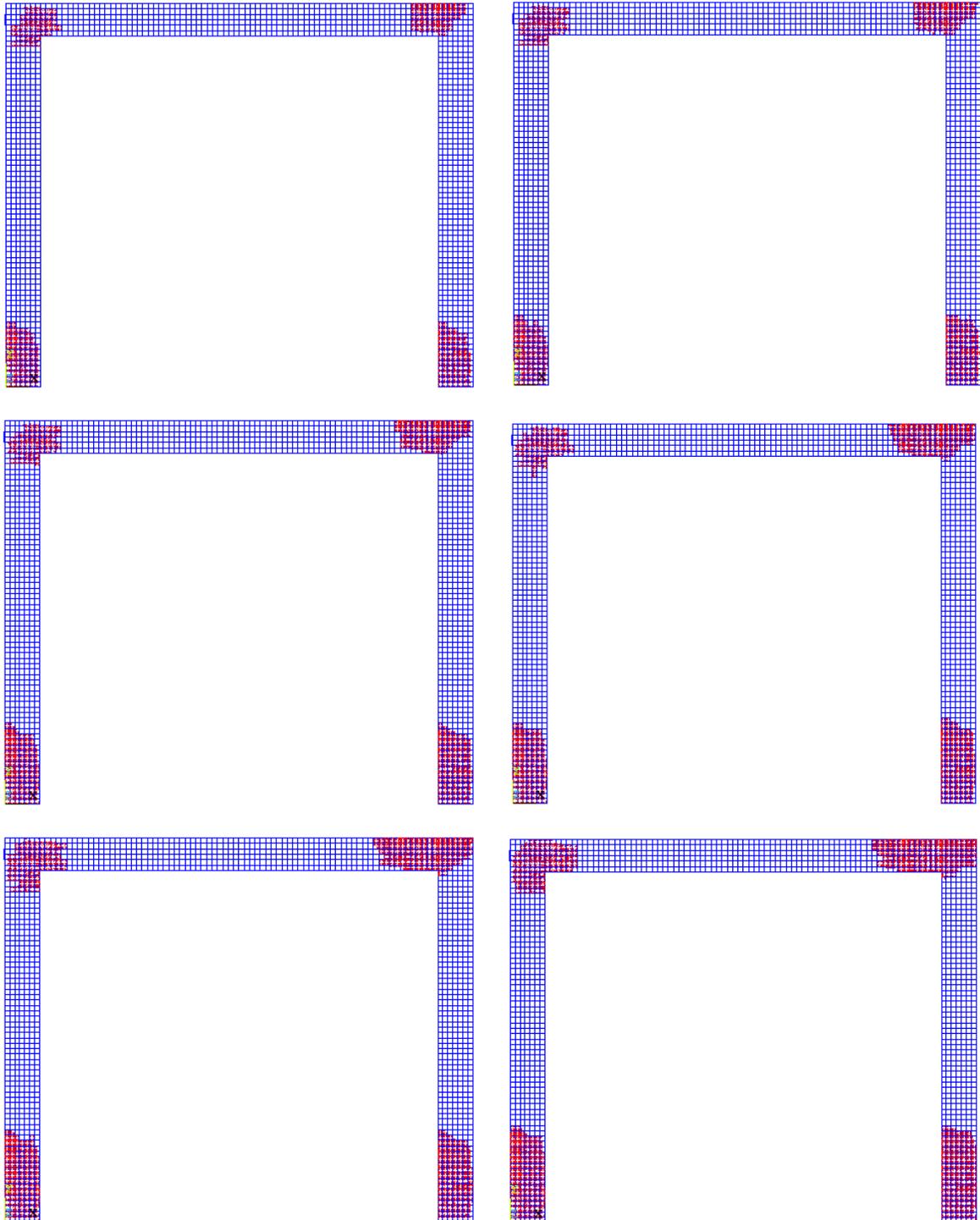


**Figura 6.15.** Convención de la fisuración del concreto en el interior del EF durante la aplicación de carga al pórtico. a), b) y c) Esquema de fisuración en los planos ortogonales d), e) y f) Representación del daño en el EF g), h) e i) Esfuerzo principal que produce la fisuración.

En el pórtico modelado, los esfuerzos tensionantes máximos ocurren en las zonas de momentos máximos que corresponden a los nudos iniciales y finales de los elementos (viga y columna), zonas en las cuales la primera fisura se observa cuando el esfuerzo principal mayor alcanza la superficie de falla del material (Punto A). El plano de fisuración tiene lugar en la dirección perpendicular al esfuerzo principal que tiene lugar en el elemento finito como se presenta en la **Figura 6.15g**. La fisuración que tiene lugar dentro de un elemento finito modifica la matriz constitutiva del elemento al alcanzar el esfuerzo límite del material a tensión. A partir de esta condición, bajo posteriores incrementos de carga los esfuerzos son distribuidos en los planos ortogonales del elemento finito.

Al finalizar, la matriz constitutiva del elemento finito es cero cuando ocurre la fisuración en los tres planos ortogonales del sólido. Esta directriz se observa en los demás elementos a medida que se incrementa la carga, por lo cual la pérdida de rigidez en el pórtico es una constante observada en la curva de capacidad del mismo. Este fenómeno se muestra en la **Figura 6.16**, la cual presenta la deformada general del pórtico y el estado de fisuración para el último paso de carga aplicado.



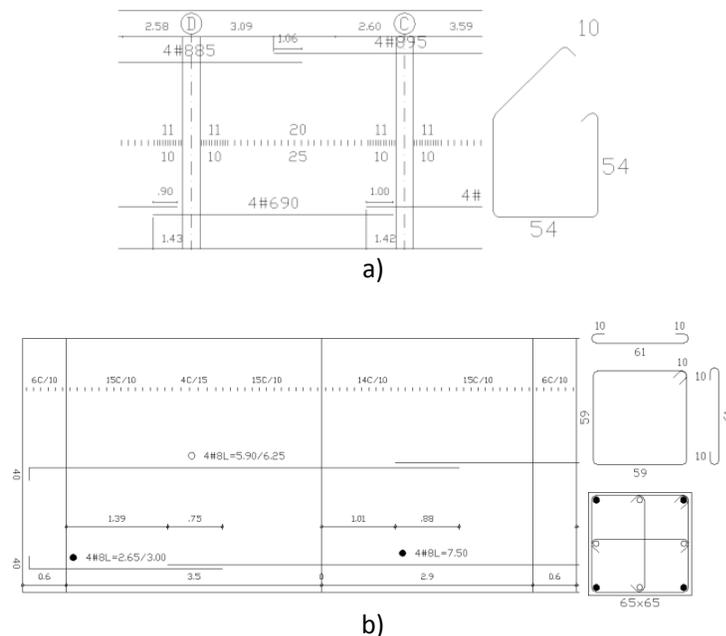


**Figura 6.16.** Evolucion de la fisuración del pórtico plano de un unico vano.

La pérdida de rigidez en elementos de concreto simple sometidos a flexión es una condición poco deseable a lo que comportamiento estructural se refiere, es atribuido principalmente a la baja capacidad a tensión que posee el concreto simple, el uso del acero como elemento estructural para aumentar la capacidad del elemento es práctica común en el ejercicio cotidiano.

### 6.2.3 Análisis inelástico p $\acute{o$ rtico de un solo vano en concreto con refuerzo longitudinal

En esta sección se presenta el aumento de la capacidad del p $\acute{o$ rtico gracias al aporte del acero longitudinal presente en las secciones de concreto (vigas y columnas). Las propiedades y distribución del refuerzo, presentadas en la **Figura 6.17**, corresponden a un diseño estructural real presentado en el Cap $\acute{u}$ ltulo 5.

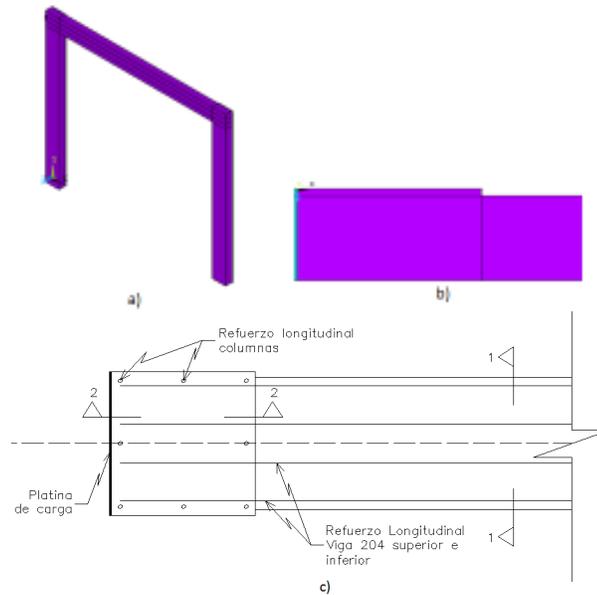


**Figura 6.17.** Detalle refuerzo longitudinal y transversal. a) Viga 204, b) Columnas D1, E1.

La modelación del p $\acute{o$ rtico con acero de refuerzo longitudinal se realiza considerando un modelo constitutivo basado en el criterio de fluencia de von Mises para el acero, con un modelo de fisura distribuida y el criterio de Willam-Warnke para el concreto.

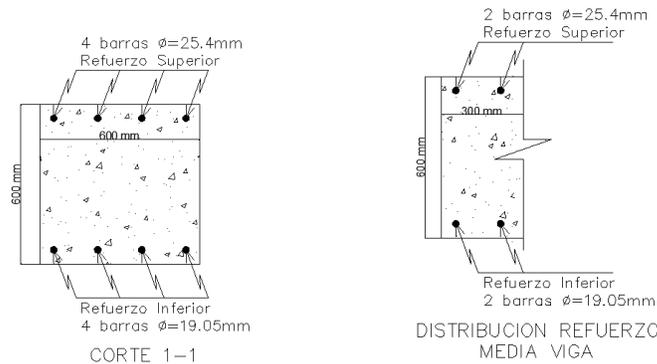
### 6.2.3.1 Geometría

La distribución del refuerzo longitudinal utilizado en el modelo numérico se presenta a continuación.

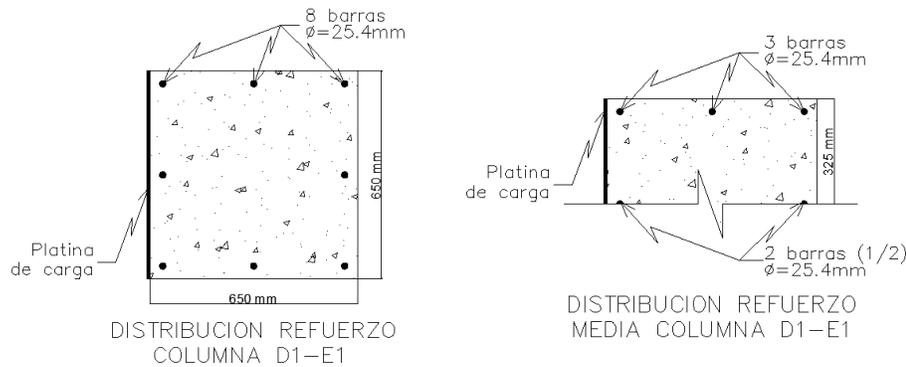


**Figura 6.18.** Representación del refuerzo. a) Medio pórtico modelado, b) Vista superior nudo izquierdo medio pórtico, c) Detallado del refuerzo longitudinal en el pórtico.

Como se presenta en la **Figura 6.18**, el recubrimiento utilizado para la ubicación del refuerzo es de 40mm. Aprovechando la simetría geométrica del pórtico, se modela media estructura con un plano de simetría  $xy$  que pasa por la mitad de la estructura. El área de refuerzo longitudinal se representa mediante un área de acero equivalente al diámetro de la barra adoptada (**Figuras 6.19 y 6.20**).



**Figura 6.19.** Distribución del refuerzo longitudinal en la Viga 204 en la simplificación geométrica del modelo.



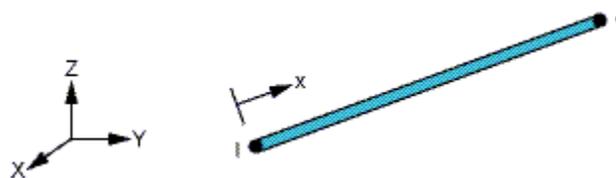
**Figura 6.20.** Distribución del refuerzo longitudinal en las Columnas D1, E1 para la simplificación geométrica del modelo.

La modelación del acero de refuerzo puede ser realizada mediante dos maneras, una discreta a través de elementos finitos tipo barra o elementos finitos que tengan en cuenta el refuerzo distribuido en el interior del elemento. En esta próxima sección se describen los elementos finitos utilizados en la modelación.

#### 6.2.3.2 Elemento finito y enmallado

La representación del acero de refuerzo longitudinal se realiza en forma discreta utilizando elementos finitos tipo barra, el cual se denomina LINK 180 en la librería del programa ANSYS. Este elemento está definido por 2 nudos con 3 grados de libertad cada uno (traslación en  $x, y, z$ ), este elemento es capaz de simular el comportamiento elasto plástico del acero, incluyendo el inicio de la fluencia y el endurecimiento por deformación. La geometría y características de este elemento se presentan en la **Figura 6.21**.

Este elemento finito es enmallado con el mismo número de elementos que se usaran para el concreto simple, con el fin de garantizar la coincidencia entre los nodos del elemento tipo barra y el elemento tipo sólido. Al hacer esto estamos suponiendo la perfecta adherencia entre el concreto y el acero en el modelo presentado, mediante la compatibilidad de desplazamientos entre los elementos lineales y los elementos volumétricos.

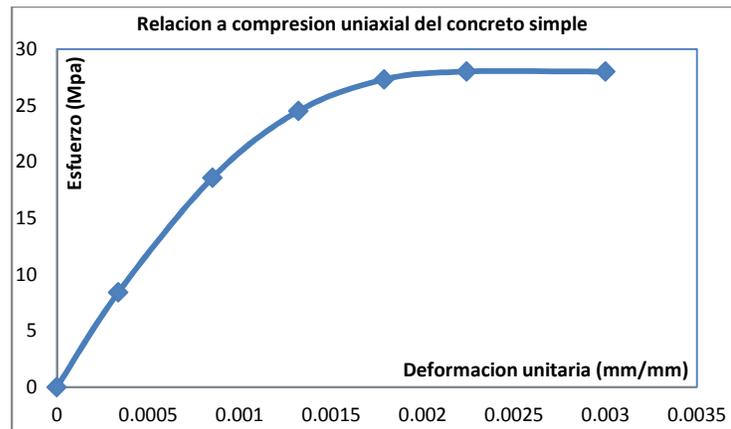


**Figura 6.21.** Elemento finito Link180 usado para la modelación del acero.

### 6.2.3.3 Comportamiento del concreto simple

La relación esfuerzo-deformación a compresión uniaxial usada en el modelo numérico para definir el comportamiento del concreto simple, ha sido construida a partir de una curva multilíneal válida para materiales no lineales isótropos presentada en la sección 3.1.5.

Como se presenta en la **Grafica 6.11**, los puntos de la curva se determinan en base al módulo de elasticidad  $E_c$  y la resistencia a compresión del concreto  $f'_c$ . Esta grafica fue definida en la sección 3.1.5 y es presentada nuevamente en este capítulo. Esta curva ha sido realizada en base a los siguientes parámetros:



**Grafica 6.11.** Relación simplificada esfuerzo deformación a la compresión uniaxial del concreto simple usada en este estudio.

Resistencia a la compresión  $f'_c = 28 \text{ MPa}$

Módulo de elasticidad del concreto simple  $E_c = 25000 \text{ MPa}$

Relación de Poisson  $\nu = 0.20$

De manera similar los parámetros utilizados para representar el comportamiento a tensión uniaxial del concreto simple son:

Resistencia ultima a la tensión uniaxial del concreto simple  $f'_t = 2.8 \text{ MPa}$

Coefficiente de transferencia a cortante (fisuras abiertas)  $\beta = 0.30$

Coefficiente de transferencia a cortante (fisuras cerradas)  $\beta = 1.00$

El criterio de fallo utilizado en este modelo para definir el dominio elástico del material es el criterio de fractura de William-Warnke, presentado en la sección 3.1.7. La no linealidad del material representada por la fisuración del concreto bajo esfuerzos de tensión es representada a través de un modelo de fisuración en banda, presentado en la sección 3.1.4.

#### 6.2.3.4 Comportamiento del acero de refuerzo

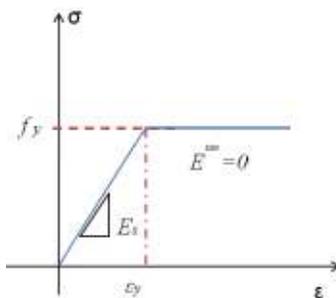
La relación esfuerzo-deformación del acero es representada mediante un modelo de plasticidad bilineal, para el cual el comportamiento elasto-plástico describe una respuesta similar en tensión y compresión. De igual manera el criterio de fallo utilizado para definir el dominio elástico del material, es el criterio de von Mises utilizado para este tipo de elementos y presentado en la sección 3.2.5.

Para construir esta relación se requiere conocer el módulo de elasticidad del material  $E_s$ , el esfuerzo de fluencia  $f_y$  y la pendiente inelástica  $E^{tan}$ , como se presenta en la **Figura 6.22**.

Módulo de elasticidad  $E_s = 200000 \text{ MPa}$

Pendiente inelástica  $E^{tan} = 0$

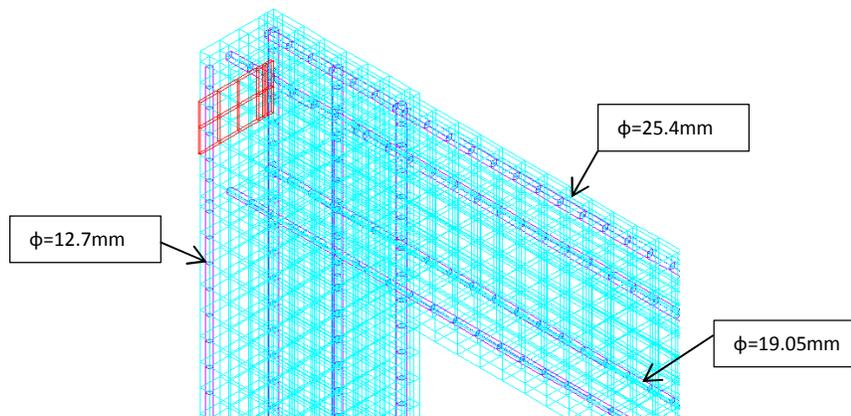
Esfuerzo de fluencia  $f_y = 420 \text{ MPa}$



**Figura 6.22.** Relación bilineal esfuerzo-deformación del acero.

#### 6.2.3.5 Representación del refuerzo a partir de constantes reales

La representación del refuerzo en el modelo numérico por elementos finitos necesita definir las áreas de acero para las barras longitudinales, esto se logra con la asignación en las propiedades del elemento tipo barra (Link180) del área de refuerzo equivalente según el diámetro de la barra adoptada. En el pórtico en estudio, como se presenta en la **Figura 6.23**, la asignación de área de refuerzo se hace en base a un área equivalente al refuerzo presentado en la **Tabla 6.1**.



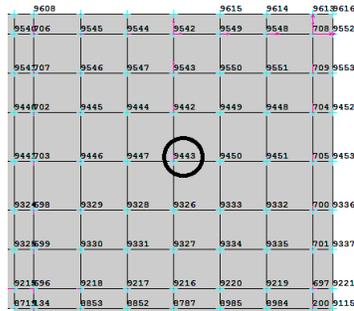
**Figura 6.23.** Definición de áreas de refuerzo en el modelo numérico.

Diámetro de la barra (mm)	Área de refuerzo ( $mm^2$ )
25.4	506.71
19.05	285.02
12.7	126.68

**Tabla 6.1.** Áreas equivalentes de refuerzo pórtico único vano con refuerzo longitudinal.

6.2.3.6 Aplicación de cargas y análisis no lineal

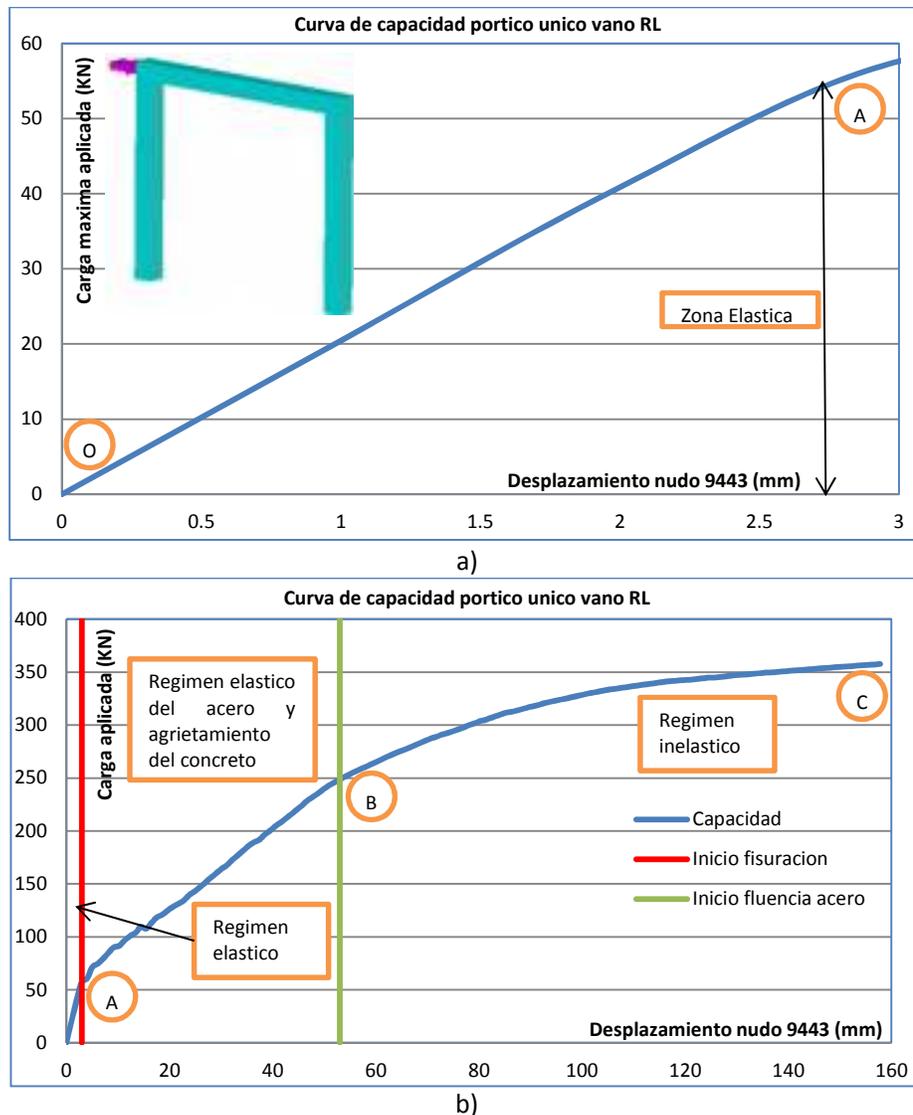
De manera similar como se hizo en el modelo para concreto simple, la aplicación de cargas se ha realizado a partir de la asignación de desplazamientos horizontales en la platina de carga y se han usado 150 pasos de carga con un desplazamiento máximo de 150 mm. Así mismo, el método iterativo de Newton Raphson utilizado para la convergencia del modelo numérico, incluye el control de desplazamientos a partir de la aplicación de intervalos pequeños de carga. Para este modelo el nudo en el cual se va a leer el desplazamiento del pórtico es el numero 9443 el cual representa el centroide del nudo viga-columna, como se presenta en la **Figura 6.24**.



**Figura 6.24.** Ubicación y numeración de nodos del pórtico.

6.2.3.7 Análisis de resultados

La curva de capacidad que desarrolla el pórtico a partir de un análisis no lineal es presentada en la **Grafica 6.12**, la cual describe tres etapas que se presentan en el comportamiento de la estructura.



**Grafica 6.12.** Curva de capacidad pórtico con refuerzo longitudinal. a) Comportamiento elástico, b) Comportamiento general.

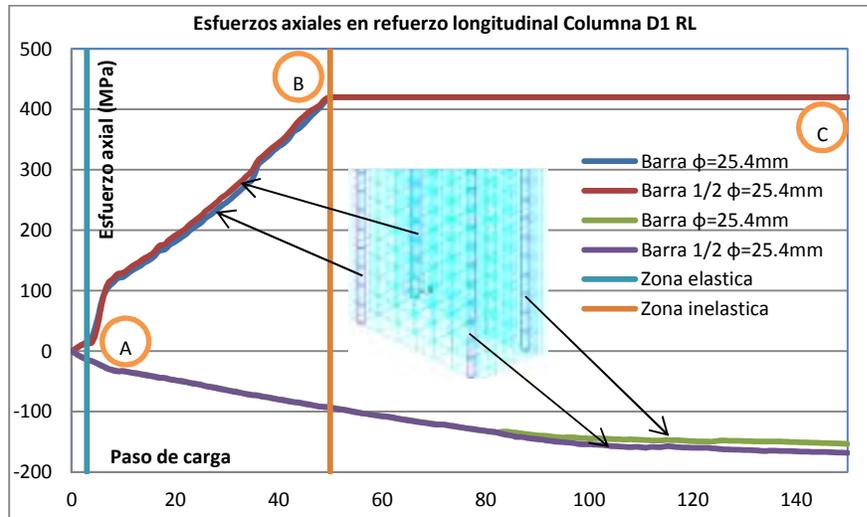
Se observa una primera etapa donde el concreto no presenta fisuración ya que los esfuerzos de tensión son menores al límite de rotura del material, el comportamiento del pórtico durante esta etapa es lineal y elástico. Esta etapa describe el límite del comportamiento lineal y el inicio de un comportamiento elástico que presenta agrietamiento, **Grafica 6.12a**.

- **Comportamiento elástico del acero y agrietamiento del concreto (Tramo AB)**

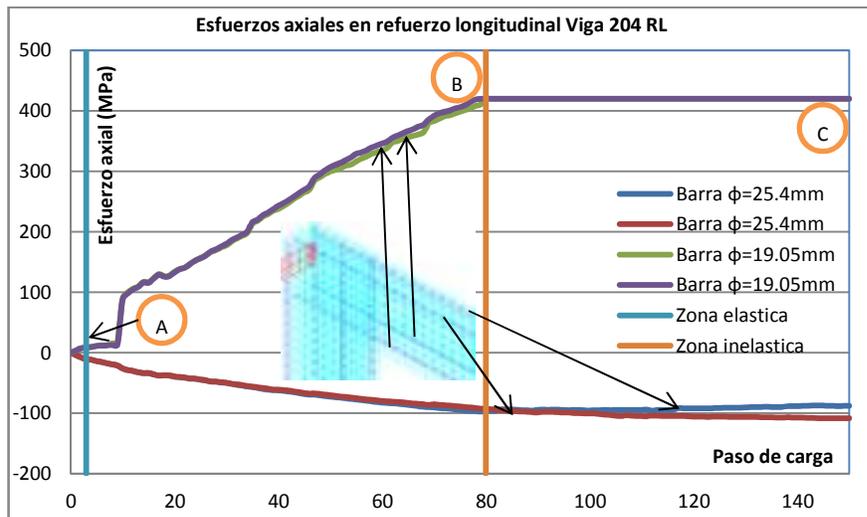
Al aplicar cargas superiores a la carga de fisuración del pórtico, empiezan a presentarse fisuras en los apoyos de las Columnas D1 y E1 y en los extremos inicial y final de la Viga 204, las cuales empiezan a extenderse rápidamente hacia el eje neutro del elemento, el cual empieza a cambiar de posición. Este comportamiento empieza a producirse a partir de la carga de fisuración y el inicio de la zona inelástica (Tramo AB) como se presenta en la **Grafica 6.12b**, donde la pendiente de la curva disminuye debido a

que el pórtico ha perdido rigidez por el proceso de fisuración iniciado en él.

La curva de capacidad del pórtico se ve influenciada principalmente por el comportamiento del acero que se encuentra a tensión antes de alcanzar su límite de fluencia. En la **Grafica 6.13** se presenta la evolución de los esfuerzos de tensión y compresión en las barras exteriores de la columna D1 y en las barras inferiores y superiores del extremo inicial de la Viga 204 a medida que se aplica carga en la platina. Para el acero de la Columna D1 la fluencia del acero se alcanza en el paso de carga número 50 y para la Viga 204 la fluencia del acero se alcanza en el paso de carga número 80.



a)



b)

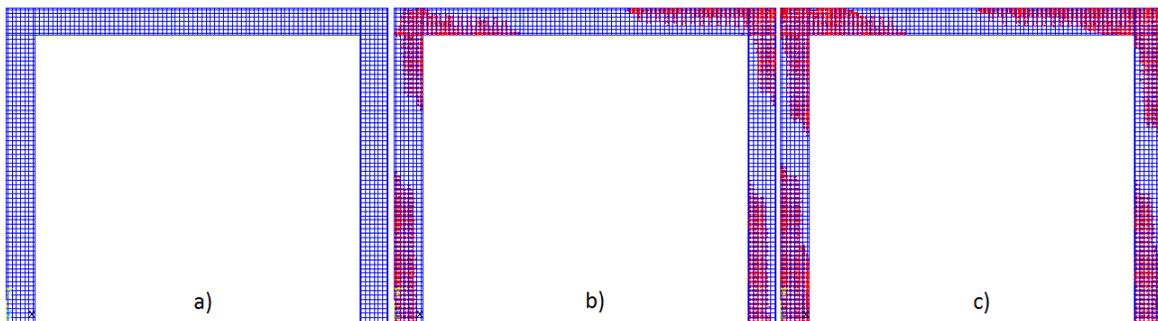
**Grafica 6.13.** Esfuerzos uniaxiales en las barras longitudinales a tensión y compresión (MPa). a) Esfuerzos Columna D1, b) Esfuerzos Viga 204.

- **Comportamiento inelástico (Tramo BC)**

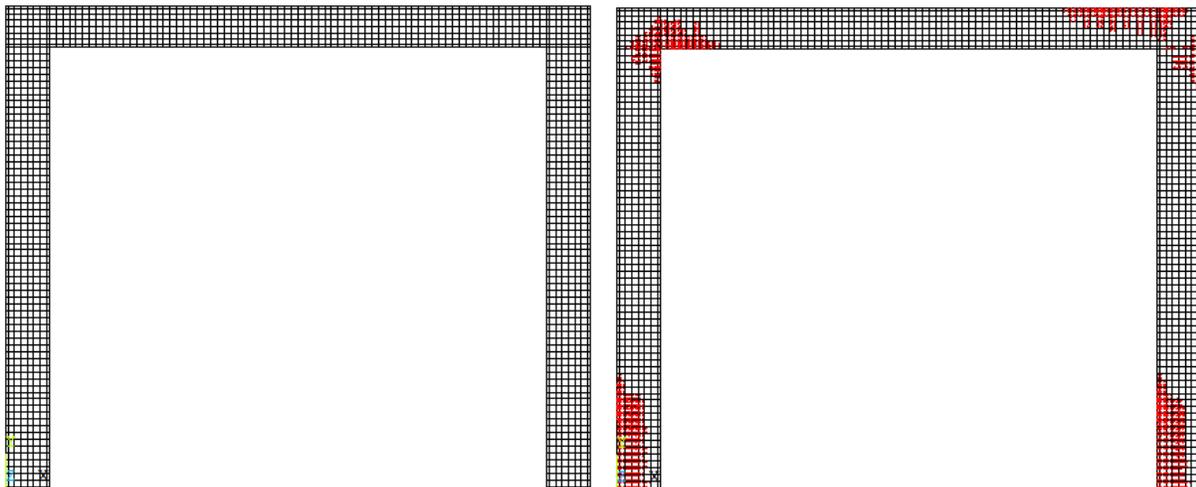
Este comportamiento se observa en la curva de capacidad del pórtico, después de que el acero de los elementos fluye plásticamente, en reacción el pórtico tiene poca capacidad a momentos flectores y se requieren pequeñas cantidades de carga para incrementar los desplazamientos en él.

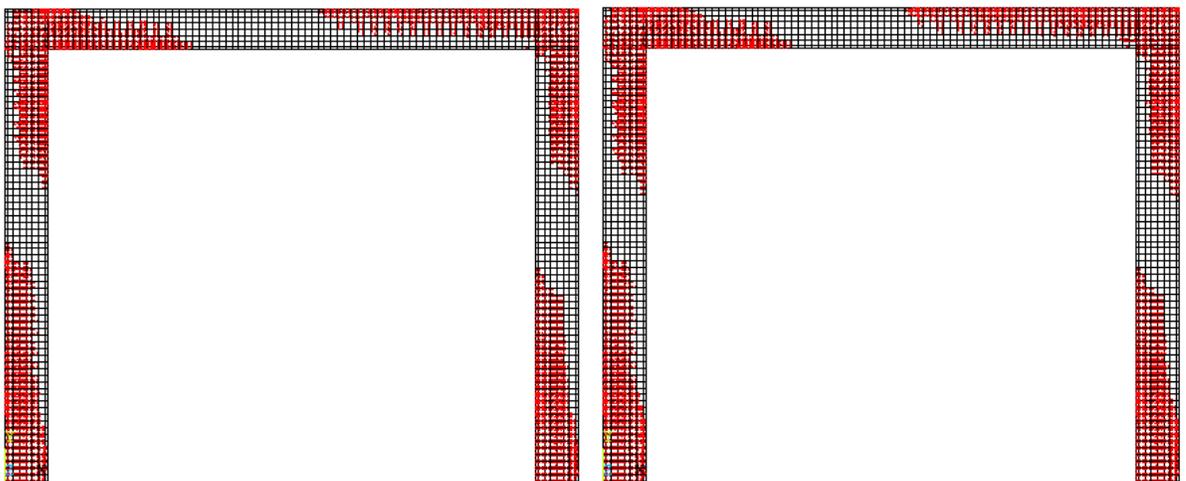
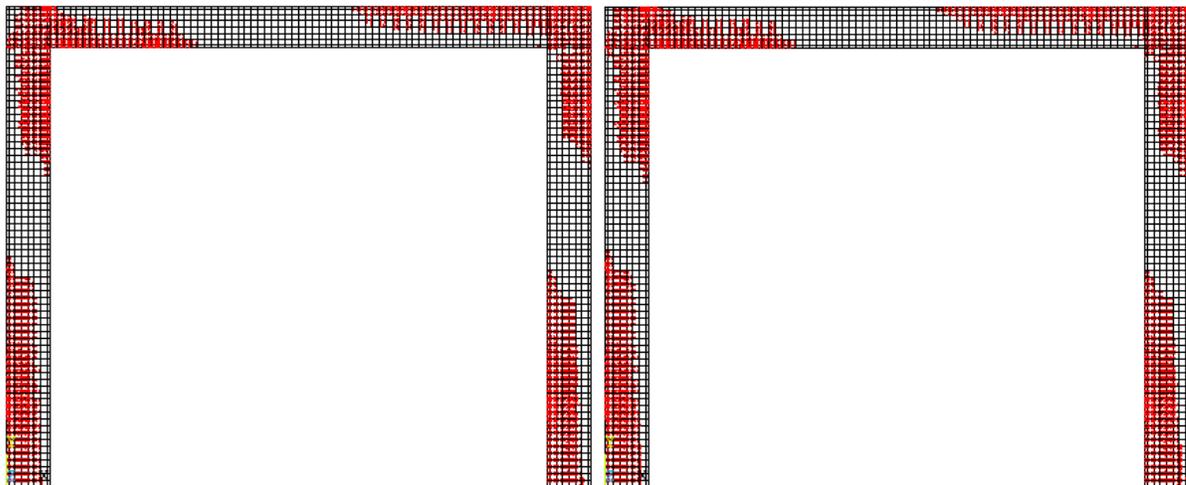
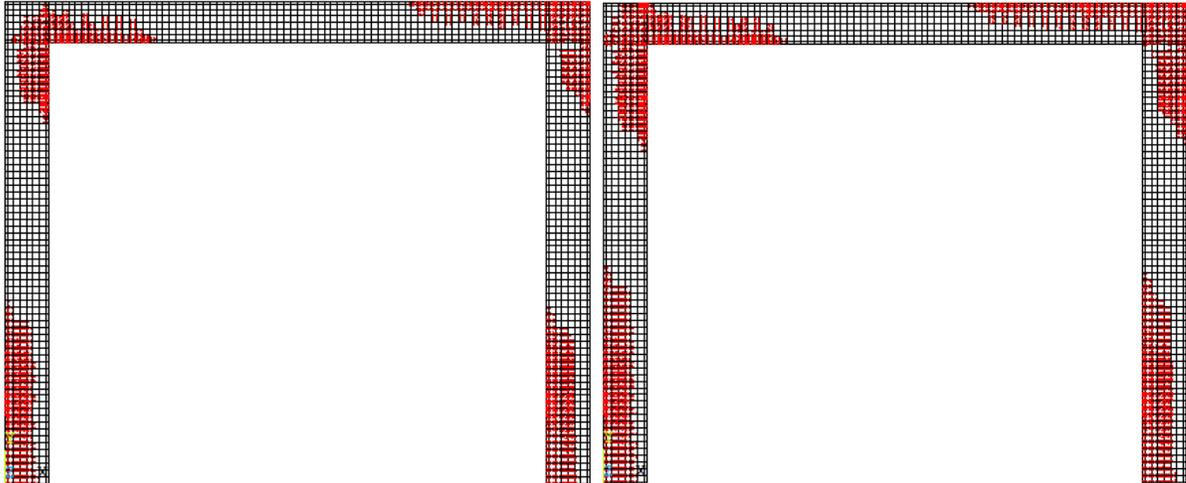
El tramo BC de la curva de capacidad, presenta un comportamiento no lineal influenciado principalmente por la región inelástica de la relación esfuerzo-deformación del acero y la curva a compresión del concreto. El cortante basal máximo obtenido en la simulación numérica es de 357.65 KN (Punto C).

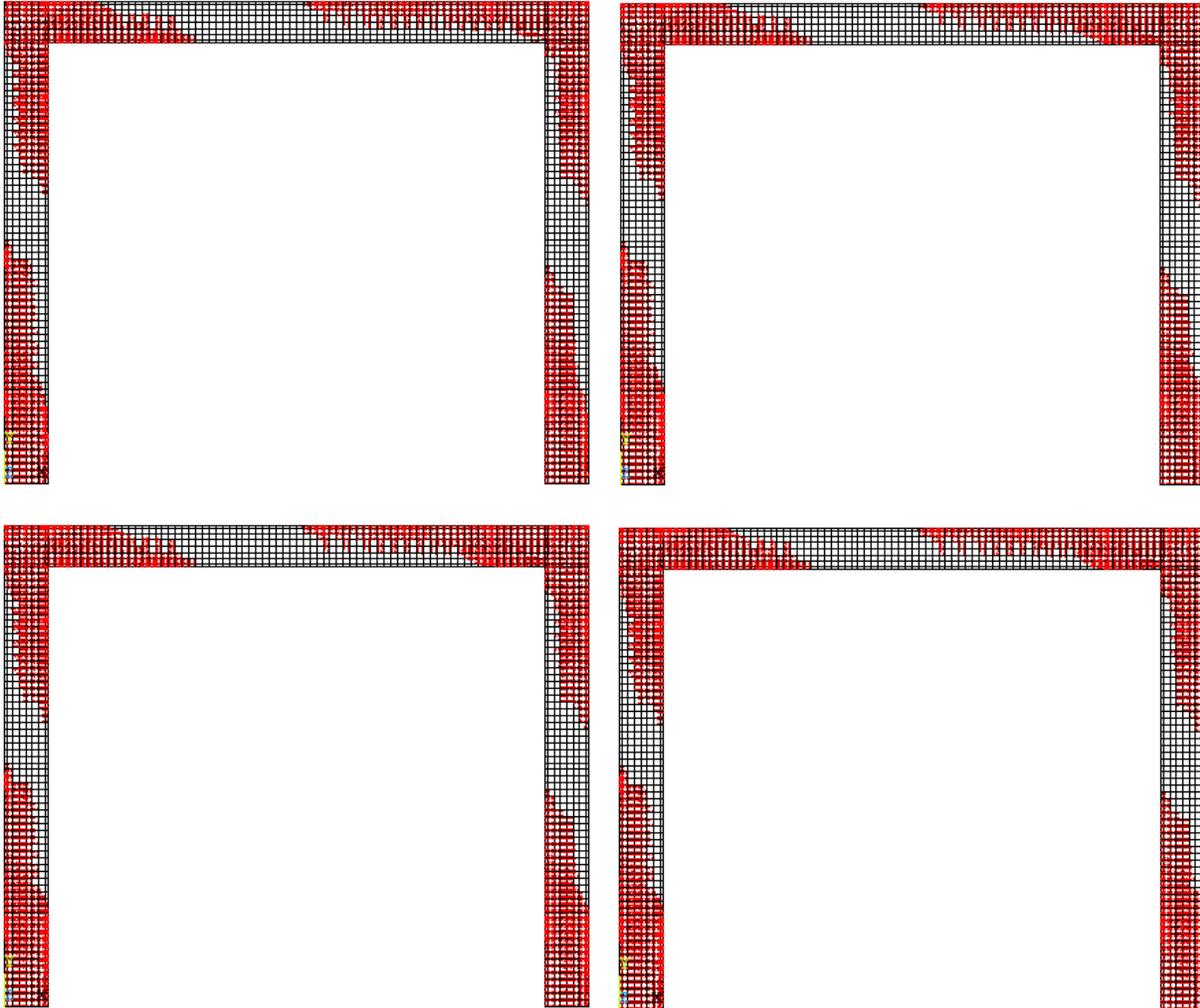
En la simulación numérica realizada el estado final del pórtico se caracteriza por presentar múltiples fisuras por tensión y el aplastamiento del concreto ante esfuerzos principales de compresión que alcancen la superficie de fractura del material, como se ilustra en la **Figura 6.25** donde se presenta la fisuración del pórtico formados ante el régimen de cargas aplicados en los diferentes instantes de la aplicación de la carga. La pérdida progresiva de rigidez se refleja en la solución no lineal debido a la no convergencia del modelo numérico para el proceso iterativo de Newton Raphson modificado.



**Figura 6.25.** Fisuración del portico. a) Fisuración instante A, b) Fisuración instante B, c) Fisuración instante C.







**Figura 6.25a.** Evolucion del proceso de fisuracion del portico plano de un unico vano y refuerzo longitudinal.

El primer mecanismo de falla corresponde a la aparición de fisuras por flexión, es decir, fisuras en modo I normales a esfuerzos principales máximos positivos. Al ocurrir la fisuración en el plano perpendicular al esfuerzo principal mayor en el concreto para las columnas tenemos ( $\sigma_1 = \sigma_y$ ), los posteriores esfuerzos en esta dirección son transmitidos a las barras iniciales que rápidamente alcanzan la fluencia garantizando la plastificación del elemento. De igual manera al incrementarse los desplazamientos y la capacidad de carga en la estructura, los esfuerzos principales a compresión alcanzan la superficie de fractura del material, ocasionando el aplastamiento de los elementos finitos en la cara opuesta de la columna (Tipo B). Esta falla del material ocurre en el modelo numérico en la dirección paralela al esfuerzo principal mayor actuante, este fenómeno ocurre de forma similar en la viga del pórtico. Finalmente la capacidad del pórtico alcanza su máximo valor (Punto C) ya que el ensayo se llevó hasta este punto, mostrando una propagación de fisuras en una longitud considerable de los elementos, debido a la presencia del acero de refuerzo.

### 6.2.4 Análisis inelástico pórico de un solo vano en concreto con refuerzo longitudinal y trasversal

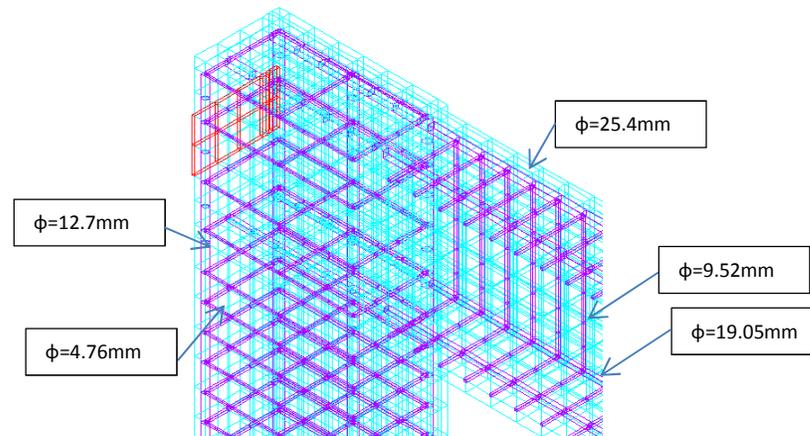
En esta sección se presenta el aumento de la capacidad del pórtico gracias al aporte del acero longitudinal y trasversal presente en las secciones de concreto de la estructura (vigas y columnas). Las propiedades y distribución del refuerzo, presentadas en la **Figura 6.19**, corresponden al diseño estructural tomado de la realidad presentado en el Capítulo 5.

Este modelo posee las mismas características geométricas, tipo de elementos finitos, propiedades de los materiales (concreto y acero) que el modelo anterior a diferencia de que en este modelo se han introducido al modelo numérico los estribos tanto en columnas como en vigas, para observar el aporte que estos tienen en el comportamiento y capacidad del pórtico.

#### 6.2.4.1 Representación del refuerzo a partir de constantes reales

La representación del refuerzo longitudinal y trasversal en el modelo numérico por elementos finitos necesita definir las áreas de acero para las barras longitudinales y trasversales, esto se logra con la asignación en las propiedades del elemento tipo barra (Link180) del área de refuerzo equivalente según el diámetro de la barra adoptada.

En el pórtico en estudio, como se presenta en la **Figura 6.26**, la asignación de área de refuerzo se hace en base a un área equivalente al refuerzo presentado en la **Tabla 6.2** con la inclusión del área para las diferentes barras transversales.



**Figura 6.26.** Definición de áreas de refuerzo en el modelo numérico.

Diámetro de la barra (mm)	Área de refuerzo ( $mm^2$ )
25.4	506.71
19.05	285.02
12.7	126.68
9.52	71.25
4.76	35.62

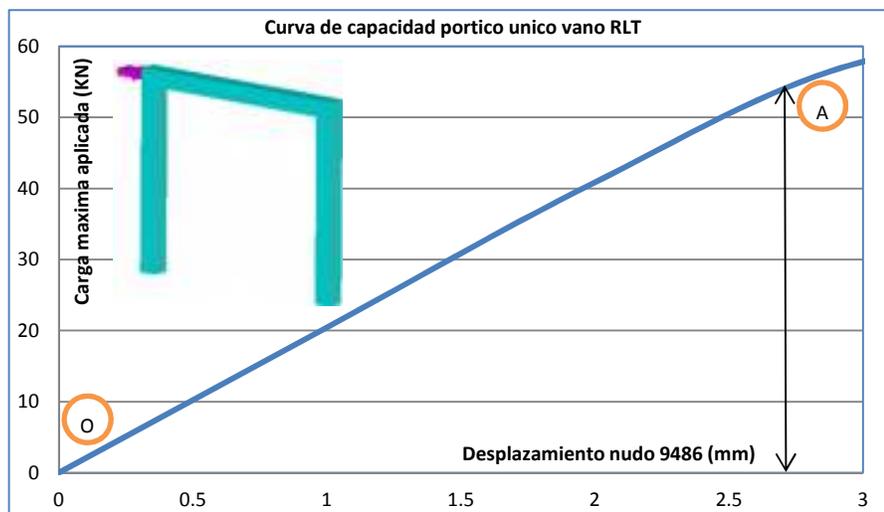
**Tabla 6.2.** Áreas equivalentes de refuerzo pórtico único vano con refuerzo trasversal.

#### 6.2.4.2 Aplicación de cargas y análisis no lineal

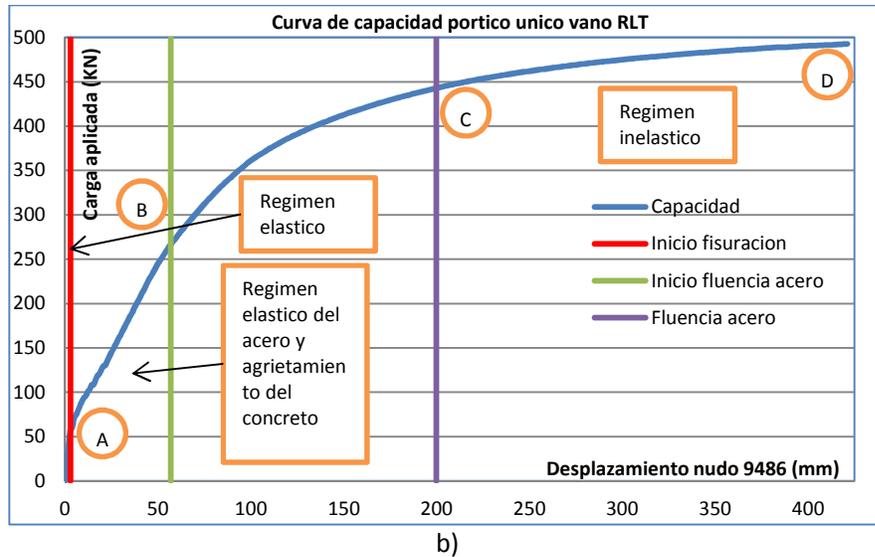
De manera similar como se hizo en el modelo anterior, la aplicación de cargas se ha realizado a partir de la asignación de desplazamientos horizontales en la platina de carga y se han usado 400 pasos de carga con un desplazamiento máximo de 400 mm, es decir con incrementos de 1mm en cada paso de carga. Así mismo, el método iterativo de Newton Raphson utilizado para la convergencia del modelo numérico, incluye el control de desplazamientos a partir de la aplicación de intervalos pequeños de carga.

#### 6.2.4.3 Análisis de resultados

La curva de capacidad que desarrolla el pórtico a partir de un análisis no lineal es presentada en la **Grafica 6.14**, la cual describe tres etapas que se presentan en el comportamiento de la estructura.



a)



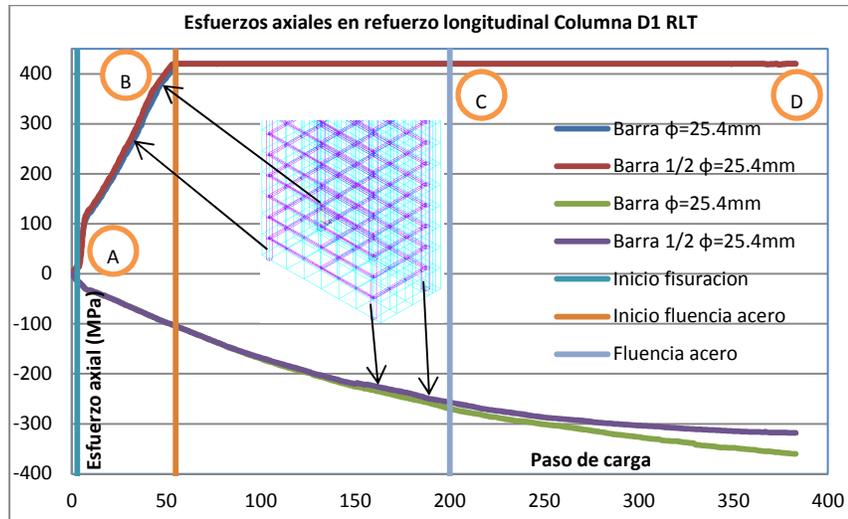
**Gráfica 6.14.** Curva de capacidad pórtico con refuerzo longitudinal y transversal. a) Comportamiento elástico, b) Comportamiento general.

Se observa una primera etapa donde el concreto no presenta fisuración ya que los esfuerzos de tensión son menores al límite de rotura del material. El comportamiento del pórtico es lineal hasta el comienzo del agrietamiento del concreto en el punto A de la **Gráfica 6.14a**.

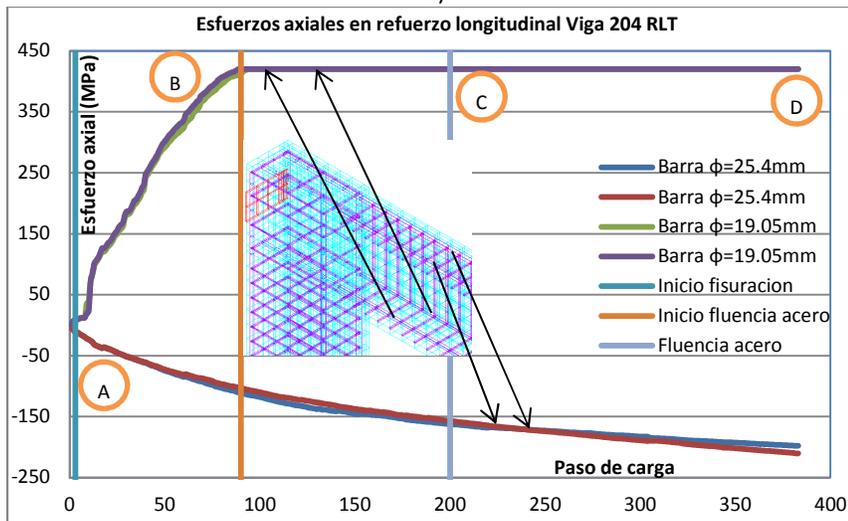
- **Comportamiento elástico del acero y agrietamiento del concreto (Tramo AB)**

Al aplicar cargas superiores al punto A, empiezan a presentarse fisuras en los apoyos de las Columnas D1 y E1 y en los extremos inicial y final de la Viga 204 como se observa en la **Figura 6.27**, tales fisuras empiezan a extenderse rápidamente hacia el eje longitudinal del elemento, modificando la posición del eje neutro. Este comportamiento empieza a producirse a partir de la carga de fisuración y el inicio de la zona inelástica (Tramo AB) como se presenta en la **Gráfica 6.14b**, donde la pendiente de la curva disminuye debido a que el pórtico ha perdido rigidez por el proceso de fisuración iniciado en él.

La carga aplicada al pórtico aumenta hasta el punto B, donde comienza la fluencia de la primera barra de acero. En la **Gráfica 6.15** se presenta la evolución de los esfuerzos de tensión y compresión en las barras exteriores de la columna D1 y en las barras inferiores y superiores del extremo inicial de la Viga 204 a medida que se aplica carga en la platina. Para el acero de la Columna D1 la fluencia del acero se alcanza en el paso de carga número 55 que corresponde a un esfuerzo de 420 MPa y para la Viga 204 la fluencia del acero se alcanza en el paso de carga número 94.



a)



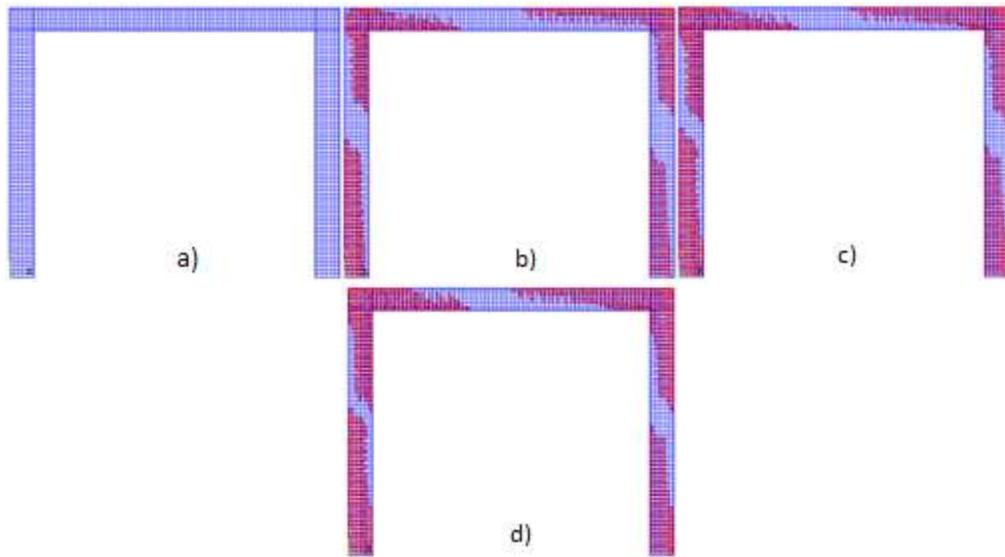
b)

**Grafica 6.15.** Esfuerzos uniaxiales en las barras longitudinales a tensión y compresión (MPa). a) Esfuerzos Columna D1, b) Esfuerzos Viga 204.

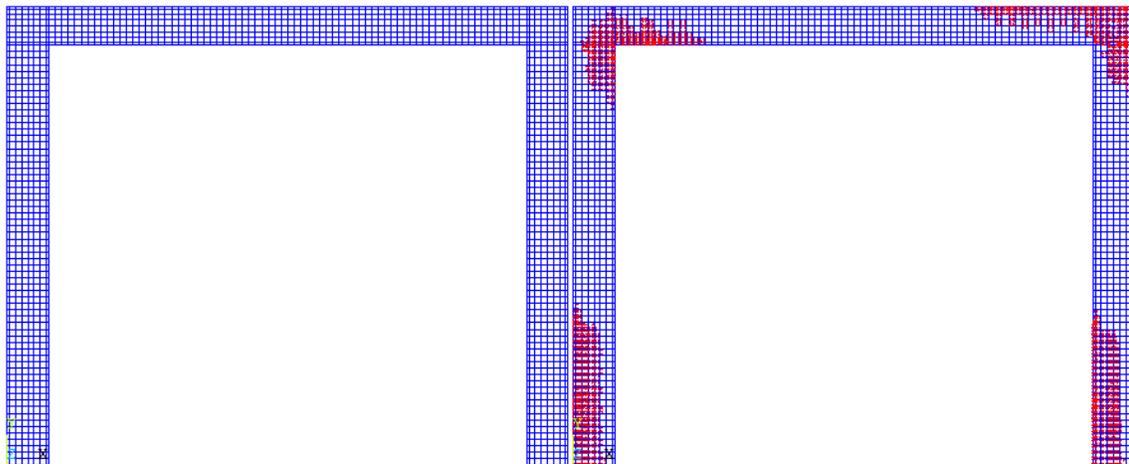
- **Comportamiento inelástico (Tramo BC)**

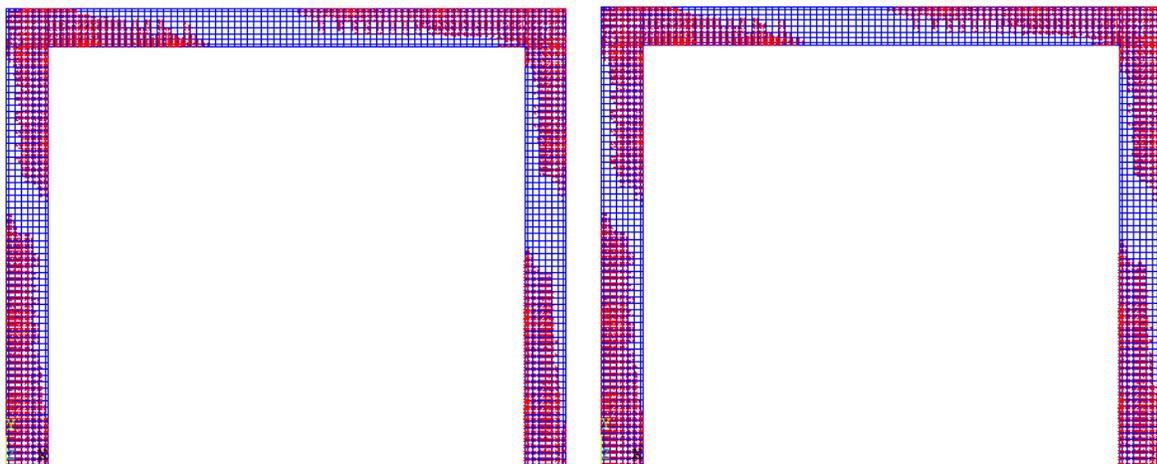
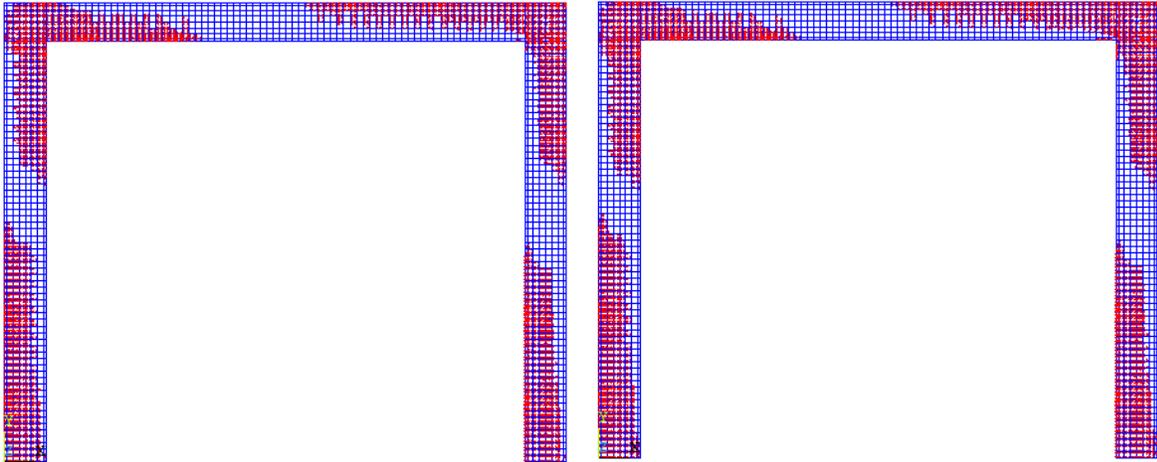
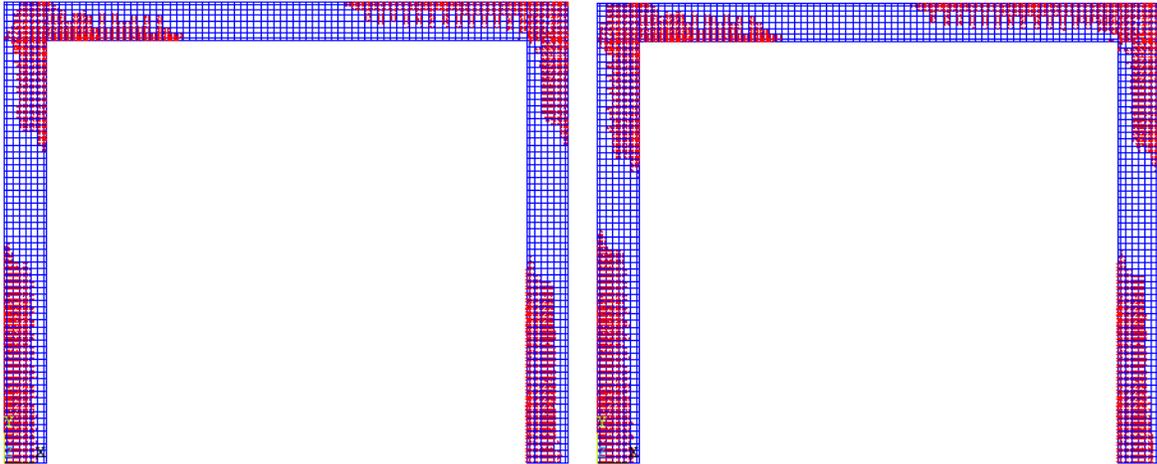
Este comportamiento es observado en la curva de capacidad del pórtico, después de que la primera barra de acero de los elementos fluye plásticamente, en consecuencia el pórtico reduce su rigidez. El tramo BC de la curva de capacidad, presenta un comportamiento definido por la región inelástica de la relación esfuerzo-deformación del acero y la curva a compresión del concreto. El cortante basal máximo obtenido para los pasos de carga determinados en la simulación numérica es de 492 KN (Punto D). En la simulación numérica realizada el estado final del pórtico se caracteriza por presentar múltiples fisuras por tensión y el aplastamiento del concreto ante esfuerzos principales de compresión que alcancen la superficie de fractura del material, como se ilustra en la **Figura 6.27** donde se presentan los tipos de fisuración del pórtico formados ante el régimen de cargas aplicados. La pérdida

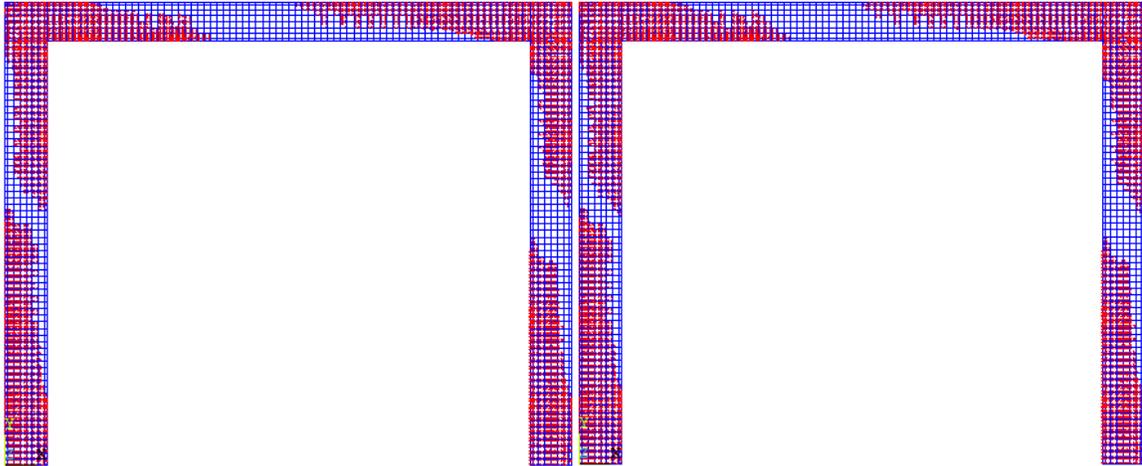
progresiva de rigidez se refleja en solución no lineal debido a las relaciones constitutivas de los materiales.



**Figura 6.27.** Fisuración del portico. a) Fisuración instante A, b) Fisuración instante B, c) Fisuración instante C, d) Fisuración instante D.







**Figura 6.27a.** Evolucion del proceso de fisuracion del portico plano de un unico vano con refuerzo logitudinal y trasversal.

El primer mecanismo de falla corresponde con la aparición de fisuras por flexión. Al ocurrir la fisuración en el plano perpendicular al esfuerzo principal mayor para las columnas tenemos ( $\sigma_2 = \sigma_y$ ), los posteriores esfuerzos en esta dirección son transmitidos a las barras iniciales que rápidamente alcanzan la fluencia garantizando la plastificación del pórtico. De igual manera al incrementarse los desplazamientos y la capacidad de carga en la estructura, los esfuerzos principales a compresión alcanzan la superficie de fractura del material, ocasionando el aplastamiento de los elementos finitos en la cara opuesta de la columna (Tipo B). Esta falla del material ocurre en el modelo numérico a diferencia de la fisuración por tensión en la dirección paralela al esfuerzo principal mayor actuante. Finalmente la capacidad del pórtico alcanza su máximo valor (Punto C), mostrando una propagación de fisuras en una longitud considerable de los elementos.

- **Ventajas de los análisis mediante el método de los elementos finitos**

Una de las ventajas de los modelos numéricos versus los ensayos experimentales es la posibilidad de observar las acciones internas en aquellos elementos que aportan su rigidez para la formación de un mecanismo de falla a flexión, es decir los esfuerzos en los estribos de confinamiento de vigas y columnas. Como se presenta en la **Figura 6.28** y la **Grafica 6.16** en donde se analizan los esfuerzos en los 10 primeros estribos de la sección de la columna D1, en donde se observa como los esfuerzos en los estribos horizontales de la columna aumentan en la medida que se acercan al décimo del elemento y disminuyen en la medida que se alejan de esta zona, ya que en esta zona se produce la fisuración del elemento y podría considerarse la zona de rotulación de la columna y el diagrama de momentos va disminuyendo en altura hasta presentar una inversión de signo para continuar con su máximo valor en el extremo opuesto al inicial. Se observa que ningún estribo de la columna alcanza un estado de fluencia y el estribo interior se encuentra con valores de esfuerzos más grandes que el estribo exterior.

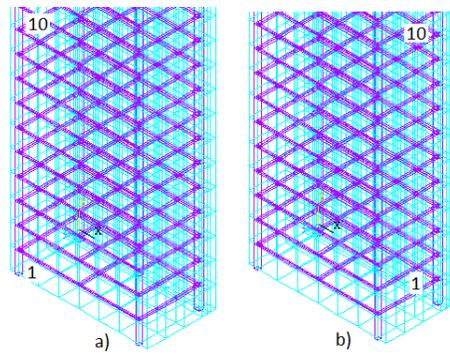
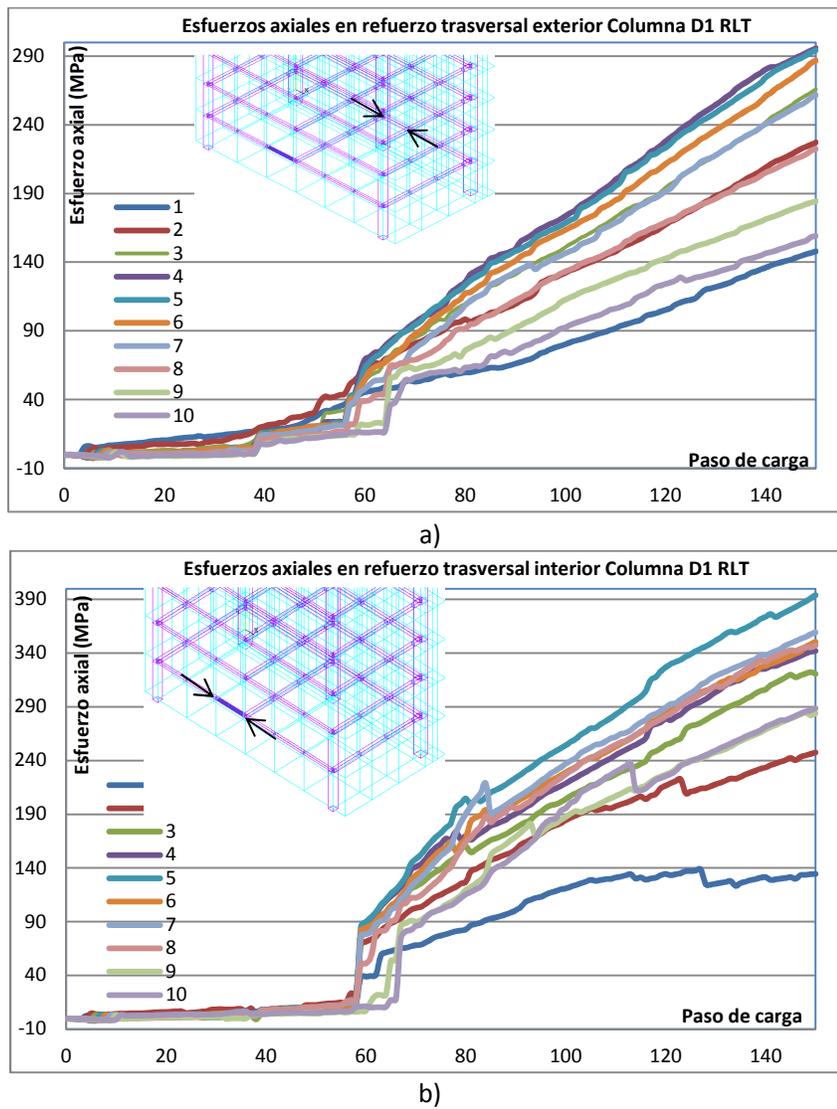
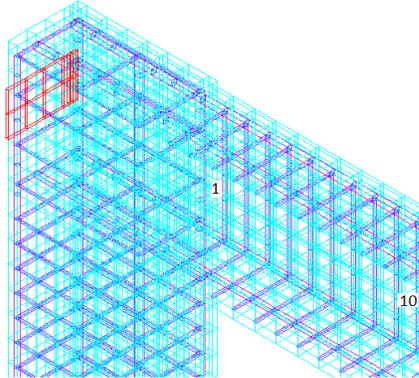


Figura 6.28. Numeración de flejes a cortante en columna D1. a) Estribo exterior, b) Estribo interior.

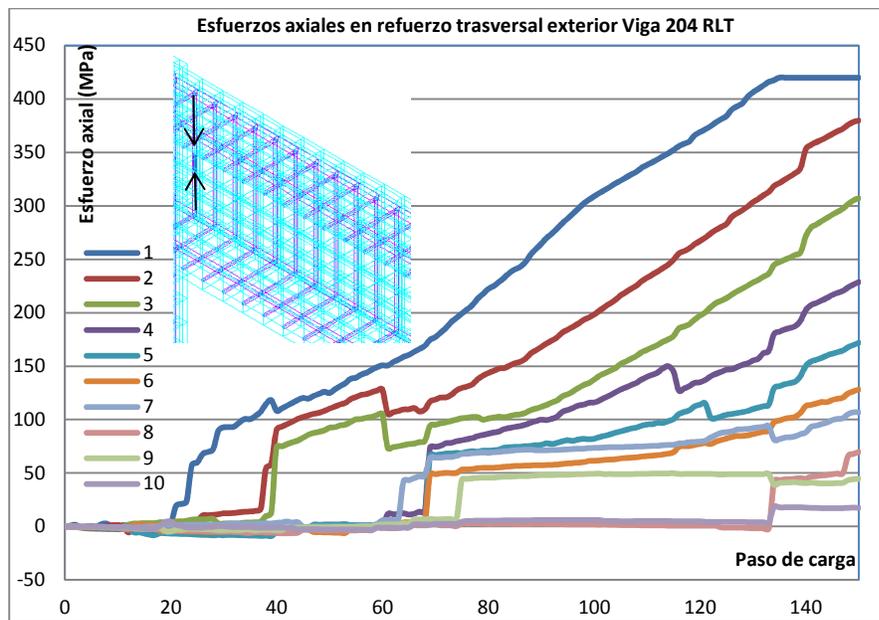


Grafica 6.16. Estado de esfuerzos en refuerzo transversal columna D1.

En la **Grafica 6.17** se analizan los esfuerzos en los 10 primeros estribos de la Viga 204, en donde se puede observar como el primer estribo alcanza la fluencia en el paso de carga número 135 que corresponde a un desplazamiento de 135 mm y a medida que las barras se alejan del nudo el valor del esfuerzo va disminuyendo, la numeración de los estribos se presenta en la **Figura 6.29**.

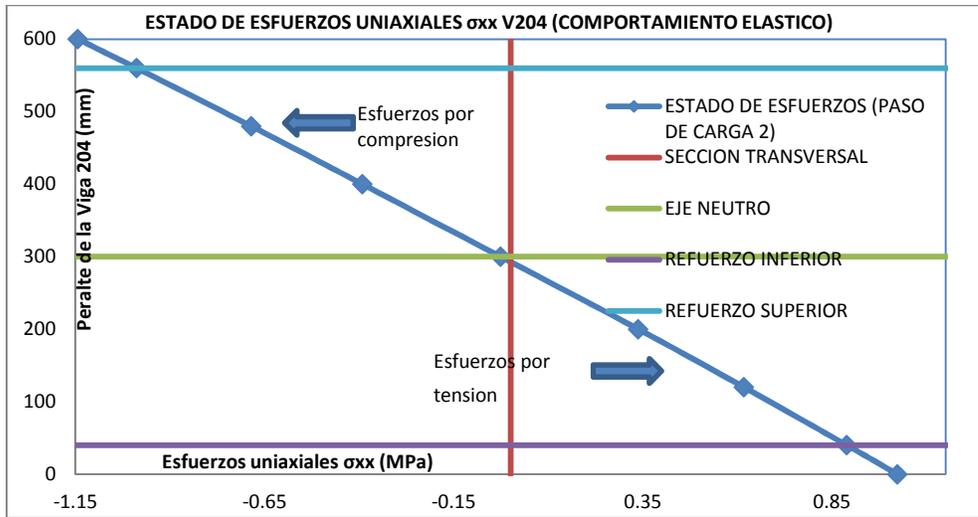


**Figura 6.29.** Numeración de flejes a cortante Viga 204.

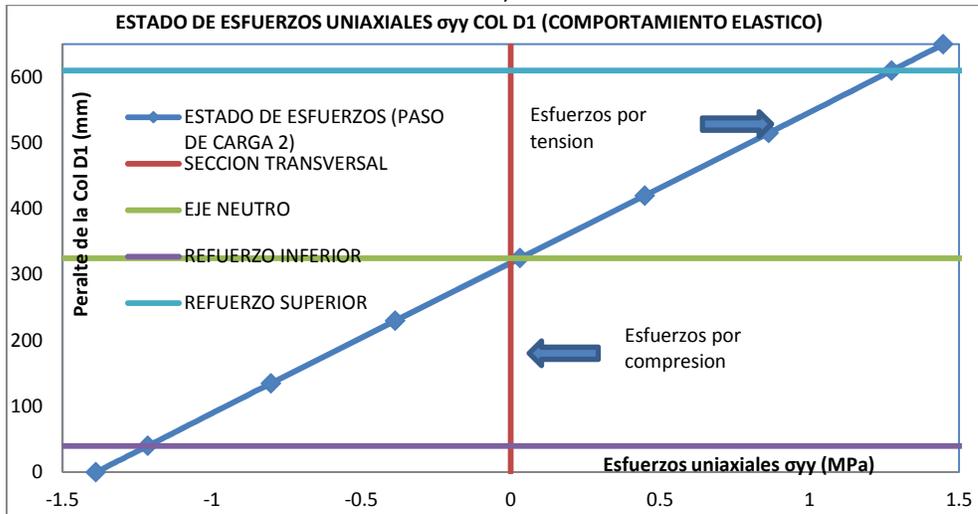


**Grafica 6.17.** Estado de esfuerzos en refuerzo transversal Viga 204.

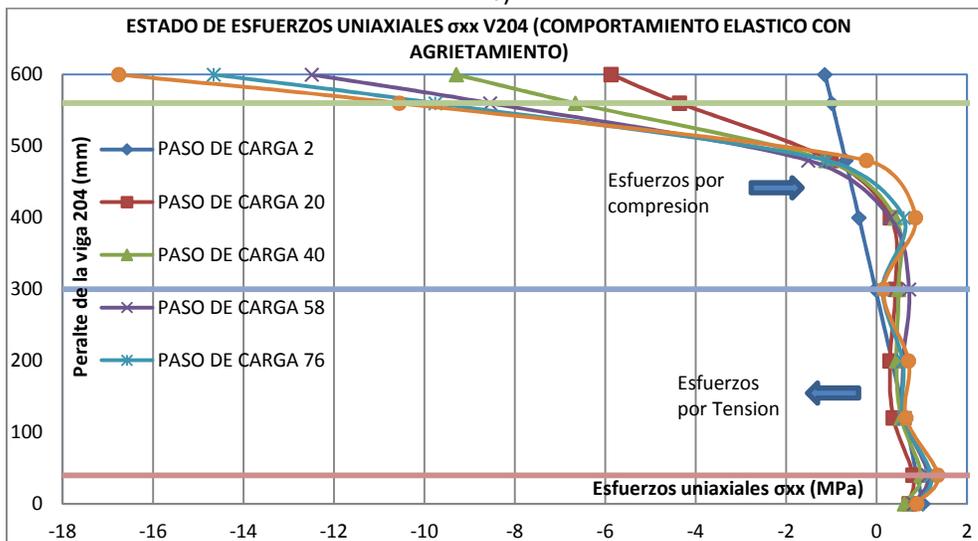
La degradación de la rigidez en los elementos finitos que exhiben fisuración del concreto a tracción influye directamente en la distribución de esfuerzos en la sección transversal de la viga y columnas. En la **Grafica 6.18** se presenta la variación de los esfuerzos axiales ( $\sigma_x$  y  $\sigma_y$ ) en la sección transversal de los elementos a una distancia de 40 cm del nudo inicial durante la aplicación de la carga.



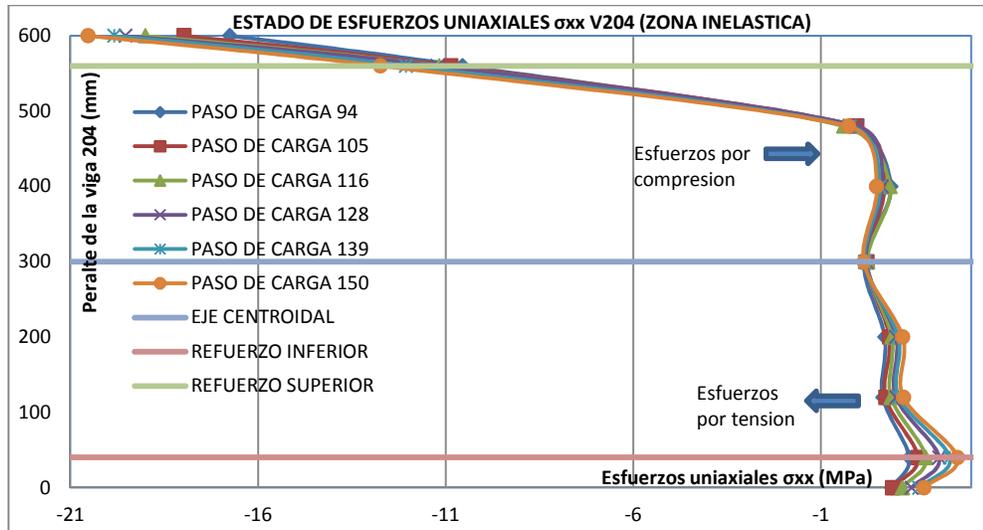
a)



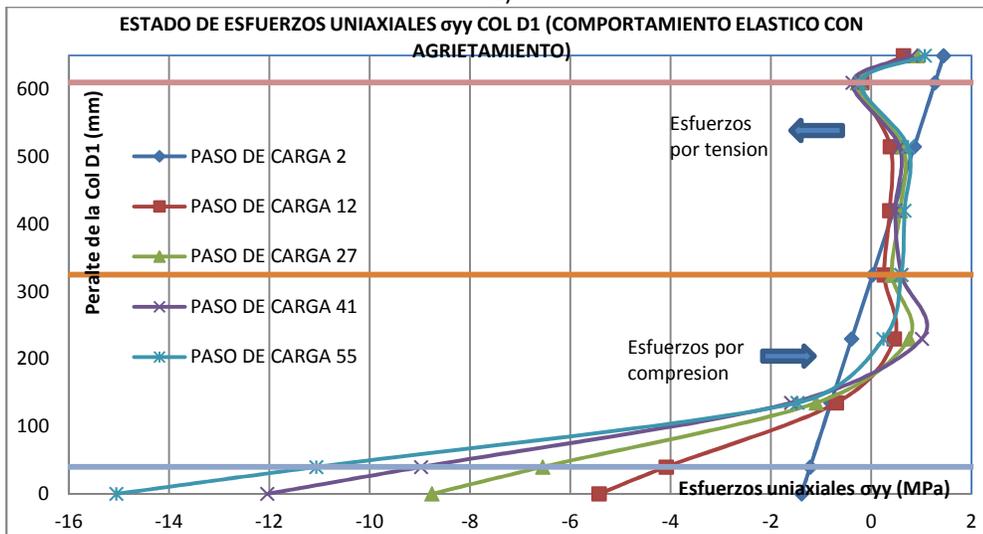
b)



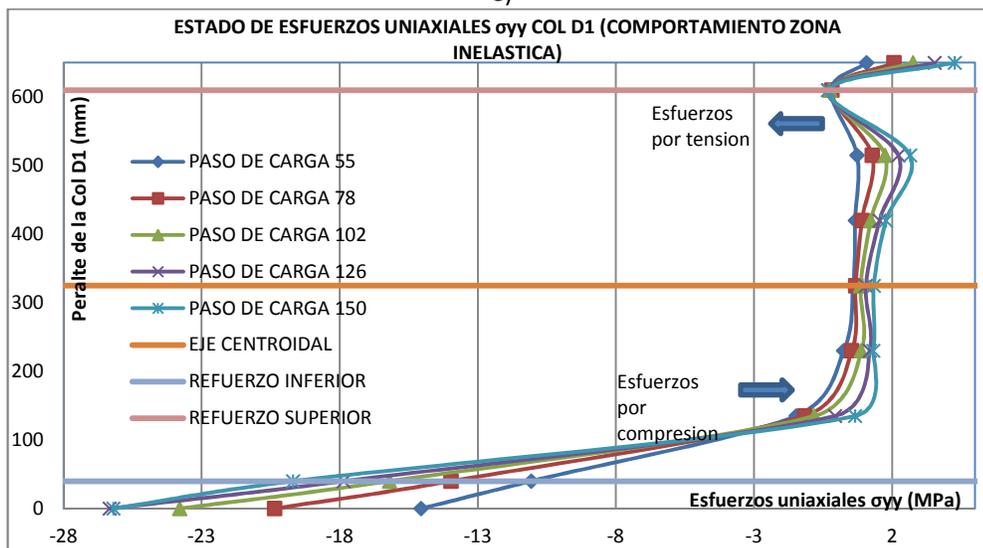
c)



d)



e)



f)

**Grafica 6.18.** Diagrama de esfuerzos axiales en sección transversal de elementos. a) Zona elástica Viga 204, b) Zona elástica Columna D1, c) Zona elástica con agrietamiento Viga 204, d) Zona inelástica Viga 204, e) Zona elástica con agrietamiento Columna D1, f) Zona inelástica Columna D1.

Inicialmente podemos observar en las **Gráficas 6.18a y 6.18b**, como para un pequeño incremento de cargas la distribución de esfuerzos es lineal y el eje neutro coincide con el eje centroidal del elemento. No obstante, la distribución de esfuerzos no se mantiene proporcional para posteriores estados de carga a la fisuración del concreto. Los esfuerzos por compresión no varían linealmente con respecto a la ubicación del eje neutro dando como resultado, que en la zona elástica del acero con agrietamiento del concreto se muestra la reubicación del eje neutro hacia la zona de compresión del elemento, ya que a medida que se presenta la fisuración en el concreto, el equilibrio interno del elemento se presenta aumentando la fuerza resultante a compresión y reduciendo el brazo de esta fuerza con respecto al eje neutro. La zona de compresiones se define a partir de una distribución de esfuerzos que presenta una tendencia común a los resultados en experimentales realizados a este tipo de elementos estructurales.

Para los cortes transversales realizados en los elementos del pórtico (Viga y columna), no se evidencia falla por aplastamiento del concreto en los elementos finitos ya que en ningún paso de carga el esfuerzo a compresión es mayor a 28MPa.

En las **Gráficas 6.18d y 6.18f**, se puede observar que el estado de esfuerzos por compresión correspondiente a cargas posteriores a la carga de fluencia aumenta poco para cada paso de carga, si se compara con los incrementos que presenta para la zona elástica con agrietamiento ya que para estos pasos de carga los elementos finitos encargados de tomar la compresión en el concreto se encuentran en su mayoría fisurados y solamente pueden tomar pequeñas cantidades de esfuerzos adicionales en cada paso de carga.

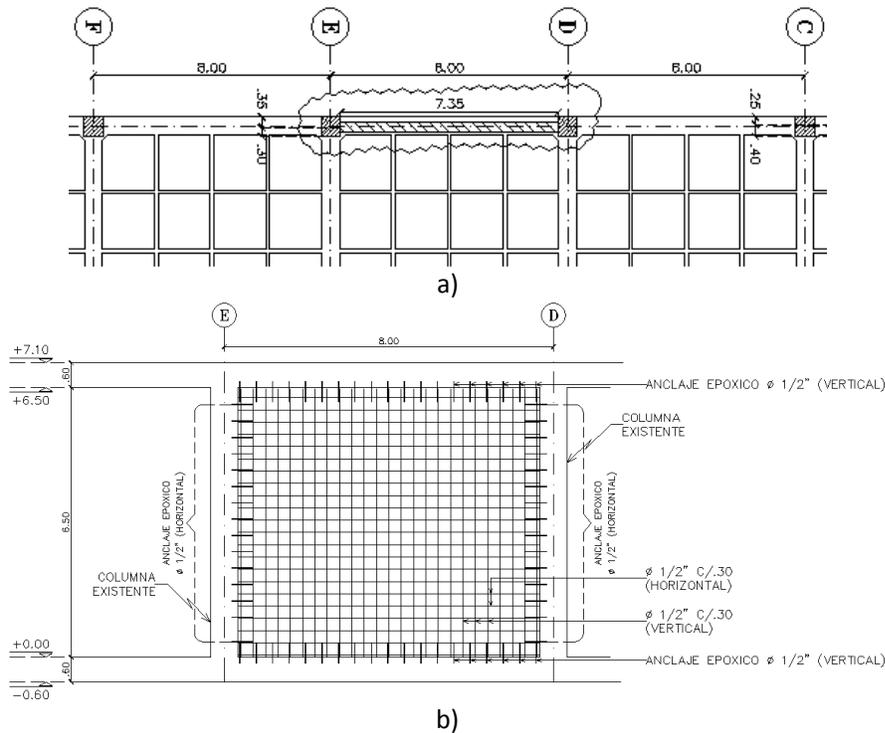
Finalmente en el último paso de carga (Punto C) el pórtico presenta una degradación importante de su rigidez debido a la fisuración de sus elementos los cuales presentan fisuras en un 70% de la longitud de estos y el refuerzo longitudinal tanto de viga y columnas se encuentra en estado plástico después de haber alcanzado la fluencia.

#### 6.2.5 Modelo inelástico pórtico de un solo vano en concreto con refuerzo longitudinal, transversal y adición de muro estructural

En esta sección se analiza el aumento de la capacidad del pórtico gracias al aporte que se obtiene de agregar un muro o pantalla estructural a la estructura original. Las propiedades geométricas y la distribución del acero de refuerzo, presentadas en la **Figura 6.30**, corresponden al diseño estructural tomado de la realidad y presentado en el Capítulo 5.

Este modelo posee similares características geométricas, de acero de refuerzo, tipo de elementos finitos, propiedades de los materiales (concreto y acero) que el modelo anterior, con la principal diferencia que en este modelo se ha incorporado al modelo numérico una pantalla estructural entre

las columnas del pórtico con el fin de observar el aporte de este en el comportamiento y capacidad de la estructura.

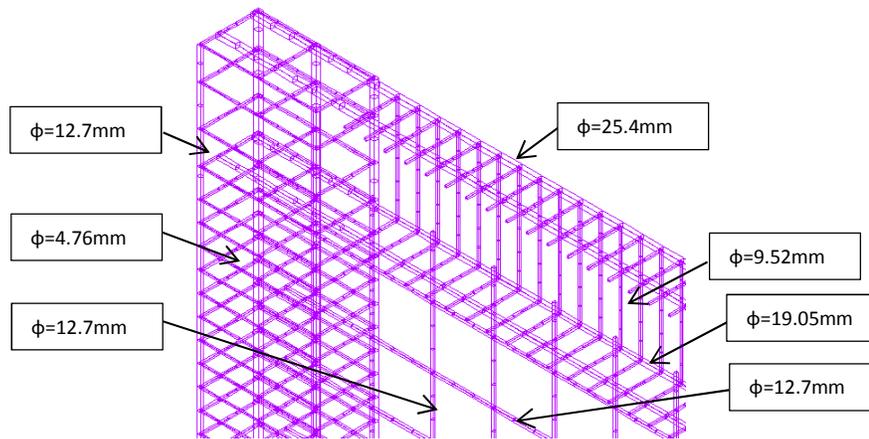


**Figura 6.30.** Geometría portico unico vano con adición de muro estructural. a) Planta general, b) Alzado general.

#### 6.2.5.1 Representación del refuerzo a partir de constantes reales

Para representar el refuerzo longitudinal y transversal en el modelo numérico realizado a través del método de los elementos finitos es necesario definir las áreas de acero para las barras longitudinales y transversales, esto se logra con la asignación en las propiedades del elemento tipo barra (Link180) del área de refuerzo equivalente según el diámetro de la barra adoptada.

En la estructura en estudio, como se presenta en la **Figura 6.31**, la asignación del área de refuerzo se hace en base a un área equivalente al refuerzo presentado anteriormente en la **Tabla 6.2** con la inclusión del área para las diferentes barras longitudinales y transversales en la pantalla estructural.



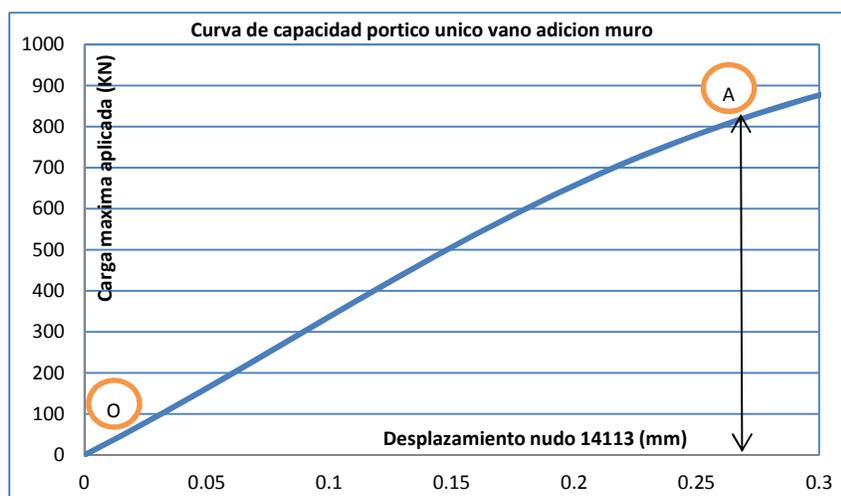
**Figura 6.31.** Definición de áreas de refuerzo en el modelo numérico.

#### 6.2.5.2 Aplicación de cargas y análisis no lineal

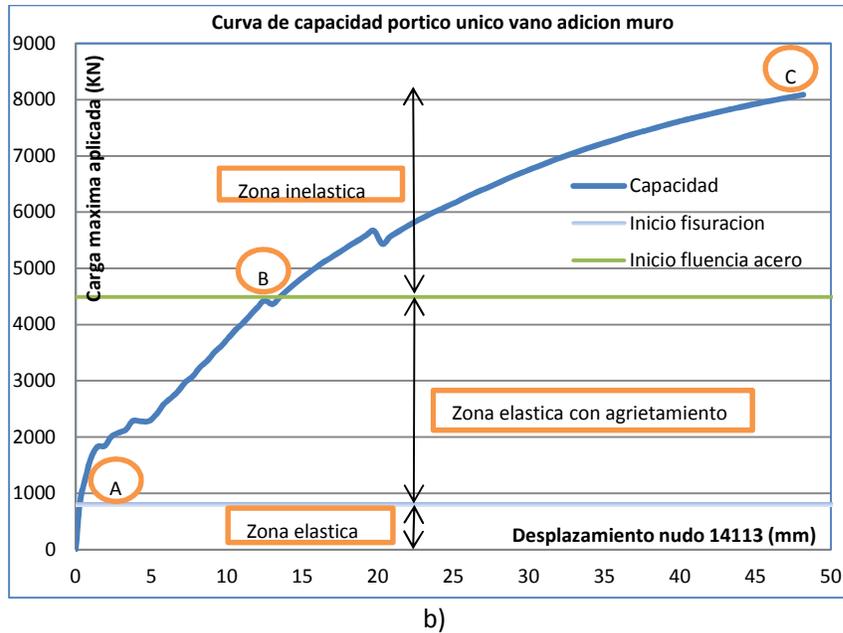
De manera similar como se hizo en el modelo anterior, la aplicación de cargas se ha realizado a partir de la asignación de desplazamientos horizontales en la platina de carga, en este caso se han utilizado 100 pasos de carga con un desplazamiento total máximo de 50 mm en la platina, es decir con incrementos de 0.5mm en cada paso de carga. Así mismo, el método iterativo de Newton Raphson modificado utilizado para la convergencia del modelo numérico, incluye el control de desplazamientos a partir de la aplicación de intervalos pequeños de carga como los descritos anteriormente.

#### 6.2.5.3 Análisis de resultados

La curva de capacidad que desarrolla el pórtico a partir de un análisis no lineal se presenta en la **Grafica 6.19**, y describe tres etapas del comportamiento de la estructura.



a)



**Grafica 6.19.** Curva de capacidad pórtico con refuerzo longitudinal y transversal y adición de muro estructural. a) Comportamiento elástico, b) Comportamiento inelástico.

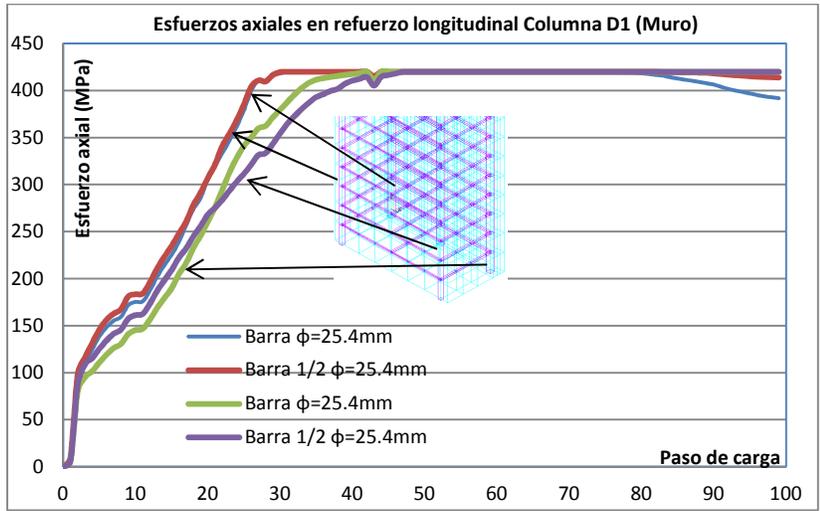
Se observa una primera etapa OA, en donde el concreto no presenta fisuración ya que los esfuerzos de tensión son menores al límite de rotura del material y por ende el comportamiento del pórtico durante esta etapa es totalmente lineal. Los desplazamientos ante los cuales el comportamiento es lineal son muy bajos y del orden de 0.25mm. Esta etapa finaliza en el límite del comportamiento lineal y el inicio de un comportamiento elástico del acero que presenta agrietamiento del concreto, **Grafica 6.19a**.

- **Comportamiento de esfuerzos elásticos y agrietamiento (Tramo AB)**

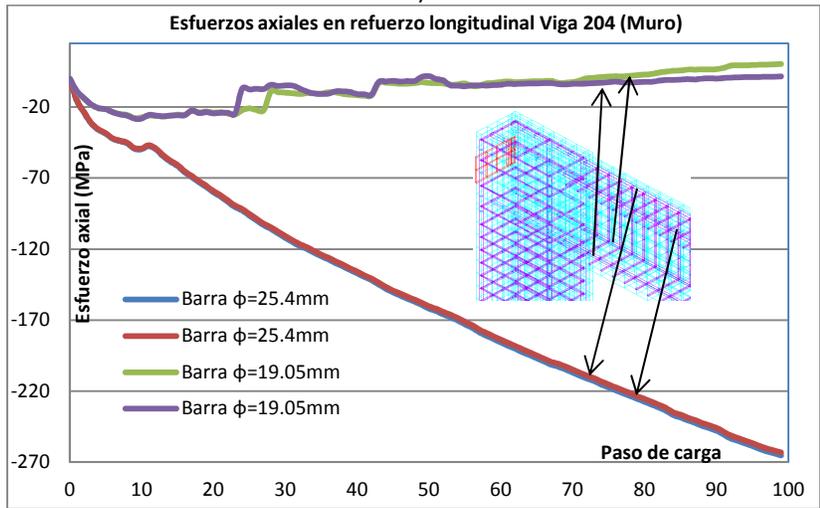
Al aplicar cargas superiores en la estructura, empiezan a presentarse fisuras en los apoyos de las Columnas D1 y E1, en los extremos inicial y final de la Viga 204 y sobre el muro estructural, las cuales empiezan a extenderse rápidamente sobre la superficie de la pantalla. Este comportamiento empieza a presentarse a partir de la carga de fisuración y el inicio de la zona inelástica (Tramo AB) como se presenta en la **Grafica 6.19b**, donde la pendiente de la curva disminuye debido a que el pórtico ha perdido rigidez por el proceso de fisuración iniciado en él.

La curva de capacidad del pórtico está influenciada principalmente por el comportamiento del acero longitudinal de las columnas y el muro, que se encuentra a tensión antes de alcanzar su límite de fluencia. En la **Grafica 6.20** se presenta la evolución de los esfuerzos de tensión y compresión en las barras exteriores de la columna D1, en las barras inferiores y superiores del extremo inicial de la Viga 204 y en las barras longitudinales del extremo inicial del muro estructural, a medida que se aplica carga en la platina. Para el acero de la Columna D1 la fluencia del acero se alcanza en el paso de carga número 32, para la Viga 204 la fluencia del acero no se alcanza para ningún paso de carga gracias al aporte que le genera la pantalla estructural y para el muro la fluencia del refuerzo longitudinal se

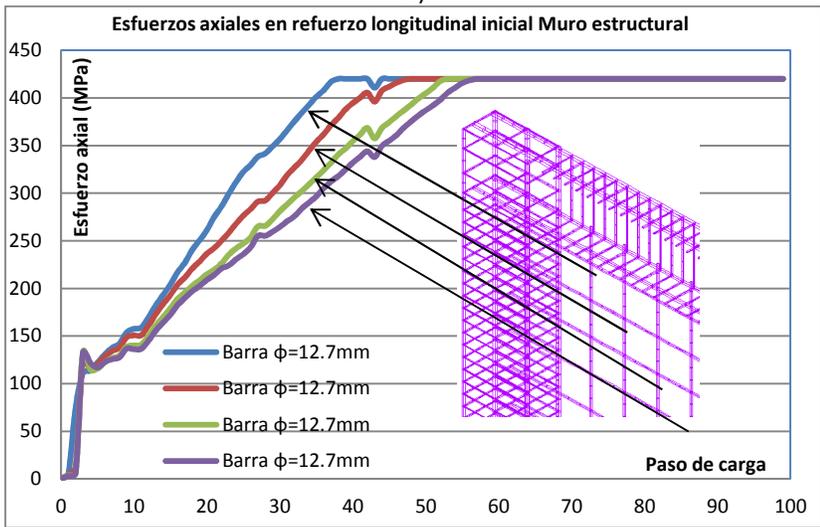
alcanza en el paso de carga número 38.



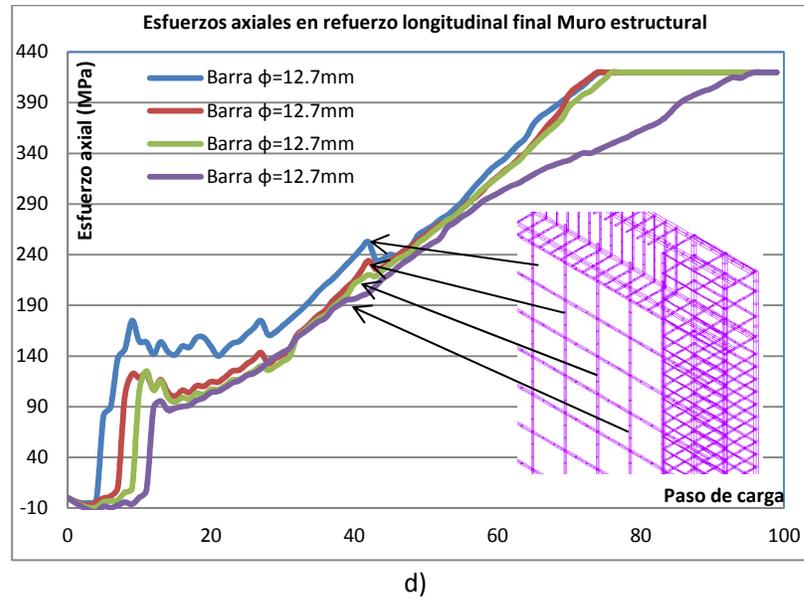
a)



b)



c)



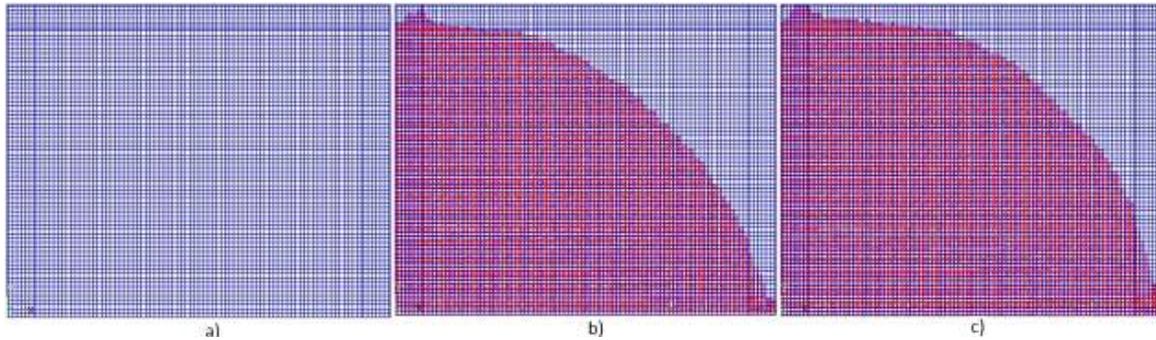
**Grafica 6.20.** Esfuerzos uniaxiales en las barras longitudinales a tensión y compresión (MPa). a) Esfuerzos Columna D1, b) Esfuerzos Viga 204 c) Esfuerzos Muro barras iniciales, d) Esfuerzos Muro barras finales.

Es importante observar como el acero de refuerzo exterior de la Columna D1 se encuentra en tensión a diferencia de los modelos anteriores que no incluían el muro estructural, en donde este refuerzo mostraba un comportamiento a compresión dado la configuración geométrica y flexión que ocurrían en este elemento. Así mismo se puede observar como el refuerzo longitudinal del muro estructural se encuentra en su totalidad en un estado de esfuerzos que alcanza la fluencia del material en un paso de carga más rápido en su extremo inicial del elemento.

- **Comportamiento inelástico (Tramo BC)**

Este comportamiento es observado en la curva de capacidad del pórtico, después de que el acero de los elementos fluye plásticamente, en consecuencia el pórtico tiene muy poca capacidad a flexión y se requieren pequeñas cantidades de carga para incrementar los desplazamientos en él.

El tramo BC de la curva de capacidad, presenta un comportamiento no lineal influenciado principalmente por la región inelástica de la relación esfuerzo-deformación del acero y la curva a compresión del concreto. El cortante basal máximo obtenido en la simulación numérica es de 8087 KN (Punto C). En la simulación numérica realizada el estado final del pórtico se caracteriza por presentar múltiples fisuras por tensión y el aplastamiento del concreto ante esfuerzos principales de compresión que alcancen la superficie de fractura del material, como se ilustra en la **Figura 6.32** donde se presentan los tipos de fisuración del pórtico formados ante el régimen de carga aplicado. La pérdida progresiva de rigidez se refleja en la solución no lineal, en la no convergencia del modelo numérico para el proceso iterativo de Newton Raphson.



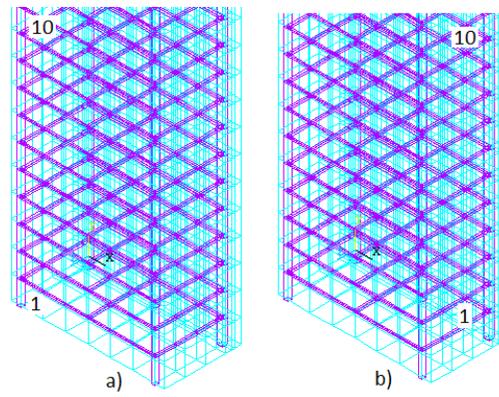
**Figura 6.32.** Tipos de fisuras en el modelo numérico. a) Fisuras por Flexión, b) Fisuras por esfuerzos de compresión, c) Fisuras por esfuerzos cortantes.

El primer mecanismo de falla corresponde a la aparición de fisuras normales al esfuerzo principal mayor (**Figura 6.32a**). Al ocurrir la fisuración en el plano perpendicular al esfuerzo principal mayor para las columnas y el Muro, posteriores esfuerzos en esta dirección son transmitidos a las barras iniciales que rápidamente alcanzan la fluencia garantizando la plastificación del pórtico. De igual manera al incrementarse los desplazamientos y la capacidad de carga en la estructura, los esfuerzos principales a compresión alcanzan la superficie de fractura del material, ocasionando el aplastamiento de los elementos finitos en la cara opuesta de la columna y en el extremo inicial del muro estructural, **Figura 6.32b**. Esta falla del material ocurre. De igual manera se presenta la fisuración debido al esfuerzo cortante máximo en el Muro estructural en toda la vecindad de la zona no fisurada de la estructura, **Figura 6.32c**. Finalmente la capacidad del pórtico alcanza su máximo valor (Punto C), mostrando una propagación de fisuras en una porción considerable de los elementos de este.

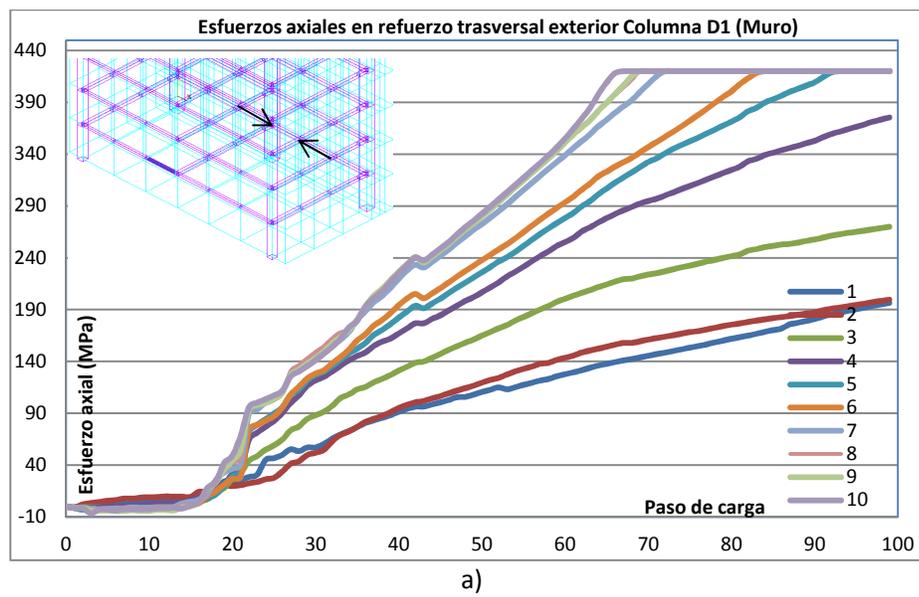
- **Aplicaciones de los análisis mediante el método de los elementos finitos**

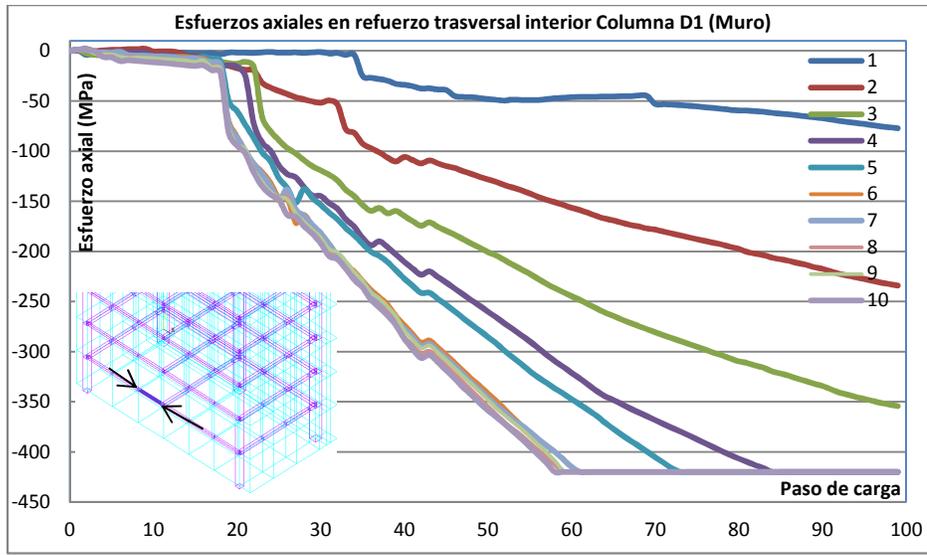
Una de las aplicaciones de los modelos numéricos versus los ensayos experimentales es la posibilidad de observar las acciones internas en aquellos elementos que aportan su rigidez para la formación de un mecanismo de falla a flexión, es decir los esfuerzos en los estribos de confinamiento de vigas y columnas.

Como se presenta en la **Figura 6.33** y la **Grafica 6.21**, en donde se analizan los esfuerzos en los 10 primeros estribos de la sección de la columna D1, en donde se observó cómo los esfuerzos en los estribos horizontales de la columna aumentan en la medida que se acercan al décimo del elemento y disminuyen en la medida que se alejan de esta zona, ya que en esta zona se produce la mayor fisuración del elemento y podría considerarse la zona de rotulación de la columna. Se observa como los estribos en el modelo numérico de la columna alcanzan un estado de fluencia, lo cual no ocurría cuando no se incluía la pantalla estructural al modelo. Además los estribos interiores que en el modelo anterior presentaban esfuerzos de tensión en esta ocasión presentan valores de esfuerzos exclusivamente de compresión, debido a la inclusión del muro estructural en la estructura.



**Figura 6.33.** Numeración de flejes a cortante en columna D1. a) Estribo exterior, b) Estribo interior.

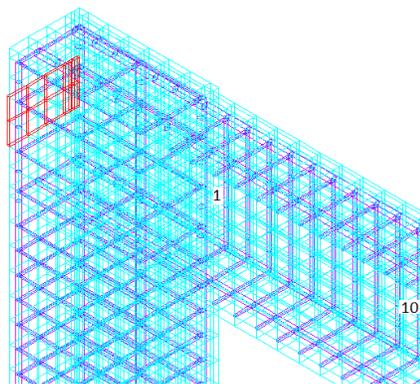




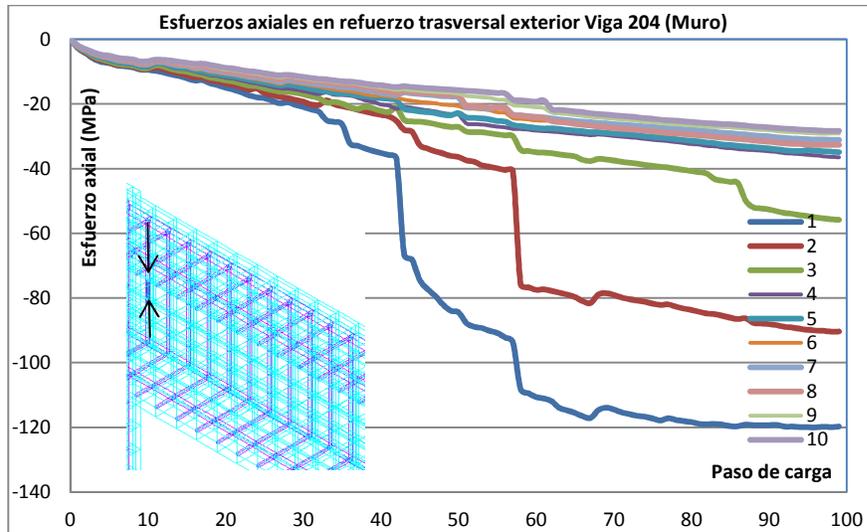
b)

**Grafica 6.21.** Estado de esfuerzos en refuerzo transversal columna D1 al incluir muro.

En la **Grafica 6.22** se analizan los esfuerzos en los 10 primeros estribos de la Viga 204, en donde se puede observar como a diferencia del modelo anterior, en el cual los estribos se encontraban en un estado de esfuerzos a tensión que alcanzaban la fluencia del material, en este modelo dichos elementos presentan un estado de esfuerzos a compresión, ya que el muro estructural limita el trabajo a flexión en la viga ante el régimen de cargas aplicado. Es importante aclarar que ningún estribo de la viga alcanza la fluencia del material ante estado de compresiones. La numeración de los estribos se presenta en la **Figura 6.34**.



**Figura 6.34.** Numeración de flejes a cortante Viga 204 con adición de muro estructural.



**Grafica 6.22.** Estado de esfuerzos en refuerzo transversal Viga 204 con adición de muro.

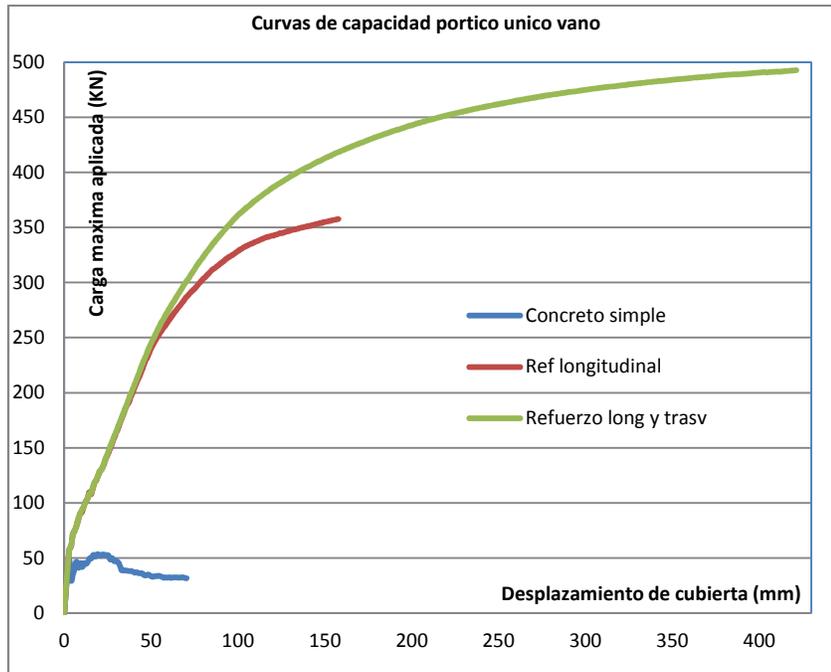
### 6.2.6 Comparación de las curvas de capacidad en el pórtico plano de un único vano sin y con adición de muro estructural.

En esta sección serán comparadas las curvas de capacidad obtenidas en los análisis inelásticos realizados al pórtico de un único vano, entre los cuales tenemos: un primer análisis inelástico de la estructura sin acero de refuerzo es decir en concreto simple, un segundo análisis inelástico realizado en el pórtico con acero de refuerzo longitudinal en sus elementos (columnas y viga), un tercer análisis inelástico en la estructura con la inclusión de refuerzo longitudinal y transversal y finalmente un cuarto análisis con la inclusión de un muro estructural con refuerzo longitudinal y transversal al pórtico.

En la **Grafica 6.23a**, se presenta la comparación 3 de las curvas de capacidad obtenidas del pórtico plano de un único vano sin muro, de la cual se puede inferir lo siguiente: la zona lineal para los 3 modelos está perfectamente definida, la zona elástica del acero con agrietamiento del concreto muestra un comportamiento similar tanto para el pórtico con únicamente refuerzo longitudinal, como para el pórtico con refuerzo longitudinal y transversal. La zona inelástica está claramente definida para los dos análisis con acero de refuerzo, en donde el tercer análisis muestra mayor capacidad debido a la contribución que tienen los estribos en ella. En la **Grafica 6.23b** se presenta nuevamente las curvas de capacidad del pórtico, aunque esta vez se ha incluido la curva obtenida al adicionar un muro estructural al pórtico, lo cual deja ver como la capacidad del mismo aumenta de forma dramática, gracias al aporte de rigidez que la pantalla ofrece, no obstante el desplazamiento obtenido para el último paso de carga cuando se adiciono el muro a la estructura es menor que en los anteriores análisis, esto principalmente ocasionado por la dificultad de convergencia del modelo numérico para altos regímenes de carga que está directamente asociado a la gran rigidez encontrada en esta estructura, es por esto que la adición de muros o pantallas a las estructuras es la practica más común para rigidizar estas, ya que permiten un mejor funcionamiento de las estructuras ante cargas

horizontales.

La diferencia entre la curva de capacidad del concreto simple y las del concreto reforzado, comienza en A cuando el concreto se agrieta. Lo anterior confirma el aporte importante del acero de refuerzo a tracción del pórtico.



a)

**Grafica 6.23.** Curvas de capacidad pórtico único vano. a) Sin adición de muro estructural.

## 6.3 Análisis de un pórtico plano de 3x3 vanos

En el Capítulo 5 fue modelado y analizado inelásticamente el pórtico plano de 3x3 vanos mediante el método del empuje lateral, con el objetivo de obtener valores que puedan ser comparables con modelos realizados mediante el método de los elementos finitos en la misma estructura.

### 6.3.1 Análisis inelástico de un pórtico de 3x3 vanos en concreto simple

A partir de este modelo se estudia el comportamiento inelástico y se discute la curva de capacidad obtenida del pórtico. El análisis realizado consiste en la aplicación de cargas mediante la asignación de desplazamientos horizontales en las platinas de carga de cada nivel que concuerdan con el primer modo de vibración de la estructura empotrada en su base.

### 6.3.1.1 Materiales

Para este modelo la definición de los materiales ha sido la misma que se utilizó para el modelo en concreto simple del pórtico de un único vano en donde solamente se describe el comportamiento del concreto simple a tensión, a partir de los siguientes parámetros, los cuales representan la relación esfuerzo-deformación (a tensión uniaxial) del material.

El material empleado corresponde a un concreto simple con las siguientes propiedades mecánicas.

Resistencia a la tensión  $f_t' = 2.8 \text{ MPa}$

Resistencia a la compresión  $f_c' = 28 \text{ MPa}$

Módulo de elasticidad del concreto simple  $E_c = 25000 \text{ MPa}$

Relación de Poisson  $\nu_c = 0.20$

Coefficiente de transferencia a cortante (fisuras abiertas)  $\beta = 0.30$

De igual manera el acero de las platinas de carga ha sido definido de forma análoga al análisis realizado en el pórtico de un único vano, en donde se representa mediante un modelo lineal isotrópico, a partir de la definición de su módulo de elasticidad  $E_s$  y el esfuerzo de fluencia  $f_y$ . El material fue definido a partir de un módulo de elasticidad de 200000 MPa y un esfuerzo de fluencia de 420 Mpa.

### 6.3.1.2 Elemento finito y enmallado

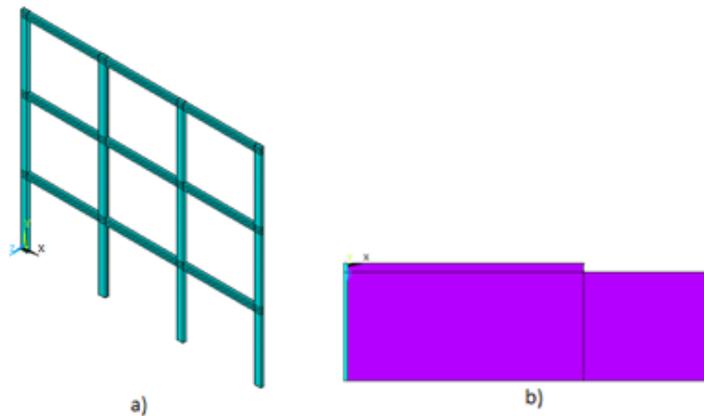
El concreto ha sido modelado utilizando un elemento finito hexaédrico lineal, definido por 8 nudos con 3 grados de libertad cada uno (desplazamientos en la dirección  $x, y$  y  $z$ ), llamado Solid65 en el programa Ansys.

Este elemento finito es capaz de representar la fisuración del concreto ante esfuerzos de tensión y el aplastamiento del material bajo esfuerzos de compresión, además permite modelar las propiedades inelásticas del concreto como lo son las deformaciones plásticas y el creep. La geometría y caracterización del elemento finito Solid65 se presentó en la **Figura 6.12**, de igual manera las platinas metálicas de carga, son modeladas a partir del elemento finito Solid185.

En el análisis y solución del pórtico modelado, el enmallado del pórtico se lleva a cabo utilizando prismas de 100x100x100mm, no obstante la columna al poseer una sección transversal de 650x650mm, no permite dividir el elemento en los prismas mencionados, no obstante automáticamente la subdivisión la hace el programa de cálculo (Ansys) en 7 elementos finitos que tienen de lado 92.85mm aproximadamente. Se recalca que aunque la discretización del pórtico no pudo realizarse en un número igual de elementos finitos, estos comparten todos sus nudos haciendo que el problema no presente ningún tipo de incompatibilidad por deformación o movimientos de cuerpo rígido.

### 6.3.1.3 Geometría

Aprovechando la simetría geométrica que posee la estructura a partir de un plano que pasa por los ejes  $xy$ , medio pórtico es modelado, esta simplificación reduce considerablemente el tiempo de análisis y convergencia del mismo al poseer la mitad de elementos finitos. En la **Figura 6.35** se presenta la geometría general del medio pórtico modelado, en donde la cara visible de la estructura, es la que se encuentra en contacto e interacción con la otra media porción del pórtico no modelado.



**Figura 6.35.** Simplificación geométrica del pórtico de 3x3 vanos. a) Vista 3D. b) Vista superior nudo superior.

### 6.3.1.4 Aplicación de cargas y análisis no lineal

Este pórtico en concreto simple, es cargado a partir de desplazamientos horizontales aplicados en las platinas de carga, que tienen la forma del primer modo de vibración de la estructura, es decir en forma triangular ascendente, esto además de reducir el tiempo de convergencia, nos brinda la posibilidad de llevar un control en la magnitud del desplazamiento aplicado.

Cabe resaltar que el uso de fuerzas como mecanismo para la aplicación de las cargas, no se realiza en este caso, ya que la magnitud de la misma no se distribuye de forma proporcional en la platinas de carga, si no que se concentra en la vecindad de la zona cargada, generando una concentración de esfuerzos que influye de manera negativa en la convergencia del modelo matemático.

En este análisis se han utilizado 100 pasos de carga, los cuales contienen el desplazamiento horizontal aplicado. Estos 100 pasos de carga han sido aplicados de manera automática por el programa de cálculo en intervalos de 1.0mm hasta completar 100mm de desplazamiento total horizontal en el extremo final de la Viga 407 del pórtico.

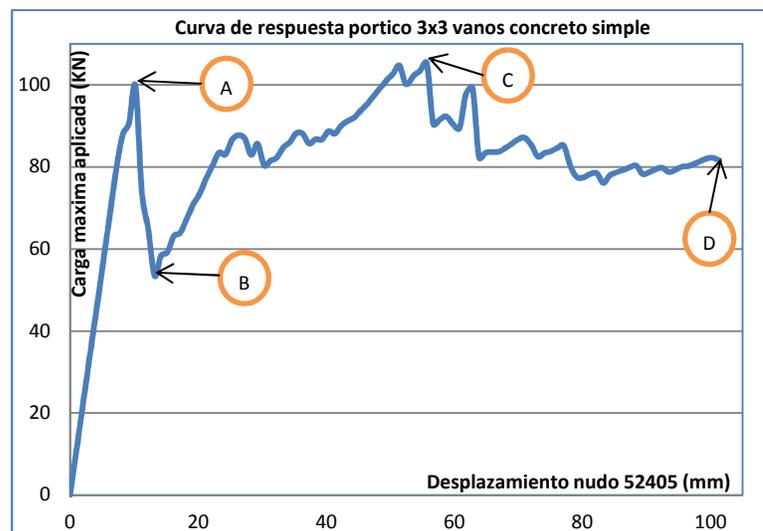
El método de solución numérica no lineal utilizado en los modelos de pórticos sometidos a cargas horizontales, es el método de Newton Raphson modificado. La modelación numérica desarrollada con el programa Ansys se realiza a partir de estas consideraciones:

- El número de pasos es determinado por el usuario, asignando desplazamientos horizontales a las platinas de carga para cada paso particular. El número de sub-pasos requerido para la convergencia y solución del modelo matemático, es definido de manera automática por el programa Ansys.
- La convergencia en la solución no lineal se realiza evaluando el vector de desbalance de fuerzas, definido como la diferencia entre las fuerzas internas de los elementos y las fuerzas externas aplicadas mediante tolerancias definidas. Estas tolerancias han sido definidas para el modelo numérico con una aproximación del 5% si la convergencia se realiza en términos de desplazamientos y de 0.5% si la convergencia se produce en términos de fuerzas.

### 6.3.1.5 Análisis de resultados

Al realizar el análisis no lineal del pórtico en concreto simple de 3x3 vanos sometido a desplazamientos horizontales en sus platinas de carga, se obtiene la curva de capacidad de la estructura, la cual relaciona la carga total aplicada al modelo (sumatoria de las fuerzas en las 3 platinas de carga en KN) contra el desplazamiento del centroide del nudo que conforman la Viga 407 y la Columna F1, el cual se constituye como el nudo de cubierta para este pórtico. El nudo asociado a este punto es el 52405.

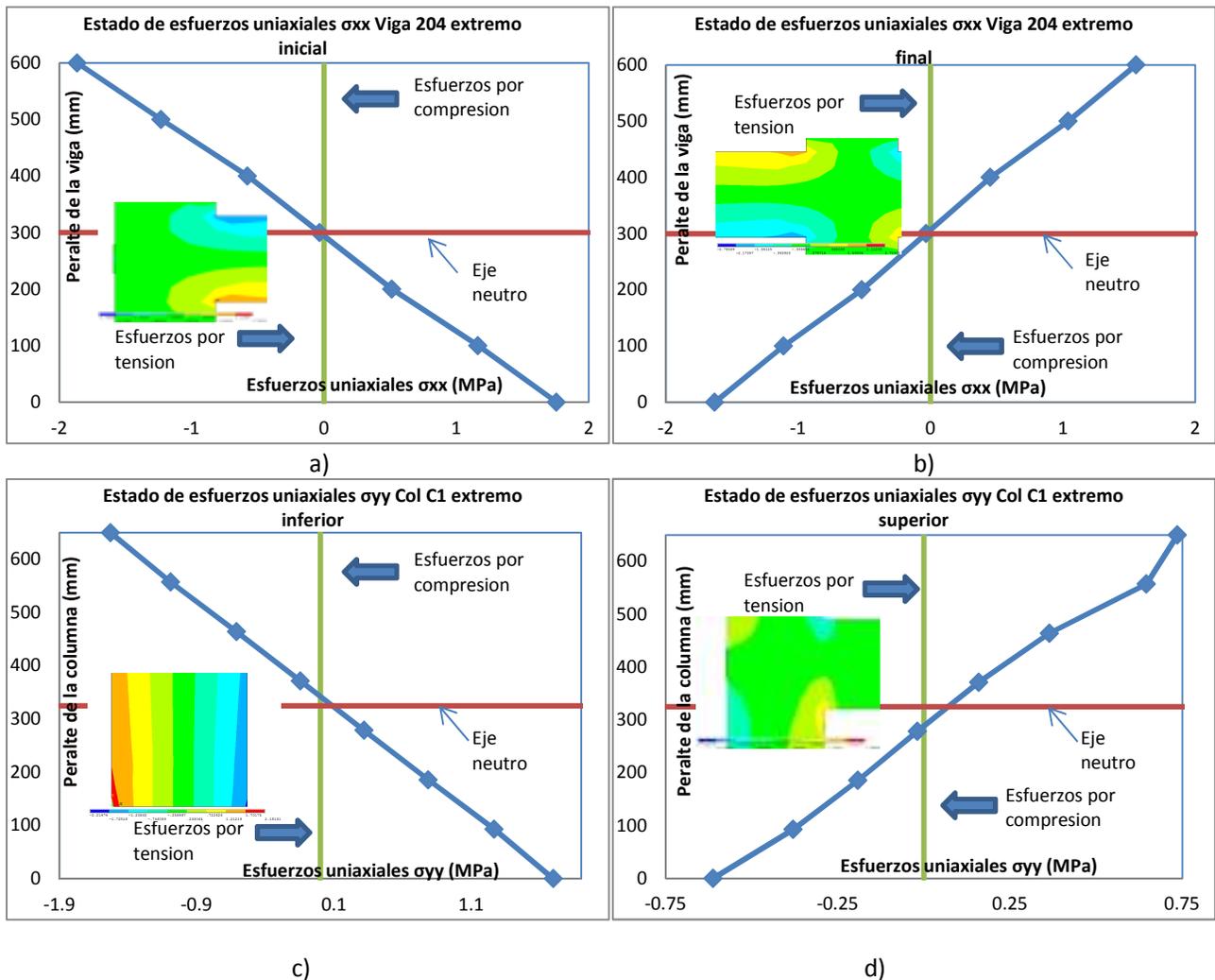
Al analizar la **Grafica 6.24** se muestran dos zonas claramente definidas: la primera caracterizada por tener una relación lineal entre las fuerzas y los desplazamientos y la segunda en la que el comportamiento del pórtico es no lineal debido a la aparición y propagación de fisuras durante la aplicación de cargas.



**Grafica 6.24.** Curva de respuesta del pórtico 3x3 vanos en concreto simple.

- **Zona de comportamiento line-elástico (Tramo inicial hasta punto A)**

Este tramo se caracteriza por presentar una relación lineal entre el esfuerzo y la deformación, la cual es obtenida a partir de las constantes elásticas y la relación de Poisson del concreto bajo cargas de flexión que no superan dicho régimen. De igual manera cuando los esfuerzos de tensión son menores que el límite de ruptura  $f'_t$ , el pórtico resiste las cargas impuestas con una relación lineal de esfuerzos. Al poseer un comportamiento elástico del material, la distribución de esfuerzos es lineal y se ilustra en la **Grafica 6.25** para el 5 paso de carga en los extremos inicial y final de la Viga 204 y Columna C1.



**Grafica 6.25.** Estado de esfuerzos en dirección  $x$  y  $y$  y paso de carga número 5. a) Curva esfuerzo-deformación en Viga 204 extremo inicial, b) Curva esfuerzo-deformación en Viga 204 extremo final, c) Curva esfuerzo-deformación en Columna C1 extremo inferior y d) Curva esfuerzo-deformación en Columna C1 extremo superior.

El comportamiento elástico finaliza cuando los esfuerzos de tensión en el concreto son mayores al estado límite a tensión. De aquí en adelante, la formación de fisuras en el concreto produce una respuesta no lineal del pórtico en estudio.

- **Zona de comportamiento no lineal (Tramo AB-BC-CD)**

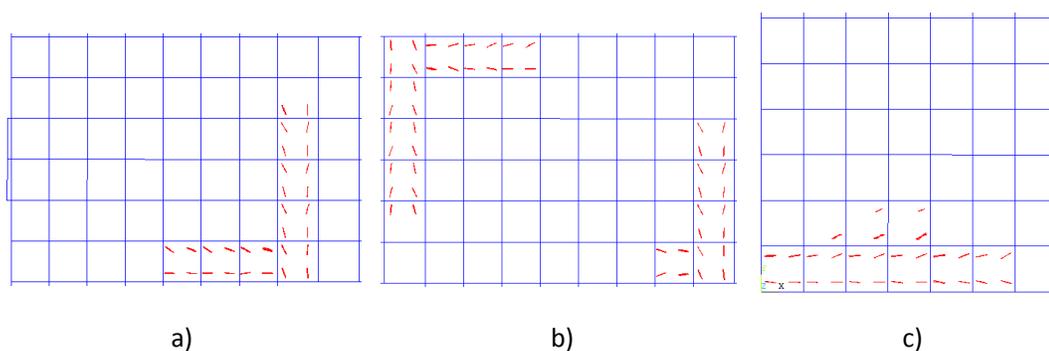
Esta zona se caracteriza por presentar una pérdida de rigidez del pórtico debido al proceso de fisuración iniciado en el pórtico, esto se ve reflejado en una caída de la capacidad de la estructura. En el pórtico, a partir de la aparición de la primera fisura ocurre una pérdida importante en la capacidad de la estructura (tramo AB), estas fisuras se presentan en las zonas de máximo momento flector. No obstante a pesar de que el elemento finito que se ha fisurado no absorbe esfuerzos de tensión en la dirección perpendicular al plano de fisura, en esta dirección el elemento finito no agota su capacidad de absorber esfuerzos de compresión para posteriores pasos de carga y así que se observa un incremento en la curva de capacidad del pórtico en el tramo BC.

También se observa que en pasos posteriores de carga a la formación de las primeras fisuras (Tramo CD), se presenta un cambio de rigidez del pórtico, principalmente por la degradación de la matriz de rigidez tangente del elemento finito fisurado.

Este fenómeno evoluciona en la degradación de la matriz de rigidez global de la estructura, reflejándose en la aparición de una cantidad importante de fisuras en el pórtico. Esto se refleja en la curva de capacidad de la estructura, como un incremento en los desplazamientos sin un aumento considerable de la capacidad de carga del mismo.

- **Fisuración por esfuerzos de tensión uniaxial**

El criterio de fisuración en el concreto ha sido implementado en el modelo computacional a partir de un modelo de fisuración distribuida. En la **Figura 6.36** se presenta la formación de las fisuras para el instante B, describiendo la dirección de la fisura en dirección perpendicular al esfuerzo principal máxima (modo I de fisuración).



**Figura 6.36.** Primeras fisuras del material. a) Viga 204 extremo izquierdo, b) Nudo Viga 204 y Columna D1, c) Columna C1 extremo inicial.

La representación de la fisuración en los elementos finitos se representa con un círculo en el plano perpendicular al esfuerzo principal que ha llegado al estado límite a tensión. En la vista del plano  $xy$ ,

los círculos se observan como líneas que representan el plano de fisuración.

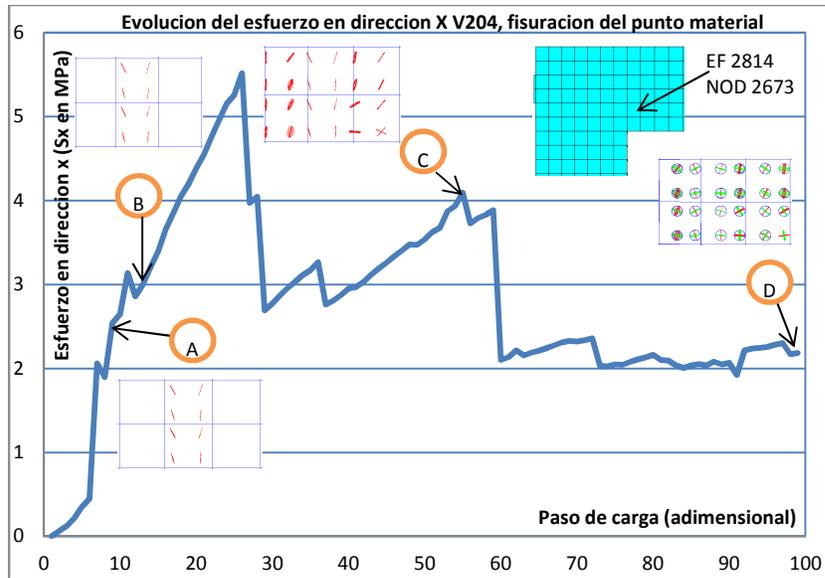
En la **Figura 6.36** las líneas verticales y horizontales (color rojo) presentadas en el interior de cada elemento finito, representan la fisuración en los nodos cuyo esfuerzo principal mayor alcanza la superficie de fractura. Estas líneas representan las fisuras cuyas direcciones coinciden con los planos perpendiculares a los esfuerzos  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$ , es decir los planos definidos por los ejes 2-3 y 1-3.

La evolución de los esfuerzos en dirección  $x$  y  $y$  así como la formación de fisuras en cada paso de carga, se presenta en las **Gráficas 6.26 y 6.27**. Cuando ocurre la primera fisura en un punto material, para siguientes incrementos de carga los esfuerzos principales por tensión redistribuidos en el elemento finito presentan direcciones diferentes al eje en el que se alcanzó la máxima resistencia del concreto simple. Cuando el esfuerzo principal  $\sigma_1$  supera de nuevo la superficie de falla del material, ocurre la fisuración del punto material en una dirección perpendicular al esfuerzo principal.

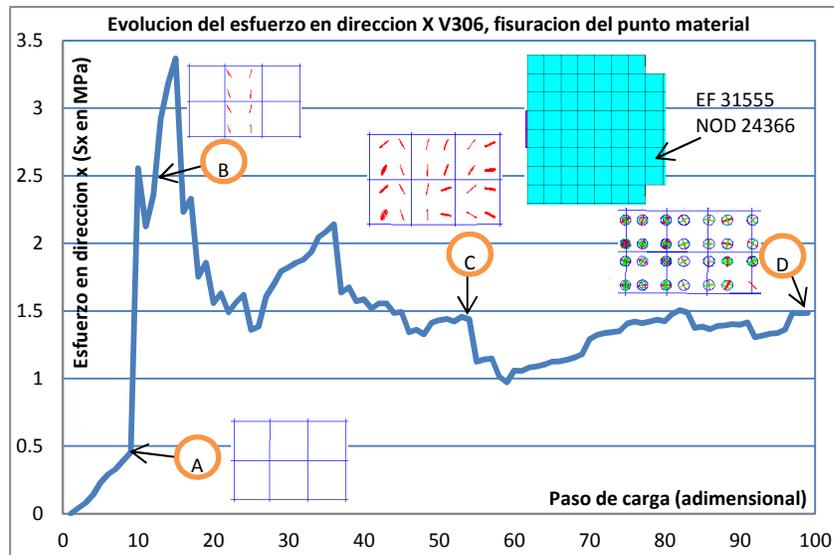
En las **Gráficas 6.26, 6.27, 6.28 y 6.29** se ilustra la aparición de fisuras en los puntos de integración de los elementos finitos 2814 para la Viga 204, 31555 para la Viga 306, 1376 para la Columna C1 y 5151 para la columna D1 en los puntos de la curva de capacidad A, B, C y D en donde se observa que las fisuras en el pórtico no se definen en una sola dirección, es decir, que la dirección de la fisura es función de la dirección principal en la cual se presenta el esfuerzo principal mayor.

De igual manera, en la medida que se presenta la falla frágil del concreto, se modifica la matriz constitutiva tangente del elemento fisurado, considerando que el esfuerzo a tensión para un elemento fisurado es nulo en la dirección de dicho esfuerzo y posee valores diferentes a cero en compresión.

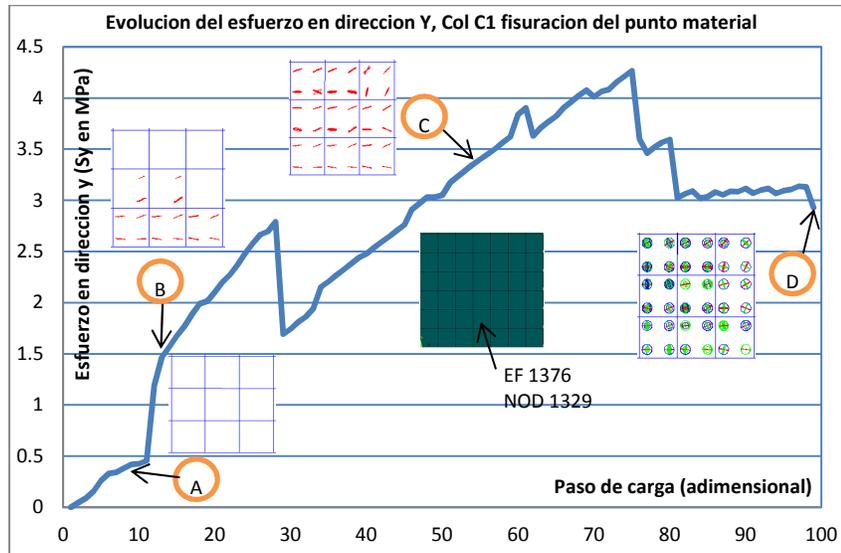
Este fenómeno es presentado para un elemento finito que ha desarrollado deformaciones mayores al correspondiente al límite de rotura ( $\varepsilon_{xx} > \varepsilon_0$ ), como se presenta a continuación.



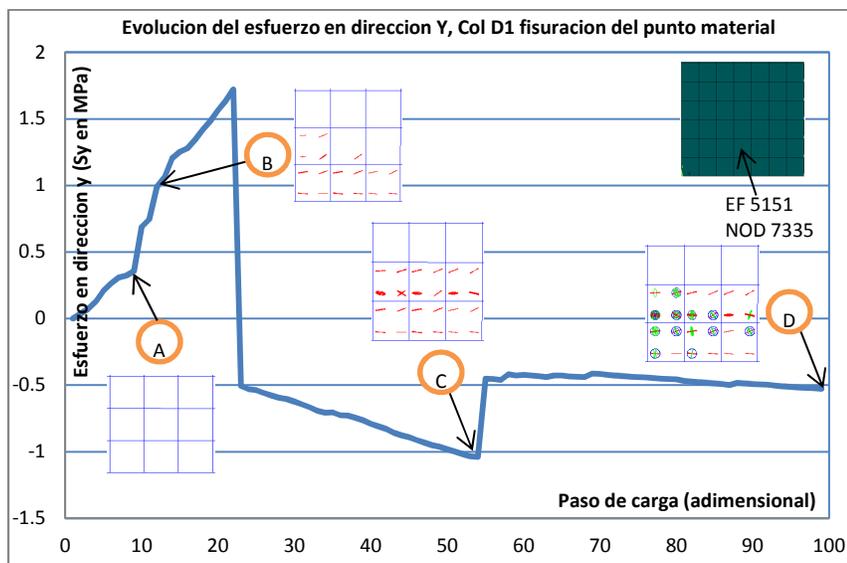
**Grafica 6.26.** Evolución del esfuerzo en dirección  $x$  V204 y fisuración del pórtico.



**Grafica 6.27.** Evolución del esfuerzo en dirección  $x$  V306 y fisuración del pórtico.



**Grafica 6.28.** Evolución del esfuerzo en dirección Columna C1 y y fisuración del pórtico.



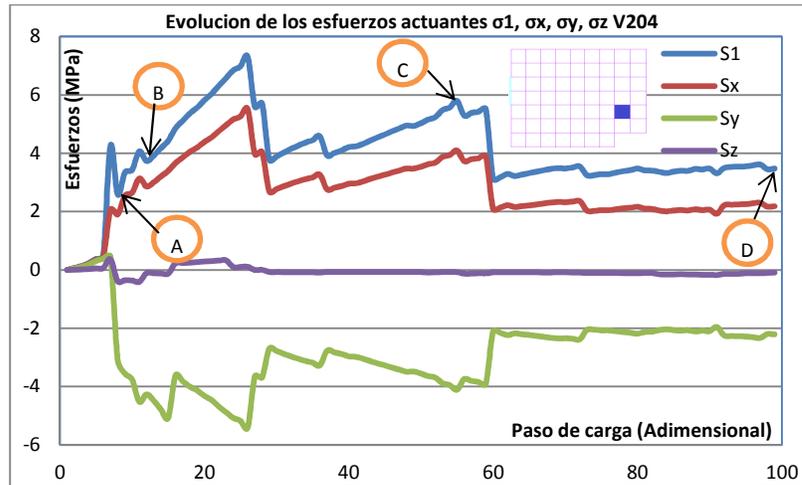
**Grafica 6.29.** Evolución del esfuerzo en dirección Columna D1 y y fisuración del pórtico.

Cuando se alcanza el esfuerzo límite a tensión en un elemento finito, los siguientes esfuerzos de tensión son redistribuidos a los elementos vecinos que aún no se han fisurado. Esta transferencia de esfuerzos se refleja en el modelo matemático a través del coeficiente de cortante  $\beta_t$  y el factor de reducción de la matriz constitutiva tangente  $R_{t_r}$ , presentados anteriormente en el documento.

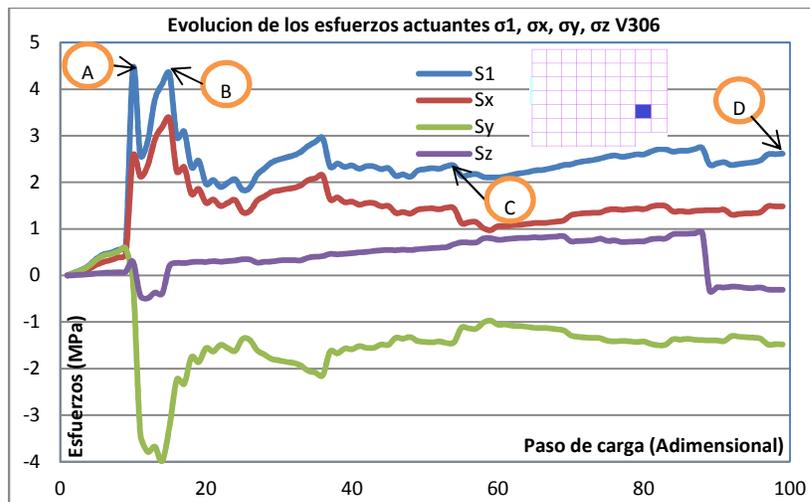
A medida que el análisis prosigue bajo cargas posteriores al inicio de la fisuración (Punto A), la propagación de estas en el pórtico analizado es una tendencia observada. La redistribución de los esfuerzos principales en un elemento finito nos dice que ante la aplicación de posteriores pasos de carga a la aparición de la primera fisura en los planos perpendiculares del elemento prontamente se

presenta fisuración.

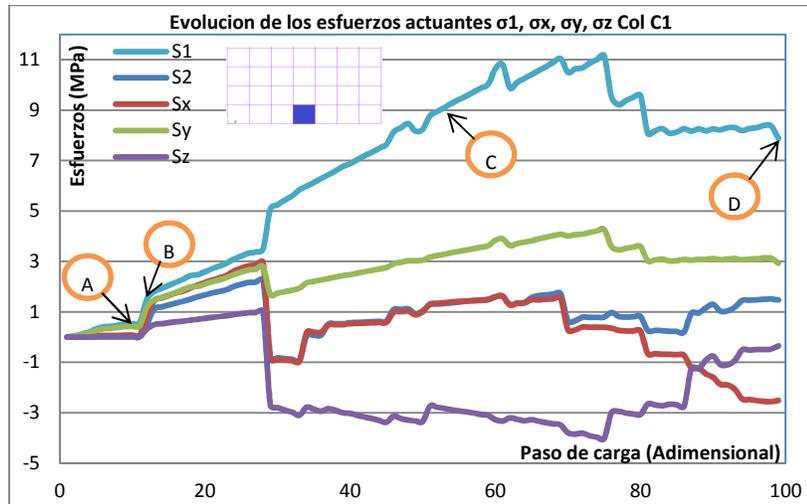
La evolución del esfuerzo principal mayor  $\sigma_1$  y  $\sigma_2$  así como los esfuerzos en los 3 ejes locales de los elementos finitos 2814 para la Viga 204, 2359 para la Viga 306, 1376 en la columna C1 y 5151 para la columna D1 ( $S_x, S_y$  y  $S_z$ ), se presentan en las **Gráficas 6.30, 6.31, 6.32 y 6.33** durante la aplicación de cargas al pórtico.



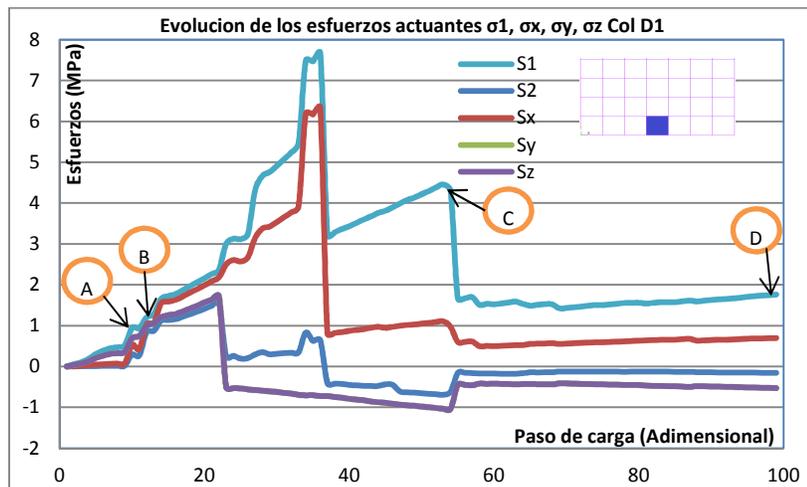
**Grafica 6.30.** Evolución de los esfuerzos durante la aplicación de cargas al pórtico en la Viga 204. (EF 2814 asociado al punto de integración 2673)



**Grafica 6.31.** Evolución de los esfuerzos durante la aplicación de cargas al pórtico en la Viga 306. (EF 31555 asociado al punto de integración 24366)



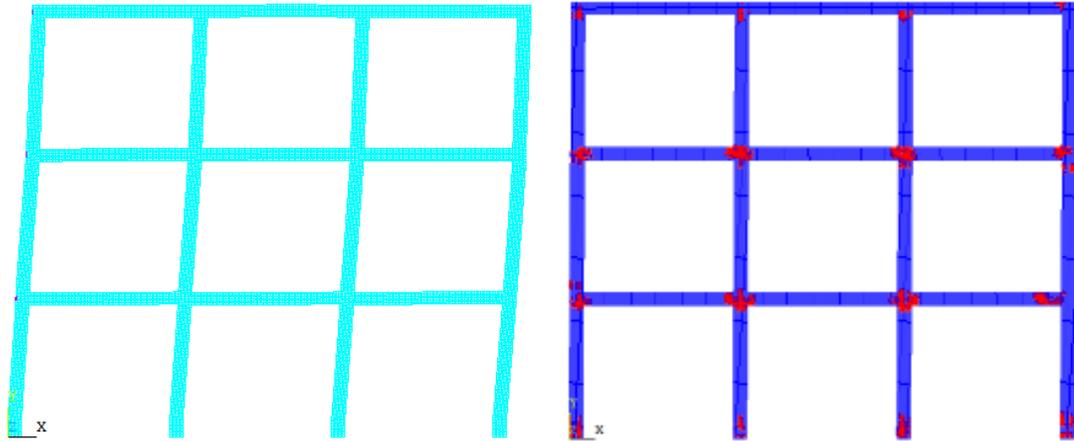
**Grafica 6.32.** Evolución de los esfuerzos durante la aplicación de cargas al pórtico en la Columna C1.  
(EF 1376 asociado al punto de integración 1329)



**Grafica 6.33.** Evolución de los esfuerzos durante la aplicación de cargas al pórtico en la Columna D1.  
(EF 5151 asociado al punto de integración 7335)

Se puede observar antes de comenzar el rango inelástico (Punto A), para ambos casos (viga y columna) el esfuerzo principal mayor  $S_1$ , tiene valores muy cercanos a los esfuerzos en dirección  $x$  y  $y$  respectivamente, en donde los esfuerzos  $\sigma_z$  son prácticamente nulos durante la zona elástica del problema.

Al finalizar, la matriz constitutiva del elemento finito es cero cuando ocurre la fisuración en los tres planos ortogonales del sólido. Esta directriz se observa en los demás elementos a medida que se incrementa la carga, por lo cual la pérdida de rigidez en el pórtico es una constante observada en la curva de capacidad del mismo. Este fenómeno se muestra en la **Figura 6.37**, la cual presenta la deformada general del pórtico y el estado de fisuración para el último paso de carga aplicado.

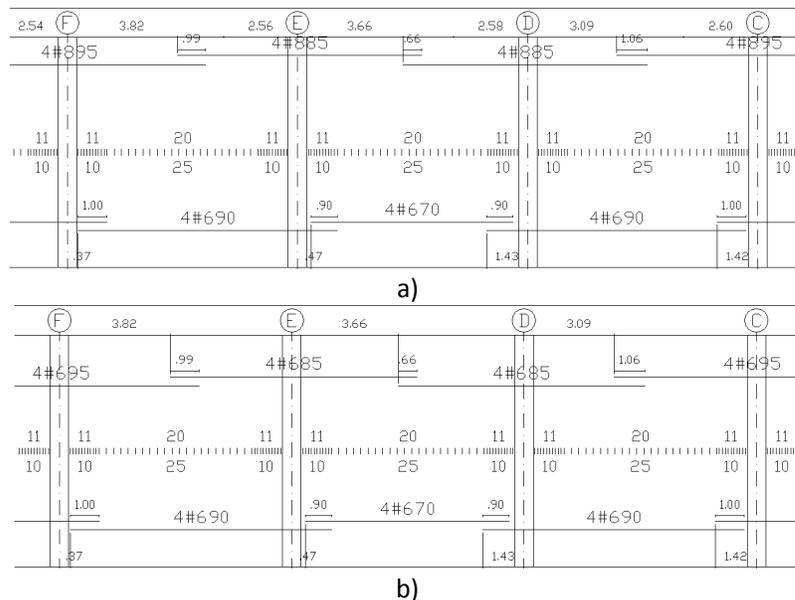


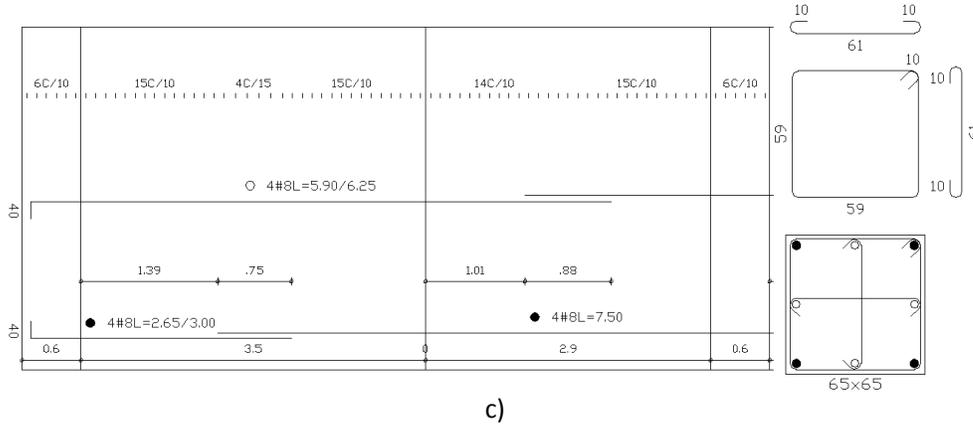
**Figura 6.37.** Deformación última y fisuración del pórtico de 3x3 vanos para el último paso de carga aplicado (Punto D).

La pérdida de rigidez en elementos de concreto simple sometidos a flexión es una condición poco deseable a lo que comportamiento estructural se refiere, es atribuido principalmente a la baja capacidad a tensión que posee el concreto simple, el uso del acero como elemento estructural para aumentar la capacidad del elemento es práctica común en el ejercicio cotidiano.

### 6.3.2 Modelo inelástico pórtico 3x3 vanos en concreto con refuerzo longitudinal

En esta sección se presenta el aumento de la capacidad del pórtico gracias al aporte del acero longitudinal presente en las secciones de concreto (vigas y columnas). Las propiedades y distribución del refuerzo, presentadas en la **Figura 6.38**, corresponden a un diseño estructural real presentado en el Capítulo 5.



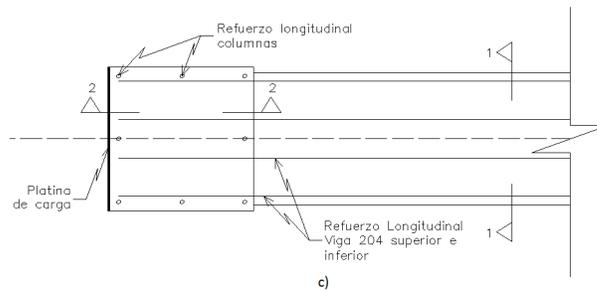


**Figura 6.38.** Detalle acero de refuerzo longitudinal y transversal para vigas. a) Detalle Viga 204 y 306, b) Detalle Viga 407, c) Detalle columnas C1, D1, E1 y F1.

La modelación del pórtico con acero de refuerzo longitudinal se realiza considerando un modelo constitutivo basado en el criterio de fluencia de von Mises para el acero, con un modelo de fisura distribuida y el criterio de Willam-Warnke para el concreto.

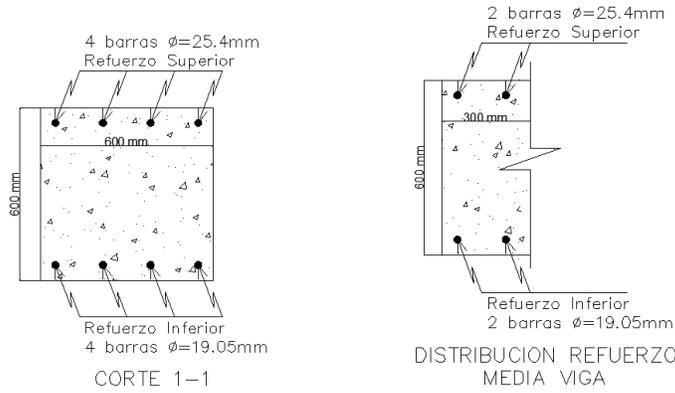
### 6.3.2.1 Geometría

La distribución del refuerzo longitudinal utilizado en el modelo numérico se presenta a continuación.

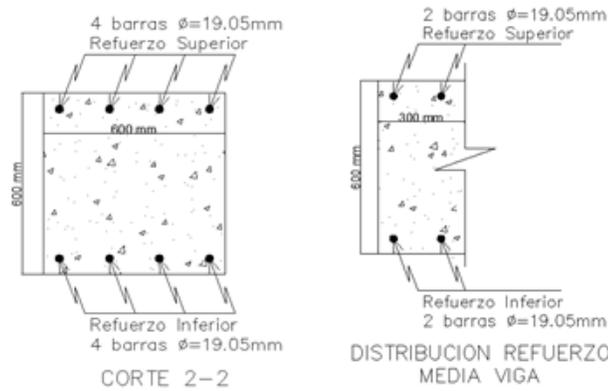


**Figura 6.39.** Representación del refuerzo. c) Detallado del refuerzo longitudinal en el pórtico.

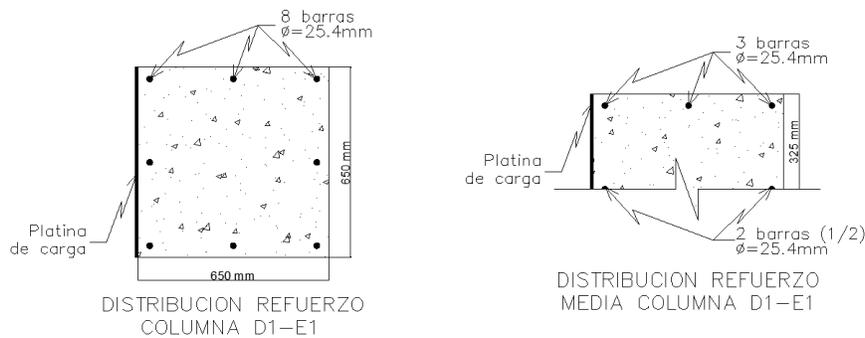
Como se presenta en la **Figura 6.39**, el recubrimiento utilizado para la ubicación del refuerzo es de 40mm. Aprovechando la simetría geométrica del pórtico, se modela media estructura con un plano de simetría  $xy$  que pasa por la mitad de la estructura. El área de refuerzo longitudinal se representa mediante un área de acero equivalente al diámetro de la barra adoptada (**Figura 6.40, 6.41 y 6.42**).



**Figura 6.40.** Distribución del refuerzo longitudinal en la Viga 204 y Viga 306 en la simplificación geométrica del modelo.



**Figura 6.41.** Distribución del refuerzo longitudinal en la Viga 407 en la simplificación geométrica del modelo.



**Figura 6.42.** Distribución del refuerzo longitudinal en las Columnas C1, D1, E1 y F1 para la simplificación geométrica del modelo.

La modelación del acero de refuerzo puede ser realizada mediante dos maneras, una discreta a través de elementos finitos tipo barra o elementos finitos que tengan en cuenta el refuerzo distribuido en el interior del elemento. En esta próxima sección se describen los elementos finitos utilizados en la modelación.

### 6.3.2.2 Elemento finito y enmallado

La representación del acero de refuerzo longitudinal en esta investigación se realiza en forma discreta utilizando elementos finitos tipo barra, el cual se denomina LINK 180 en la librería del programa Ansys. La geometría y características de este elemento se presentaron en la **Figura 6.21**. Este elemento finito es enmallado con el mismo número de elementos que se usaran para el concreto simple, con el fin de garantizar la coincidencia entre los nodos del elemento tipo barra y el elemento tipo sólido con esto se garantiza la perfecta adherencia entre el concreto y el acero en el modelo presentado, avalando la compatibilidad de desplazamientos entre los elementos lineales y los elementos volumétricos.

### 6.3.2.3 Comportamiento del concreto simple

La relación esfuerzo-deformación a compresión uniaxial usada en el modelo numérico para definir el comportamiento del concreto simple, ha sido construida a partir de una curva multilíneal válida para materiales no lineales isótropos presentada en la sección 3.1.5. Esta curva ha sido realizada en base a los siguientes parámetros:

Resistencia a la compresión  $f'_c = 28 \text{ MPa}$

Módulo de elasticidad del concreto simple  $E_c = 25000 \text{ MPa}$

Relación de Poisson  $\nu = 0.20$

De manera similar los parámetros utilizados para representar el comportamiento a tensión uniaxial del concreto simple son:

Resistencia ultima a la tensión uniaxial del concreto simple  $f'_t = 2.8 \text{ MPa}$

Coefficiente de transferencia a cortante (fisuras abiertas)  $\beta = 0.30$

Coefficiente de transferencia a cortante (fisuras cerradas)  $\beta = 1.00$

El criterio de fallo utilizado en este modelo para definir el dominio elástico del material es el criterio de fractura de William-Warnke, presentado en la sección 3.1.7. La no linealidad del material representada por la fisuración del concreto bajo esfuerzos de tensión es representada a través de un modelo de fisuración en banda, presentado en la sección 3.1.4.

### 6.3.2.4 Comportamiento del acero de refuerzo

La relación esfuerzo-deformación del acero es representada mediante un modelo de plasticidad bilineal, para el cual el comportamiento elasto-plástico describe una respuesta similar en tensión y compresión. De igual manera el criterio de fallo utilizado para definir el dominio elástico del material, es el criterio de von Mises utilizado para este tipo de elementos y presentado en la sección 3.2.5. Para construir esta relación se requiere conocer el módulo de elasticidad del material  $E_s$ , el esfuerzo de fluencia  $f_y$  y la pendiente inelástica  $E^{tan}$ , los parámetros utilizados para representar el comportamiento a tensión uniaxial del acero de refuerzo son:

Módulo de elasticidad  $E_s = 200000 \text{ MPa}$

Pendiente inelástica  $E^{tan} = 0$

Esfuerzo de fluencia  $f_y = 420 \text{ MPa}$

#### 6.3.2.5 Representación del refuerzo a partir de constantes reales

La representación del refuerzo en el modelo numérico por elementos finitos necesita definir las áreas de acero para las barras longitudinales, esto se logra con la asignación en las propiedades del elemento tipo barra (Link180) el área de refuerzo equivalente según el diámetro de la barra adoptada. En el pórtico en estudio la asignación del área de refuerzo se hace en base a un área equivalente a la barra presentada anteriormente en la **Tabla 6.2**.

#### 6.3.2.6 Aplicación de cargas y análisis no lineal

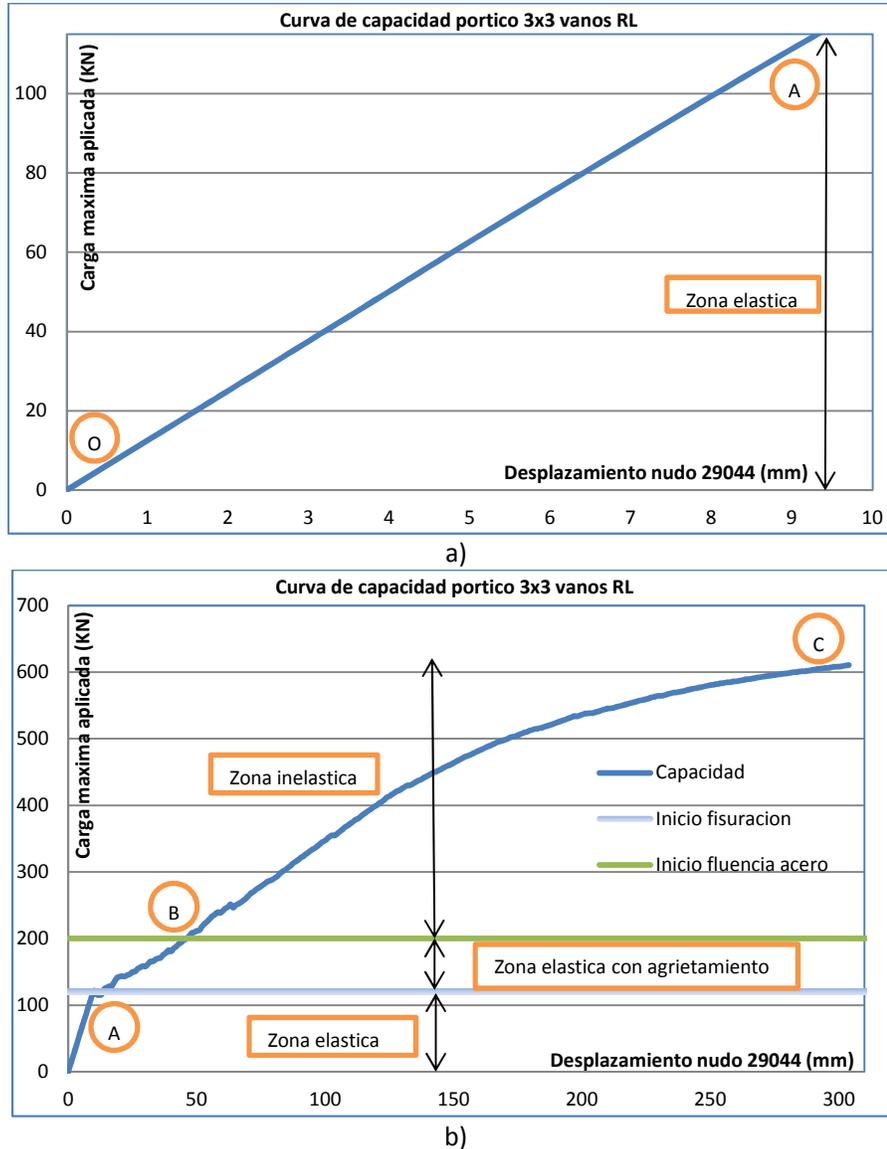
De igual manera como se realizó en el modelo para concreto simple, la aplicación de cargas se ha realizado a partir de la asignación de desplazamientos horizontales en las platinas de carga en donde se han usado 300 pasos de carga con un desplazamiento máximo de 300 mm en el nudo entre la Viga 407 y la Columna F1. Así mismo, el método iterativo de Newton Raphson utilizado para la convergencia del modelo numérico, incluye el control de desplazamientos a partir de la aplicación de intervalos pequeños de carga (1 mm en este análisis). Para este modelo el nudo en el cual se va a leer el desplazamiento del pórtico es el numero 29044 el cual representa el centroide del nudo viga-columna descrito anteriormente, como se presenta en la **Figura 6.43**.



**Figura 6.43.** Ubicación y numeración de nodos del pórtico 3x3 vanos.

## 6.3.2.7 Análisis de resultados

La curva de capacidad que desarrolla el pórtico a partir de un análisis no lineal es presentada en la **Grafica 6.34**, la cual describe tres etapas que se presentan en el comportamiento de la estructura.



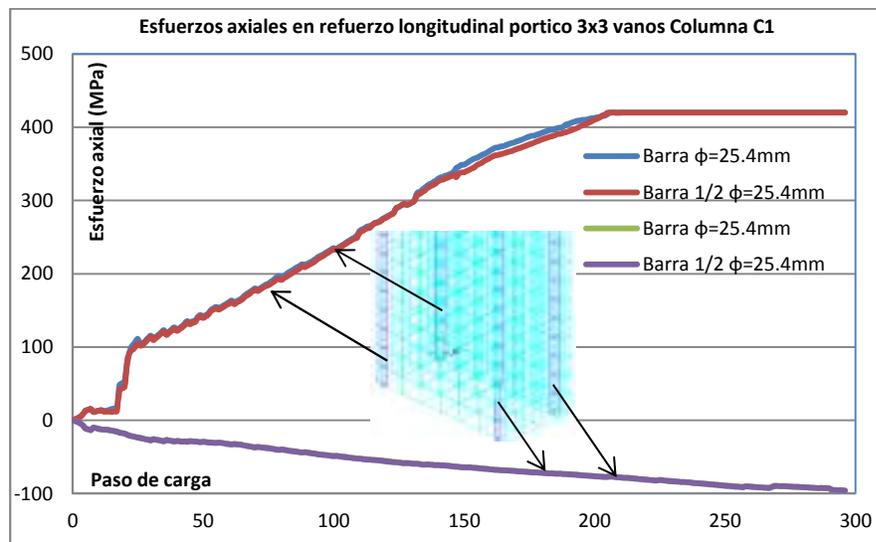
**Grafica 6.34.** Curva de capacidad pórtico 3x3 vanos con refuerzo longitudinal. a) Comportamiento elástico, b) Comportamiento inelástico.

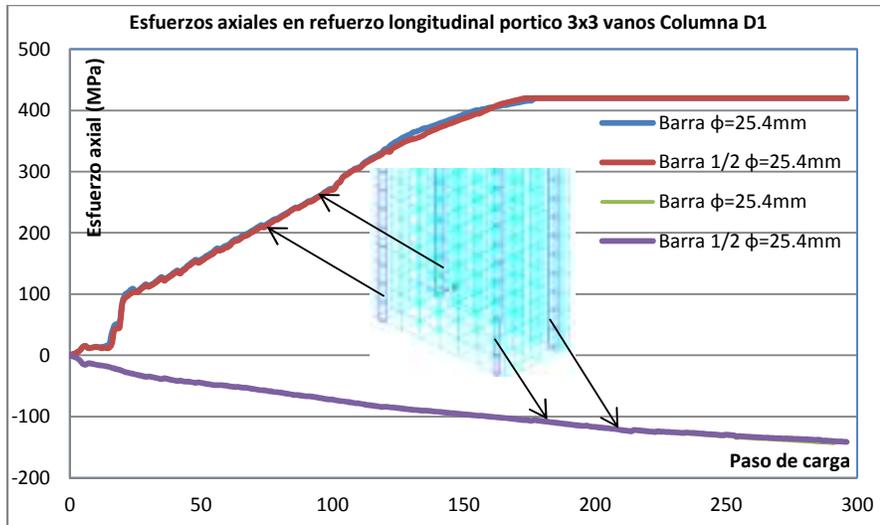
Se observa claramente una primera etapa donde el concreto no presenta fisuración ya que los esfuerzos de tensión son menores al límite de rotura del material y por ende el comportamiento del pórtico durante esta etapa es lineal y elástico. Esta etapa describe el límite del comportamiento lineal y el inicio de un comportamiento elástico que presenta agrietamiento, **Grafica 6.34a**.

- **Comportamiento de esfuerzos elásticos del acero y agrietamiento del concreto (Tramo AB)**

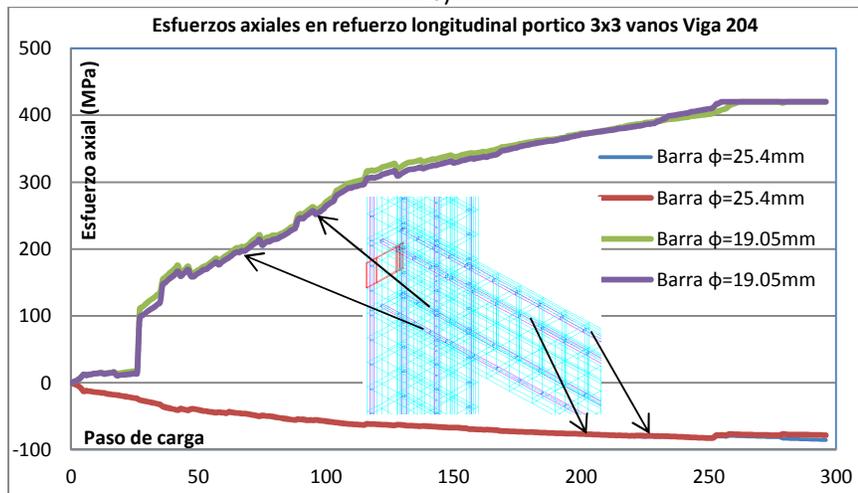
Al aplicar cargas superiores a la carga de fisuración del pórtico, empiezan a presentarse fisuras en los apoyos de las Columnas C1, D1, E1, F1 y en los extremos inicial y final de las Viga 204, 306, 407, las cuales empiezan a extenderse rápidamente hacia el eje neutro del elemento, el cual empieza a cambiar de posición, además se propagan longitudinalmente sobre estos en las zonas de máximo momento flector. Este comportamiento empieza a producirse a partir de la carga que produce la primera fisura y el inicio de la zona inelástica (Tramo AB) como se presenta en la **Grafica 6.34b**, en donde la pendiente de la curva de capacidad disminuye debido a que el pórtico ha perdido rigidez por el proceso de fisuración iniciado en él.

La curva de capacidad del pórtico se ve influenciada principalmente por el comportamiento del acero longitudinal que se encuentra a tensión antes de alcanzar su límite de fluencia. En la **Grafica 6.35** se presenta la evolución de los esfuerzos de tensión y compresión en las barras exteriores de la columna C1, D1 y en las barras inferiores y superiores del extremo inicial de las Vigas 204, 306, 407 a medida que se aplican cargas en la platinas. Para el acero de la Columna C1 y D1 la fluencia del acero se alcanza en el paso de carga número 206 y 175 respectivamente, para la Viga 204 la fluencia del acero se alcanza en el paso de carga número 260 y para las Vigas 306 y 407 el acero de refuerzo longitudinal no alcanza la fluencia en ningún paso de carga.

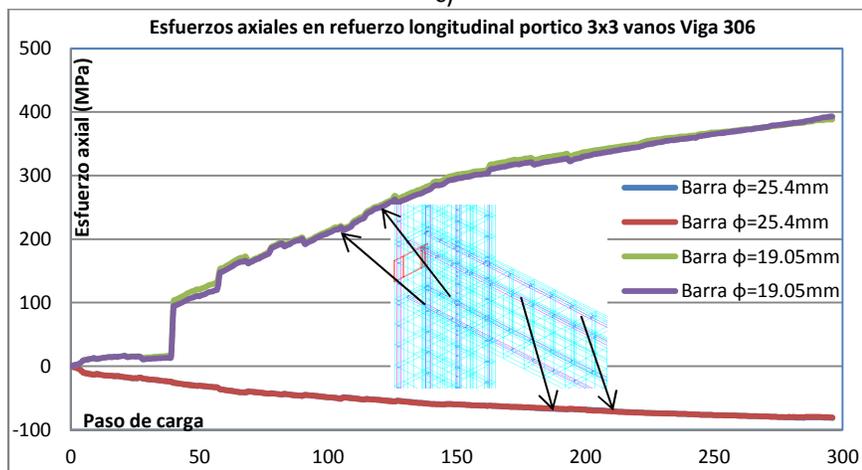




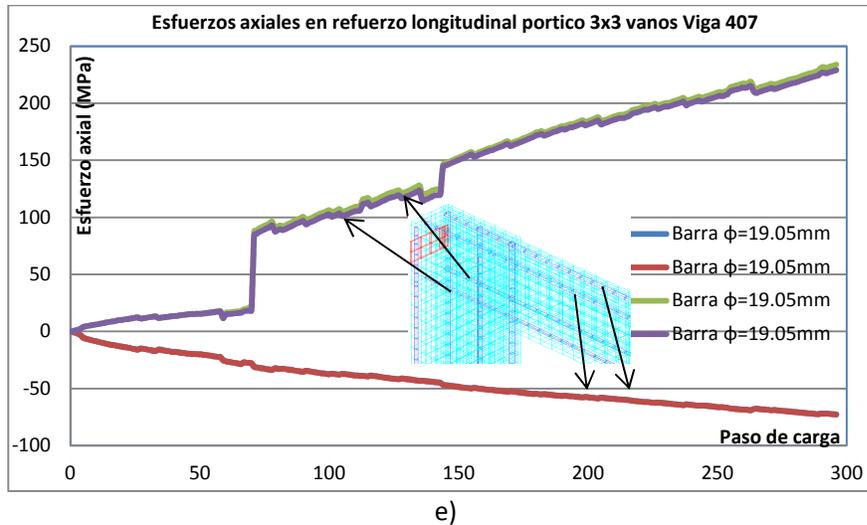
b)



c)



d)



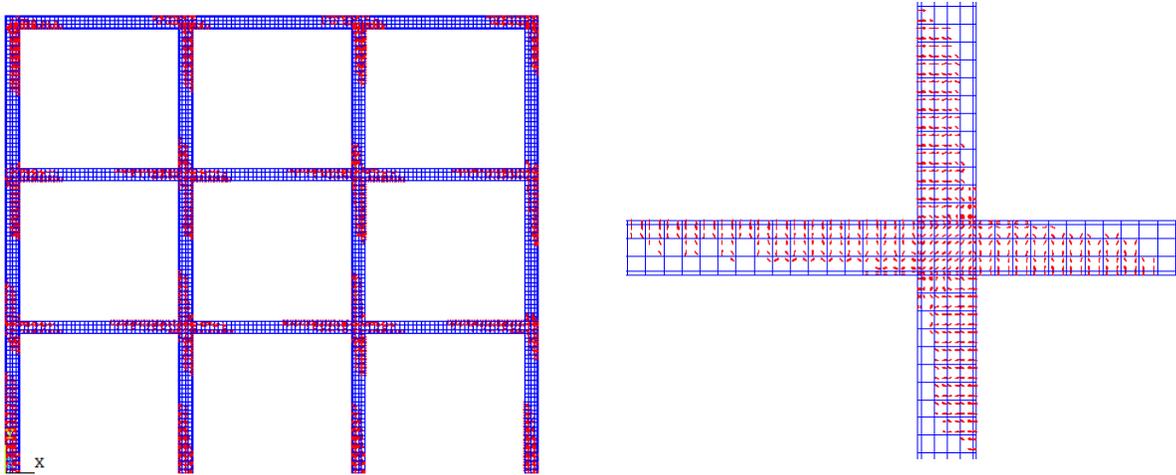
**Grafica 6.35.** Esfuerzos uniaxiales en las barras longitudinales a tensión y compresión (MPa). a) Esfuerzos Columna C1, b) Esfuerzos Columna D1, c) Esfuerzos Viga 204, d) Esfuerzos Viga 306, e) Esfuerzos Viga 407.

- **Comportamiento inelástico (Tramo BC)**

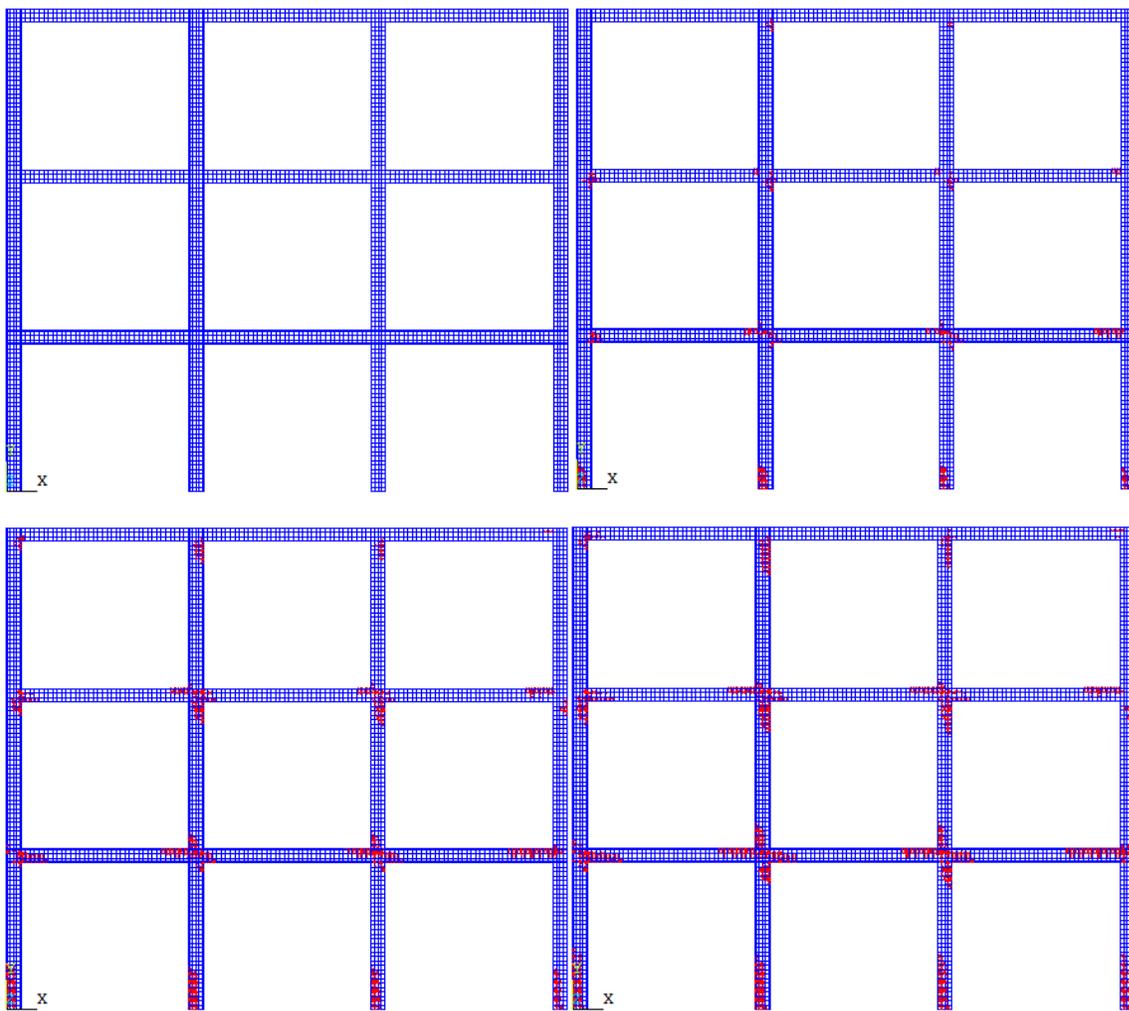
Este comportamiento es observado en la curva de capacidad del pórtico, después de que el acero de los elementos fluye plásticamente, en reacción el pórtico presenta poca capacidad ante desplazamientos horizontales y se requieren pequeñas cantidades de carga para incrementar los desplazamientos en él.

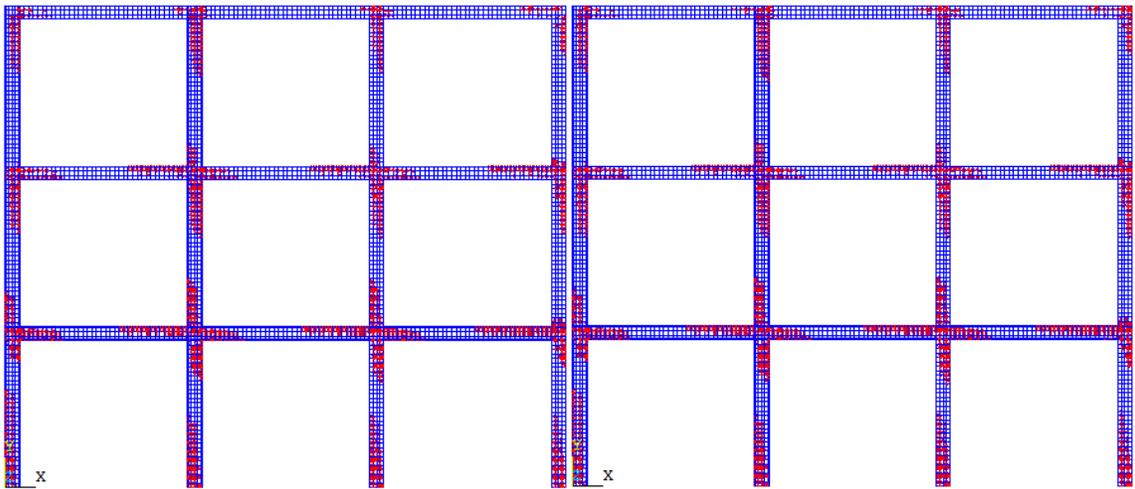
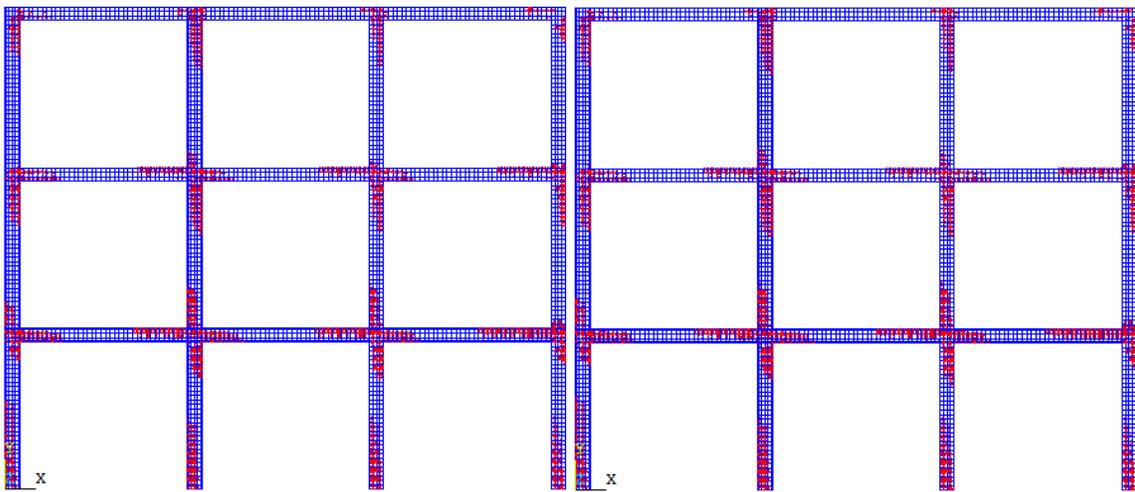
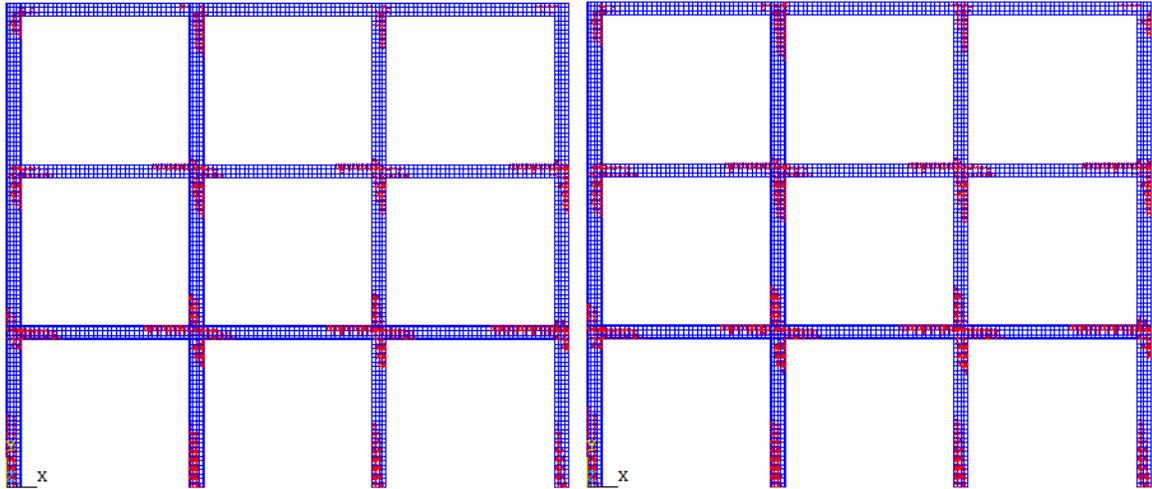
El tramo BC de la curva de capacidad, presenta un comportamiento no lineal influenciado principalmente por la región inelástica de la relación esfuerzo-deformación del acero y la curva a compresión del concreto. El cortante basal máximo obtenido en la simulación numérica es de 610.54 KN (Punto C).

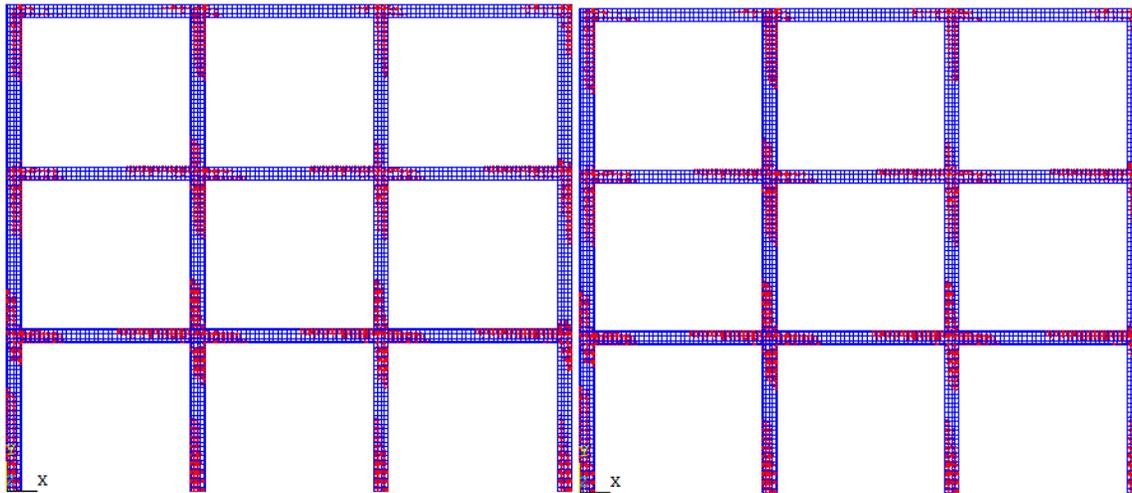
En la simulación numérica realizada el estado final del pórtico se caracteriza por presentar múltiples fisuras por tensión y el aplastamiento del concreto ante esfuerzos principales de compresión que alcancen la superficie de fractura del material, como se ilustra en la **Figura 6.44** donde se presentan los tipos de fisuración del pórtico formados ante el régimen de cargas aplicados. La pérdida progresiva de rigidez se refleja en la solución no lineal debido a la no convergencia del modelo numérico para el proceso iterativo de Newton Raphson.



**Figura 6.44.** Propagación de la fisuración en el modelo numérico. Vista de la fisuración en el nudo Viga 204 y Columna D1.







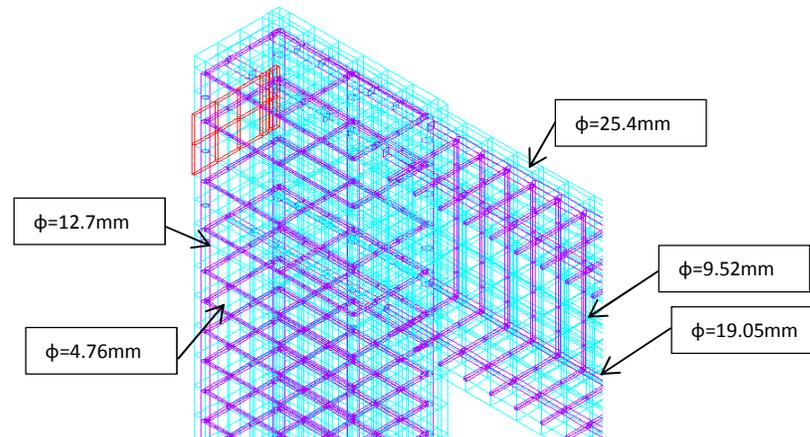
**Figura 6.44a.** Evolución de la fisuración en el modelo numérico. Portico 3x3 vanos con refuerzo longitudinal.

### 6.3.3 Modelo inelástico pórtico de 3x3 vanos en concreto con refuerzo longitudinal y transversal

En esta sección se presenta el aumento de la capacidad del pórtico gracias al aporte del acero de refuerzo transversal (estribos) presente en las secciones de concreto de la estructura (vigas y columnas). Las propiedades y distribución del refuerzo, fueron presentadas en la sección 5.51 y 5.52 del capítulo anterior y corresponden al diseño estructural tomado de la realidad. Este modelo posee las mismas características geométricas, tipo de elementos finitos, propiedades de los materiales (concreto y acero) que el modelo anterior con la diferencia de que en este modelo se han introducido al modelo numérico los estribos tanto en columnas como en vigas, para observar el aporte que estos elementos tienen en el comportamiento y capacidad del pórtico.

#### 6.3.3.1 Representación del refuerzo a partir de constantes reales

La representación del refuerzo longitudinal y transversal en el modelo numérico por elementos finitos necesita definir las áreas de acero para las barras longitudinales y transversales, esto se logra con la asignación en las propiedades del elemento tipo barra (Link180) del área de refuerzo equivalente según el diámetro de la barra adoptada. En el pórtico como se presenta en la **Figura 6.45**, la asignación de área de refuerzo se hace en base a un área equivalente al refuerzo presentado en la **Tabla 6.3** con la inclusión del área para las diferentes barras transversales.



**Figura 6.45.** Definición de áreas de refuerzo en el modelo numérico.

Diámetro de la barra (mm)	Área de refuerzo ( $mm^2$ )
25.4	506.71
19.05	285.02
12.7	126.68
9.52	71.25
4.76	35.62

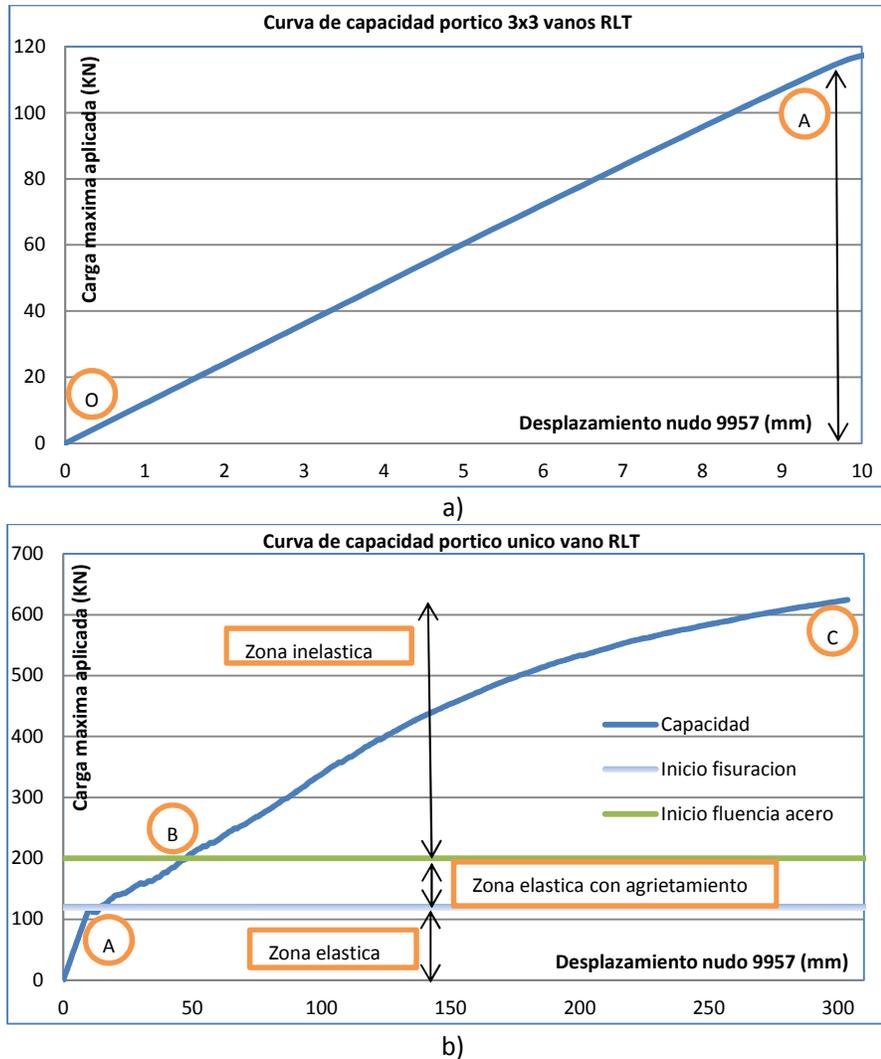
**Tabla 6.3.** Áreas equivalentes de refuerzo pórtico 3x3 vanos.

### 6.3.3.2 Aplicación de cargas y análisis no lineal

De igual manera como se realizó en el modelo anterior, la aplicación de cargas se ha realizado a partir de la asignación de desplazamientos horizontales en las platinas de carga en donde se han usado 300 pasos de carga con un desplazamiento máximo de 300 mm en el nudo entre la Viga 407 y la Columna F1. Así mismo, el método iterativo de Newton Raphson utilizado para la convergencia del modelo numérico, incluye el control de desplazamientos a partir de la aplicación de intervalos pequeños de carga (1 mm en este análisis). Para este modelo el nudo en el cual se va a leer el desplazamiento del pórtico es el numero 9957 el cual representa el centroide del nudo viga-columna descrito anteriormente.

### 6.3.3.3 Análisis de resultados

La curva de capacidad que desarrolla el pórtico a partir de un análisis no lineal es presentada en la **Grafica 6.36**, la cual describe tres etapas que se presentan en el comportamiento de la estructura.



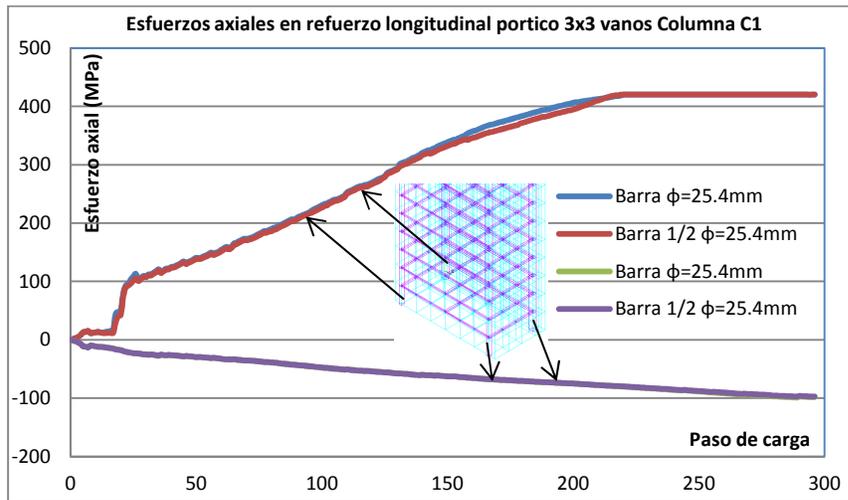
**Grafica 6.36.** Curva de capacidad pórtico con refuerzo longitudinal y transversal. a) Comportamiento elástico, b) Comportamiento inelástico.

Se observa una primera etapa donde el concreto no presenta fisuración ya que los esfuerzos de tensión son menores al límite de rotura del material. El comportamiento del pórtico es lineal hasta el comienzo del agrietamiento **Grafica 6.36a**.

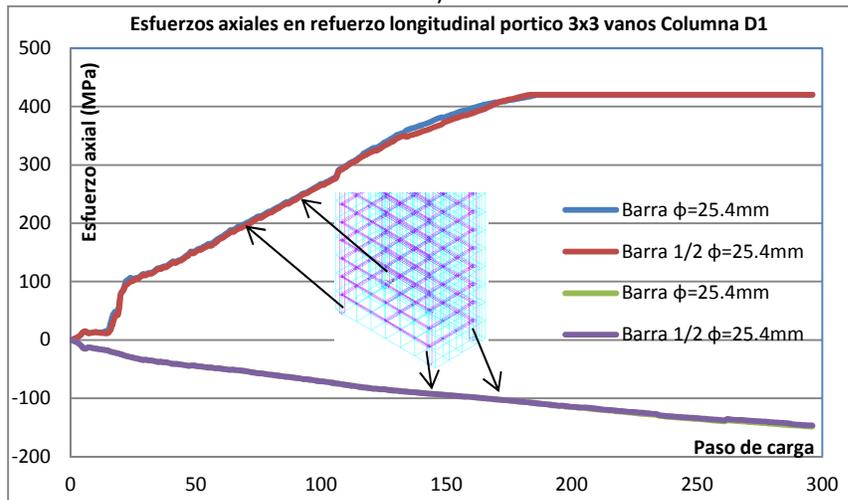
- **Comportamiento de esfuerzos elásticos del acero y agrietamiento del concreto (Tramo AB)**

Al aplicar cargas superiores a la carga que origina la fisuración del pórtico, empiezan a presentarse fisuras en los apoyos de las Columnas C1, D1, E1, F1 y en los extremos inicial y final de las Viga 204, 306, 407, las cuales empiezan a extenderse rápidamente hacia el eje longitudinal del elemento, el cual empieza a cambiar de posición, además se propagan longitudinalmente sobre estos en las zonas de máximo momento flector. Este comportamiento empieza a producirse a partir de la carga que produce la primera fisura y el inicio de la zona inelástica (Tramo AB) como se presenta en la **Grafica**

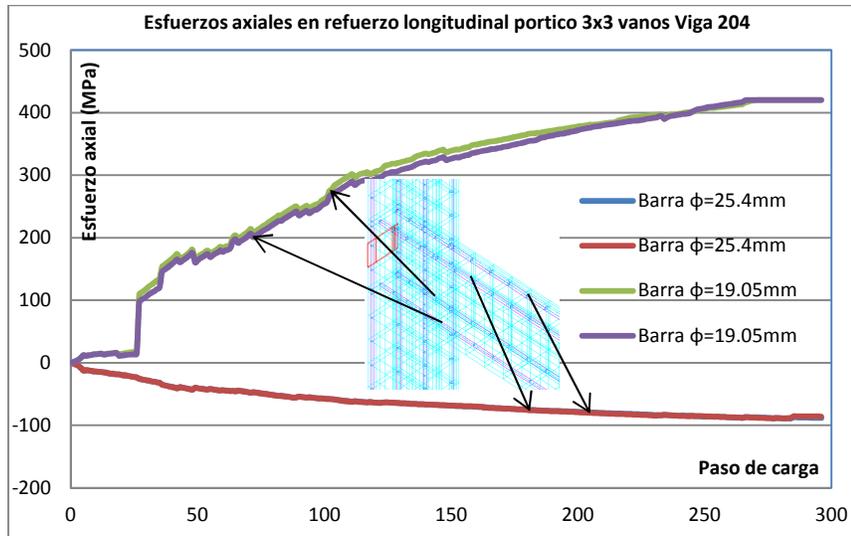
**6.36b**, en donde la pendiente de la curva de capacidad disminuye debido a que el pórtico ha perdido rigidez por el proceso de fisuración iniciado en él. La curva de capacidad del pórtico se ve influenciada principalmente por el comportamiento del acero longitudinal que se encuentra a tensión antes de alcanzar su límite de fluencia. En la **Grafica 6.37** se presenta la evolución de los esfuerzos de tensión y compresión en las barras exteriores de la columna C1, D1 y en las barras inferiores y superiores del extremo inicial de las Vigas 204, 306, 407 a medida que se aplican cargas en la estructura. Para el acero de la Columna C1 y D1 la fluencia del acero se alcanza en el paso de carga número 220 y 186 respectivamente, para la Viga 204 la fluencia del acero se alcanza en el paso de carga número 271 y para las Vigas 306 y 407 el acero de refuerzo longitudinal no alcanza la fluencia en ningún paso de carga.



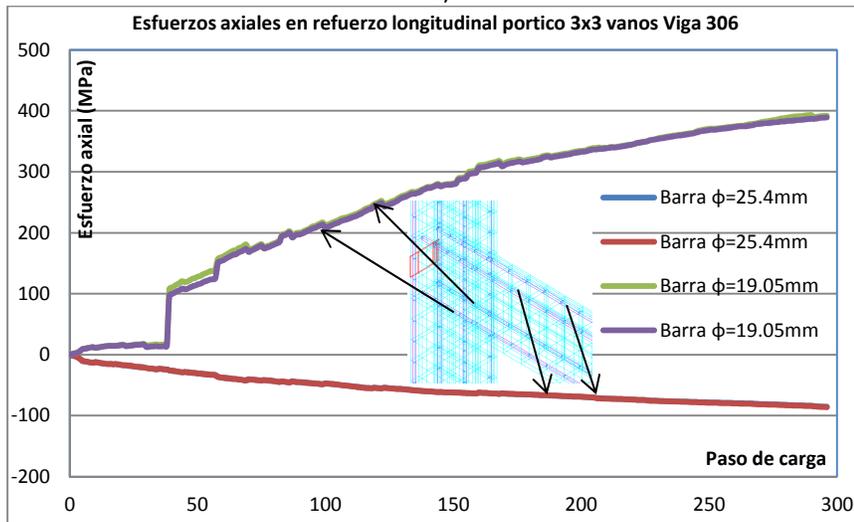
a)



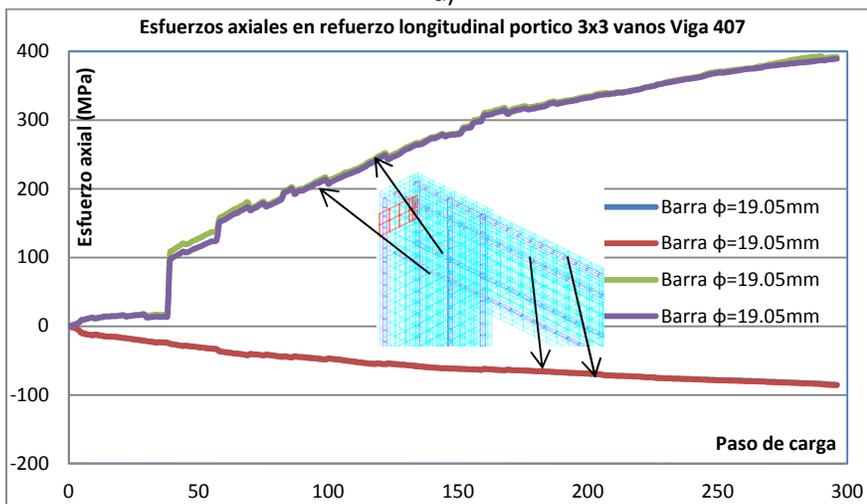
b)



c)



d)



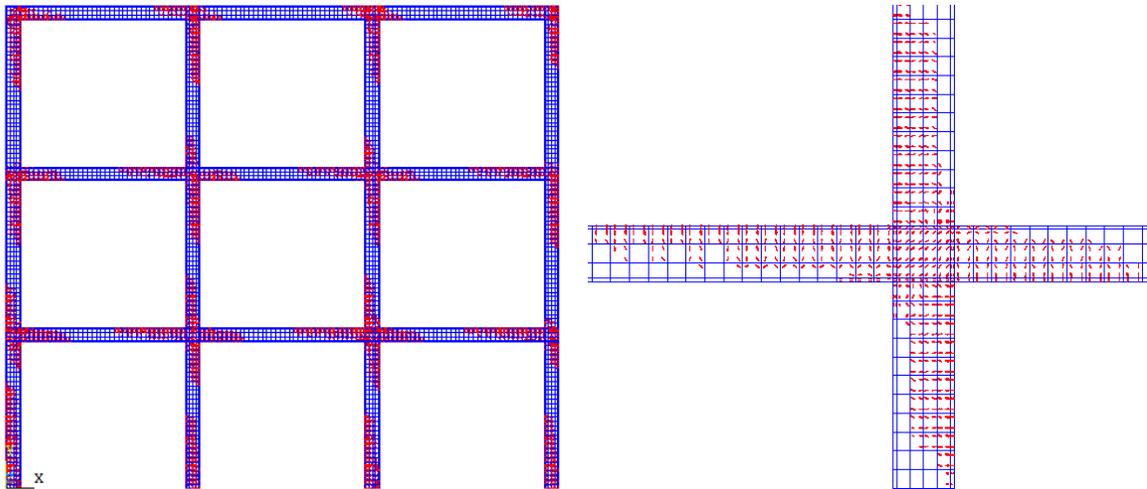
e)

**Grafica 6.37.** Esfuerzos uniaxiales en las barras longitudinales a tensión y compresión (MPa). a) Esfuerzos Columna C1, b) Esfuerzos Columna D1, c) Esfuerzos Viga 204, d) Esfuerzos Viga 306, e) Esfuerzos Viga 407.

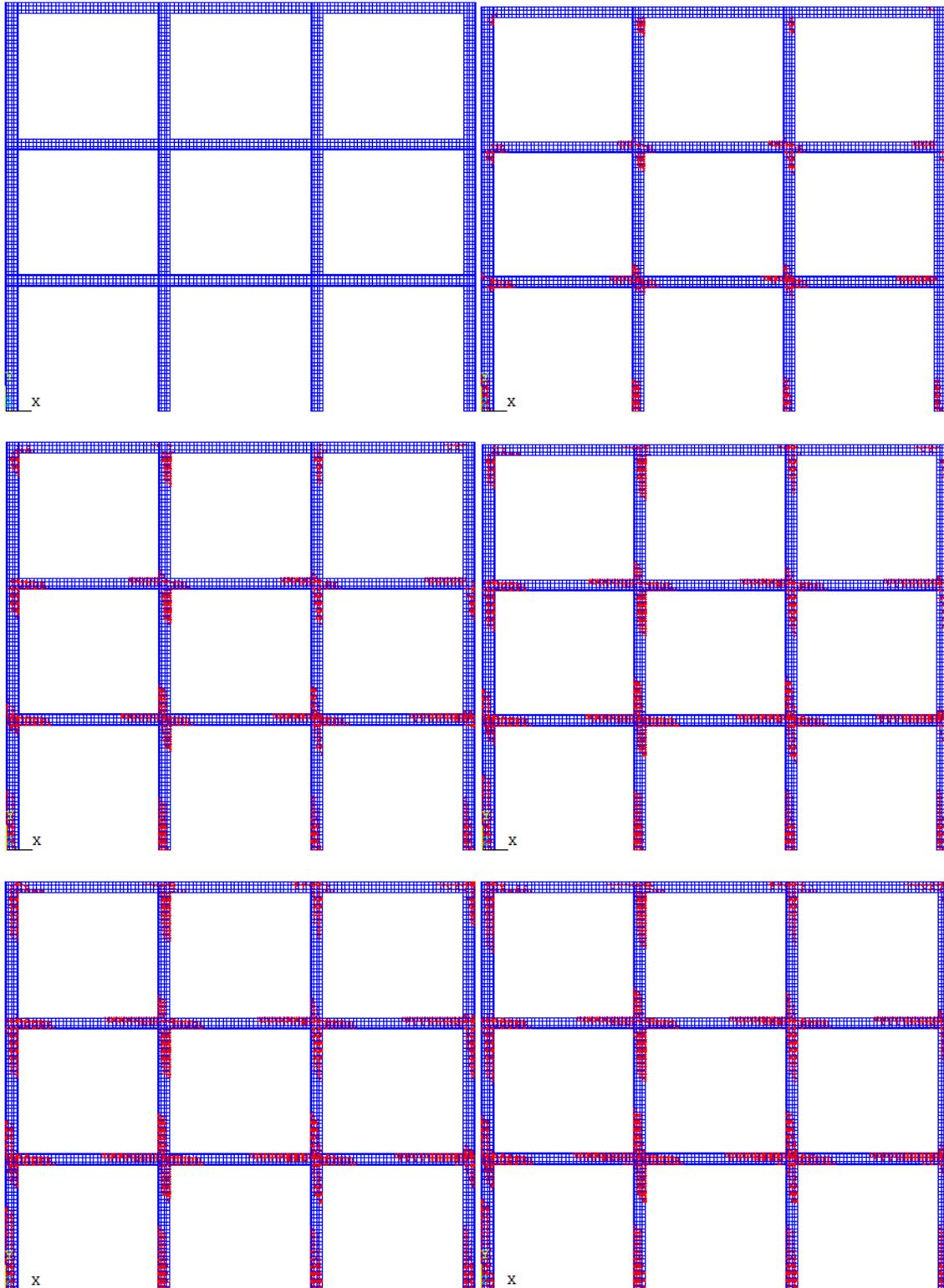
- **Comportamiento inelástico (Tramo BC)**

Este comportamiento es observado en la curva de capacidad del pórtico, después de que el acero de los elementos fluye plásticamente, en consecuencia el pórtico reduce su rigidez y se requieren pequeñas cantidades de carga para incrementar los desplazamientos en él. El tramo BC de la curva de capacidad, presenta un comportamiento definido por la región inelástica de la relación esfuerzo-deformación del acero y la curva a compresión del concreto. El cortante basal máximo obtenido en la simulación numérica es de 624.45 KN (Punto C).

En la simulación numérica realizada el estado final del pórtico se caracteriza por presentar múltiples fisuras por tensión y el aplastamiento del concreto ante esfuerzos principales de compresión que alcanzan la superficie de fractura del material, como se ilustra en la **Figura 6.46**. La pérdida progresiva de rigidez se refleja en solución no lineal, debido a las relaciones constitutivas de los materiales.



**Figura 6.46.** Propagación de la fisuración en el modelo numérico. Vista de la fisuración en el nudo Viga 204 y Columna D1.

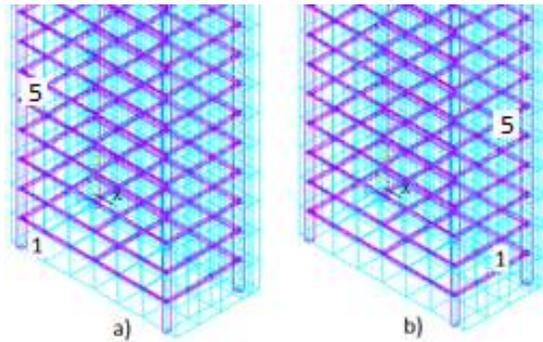


**Figura 6.46a.** Evolucion de la fisuración en el modelo numérico. Portico plano 3x3 vanos refuerzo longitudinal y transversal.

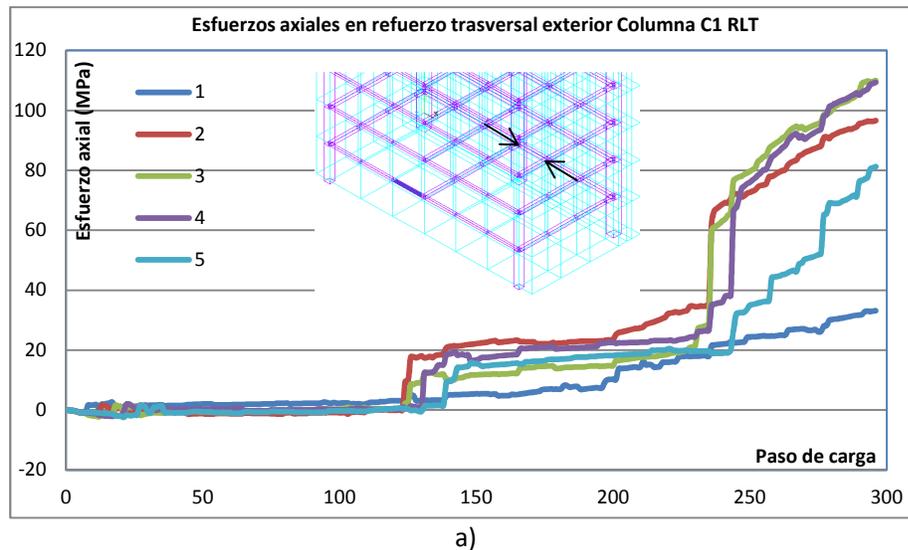
- **Aplicación de los análisis mediante el método de los elementos finitos**

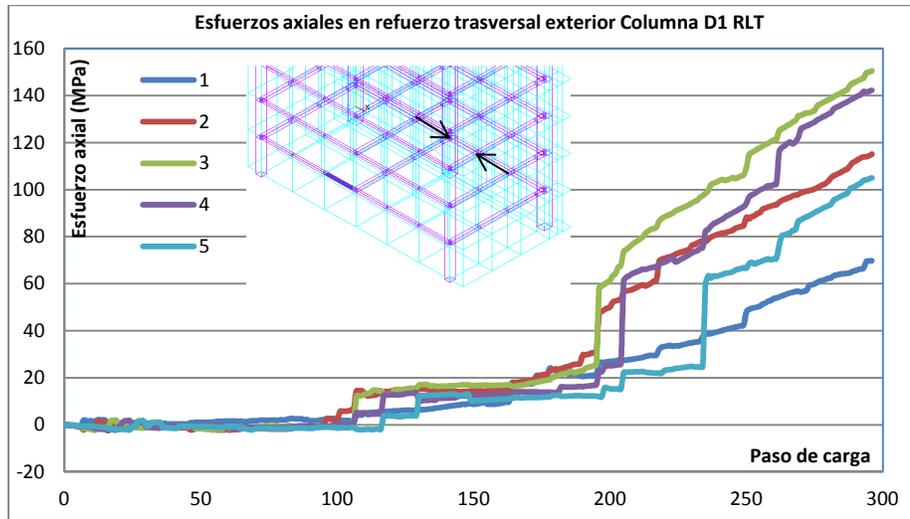
Una de las aplicaciones de los modelos numéricos versus los ensayos experimentales es la posibilidad de observar las acciones internas en aquellos elementos que aportan su rigidez para la formación de un mecanismo de falla a flexión, es decir los esfuerzos en los estribos de confinamiento de vigas y columnas del pórtico.

En la **Figura 6.47** y la **Grafica 6.38** se analizan los esfuerzos en los 5 primeros estribos de la sección de las columnas C1 y D1, en donde se observa como los esfuerzos en los estribos horizontales de la columna aumentan en la medida que se acercan al décimo del elemento y disminuyen en la medida que se alejan de esta zona, ya que en esta zona se produce la fisuración del elemento y podría considerarse la zona de rotulación del elemento y el diagrama de momentos va disminuyendo en altura hasta presentar una inversión de signo para continuar con su máximo valor en el extremo opuesto al inicial. Se observa que ningún estribo de la columna alcanza un estado de fluencia y los estribos interiores presentan valores de esfuerzos más grandes que los estribos exteriores.

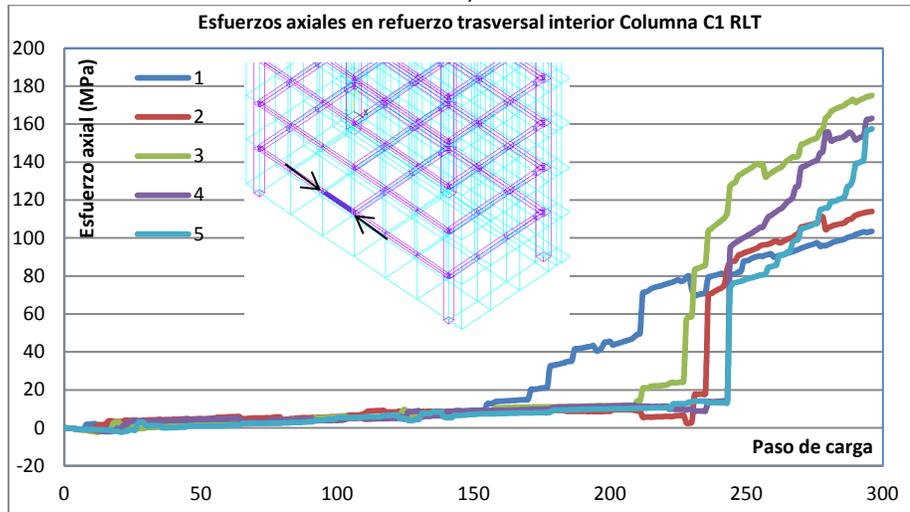


**Figura 6.47.** Numeración de flejes a cortante en las columnas C1 y D1. a) Estribo exterior, b) Estribo interior.

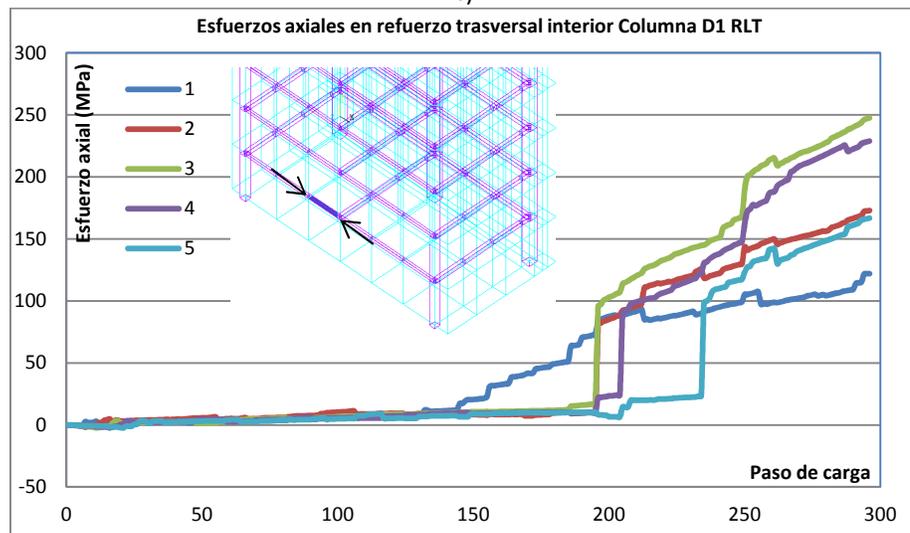




b)



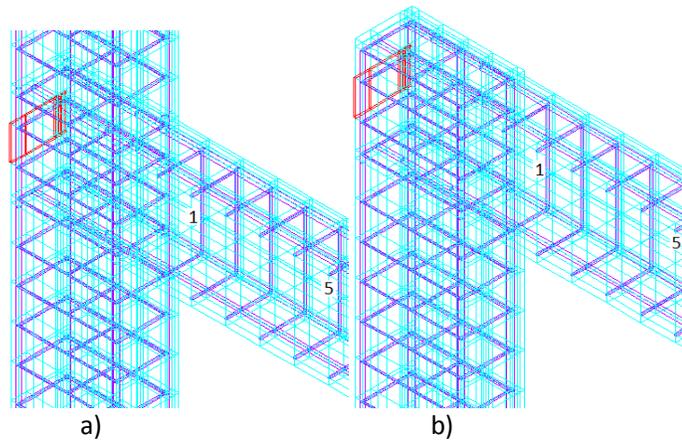
c)



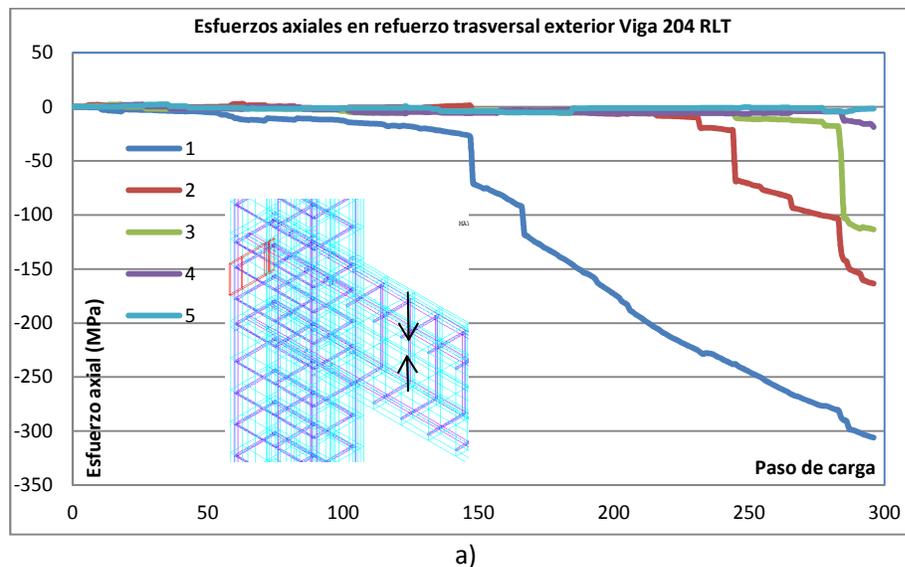
d)

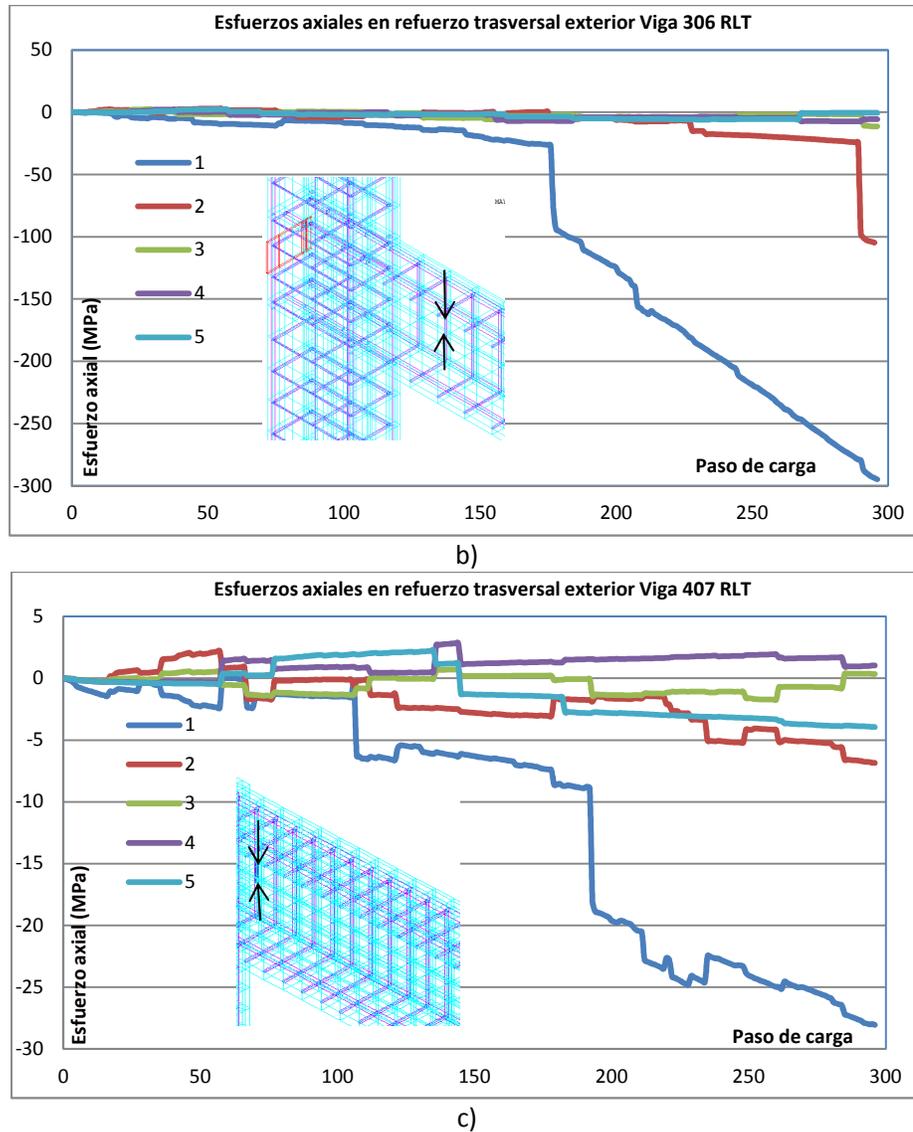
**Grafica 6.38.** Estado de esfuerzos en refuerzo transversal en columnas del pórtico de 3x3 vanos. a) Esfuerzos estribos exteriores columna C1, b) Esfuerzos estribos exteriores columna D1, c) Esfuerzos estribos interiores columna C1, d) Esfuerzos estribos interiores columna D1.

De la misma forma en la **Grafica 6.39** se analizan los esfuerzos en los 5 primeros estribos de las Vigas 204, 306 y 407 de la estructura, en donde se puede observar como los estribos de estos elementos se encuentran en estado de compresión influenciado por el régimen de cargas aplicado y a medida que son evaluados estos esfuerzos en las vigas en altura, van disminuyendo de valor por los bajos esfuerzos a los que se encuentran sometidos estos elementos; la numeración de los estribos se presenta en la **Figura 6.48**.



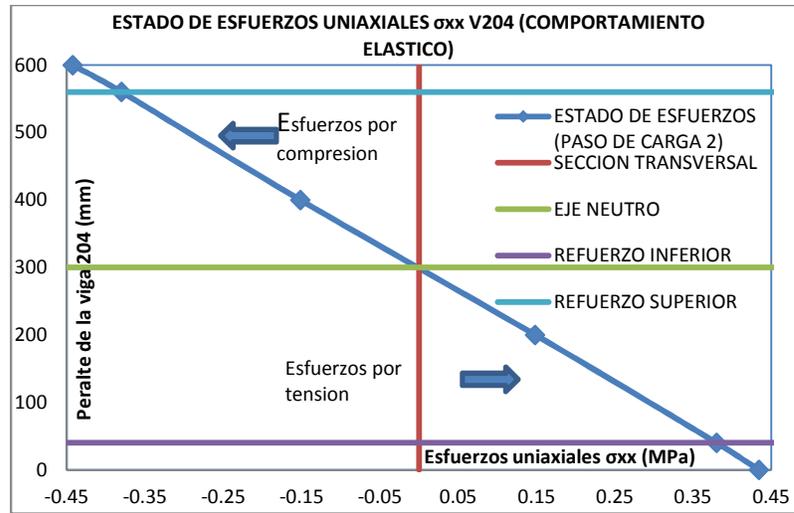
**Figura 6.48.** Numeración de flejes a cortante en vigas del pórtico de 3x3 vanos. a) Numeración estribos Vigas 204 y 306, b) Numeración estribos Viga 407.



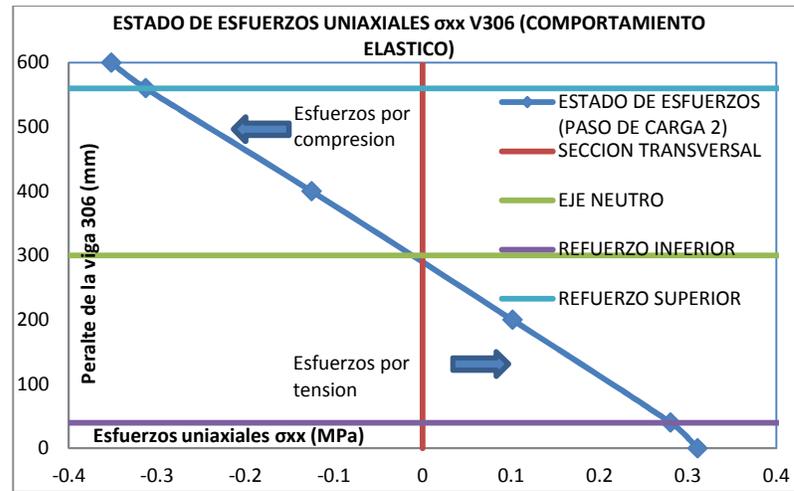


**Grafica 6.39.** Estado de esfuerzos en refuerzo trasversal en vigas pórtico 3x3 vanos. a) Esfuerzos en estribos Viga 204, b) Esfuerzos en estribos Viga 306, c) Esfuerzos en estribos Viga 407.

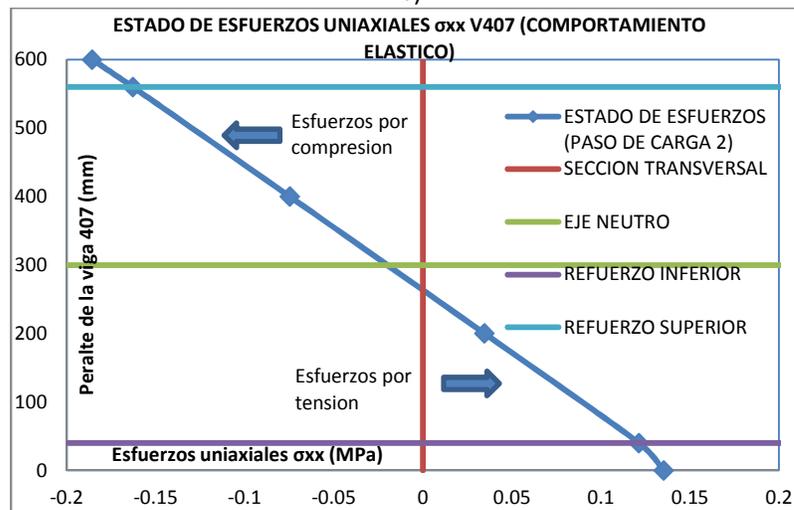
La degradación de la rigidez en los elementos finitos que exhiben fisuración del concreto a tracción influye directamente en la distribución de esfuerzos en la sección transversal de las vigas y columnas. En la **Grafica 6.40** se presenta la variación de los esfuerzos axiales ( $\sigma_x$  y  $\sigma_y$ ) para un comportamiento lineal y elástico de la estructura en la sección transversal de los elementos (vigas y columnas) a una distancia de 40 cm del nudo inicial durante la aplicación de las cargas.



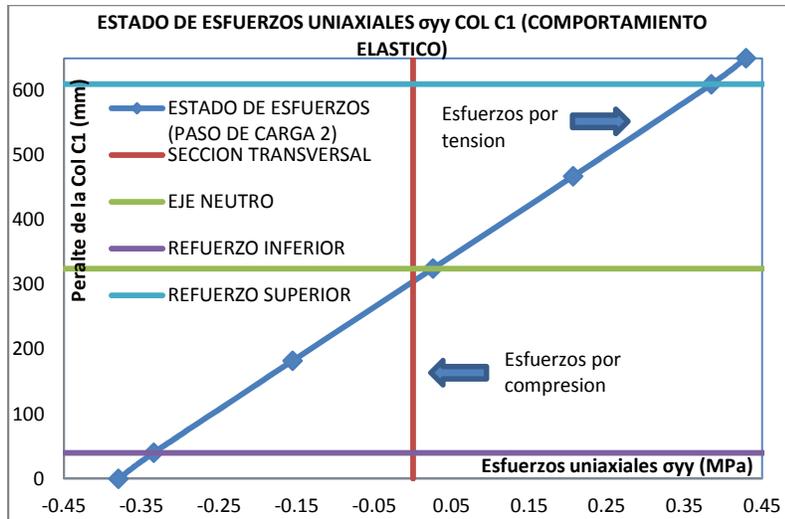
a)



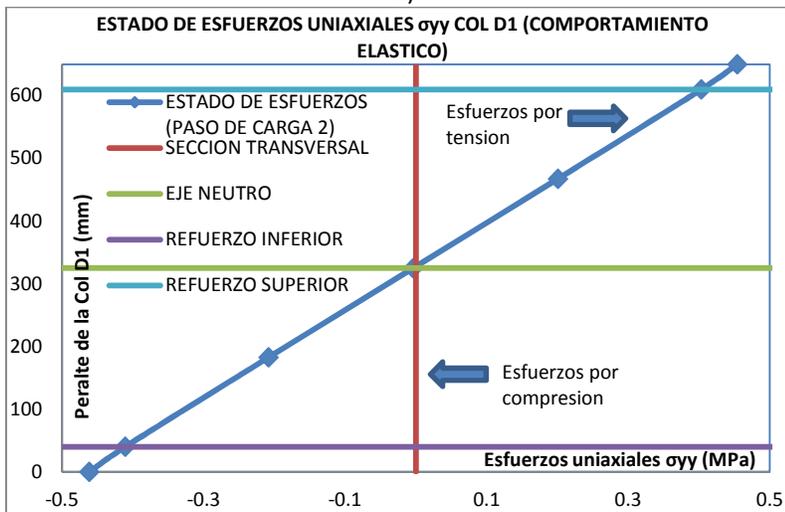
b)



c)



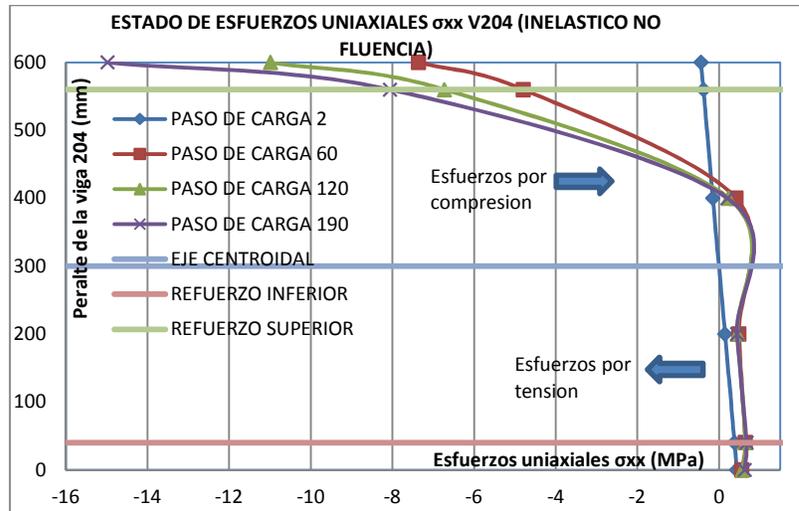
d)



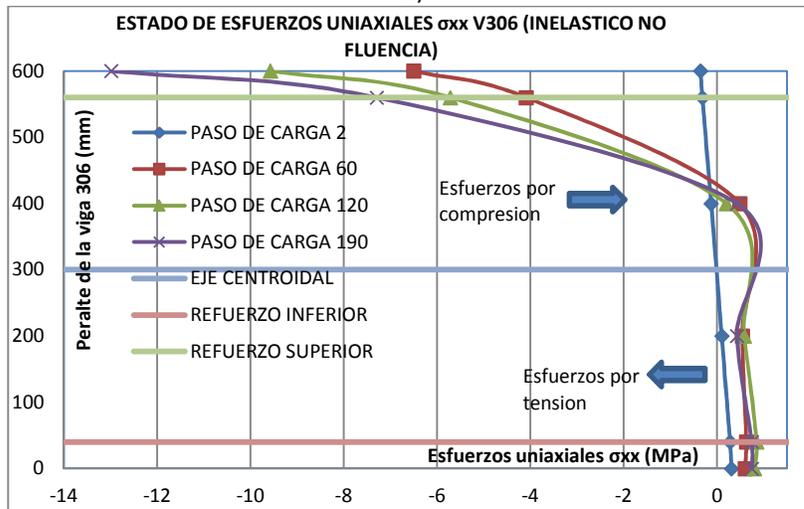
e)

**Grafica 6.40.** Diagrama de esfuerzos axiales en la sección transversal de elementos comportamiento lineal. a) Zona elástica Viga 204, b) Zona elástica Viga 306, c) Zona elástica Viga 407, d) Zona elástica Columna C1, e) Zona elástica Columna D1.

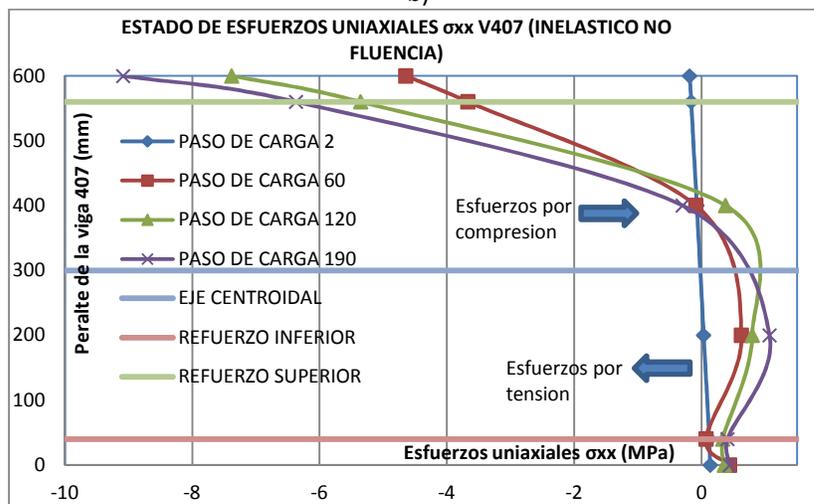
Al dejar la etapa elástica la cual es muy pequeña en el comportamiento general de la estructura, encontramos una zona que presenta un comportamiento inelástico en el cual el acero de refuerzo no ha alcanzado la fluencia. En la **Grafica 6.41** se presenta este comportamiento en los elementos del pórtico en las mismas zonas donde fue evaluada la etapa elástica presentada anteriormente.



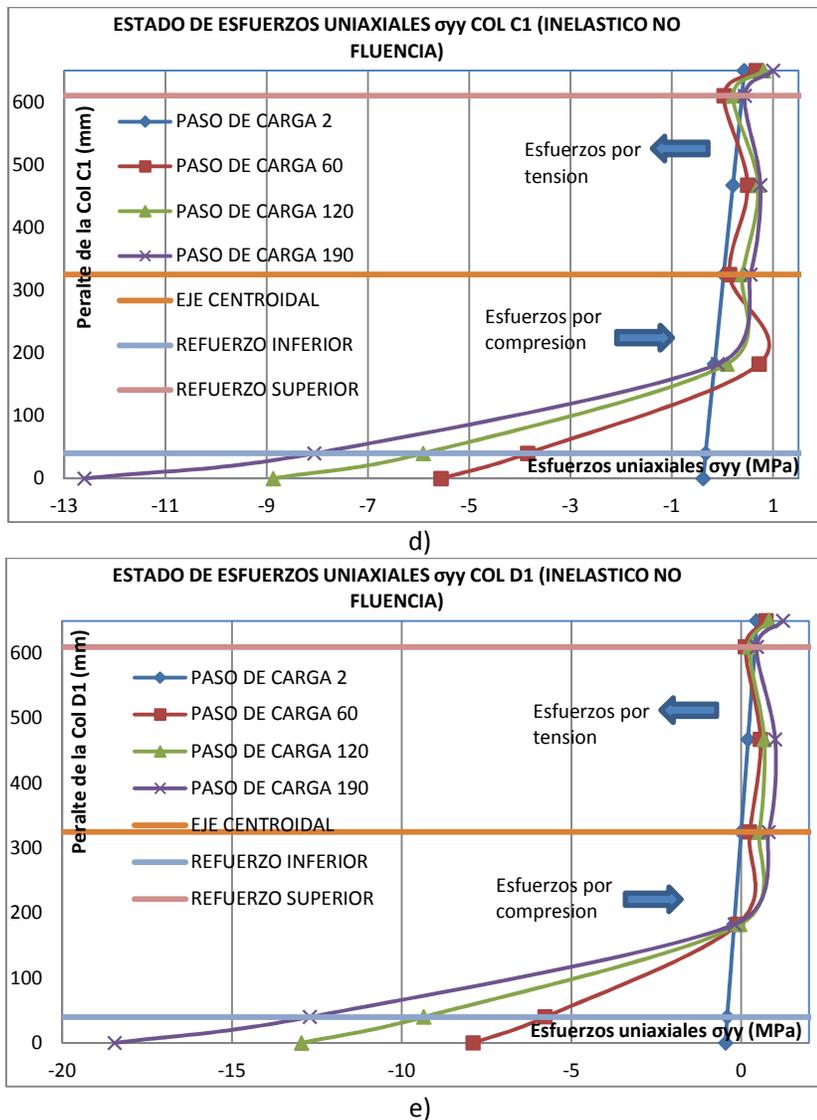
a)



b)

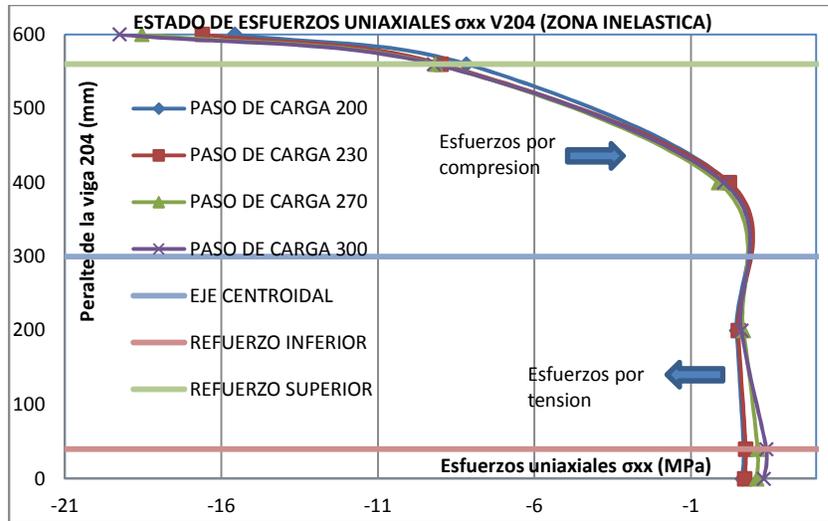


c)

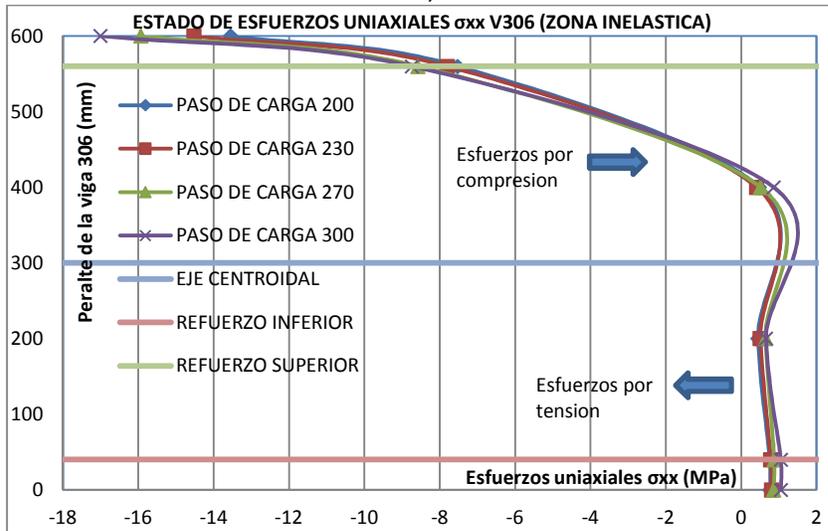


**Grafica 6.41.** Diagrama de esfuerzos axiales en la sección transversal de elementos comportamiento inelástico sin fluencia. a) Zona inelástica Viga 204, b) Zona inelástica Viga 306, c) Zona inelástica Viga 407, d) Zona inelástica Columna C1, e) Zona inelástica Columna D1.

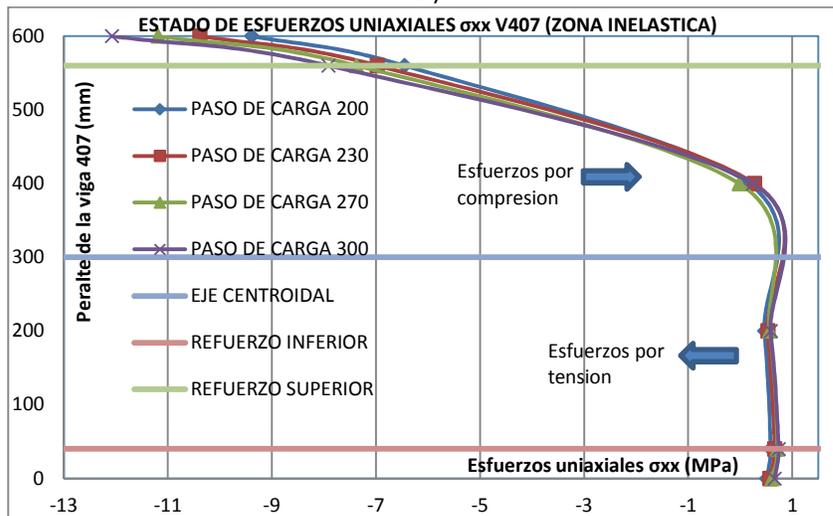
El último comportamiento que es observado en la estructura es una región totalmente inelástica, en donde los esfuerzos y deformaciones no presentan una relación no lineal, influenciada principalmente por el proceso de fisuración que ha ocurrido en el concreto y la fluencia del acero de refuerzo en los elementos. En la **Grafica 6.42** se presenta la variación de los esfuerzos a través de la sección transversal de los elementos en estudio del pórtico, donde se evidencia claramente que los esfuerzos crecen rápidamente al dejar la etapa lineal y elástica, hacia la zona de compresiones que puede tomar el concreto y los esfuerzos de tensión se van haciendo cada vez más pequeños, con tendencia a llegar a cero ya que el acero de refuerzo es el encargado de tomar estas sollicitaciones en los elementos.



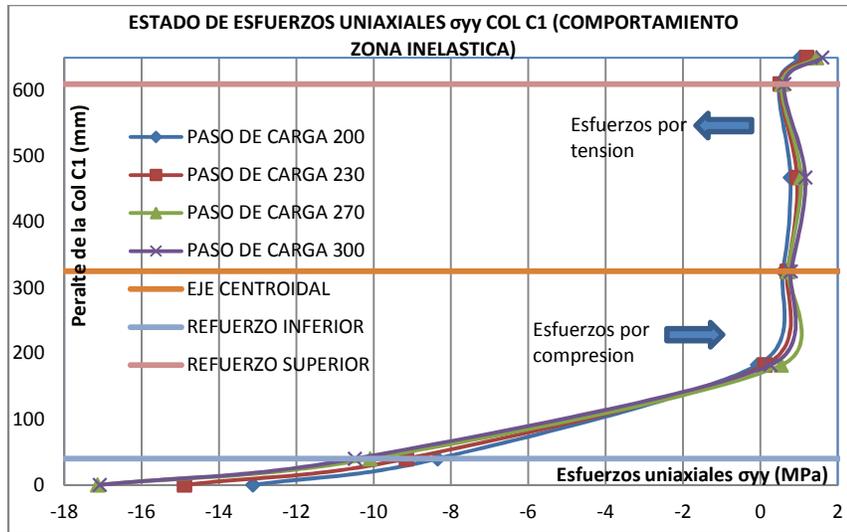
a)



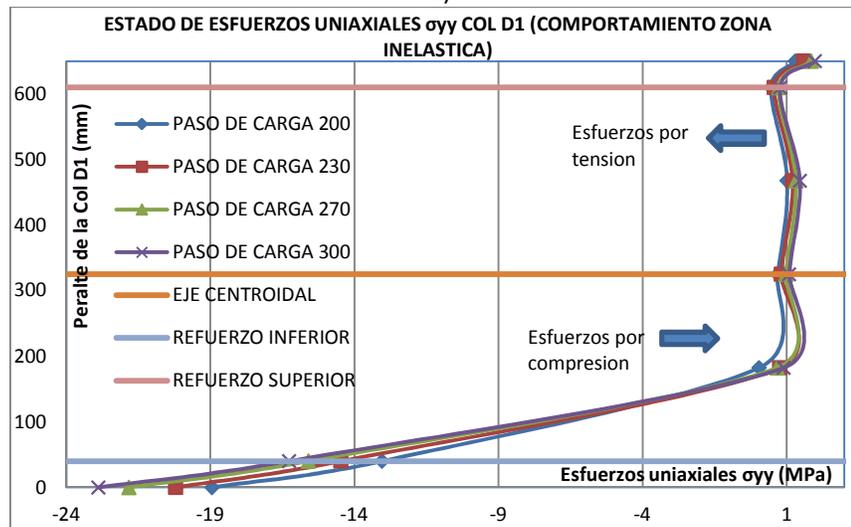
b)



c)



d)



e)

**Gráfica 6.42.** Diagrama de esfuerzos axiales en sección transversal de elementos comportamiento inelástico. a) Zona inelástica Viga 204, b) Zona inelástica Viga 306, c) Zona inelástica Viga 407, d) Zona inelástica Columna C1, e) Zona inelástica Columna D1.

Para una primera etapa podemos observar en la **Gráfica 6.41**, como para un pequeño incremento de cargas (paso de carga #2) la distribución de esfuerzos es lineal y elástica, en donde el eje neutro coincide con el eje centroidal del elemento. Sin embargo la distribución de esfuerzos no se mantiene lineal y elástica para estados posteriores al inicio de la fisuración en el concreto y presenta un rango muy pequeño en el comportamiento global de la estructura. Los esfuerzos por compresión no varían linealmente con respecto a la ubicación del eje neutro dando como resultado, que en la zona elástica con agrietamiento se observa el desplazamiento del eje neutro hacia la zona de compresión del elemento, ya que a medida que se presenta la fisuración en el concreto, el equilibrio interno del elemento se presenta aumentando la fuerza resultante a compresión y reduciendo el brazo de esta fuerza con respecto al eje neutro, este comportamiento se observa en la **Gráfica 6.42** donde se

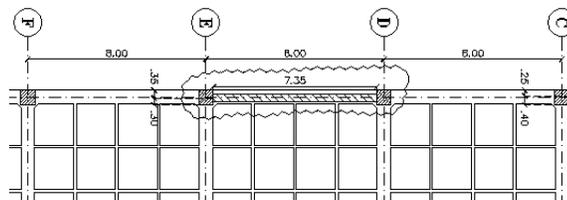
muestran los esfuerzos en las secciones de concreto al dejar la etapa elástica del comportamiento global del pórtico. La zona de compresiones es definida a partir de una distribución de esfuerzos en curva que presenta una tendencia común a los resultados en experimentales realizados a este tipo de elementos y coincide perfectamente con la teoría a flexión del diseño de elementos en concreto reforzado. Además en los cortes transversales realizados en los elementos estudiados del pórtico (vigas y columnas), no se evidencia falla por aplastamiento del concreto en los elementos finitos ya que en ningún paso de carga el esfuerzo a compresión es mayor a 28MPa.

En la **Gráfica 6.42**, se puede observar como el estado de esfuerzos por compresión correspondiente a cargas posteriores a la carga que inicia la fluencia en el acero de refuerzo, presenta incrementos muy bajos para cada paso de carga si se compara con los incrementos que presenta en la zona elástica con agrietamiento, este fenómeno se presenta ya que en estos pasos de carga los elementos finitos encargados de tomar la compresión en el concreto se encuentran en su mayoría fisurados y solamente pueden tomar pequeñas cantidades de esfuerzos adicionales en cada paso de carga, ocasionando una respuesta totalmente inelástica.

Finalmente en el último paso de carga (Punto C) el pórtico presenta una degradación importante de su rigidez debido a la fisuración de sus elementos los cuales presentan fisuras en un 60% de la longitud de estos y el refuerzo longitudinal en la Viga 204 y las Columnas C1 y D1 se encuentra en estado plástico después de haber alcanzado la fluencia, para las Vigas 306 y 407 no se alcanza la fluencia del acero longitudinal para ningún paso de carga en este análisis, sin embargo este se encuentra con valores de esfuerzos muy cercanos a la fluencia, lo que indicaría que en pasos posteriores de carga estos elementos fluirían plásticamente, como se definió la relación esfuerzo-deformación para el acero de refuerzo.

#### 6.3.4 Modelo inelástico pórtico de 3x3 vanos en concreto con refuerzo longitudinal, transversal y adición de muro estructural

En esta sección se analiza el aumento en la capacidad del pórtico gracias al aporte que se obtiene de agregar un muro o pantalla estructural a la estructura original. Las propiedades geométricas y la distribución del acero de refuerzo, presentadas en la **Figura 6.49**, corresponden al diseño estructural tomado de la realidad y presentado en el Capítulo 5. Este modelo posee similares características geométricas, de acero de refuerzo, tipo de elementos finitos, propiedades de los materiales (concreto y acero) que el modelo anterior, con la principal diferencia que en este análisis se ha incorporado al modelo numérico una pantalla estructural entre las Columnas D1 y E1 del pórtico con el fin de observar el aporte de este en el comportamiento y capacidad de la estructura.



**Figura 6.49.** Geometría portico 3x3 vanos con adición de muro estructural.

#### 6.3.4.1 Representación del refuerzo a partir de constantes reales

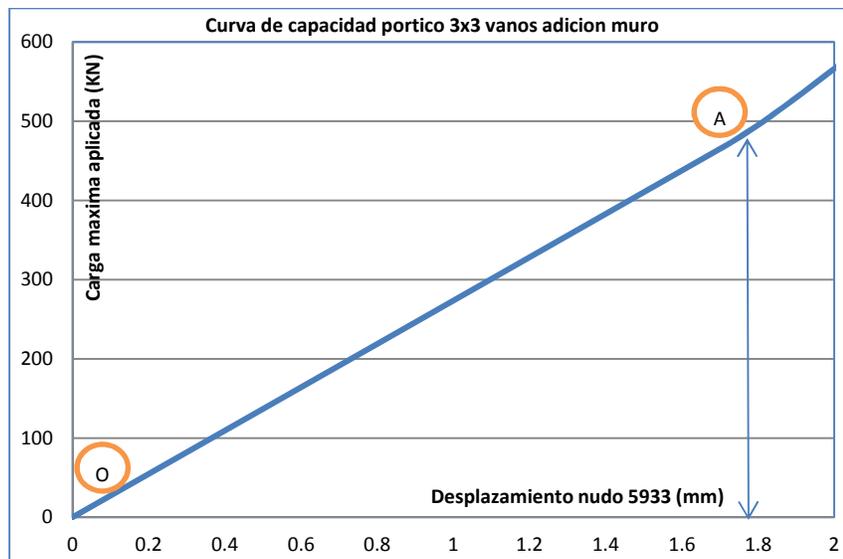
Para representar el refuerzo longitudinal y transversal en el modelo numérico realizado a través del método de los elementos finitos es necesario definir las áreas de acero para las barras longitudinales y transversales, esto se logra con la asignación en las propiedades del elemento tipo barra (Link180) del área de refuerzo equivalente según el diámetro de la barra adoptada. En la estructura en estudio la asignación del área de refuerzo se hace en base a un área equivalente al refuerzo presentado anteriormente en la **Tabla 6.3** con la inclusión del área para las diferentes barras longitudinales y transversales en la pantalla estructural.

#### 6.3.4.2 Aplicación de cargas y análisis no lineal

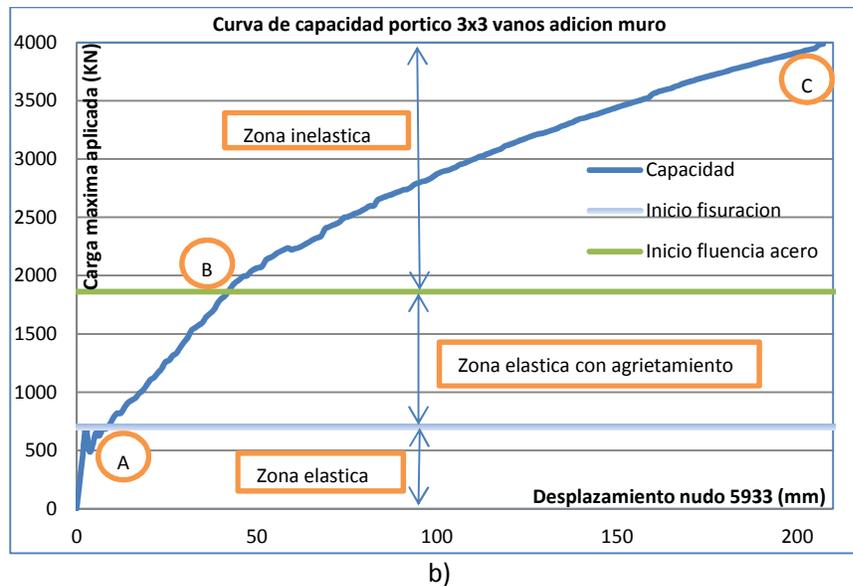
De manera similar como se hizo en el modelo anterior, la aplicación de cargas se ha realizado a partir de la asignación de desplazamientos horizontales en las platinas de carga, en este caso se han utilizado 200 pasos de carga con un desplazamiento total máximo de 200 mm en la platina superior, es decir con incrementos de 1.0 mm en cada paso de carga, ya que la no convergencia del modelo numérico es una constante al aplicar incrementos de cargas mayores a estos. Así mismo, el método iterativo de Newton Raphson utilizado para la convergencia del modelo numérico, incluye el control de desplazamientos a partir de la aplicación de intervalos pequeños de carga como los descritos anteriormente.

#### 6.3.4.3 Análisis de resultados

La curva de capacidad que desarrolla el pórtico a partir de un análisis no lineal es presentada en la **Grafica 6.43**, la cual describe tres etapas que se presentan en el comportamiento de la estructura.



a)



**Grafica 6.43.** Curva de capacidad pórtico 3x3 vanos con refuerzo longitudinal, transversal y adición de muro estructural. a) Comportamiento elástico, b) Comportamiento inelástico.

Es observada una primera etapa en donde el concreto no presenta fisuración ya que los esfuerzos de tensión son menores al límite de rotura del material y por ende el comportamiento del pórtico durante esta etapa es totalmente lineal y elástico, no obstante los desplazamientos ante los cuales el comportamiento es lineal y elástico son muy bajos del orden de 2 mm para este análisis.

Esta etapa describe el límite del comportamiento lineal y el inicio de un comportamiento elástico que presenta agrietamiento, **Grafica 6.43a**.

- **Comportamiento de esfuerzos elásticos (Tramo OA)**

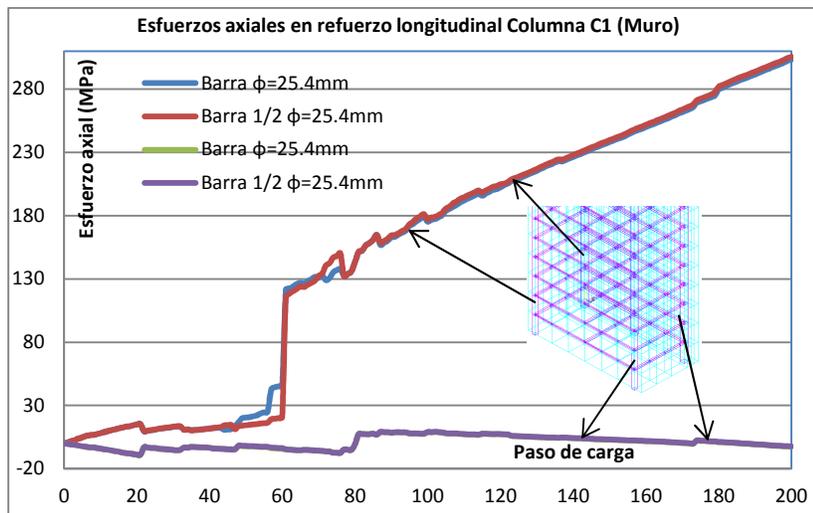
Al aplicar cargas en la estructura, se desarrollan fisuras en los apoyos de las Columnas y el muro así como en los extremos inicial y final de las Vigas 204, 306 y 407, las cuales empiezan a extenderse rápidamente sobre la superficie de estos elementos.

La curva de capacidad del pórtico se ve influenciada principalmente por el comportamiento del acero longitudinal de las columnas y el muro, que se encuentra a tensión antes de alcanzar su límite de fluencia, no obstante en este análisis el acero que se encuentra en compresión en las vigas genera un aporte importante a la capacidad de la estructura absorbiendo estos esfuerzos de compresión hasta donde la definición de la curva esfuerzo-deformación del acero de refuerzo se lo permite.

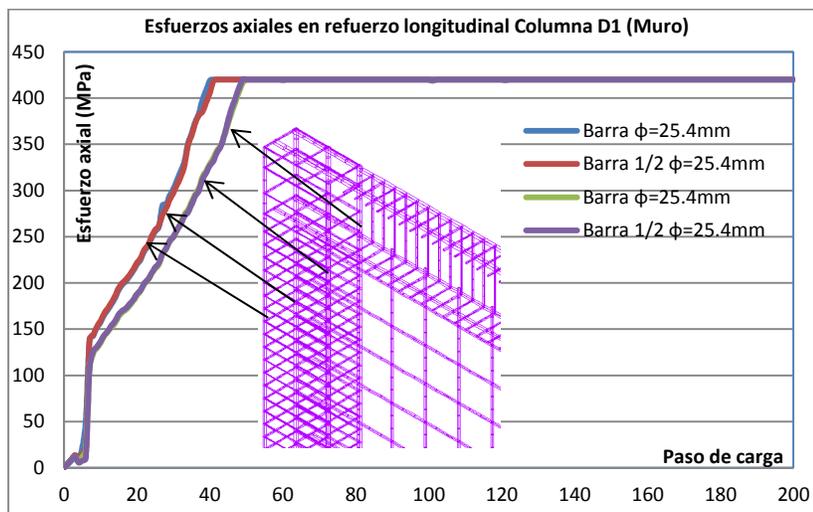
En la **Grafica 6.45** se presenta la evolución de los esfuerzos de tensión y compresión en las barras longitudinales exteriores de las columnas C1 y D1, en las barras inferiores y superiores del extremo inicial de las Vigas 204, 306, 407 y en las barras longitudinales del extremo inicial y final del muro estructural, a medida que se aplican cargas en la platinas.

De estas graficas podemos concluir que el acero longitudinal de la Columna C1 no alcanza la fluencia para ningún paso de carga, para la columna D1 se alcanza la fluencia del acero para estados de tensión en el paso de carga número 42, las barras del extremo inicial del muro pantalla alcanzan la fluencia a tensión en el paso de carga número 58 y las barras del extremo final no alcanzan la fluencia en ningún paso de carga ya que en esta zona no se presentan altos valores de esfuerzos y la fisuración del concreto es muy poca.

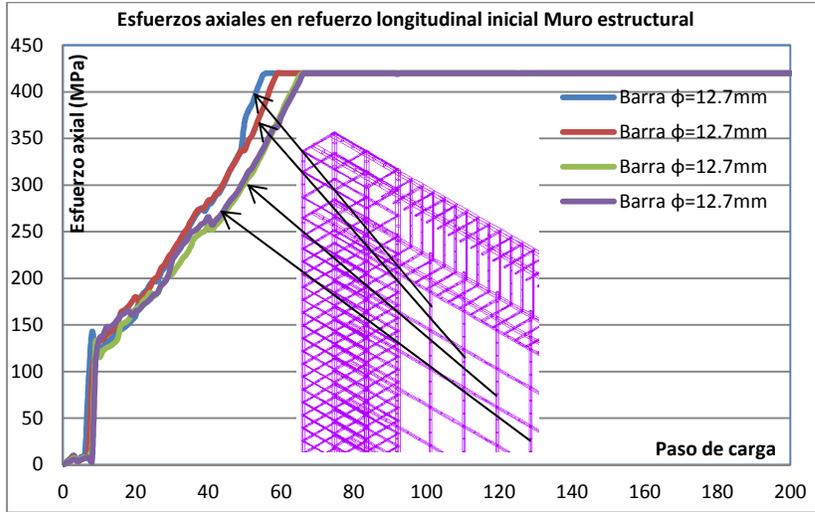
Para las vigas de la estructura no se alcanza la fluencia en ningún paso de carga, ya que el aporte en rigidez que tiene la pantalla estructural libera de altos esfuerzos a estos elementos a medida que se aplica carga en el pórtico.



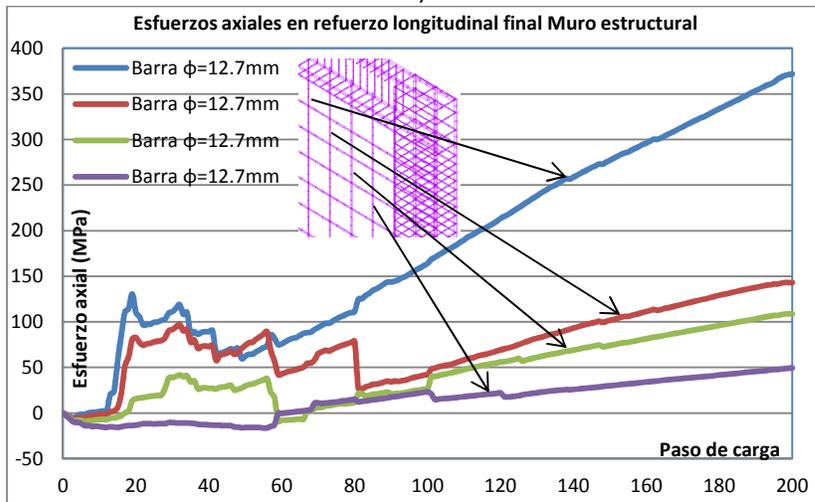
a)



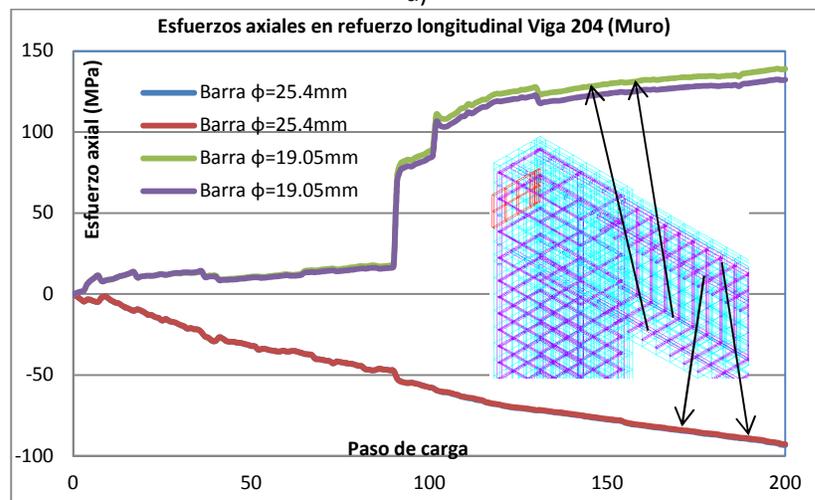
b)



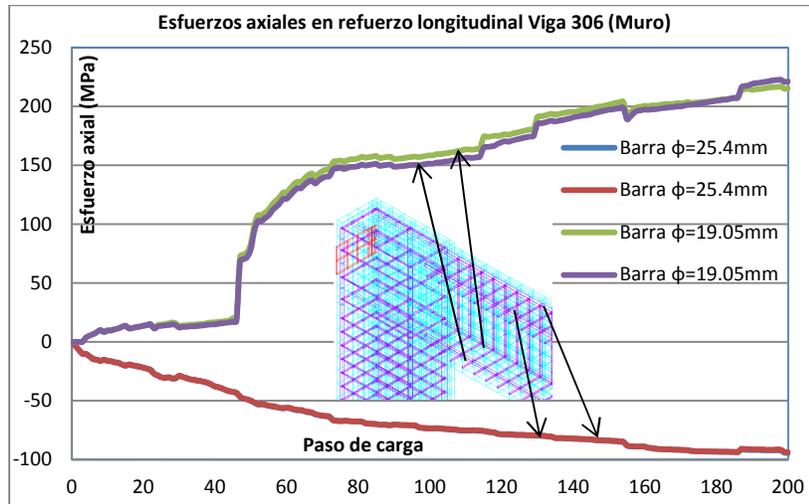
c)



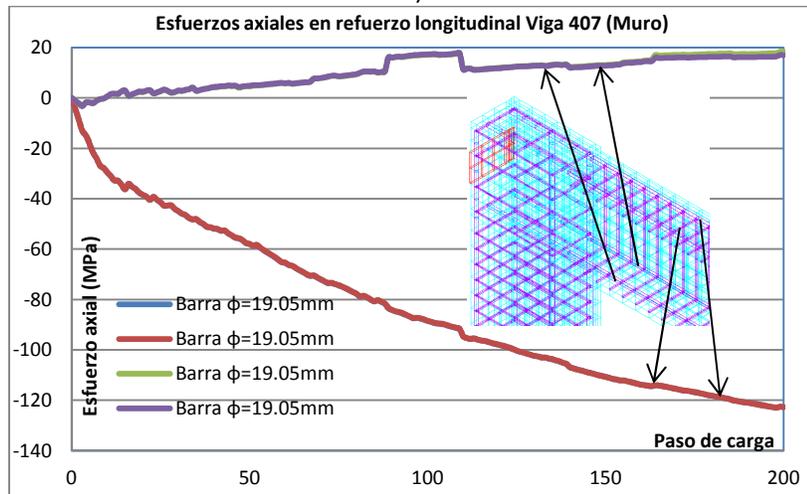
d)



e)



f)



g)

**Grafica 6.44.** Esfuerzos uniaxiales en las barras longitudinales a tensión y compresión (MPa). a) Esfuerzos Columna C1, b) Esfuerzos Columna D1, c) Esfuerzos Muro barras iniciales, d) Esfuerzos Muro barras finales, e) Esfuerzos Viga 204, f) Esfuerzos Viga 306, g) Esfuerzos Viga 407.

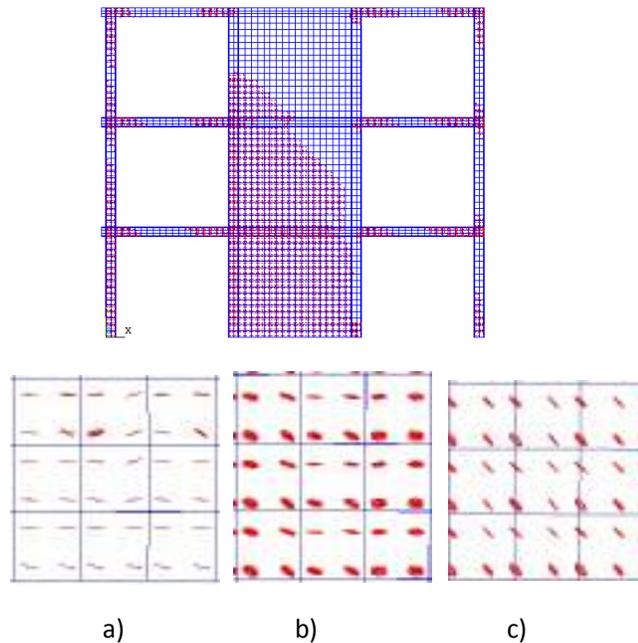
- **Comportamiento inelástico (Tramo BC)**

Este comportamiento es observado en la curva de capacidad del pórtico, después de que el acero de los elementos fluye plásticamente, en consecuencia el pórtico tiene muy poca capacidad a flexión y se requieren pequeñas cantidades de carga para incrementar los desplazamientos en él.

El tramo BC de la curva de capacidad, presenta un comportamiento no lineal influenciado principalmente por la región inelástica de la relación esfuerzo-deformación del acero y la curva a compresión del concreto. El cortante basal máximo obtenido en la simulación numérica es de 3987 KN (Punto C).

En la simulación numérica realizada el estado final del pórtico se caracteriza por presentar múltiples fisuras por tensión y el aplastamiento del concreto ante esfuerzos principales de compresión que alcancen la superficie de fractura del material, como se ilustra en la **Figura 6.50** donde se presentan los tipos de fisuración del pórtico formados ante el régimen de carga aplicado.

La pérdida progresiva de rigidez se refleja en la solución no lineal, en la no convergencia del modelo numérico para el proceso iterativo de Newton Raphson.



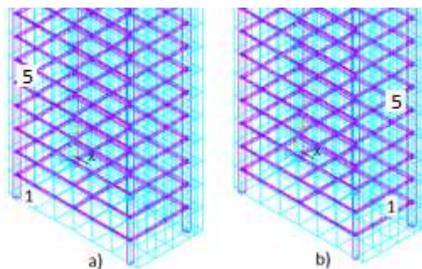
**Figura 6.50.** Tipos de fisuras en el modelo numérico. a) Fisuras por Flexión, b) Fisuras por esfuerzos de compresión, c) Fisuras por esfuerzos cortantes.

El primer mecanismo de falla corresponde a la aparición de fisuras por flexión (**Figura 6.50a**). Al presentarse la fisuración en el plano perpendicular al esfuerzo principal mayor para las columnas y el Muro tenemos ( $\sigma_2 = \sigma_y$ ), posteriores esfuerzos en esta dirección son transmitidos a las barras iniciales que rápidamente alcanzan la fluencia garantizando la plastificación del pórtico. De igual manera al incrementarse los desplazamientos y la capacidad de carga en la estructura, los esfuerzos principales a compresión alcanzan la superficie de fractura del material, ocasionando el aplastamiento de los elementos finitos en la cara opuesta de la columna y en el extremo inicial del muro o pantalla estructural, **Figura 6.50b**. Esta falla del material ocurre en el modelo numérico a diferencia de la fisuración por tensión en la dirección paralela al esfuerzo principal mayor actuante, de igual manera se presenta la fisuración por cortante en el Muro estructural en toda la vecindad de la zona no fisurada de la estructura, **Figura 6.50c**. Finalmente la capacidad del pórtico alcanza su máximo valor (Punto C), mostrando una propagación de fisuras en un 70% de la superficie de la estructura.

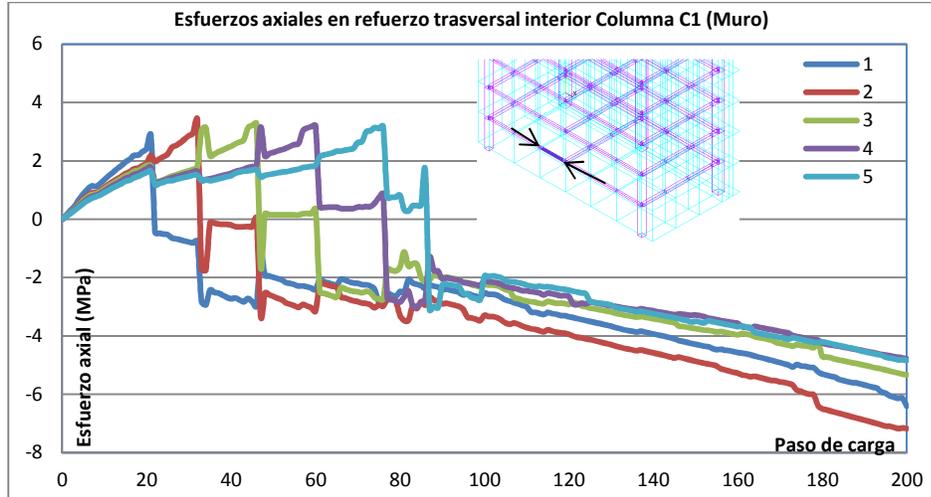
- **Aplicaciones de los análisis mediante el método de los elementos finitos**

Una de las aplicaciones de los modelos numéricos versus los ensayos experimentales es la posibilidad de observar las acciones internas en aquellos elementos que aportan su rigidez para la formación de un mecanismo de falla a flexión, es decir los esfuerzos en los estribos de confinamiento de vigas, columnas y en el refuerzo transversal de la pantalla estructural.

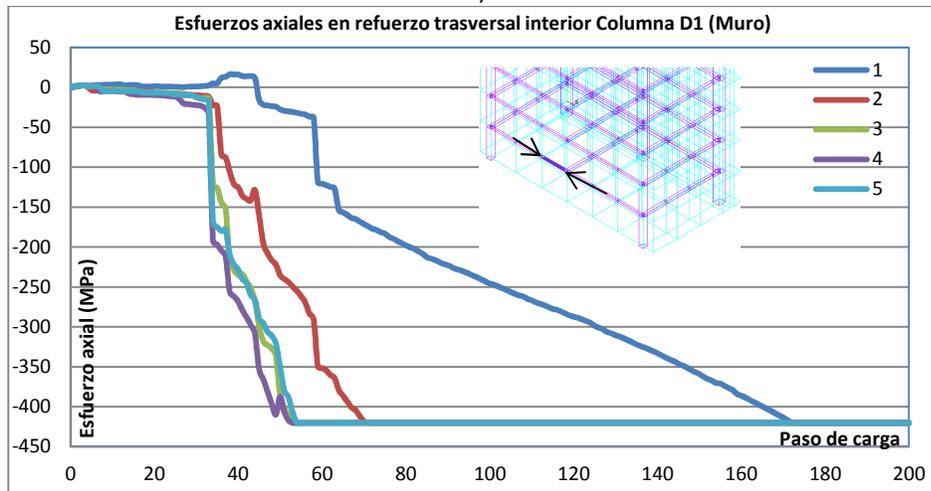
En la **Grafica 6.46** se analizan los esfuerzos en los 5 primeros estribos de la sección transversal de las Columnas C1, D1 y en el refuerzo transversal del muro estructural, se observa cómo los esfuerzos en los estribos de la Columna C1 aumentan en la medida que se acercan al apoyo de esta y disminuyen en la medida que se alejan de esta zona, ya que en esta zona se produce la mayor fisuración del elemento y podría considerarse la zona de rotulación de la columna, aunque los valores de esfuerzos en estos elementos son muy bajos si los comparamos con los esfuerzos en los mismos elementos de la Columna D1 en donde estos alcanzan la fluencia ante estados de compresión y la fluencia es alcanzada rápidamente a medida que estos elementos se acercan al décimo de la altura del elemento, también se observa como los estribos de la Columna D1 en este modelo numérico alcanzan un estado de fluencia, lo cual no ocurría cuando no se incluía la pantalla estructural al modelo y que los valores de esfuerzos tienen valores contrarios a los otros modelos realizados en este caso de compresión gracias al efecto en el comportamiento de la estructura que ocasiona la inclusión del muro estructural que obliga a la estructura a presentar un comportamiento a cortante por la relación de esbeltez de la pantalla la cual deja de funcionar como elemento clásico a flexión. En la **Figura 6.51** se presentan la numeración en los estribos de las Columnas C1 y D1.



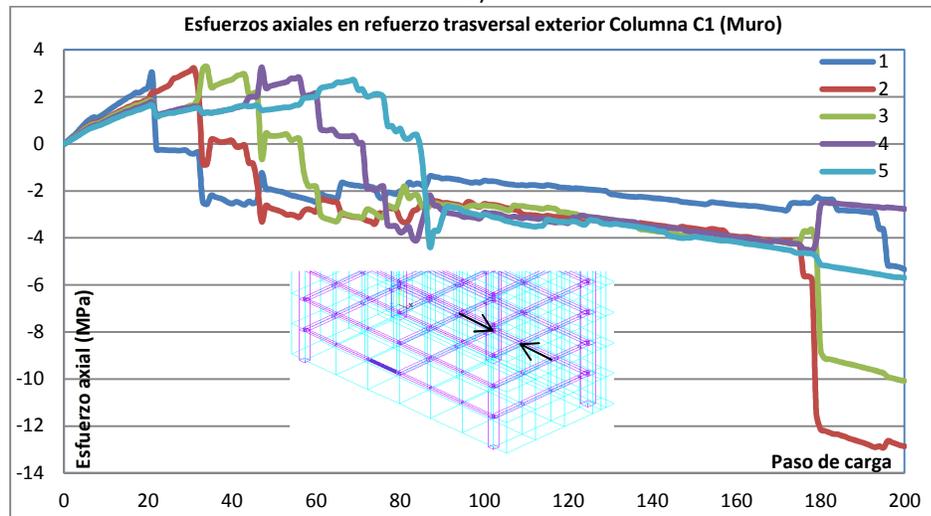
**Figura 6.51.** Numeración de flejes a cortante en columna C1 y D1. a) Estribo exterior, b) Estribo interior.



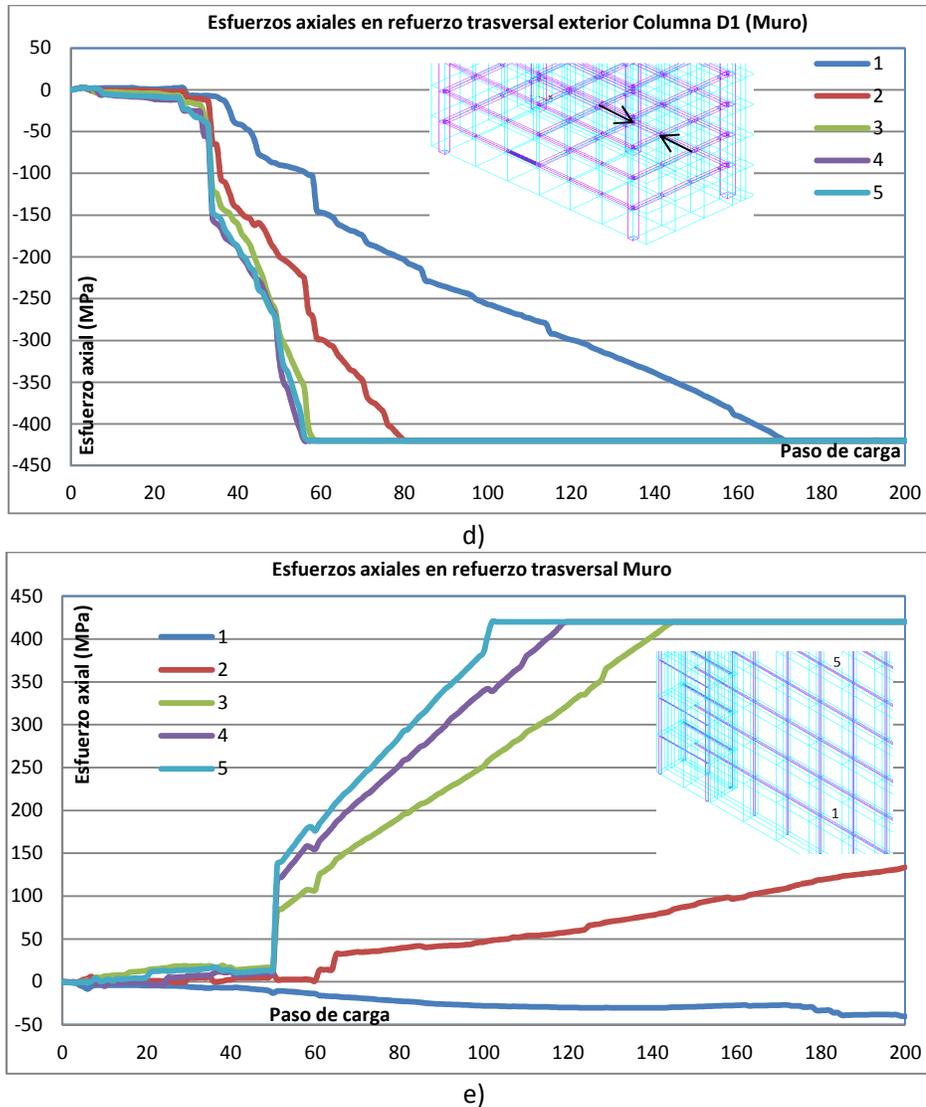
a)



b)



c)



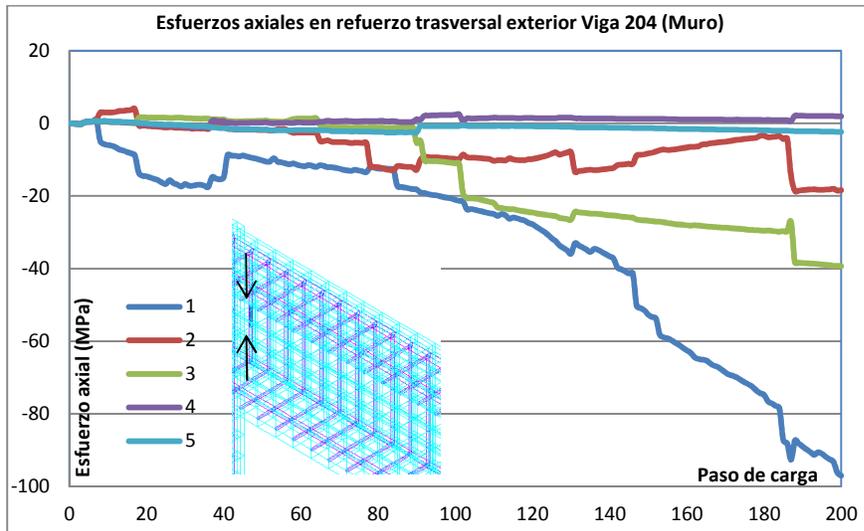
**Grafica 6.45.** Estado de esfuerzos en refuerzo transversal Columnas y Muro estructural al incluir muro.

- a) Esfuerzos en estribos interiores Columna C1, b) Esfuerzos en estribos interiores Columna D1, c) Esfuerzos en estribos exteriores Columna C1, d) Esfuerzos en estribos exteriores Columna D1, e) Esfuerzos en estribos muro estructural.

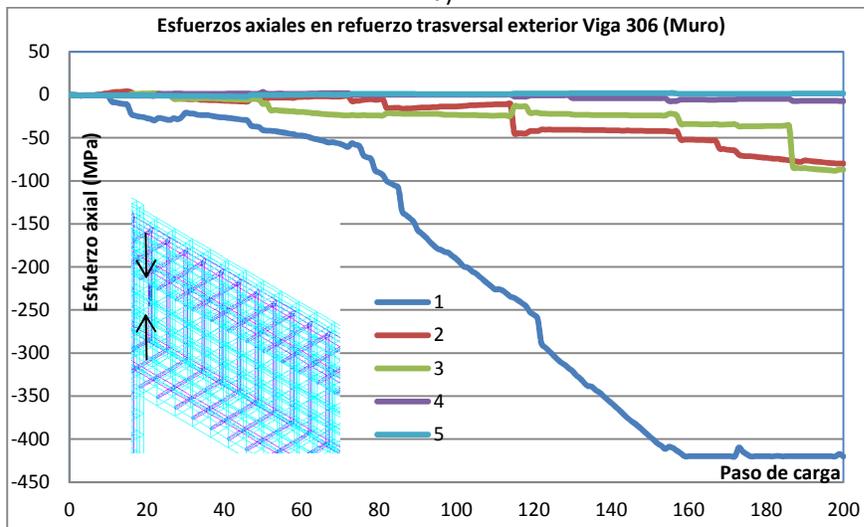
Finalmente el comportamiento observado en el refuerzo transversal del muro estructural no muestra como a medida de que los elementos se acercan a la mitad de la altura del elemento van alcanzando la fluencia del material ante esfuerzos de tensión como era de esperarse más rápidamente, ya que por la gran rigidez de este elemento al aplicar pequeños vectores de desplazamiento se obtienen grandes fuerzas internas en comparación de los demás elementos (vigas y columnas), esto obliga a que estos esfuerzos sean transmitidos rápidamente a las barras de refuerzo en este caso transversales que cumplen un papel tan importante como el refuerzo longitudinal ayudando a aumentar la capacidad del elemento hasta donde su relación esfuerzo-deformación se lo permita.

En la **Grafica 6.46** se analizan los esfuerzos en los 5 primeros estribos de las Vigas 204, 306 y 407 para

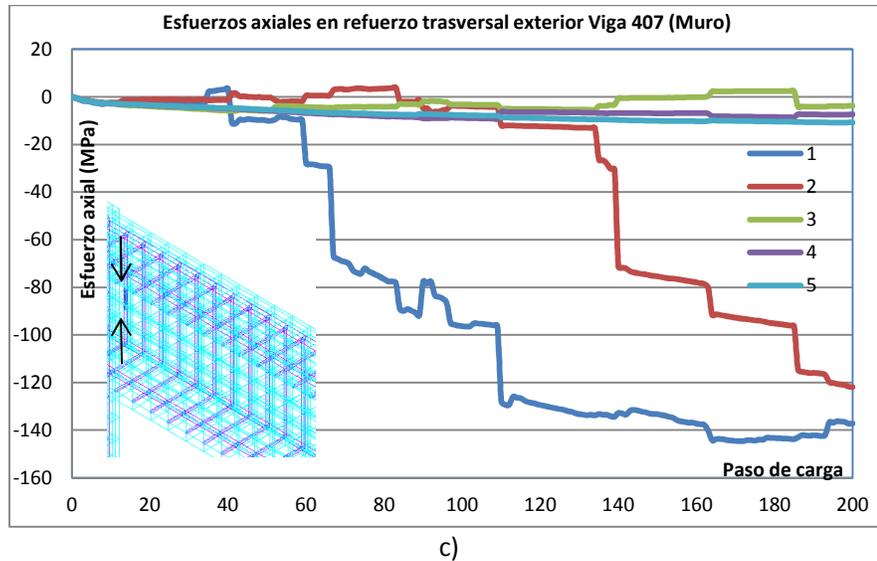
sus extremos iniciales, en donde se puede observar como los estribos de la Viga 306 alcanzan la fluencia bajo el régimen de cargas aplicado, gracias al aporte en rigidez que otorga el haber incluido el muro estructural, no obstante estos esfuerzos tienen como tendencia una disminución a medida que se alejan del nudo en donde se observa que presentarían una inversión de signo por el cambio de valor en el momento flector del elemento, cabe resaltar que los esfuerzos en las Vigas 204 y 407 son mucho menores a los obtenidos en estos elementos cuando la estructura no incluía muro estructural y no se alcanza la fluencia en ningún paso de carga.



a)



b)



**Grafica 6.46.** Estado de esfuerzos en refuerzo transversal vigas con adición de muro. a) Esfuerzos en estribos Viga 204, b) Esfuerzos en estribos Viga 306, c) Esfuerzos en estribos Viga 407.

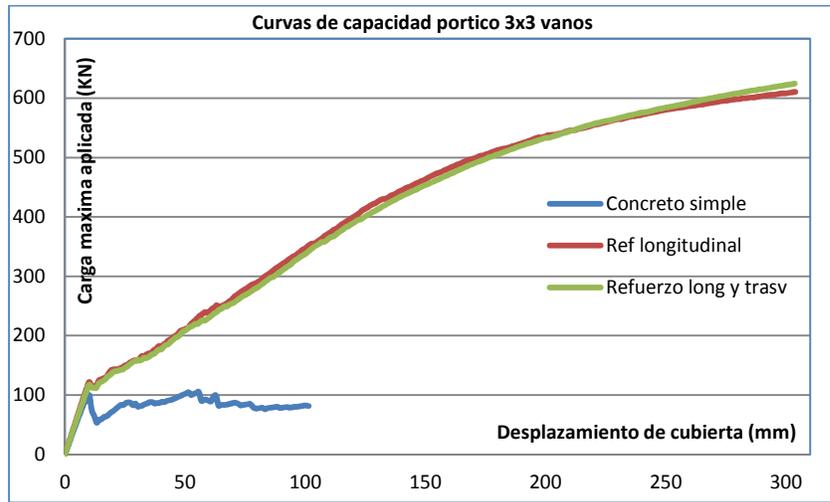
### 6.3.5 Comparación de las curvas de capacidad en el pórtico plano de 3x3 vanos sin y con adición de muro estructural.

En esta sección serán comparadas las curvas de capacidad obtenidas en los análisis inelásticos realizados al pórtico de 3x3 vanos, entre los cuales tenemos: un primer análisis inelástico de la estructura sin acero de refuerzo es decir en concreto simple, un segundo análisis inelástico realizado en el pórtico con acero de refuerzo longitudinal en sus elementos (columnas y vigas), un tercer análisis inelástico en la estructura con la inclusión de refuerzo longitudinal y transversal y finalmente un cuarto análisis con la inclusión de un muro estructural con refuerzo longitudinal y transversal al pórtico.

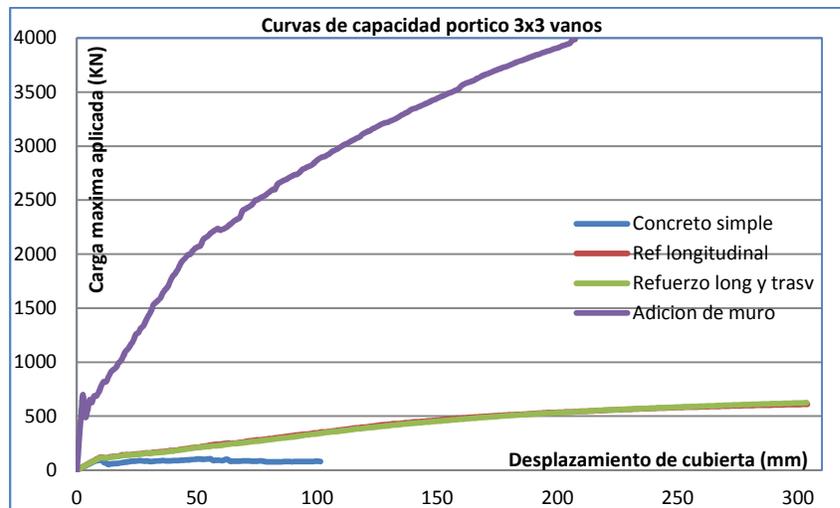
En la **Grafica 6.47a**, se presenta la comparación de 3 de las curvas de capacidad obtenidas del pórtico plano de 3x3 vanos sin la inclusión del modelo numérico con adición de muro estructural, de esta grafica se puede inferir como la zona lineal y elástica para los 3 modelos está perfectamente definida y para la zona elástica con agrietamiento el comportamiento de la estructura es muy similar tanto para el pórtico con únicamente refuerzo longitudinal como para el análisis realizado con refuerzo longitudinal y transversal, la zona inelástica está claramente definida para los dos análisis con acero de refuerzo, en donde el tercer análisis como era de esperarse obtiene una capacidad mayor debido a la contribución que tienen los estribos en ella, aunque este aumento en la capacidad de la estructura es relativamente pequeño.

En la **Grafica 6.47b** se presenta nuevamente las curvas de capacidad de la estructura, aunque esta vez se ha incluido la curva obtenida al adicionar un muro estructural al pórtico, lo cual deja ver como la capacidad del mismo aumenta de forma dramática, gracias al aporte de rigidez que la pantalla ofrece lo cual hace que la zona elástica se alcance con una carga mucho mayor pero con un desplazamiento

mucho más pequeño si se compara con los análisis que no incluyen este muro, no obstante el desplazamiento obtenido para el último paso de carga cuando se adiciono el muro a la estructura es menor que en los anteriores análisis, esto principalmente ocasionado por la dificultad de convergencia del modelo numérico para altos regímenes de carga que está directamente asociado a la gran rigidez encontrada en esta estructura y al complejo proceso de fisuración que ocurre en el muro, es por esto que la adición de muros o pantallas a las estructuras es la practica más común para rigidizar estructuras, ya que permiten un mejor funcionamiento de las estructuras ante cargas horizontales.



a)



b)

**Grafica 6.47.** Curvas de capacidad pórtico 3x3 vanos. a) Sin adición de muro estructural, b) Con adición de muro estructural.

Cabe resaltar como la adición del muro o pantalla a la estructura original incrementa considerablemente la capacidad de esta, aunque se presenta el inconveniente de que la curva de capacidad pierde ductilidad ya que el trabajo inicial a flexión es modificado por un trabajo a cortante que realiza la pantalla. En este tipo de estructuras se debe tener cuidado a la hora del diseño en no

sobre pasar los esfuerzos límites en los elementos ya que se observó como el acero longitudinal y transversal alcanza la fluencia muy rápidamente en este tipo de estructuras y no sería deseable un comportamiento de este tipo.

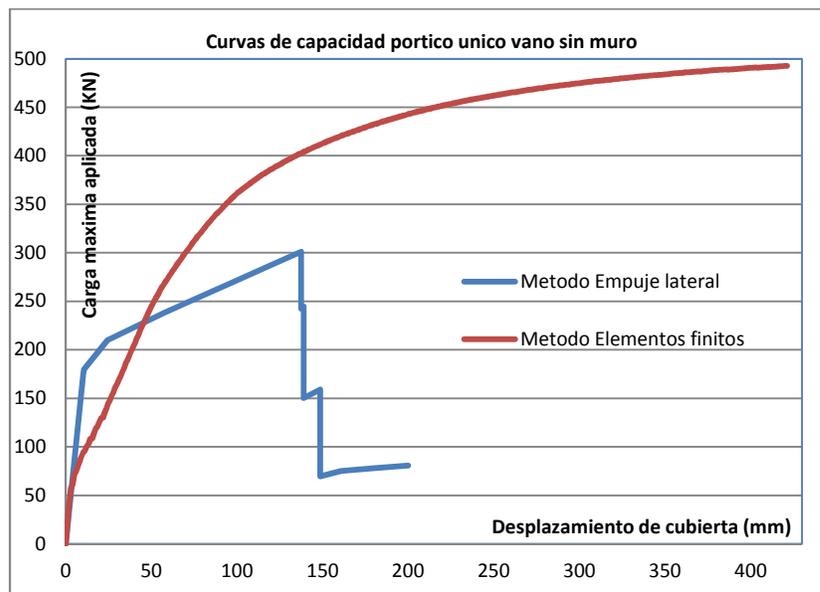
# Capítulo 7. Comparación de las curvas de capacidad obtenidas

## 7.1 Pórtico plano de un único vano

En esta sección se presenta la comparación entre las curvas de capacidad obtenidas mediante el método de plastificación progresiva y el método de los elementos finitos, en el pórtico plano de un único vano, en donde se comentan las diferencias obtenidas.

### 7.1.1 Pórtico plano de un único vano sin adición de muro estructural

En la **Grafica 7.1** se comparan las curvas de capacidad obtenidas por ambos métodos en el pórtico de un único vano sin inclusión de muro estructural. Cabe anotar que las curvas de capacidad que serán comparadas mediante ambos métodos son las más completas y las que más se asemejan al comportamiento real de la estructura, las cuales son: mediante el método de plastificación progresiva se usa la curva de capacidad obtenida al aplicar un comportamiento de las rotulas plásticas de sobre resistencia y mediante el método de los elementos finitos se usa la curva de capacidad obtenida cuando la estructura tiene la inclusión de acero tanto longitudinal como transversal.



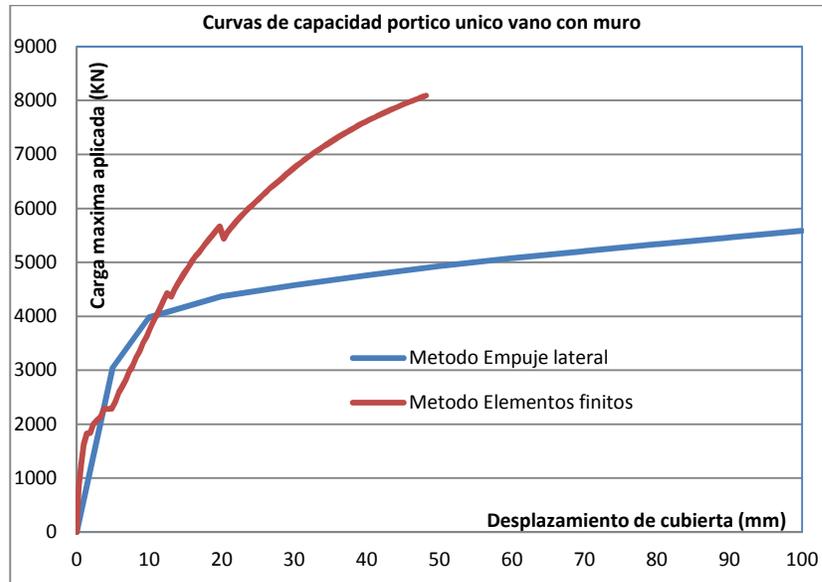
**Grafica 7.1.** Comparación curvas de capacidad pórtico plano único vano sin inclusión de muro.

Inicialmente se observa como la capacidad final de la estructura es mucho mayor al aplicar el método de los elementos finitos versus la aplicación del método de plastificación progresiva en la estructura, obteniendo una diferencia del 38% sobre la capacidad final obtenida en ambos métodos, no obstante la curva de capacidad alcanzada mediante el método de plastificación progresiva muestra diferentes caídas de resistencia ocasionadas por la definición de la rótula plástica para este análisis, sin embargo la curva de capacidad obtenida a través de la aplicación del método de los elementos finitos no presenta en ningún caso alguna caída de resistencia por el contrario muestra un comportamiento dúctil totalmente inelástico.

Ambas curvas comparten un pequeño tramo de la zona lineal y elástica, sin embargo se observa claramente como esta zona en el análisis realizado mediante el método de plastificación progresiva es bastante alta a diferencia de la obtenida a través del método de los elementos finitos, en el cual esta zona tiene un rango bastante bajo de la totalidad de la curva, esto es influenciado principalmente por el proceso de fisuración que tiene lugar en el concreto y que no es posible modelar con los análisis tradicionales inelásticos en elementos tipo barra, no obstante en el ejercicio común de las oficinas de cálculo estructural, no es viable aplicar el método de los elementos finitos a la hora de estimar la respuesta inelástica de estructuras, esto debido al tiempo de cálculo tan grande que demanda un análisis de este tipo, de todas formas estimar la respuesta inelástica mediante el método de plastificación progresiva tiene varias ventajas y desventajas, entre las principales ventajas encontramos que el tiempo de cálculo es muy reducido para este tipo de análisis, dada la simplicidad en la aplicación del método y como principal desventaja hallamos que en este tipo de análisis se sobre estima el comportamiento puramente lineal y elástico de las estructuras, sin embargo la capacidad final obtenida aplicando este método estará siempre por debajo de la calculada a partir de los elementos finitos, lo cual dejaría un margen de seguridad aceptable para este tipo de análisis.

### 7.1.2 Pórtico plano de un único vano con adición de muro estructural

De igual manera en la **Grafica 7.2** se presenta la comparación de las curvas de capacidad obtenidas por los métodos utilizados en este trabajo, para el pórtico de un único vano con inclusión de muro estructural.



**Grafica 7.2.** Comparación curvas de capacidad pórtico plano único vano con inclusión de muro.

Lo primero que podemos inferir en la comparación de las curvas es son muy diferente entre si los comportamientos obtenidos, por una parte la curva alcanzada a partir del método de plastificación progresiva nos presenta un comportamiento clásico, en donde aparece una primera gran etapa lineal y elástica y luego una etapa totalmente inelástica con un comportamiento altamente dúctil, por otra parte la capacidad que se obtiene al aplicar el método de los elementos finitos nos presenta una curva con una primera etapa lineal y elástica que presenta una pendiente mucho mayor a la anterior, al finalizar dicho comportamiento la estructura presenta un comportamiento inelástico con algunas caídas de resistencia pero que no muestra un comportamiento totalmente dúctil, es decir la pendiente de la curva se mantiene con altos valores, gracias a la gran rigidez que aporta el muro o pantalla a la estructura.

La diferencia porcentual encontrada para la máxima capacidad registrada para un mismo desplazamiento en ambos métodos es del orden del 40%, lo cual refleja que el proceso de fisuración iniciado en el concreto al aplicar cargas en la platina es un factor importantísimo a la hora de estimar la capacidad de una estructura, es evidente que en este análisis es más dramática la importancia de la fisuración en el muro, como elemento de área que constituye una matriz global de la estructura, además el aporte que realiza el acero de refuerzo longitudinal y transversal es clave en la respuesta de este tipo de problemas.

Estimar la capacidad inelástica de elementos de área (Shells), como lo son muros o pantallas estructurales, a través del método de plastificación progresiva es algo nuevo que incorporan algunos programas de cálculo estructural en la actualidad, sin embargo al realizar este trabajo y comparar los resultados obtenidos, se refleja claramente que mientras no se desarrolle una metodología que trate de simular el proceso de fisuración en este tipo de elementos, la respuesta inelástica estará bastante alejada del comportamiento real de este tipo de estructuras. Ya que existen grandes diferencias al aplicar los distintos métodos en estructuras con elementos de área, debe ser considerada la

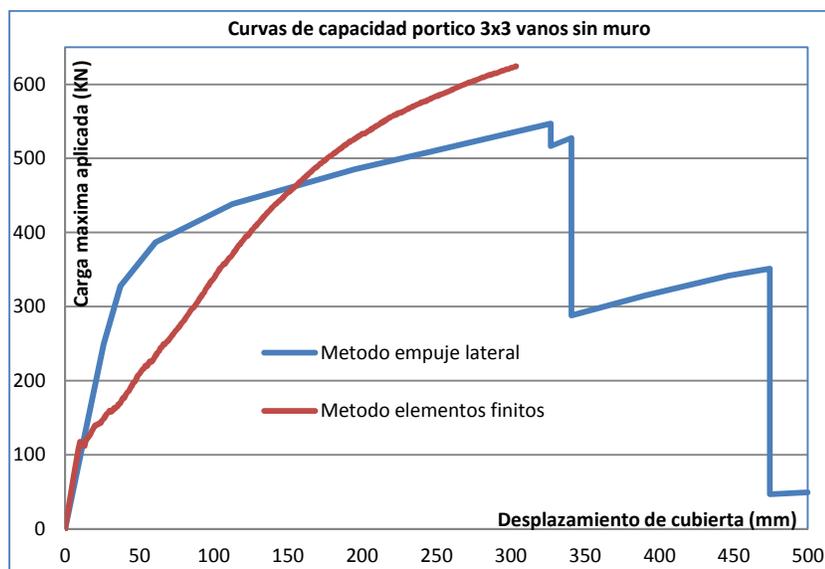
posibilidad de modelar este tipo de elementos como comúnmente se hace, al convertirlos en elementos tipo barra a los cuales se les atribuyen las propiedades inelásticas de estos.

## 7.2 Pórtico plano de 3x3 vanos

En esta sección se presenta la comparación entre las curvas de capacidad obtenidas mediante el método de plastificación progresiva y el método de los elementos finitos, en el pórtico plano de 3x3 vanos, en donde se comentan los aspectos más relevantes encontrados.

### 7.2.1 Pórtico plano de 3x3 vanos sin adición de muro estructural

De la misma forma como se realizó en las secciones anteriores, se presenta la **Grafica 7.3** en donde se ilustra la comparación entre las curvas de capacidad obtenidas en el pórtico plano de 3x3 vanos sin inclusión de muro estructural, al aplicar las diferentes metodologías descritas en este trabajo.



**Grafica 7.3.** Comparación curvas de capacidad pórtico plano de 3x3 vanos sin inclusión de muro.

Nuevamente estamos ante un comportamiento general de las estructuras, similar al encontrado en el pórtico anterior sin inclusión de muro estructural, en donde ambas curvas comparten un pequeño tramo del comportamiento lineal y elástico para luego distanciarse entre sí, una vez que ha iniciado el proceso de fisuración en el concreto para el modelo mediante el método de los elementos finitos.

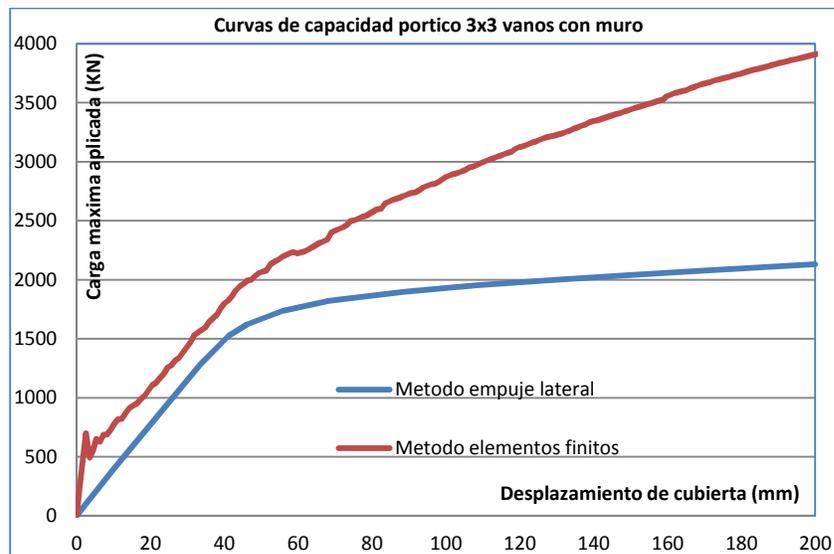
Ambas curvas comparten la zona elástica hasta un cortante basal igual a 107 KN y un desplazamiento de cubierta de 9.06 mm, a partir de este instante empieza el proceso de fisuración en los elementos del pórtico, iniciando por los extremos inferiores de las columnas del primer nivel y luego extendiéndose a lo largo de las zonas de máximo momento flector de los elementos. Ya que el proceso de fisuración que tiene lugar en el concreto no es tomado en cuenta por los análisis clásicos

realizados mediante el método de plastificación progresiva, la zona lineal y elástica para este tipo de análisis se encuentra sobre estimada y la clave para que ambas curvas tengan un comportamiento similar en la zona inelástica de comportamientos, debe ser la de modificar las relaciones momento-curvatura en las secciones de concreto reforzado para que intenten tomar este fenómeno.

Para este análisis tenemos una diferencia en la capacidad máxima de la estructura alcanzada en el rango inelástico del 12%, que es mucho menor a la encontrada en la estructura anterior (38%), esta menor diferencia porcentual entre las dos curvas de capacidad, obedece al mayor número de elementos de la estructura que amortizan entre si el proceso de fisuración iniciado en el concreto y que logran a través de la plastificación de cada elemento alcanzar una mayor capacidad en la zona inelástica de deformaciones.

### 7.2.2 Pórtico plano de 3x3 vanos con adición de muro estructural

En la **Grafica 7.4** se ilustra la comparación entre las curvas de capacidad obtenidas en el pórtico plano de 3x3 vanos con inclusión de muro estructural, al aplicar las diferentes metodologías descritas en este trabajo en donde se discuten las principales diferencias obtenidas.



**Grafica 7.4.** Comparación curvas de capacidad pórtico plano de 3x3 vanos con inclusión de muro.

Al comparar las curvas de capacidad obtenidas mediante las dos metodologías descritas en este trabajo final de maestría, se observa como estas para el análisis de la estructura con inclusión de muro estructural, no comparten ningún tramo del comportamiento general, no obstante ambas curvas presentan tendencia a ser paralelas entre sí, esta forma de comportamiento era la esperada para cada uno de los análisis realizados, en donde se suponía que al realizar un análisis mediante el método de los elementos finitos se alcanzaría una capacidad mayor si se comparaba con un análisis tradicional mediante el método de plastificación progresiva. Esta premisa inicialmente es alcanzada en todos los análisis realizados, no obstante las curvas no fueron paralelas en los 3 análisis anteriores por las

razones expuestas (fisuración del concreto).

Las zonas lineal y elásticas en este análisis no comparte ninguna zona, por el contrario la zona elástica obtenida mediante el método de los elementos finitos, denota una estructura mucho más rígida en esta etapa inicial, no obstante cuando la estructura ingresa en la fase de comportamiento lineal con agrietamiento las pendientes obtenidas en ambos métodos son prácticamente iguales con la diferencia que la curva alcanzada mediante los elementos finitos se encuentra por encima de la otra con una diferencia aproximada del 21%.

Al alcanzar la zona inelástica las dos curvas muestran como la capacidad final alcanzada difiere en un 45%, esta diferencia se presenta por el proceso de fisuración iniciado en el concreto; ya que en este análisis se ha incluido un muro estructural que ha sido dividido en un gran número de elementos finitos que simulan este comportamiento, la diferencia se hace mucho más grande que los demás análisis realizados. De todas formas la aproximación que realiza el método de plastificación progresiva en la zona lineal y lineal con agrietamiento es buena ya en la zona inelástica la aproximación que se obtiene no es muy buena, sin embargo el tiempo de cálculo necesario para realizar un análisis de este tipo mediante el método de los elementos finitos en este caso en particular es de 18 horas lo cual hace que no sea práctico utilizar este tipo de análisis en la vida profesional.

# Capítulo 8. Conclusiones y recomendaciones

## 8.1 Conclusiones

Las principales conclusiones de este trabajo final de maestría son:

- En la obtención de la curva de capacidad para pórticos en concreto reforzado sin adición de muros estructurales, mediante el método de plastificación progresiva, se observa que se encuentra sobre-estimada la zona de comportamiento lineal y elástico de la estructura. Esto obedece a la forma en cómo se definen las rotulas plásticas para los análisis inelásticos, ya que estas (rotulas) no son capaces de predecir el proceso de fisuración que tiene lugar en los elementos de concreto reforzado y se limitan a relacionar el momento flector de una sección cualquiera con su respectiva curvatura o rotación. Además este fenómeno se ve influenciado por la forma en que se asignan los puntos de rotulación a los pórticos, en donde a cada elemento (Vigas y Columnas) se le asigna una rotula plástica en sus extremos y en la realidad la zona de rotulación (fisuración) ocurre en una longitud considerable del elemento.
- Por otra parte cuando se ha hecho la inclusión de muros estructurales en los análisis inelásticos realizados a través del método de plastificación progresiva, se observa como la capacidad de la estructura en el rango lineal e inelástico, tiene más parecido a las encontradas mediante la aplicación del método de los elementos finitos, debido principalmente a la inclusión de elementos de área (Shells) en los modelos. Si bien es cierto, estos elementos de área no son capaces de representar el proceso de fisuración en el concreto, sin embargo tienen la capacidad de representar al concreto reforzado mediante dos capas claramente definidas las cuales son: la capa de concreto simple y la capa de acero de refuerzo, estas capas trabajan a partir de esfuerzos y siguen la definición hecha para cada material, logrando una mejor aproximación de la capacidad que alcanza la estructura.
- En la simulación numérica del comportamiento inelástico del concreto simple en pórticos haciendo uso del modelo de fisura distribuida y el criterio de Willam & Warnke, se encontró que el proceso de degradación del material influye en la respuesta estructural. Una de las limitaciones de este modelo numérico consiste en no incluir el proceso de cohesión entre las caras de la fisura.
- En los análisis realizados mediante la aplicación del método de los elementos finitos se evidencian 3 zonas de comportamiento claramente definidas, las cuales son: La zona lineal y elástica, la zona elástica con agrietamiento y la zona inelástica. Al comparar las curvas de capacidad obtenidas en las estructuras por las metodologías expuestas en este trabajo, se

encontró que ambas comparten un pequeño tramo de la zona lineal y elástica en donde no se presenta fisuración en el concreto, a partir de este momento se distancian las curvas ya que el concreto empieza a presentar fisuración aunque el acero aún se encuentra en la etapa lineal y elástica de su curva esfuerzo deformación.

- La curva de capacidad de pórticos de concreto reforzado se puede modelar a través de un modelo constitutivo basado en el criterio de fluencia de von Mises para el acero, con un modelo de fisura distribuida y usando el criterio de fractura de Willam & Warnke para el concreto. Al comparar con los pórticos de concreto simple, se observa una capacidad estructural mayor gracias a la ductilidad aportada por las barras de refuerzo.
- En la simulación numérica de pórticos en concreto reforzado, la ubicación del eje neutro cambia a medida que se propagan las fisuras en los elementos.
- La inclusión de acero de refuerzo transversal (estribos) incrementa la capacidad global de cualquier estructura, ya que estos elementos son capaces de absorber esfuerzos de tensión y compresión, ocasionados por fuerzas cortantes, así como también cualquier esfuerzo que se presente por relación de Poisson.
- En el análisis inelástico de estructuras que incluyen muros o pantallas estructurales, se evidencia como el acero de refuerzo tanto longitudinal como transversal, juegan un rol importante en el comportamiento general de la estructura, ya que estos elementos absorben esfuerzos de tensión y compresión alcanzando la fluencia en pocos pasos de carga a lo largo de todo el elemento (Muro) que deja de presentar un comportamiento a flexión para adoptar un comportamiento a cortante en donde el refuerzo transversal es quien absorbe la mayor cantidad de esfuerzos.
- Como era de esperarse la capacidad final obtenida a través de la aplicación del método de los elementos finitos en las estructuras es substancialmente mayor en todos los casos a las obtenidas por la aplicación del método clásico de plastificación progresiva, esto influenciado principalmente por la capacidad que tiene el método de los elementos finitos en predecir el proceso de fisuración y aplastamiento por esfuerzos de compresión en el concreto.
- Al simular el comportamiento lineal e inelástico de pórticos, se deben conocer y definir los modelos constitutivos de los materiales usados, y solventar los problemas de inestabilidad por movimiento de cuerpo rígido y de concentración de esfuerzos en la vecindad de los apoyos. Estos problemas son superados mediante la representación adecuada de las condiciones de borde, así como un absoluto estudio de las herramientas numéricas disponibles.

- Al realizar un modelo numérico a través del método de los elementos finitos, en el cual no se discretiza por separado el acero de refuerzo (ya sea longitudinal o trasversal) del concreto, este se debe realizar con la técnica de elementos distribuidos (smeared), es decir al elemento finito se le asignan propiedades que pueden ser: cuantías volumétricas de refuerzo y/o los modelos constitutivos (concretos confinados y no confinados) de cada zona involucrada en el análisis, que son necesarios para poder definir el comportamiento de la estructura en los rangos elásticos e inelástico. Sin embargo nuestro problema en particular utilizo la forma discreta en la cual el acero esta modelado por elementos finitos tipo barra dentro de la matriz global de la estructura y que al compartir nodos entre el concreto (adherencia entre estos dos elementos) la estructura es capaz de absorber esfuerzos cortantes producidos al aplicar cargas al pórtico y cualquier otro esfuerzo por relación de Poisson en la estructura.
- Fallas por aplastamiento del concreto de recubrimiento en los pórticos, no fueron detectadas en los análisis inelásticos realizados mediante el método de los elementos finitos, debido a la magnitud en los desplazamientos horizontales aplicados en los pórticos que solo logran llevar las secciones, a niveles de esfuerzos en compresión del orden del 92% de  $f'_c$ .

## 8.2 Recomendaciones

- En la simulación de pórticos mediante el método de plastificación progresiva se recomienda usar una definición diferente para las rotulas plásticas que conlleven a predecir de una manera más eficaz el proceso de fisuración del concreto, para que sea tenida en cuenta la zona elástica con agrietamiento en este tipo de problemas.
- En la modelación de pórticos mediante el uso simultáneo de elementos lineales y volumétricos, se recomienda discretizar las entidades geométricas en tamaños de elementos tales que se garantice la compatibilidad de deformaciones entre entidades de orden inferior como son áreas, líneas y puntos. De esta manera se evitaría la inestabilidad de cuerpo rígido para aquellas partes de la viga que componen la estructura, como en el caso de las platinas de carga.
- Para investigaciones futuras se recomienda usar una relación bilineal con endurecimiento o trilineal para representar la curva esfuerzo-deformación del acero para observar el aumento en la capacidad general de las estructuras.
- Para investigaciones futuras, cuando se realicen modelos tridimensionales de pórticos en concreto simple y reforzado, sería útil implementar un modelo constitutivo del concreto que represente el efecto cohesivo de la fisuración en el instante en que se supera el límite de rotura.
- En este trabajo se ha utilizado una adherencia perfecta entre el acero y el concreto, en trabajos futuros se recomienda utilizar un modelo constitutivo de adherencia, que sea capaz de incluir dichos efectos al modelo numérico.

## Referencias

Adeghe, L.N. and Collins, M.P. (1986). "A Finite Element Model for Studying Reinforced Concrete Detailing Problems". Publication No. 86-12, Department of Civil Engineering, University of Toronto.

Allahabadi R., 1987, Drain 2DX – Seismic Response and Damage Assessment for 2D Structures, Ph.D. Thesis, University of California at Berkeley, California.

Balakrishnan, S. and Murray, D.W. (1988). "Concrete Constitutive Model for NLFE Analysis of Structures". Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 114, No. 7, pp. 1449-1466.

Barzegar, F. and Schnobrich, W.C. (1986). "Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete under Short Term Monotonic Loading". Civil Engineering Studies SRS No. 530, Univ. of Illinois at Urbana, Illinois.

Barzegar, F. and Schnobrich, W.C. (1986). "Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete under Short Term Monotonic Loading". Civil Engineering Studies SRS No. 530, Univ. of Illinois at Urbana, Illinois.

Bashur, F.K. and Darwin, D. (1978). "Nonlinear Model for Reinforced Concrete Slabs". Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST1, pp. 157-170.

Bazant, Z.P. and Cedolin, L. (1980). "Fracture Mechanics of Reinforced Concrete". Journal of the Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 106, No. EM6, pp. 1287-1306.

Bazant, Z.P. and Oh, B.H. (1983). "Crack Band Theory for Fracture of Concrete". Materials and Structures RILEM, Paris, Vol. 16, pp. 155-176.

Becker, J.M. and Bresler, B.. (1974). "FIRES-RC-A Computer Program for the Fire Response of Structures- Reinforced Concrete Frames". Report No. UCB/FRG 74-3, Department of Civil Engineering, University of California, Berkeley.

Bergmann, R. and Pantazopoulou, V. A. (1988). "Finite Element for R/C Shear Walls Under Cyclic Loads". Department of Civil Engineering, Report UCB/SEMM-88/09, University of California, Berkeley, 1988.

Bresler, B. and Bertero, V.V. (1968). "Behavior of Reinforced Concrete Under Repeated Load". Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 94, No. ST6, pp. 1567-1590.

Cervenka, V. (1970). "Inelastic Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Panels". Ph.D. Dissertation, University of Colorado, Boulder.

Cervenka, V., Eligehausen, R. and Pukl, R. (1990). "SBETA-Computer Program for Nonlinear Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Structures". Report 90/1, Institute of Building Materials, University of Stuttgart.

Cope, R.J., Rao, P.V., Clark, L.A. and Norris, R. (1980). "Modeling of Reinforced Concrete Behavior for Finite Element Analysis of Bridge Slabs". Numerical Methods for Nonlinear Problems, C. Taylor, E. Hinton and D.R.J. Oden, eds., Pineridge Press, Swansea, pp. 457-470.

de Borst, R. and Nauta, P. (1985) "Non-Orthogonal Cracks in a Smeared Finite Element Model". Engineering Computations, Vol. 2, pp. 35-46.

Franklin, H.A. (1970). "Non-Linear Analysis of Reinforced Concrete Frames and Panels". Ph.D. Dissertation, Division of Structural Engineering and Structural Mechanics, University of California, Berkeley, SEMM 70-5.

Gilbert, R.I. and Warner, R.F. (1978). "Tension Stiffening in Reinforced Concrete Slabs". Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST12, pp. 1885-1900.

Gilbert, R.I. and Warner, R.F. (1978). "Tension Stiffening in Reinforced Concrete Slabs". Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST12, pp. 1885-1900.

Groot, A.K., Kusters, G.M.A. and Monnier, T. (1981). "Numerical Modeling of Bond-Slip Behavior". Heron, Concrete Mechanics, Vol. 26, No. 1B.

Gupta, A.K. and Akbar, H. (1983). "A Finite Element for the Analysis of Reinforced Concrete Structures". International Journal for Numerical Methods in Engineering, Vol. 19, pp. 1705-1712.

Hand, F.R., Pecknold, D.A. and Schnobrich, W.C. (1973). "Nonlinear Layered Analysis of RC Plates and Shells". Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 99, No. ST7, pp. 1491-1505.

Jain, S.C. and Kennedy, J.B. (1974). "Yield Criterion for Reinforced Concrete Slabs," Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 100, No. ST3, pp. 631-644.

Jofriet, J.C. and McNeice, G.M. (1971). "Finite Element Analysis of RC Slabs". Journal of Structural Division, ASCE, Vol. 97, No. ST3, pp. 785-806.

Keuser, M. and Mehlhorn, G. (1987). "Finite Element Models for Bond Problems". Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 113, No. 10, pp. 2160-2173.

Kwak, H.G. (1990). "Material Nonlinear Finite Element Analysis and Optimal Design of Reinforced Concrete Structures". Ph.D. Dissertation, Department of Civil Engineering, KAIST, Korea.

Kwak, H.G. (1990). "Material Nonlinear Finite Element Analysis and Optimal Design of Reinforced Concrete Structures". Ph.D. Dissertation, Department of Civil Engineering, KAIST, Korea.

Leibengood, L.D., Darwin, D. and Dodds, R.H. (1986). "Parameters Affecting FE Analysis of Concrete Structures," *Journal of Structural Engineering, ASCE*, Vol. 112, No. 2, pp. 326-341.

Lin, C.S. and Scordelis, A.C. (1975). "Nonlinear Analysis of RC Shells of General Form". *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 101, No. ST3, pp. 523-538.

Nayak, G.C. and Zienkiewicz, O.C. (1972). "Elasto-Plastic Stress Analysis". *International Journal of Numerical Methods in Engineering*, Vol. 5, pp. 113-135.

Ngo, D. and Scordelis, A.C. (1967). "Finite Element Analysis of Reinforced Concrete Beams," *Journal of ACI*, Vol. 64, No. 3, pp. 152-163.

Nilson, A.H. (1972). "Internal Measurement of Bond Slip". *Journal of ACI*, Vol. 69, Title No. 7, pp. 439-441.

Rajagopal, K.R. (1976). "Nonlinear Analysis of Reinforced Concrete Beams, Beam-Columns and Slabs by Finite Elements". Ph.D. Dissertation, Iowa State University.

Rashid, Y.R. (1968). "Analysis of Prestressed Concrete Pressure Vessels". *Nuclear Engineering and Design* Vol. 7, No. 4, pp. 334-344.

Rots, J.G., Nauta, P., Kusters, G.M.A. and Blaauwendraad, J. (1985). "Smearred Crack Approach and Fracture Localization in Concrete". *HERON*, Vol. 30, No. 1, pp. 3-48.

Scordelis, A.C., Ngo, D. and Franklin, H.A. (1974). "Finite Element Study of Reinforced Concrete Beams with Diagonal Tension Cracks". *Proceedings of Symposium on Shear in Reinforced Concrete, ACI Publication SP-42*.

Selna, L.G. (1969). "Creep, Cracking and Shrinkage in Concrete Frame Structures". *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 95, No. ST12, pp. 2743-2761.

Vebo, A. and Ghali, A. (1977). "Moment-Curvature Relation of Reinforced Concrete Slabs". *Journal of Structural Division, ASCE*, Vol. 103, No. ST3, pp. 515-531.

Vecchio, F. and Collins, M.P. (1982). "The Response of Reinforced Concrete to In-Plane Shear and Normal Stress". Publication No. 82-03, Department of Civil Engineering, University of Toronto, Toronto, Canada.