

**MODELO DE UN SISTEMA MRP CERRADO INTEGRANDO
INCERTIDUMBRE EN LOS TIEMPOS DE ENTREGA, DISPONIBILIDAD DE
LA CAPACIDAD DE FABRICACIÓN E INVENTARIOS**

TESIS DE GRADO PARA OPTAR AL TITULO DE
MAGISTER EN INGENIERÍA ADMINISTRATIVA

José Alejandro Cano Arenas

Ingeniero Industrial

DIRECCIÓN:

Martín Darío Arango Serna, Ph. D



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

SEDE MEDELLÍN

FACULTAD DE MINAS

2011

A mis padres, las mejores personas de este mundo.

A mi familia, por brindarme siempre lo mejor.

A mis amigos y compañeros, por compartir sus aportes personales y
profesionales.

A mis profesores, por su valioso aporte en cada clase.

AGRADECIMIENTOS

El autor expresa sus agradecimientos a:

Martín Darío Arango Serna, profesor de la Universidad Nacional de Colombia y director de esta tesis, por su orientación y apoyo en el desarrollo de este trabajo de grado.

Luis Felipe Campuzano Zapata, M.Sc.en Ingeniería Administrativa, por su apoyo y disponibilidad para realizar la prueba de los modelos planteados en este trabajo de grado.

A todas aquellas personas que de una u otra forma colaboraron en la realización de este trabajo.

TABLA DE CONTENIDO

AGRADECIMIENTO	v
TABLA DE CONTENIDO	vii
LISTA DE FIGURAS	xiii
LISTA DE TABLAS.....	xv
ABSTRACT.....	xvii
RESUMEN.....	xix
1. Introducción.....	1
1.1 Presentación general – Planteamiento del problema – Justificación	1
1.2 Objetivos	1
1.3 Estructura general de la tesis.....	2
2. Sistemas de planeación de la producción.....	5
2.1 Sistemas de producción.....	5
2.1.1 Sistemas de empuje (Push)	5
2.1.2 Sistemas de tracción (Pull)	5
2.2 Plan de producción	5
2.3 Sistemas de Inventarios	6
2.4 Sistemas de planeación de la producción.....	10
2.4.1 Planeación jerárquica	12
2.4.2 Planeación agregada.....	13
2.4.3 Plan maestro de producción – MPS.....	14
2.4.4 Sistema de requerimiento de materiales – MRP.....	18
2.4.4.1 Historia del MRP	24
2.4.4.2 Evolución del MRP	25
2.4.5 Planeación de los recursos de manufactura - MRP II	27
2.4.6 Planeación de recursos empresariales – ERP	30
2.4.6.1 Ventajas del ERP	32
2.4.6.2 Desventajas del ERP	33
2.4.7 Sistemas APS.....	33

3.	Sistemas de planeación de requerimientos de materiales (MRP)	37
3.1	Aplicaciones del MRP	37
3.1.1	MRP en Servicios.....	38
3.2	Estructura de un sistema MRP determinista	39
3.2.1	Lista de materiales (BOM – Bill Of Materials).....	40
3.2.2	Registros o estado de inventario	42
3.2.3	Tiempos de entrega o lead times para componentes	42
3.2.4	Plazo del horizonte de planeación y tamaño de la cubeta de tiempo ...	43
3.2.5	Salidas del sistema MRP - informes de los resultados	43
3.3	Funcionamiento, registro y ejecución del sistema MRP	44
3.3.1	Demandas en un MRP - Gestión de inventarios de artículos de demanda dependiente	46
3.4	Métodos para determinar tamaños de lote	46
3.5	Horizontes progresivos y nerviosismo del sistema	50
3.5.1	Método de regeneración	50
3.5.2	Método de cambio neto	50
3.5.3	Métodos para reducir nerviosismo en el MRP.....	50
3.6	Desventajas y oportunidades de mejora del sistema de planeación MRP clásico	51
3.6.1	Incertidumbre	52
3.6.1.1	Stock de seguridad	52
3.6.1.2	Tiempos de seguridad	53
3.6.1.3	Tolerancias por desperdicio	53
3.6.2	Tiempos de entrega dependientes de los tamaños de lote.....	53
3.6.3	Procesos de producción imperfectos	53
3.6.4	Integridad de los datos	53
3.7	Ventajas del sistema MRP	54
3.8	Factores críticos a tener en cuenta en un sistema MRP	55
3.8.1	Capacidad de producción	55
3.8.2	Tiempos de entrega	56
3.8.3	MRP de ciclo cerrado	56
3.8.4	Disponibilidad de inventario	58
4.	Modelos matemáticos deterministas para MRP	59
4.1	Modelo Arango et al. (2009)	59
4.2	Modelo Arango et al. (2010)	61
4.3	Modelo Mula et al. (2007) - Mula et al. (2008).....	63

4.4	Modelo Shapiro (1989)	67
4.5	Modelo Pochet (2001)	69
4.6	Modelo Graves (1999)	71
4.7	Modelo Aldemer (2010)	72
4.8	Modelo Tang et al. (2000)	74
4.9	Comparación de modelos matemáticos deterministas para MRP	76
4.10	Determinación de un modelo determinista para la planeación de requerimientos de materiales – Modelo DET	80
5.	Manejo de la incertidumbre en los sistemas de planeación y MRP.....	87
6.	Teoria de conjuntos difusos	95
6.1	Aplicación de los conjuntos difusos en la vida real	97
6.2	Definiciones y conceptos	98
6.2.1	Conjunto determinista	98
6.2.2	Conjunto difuso	98
6.2.3	Definiciones varias	99
6.3	Operaciones básicas de conjuntos difusos	100
6.3.1	Igualdad	100
6.3.2	Complemento	100
6.3.3	Unión	101
6.3.4	Intersección	101
6.4	Formas de números difusos	101
6.4.1	Número triangular difuso	101
6.4.2	Número trapezoidal difuso	102
6.4.3	Otras formas de números difusos	103
6.5	Operaciones aritméticas con números difusos	104
7.	Programación lineal difusa	105
7.1	Representación de un problema de optimización con programación lineal	108
7.2	Modelo con función objetivo flexible – Metas difusas	109
7.3	Modelo con restricciones de desigualdad difusas o flexibles	111
7.4	Modelo con coeficientes difusos en la función objetivo	114
7.5	Modelo con función objetivo (metas) y restricciones (desigualdades) difusas o flexibles	116

8.	Desarrollo de modelos de programación matemática difusa para la planeación de requerimientos de materiales (MRP)	119
8.1	Modelo difuso para la planeación de requerimientos de materiales con incertidumbre en la disponibilidad de la capacidad de fabricación – Modelo DCF	119
8.2	Modelo difuso para la planeación de requerimientos de materiales con incertidumbre en la disponibilidad de inventarios – Modelo DDI .	122
8.3	Modelo difuso para la planeación de requerimientos de materiales con incertidumbre en los tiempos de entrega – Modelo DTE	124
8.4	Modelo difuso para la planeación de requerimientos de materiales con incertidumbre en los tiempos de entrega, en la disponibilidad de la capacidad de fabricación y en la disponibilidad de inventarios – Modelo DCFDITE	126
9.	Aplicación de los modelos de programación matemática difusa para MRP en una empresa del sector eléctrico	129
9.1	Información de entrada para los modelos MRP	133
9.2	Metodología para el Análisis de los modelos	139
9.2.1	Costo total	139
9.2.2	Nivel de inventario	139
9.2.3	Nivel de servicio	140
9.2.4	Complejidad computacional	140
9.3	Obtención de resultados	140
9.3.1	Modelo DET	141
9.3.2	Modelo DCF	141
9.3.3	Modelo DDI	143
9.3.4	Modelo DTE	146
9.3.5	Modelo DCFDITE	148
9.4	Análisis de resultados de los modelos	151
9.4.1	Costo total	151
9.4.2	Nivel de inventario	153
9.4.3	Nivel de servicio	154
9.4.4	Complejidad computacional	155
9.4.5	Calificación global de modelos	158
10.	Conclusiones y recomendaciones	159

10.1 Conclusiones..... 159
10.2 Recomendaciones 162

Bibliografía..... 163
Anexo 1 173

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1. Sistemas de planeación, ejecución y control	10
Figura 2.2. Esquema de un sistema MRP II	30
Figura 2.3. Diagrama esquemático de un APS	35
Figura 3.1. Fuentes de entradas de un sistema MRP	39
Figura 3.2. Prerrequisitos de un sistema MRP	41
Figura 3.3. Sistema MRP de ciclo cerrado que muestra la retroalimentación ..	57
Figura 5.1. Número triangular difuso (el tiempo de respuesta de un proveedor de materia prima puede ser de 5 días)	91
Figura 5.2. Número triangular difuso (el tiempo de respuesta de un proveedor de materia prima puede estar entre 4 y 6 días)	91
Figura 6.1. Función de membrecía para un conjunto determinista de estatura baja, media y alta	96
Figura 6.2. Función de membrecía para un conjunto difuso de estatura media ..	97
Figura 6.3. Representación gráfica de un número difuso triangular	102
Figura 6.4. Representación gráfica de un número difuso trapezoidal	103
Figura 7.1. Función de pertenencia de la función objetivo difusa	110
Figura 7.2. Función de pertenencia de una restricción difusa	112
Figura 7.3. Función de pertenencia de una restricción difusa menor que	117
Figura 7.4. Función de pertenencia de una restricción difusa mayor que	117
Figura 9.1. Porcentajes de la inversión necesaria a realizar en diversos bienes conexos para los segmentos de T&D	132
Figura 9.2. Lista de materiales del producto del sector eléctrico	134
Figura 9.3. Costos totales e inventario total obtenidos con el modelo DCF....	142
Figura 9.4. Superficie de respuesta del modelo DCF para nivel de servicio e inventario promedio.....	143
Figura 9.5. Costos totales e inventario total obtenidos con el modelo DDI	144
Figura 9.6. Superficie de respuesta del modelo DDI para nivel de servicio e inventario promedio.....	145
Figura 9.7. Costos totales e inventario total obtenidos con el modelo DTE	147
Figura 9.8. Superficie de respuesta del modelo DTE para nivel de servicio e inventario promedio.....	147
Figura 9.9. Costos totales e inventario total obtenidos con el modelo DCFDITE.....	150
Figura 9.10. Superficie de respuesta del modelo DCFDITE para nivel de servicio e inventario promedio.....	150

Figura 9.11. Análisis de resultados basado en costo total para modelos propuestos	152
Figura 9.12. Análisis de resultados basado en nivel de inventario para modelos propuestos	153
Figura 9.13. Análisis de resultados basado en nivel de servicio para modelos propuestos	155
Figura 9.14. Análisis de resultados basado en complejidad computacional para modelos propuestos.....	157
Figura 9.15. Análisis de resultados globales para modelos propuestos	158

LISTA DE TABLAS

Tabla 2.1. Proveedores de paquetes de ERP	32
Tabla 3.1. Aplicaciones industriales del MRP	37
Tabla 3.2. Resumen de los métodos de cálculo de tamaños de lote para un MRP.....	48
Tabla 4.1. Definición de variables para el modelo MRP Arango et al. (2009) ...	59
Tabla 4.2. Definición de variables de salida para el modelo MRP Arango et al. (2009)	60
Tabla 4.3. Definición de variables para el modelo MRP. Arango et al. (2010)...	62
Tabla 4.4. Variables de decisión y parámetros del modelo MRP (Mula et al., 2007), (Mula et al., 2008).	64
Tabla 4.5. Variables y parámetros del modelo MRP (Shapiro, 1989).	67
Tabla 4.6. Variables y parámetros del modelo MRP (Pochet, 2001).....	69
Tabla 4.7. Variables y parámetros del modelo MRP (Graves, 1999).	71
Tabla 4.8. Variables y parámetros del modelo MRP (Aldemer, 2010).	72
Tabla 4.9. Variables y parámetros del modelo MRP (Tang et al, 2000).	75
Tabla 4.10. Características de condiciones del problema en modelos deterministas MRP.	76
Tabla 4.11. Elementos de la función objetivo en modelos deterministas de MRP.....	77
Tabla 4.12. Parámetros tenidos en cuenta en modelos deterministas de MRP.....	77
Tabla 4.13. Restricciones planteadas en modelos deterministas de MRP.....	79
Tabla 4.14. Variables de decisión en modelos deterministas de planeación de MRP	80
Tabla 4.15. Definición de variables para el modelo MRP a trabajar.....	81
Tabla 5.1. Esquema de clasificación para modelos de planeación de la producción bajo incertidumbre	89
Tabla 6.1. Operaciones aritméticas con números difusos	104
Tabla 7.1. Modelos de lógica difusa aplicados a la manufactura	107
Tabla 9.1. Grupos en los que se dividen los bienes conexos del sector energético	131
Tabla 9.2. Información de entrada de cada componente para los modelos MRP	135
Tabla 9.3. Información relacionada con los recursos para los modelos MRP	138
Tabla 9.4. Demanda de producto terminado y fracción máxima adicional para recursos para los modelos MRP	138

Tabla 9.5. Algunos solvers que se pueden utilizar para resolver modelos en GAMS	141
Tabla 9.6. Resultados obtenidos con el modelo DET	141
Tabla 9.7. Resultados obtenidos con el modelo DCF	142
Tabla 9.8. Resultados obtenidos con el modelo DDI	144
Tabla 9.9. Resultados obtenidos con el modelo DTE	146
Tabla 9.10. Ejemplo de cálculo de tiempo de entrega para el modelo DTE ..	148
Tabla 9.11. Resultados obtenidos con el modelo DCFDITE	150
Tabla 9.12. Análisis de resultados basado en costo total para modelos propuestos	152
Tabla 9.13. Análisis de resultados basado en nivel de inventario para modelos propuestos	153
Tabla 9.14. Análisis de resultados basado en nivel de servicio para modelos propuestos	154
Tabla 9.15. Análisis de resultados basado en complejidad computacional para modelos propuestos (1).....	156
Tabla 9.16. Análisis de resultados basado en complejidad computacional para modelos propuestos (2).....	157
Tabla 9.17. Análisis de resultados globales para modelos propuestos.....	158

CLOSED MRP SYSTEM MODEL INTEGRATING UNCERTAINTY IN LEAD TIMES AND IN THE AVAILABILITY OF PRODUCTION CAPACITY AND INVENTORY

ABSTRACT

In the production planning process there are very important systems such as material requirements planning (MRP) systems, which translate finished product requirements into net requirements of production or purchase for each of the components these finished products. To achieve that an MRP can deliver as results an allocation of components to manufacture or purchase in certain periods of time and resources is needed to enter several parameters to the system such as lead times, inventory availability, manufacturing capacity, among others, which by their nature have associated uncertainty due to inaccuracies, lack of knowledge and subjectivity in assigning values to this parameters. A methodology for dealing with uncertainty in MRP systems is fuzzy logic, which unlike the probability theory can take into account the knowledge and perception of a decision maker, who based on expertise can express how a parameter value may vary assigning a possibility into mathematical models for MRP systems. This treatment of uncertainty has allowed in this work the study and analysis of MRP systems models with uncertainty expressed through fuzzy logic in parameters such as the availability of manufacturing capacity, delivery times of materials and inventory availability. Based on a real production problem the fuzzy models are tested and their results contrasted to determine how the total cost of a production plan as well as other major outputs such as computational complexity of the model and the level of inventories vary.

Key words: MRP, Fuzzy logic, fuzzy mathematical programming, production planning, uncertainty.

RESUMEN

En el proceso de la planeación de la producción existen sistemas muy importantes como los sistemas de planeación de requerimientos de materiales (MRP), los cuales se encargan de traducir necesidades de producción de productos terminados en necesidades netas de producción o compra de cada uno de los componentes de dichos productos. Para que un MRP pueda entregar como resultado una asignación de componentes a fabricar o comprar en determinados periodos y recursos se deben ingresar al sistema varios parámetros, tiempos de entrega, disponibilidad de inventarios, capacidad de fabricación, entre otros, los cuales por su naturaleza tienen una incertidumbre asociada debido a imprecisiones, falta de conocimiento y subjetividad en la asignación de valores. Una metodología para tratar la incertidumbre en los sistemas MRP es la lógica difusa, la cual a diferencia de la teoría de la probabilidad permite tener en cuenta el conocimiento y percepción de un tomador de decisiones, quien con base en su experticia puede expresar en modelos matemáticos los valores dentro de los cuales puede variar un parámetro para un sistema MRP, y con qué posibilidad se puede presentar dichos valores. Este tratamiento de la incertidumbre ha permitido que en este trabajo de grado se estudien y analicen modelos de sistemas MRP con incertidumbre expresada a través de la lógica difusa en parámetros tales como la disponibilidad de capacidad de fabricación, tiempos de entrega de materiales y disponibilidad de inventarios. Con base en un problema de producción real se realizan pruebas de los modelos difusos y se contrastan los resultados para determinar cómo varía el costo total de un plan de producción al igual que otras salidas importantes como la complejidad computacional del modelo y el nivel de inventarios.

Palabras claves: MRP, Lógica difusa, programación matemática difusa, planeación de la producción, incertidumbre.

1. INTRODUCCION

1.1 PRESENTACIÓN GENERAL

En el contexto empresarial actual, la planeación y el control de la producción y de suministros ha tomado un papel fundamental en la gestión de organizaciones debido a su incidencia en los demás procesos de la empresa como los procesos de compra, procesos de mercadeo, procesos financieros, procesos comerciales, entre otros. La planeación de la producción permite programar la utilización de recursos (talento humano, máquinas, dinero) dentro de la empresa por lo cual se considera un campo que debe abordarse principalmente desde la ingeniería industrial, por lo cual esto conlleva a buscar la mejor forma de asignar recursos que desde un punto de vista de costos significa minimizar los costos del plan de producción satisfaciendo las necesidades de los clientes internos y externos de la organización y respetando los límites hasta los cuales puede llevar la organización, es decir, realizando planes de producción viables o realistas.

Sin embargo, lograr asignar recursos requiere de una toma de decisiones soportada en información que trate de ser lo menos imprecisa posible por lo cual se hace necesario introducir el manejo de incertidumbre en dichos planes de producción. Por esto, la presente tesis busca plantear y probar modelos para sistemas de planeación de requerimientos de materiales (MRP) manejando incertidumbre en parámetros como la disponibilidad necesaria de capacidad de fabricación, disponibilidad de inventario y tiempos de entrega, en un ambiente cerrado o restringido por capacidades de los recursos.

1.2 OBJETIVOS

El objetivo principal de la presente tesis es desarrollar modelos de programación matemática difusa enfocados en la solución de problemas de sistemas de planeación de requerimientos de materiales (MRP) para empresas de fabricación de bienes y productos.

Para lograr el objetivo principal se requiere alcanzar los siguientes objetivos específicos:

- Diseñar modelos basados en programación matemática difusa para la planeación de requerimientos de materiales (MRP)
- Establecer métodos de evaluación de los modelos de manejo de incertidumbre para la planeación de requerimientos de materiales (MRP)
- Aplicación de los modelos en un ámbito industrial real (Sector eléctrico colombiano).

1.3 ESTRUCTURA GENERAL DE LA TESIS

La presente tesis se conforma por 9 capítulos centrales, cuyo contenido se resume a continuación:

Capítulo 2. Sistemas de planeación de la producción. Se realiza un estudio de los diferentes sistemas de planeación de producción para identificando el alcance y utilidad de cada uno de estos, en especial del sistema MRP donde se hace énfasis en el papel fundamental que este cumple al traducir requerimientos y necesidades de productos terminados en necesidades y requerimientos de componentes incluyendo cantidades y fechas.

Capítulo 3. Sistemas de planeación de requerimientos de materiales (MRP). Se estudia la estructura de sistemas MRP, elementos básicos a tener en cuenta para su correcto funcionamiento, lógica de funcionamiento, técnicas de cálculo de tamaños de lote, oportunidades de mejora y desventajas actuales, factores críticos que permitan identificar los parámetros a tratar con incertidumbre en los modelos a proponer.

Capítulo 4. Modelos matemáticos deterministas para MRP. Se estudian los modelos matemáticos para sistemas MRP propuestos por diversos autores estudiosos del tema, haciendo énfasis en los parámetros, coeficientes, variables, función objetivo y restricciones que estos tienen en cuenta lograr realizar la propuesta de un modelo del sistema MRP determinista

Capítulo 5. Manejo de la incertidumbre en los sistemas de planeación y MRP. Se realizará una investigación sobre el manejo de la incertidumbre en sistemas de planeación de la producción y sistemas MRP, para mirar la tendencia de

metodologías para el estudio y manejo de la incertidumbre, en especial por medio de la teoría de conjuntos difusos.

Capítulo 6. Teoría de conjuntos difusos. Se exponen los principios básicos de la teoría de conjuntos difusos, se estudian conceptos, definiciones, operaciones, funciones de pertenencia, medidas difusas y concretas que permiten crear un fundamento para elaborar posteriormente modelos de programación matemática difusa.

Capítulo 7. Programación lineal difusa. Se revisan los diversos modelos de programación matemática difusa donde se incluyen metas difusas, desigualdades difusas, coeficientes de costo y coeficientes tecnológicos difusos, restricciones de caja difusas, entre otras. Esta revisión busca permitir el tratamiento de un problema de programación matemática difuso para ser aplicado a un caso práctico.

Capítulo 8. Desarrollo de modelos de programación matemática difusa para la planeación de requerimientos de materiales (MRP). Se desarrollan modelos de programación matemática difusa con base al modelo de MRP planteado en el capítulo 4. Estos modelos involucran los siguientes parámetros con incertidumbre en la capacidad de fabricación, en la disponibilidad de inventario y en los tiempos de entrega..

Capítulo 9. Aplicación de los modelos de programación matemática difusa para MRP en una empresa del sector eléctrico. Se realiza la aplicación de los modelos propuestos en el capítulo 4 y 8 con base en la información de una empresa del sector eléctrico colombiano. Se evalúan dichos de acuerdo con los costos totales, nivel de inventario, nivel de servicio y complejidad computacional que arroja cada modelo al probarse en un programa de cómputo especializado en programación matemática llamado GAMS, y luego de esto se hacen los análisis respectivos.

Capítulo 10. Se presentan las conclusiones generales de cada capítulo central y conclusiones globales de la tesis, al igual que las recomendaciones para futuras investigaciones y aplicaciones de las teorías y modelos vistas en este trabajo.

Finalmente se presenta la bibliografía que conforma la fuente de información para la construcción de cada capítulo del presente trabajo.

2. SISTEMAS DE PLANEACIÓN DE LA PRODUCCIÓN

2.1 SISTEMAS DE PRODUCCIÓN

2.1.1 Sistemas de Empuje (Push). Es aquel donde la planeación de la producción se realiza por adelantado en todos los niveles, y las unidades se promueven al siguiente nivel de la cadena productiva en cada nivel una vez terminada la producción (Nahmias, 2007). Según Karmarkar (1989), un sistema de empuje da inicio a la producción como anticipación a la demanda futura (Nahmias, 2007).

2.1.2 Sistemas de Tracción (Pull). Es aquel donde los artículos se desplazan de un nivel al siguiente en la cadena productiva sólo cuando se requiere (Nahmias, 2007). Según Karmarkar (1989), un sistema de tracción da inicio a la producción como reacción a la demanda presente (Nahmias, 2007).

2.2 PLAN DE PRODUCCIÓN

Un plan de producción es una especificación completa de la cantidad de artículos terminados o productos finales, de los tiempos exactos, de los tamaños de lote de producción y de un programa final de terminación. El plan de producción se puede descomponer en varias partes, las cuales se pueden representar en subsistemas grandes y complejos (Nahmias, 2007):

- Programa Maestro de la Producción (Master Production Schedule - MPS)
- Sistema de planeación de requerimientos de materiales (Material Requirement Planning -MRP)
- Programa detallado de trabajos en el piso o taller de producción (Scheduling)

La gestión y control de estos subsistemas presentes dentro del sistema de producción consta de tres fases principales:

- Reunir y coordinar la información que se requiere para formular el Programa Maestro de Producción (MPS).
- Determinar las liberaciones de los pedidos planeados utilizando el MRP

- Crear un programa detallado de trabajos de piso de producción y de requerimientos de recursos de acuerdo con las autorizaciones de pedidos planeadas con el MRP.

2.3 SISTEMAS DE INVENTARIOS

La función que cumple un sistema de inventarios de manufactura es la de trasladar el plan de producción a unos requerimientos de materiales y ordenes detalladas para los componentes. El sistema es el que determina artículo por artículo qué es lo que se debe comprar y cuando, al igual de lo que se debe fabricar y cuándo se debe fabricar. Debido a esto, las salidas de este sistema son las que dirigen las funciones de compras y de fabricación. El sistema de inventarios de manufactura determina igualmente las prioridades de las órdenes y determina la capacidad de producción requerida para esto, convirtiéndose así en el corazón de la planeación de la logística de manufactura o logística interna (Orlicky, 1975).

El propósito del inventario de manufactura es satisfacer los requerimientos de producción. La disponibilidad necesaria de materiales se puede ligar a un plan de producción, por lo cual la demanda puede calcularse o ser predecible. El plan de producción se convierte así en prácticamente la única fuente de demanda. En este caso la incertidumbre existe solo al nivel del MPS (Orlicky, 1975).

El inventario en proceso (WIP – Work in process) representa una parte significativa de la inversión en inventarios de una empresa, y el nivel de este es función de los tiempos de entrega o Lead Times. El inventario de manufactura existe solo para convertirse luego en productos que van a ser distribuidos, por lo cual su siguiente estado es ser un inventario de distribución. La existencia de algún tipo de inventario de manufactura significa una disponibilidad prematura. La meta en un sistema de inventarios siempre será mantener una inversión mínima en inventarios que sea consistente con los objetivos de producción y restricciones impuestas por el proceso de fabricación. En cualquiera de los casos, se puede decir que es más importante tener las cantidades necesarias en el momento necesario en vez que ordenar las cantidades correctas. Para la manufactura, la regla general es ordenar tanto como sea necesario para poder cubrir los requerimientos que se presentan en un determinado periodo de planeación (Orlicky, 1975).

El reabastecimiento de inventario es un concepto relacionado directamente con el inventario de manufactura que significa restaurar el estado original de nivel pleno de inventario. Sin embargo los inventarios en la manufactura deben ser en lo posible totalmente opuesto a mantener niveles plenos y elevados, pero deben garantizar la disponibilidad de los artículos todo el tiempo para que estos puedan utilizarse en el momento en que realmente se necesiten. Con esto, la idea es tener el inventario disponible solo en el momento en que se necesita y no para mantenerlos solo en caso de que puedan necesitarse (Orlicky, 1975).

Anteriormente, una de las técnicas más utilizadas para el reabastecimiento del inventario era el punto de reorden, técnica que se presenta en varias formas y alcances. Sin embargo, los sistemas que se basan en las técnicas de punto de reorden sufren de unos supuestos falsos sobre el ambiente de la demanda, ya que tienden a despreciar el comportamiento de la demanda y carecen de la habilidad de determinar el momento en el cual se puede dar la demanda futura. El punto de reorden se puede considerar como una serie de procedimientos, reglas de decisión y registros que intentan asegurar la disponibilidad física de los artículos que componen un inventario, bajo una demanda incierta. El reabastecimiento de un artículo se genera cuando las existencias caen a una cantidad determinada, el punto de reorden, y esta cantidad se calcula para cada artículo de inventario por separado basándose en los pronósticos de demanda durante el tiempo de reabastecimiento y en la probabilidad de que la demanda real exceda los pronósticos de demanda durante el reabastecimiento. (Orlicky, 1975).

El sistema de punto de reorden básicamente informa cuándo se debe realizar un pedido, y se suele combinar con algunas formas del EOQ para determinar el tamaño de la orden de abastecimiento, es decir, cuánto pedir en cada pedido.

Otra técnica que se utiliza para reabastecer el inventario es la Cantidad Económica de Pedido (EOQ – Economic Order Quantity), pero esta se cataloga como una técnica cuantitativa pobre dentro de un ambiente típico de manufactura bajo demanda. La ecuación del EOQ se infiere de una suposición básica de demanda uniforme con una tasa de decremento o consumo de inventario estable (Orlicky, 1975).

La clasificación de inventario ABC es una técnica de control de inventario popular, y es una adaptación de la ley de Pareto. Esta técnica trata de mostrar que los ítems significativos en un grupo dado normalmente constituyen una pequeña porción del total de ítems, y que la mayoría de los ítems son de poca significancia. Igualmente se plantea que aproximadamente el 20 por ciento de los ítems

representan el 80 por ciento del costo total de inventarios. La idea detrás de la clasificación ABC es aplicar la mayoría de los recursos de planeación y control en los ítems tipo A, en los cuales se representa la mayoría del dinero invertido en inventarios. La idea es controlar de forma más estricta a los ítems tipo A, y con menos exigencia a los tipo B y C (Orlicky, 1975).

Orlicky, (1975) determina que el problema de controlar inventarios se había percibido esencialmente matemático en vez de considerarse un problema de manejo masivo de datos, lo cual implica que los problemas que actualmente puedan resolverse tienen que ver más con un mejoramiento en el procesamiento de la información. Debido a esto sustenta al MRP como la solución más adecuada para controlar un sistema de inventarios.

El MRP (Material Requirements Planning) es un sistema de requerimiento de materiales que consiste en un conjunto de procedimientos lógicos relacionados, reglas de decisión y registros diseñados para traducir el plan maestro de producción en unos requerimientos netos desfasados en el tiempo y para el cubrimiento de dichos requerimientos para cada componente del inventario que se necesita para lograr cumplir con dicho plan. El sistema de planeación MRP replanea los requerimientos netos y su cubrimiento como un resultado de los cambios ya sea en el MPS, estado del inventario o composición del producto. Dentro del proceso de planeación, el sistema MRP asigna cantidades de inventario disponibles a los requerimientos netos y reevalúa la validez de los tiempos de las órdenes abiertas para determinar los requerimientos netos. Para cubrir requerimientos netos, el sistema establece un programa de órdenes planeadas para cada ítem, las cuales se calculan según una regla de tamaño de lote específica. Toda la información que genera un MRP respecto a requerimiento de ítems y su cubrimiento se refiere a un Plan de Requerimiento de Materiales (Orlicky, 1975).

El enfoque del MRP no confía en un pronóstico de demanda de los componentes, y solo trata con demanda dependiente, discontinua y no uniforme, la cual es característica en los ambientes de manufactura. A diferencia del punto de reorden que se orienta en las partes de un producto utilizando datos de demanda histórica para un ítem de forma aislada de los otros ítems, el MRP se orienta hacia el producto final, ignora el historial de demanda y mira hacia el futuro que determina el MPS, trabajando con los datos que especifican la relación de componentes (lista de materiales) que conforman un producto final. El punto de reorden estudia el comportamiento de la demanda de cada artículo de inventario como si cada uno

de estos tuviera un comportamiento independiente o individual, es decir, como si todos fueran productos terminados. Cuando se pronostica la demanda y se realizan ordenes de componentes independientes entre sí, sus inventarios tenderán a no ajustarse a los requerimientos de ensamble, por lo cual, el nivel de servicio acumulado tenderá a ser mucho menor que el nivel de servicio individual en cada uno de estos componentes (Orlicky, 1975).

Por ejemplo, si un ítem tiene la probabilidad del 90% de estar disponible en el momento en que se necesite, y se tienen 10 componentes con la misma probabilidad y estos conforman un producto, entonces la probabilidad de que todos los componentes estén disponibles es del 35%. Si la probabilidad de cada ítem es del 95%, la probabilidad conjunta será del 60%. Las posibles carencias de inventario en un sistema de punto de reorden no se causarán por falta de previsión, sino por el mismo sistema de inventarios que toma a cada componente como independiente de los demás componentes.

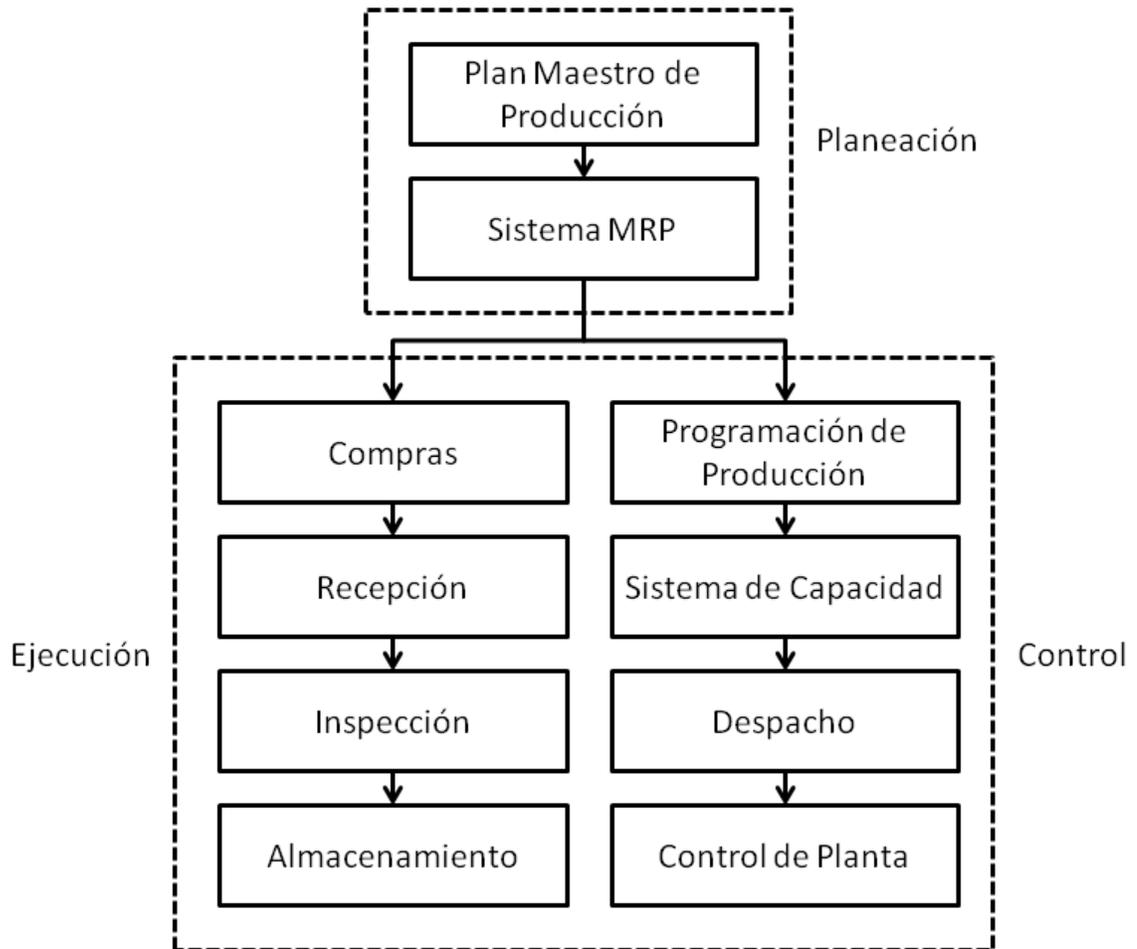
El MRP se considera una herramienta altamente efectiva para la gestión de inventarios de manufactura por las siguientes razones:

- Busca mantener una inversión mínima de inventario
- Es un sistema sensible al cambio, reactivo
- Da una mirada al futuro desde el punto de vista de componentes
- El control de inventario se orienta en acciones
- Las cantidades de las órdenes se relacionan con los requerimientos

Se hace énfasis en los tiempos de los requerimientos, su cubrimiento y las acciones de las órdenes.

A continuación se presenta en la Figura 2.1 un esquema donde se muestran las relaciones entre el sistema de planeación y los sistemas de control y ejecución dentro de un ambiente de operaciones de manufactura.

Figura 2.1 . Sistemas de planeación, ejecución y control.



Orlicky (1975)

2.4 SISTEMAS DE PLANEACIÓN DE LA PRODUCCIÓN

La planeación y la programación de la producción incluye diferentes tareas complicadas relacionadas con una toma de decisiones jerárquica en los entornos de fabricación, donde se requieren la cooperación entre varias unidades funcionales en una organización, por ejemplo, la producción, contabilidad y comercialización (Torabi et al, 2009).

Dentro de un sistema de planeación de la producción se consideran tres tipos de elementos básicos que son sujetos de ser programados, los cuales son productos

terminados, componentes y materias primas. Un producto terminado o artículo final es la salida u output de un sistema de producción, o son los productos enviados al cliente al terminar el sistema de producción. Los componentes son artículos o productos en etapas intermedias de producción, y la materia prima consta de los materiales que entran al sistema (Nahmias, 2007).

Por lo tanto, la determinación de producto terminado, componente y materia prima dependerá del sistema que se esté tratando, ya que por ejemplo los productos terminados de un sistema de producción pueden ser una materia prima o un componente para otro sistema productivo. Una empresa dedicada al sector de materias primas puede considera dicha materia prima como su producto terminado, pero para otras empresas esa materia prima es sólo un insumo de entrada que a través del proceso productivo se convierte junto con otros elementos en un producto terminado totalmente diferente.

La planificación de la producción es un proceso para desarrollar planes tácticos con base en establecer el nivel global de la producción de manufactura y otras actividades para satisfacer mejor los niveles actuales de las ventas previstas (plan de ventas y pronósticos), mientras que se alcanzan los objetivos generales de rentabilidad, productividad, tiempos de entrega competitivos hacia el cliente, y así sucesivamente, tal como se expresa en el plan general de negocios de una compañía. Uno de sus propósitos principales es el de establecer el ritmo de producción que permitirá alcanzar el objetivo de satisfacer la demanda de los clientes a través del mantenimiento, aumento o disminución de inventarios o pedidos de los clientes, mientras que por lo general se trata de mantener la fuerza de trabajo de forma relativamente estable. Debido a que este plan afecta muchas funciones de la empresa, se elabora normalmente con información del departamento de mercadeo y se coordinada con las funciones de manufactura, ventas, ingeniería, finanzas, materiales, y así sucesivamente (APICS, 2008).

El plan de producción total o planeación agregada especifica grupos de productos, no especifica los artículos exactos. El siguiente nivel de planeación es el MPS, que consiste en un plan de escalonamiento en el tiempo que especifica cuando se planea la firma construir o realizar cada artículo final, detallando su modelo, características especiales. El MPS indica periodo por periodo, generalmente por semana, cuando y cuantos artículos finales de cada modelo se necesitan. En el siguiente nivel de planeación se encuentra el programa MRP, que calcula y programa todas las materias primas, las partes y suministros necesarios para fabricar el artículo final especificado por el MPS (Chase et. al, 2009).

Cada vez que se avanza en el proceso de planeación desde el plan agregado de producción hacia la ejecución de los planes, es muy importante en cada nivel inferior los planes sean factibles. Cuando en algún nivel de la planeación no se pueda tener un programa factible, se debe retroalimentar esta información al próximo nivel superior de planeación para poder realizar los ajustes necesarios (Heizer y Render, 2009). Es así como se puede facilitar la labor en niveles inferiores de encontrar programas satisfactorios y viables para programar la producción necesaria en una empresa.

Para que las empresas sean competitivas en el mercado de hoy, estas deben hacer frente a los problemas de planeación y programación a nivel estratégico, táctico y operacional. La planeación de la producción incluye decisiones estratégicas, tácticas y operativas. Las decisiones estratégicas hacen frente a cuestiones de largo plazo, tales como distribución de las instalaciones y la capacidad de planificación de recursos. En cuanto a las decisiones tácticas, las empresas tienen que tomar decisiones óptimas, por ejemplo, sobre los niveles de producción, inventario y las horas extraordinarias para absorber las demandas dinámicas en un horizonte de planificación período de varios a medio plazo. Finalmente, en un horizonte de planificación a corto plazo, algunas decisiones de detalle, por ejemplo, la programación y la secuenciación de varios trabajos a través de los diferentes puestos de producción (Torabi, 2010).

2.4.1 Planeación Jerárquica de la Producción (HPP - Hierarchical production planning). La planificación jerárquica de la producción (HPP) es un método para hacer frente a la complejidad de la planificación de la producción de varios niveles y los problemas de planificación en casos del mundo real industrial (Torabi et al, 2010).

Para que exista una coherencia entre las decisiones tomadas en los diferentes niveles de planificación de la producción y poder obtener de planes viables y coherentes, las decisiones de nivel superior deben imponer restricciones sobre los niveles inferiores, mientras que estos últimos proporcionan retroalimentación necesaria para revisar las decisiones de alto nivel. Este enfoque, que es uno de los importantes avances en el campo de la planificación y programación de la producción y se le conoce como la planeación jerárquica de la producción (Torabi et al, 2010).

En este enfoque, los resultados adoptados en un nivel de decisión más alto son considerados como los insumos del nivel más bajo en la planeación. Dado que las decisiones en cada nivel se hacen con respecto a las salidas del nivel superior, los planes de desarrollo serán más factibles y compatibles, lo que se traducirá en alcanzar los objetivos finales de la empresa (Torabi et al, 2010).

La planeación jerárquica de la producción divide la planeación de la producción en varios sub-problemas en niveles jerárquicos que se acomodan a la estructura de la compañía. Bajo este enfoque las salidas producidas por las decisiones tomadas en un nivel más alto se consideran las entradas del siguiente nivel más bajo en la estructura jerárquica. De esta forma los planes que se desarrollan son más factibles y compatibles con los niveles más altos, lo cual facilita alcanzar los objetivos de la organización. Por esto, la compatibilidad y coherencia entre las actividades de planificación entre los diferentes niveles de la jerarquía de la organización son la principal ventaja del enfoque HPP (Torabi et al, 2009).

2.4.2 Planeación Agregada (APP – Aggregate Production Planning). La planeación agregada de la producción es un proceso de planificación de capacidad a mediano plazo que normalmente abarca un horizonte temporal de 3 a 18 meses y se trata de determinar la producción óptima, fuerza de trabajo y los niveles de inventario para cada período del horizonte de planificación para un determinado conjunto de recursos y restricciones de producción. Este tipo de planificación por lo general implica un producto o una familia de productos similares con pequeñas diferencias (Jamalnia y Soukhakian, 2009).

APP es una importante actividad de alto nivel de planificación en un sistema de gestión de la producción. Del plan de APP dependen de A manera jerárquica el programa maestro de producción (MPS), plan de capacidad y requerimientos de materiales (MRP) (Tang et al, 2009).

La planeación agregada o planeación de largo plazo es un proceso para elaborar planes tácticos para apoyar el plan negocios de una compañía. Por lo general incluye el desarrollo, análisis y mantenimiento de los planes de las ventas totales, la producción total, el inventario objetivo, y la cartera de clientes para cada una de las familias de productos. El plan de producción es el resultado de un proceso de planificación global. Existen dos enfoques para la planificación global: La planificación de la producción y la planificación de ventas y operaciones (APICS, 2008).

La planeación agregada arroja como resultado un plan de producción agregada el cual es un plan a largo plazo que se utiliza para determinar el tiempo y la cantidad del total de la producción futura para una familia de productos (APICS, 2008).

La Planificación de ventas y operaciones un proceso para desarrollar planes tácticos que permite a la gerencia tener la capacidad de dirigir estratégicamente las empresas para alcanzar ventajas competitivas de manera continua mediante la integración de planes de marketing orientados al cliente para los productos nuevos y existentes a través de la gestión de la cadena de suministro.

El proceso reúne todos los planes del negocio (ventas, marketing, desarrollo, fabricación, suministro, y financieros) en un conjunto de planes integrados. Se lleva a cabo al menos una vez al mes y es revisado por la dirección en un nivel agregado de familia de productos. El proceso debe considerar la totalidad de la oferta, la demanda y planes de nuevos productos, tanto a nivel de detalle como a nivel global y vincular esto al plan de negocios.

Es la guía definitiva para los planes de la compañía para el corto y mediano plazo, y abarca un horizonte suficiente para planificar los recursos y apoyar el proceso de planificación anual. Si se ejecuta correctamente, el proceso planeación de ventas y operaciones vincula los planes estratégicos del negocio con su ejecución y con las mediciones de desempeño para la mejora continua (APICS, 2008).

El plan de producción agregada incluye una variedad de entradas como (Heizer y Render, 2009):

- Planes financieros
- Demandas de clientes
- Capacidades de ingeniería
- Habilidad de la mano de obra
- Fluctuaciones de inventario
- Desempeño de proveedores
- Otras consideraciones

2.4.3 Plan Maestro de Producción (MPS - Master Production Schedule). El programa maestro de producción (MPS) representa lo que la compañía planea producir expresando configuraciones específicas de productos, cantidades y

fechas. El programa maestro de producción no es un elemento de pronóstico de ventas que representa una definición de la demanda. El programa maestro de producción debe tener en cuenta el pronóstico, el plan de producción, y otras consideraciones importantes, como los pedidos de clientes, la disponibilidad de materiales, la disponibilidad de capacidad, y las políticas y objetivos de gestión. Su programación se hace a través de un formato que incluye periodos de tiempo (fechas), los pronósticos de ventas, pedidos de clientes, saldo de inventario disponible proyectado, disponible para promesa, y la cantidad necesaria de cada tipo de producto (APICS, 2008).

El plan maestro de la producción expresa el plan de producción general. Este se genera en términos de productos finales que pueden ser productos o ensambles de alto nivel a partir de los cuales se construyen varias configuraciones de productos de acuerdo con una programación de ensamble final. El horizonte de planeación del MPS se relaciona con las compras acumuladas y los tiempos de entrega de manufactura para componentes de los productos en cuestión. El horizonte de planeación excede por lo general este lead time acumulado (Orlicky, 1975).

El programa maestro de producción (MPS) especifica las cantidades exactas y los tiempos de producción de cada artículo terminado en un sistema productivo, refiriéndose a artículos no acumulados o agregados (Nahmias, 2007). Indica la cantidad de cada artículo que se debe fabricar según las necesidades del mercado para un horizonte de tiempo por lo general en semanas (Miranda et. al, 2005). De esta forma los pronósticos de la demanda futura por artículo son las entradas para determinar el MPS y no los artículos acumulados como sucede con la planeación agregada (Nahmias, 2007). Es de aclarar que el MPS es una declaración de lo que se debe producir, mas no un pronóstico de la demanda (Heizer y Render, 2009).

El MPS debe estar en concordancia con el plan agregado de producción, el cual fija el nivel general de productos a realizar en términos amplios como familias de productos, horas estándar, o cantidad de dinero. El MPS dice qué se requiere para satisfacer la demanda y alcanzar a cumplir el plan agregado de producción. El MPS establece qué ítems se deben hacer y cuándo, desagregando el plan agregado de producción, detallándose en términos de productos específico (Heizer y Render, 2009).

Una de las mayores fortalezas del MPS es su habilidad para determinar de forma precisa la factibilidad de un programa basado en unas restricciones de capacidad agregada, lo cual puede llevar a excelentes resultados (Heizer y Render, 2009).

El MPS se puede expresar como (Heizer y Render, 2009):

- Ordenes de clientes en compañías make-to-order (fabricación bajo pedido)
- Módulos en un compañías assemble-to-order or forecast (fabricación de ensambles)
- Productos finales en compañías stock-to-forecast (fabricación de productos para inventario)

El MPS al ser un plan de producción a nivel de artículos finales o productos por periodo, se alimenta de diferentes fuentes de datos (Nahmias, 2007):

- Pedidos en firme de los clientes
- Pronósticos de demanda futura por artículo
- Requerimientos de inventario de seguridad
- Inventarios disponibles
- Planes estacionales
- Pedidos internos de otras partes de la organización
- Capacidad instalada y disponible
- Otra información relacionada

Con esta información el plan maestro de producción (MPS) determina el calendario de producción de cada tipo de producto de forma que se cumplan los plazos de entrega establecidos y que se respeten las restricciones de capacidad existentes aprovechando de forma eficiente la capacidad productiva instalada (Miranda et. al, 2005).

Igualmente, para garantizar una buena programación maestra, la persona encargada de realizar el MPS debe (Chase et. al, 2009):

- Incluir todas las demandas de ventas de productos, reposición de depósitos, repuestos y requerimientos entre plantas.
- Tener siempre en mente el plan total
- Comprometerse con las promesas de pedidos de los clientes
- Ser visible en los niveles de la gerencia
- Mediar de forma objetiva en los conflictos relacionados con la fabricación, el mercadeo y la ingeniería
- Identificar y comunicar los problemas

Generalmente el plan maestro de la producción (MPS) se refiere a artículos finales, sin embargo, si el artículo final es bastante grande o costoso, el MPS se puede programar en términos de los principales subensambles o componentes según el caso (Chase et. al, 2009).

Para determinar un programa aceptable y factible que se extienda al taller o planta de producción, se hacen corridas del MPS de prueba a través del MRP. Así, las piezas de pedidos planeados resultantes (programa de producción detallado) se verifican para tener seguridad de que los recursos están disponibles y que los tiempos de terminación son razonables (Chase et. al, 2009).

Un MPS factible puede requerir recursos excesivos cuando se realiza la explosión de materiales y se determinan las necesidades de materiales, partes y componentes en los niveles inferiores. Cuando esto ocurre, el MPS se modifica con las limitaciones encontradas y se corre nuevamente el programa MRP hasta encontrar una solución viable (Chase et. al, 2009).

La flexibilidad que pueda tener un MPS depende de factores como (Chase et. al, 2009):

- Plazos de producción
- Reserva y disposición de partes y componentes para un artículo final específico
- Relación entre el cliente y el vendedor
- Cantidad de capacidad excesiva
- Disposición de la gerencia para hacer cambios

Guías ó Ventanas de Tiempo: Muchas empresas establecen un MPS con una política de no cambiar (fijar) la porción más cercana del plan. Esta porción más cercana del plan es referida como la programación fija, o en firme, o congelada. Esto implica en que solo los cambios se permiten hacer más allá del periodo congelado. La longitud del periodo congelado se mantiene a medida que el tiempo va avanzado.

La gerencia de producción define guías de tiempo para un MPS, estos son periodos de tiempo que tienen algún nivel de oportunidad específico para que el cliente pueda hacer cambios. Se puede tomar como cliente al departamento de mercadeo y ventas de la empresa quienes realmente son los que hacen peticiones

con más frecuencia en los cambios de tipos de productos y en cantidades (Chase et. al, 2009).

Como guías de tiempo se puede considerar normas como congelar la planeación, es decir, no permitir ningún cambio o muy pocos cambios al plan original dentro de un determinado horizonte de tiempo. Luego del periodo congelado se puede considerar un periodo moderadamente firme, donde se pueden permitir cambios en productos específicos dentro de un grupo de productos cuando las partes o componentes se encuentran disponibles o tengan facilidad en la consecución. Finalmente existe un periodo flexible donde se puede permitir casi cualquier variación en los productos, con la condición que la capacidad se mantenga casi igual y que no se involucren artículos de largo plazo (Chase et. al, 2009).

2.4.4 Sistema de requerimiento de materiales (MRP - Material Requirements Planning). El MRP ha evolucionado como un conjunto de técnicas lógicas de planificación que permiten una mejor gestión para operar en un entorno de fabricación. Se considera como un concepto de programación de red que integra la información en toda la empresa para planificar las actividades de manufactura. Las cuatro preguntas relevantes que giran alrededor del MRP son (Wong y Kleiner, 2001):

- ¿Qué vamos a hacer?
- ¿Qué se necesita para hacerlo?
- ¿Qué tenemos o disponemos?
- ¿Qué tenemos que conseguir?
- ¿Cuándo realizar órdenes?
- ¿Cuándo programar entregas?

Esta información permite derivar la ecuación fundamental de escasez de materiales que brinda la capacidad de identificar los productos que realmente se va a producir y crear órdenes de compra y de producción para estos (Wong y Kleiner, 2001). Sin embargo, la validez de la información del sistema MRP es relativa a los contenidos del MPS.

El objetivo básico de un MRP es traducir el MPS en requerimientos individuales de los componentes mediante la determinación de los requerimientos brutos y netos de cada componente de un producto final (demanda discreta por periodo para cada componente de inventario) para generar la información necesaria para una

acción correcta de órdenes de inventario. Esta acción conduce a realizar órdenes de compra y órdenes de producción según el caso, lo cual lo convierte también en un sistema de planeación y programación, que a su vez genera salidas que sirven como entradas valiosas para otros sistemas de manufactura y logística tal como sistemas de despacho, de compras, programación de producción, sistemas de planeación de requerimientos de capacidad, entre otros (Orlicky, 1975).

El MRP identifica para los centros de trabajo o el piso de la fábrica, incluyendo los proveedores, los requisitos que se tendrán para un período de tiempo designado (Wong y Kleiner, 2001).

Un sistema MRP se diseña, implementa y funciona en tres niveles separados (Orlicky, 1975):

- Planeación y control del inventarios
- Planeación de prioridades de ordenes abiertas
- Brinda entradas el sistema de requerimientos de capacidad

Se considera al MRP como un sistema de planeación vertical donde las decisiones sobre las cantidades de producción se deducen de pronósticos de demanda de artículos terminados y es un método lógico y sensible a la programación de los tamaños de lote de la producción. Un MRP es un sistema es responsable del control de los requisitos del producto para que los materiales se pueden proporcionar en el momento adecuado y en la cantidad correcta, traduciendo el plan de producción en requerimientos detallados de materiales (Chih-Ting Du y Wolfe, 2000).

El MRP es un cálculo computacional sofisticado que cuantifica las necesidades de adquisiciones y de producción basándose en las cuatro preguntas mencionadas anteriormente. En concreto estas interrelaciones se generan a partir del programa maestro de producción, el inventario y la lista de materiales (Wong y Kleiner, 2001).

Una vez que el concepto de planificación de necesidades se incorporó en la planeación de la producción, el poder y los beneficios del programa maestro fueron revelados. Se puso de manifiesto que la gestión del programa maestro es el elemento más importante y desafiante para asegurar datos precisos y confiables. La clave para la generación de datos confiables se inicia mediante la

generación de requisitos de pronósticos viables, lo cual es una función del plan estratégico del negocio (Wong y Kleiner, 2001).

Lo interesante del proceso del MRP reside en su capacidad para llevar a cabo la planeación de prioridades a través de una reprogramación de la demanda. Esto reduce el número de lanzamientos de órdenes de compra al prever cuando va a existir una escasez de materiales, y permite así un aumento en el rendimiento global de producción (Wong y Kleiner, 2001).

Para instalar un sistema MRP hay varios requisitos esenciales. Estos incluyen un pronóstico preciso y realista, una curva de la demanda de unidades continua, un sistema de control de inventario preciso y una lista de materiales precisa. Además, con el fin de calcular y distribuir datos útiles en forma oportuna, se requiere un sistema informático para generar los informes de excepción y reprogramación. Otro aspecto de los requisitos esenciales para un buen sistema MRP es el elemento humano, los empleados deben ser adecuadamente educados, receptivos y comprometidos con el sistema, con el fin de desarrollar plenamente el potencial de la inversión en un sistema MRP (Wong y Kleiner, 2001).

En resumen, el sistema MRP ha formalizado y e integrado diversas necesidades de producción y estratégicas, mientras que la cuantifica la producción a realizar de manera eficiente. Con todas las maravillas y encantos que presentó la revolución del MRP, este ha sufrido cambios importantes que han evolucionado con el tiempo llevando a la construcción de sistemas MRP II (Wong y Kleiner, 2001).

El sistema de planeación de requerimientos de materiales - MRP - es un conjunto de procedimientos y reglas que convierten los pronósticos de demanda de un producto final (*MPS*) en un programa detallado de producción y de requerimientos para cada componente, ensamble y materia prima que conforman la estructura de dicho producto o *artículo terminado*. Los resultados del MRP se convierten en programas específicos para el piso o taller de producción y en requerimientos para la materia prima como órdenes de compra (Nahmias, 2007), en forma resumida, el fin del MRP es “Llevar los materiales correctos en el lugar correcto y en el momento correcto” (Chase et. al, 2009).

El MRP hace recomendaciones para liberar las órdenes de reposición de materiales, determina la cantidad de todos los componentes y materiales necesarios para fabricar los productos del MPS y determina la fecha en que los

componentes y materiales se requieren. El cálculo de las fechas dentro del MRP se logra a través de la explosión de la lista de materiales, ajustando la cantidad de inventario a mano o pendiente en órdenes y el desfase de las necesidades netas a través de tiempos de entrega adecuados (APICS, 2008).

La planeación de requisitos de materiales (MRP, material requirements planning) constituye un sistema básico de empuje, y este determina las cantidades de producción para cada nivel del sistema de producción basado en las predicciones relacionadas con los artículos finales en cierto horizonte de planeación específico. Debido a esto, una especificación de las necesidades de los componentes cada periodo dentro de un horizonte de planeación son igualmente pronósticos, resultados de procesar los pronósticos de los productos terminados, y esto es lo que se conoce como demanda dependiente (Nahmias, 2007).

El MRP cumple un papel central en la planeación y control de materiales, ya que traduce los planes generales de producción en los pasos detallados individuales necesarios para lograr dichos planes en forma de planes formales para cada número de parte, que puede ser materia prima, componente, producto terminado. Suministra información para desarrollar los planes de capacidad y enlaza con los sistemas de programación de la producción (Vollman et. al, 2005).

El extremo delantero de un sistema de planeación y control de manufactura produce un plan maestro de producción MPS. El extremo trasero trata con la programación de la producción, control de la fábrica, administración de materiales que vienen de proveedores (sistema de ejecución) (Vollman et. al, 2005).

La planeación detallada de materiales con MRP comienza haciendo un juego con fase de tiempo de requerimientos del plan maestro de producción MPS y produce un juego resultante con fase de tiempo requerimiento para componentes y materias primas. Esto requiere como entrada básica una lista de materiales, el estatus del inventario (Vollman et. al, 2005).

El planteamiento tradicional del MRP sigue un enfoque jerárquico hacia abajo el cual comienza con el MPS es el cual se toma generalmente como órdenes para los productos finales en términos de cantidad y fecha. El MPS se convierte en fechas específicas de inicio y de entrega para todos los subensambles y componentes basándose en la estructura del producto, y luego esto se transforma en un problema detallado de programación que busca cumplir con las fechas de entrega pactadas (Chen y Ji, 2007).

Los datos del MRP permiten construir un registro de requerimientos con fase de tiempo para cualquier número de parte, permitiendo así la toma descentralizada de decisiones sobre números individuales de partes o componentes. Los datos pueden utilizarse como entrada para los modelos de la planeación detallada de la capacidad. El desarrollo de planes de materiales y planes de capacidad es un proceso iterativo donde la planeación se lleva a cabo por niveles dentro de la estructura de componentes del producto (Vollman et. al, 2005).

El sistema MRP se puede considerar como un sistema que asume que las consideraciones de capacidad se han tenido en cuenta en el MPS, por lo cual se supone que el MPS se construyó desde un punto de vista realista y viable respecto a la capacidad planeada. La planeación de requerimientos de capacidades es una función de determinar capacidades que van a necesitarse por centro de trabajo por periodo en un plazo de corto y mediano alcance para alcanzar las metas de producción (Orlicky, 1975).

La salida de un sistema MRP indica que componentes y cuando van a tener que producirse, y esto se convierte en requerimientos de capacidades.

Las salidas principales del sistema de planeación e inventarios MRP son las requisiciones de compras y las órdenes de fabricación, las cuales responden por una cantidad específica de algún ítem de inventario. Debido a esto, el MRP tiene la habilidad de programar para los componentes adecuados las cantidades adecuadas en el momento adecuado con la fecha de necesidad de cada orden (Orlicky, 1975).

Los sistemas MRP utilizan un programa de computador para llevar a cabo todas estas operaciones para lograr los siguientes propósitos principales (Chase et. al, 2009):

- Controlar los niveles de inventario
 - Ordenar el componente, parte o material correcto
 - Ordenar la cantidad correcta
 - Ordenar en el momento correcto

- Asignar prioridades operativas para los artículos
 - Ordenar con la fecha de vencimiento correcta
 - Mantener válidas las fechas de vencimiento

- Planear la capacidad para cargar el sistema de producción
 - Planear una carga de trabajo completa
 - Planear una carga de trabajo exacta
 - Planear un momento adecuado para mirar la carga futura

Respecto al manejo de inventarios, el sistema MRP busca los mismos objetivos que cualquier sistema de inventarios: Mejorar el servicio al cliente, minimizar la inversión en inventario y maximizar la eficiencia operativa de la producción (Chase et. al, 2009).

En un sistema MRP se podría pensar que los ítems tipos C no requieren un tratamiento tan elaborado como se propone en un MRP, y que por esto se debería excluir del sistema. Sin embargo esto no puede ser así ya que para propósitos de ensamble de productos, los ítems C son tan importantes como los tipo A al tener que estar disponibles ambos en la cantidad correcta al momento correcto. Además, ciertos ítems A tienen componentes clasificados tipo B y C y la carencia de uno de estos va a impedir la terminación del ítem A (Orlicky, 1975).

La filosofía del MRP es enviar los materiales, partes y componentes cuando la falta de estos pueda retrasar el programa general de producción, y demorarse en la entrega de estos cuando el programa se atrasa y se posponen las necesidades (evitar acumular inventarios en proceso e inventarios de producto terminado innecesarios). Generalmente ocurre que los pedidos retrasados se apresuran, pero aquellos que se realizan tempranamente no se reprograman para después. Esto se debe tener en cuenta porque aparte de que se puede estar utilizando una capacidad escasa, se está utilizando inventario de materias primas y productos en proceso antes de que aparezca la necesidad real lo cual puede hacer paralizar las finanzas de la empresa por culpa de los inventarios, e imposibilitar cambios en el diseño del producto (ya está hecho), cancelaciones o aplazamientos de pedidos. (Chase et. al, 2009).

Los sistemas MRP se han instalado casi universalmente en las empresas del sector manufacturero, incluso en empresas que se consideran pequeñas. Esto se debe a que el MRP tiene un enfoque lógico y de fácil comprensión del problema de determinar el número de partes, componentes y materiales necesarios para producir cada artículo o producto. El MRP igualmente provee el programa de tiempo que especifica cuando debe ordenarse o producirse cada uno de los materiales, partes y componentes (Chase et. al, 2009).

Las empresas llevan un archivo de la lista de materiales (BOM) que es simplemente la secuencia de todo lo que conduce al producto final, se puede llamar árbol estructural del producto, diagrama esquemático o diagrama de flujo que muestra el orden de creación del artículo (Chase et. al, 2009). Igualmente las empresas llevan un archivo de registro inventarios que es una base de datos que contiene las especificaciones de cada artículo, el lugar donde se compra o produce, y cuanto tiempo tarda (Chase et. al, 2009).

En su forma básica el MRP es un programa que determina la *cantidad de cada artículo, en qué lugar se compra o se produce, cuánto tiempo tarda* y cuando se necesita para completar un número específico de unidades en un periodo de tiempo determinado. El MRP se extiende hasta el archivo de la BOM y el registro de inventario para crear una programación del tiempo y el número de unidades necesarias en cada etapa del proceso (Chase et. al, 2009).

La efectividad del sistema depende en parte de las decisiones que toma el usuario a la hora de construir el sistema, por lo cual en parte depende de cómo se utilice el sistema. Las tres funciones principales que un sistema MRP brinda son (Orlicky, 1975):

- Inventarios (Ordenar los ítems adecuados en la cantidad correcta en el momento correcto)
- Prioridades (Ordenar en las fechas correctas y mantener válidas estas fechas de entrega)
- Capacidades (Generar una carga de trabajo valida, precisa y con visibilidad en el futuro)

2.4.4.1 Historia Del MRP. El MRP surge a comienzos de los 70 como solución a los problemas de gestión de inventarios de artículos con demanda dependiente. Estos sistemas se limitaban a realizar la explosión de necesidades a partir del MPS (Miranda et. al, 2005).

El término BOM (Lista de materiales) se empleó para describir lo que se denomina ahora el MRP. Desde sus inicios, el MRP comenzó calculando los programas y cantidades de materiales requeridos, hasta convertirse en unos de los sistemas totalmente integrados e interactivos (Chase et. al, 2009).

Orlicky (1975), New (1974) y Plossl y Wight (1971) ayudaron a legitimar el MRP como una técnica valida e identificable, a pesar que el termino ya se conocía desde mediados de la década de 1960 (Nahmias, 2007).

El primer texto publicado sobre el MRP se puede adjudicar a J. Orlicky en 1975. A finales de los 70, Oliver Wight, George Plossl y otros mejoran el sistema MRP, generando el sistema MRP de bucle cerrado, donde se incluyen las limitaciones de capacidad existentes en la organización. Se consideran de bucle cerrado porque los resultados de todo el proceso de planificación se utilizan como retroalimentación para modificar las condiciones de capacidad existentes y garantizar así la validez de la planificación a lo largo del tiempo (Miranda et. al, 2005).

Mucho del trabajo relacionado con métodos de determinación óptima y no óptima de tamaños de lote anteceden al reconocimiento formal del MRP. En esta área se destacaron Wagner y Whitin (1958) al desarrollar su algoritmo con programación dinámica. La heurística de Silver-Meal apareció en 1973. De Matteis (1968) y Gorham tienen el crédito del enfoque de equilibrio de periodos parciales y de métodos de costo mínimo unitario (Nahmias, 2007).

Karni (1981), y Dixon y Silver propusieron algoritmos para el problema de capacidad (Nahmias, 2007).

El MRP original, consideraba solo los materiales. La revisión del programa debido a consideraciones sobre capacidad se realiza de manera externa al programa de software del MRP. En desarrollos posteriores se comenzó a incluir la capacidad de los centros de trabajo como parte del programa de software, al igual que la retroalimentación de la información (Chase et. al, 2009).

Luego los sistemas MRP evolucionan y permiten la aparición en los años 80's a los sistemas MRP II que tratan de incorporar en el proceso de planificación todos los recursos de una empresa, incluyendo aspectos operativos y técnicos, manejando escenarios por medio de simulaciones (Miranda et. al, 2005).

En la década de los 90's comienzan a extenderse los sistemas integrados de gestión denominados ERP, que resultan de la evolución de los inicios del MRP, extendiendo su actuación a otras áreas de la empresa como la distribución, gestión de personal, contabilidad, diseño y desarrollo de productos, gestión de la calidad, mantenimiento, entre otras (Miranda et. al, 2005).

2.4.4.2 Evolución Del MRP. A excepción de los sistemas de punto de reorden a principios de los años 1960s, el MRP fue la primera generación de sistemas de planeación de materiales. El MRP fue construido alrededor de una

procesador de lista de materiales y la ventaja que tuvo fue la capacidad de explotar los componentes necesarios para construir los productos terminados y calcular el tiempo de la necesidad de componentes individuales para el volumen total de pedidos (Hvolby y Steger-Jensen, 2010).

A principios y mediados de la década de 1970 casi todos los proveedores de sistemas empresariales como SAP, Lawson, JD Edwards y BaaN lanzaron sus primeros paquetes de software de MRP para aprovechar el creciente interés industrial en sistemas MRP debido a que buscaban disminuir los costos de computación y los costos de inventario (Jacobs y Weston, 2007).

Más tarde, los sistemas MRP se mejoran para manejar la planificación de necesidades de capacidad y se denominaron MRP de ciclo cerrado, ya que proporcionan retroalimentación de información y les da la facultad de hacer ajustes en el plan y regeneraciones de este. La sigla MRP II fue inventado por Oliver Wright en la década de 1980, para distinguir estos de de los sistemas MRP primarios (Jacobs y Weston, 2007).

Más adelante, la sigla MRP II se renombró como la Planeación de Recursos de Manufactura para cubrir totalmente la nueva funcionalidad que estos sistemas presentaban. En 1990, Gartner Group inventó el término de Planificación de Recursos Empresariales (ERP) debido a que las herramientas de software ya iban integrado poco a poco otras áreas empresariales como los pronósticos, la planeación a largo plazo y la planeación de los recursos críticos (Wylie, 1990).

Debido a que se aceptaba al MRP y ERP como el principal sistema de información en las empresas, otros sistemas tales como el diseño asistido por computador (CAD), la programación de la producción, configuración de productos y órdenes entre otros, fueron integrándose con los principales sistemas MRP / ERP (Hvolby y Steger-Jensen, 2010).

Alrededor del año 2000, los principales proveedores de ERP comenzaron a integrar el APS. SAP y Oracle están entre los primeros en incluir esta funcionalidad en sus portafolios de negocio. El APS no sustituye al ERP, por lo contrario lo complementa. Es así como el sistema ERP maneja las actividades básicas y de las transacciones, como por ejemplo, los pedidos de los clientes, la contabilidad, etc, mientras que el sistema APS apoya las actividades diarias para el análisis y toma de decisiones. En paralelo a los vendedores de ERP, han surgido nuevos competidores para el área de la planeación de la cadena de

suministro, como en el caso de la empresa i2, que busca suplir la necesidad que tienen las empresas de tener planes inteligentes que incluyan uno o más socios de la cadena de suministro (Hvolby y Steger-Jensen, 2010).

La distinción entre el ERP y el SCP es un tanto confusa ya que el ERP por lo general abarca todo el rango de fabricación, ventas y contabilidad, mientras que SCP tiende a ser más orientado hacia funciones logísticas específicas, tales como los pronósticos, producción, transporte, entrega y distribución (Hvolby y Steger-Jensen, 2010).

2.4.5 Planeación de los Recursos de Manufactura (MRP II - Manufacturing Resource Planning). *“Es un método para la efectiva planeación de todos los recursos de una compañía de manufactura. Idealmente, se ocupa de la planificación operativa en términos de unidades, la planificación financiera en dólares, y tiene una capacidad de simulación para responder a preguntas tipo Si - Qué. Se compone de una variedad de procesos, unidos entre sí: la planificación empresarial, planificación de la producción (planificación de ventas y operaciones), la programación maestra de la producción, la planificación de necesidades materiales, la planificación de necesidades de capacidad, y los sistemas de apoyo para la ejecución de la capacidad y los materiales. Las salidas que entregan estos sistemas están integradas con los informes financieros, tales como el plan de negocios, informes de compromisos de compra, el presupuesto de gastos de envío, y las proyecciones de inventario en dólares. El MRPII es una consecuencia y extensión directa del MRP de ciclo cerrado” (APICS 2008).*

La planeación de recursos de manufactura es una expansión del MRP que incluye otras partes del sistema productivo, y busca incorporar las demás actividades de la empresa en el proceso de planeación de la producción como las funciones financieras, contables, y de mercadeo. El MPS lo considera no como una información de entrada sino como parte del sistema y por lo tanto una variable de decisión, lo que implica que todas las áreas de la empresa deben trabajar juntas para determinar un programa de producción compatible con el plan de negocios y el plan financiero de la empresa (Nahmias, 2007).

El intento inicial del MRPII fue planear y monitorear todos los recursos de una empresa de manufactura (Manufactura, mercadeo, finanzas e ingeniería) a través de un sistema de ciclo cerrado que generaba cifras financieras. Luego, un segundo intento fue el de simular el sistema de fabricación (Chase et. al, 2009).

Una novedad importante que revolucionó al MRPII fue la integración de funciones de toda la empresa. A través de este enfoque global, el MRPII se ha convertido en la apuesta de planeación para la fabricación, comercialización, soporte técnico y

financiero, y, como tal, toda la compañía ahora es capaz de generar y utilizar un solo conjunto de datos. Esto le da a la gerencia mayor capacidad de gestión que nunca, y elimina la redundancia y la duplicación de esfuerzos dentro de las organizaciones, por ejemplo, el área financiera ahora puede utilizar las cifras generadas por el área de la manufactura (Wong y Kleiner, 2001).

El MRP II es una técnica muy poderosa, que toma en cuenta los recursos adicionales que se requieren aparte de los componentes necesarios para programar máquinas. Estos recursos adicionales incluyen horas de mano de obra, horas de máquinas, cuentas por pagar, etc. Todas estas cantidades se pueden utilizar bajo un formato MRP tal como se utiliza con las unidades de productos. Para el cálculo de estos recursos para cada periodo se parte de un MPS, y estos requerimientos se comparan con la capacidad respectiva para poder hacer programas que realmente funcionarán (Heizer y Render, 2009).

Una de las funciones principales del MRP II es incluir el sistema de compras, e igualmente con un mayor detalle al sistema productivo como la planta del taller, despachos y el control detallado de la programación (Chase et. al, 2009). Estos sistemas incorporan el CPR, algo que no se toma explícitamente en un sistema MRP. Por lo tanto, el MRP II es un ciclo cerrado donde el tamaño de lote y los programas de la planta de producción se comparan con las capacidades y se recalculan para poder cumplir con las restricciones de capacidad (Nahmias, 2007). Muchos programas MRP II están atados a los archivos que brinda el MRP o reciben directamente la información del MRP. Compras, programación de la producción, planeación de la capacidad y gestión de almacenes son unos ejemplos de esta integración (Heizer y Render, 2009).

Un sistema MRP II busca responder a la ecuación fundamental de la producción (Chase et. al, 2009):

- Qué se va a fabricar
- Qué se necesita para fabricarlo
- Qué tenemos disponible
- Qué necesitamos obtener

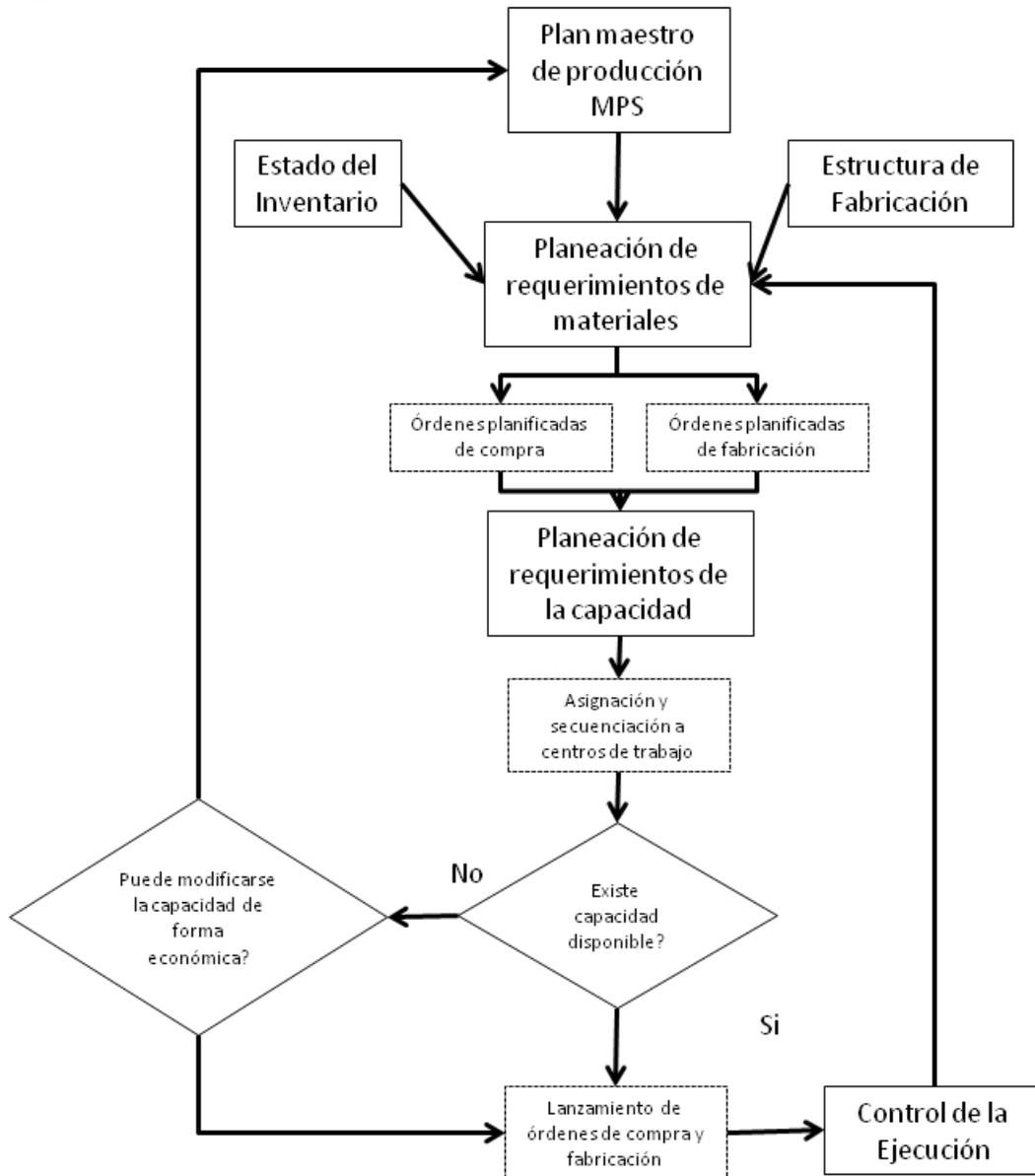
Los sistemas avanzados de MRP (llamados MRP II) incluyen (Chase et. al, 2009):

- Arquitectura cliente/servidor

- Base de datos relacional con consultas SQL y generación de informes
- Interfaz para usuarios con gráficas de ventanas
- Soporte de base de datos distribuido
- Sistemas iniciales para soporte de decisión
- EDI automatizado
- Interoperabilidad con múltiples plataformas (Windows NT y Unix)
- Interfaces de programación de aplicaciones estándar
- Intercambio de información en línea con clientes y proveedores

En la Figura 2.2 se presenta un esquema del funcionamiento de un sistema MRP II, donde se resaltan los elementos y tomas de decisiones elementales para garantizar su funcionamiento básico.

Figura 2.2. Esquema de un sistema MRP II



Miranda et. al (2005).

2.4.6 Planeación De Recursos Empresariales (ERP - Enterprise Resource Planning). Los avances en sistemas MRP II que incluyen relación con clientes y proveedores llevaron al desarrollo del ERP (Heizer y Render, 2009). Un ERP es una aplicación integrada de gestión, de carácter modular, que cubre las necesidades de las distintas áreas de negocio de una empresa, permitiendo la conexión con aplicaciones complementarias, manejando una metodología de

control de los proyectos de implantación de producto, controlando los recursos necesarios y garantizando la evolución con las necesidades globales informativa del mercado y últimas tecnologías (Miranda et. al, 2005). De esta forma un software de ERP le permite a las empresas automatizar e integrar muchos procesos del negocio, compartir una base de datos común y prácticas del negocio a través de la empresa, producir información en tiempo real (Heizer y Render, 2009).

El objetivo principal de un ERP es coordinar el negocio de toda una empresa, desde la evaluación de los proveedores hasta la facturación de los clientes. Este objetivo lo cumplen y ahora están evolucionando a reunir una variedad de sistemas especializados. Esto se logra utilizando una base de datos central para soportar el flujo de información entre las funciones del negocio (Heizer y Render, 2009).

Las soluciones ERP tratan de llevar a cabo la racionalización y la integración entre procesos operativos y flujos de información dentro de la empresa, con el objetivo de obtener sinergias entre los recursos que forman parte de la misma (Miranda et. al, 2005).

Se caracteriza por su funcionalidad, carácter global, y elevada flexibilidad. Otras características comunes de los paquetes ERP son (Miranda et. al, 2005):

- Controlar las principales actividades de la empresa
- Distribuir la información a lo largo de la organización
- Facilitar la introducción de las últimas tecnologías TICS
- Facilitar el proceso de mejora continua de procesos del negocio
- Proporcionar herramientas de apoyo a la toma de decisiones

Los principales módulos integrantes de un sistema ERP son (Miranda et. al, 2005):

- Producción
- MRP
- Distribución
- Recursos Humanos
- Contabilidad y Finanzas
- Mantenimiento y Gestión de Proyectos
- Gestión de la cadena de suministro - SCM
- Gestión de las relaciones con los clientes - CRM
- Sistemas de información para directivos

- Data warehouse

En la Tabla 2.1 se presenta una tabla con los proveedores de paquetes de ERP:

Tabla 2.1. Proveedores de paquetes de ERP.

VENDEDORES DE PAQUETES DE SOFTWARE	
SAP AG	Baan ERP
BEA (Canadá)	Oracle
SSAGlobal	J.D Edwards One World
American software	PeopleSoft
People Soft/Oracle	QAD
CMS Software	Sage Tetra CS3

Adaptado de Heizer y Render (2009), Miranda et. al (2005).

En la actualidad muchas empresas de servicios comienzan a implantar módulos de los sistemas ERP en sus operaciones tales como los restaurantes, hospitales, etc.

Se debe tener en cuenta que los sistemas ERP son sistemas costosos, llenos de asuntos ocultos, y que requiere mucho tiempo para su instalación por lo cual las empresas deben determinar si la forma como hacen negocios encaja con el módulo estándar del ERP. Si determinan que la empresa no encaja con el producto, la empresa puede cambiar la forma como hacen el negocio y acomodarse al software. Dicho cambio puede tener un efecto adverso en los procesos del negocio, reduciendo una ventaja competitiva (Heizer y Render, 2009).

De forma alterna, el ERP se puede personalizar para satisfacer los requerimientos de los procesos. Sin embargo, muchas empresas llegan a gastar más de cinco veces el programa estándar para poder personalizarlo. Cuando se realizan actualizaciones del paquete estándar, en ocasiones se requiere volver a escribir parte del código personalizado para que esta parte encaje con la nueva versión (Heizer y Render, 2009).

2.4.6.1 Desventajas del ERP. Como desventajas de los sistemas MRP se encuentran que son muy costoso para comprarlo, y aun más caro para personalizarlos, la implementación requiere de mayores cambios en la empresa y en los procesos; es un sistema muy complejo, que incluso muchas compañías no son capaces de ajustarse; incluye un proceso continuo para la implementación, el

cual puede nunca completarse, la experticia en el manejo del ERP es limitada, lo que se convierte en un problema constante (Heizer y Render, 2009).

2.4.6.2 Ventajas del ERP. Como ventajas de los sistemas ERP se encuentran que proporcionan información online, mejoran la fiabilidad y actualización de información disponible, mejoran el control de costos, aumentan la velocidad de respuesta y seguimiento de clientes, mejoran el control y la velocidad de respuesta a pedidos, proporcionan una base de datos de clientes unificada para todas las aplicaciones, gestionan conjuntamente las ofertas y demandas de la empresa (Pedidos de clientes, gestión de inventarios, planificación de la producción), brindan ventaja competitiva sobre los competidores mediante la mejora de los procesos de negocio (Miranda et. al, 2005). Igualmente, integran la cadena de suministro, producción y procesos administrativos, pueden incorporar las mejores prácticas, mejorarlas, y hacerles reingeniería, incrementan la comunicación y colaboración entre unidades de negocio y sedes (Heizer y Render, 2009).

2.4.7 Sistemas Avanzados de Planeación y Programación (APS - Advanced planning and scheduling). Se considera como el problema de integrar de la mejor forma los sistemas MRP con la programación detallada de producción para garantizar la factibilidad de los planes que se programan en los niveles más altos por medio de una ejecución económica en los niveles más bajos (Chen y Ji, 2007).

La planeación de la producción ha ido evolucionando hacia sistemas de ciclo cerrado llamados Planeación de Recursos de Manufactura (MRP II), que integran tanto los requisitos de materiales como los de capacidad. Últimamente, los sistemas de Planificación de Recursos Empresariales (ERP) y de Planeación y Programación Avanzada (APS) han mejorado la integración de la planificación de materiales y de capacidad. Los APS han superado la funcionalidad de planificación y programación de los sistemas ERP y se han convertido en una herramienta impresionante e importante dentro de la planificación y control. Una importante característica de APS es la capacidad de simular diferentes escenarios de planificación antes de lanzar los planes de producción (Hvolby y Steger-Jensen, 2010).

El APS es un enfoque relativamente nuevo para lograr una planificación y satisfacer la demanda de los clientes utilizando disponibilidad finita de materiales y la capacidad de los recursos de la planta. APS tiene en cuenta las limitaciones a

nivel de empresa, así como a nivel de planta. Considera simultáneamente los problemas de materiales y de capacidad, e integra los problemas de fabricación, distribución y transporte. El motor de la planificación APS es un algoritmo optimizador y un algoritmo de planeación basado en restricciones. Esto permite a las empresas optimizar los planes de acuerdo a los objetivos estratégicos y financieros de la empresa, y crear planes que satisfacen múltiples metas (Hvolby y Steger-Jensen, 2010).

A diferencia de los sistemas tradicionales de ERP, el APS busca encontrar planes viables cercanos al óptimo mientras que los cuellos de botella potenciales se consideran de forma explícita. Muchos sistemas ERP y APS permiten incluir a los proveedores y clientes en el procedimiento de planificación y de ese modo optimizar una cadena de suministro en tiempo real (Hvolby y Steger-Jensen, 2010).

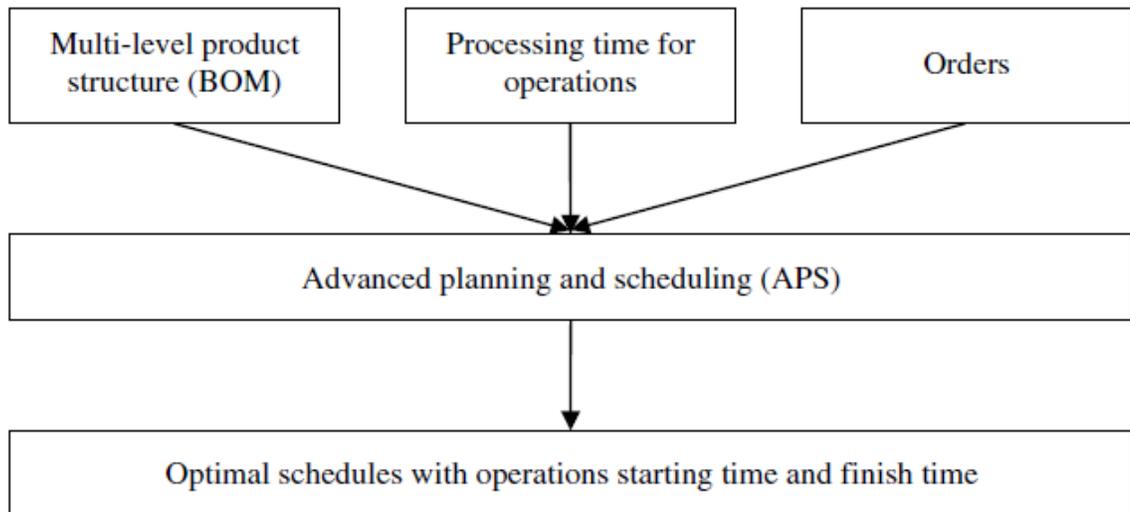
Los sistemas avanzados de planificación utilizan complejos algoritmos matemáticos para predecir la demanda para poder planificar y programar la producción dentro de los límites especificados, y para obtener una mezcla de soluciones óptimas de abastecimiento y de productos. Los sistemas de APS presentan los beneficios de la planificación basada en restricciones y optimización para el mundo empresarial, sin embargo, a pesar de la funcionalidad que tienen dentro de la cadena de suministro, la mayoría de las implementaciones de APS se limitan a una sola organización o un sitio de fabricación (Hvolby y Steger-Jensen, 2010).

El objetivo del APS es lograr la automatización y la informatización de los procesos de planificación por medio del uso de la simulación y optimización. Sin embargo, la toma de decisiones se lleva a cabo por los planeadores que tienen una percepción particular de la cadena de suministro en la que se encuentran y conocen donde se presentan las limitaciones del sistema. El APS busca reducir la brecha entre la complejidad de la cadena de suministro y las decisiones operativas que se toman en el día a día. Esto requiere, sin embargo, que los planeadores sean capaces de modelar y establecer reglas de decisión para la planificación y optimización (Hvolby y Steger-Jensen, 2010).

Los problemas APS se caracterizan por satisfacer los pedidos de los clientes y por reducir inventario en proceso WIP a través del manejo de restricciones de capacidad y restricciones complejas de precedencia entre operaciones. Debido a esto su enfoque es generalmente en heurísticos (Chen y Ji, 2007).

La Figura 2.3 presenta de forma resumida la labor principal que desempeña un sistema ASP

Figura 2.3. Diagrama esquemático de un APS.



Chen y Ji (2007).

3. SISTEMAS DE PLANEACIÓN DE REQUERIMIENTOS DE MATERIALES (MRP)

3.1 APLICACIONES DEL MRP

La aplicación de los métodos MRP fueron inicialmente limitados a manufactura discreta. Las empresas que fabrican productos simples, incluyendo productos de una sola pieza, pueden utilizar sistemas MRP. Se aplica a ambientes de manufactura orientados a la fabricación y ensamble de componentes. Se aplica a cualquier ítem discreto, comprado o fabricado que esté sujeto a demanda dependiente. En sus inicios el MRP se consideró un sistema de planeación de fabricación de componentes, y las operaciones de ensamble final normalmente no están en el alcance del sistema MRP en la forma estándar del sistema (Orlicky, 1975).

El MRP se utiliza en una variedad de industrias con un ambiente de trabajo-taller, es decir, en industrias donde se fabrica una serie de productos en tandas o lotes utilizando el mismo equipo de producción, y que no incluyen procesos continuos como los del petróleo o el acero (Chase et. al, 2009). También se utiliza mucho en empresas con operaciones de ensamblaje (Miranda et. al, 2005).

Es muy utilizado por compañías que han invertido en procesos de producción por lotes. Se puede considerar como el centro de desarrollo para planes detallados para las necesidades de las partes en compañías que ensamblan artículos terminados a partir de componentes producidos en procesos de manufactura por lote (Vollman et. al, 2005).

La Tabla 3.1 presenta un resumen de las aplicaciones del MRP por tipo de industria, enunciando ejemplos y los beneficios previstos en cada caso.

Tabla 3.1. Aplicaciones industriales del MRP.

Tipo de Industria	Ejemplos	Beneficios Previstos
Ensamblar para almacenar	Combinan múltiples partes componentes para obtener un producto terminado para luego almacenarse y satisfacer las demandas de los clientes. Relojes, herramientas, aparatos.	Altos

Ensamblar para pedido	Se realiza un ensamble final con base en las opciones estándar existentes que el cliente escoja. Camiones, generadores, motores.	Altos
Manufacturar para pedido	Los artículos se fabrican o ensamblan completamente según las especificaciones del cliente. Generadores de turbina, herramientas para maquinaria pesada.	Altos
Transformación	Industrias como fundiciones, caucho, plásticos, papel especial, químicos, pinturas, drogas y procesamiento de alimentos.	Medianos
Fabricar para almacenar	Los artículos se fabrican mediante máquinas y no se ensamblan. Estos son artículos de almacenamiento estándar que se fabrican con anticipación de los clientes. Repuestos, piezas independientes. Aros de pistón, interruptores eléctricos.	Bajos
Fabricar para pedido	Los artículos se fabrican en máquinas según el pedido del cliente. Por lo general son pedidos industriales. Soportes, engranajes, sujetadores.	Bajos

Chase et. al (2009).

El MRP es mas valioso para empresas involucradas en operaciones de ensamblaje y menos valiosa para aquellas dedicadas a la fabricación (Chase et. al, 2009).

El MRP no funciona bien en compañías que producen un bajo número de unidades por año, especialmente en aquellas que fabrican productos complejos y costosos que requieren investigación y diseños avanzados, ya que los plazos tienden a ser demasiado largos e inciertos, y la configuración del producto se torna demasiado compleja para el MRP, por lo cual les puede resultar más efectivo utilizar métodos como la programación de proyectos (Chase et. al, 2009).

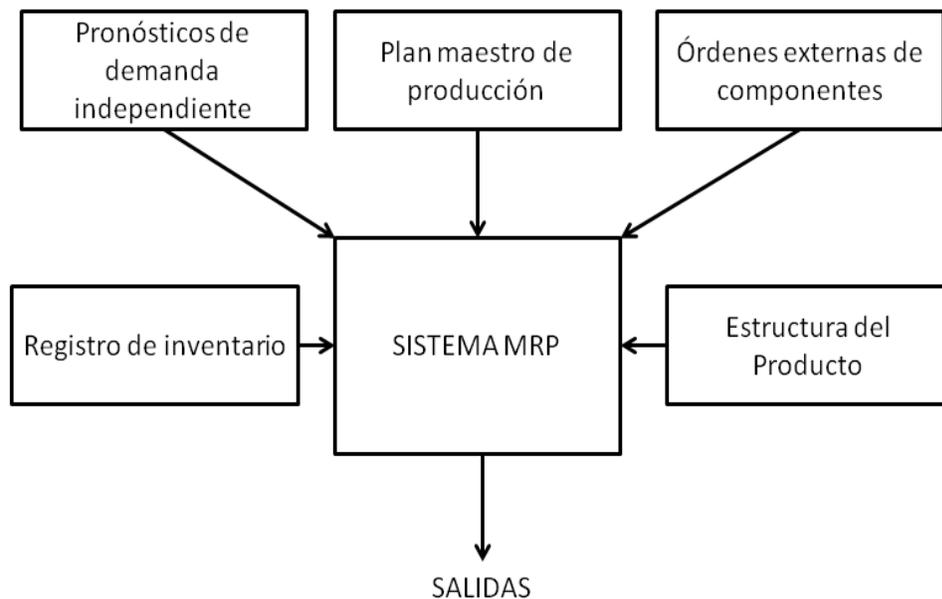
3.1.1 MRP en Servicios. La demanda para muchos servicios o ítems de servicios se clasifican como de demanda dependiente cuando esta es directamente relacionada o derivada de la demanda de otros servicios. Dichos servicios requieren por lo general una estructura de árbol, listas de materiales y de mano de obra, y programaciones. El MRP puede hacer una buena contribución al desempeño operacional en estos servicios, tales como en restaurantes (ingredientes y platos acompañantes), hospitales (cirugías, citas) y hoteles (renovación de cuartos) (Heizer y Render, 2009).

3.2 ESTRUCTURA DE UN SISTEMA MRP DETERMINISTA

Se presenta en la Figura 3.1 un esquema donde se muestran las principales entradas que requiere un sistema MRP para su buen funcionamiento.

El MRP no hace suposiciones sobre patrones de demanda y de la forma como se consume el inventario, y para lograr esto se apoya en unas fases de tiempo que capturan ó desarrollan la información de los tiempos relacionados a las acciones que se toman en el sistema MRP.

Figura 3.1. Fuentes de entradas de un sistema MRP.



Orlicky (1975).

Para el uso efectivo del sistema de inventario dependiente se requiere conocer los siguientes elementos para el buen funcionamiento del sistema MRP (Orlicky, 1975), (Chase et. al, 2009), (Heizer y Render, 2009):

- **Programa Maestro de la Producción (MPS)** (Qué se debe hacer y para cuando) donde se enuncie cuanta cantidad de productos terminados se requiere producir y para cuando.

- **Especificaciones del producto o lista de materiales (BOM)** (Materiales y partes requeridas para hacer un producto) que liste todos los componentes de un producto dado de una forma estructurada de tal forma que se refleje la forma como el producto realmente se fabrica en pasos que comienzan con la materia prima, pasa por componentes y finalmente por subensambles y ensamble del producto final.
- **Registros de disponibilidad del inventario** (Que hay en inventario) de todos los ítems que se encuentran en el sistema de control de inventario. Esto requiere de la integración de los archivos de datos de estado de inventario y lista de materiales.
- **Ordenes de compras pendientes** (Qué se ha ordenado, recepciones esperadas o programadas)
- **Lead Times** (Cuanto tiempo toma para obtener los diferentes componentes) de todos los ítems, los cuales deben ser conocidos y deben poderse alimentar al sistema. Los lead times para propósitos de planeación normalmente deben tener valores fijos.
- **Definición de horizonte de planeación y tamaño de cubeta de tiempo**
- **Informes de producción**

Con las cantidades entregadas por el MPS, el MRP realiza la explosión de necesidades de los materiales y componentes. Si las necesidades no pueden ser satisfechas ya sea por falta de inventario o por falta de tiempo, se debe modificar el MPS, lo cual significa modificar también la explosión de materiales por parte del MRP (Miranda et. al, 2005).

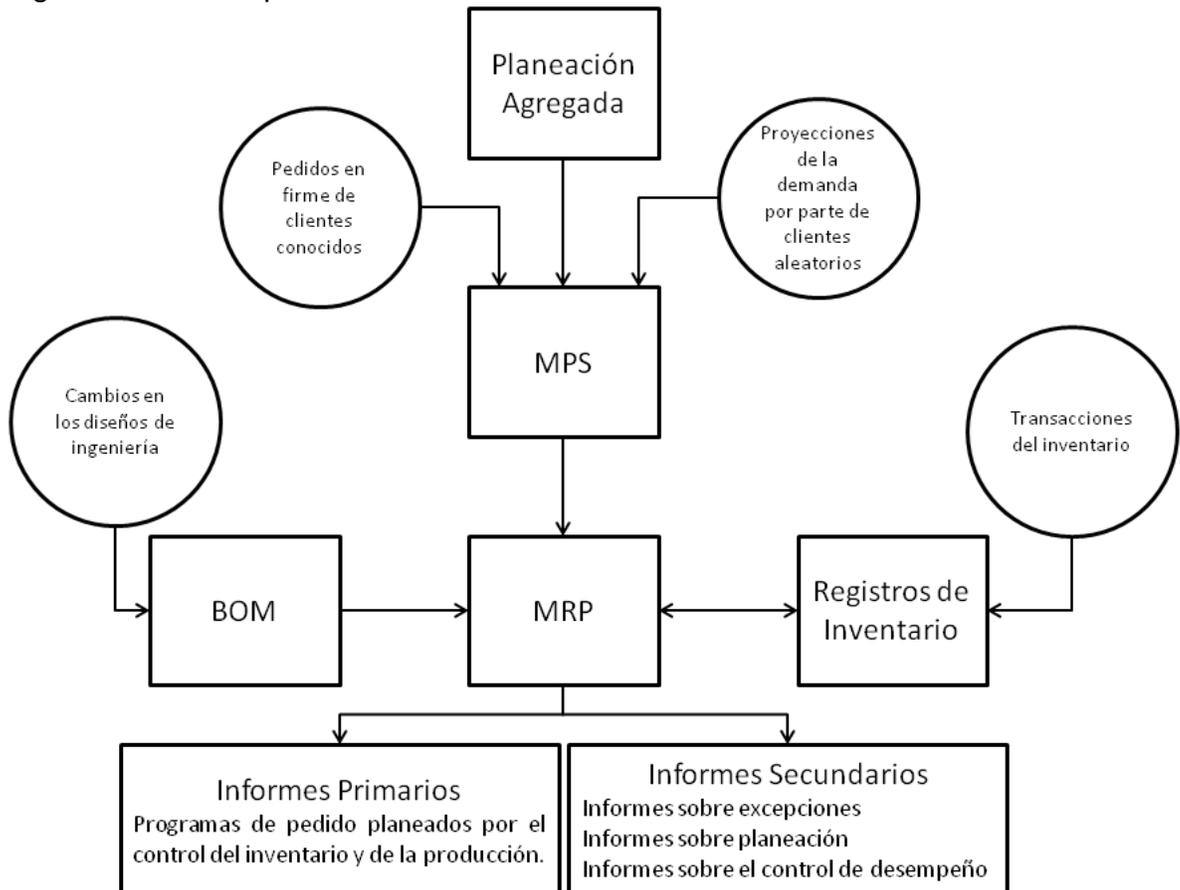
3.2.1 Lista de materiales (BOM – Bill Of Materials). La lista de materiales indica los materiales y componentes que integran cada producto, su secuencia de montaje y las cantidades necesarias de cada uno de ellos (Miranda et. al, 2005). Una lista de materiales define un producto al plasmar una estructura del producto, mostrando los requerimientos para cada componente (Heizer y Render, 2009).

De esta forma, la lista de materiales contiene la información necesaria para realizar el cálculo de requerimientos de componentes, subensambles y materias primas, ya que contiene los tiempos de entrega necesarios para producir o adquirir

un componente específico, y el multiplicador, denominado factor *gozinto*, que indica el número de unidades de cada componente que se requiere para producir un artículo o componente del siguiente nivel superior en la estructura del producto a tratar (Nahmias, 2007).

La Figura 3.2 muestra en forma de esquema los prerequisites básicos para un sistema MRP.

Figura 3.2. Prerrequsitos de un sistema MRP.



Chase et. al (2009).

Los ítems sobre algún nivel se denominan Padres, los ítems debajo de algún nivel específico se llaman Componentes o Hijos, y por convención, el nivel superior inicial en la estructura del producto se denomina el nivel 0 (cero) (Heizer y Render, 2009).

La lista de materiales se puede presentar en distintos formatos tales como lista de materiales de un nivel, lista de materiales multinivel y lista de materiales indentada (Miranda et. al, 2005). También se suele utilizar un diagrama de estructura de producto, en el cual se muestra la estructura del producto en forma de diagrama de árbol, donde se identifica desde el producto final hasta las materias primas cuales son las dependencias de precedencia y de cantidad entre componentes, partes y materiales (Vollman et. al, 2005).

3.2.2 Registros y estado de inventario. Contiene los datos de estado del inventario requeridos para determinar los requerimientos netos. Se mantiene actualizado por medio de las transacciones de inventarios que reflejan los eventos que ocurren, tales como recepción de stock, salidas, desperdicios y averías, etc. (Orlicky, 1975). Reflejan la cantidad almacenada de cada material, componente, o producto final (Miranda et. al, 2005). Estos registros suelen ser bastantes largos, y el tamaño varía según el número de artículos que la empresa tenga activos en inventario y según la complejidad y número de componentes que tenga cada artículo (Chase et. al, 2009).

El estado del inventario se actualiza en función de los pedidos emitidos y las recepciones planificadas una vez se realizan los pedidos a los centros de trabajo o proveedores. Se debe mantener un registro de las transacciones de inventario para mantener los registros de estatus del inventario actualizados al día (Chase et. al, 2009), (Miranda et. al, 2005).

El conocimiento de lo que se tiene en stock es el resultado de una buena gestión de inventarios. Una buena gestión de inventarios es absolutamente necesaria para que un sistema MRP pueda trabajar correctamente. Si una empresa no ha alcanzado el menos una exactitud de inventario del 99%, entonces el MRP no trabajará bien. Una exactitud de inventarios del 99% puede parecer buena, pero se debe notar que incluso cuando cada componente tiene una disponibilidad del 99% y un producto tiene n componentes, la probabilidad de que un producto sea completado es de $0,99^n$. Para $n=10$, la probabilidad de que un producto se pueda completar es de $0,99^{10}=0,904=90,4\%$ (Heizer y Render, 2009).

3.2.3 Tiempos de entrega, lead times para componentes. Una vez se determinan cuándo se necesitan los productos, se debe determinar cuándo adquirirlos. El tiempo para adquirir (comprar, producir o ensamblar) un ítem se

conoce como el Lead Time. El Lead time para un ítem de manufactura consiste de mover, preparar y ensamblar o producir cada componente. Para un ítem comprado este consiste en el tiempo entre el reconocimiento de la necesidad para una orden hasta que el ítem se encuentre disponible en producción (Heizer y Render, 2009).

Cuando a la lista de materiales BOM se le agregan los lead times para cada componente, se puede obtener una estructura de producto desfasada en el tiempo. Esto se puede representar en una gráfica donde el tiempo compone el eje horizontal. El periodo final en el eje horizontal corresponde al periodo en el cual se debe realizar la entrega del producto final, y a partir de allí con cada lead time y con el orden de la estructura del producto se comienza a determinar cuándo se debe comenzar a realizar la compra, ensamble, producción de cada componente del producto final (Heizer y Render, 2009).

3.2.4 Plazo del horizonte de planeación y Tamaño de la cubeta de tiempo. El horizonte de planeación debe ser al menos igual de largo que el lead time acumulativo del producto. Si el horizonte de planeación es más corto que esto, el sistema MRP será incapaz de programar correctamente liberaciones de órdenes planeadas de ítems en los niveles inferiores, ya que terminarían liberándose muy tarde. Una de las consecuencias de manejar horizontes de planeación muy cortos a nivel de ítems de nivel bajo es la incapacidad de aplicar técnicas de tamaño de lote como el LUC ó LTC debido a la falta de datos suficientes de requerimientos netos (Orlicky, 1975).

Según Orlicky (1975), la experiencia ha mostrado que las cubetas que representan un mes son muy gruesas e imprecisas. Cuando esto ocurre, las prioridades de trabajos y las secuencias son desarrolladas de manera muy informal, a través de listas de agotados y listas de expedición. Un tamaño de cubeta de una semana puede resultar más práctico. Esta división del tiempo es suficientemente buena para propósitos de liberación de órdenes, terminaciones y prioridades, y el sistema MRP puede ser complementado con un sistema de programación y despacho que planee en términos de días ó ratios de prioridad (Orlicky, 1975).

3.2.5 Salidas del sistema MRP - informes de los resultados. En ocasiones el MRP indica la cantidad de material definitiva que se va a pedir en cada periodo de tiempo, siendo el propio sistema el que realice automáticamente los pedidos sin

necesidad de autorización por parte del director de compras o de fabricación (Miranda et. al, 2005).

Se generan también informes como informes de excepción, de rendimiento y de planificación (Miranda et. al, 2005).

Informes de excepción. Son mensajes que muestran anomalías en el proceso del sistema MRP, permitiéndole al planificador centrar su atención en los componentes donde las condiciones comunes de funcionamiento no se están cumpliendo, por lo cual requieren de intervención y acción por parte del planificador del MRP (Vollman et. al, 2005).

Informes de rendimiento. Informan sobre la eficiencia del sistema, indican la rotación de inventarios, porcentaje de pedidos completados a tiempo, etc.

Informes de planificación. Facilitan el proceso de planificación futura, indican previsiones de inventarios, pedidos comprometidos, etc.

3.3 FUNCIONAMIENTO, REGISTRO Y EJECUCIÓN DEL SISTEMA DE PLANEACIÓN MRP

El procedimiento del MRP es sencillo y puede incluso hacerse a mano, pero debido al volumen y complejidad de artículos finales que pueden existir en una empresa estos sistemas son por lo general computarizados. Una vez se tiene disponible para cada artículo final el MPS, la BOM, los registros de disponibilidad del inventario de cada componente, las órdenes de compras pendientes para cada componente y los Lead Times para cada componente, se procede a construir el plan de requerimientos brutos (Heizer y Render, 2009).

En el desarrollo de los cálculos de MRP se utiliza una representación universal del estatus de los planes para los artículos o componentes, ya sean materias primas, componentes o productos terminados. Esto se denomina el registro de MRP con fase de tiempo (Vollman et. al, 2005).

Chase et. al (2009) enuncian unos pasos secuenciales que debe tener en cuenta un sistema MRP para su correcta ejecución, y cómo se calculan los elementos del registro del MRP:

Proyectar la demanda. Identificar los clientes regulares que colocan pedidos en la empresa y los clientes no identificados que hacen las demandas aleatorias Chase et. al (2009).

Desarrollar un programa maestro de la producción MPS. Se determina el periodo en el cual se deben tener disponibles los artículos a producir. Determina cantidades necesarias de cada artículo en cada periodo de tiempo (Chase et. al, 2009).

Realizar la explosión de materiales basada en la lista de materiales. La explosión puede verse como el proceso de determinar para cualquier número de parte las cantidades de todos los componentes necesarios para satisfacer sus requerimientos, y luego para todos los números de partes hasta que se hayan calculado todos los requerimientos de materias primas o materiales comprados (Vollman et. al, 2005).

Calcular los requerimientos brutos. Para calcular estos requerimientos se toman en cuenta las ordenes especiales, estacionalidades, y periodos sin demanda tengan lugar (Vollman et. al, 2005). Para los subarticulos, partes o subensambles que se venden separadamente para reparación, repuestos u otra razón, se suma a los requerimientos brutos la cantidad proyectada en determinado periodo (Chase et. al, 2009).

Revisar los registros de inventario. Se hace para determinar la cantidad disponible y los plazos de entrega para cada componente. Cuando existe inventario disponible o a la mano, se procede a realizar el plan de requerimientos netos. Si existe inventario a la mano y recepciones programadas para un ítem Padre, los requerimientos para el ítem padre y sus componente disminuyen porque cada ítem Padre contiene los ítems de niveles inferiores (Heizer y Render, 2009).

Calcular requerimientos o necesidades netas. Se hace en cada periodo teniendo en cuenta el estado de inventario. Los requerimientos netos se calculan según el inventario disponible y las ordenes existentes del componente (Heizer y Render 2009).

$$\text{Necesidades netas} = \text{Necesidades brutas} + \text{Stock seguridad} + \text{Cantidades comprometidas o asignadas} - (\text{Inventario disponible} + \text{recepciones programadas})$$

Bajo este cálculo es claro que si el resultado es negativo, los requerimientos netos serán cero

Determinar la fecha de expedición del pedido planeado. Se realiza para cubrir los requerimientos netos del artículo. Esta fecha de expedición y la cantidad del pedido se convierte en el periodo donde se tienen los requerimientos brutos de los subartículos, y la cantidad es igual a los requerimientos brutos multiplicados por el factor de relación entre el artículo y los subartículos, que se encuentra en la lista de materiales (Chase et. al, 2009).

3.3.1 Demandas en un MRP - Gestión de inventarios de artículos de demanda dependiente. El termino componente en un MRP cubre todos los ítems de inventario diferentes a productos finales. Por lo tanto los requerimientos de los componentes y su tiempo de necesidad se derivan del sistema MRP. Algunos componentes se encuentran sujetos tanto a demanda dependiente como independiente.

La demanda de un artículo dado se denomina independiente cuando dicha demanda no se relaciona con la demanda de otros artículos, cuando no es función de la demanda de otro artículo de inventario, y por tal motivo debe ser pronosticada. Se debe tener en cuenta que los pronósticos solo tendrán éxito cuando el comportamiento pasado pueda repetirse. Los productos finales en un MRP tienen demanda independiente que sale del MPS como resultado de pronósticos, ordenes de clientes, requerimientos de bodega, ordenes entre plantas de producción, etc (Orlicky, 1975). La demanda dependiente se presenta cuando la demanda de un ítem se relaciona o se deduce de la demanda de otro artículo del inventario o producto final y cuando la relación de cantidades y estructura entre los ítems se puede determinar de forma clara. Para un producto en particular, todos los componentes, subensambles e insumos de dicho producto son ítems de demanda dependiente (Heizer y Render, 2009).

3.4 METODOS PARA DETERMINAR TAMAÑOS DE LOTE

El problema de tamaño de lote básicamente es convertir los requerimientos a una serie de órdenes de reabastecimiento. Al solucionar este problema se deben hallar las cantidades de producción que reducirán al mínimo los costos totales de preparación y almacenamiento en el horizonte de planeación. Cada plan de producción debe tener en cuenta la viabilidad en costos totales y en cumplir los

requisitos de componentes en las cantidades y fechas presupuestadas (Nahmias, 2007).

Se ha desarrollado un número de procedimientos para determinar el tamaño de lote, y determinar las cantidades de las órdenes en los sistemas MRP que van desde ordenar según se requiera (lote por lote) hasta reglas sencillas de decisión y algoritmos de optimización. La mayoría de técnicas para determinar el tamaño de los lotes se relacionan con la forma de equilibrar los costos de preparación de los pedidos y los costos de mantenimiento de inventario para satisfacer los requerimientos netos generados por el proceso de planeación MRP (Chase et. al, 2009).

Se presenta en la Tabla 3.3 un resumen de los diferentes métodos de cálculo de tamaños de lote, resaltando la descripción básica del método, la optimización que busca realizar, debilidades del método y utilidad y aplicación para casos reales.

Por lo general el uso de procedimientos distintos al de lote por lote tiende a incrementar las variaciones de los requerimientos brutos hacia abajo en la estructura del producto (Vollman et. al, 2005). Se debe tener cuidado antes de cualquier cambio en el tamaño de lote porque esa modificación puede causar distorsiones significativas en los requerimientos actuales de los niveles más bajos en la jerarquía del MRP (Heizer y Render, 2009).

El manejo lote por lote es mejor de lo que podría esperarse en la práctica real, principalmente en los niveles medios de la lista de materiales, como en el caso cuando una estructura de producto tiene muchos niveles y el efecto de cascada se magnifica demasiado (Vollman et. al, 2005). Una regla de tamaño de lote correcta solo se puede determinar luego de los hechos, basados en que pasa realmente en términos de requerimientos (Heizer y Render, 2009).

Finalmente se mencionan a continuación las ventajas de elegir tamaños grandes y pequeños para dimensionar el lote de pedido (Miranda et. al, 2005).

Tabla 3.2. Resumen de los métodos de cálculo de tamaños de lote para un MRP

Método	Descripción	Optimización	Debilidades	Utilidad y Aplicación
<i>Lote por lote - L4L</i>	Implica que la cantidad de producción de cada periodo es igual al requerimiento neto trasladado para cada periodo. El número de unidades programadas para la producción de cada periodo es el mismo que los requerimientos netos para dicho periodo (Nahmias, 2007).	Busca minimizar solo el costo de mantenimiento de inventarios (Chase et. al, 2009).	No tiene en cuenta los costos de preparación de pedidos ni las limitaciones de capacidad, y solo incurre en costos de preparación (Chase et. al, 2009).	Se recomienda utilizar la regla lote por lote cuando se pueden alcanzar a hacer entregas de bajo costo (Heizer y Render, 2009). Tiene buen desempeño en la práctica real, principalmente en el caso de una estructura de producto que tiene muchos niveles (Vollman et. al, 2005).
<i>Cantidad económica del pedido - EOQ (Economic Order Quantity)</i>	Es una técnica estática que utiliza promedios para el cálculo de la demanda anual (Heizer y Render, 2009), requiere de la existencia de una demanda constante basado en una demanda anual total (Chase et. al, 2009), y supone que el costo de adquisición unitario no depende del tamaño del pedido, y asume una demanda uniforme a lo largo del año (Miranda et. al, 2005).	Busca minimiza el costo total compuesto por el costo de pedido y el costo de mantenimiento de inventarios.	Los tamaños de lotes generados por la EOQ no siempre cubren el número total de periodos (Chase et. al, 2009), lo cual puede resultar en una discrepancia entre las cantidades ordenadas y los valores de requerimientos, que puede significar llevar inventario extra hacia delante semana por semana. (Vollman et. al, 2005).	Se debe evaluar si la capacidad de la empresa es capaz de realizar los pedidos y cantidades que arroja el método EOQ. Se prefiere usar cuando la demanda independiente es relativamente constante, y no cuando la demanda es conocida (Heizer y Render, 2009).
<i>Periodo constante</i>	Se fija un intervalo entre pedidos y los lotes se igualan a la suma de las necesidades netas en el intervalo elegido, siendo por tanto variables en tamaño (Miranda et. al, 2005). Se realiza una revisión en instantes concretos, tras intervalos temporales de igual longitud, y después de la revisión se lanza una orden de pedido.	Busca reducir costos administrativos de control de inventarios y de pedidos de compra.	Necesita un mayor nivel de inventarios de seguridad que depende de los tiempos de entrega y el distanciamiento entre pedidos. Es un método susceptible a faltantes de inventarios cuando la demanda varía.	Se puede aplicar cuando se desea reducir las gestiones administrativas y cuando el control de inventarios no es una prioridad ya que solo se requiere de una revisión periódica.
<i>Cantidad de orden periódica - POQ (Period Order Quantity)</i>	Es un caso particular del método de Periodo Constante, donde el periodo constante se calcula a partir del lote económico obtenido por el método EOQ, y a partir de él se deduce el tiempo de reaprovisionamiento que se toma como el periodo constante (Miranda et. al, 2005). Este procedimiento requiere ordenar de manera exacta los requerimientos para un	Busca mejorar el desempeño del costo de inventario al permitir variar los tamaños de lote. Minimiza costos de mantenimiento y de pedidos.	Ignora mucha de la información de los requerimientos, y puede combinar periodos de demanda ligera con periodos de alta demanda dentro de un mismo tiempo entre órdenes (Vollman et. al, 2005).	Se utiliza para reducir excedentes innecesarios de inventario que se generan al utilizar el método EOQ en ambientes de demanda discontinua en componentes de productos.

	intervalo de periodos.			
<i>Heurística de Silver-Meal</i>	Selecciona el lote que da el mínimo costo total (pedidos y almacenamiento) por periodo para el intervalo cubierto por el reaprovisionamiento (Miranda et. al, 2005). Determina el costo promedio por periodo como función del número de periodos que el pedido actual cubrirá, y detiene el cálculo cuando esta función incrementa (Nahmias, 2007).	Busca minimizar el costo total de inventarios. No siempre arroja como resultado una solución óptima.	Al aplicar esta técnica, (al igual que otras) a los distintos niveles de un producto se puede generar un stock excesivo para cada nivel.	Se debe emplear en vez del EOQ en condiciones bajo las cuales la varianza de la demanda periódica sea significativa (Nahmias, 2007).
<i>Heurística de costo unitario mínimo – LUC</i>	Es una técnica dinámica de determinación de tamaños de lotes que añade los costos de pedidos y de mantenimiento del inventario a cada tamaño del lote de prueba y los divide por el número de unidades de cada tamaño, escogiendo el tamaño del lote que tenga el costo unitario más bajo (Chase et. al, 2009).	Busca minimizar los costos de pedidos y de mantenimiento del inventario.	Al aplicar esta técnica, (al igual que otras) a los distintos niveles de un producto se puede generar un stock excesivo.	Se recomienda utilizarla en condiciones bajo las cuales la varianza de la demanda periódica sea significativa (Nahmias, 2007).
<i>Balaceo de periodos parciales (PPB), Costo Total Mínimo – LTC</i>	Es una técnica dinámica de determinación de tamaños de lotes donde se compara el costo de mantenimiento con el costo de preparación para diferentes tamaños de lotes y luego selecciona el lote en el cual estos dos costos son casi iguales. Se comparan los costos de pedidos y de mantenimiento para diferentes números de semanas a partir de un determinado periodo, comenzando desde el primer periodo. (Chase et. al, 2009).	Realiza la selección correcta de tamaño de lote en el periodo donde los costos de pedidos y de mantenimiento son aproximadamente iguales (Chase et. al, 2009).	Este método cubre solamente números enteros de periodos, mientras que el EOQ no lo hace. (Chase et. al, 2009). El BPP no resultará siempre en planes de costo mínimo ya que no evalúa todas las posibilidades para ordenar material para satisfacer la demanda en cada semana del programa de requerimientos (Vollman et. al, 2005).	Esta técnica se ve muy influenciada por la longitud del horizonte de planeación y suele utilizarse más frecuente en la práctica (Chase et. al, 2009). El poner mucha atención al tamaño de los lotes puede llevar a una falsa exactitud debido a la naturaleza dinámica del MRP (Heizer y Render, 2009).
<i>Algoritmo de Wagner – Whitin</i>	Supone que las demandas pronosticadas durante los siguientes n periodos se conocen. Se supone que el costo de almacenamiento, el costo de preparación de pedidos, y el costo de instalación se carga al final del inventario cada periodo (Nahmias, 2007). Este procedimiento evalúa todas las posibles maneras de ordenar materiales para cumplir la demanda en cada semana del programa de requerimientos utilizando programación dinámica (Vollman et. al, 2005).	Busca minimizar el costo total de preparación y almacenamiento en un horizonte de planeación utilizando la programación dinámica. (Nahmias, 2007).	El algoritmo se basa en que una política óptima posee la propiedad de que cada valor o cantidad que se pide en cada periodo es exactamente la suma de un conjunto de demandas futuras (políticas de requerimientos exactos), por lo cual no explora todas las posibles soluciones al problema real (Nahmias, 2007).	Cuando los costos de preparación son significativos y la demanda es razonablemente suave, PPB, Wagner-Whitin o incluso EOQ pueden brindar unos resultados satisfactorios. El poner mucha atención al tamaño de los lotes puede llevar a una falsa exactitud debido a la naturaleza dinámica del MRP (Heizer y Render, 2009).

3.5 HORIZONTES PROGRESIVOS Y NERVIOSISMO DEL SISTEMA

El término de nerviosismo fue asignado y utilizado por primera vez por Danie Steele (1973) para referirse a los cambios significativos que ocurren en los planes de MRP aun con cambios menores en los registros de MRP de más alto nivel o en el plan maestro de la producción (Vollman et. al, 2005). Algunas de las causas de nerviosismo son los cambios en el MPS como consecuencia de la actualización de los pronósticos, las entregas tardías de materiales, fallas de equipos de producción, falta de personal clave, y otras variables impredecibles (Nahmias, 2007).

Sin importar la causa de los cambios, el modelo del MRP puede manipularse para reflejar estos cambios, y de esta forma puede ser posible una programación de los requerimientos actualizada (Heizer y Render, 2009). Debido a los cambios que ocurren con los datos del MRP, es común recalcular el MRP alrededor de una vez por semana.

3.5.1 Método de regeneración. Se vuelve a calcular todo el MRP a partir del MPS actualizado, entregas reales, inventario actualizado, etc (Miranda et. al, 2005). En un sistema MRP regenerativo no se puede tener una frecuencia mayor a una semana, típicamente se utilizan ciclos de replaneación de una o dos semanas. Para solucionar este problema existen sistemas MRP de cambio neto (Orlicky, 1975).

3.5.2 Método de cambio neto. Solo se calculan las necesidades de aquellos artículos afectados por los cambios, es decir, se realiza una explosión parcial obteniendo un ahorro significativo de tiempo de procesamiento, aunque no permite depurar errores en el proceso de planificación (Miranda et. al, 2005). La explosión parcial es la clave de la practicidad de este enfoque, y solo parte del MPS es sujeto a explosión en un momento dado, y el efecto de las transacciones activadas por las explosiones se limita a los componentes de niveles inferiores (Orlicky, 1975).

3.5.3 Métodos para reducir nerviosismo en el MRP. Para reducir el nerviosismo del sistema, se puede evaluar la necesidad e impacto de los cambios antes de diseminar solicitudes a otros departamentos de la empresa. Herramientas útiles que ayudan a reducir el nerviosismo del sistema MRP

generado en los planes de MRP son (Heizer y Render, 2009), (Vollman et. al, 2005):

- Ventanas de tiempo
- Pronóstico para refacciones
- Pegging - Asignación
- Uso selectivo de los procedimientos de cálculo de tamaño de lote
- Órdenes planeadas en firme en los registros del MRP y/o del MPS

Debe quedar claro que las mejoras a un sistema MRP deben hacerse después de que esté instalado el sistema básico de planeación de producción (Vollman et. al, 2005).

3.6 DESVENTAJAS Y OPORTUNIDADES DE MEJORA DEL SISTEMA MRP CLÁSICO

Existen muchos problemas con los sistemas MRP básicos, y se presentan muchas fallas para instalarlos en las empresas. Desde el punto de vista gerencial esto se debe en parte a factores organizacionales y de comportamiento como (Chase et. al, 2009):

- La falta de compromiso de la alta gerencia
- No reconocer que el MRP es una herramienta de software que se debe utilizar correctamente
- Falta de integración del MRP con el JIT.
- Los sistemas MRP requieren un alto grado de exactitud y actualización (inventarios, listas de materiales) para su operación.

Desde el punto de vista técnico, algunas desventajas que presenta el sistema básico MRP son las siguientes (Nahmias, 2007):

- No toma en cuenta la incertidumbre de los pronósticos
- Pasa por alto las restricciones de capacidad
- Los tiempos de entrega se consideran fijos, independientes de los tamaños de lote
- No toma en cuenta pérdidas por artículos defectuosos, tiempos de inactividad de máquinas

- Cuando hay componentes que se utilizan en diversos productos, se hace necesario vincular cada orden a un artículo de nivel superior.
- Originalmente el MRP no considera a capacidad de la planta, ni ciclos de retroalimentación con niveles superiores (Chase et. al, 2009).

Existen tres razones por las cuales los sistemas MRP fallan a un nivel operativo (Chih-Ting Du y Wolfe, 2000):

- El MRP ignora restricciones de capacidad
- El MRP no puede lidiar con la dinámica de la planta de fabricación
- Los tamaños de lote, stocks de seguridad y tiempos de entrega fijos resultan en implementaciones rígidas

La incertidumbre aparece en el sistema MRP resultando en una alta reprogramación que exhibe altos costos de penalización y nerviosismo del sistema (Murthy y Ma 1991). Esto se debe a que muchos de los supuestos en los que se basa el sistema MRP no son realistas. Algunos de los supuestos del MRP se presentan a continuación (Nahmias, 2007).

3.6.1 Incertidumbre. Toda la información que se requiere se conoce con certeza, pero realmente existen incertidumbres. Las fuentes principales de incertidumbres son los pronósticos de ventas futuras del artículo final y la duración de los tiempos de abastecimiento de un nivel a otro (Nahmias, 2007). La incertidumbre en pronósticos de demanda se debe a que probablemente la demanda real sea diferente del pronóstico de dicha demanda, es decir, los pronósticos actuales de las demandas futuras difieren de los pronósticos anteriores para dichas demandas (Nahmias, 2007).

3.6.1.1 Stocks de Seguridad. Una de las tareas constantes que se debe buscar en sistemas de producción es eliminar la variabilidad. Bajo un sistema MRP, desde un punto de vista realista, se debe reconocer que las listas de materiales, los registros de inventario, las compras y las cantidades de producción así como los lead times no son perfectos, lo cual hace que sea prudente hacer algunas consideraciones de stocks de seguridad (Heizer y Render, 2009).

El inventario de seguridad es un buffer o exceso de inventario por encima de lo que se necesita exactamente para satisfacer los requerimientos brutos. Se utiliza el inventario de seguridad en sistemas MRP cuando el problema es la

incertidumbre acerca de las cantidades (alta frecuencia en desperdicios, usos y demandas no planeadas de componentes o producto final) (Vollman et. al, 2005).

3.6.1.2 Tiempos de Seguridad. El tiempo de espera de seguridad es un procedimiento por medio del cual las órdenes de taller o de compra son liberadas y se programan para llegar uno o más periodos antes de lo que son necesarias para satisfacer los requerimientos brutos. Para incorporar estos tiempos, las órdenes son emitidas o planeadas con antelación y se programan o planean para ser recibidas para inventario antes del tiempo que la lógica de MRP podría indicar que es necesario. (Vollman et. al, 2005).

3.6.1.3 Tolerancias por desperdicio. Se utilizan tolerancias por desperdicio para calcular el tamaño de lote para comenzar la producción para alcanzar un tamaño de lote deseado para mandarlo al almacén. El procedimiento es usar cualquier procedimiento de tamaño de lote y después ajustar el resultado para tomar en cuenta la tolerancia por desperdicio (Vollman et. al, 2005).

3.6.2 Tiempos de entrega dependientes de los tamaños de lote. En el cálculo del sistema MRP, se supone que el tiempo de entrega de la producción o de abastecimiento de materiales es una constante independiente del tamaño del lote, lo cual en muchos contextos es algo totalmente ilógico. Normalmente se espera que el tiempo de entrega se incremente si aumenta el tamaño del lote, pero incluir la dependencia entre el tiempo de entrega y el tamaño del lote hace que el cálculo de la explosión sea mucho más difícil (Nahmias, 2007).

3.6.3 Procesos de producción imperfectos. Una suposición del sistema MRP es que no se producen artículos defectuosos, sin embargo, las pérdidas por defectos pueden trastornar seriamente el equilibrio del plan de producción. Debido a las dependencias de niveles sucesivos, el problema se vuelve difícil de formular mediante modelos matemáticos (Nahmias, 2007).

3.6.4 Integridad de datos de inventario. Para asegurar la exactitud de inventarios, se requiere implementar el conteo físico de unidades a intervalos regulares, tal como la técnica de conteo físico que básicamente consiste en verificar directamente los niveles disponibles de diversos inventarios que abarca el sistema MRP. Se pueden aceptar diferentes errores porcentuales o tolerancias de

error a los artículos según su método de conteo (por peso, por unidad, entre otras). Todo lo anterior busca que los registros de inventario reflejen con exactitud el estado real del sistema (Nahmias, 2007).

3.7 VENTAJAS DEL SISTEMA MRP

Nahmias (2007), Heizer y Render (2009), y (Miranda et. al, 2005) exponen algunas de las ventajas principales de implementar sistemas MRP:

- Permiten generar holguras para los tamaños de lote en diversos niveles del sistema para poder reducir preparaciones y costos relacionados (Nahmias, 2007).
- Permiten planear los niveles de producción a todos los niveles de la empresa para varios periodos futuros (Nahmias, 2007).
- Mejora el servicio al cliente reduciendo tiempos de entrega y facilitando el cumplimiento de los plazos de entrega prometidos (Miranda et. al, 2005).
- Reduce los niveles de inventario (Miranda et. al, 2005).
- Mejora la eficiencia operativa (Miranda et. al, 2005).
- Incrementa la flexibilidad en la planificación para adaptarse a cambios de la demanda (Miranda et. al, 2005).
- Incremento en la utilización de instalaciones y de mano de obra (Heizer y Render, 2009).

Durante su conversión a sistemas MRP, muchas firmas reportaron reducciones de hasta 40% en las inversiones de inventario debido a (Wong y Kleiner, 2001):

- Reducción de inventario
- Mejora del Servicio al Cliente
- Mejora de la productividad
- Reducción de los costos de compra
- Reducción de Costos adicionales
- Reducción de obsolescencia
- Reducción de las horas extraordinarias

3.8 FACTORES CRITICOS PARA TENER EN CUENTA EN UN SISTEMA MRP

Se presenta a continuación algunos de los factores críticos que deben tenerse en cuenta a la hora de plantear un modelo de un sistema MRP y a la hora de buscar soluciones realistas en el sector industrial. Para fines de este trabajo, se hace un énfasis especial en la capacidad de producción, tiempos de entrega, MRP de ciclo cerrado y disponibilidad de inventario. Las definiciones y razones por las cuales son factores críticos en un sistema MRP se describen en los siguientes numerales.

3.8.1 Capacidad de Producción. La capacidad se puede definir como la competencia que tiene un sistema para realizar su función esperada, es decir las facultades de un trabajador, una máquina, centro de trabajo, instalaciones u organización para fabricar una cantidad de producción en un período de tiempo. Los requisitos de capacidad, son los recursos necesarios que se requieren en una instalación para producir el nivel previsto de trabajo en un horizonte de tiempo (APICS, 2008).

Para Nahmias (2007), la planeación de requerimientos de capacidad (CRP, capacity requirements planning) es el proceso por medio del cual los requerimientos de capacidad de un centro de trabajo se calculan por medio de la salida de las liberaciones de pedidos planeados en el MRP.

El MRP tradicional ignora restricciones de capacidad, asume que las consideraciones de capacidad se han tenido en cuenta en el MPS, por lo cual se supone que el MPS se construyó desde un punto de vista realista y viable respecto a la capacidad planeada. (Chen y Ji, 2007). Una de las grandes dificultades al incorporar métodos de cálculos de capacidad en un MRP es que un programa de producción factible en cierto nivel puede dar como resultado un programa de requerimientos no factible en un nivel inferior (Nahmias, 2007).

Generalmente cada centro de trabajo es definido de manera funcional, de manera que las tareas dirigidas hacia él requieren el mismo tipo de trabajo y el mismo equipo. Cuando la capacidad en un MRP no es suficiente, el problema debe resolverse ya que de otra forma algunas tareas se retrasarán y no se cumplirán los compromisos estipulados (Chase et. al, 2009).

De esta forma se puede observar que según la capacidad de producción disponible en la planta se afectarán los tiempos de entrega de cada centro de trabajo de forma directa, ya que a mayor capacidad en cada centro de trabajo se estará con mayor disponibilidad de reducir los tiempos de entrega debido a que no se retrasarán tanto los trabajos pendientes al haber menor tiempo de espera, y se podrán aplicar algunas o varias de las tácticas mencionadas anteriormente para minimizar el impacto de tiempos de entrega.

3.8.2 Tiempos de Entrega (Lead Time). El tiempo de entrega o Lead Time se puede definir según la APICS (2008) como un lapso de tiempo necesario para realizar un proceso (o serie de operaciones). En el contexto de la logística, es el tiempo entre el reconocimiento de la necesidad de un pedido y la recepción de mercancías. Heizer y Render, (2009) definen al Lead Time como el tiempo para adquirir (comprar, producir o ensamblar) un ítem. El Lead time para un ítem de manufactura consiste de mover, preparar y ensamblar o producir cada componente. Para un ítem comprado este consiste en el tiempo entre el reconocimiento de la necesidad para una orden hasta que el ítem se encuentre disponible en producción (Heizer y Render, 2009).

Los tiempos de entrega permiten determinar la fecha de expedición de un pedido planeado para cubrir los requerimientos netos de un artículo de un producto. Esta fecha de expedición y la cantidad del pedido se convierte en el periodo donde se tienen los requerimientos brutos de los subartículos, y la cantidad es igual a los requerimientos brutos multiplicados por el factor de relación entre el artículo y los subartículos, que se encuentra en la lista de materiales (Chase et. al, 2009).

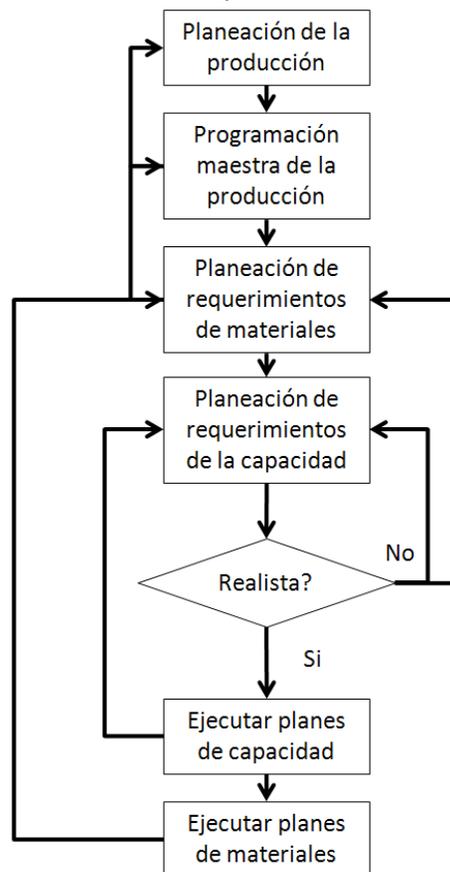
3.8.3 MRP de Ciclo Cerrado. El concepto de MRP de ciclo cerrado es una consecuencia de la evolución de ensayo y error aplicada a sistemas MRP en el mundo real. A través de este proceso de evolución se fueron incorporando restricciones de capacidad, y gracias a esto que los sistemas MRP cerrados no permiten validar al gerente de producción planes de producción cuando la planta de producción no puede físicamente cumplir con los requerimientos generados por el plan maestro de la producción (Wong y Kleiner, 2001).

Un MRP de ciclo cerrado implica un sistema MRP que brinda retroalimentación a la programación desde el sistema de control de inventario. Brinda información al plan de capacidades, MPS, y al plan de producción. Prácticamente todos los sistemas comerciales MRP son de ciclo cerrado (Heizer y Render, 2009).

La entrada del sistema MRP es el MPS, luego el MRP realiza una explosión de las partes, componentes y demás recursos necesarios para ajustarse al programa generado por el MPS. El módulo CRP verifica el resultado del MRP para ver si existe la capacidad suficiente, y de no existir capacidad suficiente se retroalimenta al MRP indicando que el programa se debe cambiar. Si existe capacidad suficiente, se expiden pedidos al sistema de producción ejecutando los planes de capacidad y de materiales. A partir de este punto comienza la etapa de monitoreo, recopilación de datos, terminación del pedido y evaluación de resultados. Cualquier cambio en la producción, capacidad o materiales se retroalimenta dentro del sistema (Chase et. al, 2009).

Se hace necesario entonces considerar un sistema MRP de ciclo cerrado para garantizar que el resultado obtenido sea un programa factible. La Figura 3.3 muestra las relaciones lógicas que se llevan a cabo en un MRP cerrado.

Figura 3.3. Sistema MRP de ciclo cerrado que muestra la retroalimentación.



Chase et. al (2009).

3.8.4 Disponibilidad de Inventario. Se refiere al saldo en mano de existencias menos reservas, pedidos pendientes, y por lo general cantidades mantenidas para problemas de calidad. También se suele llamar como saldo inicial disponible.

Los registros de inventario reflejan la cantidad almacenada de cada material, componente, o producto final (Miranda et. al, 2005). Estos registros suelen ser bastantes largos, y el tamaño varía según el número de artículos que la empresa tenga activos en inventario y según la complejidad y número de componentes que tenga cada artículo (Chase et. al, 2009).

El conocimiento de lo que se tiene en stock o de la disponibilidad de inventario es el resultado de una buena gestión de inventarios. Una buena gestión de inventarios es absolutamente necesaria para que un sistema MRP pueda trabajar correctamente. Si una empresa no ha alcanzado el menos una exactitud de inventario del 99%, entonces el MRP no trabajará bien. Una exactitud de inventarios del 99% puede parecer buena, pero se debe notar que incluso cuando cada componente tiene una disponibilidad del 99% y un producto tiene n componentes, la probabilidad de que un producto sea completado es de $0,99^n$. Para $n=10$, la probabilidad de que un producto se pueda completar es de $0,99^{10}=0,904=90,4\%$ (Heizer y Render, 2009).

Por esto se hace necesario tener mayor precisión en las cantidades de inventario disponible de producto terminado y sus componentes. Para el caso en el que por culpa de la imprecisión se está contando con menos inventario disponible del que realmente existe se puede lograr reducir las compras de materiales, producción de piezas y componentes innecesarios que conllevan a unos menores costos de producción y a una mayor viabilidad económica de los procesos productivos. Para el caso en el que por culpa de la imprecisión se está contando con más inventario disponible del que realmente existe se puede generar cambios innecesarios en la programación original del plan de producción que generan traumas en el sistema y un cambio significativo en las decisiones de compra y producción, e igualmente se pueden generar demoras en el sistema productivo al tener que aumentar la cantidad a comprar o producir. Estos efectos son muy peligrosos especialmente porque se magnifican y amplían a medida que se presentan en componentes superiores de la estructura de un producto.

4. MODELOS MATEMÁTICOS DETERMINISTAS PARA MRP

4.1 MODELO ARANGO EL AL. (2009)

Arango et al. (2009) proponen un modelo de planeación de la producción determinista para ser resuelto con programación lineal mixta. Como requisito el modelo exige conocer de antemano:

- Tiempo de suministro (Lead Time)
- Cantidades mínimas de compra
- Nivel actual de inventario
- Componentes necesarios para fabricar un producto (Lista de Materiales – BOM)
- Demanda externa de cada producto (MPS) y componente en cada periodo dentro del horizonte de planeación.

La variable de decisión x_{it} se considera como la cantidad necesaria de artículos i que deben empezarse a producir en el periodo t .

El modelo tiene en cuenta los recursos de producción junto con su capacidad máxima de producción durante un periodo de tiempo, y se representa como una fracción del recurso k necesaria para producir un artículo en dicho.

Parámetros. A continuación se presenta la definición de parámetros y variables para el problema de MRP planteado por Arango et al. (2009):

Tabla 4.1. Definición de variables para el modelo MRP de Arango et al. (2009).

Variable	Definición
P	Número de componentes
T	Horizonte de planeación
$R(i,j)$	Número de componentes i necesarios para realizar componentes j
K	Número de recursos
$D(i,t)$	Demanda externa del componente i en el periodo t
$LT(i)$	Tiempo de suministro del producto i
$I(i,0)$	Inventario inicial del componente i
$U(i,k)$	Fracción del recurso k necesario para una unidad del producto i
$F(k,t)$	Máxima fracción del recurso k que puede adicionarse en el producto t

M	Un número muy grande
S(i,k)	Fracción del recurso k usado para cambiar o preparar al artículo i
W(i,j)	Desperdicio del producto i en el cambio al producto j
H(i)	Costo de almacenamiento por periodo del producto i
C(i)	Costo total de realizar un pedido del producto i
O(k,t)	Costo por fracción de la capacidad adicionada al recurso k en el periodo t
A(i)	Costo de tardanza por periodo para el producto i

Arango et al. (2009)

Tabla 4.2. Definición de variables de salida para el modelo MRP de Arango et al. (2009).

Variable	Definición
$x_{i,t}$	Cantidad de pedido del producto i en el periodo t
$y_{i,t}$	Fracción adicionada del recurso k en el periodo t
$\delta_{i,t}$	Indicador binario de producción para el producto i en el periodo t
$I^+_{i,t}$	Inventario del articulo i llevado en el tiempo t
$I^-_{i,t}$	Cantidad del producto i retrasado en el tiempo t

Arango et al. (2009).

Función Objetivo. Se tienen en cuenta solo costos marginales ya que son aquellos que pueden cambiar como resultado de las decisiones tomadas. No se incluyen costos de materias primas porque estos no dependen del plan de producción elegido. Tampoco se consideran los costos de tiempo regular de trabajo ni los de contratación y despido de mano de obra, por tratarse de un problema de corto plazo. Se tienen en cuenta las cantidades retrasadas de demanda, por lo cual existe una variable que representa el inventario negativo I^- y otra que representa el inventario positivo I^+ .

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^P \left(A(i)I^-_{i,t} + H(i)I^+_{i,t} + C(i)\delta_{i,t} \right) + \sum_{k=1}^K O(k,t)y_{k,t} \right]$$

Se busca minimizar los costos de órdenes, costos de almacenamiento de inventario, costos de preparación del pedido y costos de capacidad adicional.

Restricciones

$$\sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,\tau} + I(i,0) - \sum_{\tau=1}^t \sum_{j=1}^P \left(Q(i,j)x_{i,\tau} + W(i,j)\delta_{i,\tau} \right) \geq 0 \quad k=1, \dots, K \quad t=1, \dots, T$$

Este conjunto de restricciones de requerimientos de materiales y demanda (balance de inventario) requiere que la suma del inventario inicial y la producción para cada periodo sea mayor o igual al total de la demanda externa. La forma como se plantea la restricción permite una posición negativa del inventario.

$$\sum_{i=1}^P \left(U(i,k)x_{i,t} + S(i,k)\delta_{i,t} \right) \leq 1 + y_{k,t} \quad k=1, \dots, K \quad t=1, \dots, T$$

Este conjunto de restricciones representan las restricciones de capacidad. Se suma la fracción del recurso k necesaria para producir i con la fracción que se gasta de dicho recurso para cambiar o preparar la producción del artículo i.

$$I_{i,t}^+ - I_{i,t}^- = I_{i,t} \quad i=1, \dots, P \quad t=1, \dots, T$$

$$y_{k,t} \leq F(k,t) \quad k=1, \dots, K \quad t=1, \dots, T$$

$$\delta_{i,t} \geq x_{i,t} \quad i=1, \dots, P \quad t=1, \dots, T$$

$$\delta_{i,t} \in \{0,1\} \quad i=1, \dots, P \quad t=1, \dots, T$$

$$y_{k,t} \geq 0 \quad k=1, \dots, K \quad t=1, \dots, T$$

$$I_{i,t}^+ \geq 0 \quad i=1, \dots, P \quad t=1, \dots, T$$

$$I_{i,t}^- \geq 0 \quad i=1, \dots, P \quad t=1, \dots, T$$

4.2 MODELO ARANGO ET AL. (2010)

Se ha considerado el siguiente modelo MRP para ilustrar la aplicación de la programación lineal difusa en los sistemas de producción. La complejidad de un sistema MRP se traduce en la gran cantidad de información que es necesario manipular para administrar apropiadamente los procesos productivos.

Para el siguiente modelo es necesario conocer con anticipación la siguiente información:

- Tiempo de suministro.
- La cantidad mínima de producción o de compra.
- El nivel actual de inventario.
- Los componentes necesarios (Lista de materiales - BOM)

El modelo se construye a partir de supuestos de no existencia de restricciones de capacidad, no se permite incumplimiento o aplazamiento de la demanda, es posible la existencia de demanda externa de los componentes y se tienen en cuenta los desperdicios en los componentes.

Parámetros. A continuación se presenta la definición de parámetros y variables para el problema de MRP planteado por Arango et al. (2010).

Tabla 4.3. Definición de variables para el modelo MRP de Arango et al. (2010).

Variable	Definición
P	Número de componentes
T	Horizonte de planeación – Número de periodos
R(i,j)	Número de componentes i necesarios para realizar componentes j
D(i,t)	Demanda externa del componente i en el periodo t
LS(i)	Tamaño de lote mínimo para el componente i
I(i,0)	Inventario inicial del componente i para el horizonte de planeación
$\delta_{i,t}$	Indicador binario de producción para el producto i en el periodo t
x_{i,t}	Cantidad de pedido del producto i en el periodo t
M	Un número muy grande

Arango et al. (2010)

Función Objetivo. La función objetivo del modelo planteado es realizar los pedidos considerando el tamaño mínimo a pedir y el nivel de stock promedio que se genera en el horizonte de planeación, es decir, realizar el lanzamiento de pedidos tan tarde como sea posible pero sin sobrepasar la fecha del requerimiento.

$$Min Z = \sum_{i=1}^P \sum_{t=1}^T (T-t)x_{i,t}$$

Esta función busca solicitar el mayor número de unidades del componente i tan tarde como sea posible, con lo cual se garantiza un nivel de inventario bajo teniendo presente las siguientes restricciones. El factor $(T-t)$ es el que castiga las unidades que se solicitan para el periodo t , por lo tanto mientras más pequeño sea t mayor será el factor $(T-t)$, lo cual realmente hace que se busque se solicite las unidades del componente i tan tarde como sea posible, es decir, buscar un t lo más grande posible.

Restricciones

$$\sum_{\tau=1}^{t-LT(i)} x_{i,\tau} + I(i,0) - \sum_{\tau=1}^t \left(D(i,\tau) + \sum_{j=1}^P R(i,j)x_{i,\tau} \right) \geq 0$$

El conjunto de restricciones de balance de inventario garantizan que la cantidad de materiales pedidos más las existencias en inventarlo para el producto i debe ser igual o superior a la demanda del periodo correspondiente para el producto i , todo esto desde el periodo 1 hasta el periodo t .

$$x_{i,t} \geq \delta_{i,t} LS(i)$$

Estas restricciones garantizan que cuando se decide producir o no producir el tamaño del pedido del componente i en el periodo t deba ser cero (0) o superior al tamaño de lote mínimo $LS(i)$ respectivamente.

$$\delta_{i,t} \in \{0,1\}$$

$\delta_{i,t}$ es un indicador de producción que puede ser uno (1), si el componente i es iniciado en el periodo t ó cero en caso contrario.

$$x_{i,t} \geq 0$$

Restricciones de no negatividad.

4.3 MODELO MULA ET AL. (2007) - MULA ET AL. (2008)

El objetivo principal del modelo presentado es determinar el programa maestro de producción de cada producto, el MRP (Material Requirements Planning) para cada

materia prima en cada período, los niveles de stock, pedidos para la demanda, y los niveles de uso de capacidad en un horizonte de planificación dado (Mula et al., 2007).

El modelo de programación lineal Propuesto inicialmente en (Mula, 2006) es un modelo para la optimización del problema de planificación de la producción en un MRP en un ambiente de manufactura con capacidad limitada, multi-producto, multi-nivel y multi-período (Mula et al., 2007).

Este modelo tiene pocas restricciones a fin de que sea genérico. Algunas de estas restricciones se incluyen en el modelo propuesto por Escudero (1994): Procesos alternativos de producción de algunos productos, las variables de contratación y las descargas o asignación de mano de obra para la planificación de los recursos y la producción, los niveles de las horas extraordinarias, los niveles de stock, etc. (Mula et al., 2008).

La solución que satisface las restricciones y reduce al mínimo los objetivos señalados anteriormente debe ser utilizada de forma dinámica, es decir, sólo se ejecutarán las decisiones que se relacionan con los primeros períodos del horizonte de planificación. Entonces, cuando la nueva información sobre la demanda, la disponibilidad de recursos, lista de materiales, tiempos de entrega, costos, etc llegue, el modelo debe ser actualizado y se debe volver a ejecutar (Mula et al., 2008).

Parámetros. Las variables de decisión y los parámetros para el modelo difuso y el modelo de programación matemática se definen en la Tabla 4.4 (Mula et al., 2008).

Tabla 4.4. Variables de decisión y parámetros del modelo MRP (Mula et al., 2007), (Mula et al., 2008).

<i>Índices</i>	<i>Definición</i>
<i>T</i>	Número de periodos en el horizonte de planeación ($t=1 \dots T$)
<i>I</i>	Número de productos ($i=1 \dots I$)
<i>J</i>	Número de productos padres en la lista de materiales ($j=1 \dots J$)
<i>R</i>	Número de recursos ($r=1 \dots R$)

<i>Variables de decisión</i>	<i>Definición</i>

$P_{i,t}$	Cantidad del producto i a ser producido en el periodo t
$INVT_{i,t}$	Inventario del producto i al final del periodo t
$B_{i,t}$	Demanda aplazada del producto i al final del periodo t
Tun_{rt}	Horas ociosas del recurso r en el periodo t
Tov_{rt}	Horas extra del recurso r en el periodo t

Coeficientes de costo	Definición
$cp_{i,t}$	Costo variable de producción por unidad del producto i
$ci_{i,t}$	Costo de inventario por unidad del producto i
$cb_{i,t}$	Costo de aplazamiento de demanda por unidad del producto i
$ctun_{r,t}$	Costo de tiempo ocioso del recurso r en el periodo t por hora
$ctov_{r,t}$	Costo de tiempo extra del recurso r en el periodo t por hora

Coeficientes Tecnológicos	Definición
$AR_{i,r}$	Tiempo requerido del recurso r para una unidad de producción del producto i
$CAP_{r,t}$	Capacidad disponible del recurso r en el periodo t

Datos	Definición
di,t	Tiempo requerido del recurso r para una unidad de producción del producto i
α_{ij}	Cantidad requerida del producto i para producir una unidad del producto j
TS_i	Tiempo de suministro del producto i
$INVT_{i0}$	Inventario del producto i en el periodo 0
B_{i0}	Demanda aplazada del producto i en el periodo 0
SR_{it}	Recepciones programadas del producto i en el periodo t

(Mula et al., 2007), (Mula et al., 2008).

Función Objetivo

$$Min Z = \sum_{i=1}^I \sum_{t=1}^T (cp_i P_{it} + ci_i INVT_{it} + cb_i B_{it}) + \sum_{r=1}^R \sum_{t=1}^T (ctun_{rt} Tun_{rt} + ctovi_{rt} Tov_{rt})$$

La función objetivo busca minimizar costos de producción, costos de inventario, costos de retrasos en la demanda, costos de tiempo extra en los recursos, costos

tiempo ocioso de recursos. Igualmente busca satisfacer los retrasos de la demanda y los penaliza con cb_i y se asume como un costo lineal.

Restricciones

$$INVT_{i,t-1} + P_{i,t-TS_i} + SR_{it} - INVT_{i,t} - B_{i,t-1} - \sum_{j=1}^I \alpha_{ij}(P_{jt} + SR_{jt}) + B_{it} = d_{it}$$

$$i = 1, \dots, I \quad t = 1, \dots, T$$

Este conjunto de restricciones representan las ecuaciones de balance de inventario. El inventario disponible, la cantidad a producir que se entrega en t , las recepciones programadas y la demanda aplazada en t deben igualar al inventario final, la demanda pendiente del periodo anterior y la demanda interna y externa del producto i .

Los retrasos de demanda representan inventario negativo. La presencia de SR_{it} garantiza la continuidad del plan de producción.

$$\sum_{i=1}^I AR_{ir} P_{it} + Tun_{rt} - Tov_{rt} = CAP_{rt} \quad r = 1, \dots, R \quad t = 1, \dots, T$$

Acá se consideran los límites de capacidad de los recursos. Para este modelo se ignoran los tiempos de preparación porque se está realizando una planeación agregada.

Las horas extra y horas de holgura no se limitan pero se castigan con costos respectivos en la función objetivo, para poder darle la mayor generalidad posible al modelo. Se podría ingresar fácilmente una restricción que indique que si esos límites de horas se exceden el plan no es factible.

$$B_{iT} = 0, \quad i = 1, \dots, I$$

Esta restricción exige que los pedidos retrasados sean atendidos todos. Es decir, al acabarse el último periodo no deben quedar pedidos retrasados o pendientes por despachar.

$$P_{it}, INVT_{it}, B_{it}, Tun_{it}, Tov_{it} \geq 0 \quad i = 1, \dots, I \quad r = 1, \dots, R \quad t = 1, \dots, T$$

Restricciones de No Negatividad

4.4 MODELO SHAPIRO (1989)

El modelo propuesto por Shapiro (1989) es de programación entera mixta. Es aplicable a una amplia gama de problemas de fabricación piezas discretas.

El modelo busca determinar un programa maestro eficaz mediante la asignación de capacidad de los recursos de manera óptima y eficiente.

Dicho modelo es multi-etapa, multi-producto, y con capacidad de fabricación limitada.

Parámetros. Las variables de decisión y los parámetros para el modelo difuso y el modelo de programación matemática se definen en la Tabla 4.5.

Tabla 4.5. Variables y parámetros del modelo MRP de Shapiro (1989).

Índices	Definición
i	Índice de productos terminados ($i=1..M$)
i	Índice de productos intermedios ($i=M+1..N$)
t	Índice de periodos de planeación ($t=1..T$)
k	Índice de plantas ($k=1..K$)

Parámetros	Definición
$h_{i,t}$	Costo por mantener inventarios por unidad del ítem i
cs_i	Costo de preparación del ítem i (Setup)
co_{kt}	Costo de capacidad extra por unidad de capacidad en el periodo t en la planta k
L_j	Tiempo de suministro mínimo del ítem t
f_i	Rendimiento del ítem i (fracción)
a_{ij}	Número de unidades del ítem i necesarias para la producción de una unidad del ítem j
r_{it}	Demanda del ítem i en el periodo t
b_{ik}	Tasa de uso de capacidad del ítem i en la planta k (Unidades de capacidad por unidad)
s_{ik}	Uso de la capacidad de la planta k por preparaciones del ítem i
CAP_{kt}	Capacidad de la planta k en el periodo t (unidades de capacidad)
Q_{it}	Límite superior de la producción del ítem i que puede comenzarse en el periodo t

Variables	Definición
------------------	-------------------

y_{it}	Inventario del ítem i al final del periodo t
δ_{it}	1 si el ítem i se produce en el periodo t, en otro caso 0
O_{kt}	Tiempo extra de capacidad en la planta k en el periodo t
X_{it}	Producción del ítem i que comienza en el periodo t

Shapiro (1989).

Función Objetivo

$$\text{Min } Z = \sum_{i=1}^N \sum_{t=1}^T (h_i y_{it} + cs_i \delta_{it}) + \sum_{k=1}^K \sum_{t=1}^T (co_{kt} O_{kt})$$

Esta función busca evitar inventarios, preparaciones, trabajos en horas extra para obtener así un costo mínimo.

Restricciones

$$y_{i,t-1} + f_i x_{i,t-L_i} - y_{it} - \sum_{j=1}^N a_{ij} x_{ij} = r_{ij} \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T$$

Estas son restricciones generalizadas de balance de inventario. El inventario final de cada ítem i en cada periodo t iguala al inventario inicial mas la producción neta del ítem en el periodo t-Li menos la demanda interna y externa para el ítem en ese periodo.

Li debería igualar el tiempo de suministro mínimo requerido para producir o adquirir el ítem.

$$\sum_{i=1}^N (b_{ik} x_{it} + S_{ik} \delta_{it}) - O_{kt} \leq CAP_{kt} \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T$$

Estas restricciones garantiza que se el plan sea factible respecto a la capacidad de producción. Básicamente se enuncia que la capacidad que se necesita usar debe ser menor o igual que la capacidad total disponible para un periodo t en una planta k.

$$x_{it} - q_{it} \delta_{it} \leq 0 \quad i = 1, \dots, N \quad t = 1, \dots, T$$

Estas restricciones permiten que la producción de un ítem i en el periodo t no supere un valor dado.

4.5 MODELO Pochet (2001)

Describe un modelo multi-producto, multi-nivel con límites de capacidad y considerando tamaños de lote. El propósito de este modelo es optimizar al mismo tiempo la producción y la compra de todos los artículos desde las materias primas hasta productos terminados, con el fin de satisfacer la demanda externa o independiente que procede de los clientes y la demanda interna o dependiente que procede de la producción de otros elementos, en un horizonte de corto plazo.

Parámetros

Tabla 4.6. Variables y parámetros del modelo MRP de Pochet (2001).

Índices	Definición
i	Artículos cuya producción debe planearse ($i=1\dots I$)
k	Recursos con capacidad limitada ($k=1\dots K$)
t	Índice de periodos de tiempo ($t=1\dots n$)

Variables	Definición
x_{it}	El tamaño de una producción o compra del ítem i lanzada en el periodo t para ser entregada en el periodo $t + \gamma_i$
y_{it}	1 si el ítem i se produce en el periodo t , en otro caso 0
S_{it}	Inventario al final del periodo t para el ítem i

Datos	Definición
p_{it}	Costo unitario de producción del ítem i
f_{it}	Costo fijo de producción
h_{it}	Costo unitario de inventario del ítem i
d_{it}	Demanda a ser satisfecha del producto i en el periodo t
L_{kt}	Capacidad disponible del recurso k durante el periodo t
α_{ik}	Capacidad del recurso k consumida por producir una unidad del ítem i
β_{ik}	Capacidad del recurso k consumida por preparar la producción del ítem i
$S(i)$	Ítems sucesores del ítem i , ítems que consumen alguna cantidad cuando se produce el ítem i
r_{ij}	Cantidad del ítem i requerida para producir una unidad del ítem j

γ_i	Tiempo de suministro para producir comprar algún lote del ítem i
------------	--

Pochet (2001).

Función Objetivo

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^n \sum_{i=1}^I (p_{it}x_{it} + f_{it}y_{it} + h_{it}s_{it})$$

Se busca minimizar los costos variables y fijos de producción, al igual que los costos de mantener inventarios.

Restricciones

$$s_{i,t-1} + x_{i,t-\gamma_i} = \left[d_{i,t} + \sum_{j \in S(i)} r_{i,j}x_{j,t} \right] + s_{i,t} \quad i=1, \dots, I \quad t=1, \dots, n$$

Restricciones de conservación de flujo, donde para cada ítem I en cada periodo t la cantidad entregada de producción o de proveedores es $x_{i,t-\gamma_i}$ ordenada en el periodo $t-\gamma_i$, y la demanda a ser satisfecha es la suma de la demanda independiente y la dependiente.

$$x_{i,t} \leq My_{i,t} \quad i=1, \dots, I \quad t=1, \dots, n$$

La restricción hace que la variable de producir o no producir en se haga efectiva cuando y_{it} sea 1 ó 0 respectivamente.

$$\sum_i^I \alpha_{i,k}x_{i,t} + \sum_i^I \beta_{i,k}y_{i,t} \leq L_{k,t} \quad t=1, \dots, n \quad k=1, \dots, K$$

Restricciones que expresan la limitación de capacidad en cada recurso k en cada periodo t.

$$x_{i,t}, s_{i,t} \geq 0, x_{i,t} \in \mathbb{Z}^+ \quad i=1, \dots, I \quad t=1, \dots, n$$

No negatividad

4.6 MODELO GRAVES (1999)

El modelo considera como elemento importante para el problema de planeación de la producción, cómo ajustar los niveles de los recursos y de capacidad a lo largo del horizonte de planeación. Para esto habilita el poder cambiar los niveles de mano de obra por medio de decisiones de contrataciones y despidos.

El modelo considera un único recurso representado en la fuerza de trabajo. El modelo se puede extender para incluir otros recursos que pueden ser manejados de una manera similar en el horizonte de planificación.

El modelo no considera costos de preparación de producción ni tiempos de suministro.

Parámetros

Tabla 4.7. Variables y parámetros del modelo MRP de Graves (1999).

Parámetros	Definición
a_i	Cantidad de mano de obra requerida por unidad de producción del ítem i
cw_t	Costo variable unitario de mano de obra en el periodo t
ch_t	Costo variable de despido de mano de obra en el periodo t
cf_t	Costo variable de contratación de mano de obra en el periodo t
α_{ij}	Número de unidades del ítem i requeridas por unidad de producción del ítem j
d_{it}	Demanda del producto i en el periodo t

Variables de Decisión	Definición
p_{it}	Producción del ítem i en el periodo t
q_{it}	Inventario al final del periodo t para el artículo i
w_t	Nivel de mano de obra en el periodo t
h_t	Contrataciones de mano de obra en el periodo t
f_t	Despidos de mano de obra en el periodo t

Graves (1999).

Función Objetivo

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T (cw_t w_t + ch_t h_t + cf_t f_t) + \sum_{t=1}^T \sum_{i=1}^I (cp_{it} p_{it} + cq_{it} q_{it})$$

Se buscan minimizar los costos de recursos (mano de obra actual, contrataciones y despidos) y los costos de producción e inventarios. Todos estos costos son variables.

Restricciones

$$\sum_{t=1}^T a_i p_{i,t} - w_t \leq 0 \quad \forall t$$

Los requerimientos de capacidad deben ser menor o igual que la capacidad disponible

$$w_{t-1} + h_t - f_t - w_t = 0 \quad \forall t$$

Balance de fuerza laboral (recursos)

$$q_{i,t-1} + p_{i,t} - q_{i,t} - \sum_{j=1}^I \alpha_{i,j} p_{j,t} = d_{i,t} \quad \forall i,t$$

Restricciones de balance de inventario.

$$q_{i,t}, p_{i,t}, w_t, h_t, f_t \geq 0 \quad \forall i,t$$

4.7 MODELO ALDEMER (2010)

Propone un modelo que se resuelve por medio de programación lineal entera mixta con un algoritmo ant-based. Buscan dar un método de solución a un problema de programación multi-nivel, con capacidad limitada y tamaños de lote.

Parámetros

Tabla 4.8. Variables y parámetros del modelo MRP de Aldemer (2010).

Índices	Definición
P	Número artículos en la lista de materiales
T	Horizonte de planeación
M	Número de recursos
I	Índice de artículos en la lista de materiales
T	Índice de periodos

<i>m</i>	Índice de recursos
-----------------	--------------------

Parámetros	Definición
<i>S_i</i>	Conjunto de sucesores inmediatos del ítem i
<i>s_i</i>	Costo de preparación del ítem i
<i>c_{ij}</i>	Cantidad del ítem i requerida para producir una unidad del ítem j
<i>h_i</i>	Costo de mantenimiento del ítem i
<i>a_{mi}</i>	Capacidad (Tiempo) necesaria en el recurso m para una unidad del ítem i
<i>b_{mi}</i>	Tiempo de preparación para el ítem i en el recurso m
<i>L_{mt}</i>	Capacidad disponible (Tiempo) del recurso m en el periodo t
<i>LT_i</i>	Tiempo de entrega de producción para el ítem i
<i>CO_m</i>	Costo de tiempo extra del recurso m
<i>G</i>	Número muy grande
<i>E_{it}</i>	Demanda externa para el ítem i en el periodo t
<i>I_{io}</i>	Inventario inicial del ítem i

Variables de Decisión	Definición
<i>x_{it}</i>	Cantidad entregada del ítem i al inicio del periodo t
<i>I_{it}</i>	Nivel de Inventario del ítem i al final del periodo t
<i>O_{mt}</i>	Tiempo extra usado en el recurso m en el periodo t
<i>y_{it}</i>	Variable binaria que indica si el ítem i se produce en el periodo t. 1 si se produce, 0 en caso contrario

Aldemer (2010).

Función Objetivo

$$Min Z = \sum_{i=1}^P \sum_{t=1}^T (s_i y_{it} + h_i I_{it}) + \sum_{t=1}^T \sum_{m=1}^M (co_m O_{mt})$$

La función objetivo se puede formular como un programa entero mixto, y busca minimizar la suma de los costos de preparación junto con los costos de inventario para todos los ítems, al igual que los costos de tiempo extra dentro de un horizonte de planeación de longitud T.

Restricciones

$$I_{it-1} + x_{it-LT_i} - \sum_{j=1}^I c_{ij}x_{jt} - E_{it} = I_{it} \quad \forall i,t$$

Ecuación de balance de inventario

$$\sum_{i=1}^P (a_{mi}x_{it} + b_{mi}y_{it}) \leq L_{mt} + O_{mt} \quad \forall m,t$$

Estas restricciones aseguran que los recursos requeridos para producir la cantidad necesaria del ítem I en el periodo t más el tiempo de preparación no exceda la capacidad disponible.

$$x_{it} - Gy_{it} \leq 0 \quad \forall i,t$$

Estas restricciones capturan el hecho que los costos de preparación se incurren cuando se produce un lote, con G siendo la suma de la demanda restante o algún otro número grande arbitrario. Por razones de desempeño del programa, es mejor seleccionar un G tan pequeño como sea posible. (Cuando se produce un lote, significa que la cantidad a producir puede ser mayor que cero, ya que abajo aparece la restricción de no negatividad).

$$I_{it} \geq 0, O_{mt} \geq 0, x_{it} \geq 0, y_{it} \in \{0,1\} \quad \forall i,t$$

Restricciones de no-negatividad y restricciones binarias

4.8 MODELO TANG ET AL. (2000)

Se busca modelar un problema de planeación de la producción agregada multi-producto que busca minimizar el costo total de los costos de producción cuadráticos y de los costos de mantenimiento de inventario.

Dentro del modelo no se permiten retrasos o aplazamientos de la demanda.

Parámetros

Tabla 4.9. Variables y parámetros del modelo MRP de Tang et al (2000).

Índices	Definición
n	Tipos de productos a satisfacer la demanda del mercado
T	Horizonte de planeación

<i>i</i>	Cada tipo de producto ($i=1, \dots, n$)
<i>t</i>	Cada periodo ($i=1, \dots, T$)

Parámetros	Definición
d_{it}	Demanda para cada tipo de producto en cada periodo
fW_t	Capacidad de producción de la mano de obra en cada periodo t
W_t	Nivel disponible de capacidad
p_t	Costo de mantenimiento del ítem i
K	Capacidad de bodega para los productos (Constante)
I_{i0}	Inventario inicial del producto tipo i
c_i	Costo de mantenimiento por unidad del producto i en cada periodo
X_{it}	Nivel de producción del producto i en el periodo t
I_{it}	Nivel de inventario del producto i al final del periodo t
Y_t	Nivel de mano de obra asignado en el periodo t
E_{it}	Demanda externa para el ítem i en el periodo t
$f_i(x_{it}, y_t)$	Costos de producción del producto i en el periodo t

Tang et al (2000).

Función Objetivo

El problema trata de determinar la el nivel de producción, inventario y mano de obra para el producto i en cada periodo t , con el fin de minimizar los costos totales de producción e inventarios, es decir, maximizar las utilidades.

La formulación matemática (MAPP) se presenta a continuación:

$$\underset{(x,y,I)}{\text{Min}} F(x, y, I) = \sum_{i=1}^n \sum_{t=1}^T f_i(x_{it}, y_t) + c_i I_{it}$$

Donde se tiene como objetivo minimizar los costos de producción e inventarios.

Restricciones

$$I_{it-1} + x_{it} - d_{it} = I_{it} \quad \forall i, t$$

Ecuación de balance de la producción e inventarios

$$0 \leq y_t \leq W_t \quad \forall t$$

Ecuación de balance de la producción e inventarios

$$\sum_{i=1}^n I_{it-1} \leq K \quad \forall t$$

Expresa la restricción de la capacidad de almacenamiento

$$x_{it} \geq 0, I_{it} \geq 0 \forall i, t$$

Ecuaciones de no negatividad

4.9 COMPARACIÓN DE MODELOS MATEMÁTICOS DETERMINISTAS PARA MRP

A continuación se presenta en la Tabla 4.10, Tabla 4.11, Tabla 4.12, Tabla 4.13 y Tabla 4.14 una comparación entre los modelos anteriormente expuestos, detallando las condiciones del problema, elementos de la función objetivo, parámetros, restricciones y variables de decisión tenidos en cuenta para cada modelo determinista de MRP para la planeación de la producción a mediano plazo.

Con base en la información anterior, y teniendo en cuenta los elementos más comunes y representativos de los modelos anteriores, se propone un modelo matemático determinista para la solución de un sistema MRP.

Tabla 4.10. Características de condiciones del problema en modelos deterministas MRP.

Condiciones del problema	Arango et al. (2009)	Arango et al. (2010)	Mula et al. (2007)	Shapiro (1989)	Pochet (2001)	Graves (1999)	Aldemer (2010)	Tang et al. (2000)
Multi-producto	X	X	X	X	X	-	-	-
Multi-nivel	X	X	X	X	X	-	-	-
Multi-periodo	X	X	X	X	X	-	-	-
Permite retrasos en la demanda	X	-	X	-	-	-	-	-
Capacidad limitada	X	-	X	X	X	-	-	-
Considera tamaños de lote	-	X	-	-	X	-	-	-
Niveles de mano de obra variables	-	-	-	-	-	X	-	-

Tabla 4.11. Elementos de la función objetivo en modelos deterministas de MRP.

Función Objetivo	Arango et al. (2009)	Arango et al. (2010)	Mula et al. (2007)	Shapiro (1989)	Pochet (2001)	Graves (1999)	Aldemer (2010)	Tang et al. (2000)
Costos de almacenamiento o inventario	X	-	X	X	X	X	X	X
Costos de tiempo o capacidad extra de los recursos	X	-	X	X	-	-	X	-
Costos de tiempo o capacidad ociosa de los recursos	-	-	X	-	-	-	-	-
Costos de aplazamiento o retraso de demanda	X	-	X	-	-	-	-	-
Costos de contratación de M.O	-	-	-	-	-	X	-	-
Costos de despido de M.O	-	-	-	-	-	X	-	-
Costos de Pedidos y Preparaciones	X	-	-	X	-	-	X	-
Tiempo de lanzamiento de pedidos	-	X	-	-	-	-	-	-
Costos de producción variables	-	-	X	-	X	X	-	X
Costos de producción fijos	-	-	-	-	X	-	-	-

Tabla 4.12. Parámetros tenidos en cuenta en modelos deterministas de MRP.

Parámetros	Arango et al. (2009)	Arango et al. (2010)	Mula et al. (2007)	Shapiro (1989)	Pochet (2001)	Graves (1999)	Aldemer (2010)	Tang et al. (2000)
Capacidad disponible del recurso k en el periodo t	-	-	X	X	X	-	X	X
Capacidad de la bodega para los productos	-	-	-	-	-	-	-	X
Costo de almacenamiento o mantenimiento por periodo del producto i	X	-	X	X	X	-	X	X
Costo de aplazamiento de la demanda por periodo para el producto i	X	-	X	-	-	-	-	-
Costo de preparación del componente i	-	-	-	X	-	-	X	-

Costo de Producción por unidad del producto i	-	-	X	-	X	-	-	X
Costo de tiempo extra del recurso k en el periodo t	X	-	X	-	-	-	X	-
Costo de tiempo ocioso del recurso k en el periodo t	-	-	X	-	-	-	-	-
Costo fijo de Producción del producto i	-	-	-	-	X	-	-	-
Costo por fracción de la capacidad extra al recurso k en el periodo t	X	-	-	X	-	X	-	-
Costo de despido de mano de obra en el periodo t	-	-	-	-	-	X	-	-
Costo de contratación de mano de obra en el periodo t	-	-	-	-	-	X	-	-
Costo total de realizar un pedido del producto i	X	-	-	-	-	-	-	-
Demanda aplazada del producto i en el periodo 0	-	-	X	-	-	X	-	-
Demanda externa del componente i en el periodo t	X	X	X	X	X	-	X	X
Desperdicio del producto i en el cambio al producto j	X	-	-	-	-	-	-	-
Fracción o tiempo del recurso k necesario para una unidad del producto i	X	-	X	X	X	X	X	-
Fracción o tiempo del recurso k usado para cambiar o preparar al artículo i	X	-	-	X	-	-	X	-
Horizonte de planeación	X	X	X	X	X	X	X	X
Inventario inicial del componente i	X	X	X	-	-	-	X	X
Límite superior de la producción del ítem i que puede comenzarse en el periodo t	-	-	-	X	-	-	-	-

Máxima fracción o tiempo del recurso k que puede adicionarse en el producto t	X	-	-	-	-	-	-	-
Número de componentes	X	X	X	X	-	-	X	X
Número de componentes i necesarios para realizar componentes j	X	X	X	X	X	X	X	-
Número de recursos	X	-	X	X	-	-	X	-
Recepciones programadas del producto i en el periodo t	-	-	X	-	-	-	-	-
Tamaño de lote mínimo para el componente i	-	X	-	-	-	-	-	-
Tiempo de suministro del producto i	X	-	X	X	X	-	X	-
Un número muy grande	X	X	-	-	-	-	X	-

Tabla 4.13. Restricciones planteadas en modelos deterministas de MRP.

Restricciones	<i>Arango et al. (2009)</i>	<i>Arango et al. (2010)</i>	<i>Mula et al. (2007)</i>	<i>Shapiro (1989)</i>	<i>Pochet (2001)</i>	<i>Graves (1999)</i>	<i>Aldemer (2010)</i>	<i>Tang et al. (2000)</i>
Balance de inventario	X	X	X	X	X	X	X	X
Balance de fuerza laboral	-	-	-	-	-	X	-	-
Requerimiento de materiales	X	-	X	X	X	-	X	-
Capacidad	X	-	X	X	X	X	X	X
Indicador de producción	X	X	X	X	X	-	X	-
Capacidad de almacenamiento	-	-	-	-	-	-	-	X
Atención de pedidos aplazados	X	-	X	-	-	-	-	-
Tamaño de lote mínimo	-	X	-	-	-	-	-	-
No negatividad	X	X	X	X	X	X	X	X

Tabla 4.14. Variables de decisión en modelos deterministas de planeación de MRP.

Variables de Decisión	Arango et al. (2009)	Arango et al. (2010)	Mula et al. (2007)	Shapiro (1989)	Pochet (2001)	Graves (1999)	Aldemer (2010)	Tang et al. (2000)
Cantidad de pedido (producción o compra) del producto <i>i</i> en el periodo <i>t</i>	X	X	X	X	X	X	X	X
Fracción o tiempo extra del recurso <i>k</i> en el periodo <i>t</i>	X	-	-	X	-	-	X	-
Variable binaria de producción para el producto <i>i</i> en el periodo <i>t</i>	X	X	-	X	X	-	X	-
Nivel de mano de obra en el periodo <i>t</i>	-	-	-	-	-	X	-	-
Contratación de mano de obra en el periodo <i>t</i>	-	-	-	-	-	X	-	-
Despidos de mano de obra en el periodo <i>t</i>	-	-	-	-	-	X	-	-
Inventario del artículo <i>i</i> llevado en el tiempo <i>t</i> , o al final del periodo <i>t</i>	X	-	X	X	X	X	X	X
Tiempo ocioso del recurso <i>k</i> en el tiempo <i>t</i>	-	-	X	-	-	-	-	-
Cantidad del producto <i>i</i> retrasado en el tiempo <i>t</i>	X	-	-	-	-	-	-	-

4.10 DETERMINACIÓN DE UN MODELO DETERMINISTA PARA LA PLANEACIÓN DE REQUERIMIENTOS DE MATERIALES – MODELO DET.

Basado en los modelos propuestos por Arango et al. (2009), Arango et al. (2010), Mula et al. (2007), (2008), Shapiro (1989), Pochet (2001), Graves (1999), Aldemer

(2010) y Tang et al. (2000), enfocados para la planeación de la producción y la planeación de materiales, se encuentra que en su mayoría son problemas multi-producto, multi-nivel, multi-periodo, con capacidad limitada, cuya función objetivo persigue la reducción de costos de producción, inventarios y capacidad de forma general.

Igualmente estos modelos generalmente presentan restricciones de balance de inventarios y requerimientos de materiales, restricciones de capacidad, restricciones de indicadores de producción o no producción, restricciones de no negatividad y restricciones complementarias que ayudan a personalizar cada uno de los modelos.

Dentro de las variables de decisión básicamente se encuentra en común las siguientes:

- Cantidad de pedido (Producción o compra) del producto i en el periodo t
- Tiempo extra del recurso k en el periodo t
- Variable binaria de producción para el producto i en el periodo t
- Inventario del artículo i llevado en el tiempo t , o al final del periodo t

Debido a lo anterior se realiza la siguiente propuesta de modelo determinista para la planeación de requerimientos de materiales, el cual se denominará como el Modelo DET.

Parámetros del modelo

Tabla 4.15. Definición de variables para el modelo MRP a trabajar.

Índices	Definición
P	Número de componentes ($i=1,\dots,P$)
T	Horizonte de planeación ($t=1,\dots,T$)
K	Número de recursos ($k=1\dots K$)

Parámetros y coeficientes	Definición
$R(i,j)$	Número de componentes i necesarios para realizar componentes j
$D(i,j)$	Demanda externa del componente i en el periodo t
$LS(i)$	Tamaño de lote mínimo para el componente i
$LT(i)$	Tiempo de suministro para producir/comprar un lote del producto i

$I(i,0)$	Inventario inicial del componente i
E_i	Exactitud de inventario del producto i
$S(i,k)$	Fracción necesaria para cambiar o preparar al artículo i en el recurso k
$U(i,k)$	Fracción del recurso k necesario para una unidad del producto i
$F(k,t)$	Máxima fracción del recurso k que puede adicionarse en el período t
$H(i)$	Costo de almacenamiento por unidad por periodo del producto i
$C(i)$	Costo total de realizar y preparar un pedido del producto i (Setup Cost)
$CO(k,t)$	Costo por fracción de capacidad adicionada al recurso k en el periodo t

Variable	Definición
$x_{i,t}$	Cantidad de pedido a producir del producto i en el periodo t
$O_{k,t}$	Fracción adicionada del recurso k en el período t
$\delta_{i,t}$	Indicador binario de producción para el producto i en el periodo t
$I(i,t)$	Inventario del producto i al final del periodo t

Función Objetivo. Esta función busca minimizar la suma de los costos de mantenimiento de inventarios, los costos de preparación de pedidos de compra o producción, y los costos de tiempo extra en los recursos, para cumplir con un plan de producción periódico para cada uno de los productos y componentes dentro de un horizonte de planeación de longitud T. No se tiene en cuenta retrasos en la demanda, ni costos de tiempo regular de trabajo para los recursos, ni los de contratación y despido de mano de obra.

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^P \left(H(i) \times E_i \times I_{i,t} + C(i) \times \delta_{i,t} \right) + \sum_{k=1}^K CO(k,t) \times O_{k,t} \right]$$

Se minimiza los costos de mantenimiento de inventarios ya que estos pueden cambiar como resultado de las decisiones tomadas sobre las cantidades a producir o comprar de determinado componente o producto (Arango et al. 2009).

Se minimiza las preparaciones de pedidos y órdenes de compra y producción para maximizar la eficiencia en la planta de producción y en el departamento de compras.

Se minimiza el costo de tiempo extra de los recursos (capacidad adicional) para garantizar que se aproveche al máximo el tiempo regular disponible y de esta forma obtener mayor utilización y aprovechamiento de la inversión realizada en dichos recursos.

Restricciones

Balance de Inventario

$$E_i \times I_{i,t-1} + x_{i,t-LT(i)} - E_i \times I_{i,t} - \sum_{j=1}^P R(i,j) \times x_{j,t} \geq D(i,t) \quad i=1,\dots,P \quad t=1,\dots,T$$

Este conjunto de restricciones representan ecuaciones de balance de inventarios, donde se garantiza que la cantidad de materiales pedidos (compras o producción) más las existencias en inventarlo para el producto i al inicio del periodo t deben ser iguales o superiores a la demanda dependiente (interna) e independiente (externa) para el producto i en el periodo t más el inventario al final del periodo t para el producto i .

La demanda a ser satisfecha es la suma de la demanda dependiente e independiente. La demanda interna de cada producto i se genera a través de los requerimientos de materiales y la demanda externa de cada producto i se genera a través de pedidos de los clientes o pronósticos de demanda.

El inventario final de cada ítem i en cada periodo t iguala al inventario inicial más la cantidad neta entregada de producción o de proveedores del ítem ordenada en el periodo $t-LT(i)$ menos la demanda interna y externa para el ítem en ese periodo. $LT(i)$ debería igualar el tiempo de suministro mínimo requerido para producir o adquirir el ítem.

El factor de exactitud de inventarios permite garantizar mayor exactitud respecto a la cantidad disponible en inventarios para cada producto i .

Capacidad

$$\sum_{i=1}^P \left(Q(i,k)x_{i,t} + S(i,k)\delta_{i,t} \right) \leq 1 + O_{k,t} \quad k=1, \dots, K \quad t=1, \dots, T$$

Este conjunto de restricciones representan las restricciones o límites de capacidad de los recursos (Arango et al. 2009), donde los requerimientos de capacidad deben ser menor o igual que la capacidad disponible.

Estas restricciones garantizan que el plan sea factible respecto a la capacidad de producción, y que los recursos requeridos para producir la cantidad necesaria del ítem i en el periodo t más el tiempo de preparación no exceda la capacidad disponible. Básicamente se enuncia que la capacidad de un recurso que se

necesita usar en un periodo t debe ser menor o igual que la capacidad total disponible más la capacidad extra del recurso k para el mismo periodo t.

Las horas extra no se limitan pero se castigan con los costos respectivos en la función objetivo, para poder darle la mayor generalidad posible al modelo. Se podría ingresar fácilmente una restricción que indique que si esos límites de horas se exceden el plan no es factible. (Mula et al, 2007).

Capacidad Extra Máxima

$$O_{kt} \leq F_{kt} \quad k = 1, \dots, K \quad t = 1, \dots, T$$

La restricción hace que las horas extra de capacidad en el recurso k para el periodo t tengan un límite superior dado por la capacidad máxima de producción, por las limitaciones legales que puedan existir y políticas empresariales respecto al uso de tiempo y capacidad extra de producción.

Lote mínimo de producción

$$\delta_{i,t} LS(i) \leq x_{i,t} \quad i = 1, \dots, I \quad t = 1, \dots, n$$

Indicador de Producción

$$\delta_{i,t} \in \{0, 1\}$$

Estas restricciones garantizan que cuando se decide producir o no producir el tamaño del pedido del componente i en el periodo t deba ser cero (0) o superior al tamaño de lote mínimo LS(i) respectivamente. La restricción hace que la variable de producir o no producir en se haga efectiva cuando $\delta_{i,t}$ sea 1 ó 0 respectivamente. Estas restricciones capturan el hecho que los costos de preparación se incurren cuando se produce un lote.

Exactitud de inventarios

$$0 \leq E(i)$$

$$i = 1, \dots, I$$

Estas restricciones permiten limitar que la exactitud de inventarios (Existencias físicas de materiales / Existencias teóricas de materiales) sea un valor positivo. Al considerar este parámetro se permite incluir al modelo la incertidumbre asociada a

la correspondencia entre las existencias físicas y las existencias teóricas. En la vida real este valor se toma como un promedio del comportamiento del desempeño del inventario a nivel de producto o a nivel global según el tipo de gestión de inventarios de cada organización.

No negatividad

$$x_{i,t} \geq 0, I_{i,t} \geq 0, O_{k,t} \geq 0 \quad \forall i, k, t$$

En resumen se presenta a continuación el modelo determinista propuesto para la planeación de requerimientos de materiales (MRP):

Modelo DET

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^P (H(i) \times E_i \times I_{i,t} + C(i) \times \delta_{i,t}) + \sum_{k=1}^K CO(k,t) \times O_{k,t} \right]$$

Sujeto a:

$$E_i \times I_{i,t-1} + x_{i,t-LT(i)} = D(i,t) + \sum_{j=1}^P R(i,j) \times x_{j,t} + E_i \times I_{i,t}$$

$$\sum_{i=1}^P (U(i,k) x_{i,t} + S(i,k) \delta_{i,t}) \geq 1 + O_{k,t}$$

$$O_{kt} \leq F_{kt}$$

$$\delta_{i,t} LS(i) \leq x_{i,t}$$

$$\delta_{i,t} \in \{0,1\}, x_{i,t} \geq 0, I_{i,t} \geq 0, O_{k,t} \geq 0 \quad \forall i, k, t$$

Este modelo se resolverá en el capítulo 8 una vez se tengan los datos de entrada de un problema real, para posteriormente comparar los resultados con los arrojados en los modelos MRP difusos a proponer.

5. MANEJO DE LA INCERTIDUMBRE EN LOS SISTEMAS DE PLANEACIÓN Y MRP

En el ambiente industrial, hay muchas formas de incertidumbre que pueden afectar a la planificación de procesos de producción tales como la demanda del mercado, información de la capacidad de fabricación, disponibilidad de inventarios, entre otras. La incertidumbre puede estar presente como aleatoriedad, la imprecisión y / o la falta de conocimiento o incertidumbre epistémica (Mula, 2007).

Esta actitud hacia la incertidumbre del comportamiento humano ha llevado al estudio de un relativamente nuevo campo de análisis de decisión como es la toma de decisiones difusas, la cual incorpora la subjetividad y la imprecisión en la formulación de modelos y procesos de solución y representa una atractiva herramienta de ayuda a la investigación en ingeniería industrial cuando la dinámica de las decisiones están limitadas por imprecisiones en los modelos formulados (Arango, 2010).

En los procesos de ingeniería la incertidumbre es frecuentemente modelada mediante estadística, por ejemplo se usan distribuciones de probabilidad para modelar los parámetros involucrados que presentan aleatoriedad en su comportamiento. Esta aproximación es apropiada cuando existe la disponibilidad de una gran cantidad de datos, pero es menos efectiva cuando se dispone de un pequeño número de datos de una variable para así describir la aleatoriedad de la variable (Arango, 2009). Por otro lado, las distribuciones de probabilidad derivadas de las evidencias registradas en el pasado no siempre están disponibles o no son confiables, debido a los cambios del mercado, que influyen en la demanda y en los costos de incumplimiento de la demanda, o la innovación tecnológica que influye en los datos de capacidad disponible, y así sucesivamente con múltiples factores (Mula, 2007).

Adicionalmente, cuando se modela la incertidumbre por medio de la estadística, es necesario realizar hipótesis con respecto a las posibles distribuciones de probabilidad, las cuales pueden estar incluso en conflicto con el actual proceso (Arango, 2009), y para obtener un enfoque más racional para la toma de decisiones se debe tener en cuenta la subjetividad humana en lugar de emplear sólo medidas con distribución de probabilidad (Arango et al, 2010).

Por lo tanto, al considerar la incertidumbre en los modelos, pueden surgir algunas dificultades para estimar parámetros tales como el alto costo en la adquisición de información de los datos y la falta de observaciones estadísticas. Puesto que los

datos no siempre son suficientes para predecir parámetros inciertos, la elección de la teoría de conjuntos difusos es más lógica y convincente para la expresión de la incertidumbre debido al conocimiento de expertos (Mula et al., 2008).

La consideración de la incertidumbre en los sistemas de la fabricación significa un gran avance, en términos de describir la realidad, pero esto puede presentar problemas para resolver un modelo. De los modelos para la planificación de la producción que no reconocen la incertidumbre se puede esperar que generen decisiones de planificación inferiores en comparación con los modelos que se toman explícitamente en cuenta la incertidumbre (Mula et al., 2008).

Para detalles relacionados con un proceso de producción, como por ejemplo los tiempos de procesamiento, el tiempo de abastecimiento de un proveedor, la capacidad disponible de producción, la exactitud de inventarios, etc, sólo pueden ser obtenidos mediante entrevistas con un experto, y puede ocurrir incluso que este experto carece de la competencia necesaria para proporcionar una descripción matemática de la tendencia de la variable de estudio, por cual en ocasiones el experto no podría dar esta información en un lenguaje tal que pueda ser modelado dentro de una función de probabilidad (Arango, 2009).

Sin embargo, el no tratar la incertidumbre inherente en los datos críticos de entrada de un sistema de planeación de producción (es decir, las demandas del mercado, la capacidad de producción y los costos unitarios), así como la inviabilidad de una solución posible de estos problemas debido a la imposición de las decisiones y variables rígida da a menudo como resultado la ineficiencia en estos sistemas de planeación.

Sobre el manejo de la incertidumbre en sistemas de planeación de la producción y sistemas de planeación de requerimientos de materiales se encuentran varios estudios. Mula et al. (2006b) realizaron una revisión de la literatura existente sobre planeación de producción bajo incertidumbre y buscan fijar un punto de partida sobre el modelamiento de la incertidumbre en problemas de planeación de producción por medio de un estudio de 87 de trabajos realizados entre 1983 y 2004, brindando así un esquema de clasificación para los modelos de planeación de producción bajo incertidumbre que se presenta en la Tabla 5.1. En dicha tabla, Mula et al. (2006b) realizan una clasificación de acuerdo al área de planeación de producción y del enfoque que se da en el modelamiento. Se adiciona a esta tabla los autores de algunos trabajos recientes en los modelos existentes para cada área de la planeación de la producción.

La Tabla 5.1 presenta una clasificación sobre los modelos y autores que han abordado la incertidumbre en temas de logística y producción.

Tabla 5.1. Esquema de clasificación para modelos de planeación de la producción bajo incertidumbre.

Tema de investigación	Modelos Propuestos	Autores
Planeación Agregada	Modelos de Inteligencia Artificial	<i>(Pedrycz y Camargo, 2003)</i> <i>(Jamalnia y Soukhakian, 2009)</i> <i>(Colvin y Maravelias, 2010)</i> <i>(Lan et al, 2009)</i>
	Modelos analíticos	<i>(Arango et al, 2010b)</i> <i>(Tang, O y Grubbstrom, 2002)</i> <i>(Wang y Liang, 2004)</i> <i>(Tang et al. 2000)</i> <i>(Baykasoglu y Gocken, 2010)</i>
	Modelos de simulación	<i>(Xie et al. 2003.)</i>
Planeación Jerárquica de la Producción	Modelos analíticos	<i>(Cristobal et al. 2009)</i> <i>(Torabi et al. 2009)</i> <i>(Zipfel, 1996)</i>
	Modelos de simulación	<i>(Selcuk et al. 2006)</i>
Planeación de Requerimiento de Materiales (MRP)	Modelos Conceptuales	<i>(Koh et al, 2000)</i> <i>(Tavakoli-Moghaddam et al, 2007)</i>
	Modelos analíticos	<i>(Arango 2009, 2010)</i> <i>(Mula 2004, 2006, 2007)</i> <i>(Barba-Gutiérrez y A dens o-Díaz, 2009)</i> <i>(Feili et al, 2010)</i> <i>(Noori et al, 2008)</i>
	Modelos de Inteligencia Artificial	<i>(Almeder, 2010)</i> <i>Du y Wolfe (2000)</i> <i>Li et al, 2009</i> <i>Louly et al, 2008</i>
	Modelos de simulación	<i>(Wazed et al. 2010)</i> <i>(Choobineh y Mohebbi, 2004).</i> <i>(Daria y Cruz Machado, 2006)</i>
Planeación de la Capacidad	Modelos analíticos	<i>(Pai et al. 2004) con fuzzy.</i> <i>(Pai, 2003) con fuzzy.</i> <i>(Mula, 2007) con fuzzy.</i> <i>(Huynh, 2006)</i> <i>(Grubbstrom y Huynh, 2006)</i>

	Modelos de simulación	(<i>Mohebbia et al, 2007</i>)
Planeación de Recursos de Manufactura (MRP II)	Modelos analíticos	(<i>Reynoso et al. 2002</i>) (<i>Grabot et al. 2005</i>) (<i>Geneste et al. 2005</i>)
	Modelos de Inteligencia Artificial	(<i>Niu y Dartnall, 2007</i>)
Gestión de Inventarios	Modelos analíticos	<i>Samanta y Al-Araimi (2001)</i> <i>Fu y Pan (2008)</i> <i>Inderfurth (2009)</i> <i>Nagoorgani y Maragatham (2009)</i> <i>Ouyang, L.Y. Chang, 2001</i> <i>Mahata y Goswami, 2009</i> <i>Chauhan et al, 2009</i>
	Modelos de Inteligencia Artificial	(<i>Pedrycz y Camargo, 2003</i>) <i>Maiti y Maiti, 2007</i> <i>Bjork y Carlsson, 2007</i> <i>Hnaiena et al, 2010</i>
Planeación de la Cadena de Suministro	Modelos analíticos	(<i>Sodhi y Tang, 2009</i>) (<i>Peidro et al, 2010</i>) (<i>Paksoy et al, 2010</i>) (<i>Changa et al, 2006</i>) <i>Demirli y Yimer, 2008</i> (<i>Mula et al. 2010</i>) <i>Sudiarso y Putranto, 2010</i>
	Modelos de Inteligencia Artificial	(<i>Petrovic et al, 2008</i>) (<i>Aliev et al, 2007</i>)
	Modelos Conceptuales	(<i>Kaipia et al, 2006</i>) (<i>Bayrak et al, 2007</i>)

Adaptado de Mula et al. (2006b).

La aleatoriedad proviene de la naturaleza aleatoria de los eventos y maneja la incertidumbre en cuanto a pertenencia o no pertenencia de un elemento a un conjunto (Mula, 2007). Debido a esto, una herramienta alternativa a la estadística para describir la incertidumbre es la teoría de conjuntos difusos, basada en sistemas de variables que pueden ser representadas mediante variables de formulación lingüística (Arango, 2009).

La teoría de conjuntos difusos representa una herramienta atractiva para apoyar la investigación de planificación de la producción cuando la dinámica del entorno de fabricación limita la especificación de los objetivos del modelo, las restricciones y los parámetros (Mula et al., 2008).

En los sistemas de producción, por ejemplo, la información lingüística que puede proveer un experto podría ser la frase “el tiempo de respuesta de un proveedor de materia prima puede ser de 5 días”. Esta frase puede transformarse en un número difuso triangular en el que el que el componente con el mayor grado de pertenencia es 5, y donde los valores posibles a tomar se encuentran entre 3 y 7 con diferentes grados de pertenencia, tal como se muestra en la Figura 5.1.

Similarmente la frase “el tiempo de respuesta de un proveedor de materia prima puede estar entre 4 a 6 días”, puede ser transformada en un conjunto difuso trapezoidal en el que los componentes con el grado de pertenencia más alto están entre 4 y 6, y donde los valores posibles a tomar se encuentran entre 3 y 7 con diferentes grados de pertenencia, tal como se muestra en la Figura 5.2.

Figura 5.1. Número triangular difuso (el tiempo de respuesta de un proveedor de materia prima puede ser de 5 días)

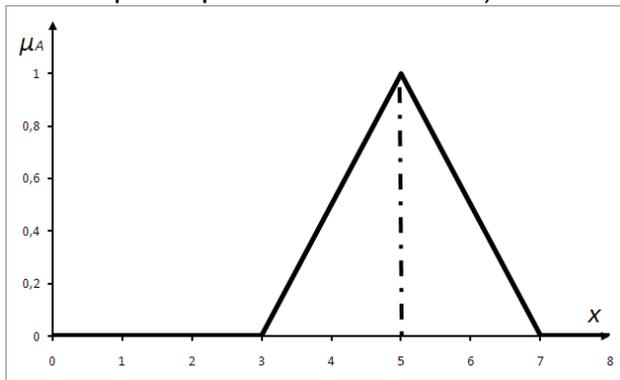
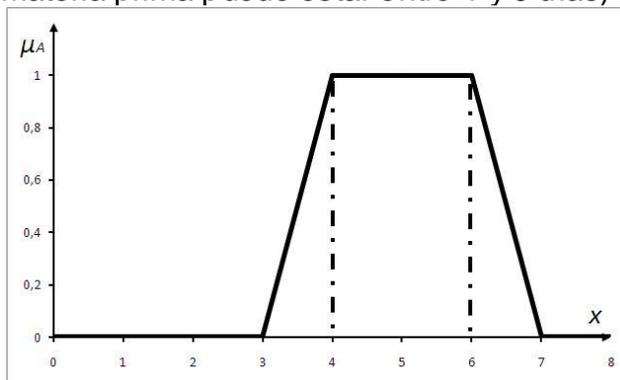


Figura 5.2. Número triangular difuso (el tiempo de respuesta de un proveedor de materia prima puede estar entre 4 y 6 días)



Los parámetros críticos (tales como las demandas del mercado y los niveles de capacidad) son imprecisos o borrosos (fuzzy) por naturaleza debido a la incompleta y/ o falta de disponibilidad de los datos necesarios sobre un horizonte de decisión a medio plazo. En tales situaciones, por ejemplo, un fabricante conoce con cierta seguridad sus necesidades de capacidad, pero lo cita de manera imprecisa, por ejemplo, 5000 ± 100 minutos. (Torabi et al, 2010).

Respecto al manejo de la incertidumbre y la lógica difusa en sistemas de planeación de la producción, Reynoso et al. (2002) presentan un primer enfoque sobre un MRP II basado en la lógica difusa y la Teoría de la Posibilidad para el tratamiento de la incertidumbre y la imprecisión de la demanda. Este enfoque, denominado F-MRP (Fuzzy-MRP), hace una diferencia entre demanda incierta e imprecisa y considera a ambas. La demanda incierta se refiere a cuando la ocurrencia de la demanda no es segura, mientras que la demanda imprecisa ocurre cuando no se conoce la cantidad de la demanda con exactitud y el modelo se formaliza a través del lenguaje de modelado UML. Mula (Mula, 2004), proporciona un nuevo modelo de programación lineal para la Planificación de la Producción a medio plazo en un entorno de fabricación MRP con restricciones de capacidad, multi-producto, multi-nivel y multi-período, considerando los coeficientes de coste en la función objetivo, la demanda del mercado, la capacidad requerida y la capacidad disponible pueden considerarse, dependiendo de cada modelo, datos imprecisos y/o ambiguos.

Igualmente, para el manejo de la incertidumbre, Arango et al. (2008) han aplicado la lógica difusa en las cadenas de suministro, luego Arango et al. (2009) proponen modelos difusos aplicados a la planeación de la producción, y finalmente Arango et al. (2010) aplican la programación matemática difusa para sistemas de planeación de requisitos de materiales (MRP).

Xie et al. (2003) investigan el impacto de congelar el MPS en sistemas de múltiples ítems de un solo nivel con una sola restricción de recursos bajo incertidumbre de la demanda. Observan que la selección de los parámetros que se congelan en el MPS son influenciados por algunos factores como rigidez en la capacidad y la estructura de costos. Igualmente, observan que el desempeño de algunos parámetros congelados del MPS se pueden generalizar cuando hay restricciones de capacidad, mientras que cuando no hay restricciones de capacidad no se comportan de igual forma.

Yeung et al. (1998) realizaron una revisión intensiva de la literatura examinando los parámetros que afectan la efectividad de los sistemas MRP, y señalan que una de las mayores limitaciones que encontraron es que las restricciones de capacidad no se incluyeron en la mayoría de estudios que revisaron.

Mula et al. (2007) proponen luego un modelo difuso de programación matemática para la planeación de la producción bajo incertidumbre en un ambiente industrial. Considera restricciones difusas relacionadas con el costo total, las demandas del mercado y la capacidad disponible de los recursos productivos, y coeficientes difusos para los costos causados por los retrasos en la demanda y en la capacidad requerida. Buscan con este modelo determinar el MPS para cada producto, el MRP para cada componente en cada periodo, niveles de stock y usos de los niveles de capacidad en un horizonte de planeación dado.

Respecto a la incertidumbre en tiempos de entrega, Dolgui y Prodhon (2007) describen y comentan sobre modelos que tratan con la aleatoriedad de la demanda y con las incertidumbres de los Lead Times. Comentan que la incertidumbre de los Lead Times no se ha tenido en cuenta en modelos anteriores a pesar de su gran importancia y tratan el tema de planeación del abastecimiento bajo incertidumbres en la demanda y los Lead Times. Recientemente, Slotnick y Sobel (2005), Bjork y Carlsson (2007), Selcuk et al. (2006), Louly y Dolgui (2010), Chauhan et al. (2009) igualmente han estudiado el efecto de los tiempos de entrega en el desempeño de sistemas MRP y han propuesto modelos para su incorporación en sistemas de planeación de la producción.

En el cálculo de stocks de seguridad para manejar la incertidumbre sobre la disponibilidad de inventarios, Persona et al. (2007), Dellaert y Jeunet (2005), y Louly y Dolgui (2009) presentan modelos recientes que aplican a diferentes entornos de producción.

Respecto a la utilización, adaptación y pertinencia de sistemas MRP, Petronia (2002) realiza un estudio de los factores críticos en la implementación de sistemas MRP en pequeñas y medianas empresas, Jonsson (2008) explora los problemas relacionados con el ambiente del usuario de sistemas de planeación y Rajeev (2008) estudia la pertinencia y necesidad urgente de aplicación de sistemas de gestión de inventarios en pequeñas y medianas empresas que aún cuentan con sistemas manuales o empíricos para la gestión de inventarios.

6. TEORIA DE CONJUNTOS DIFUSOS

Muy a menudo, las clases de fenómenos del mundo real no tienen definida de forma precisa un criterio de pertenencia, muchos fenómenos indefinidos juegan un papel importante en el pensamiento humano, especialmente en el reconocimiento de patrones, comunicación de información y abstracción (Zadeh, 1965).

La mayoría de campos de aplicación del conocimiento tienden a ser imprecisos, inciertos y ambiguos debido a que se basan en el pensamiento humano, el cual lleva consigo conceptos humanos y razonamientos basados en experiencias que rara vez son certeros o deterministas. La lógica tradicional no permite expresar conceptos ambiguos especialmente porque al clasificar la pertenencia de algún elemento a un conjunto o grupo lo hace determinando si pertenece o no pertenece. Esta situación hace que no se puedan reflejar situaciones de la vida real donde algunos elementos pueden pertenecer en cierto grado a un conjunto o grupo y en cierto grado no pertenecer.

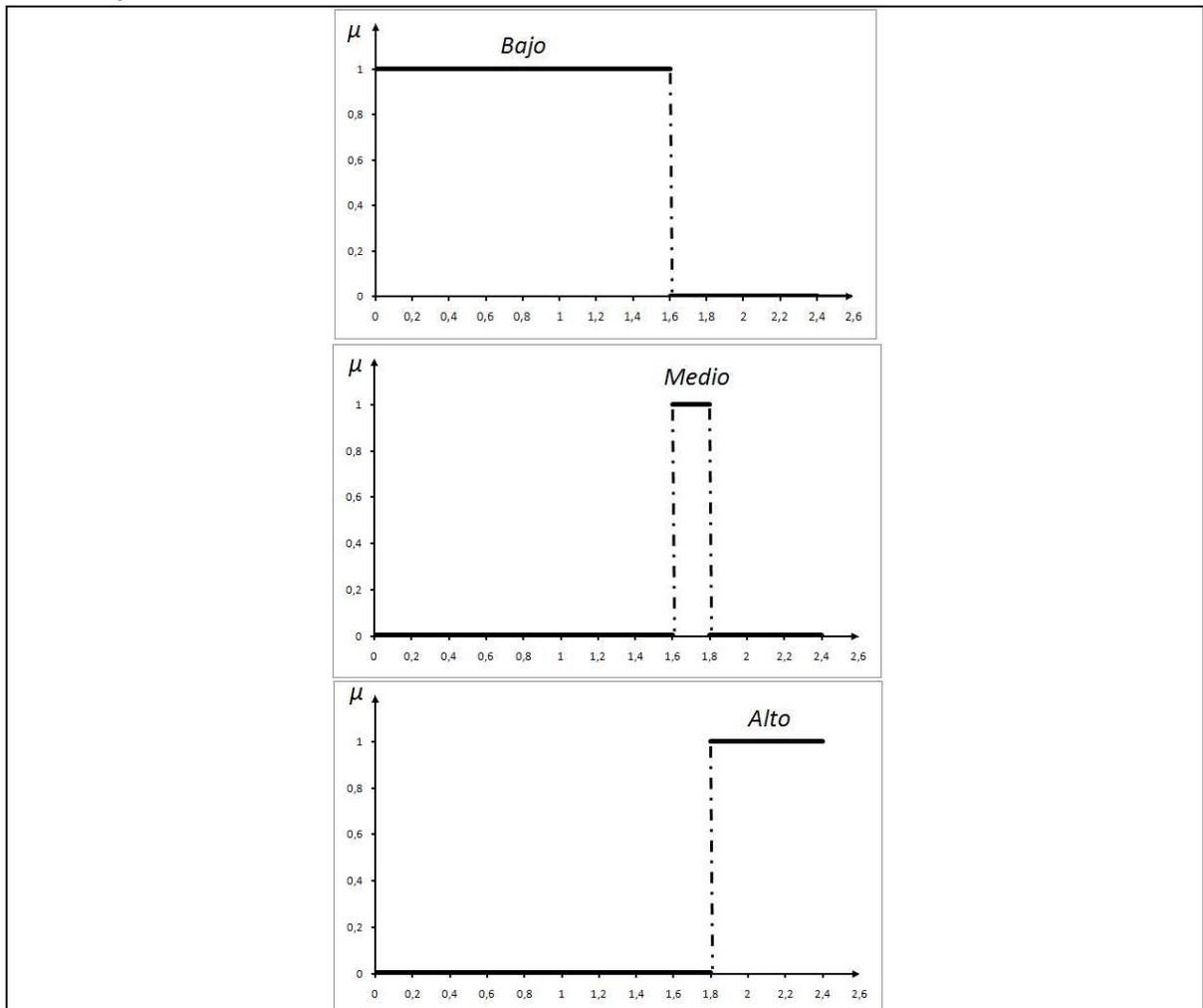
En la lógica difusa se presentan conceptos relativos de la realidad, definiendo grados de pertenencia y siguiendo patrones de razonamiento similares a los del pensamiento humano ya que con la lógica difusa las proposiciones se pueden representar con grados de pertenencia, es decir, grados de certeza o falsedad (Medina y Manco, 2007).

Uno de los casos más comunes para ejemplificar la necesidad de la lógica difusa es la clasificación de altura de una persona. Se podría decir que una persona se clasifica de baja de estatura cuando mide menos de 1.60 m, una persona se clasifica de altura media cuando su estatura se encuentra entre 1.60 m y 1.80 m, y una persona se clasifica de alta estatura cuando mide mas de 1.80m de alto. Con esto podemos decir que sea el subconjunto $A \in U$, los valores pertenecientes al rango de valores entre 0 y 1.60, sea el subconjunto $B \in U$, los valores pertenecientes al rango de valores entre 1.60 y 1.80, sea el subconjunto $C \in U$, los valores pertenecientes al rango de valores entre 1.80 y 2.20 m.

Una función característica de A, en la forma clásica de teoría de conjuntos, asigna el número 1 o 0 a cada valor de U, de acuerdo a si dicho valor pertenece o no al subconjunto A. En la Figura 6.1 se muestra los valores que toma cada elemento

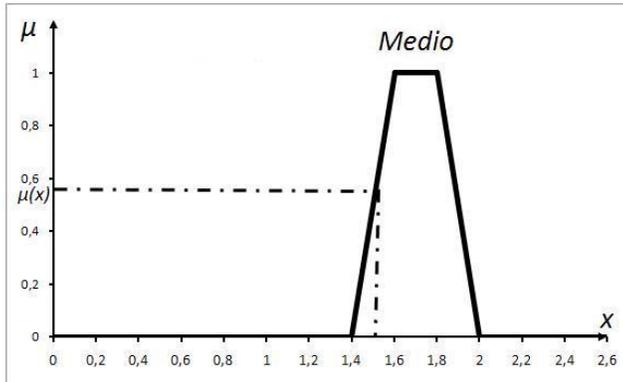
de A, B y C respecto a la pertenencia de los conjuntos de estatura baja, media y alta.

Figura 6.1. Función de membrecía para un conjunto determinista de estatura baja, media y alta.



Este razonamiento tradicional implica que una persona que mide 1.60 m y crece 1 cm deja de ser inmediatamente de baja estatura a pertenecer a una categoría de estatura media, mientras que una persona que mide 1.20 m y crece 20 cm sigue siendo una persona de estatura baja. La lógica difusa busca dar un grado de pertenencia a cada conjunto, y en este caso se podría determinar que una persona que mide 1,50 m tiene un grado máximo de pertenencia a la categoría de baja estatura pero que además con cierto grado pertenece a la categoría de estatura media, como en el caso de la Figura 6.2.

Figura 6.2. Función de membrecía para un conjunto difuso de estatura media



El origen y formalización de la teoría de conjuntos difusos se debe a un artículo publicado en 1.965 por Lofti Zadeh profesor de ciencias de computación de la universidad de California en Berkley, en donde se comenzó a establecer los principios básicos, reglas y condiciones bajo las cuales los conjuntos difusos se rigen para ser utilizados de forma apropiada y consistente para una posterior aplicación en diversos campos del conocimiento. El propósito de crear una lógica difusa era la de proveer una herramienta capaz de describir los problemas con la imprecisión derivada de la ausencia de un criterio para distinguir claramente las diferentes categorías, más que de la presencia de variables aleatorias (Arango et al. 2009).

La lógica difusa abre la posibilidad de dar solución a problemas expresados desde una perspectiva humana, los cuales no tienen una solución absoluta desde alguna posición, sino que toman condiciones intermedias para dar soluciones satisfactorias a los problemas presentados. La lógica difusa o lógica borrosa es una lógica con múltiples valores que permite definir valores en las evaluaciones convencionales de la lógica precisa tales como Si/No, Cierto/Falso, Blanco/Negro, etc (Medina y Manco, 2007).

6.1 APLICACIÓN DE LOS CONJUNTOS DIFUSOS EN LA VIDA REAL

Debido a que los sistemas de lógica difusa admiten el tratamiendo de la incertidumbre y vaguedad esto le ha abierto a la lógica difusa paso en campos de investigación dentro de las ciencias sociales, administración, la economía, la

sociología, la psicología, entre otras, generando modelos que son más flexibles que los modelos basados en la lógica tradicional. El uso de la lógica difusa en problemas económicos y empresariales busca la posibilidad de reducir las equivocaciones eventuales debido a la subjetividad en procesos administrativos, abreviar el trabajo y manejo de la incertidumbre y vaguedad, dar explicaciones coherentes en la toma de decisiones, y reducir el error debido a fallos humanos (Medina y Manco, 2007). Sin embargo, la lógica difusa no pretende reemplazar el juicio de decisión de los dirigentes de procesos empresariales, sino apoyar la toma de decisiones brindando un mayor nivel de certeza sobre la decisión final (Medina y Manco, 2007).

6.2 DEFINICIONES Y CONCEPTOS

6.2.1 Conjunto determinista. Un conjunto determinista es definido por una función de pertenencia bivariada (o función de membrecía) μ la cual, cuando se aplica a cualquier elemento x del universo de discurso U , retorna el valor de verdadero si $x \in A$, y falso en caso opuesto (Arango et al. 2009). En los conjuntos reales (conjuntos ordinarios o simples), para un conjunto \tilde{A} , la función de pertenencia para cualquier elemento toma los valores de 0 ó 1 de acuerdo a si x no pertenece o pertenece al conjunto \tilde{A} (Zadeh, 1965).

6.2.2 Conjunto difuso. Zadeh (1965) define que un conjunto difuso es un conjunto con un grado continuo de pertenencia.

Sea X un espacio de puntos u objetos, con un elemento genérico de X denotado por x . Un conjunto difuso \tilde{A} en X se caracteriza por una función de pertenencia.

Una función de pertenencia, representada como $\mu_{\tilde{A}}$, asocia para cada punto en X un número real en el intervalo $[0,1]$. El valor de $\mu_{\tilde{A}}$ para un x representa el grado de pertenencia de x en \tilde{A} . Es entonces que a medida que $\mu_{\tilde{A}}$ se acerca a 1, se hace mayor el grado de pertenencia de x en \tilde{A} (Zadeh, 1965).

Es entonces como una de pertenencia $\mu_{\tilde{A}}$ es una función cuyo rango es un subconjunto de los números reales no negativos y que tiene la propiedad de que el supremo de este conjunto es finito. Así, la presunción básica es que un conjunto

difuso \tilde{A} , a pesar de la imprecisión de sus límites, se puede representar con precisión asociándole a cada punto x un número entre dos límites inferior y superior, por ejemplo 0 y 1, que representan su grado de pertenencia en \tilde{A} (Mula, 2004).

6.2.3 Definiciones varias. Arango et al (2009), presentan un resumen de definiciones sobre la lógica difusa que se mencionan a continuación:

Definición 1: dado un conjunto X , un conjunto difuso de \tilde{A} en X es definido como una función

$$\mu_A, \mu_A : X \rightarrow [0,1]$$

μ_A es llamada función de pertenencia o de membrecía de \tilde{A} y $\mu_A(x)$ es conocido como el grado de pertenencia de x dentro del conjunto dado \tilde{A} .

Definición 2: El soporte de un conjunto borroso \tilde{A} en un conjunto de discurso X , es el conjunto que contiene todos los elementos de X que tienen un grado de pertenencia diferente a cero en \tilde{A} , el cual se representa a través de la siguiente función de pertenencia:

$$Sop \tilde{A} = \{x \in X : \mu_A(x) > 0\}$$

De esta forma se puede definir que un número nítido, concreto, crisp o singleton es un conjunto cuyo soporte está compuesto por solo un elemento.

Definición 3: El conjunto de elementos deterministas que pertenecen al conjunto difuso \tilde{A} al menos en un grado de α , se denomina conjunto del α - corte de \tilde{A} .

$$\tilde{A}_\alpha = \{x \in X : \mu_A(x) > \alpha\}$$

En el caso en que $\alpha = 0$, se tiene que $\tilde{A}_\alpha = X$.

Con base en esta definición, es posible lograr representar cualquier conjunto difuso en términos de α cortes basados en la forma del número difuso que representan. De esta forma, los α -cortes definirán un conjunto difuso como un intervalo con un límite a la izquierda y otro a la derecha.

Esto representa el conjunto de nivel α en \tilde{A} , es decir, los elementos x tales que su grado de pertenencia es mayor que α .

Definición 4: El valor superior de un conjunto difuso \tilde{A} es definido como el mayor grado de membrecía de uno o más elementos comprendidos dentro del conjunto

$$s(\tilde{A}) = \text{Sup} \left[\mu_A(x) \right]$$

Definición 5: Un conjunto difuso es definido normal si su valor superior es 1

$$S(\tilde{A}) = \text{Sup} \left[\mu_A(x) \right] = 1$$

Definición 6: Un conjunto difuso \tilde{A} , es determinado convexo si para todo los pares de puntos x_1, x_2 en X su función de pertenencia μ_A , satisface:

$$\mu_A(\lambda * x_1 + (1-\lambda) * x_2) \geq \min \left[\mu_A(x_1), \mu_A(x_2) \right] \quad \text{En donde } \lambda \in [0,1]$$

Definición 7: Un número difuso \tilde{A} corresponde a un subconjunto normal y convexo de un universo de discurso X . Por lo tanto, un número difuso \tilde{A} es un conjunto difuso si cumple las siguientes características:

- Es normal por lo que se debe cumplir que $S(\tilde{A}) = \text{Sup} \left[\mu_A(x) \right] = 1$
- Tiene un mínimo de soporte $\text{Sop } \tilde{A} = \{x \in X : \mu_A(x) > 0\}$
- \tilde{A}_α es un conjunto cerrado (convexo) para cada $\alpha \in (0,1]$

6.3 OPERACIONES BÁSICAS DE CONJUNTOS DIFUSOS

6.3.1 Igualdad. Dos conjuntos difusos \tilde{A} y \tilde{B} son iguales $(\tilde{A} = \tilde{B})$, si y solo si $\mu_A(x) = \mu_B(x)$ para todo x en X .

Un conjunto difuso es vacío si y solo si su función de pertenencia es idéntica a cero en X .

6.3.2 Complemento. El complemento de un conjunto difuso \tilde{A} se denota como \tilde{A}' y se define como: $\mu_{\tilde{A}'}(x) = 1 - \mu_A(x)$.

\tilde{A} es contenido en \tilde{B} , ó \tilde{A} es subconjunto de \tilde{B} , si y solo si $\mu_A(x) \leq \mu_B(x)$ para todo x en X (Zadeh, 1965).

6.3.3 Unión. La unión de dos conjuntos difusos \tilde{A} y \tilde{B} con su función de pertenencia respectiva $\mu_{\tilde{A}}$ y $\mu_{\tilde{B}}$ es un conjunto difuso \tilde{C} , escrito como $\tilde{C} = \tilde{A} \cup \tilde{B}$, cuya función de pertenencia es (Zadeh, 1965):

$$\mu_{\tilde{C}} = \text{Max} [\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{B}}] \quad x \in X. \text{ De forma abreviada sería } \mu_{\tilde{C}} = \mu_{\tilde{A}} \cup \mu_{\tilde{B}}$$

La unión conserva la propiedad asociativa, donde $\tilde{A} \cup (\tilde{B} \cup \tilde{C}) = (\tilde{A} \cup \tilde{B}) \cup \tilde{C}$

El resultado de la unión de dos conjuntos difusos es el conjunto difuso más pequeño que contiene las características de \tilde{A} y \tilde{B} .

6.3.4 Intersección. La intersección de dos conjuntos difusos \tilde{A} y \tilde{B} con su función de pertenencia respectiva $\mu_{\tilde{A}}$ y $\mu_{\tilde{B}}$ es un conjunto difuso \tilde{C} , escrito como $\tilde{C} = \tilde{A} \cap \tilde{B}$, cuya función de pertenencia es (Zadeh, 1965):

$$\mu_{\tilde{C}} = \text{Min} [\mu_{\tilde{A}}, \mu_{\tilde{B}}] \quad x \in X. \text{ De forma abreviada sería } \mu_{\tilde{C}} = \mu_{\tilde{A}} \cap \mu_{\tilde{B}}$$

La intersección entre \tilde{A} y \tilde{B} es el conjunto difuso más largo que esta contenido tanto en \tilde{A} como en \tilde{B} .

6.4 FORMAS DE NÚMEROS DIFUSOS

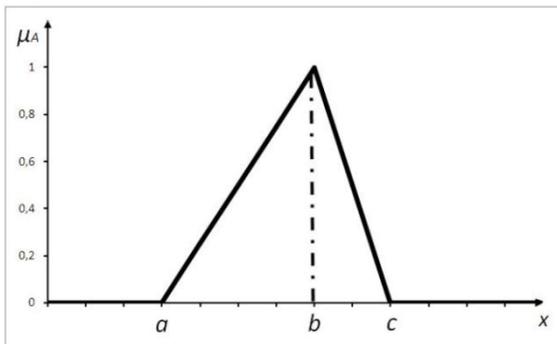
En varias aplicaciones de problemas de la vida real, la función de pertenencia que representa a un número difuso toman diferentes formas, dentro de las cuales las mas comunes y utilizadas son la forma triangular o trapezoidal. Estas dos formas de números difusos pueden estar definidas por tres o cuatro parámetros y que el grado de pertenencia de cualquier componente en el universo de discurso U , puede ser rápidamente calculado (Arango, 2009).

6.4.1 Número triangular difuso. Si \tilde{A} es un número difuso, entonces se considera que es triangular si su convexidad es lineal a tramos. Con la finalidad de simplificar las operaciones con los números difusos, generalmente se simplifica su notación, de manera lineal (Correa, 2004). Un número difuso triangular asimétrico

se denota con tres valores $\tilde{A} = \langle a, b, c \rangle$ por medio de la siguiente función de pertenencia (Arango et al., 2009):

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ \frac{c-x}{c-b} & b \leq x \leq c \\ 0 & x > c \end{cases} \quad \mu_A(x; a, b, c) = \max \left\{ \min \left\{ \frac{x-a}{b-a}, \frac{c-x}{c-b} \right\}, 0 \right\}$$

Figura 6.3. Representación gráfica de un número difuso triangular



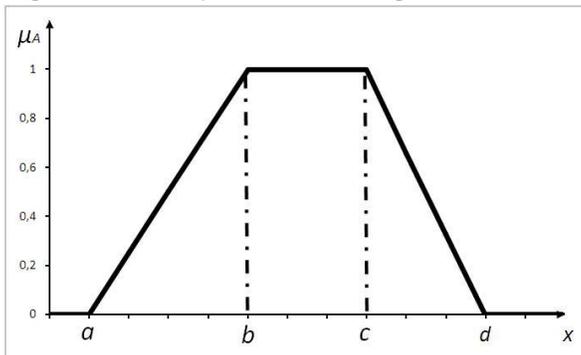
Los números difusos triangulares son ampliamente utilizados en la modelización difusa debido a que pueden ser representados sin dificultad y manipulados usando métodos simples (Arango et al., 2009).

6.4.2 Número trapezoidal difuso. Una extensión de la representación de los números difusos, puede realizarse tomando funciones de pertenencia trapezoidales. Se obtiene así un número difuso trapezoidal, como se denota a continuación: $\tilde{B} = \langle a, b, c, d \rangle$. Aunque este tipo de números pueden abarcar una gran componente de incertidumbre, requieren tratamientos matemáticos de orden más complejo que el de los números triangulares (Correa, 2004).

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 0 & x < a \\ \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ 1 & b \leq x \leq c \\ \frac{d-x}{d-c} & c \leq x \leq d \\ 0 & x > d \end{cases}$$

$$\mu_A(x; a, b, c, d) = \max \left\{ \min \left\{ \frac{x-a}{b-a}, 1, \frac{d-x}{d-c} \right\}, 0 \right\}$$

Figura 6.4. Representación gráfica de un número difuso trapezoidal



6.4.3 Otras formas de números difusos. Dentro de la amplia cantidad de formas con las cuales se pueden expresar los números difusos, se puede mencionar adicional a la forma triangular y trapezoidal otras formas como:

- Gaussiana
- Generalizada de Bell
- Sigmoidal
- Función S
- Función Gamma

6.5 OPERACIONES ARITMÉTICAS CON NÚMEROS DIFUSOS

Las operaciones algebraicas con datos inciertos difieren de las que tienen lugar con datos concretos – nítidos o también llamados Crisp. A continuación en la Tabla 6.1 se muestran las operaciones de suma, resta, producto y cociente entre dos conjuntos difusos \tilde{A} y \tilde{B} en el caso de tomar forma de intervalo, forma triangular y forma trapezoidal.

Tabla 6.1. Operaciones aritméticas con números difusos

FORMA	Intervalo	Triangular	Trapezoidal
		$\tilde{A} = [a_1, a_2]$ $\tilde{B} = [b_1, b_2]$	$\tilde{A} = [a_1, a_2, a_3]$ $\tilde{B} = [b_1, b_2, b_3]$
SUMA	$[a_1 + b_1, a_2 + b_2]$	$[a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3]$	$[a_1 + b_1, a_2 + b_2, a_3 + b_3, a_4 + b_4]$
RESTA	$[a_1 - b_2, a_2 - b_1]$	$[a_1 - b_3, a_2 - b_2, a_3 - b_1]$	$[a_1 - b_4, a_2 - b_3, a_3 - b_2, a_4 - b_1]$
PRODUCTO	$[a_1 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2]$	$[a_1 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2, a_3 \cdot b_3]$	$[a_1 \cdot b_1, a_2 \cdot b_2, a_3 \cdot b_3, a_4 \cdot b_4]$
COCIENTE	$[a_1 \div b_2, a_2 \div b_1]$	$[a_1 \div b_3, a_2 \div b_2, a_3 \div b_1]$	$[a_1 \div b_4, a_2 \div b_3, a_3 \div b_2, a_4 \div b_1]$

7. PROGRAMACIÓN LINEAL DIFUSA

Cuando se realiza la modelación matemática en el sector industrial por medio de optimización, debido a la cantidad de parámetros y restricciones, en muchos casos no es posible encontrar una solución factible. Debido a esto es pertinente la propuesta de una metodología de optimización flexible u optimización con restricciones difusas que permite dar solución a dichos problemas a través de la flexibilización de las restricciones (López et al, 2008).

Para solucionar un sistema MRP se suele recurrir a la investigación de operaciones, donde se busca optimizar una función objetivo $f(x)$ ya sea maximizando o minimizando dicha función de forma tal que las variables de decisión que la conforman sean conocidas y cumplan con una serie de limitaciones o restricciones. Para el caso de un sistema MRP la función objetivo en la mayoría de los casos buscar minimizar costos ya sea de almacenamiento, preparación y lanzamiento de pedidos, de producción, de capacidad de fabricación, entre otros.

La aplicación de conjuntos difusos en la toma de decisiones y más específicamente en la programación matemática, consiste principalmente en transformar las teorías clásicas en modelos difusos equivalentes. Los problemas de Programación Lineal buscan encontrar valores máximos o mínimos de una función lineal representada sujeta a unas limitaciones representadas por desigualdades o ecuaciones lineales. En muchas situaciones prácticas en un problema de programación lineal típico, como los utilizados para modelar sistemas MRP, no es razonable exigir que la función objetivo o las restricciones se especifiquen de forma precisa; en tales situaciones, es conveniente utilizar algún tipo de programación lineal difusa (Arango 2010).

Se podría pensar que el solo manejar intervalos de incertidumbre para variables inciertas puede ser una solución a los problemas de programación lineal de sistemas MRP, sin embargo hay que mencionar que los intervalos de incertidumbre solo expresan intervalos de tolerancia donde la variable incierta no puede exceder los límites dados, pero esto no aclara acerca de las probabilidades que tenga la variable de tomar valores dentro de este intervalo. La lógica difusa permite proporcionarle a cada valor x de este intervalo un cierto nivel de confianza o nivel de posibilidad de ocurrencia, conocido como grado de pertenencia (Arango et al. 2009). La forma como se distribuyen las posibilidades de ocurrencia dentro

de un rango determinado lo especifica la forma que tome el conjunto difuso (triangular, trapezoidal, entre otras) que representa a la variable con incertidumbre. Arango et al. (2009) proponen que es pertinente y necesario hacer una diferencia entre dos tipos de incertidumbres que pueden presentarse en problemas de programación lineal difusa. El primer tipo es la incertidumbre ambiental, y el segundo tipo es la incertidumbre sistémica.

La incertidumbre ambiental o externa se refiere a la incertidumbre que no tiene que ver con los procesos de producción en sí, y que dependen de varios factores externos al sistema de producción. Como ejemplo se puede citar la incertidumbre en la demanda, incertidumbre en los tiempos de suministros, entre otras (Arango et al. 2009).

La incertidumbre sistémica o interna se refiere a la incertidumbre propia de los procesos productivos, tales como incertidumbre en el rendimiento de operaciones, incertidumbre en los tiempos de entrega de producción, incertidumbre en la calidad del producto, fallas en los sistemas de producción, cambios en la estructura de producción, disponibilidad de inventario y de capacidad de producción (Arango et al. 2009).

Respecto a esto, Mula et al. (2007) aclara que es necesario distinguir entre la falta de claridad o flexibilidad en las restricciones y metas y la falta de conocimiento de los datos. La flexibilidad se modela con las restricciones difusas (lado derecho), mientras que la incertidumbre sistémica es modelada por coeficientes difusos a través de la programación posibilista.

De acuerdo a una investigación realizada por Mula et al. (2007), autores como Kacprzyk y Orlovsky (1987), Delgado et al. (1994), Rommelfanger (1996) y Zimmermann (2000) muestran algunas posibilidades de cómo la teoría de conjuntos difusos se pueden acomodar dentro de la programación lineal.

Igualmente otros autores como Nakamura (1984), Delgado et al. (1989), Lodwick (1990), Guang-Yuan y Zhong (1993), Fang et al. (1999), Rommenlfanger et al. (1999), Ebrahimnejad (2011) y Kumar et al. (2011) igualmente trabajan la teoría de conjuntos difusos dentro de la programación lineal, realizando propuestas de mejoramiento y adaptaciones según condiciones en donde se presenten valores difusos en el problema de programación tales como restricciones, coeficientes y metas.

Respecto a los modelos de lógica difusa aplicados a la manufactura se presenta la Tabla 7.1, la cual recopila información de Arango et al (2010), donde se exponen modelos que se basan en la interacción del ejecutor y del analista para la toma de decisiones que buscan dar una solución satisfactoria al problema.

Tabla 7.1. Modelos de lógica difusa aplicados a la manufactura.

Autores	Modelo
Petrovic et al (2008)	Identifica el nivel de existencias y las cantidades a ordenar en una cadena de suministro analizando dos fuentes de incertidumbre: la demanda de los clientes y el abastecimiento externo de materias primas; este modelo busca la reducción de costos en los procesos de fabricación y en general en la cadena de suministros.
Arango et al (2008)	Aplica el concepto difuso para decidir sobre la destinación de recursos en estrategias de ventas o de compras cuyos resultados son difusos.
Tsujiyama y Gen (1992)	Modelo de programación matemática difusa para la planificación agregada con múltiples objetivos.
Lee et al (1991)	Introduce la aplicación de la teoría de los conjuntos difusos en un sistema MRP de una única etapa.
Mula et al (2004). Mula et al (2006a)	Proporciona un nuevo modulo de programación lineal, denominado MRPDet, para la Planificación de la Producción a medio plazo en un entorno de fabricación MRP con restricciones de capacidad. multi-producto, multi-nivel y multi-período.
Chang y Liao (2006)	Presentan un nuevo enfoque mediante la combinación de mapas auto organizativos y reglas difusas para la predicción del tiempo de flujo en una fábrica de semiconductores.
Kahraman et al. (2006)	Modelos difusos basados en valores presente difusos para medir la flexibilidad de fabricación. Son modelos de decisión de ingeniería económica en los que la incertidumbre de los flujos de efectivo y las tasas de descuento se especifican como números difusos triangulares.
Hasuike e Ishii (2008)	Estudian varios modelos de problemas de decisión de mezcla de productos y problemas de planeación de la producción en condiciones de incertidumbre.

Basado en Arango et al (2010).

La programación matemática difusa se puede clasificar en dos clases: Programación Flexible cuando hay flexibilidad en las metas de la función objetivo y restricciones; y Programación Probabilística cuando hay incertidumbre en los coeficientes de la función objetivo y en los coeficientes de la matriz de restricciones. En los modelos de Programación Flexible, las metas difusas de la función objetivo y las restricciones difusas generalmente son determinadas en forma subjetiva (Torabi, 2007).

Klir (1995) aclara que la definición de los problemas de programación lineal difusa no es única ya que se pueden hacer enfoques desde la lógica difusa en muchos aspectos tales, de forma tal que se dan valores difusos a las desigualdades, a las metas, a los coeficientes de la función objetivo y a los coeficientes de la matriz de restricciones.

Los problemas de programación lineal difusa se trabajan a través de modelos, los cuales buscan convertir el problema original en un modelo de optimización paramétrica (López et al, 2008).

7.1 REPRESENTACIÓN DE UN PROBLEMA DE OPTIMIZACIÓN CON PROGRAMACIÓN LINEAL

Todo modelo de optimización lineal se puede escribir de la forma (López et al, 2008):

$$\begin{aligned} \max \quad & z(x) = \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ \text{Sujeto a:} \\ & \sum_{i=1}^n a_{ji} x_i \leq b_j \quad j = 1, \dots, m \\ & x_i \geq 0 \end{aligned}$$

Donde $x = (x_1, \dots, x_n) \in R^n$ son las variables de decisión.

Este modelo puede solucionarse utilizando las técnicas tradicionales para resolver problemas de programación lineal. Sin embargo, para resolver problemas de programación lineales difusos se requiere primero plantear el modelo, luego decidir el comportamiento de los elementos difusos (forma o tipo de número difuso) y luego convertir el modelo en un modelo de optimización paramétrica.

7.2 MODELO CON FUNCIÓN OBJETIVO FLEXIBLE – METAS DIFUSAS

Un modelo de programación lineal difusa con meta difusa es aquel cuyo conjunto meta es difuso, es decir, que admite que el valor de la función objetivo sea ligeramente inferior a la meta mínima cuando se trata de un problema de maximización, y análogamente para el de minimización. El modelo correspondiente se expresa de la siguiente manera (Vergara et al, 2006):

$$\begin{aligned} \tilde{\text{m}}\ddot{\text{a}}\text{x } z(x) &= \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ \text{Sujeto a:} \\ \sum_{i=1}^n a_{ji} x_i &\leq b_j \quad j = 1, \dots, m \\ x_i &\geq 0 \end{aligned}$$

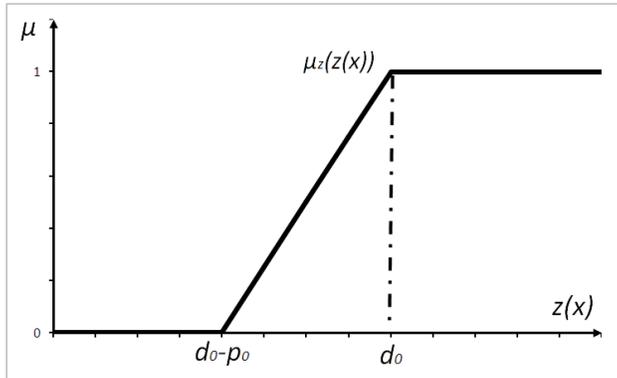
Cuando la función objetivo es flexible o difusa, se supone que existe un valor de aspiración para la función objetivo. Este valor se denota como d_o , por lo cual se espera encontrar un $x^* \in X$ tal que $z(x^*) \geq d_o$. En muchos casos no es posible encontrar un punto factible que satisfaga esta condición, por lo cual se permite que la función objetivo pueda alcanzar valores menores a d_o . Para esto se fija un valor p_o , que representa lo máximo que se puede desfasar del valor de aspiración, que define el grado mínimo de cumplimiento o pertenencia al nivel de aspiración (López, 2008).

Dadas estas consideraciones, cuando $z(x) \leq d_o - p_o$ el grado de cumplimiento es 0, cuando $z(x) \geq d_o$ el grado de cumplimiento es 1, y cuando $d_o - p_o \leq z(x) \leq d_o$ el grado de cumplimiento se encuentra entre 0 y 1 y está dado por $1 - \frac{d_o - z(x)}{p_o}$. Esto

se puede expresar por medio de una función de pertenencia trapezoidal, y expresar de forma difusa la función objetivo o meta del problema de programación lineal.

$$\mu_z(z(x)) = \begin{cases} 1 & \text{si } z(x) \geq d_o \\ 1 - \frac{d_o - z(x)}{p_o} & \text{si } d_o - p_o \leq z(x) \leq d_o \\ 0 & \text{si } z(x) \leq p_o \end{cases}$$

Figura 7.1. Función de pertenencia de la función objetivo difusa.



López (2008).

Este problema es equivalente al siguiente problema de optimización paramétrica (López, 2008):

$$\begin{aligned} & \max \alpha \\ & \text{Sujeto a:} \\ & \sum_{i=1}^n c_i x_i \geq d_o - p_o (1 - \alpha) \\ & x_i \geq 0 \\ & x \in X, \alpha \in [0, 1] \end{aligned}$$

De este sistema se puede deducir a partir del concepto de α -cortes de conjuntos difusos. En dicho problema con función objetivo flexible se considera como solución óptima a (α^*, x^*) .

7.3 MODELO CON RESTRICCIONES DE DESIGUALDAD DIFUSAS O FLEXIBLES

Un modelo de programación lineal difusa en el que sólo los coeficientes del lado derecho de las restricciones (b_j) son números difusos se escribe de la siguiente forma (Klir, 1995):

$$\max z = \sum_{i=1}^n c_i x_i$$

Sujeto a :

$$\sum_{i=1}^n a_{ji} x_i \leq \tilde{b}_j, j = 1, \dots, m$$

$$x_i \geq 0, i \in N_n$$

Cuando las restricciones del tipo \leq son flexibles o difusas, se supone que existe un *valor* máximo permitido con el que se puede desfasar o violar al valor de aspiración (b_j), este valor se denota como d_j .

Estas consideraciones implican que se pueden definir restricciones difusas a través de funciones de pertenencia

$$\mu_j : R^n \rightarrow (0,1]$$

Cuando se alcanza en la restricción el valor de $b_j + d_j$ se alcanza el grado mínimo de cumplimiento o pertenencia al nivel de aspiración de la restricción j . Dadas

estas consideraciones, cuando $\sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \geq b_j + d_j$ el grado de cumplimiento es 0,

cuando $\sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \leq b_j$ el grado de cumplimiento es 1, y cuando $b_j \leq \sum_{i=1}^n a_{ij} x_i \leq b_j + d_j$

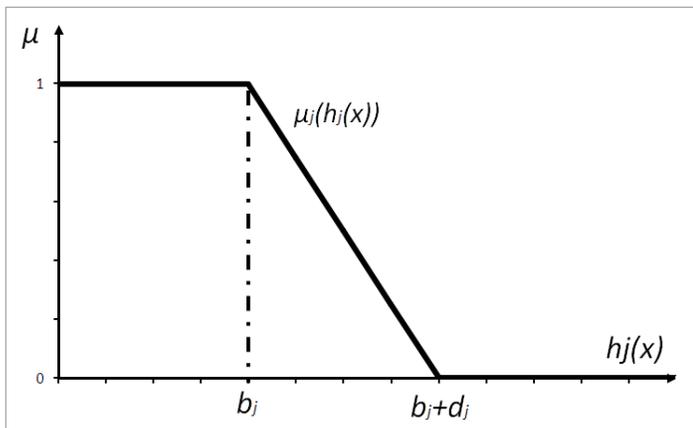
el grado de cumplimiento se encuentra entre 0 y 1 y está dado por $1 - \frac{\sum_{i=1}^n a_{ij} x_i - b_j}{d_j}$.

Esto se puede expresar por medio de una función de pertenencia trapezoidal, y expresar de forma difusa cada una de las j restricciones del problema de programación lineal (Herrera y Verdegay, 1992).

$$h_j(x) = \sum_{i=1}^n a_{ij}x_i$$

$$\mu_j(h_j(x)) = \begin{cases} 1 & \text{si } h_j(x) \leq b_j \\ 1 - \frac{h_j(x) - b_j}{d_j} & \text{si } b_j \leq h_j(x) \leq b_j + d_j \\ 0 & \text{si } h_j(x) > b_j + d_j \end{cases}$$

Figura 7.2. Función de pertenencia de una restricción difusa.



López y Restrepo (2008).

Cuando $\sum_{i=1}^n a_{ij}x_i \leq b_j$, las restricciones se cumplen en forma satisfactoria; por lo tanto, el grado de satisfactibilidad es máximo $\mu_j(h_j(x)) = 1$. Cuando $\sum_{i=1}^n a_{ij}x_i \geq b_j + d_j$ se viola la tolerancia, y por tanto el grado de satisfactibilidad es nulo $\mu_j(h_j(x)) = 0$.

Lo ideal es hallar la solución óptima para $\mu_j(h_j(x))=1$; sin embargo, sería aceptable obtener una solución para algún valor $\mu_j(h_j(x))$ mayor que un α , entendido como un nivel de satisfacción mínimo fijado a priori, de acuerdo con la naturaleza del problema, y, lo que es fundamental, en interacción con el decisor.

Por lo tanto si $\mu_j(h_j(x)) \geq \alpha$ para $0 \leq \alpha \leq 1$ entonces (Vergara et al, 2006):

$$1 - \frac{\sum_{i=1}^n a_{ij}x_i - b_j}{d_j} \geq \alpha \quad \text{ó} \quad \sum_{i=1}^n a_{ij}x_i \leq b_j + (1-\alpha)d_j$$

Luego, este problema de programación lineal con función objetivo flexible es equivalente a (Herrera y Verdegay, 1992):

$$\begin{aligned} \max \quad & z(x) = \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ \text{Sujeto a:} \quad & \\ & \sum_{i=1}^n a_{ji} x_i \leq b_j + d_j(1-\alpha) \quad j = 1, \dots, m \\ & x_i \geq 0 \\ & x \in X, \alpha \in [0, 1] \end{aligned}$$

Para el caso en que las restricciones del problema sean del tipo $\sum_{i=1}^n a_{ji} x_i \geq b_j$, el problema de programación lineal con función objetivo flexible es equivalente a (Torabi et al, 2010):

$$\begin{aligned} \max \quad & z(x) = \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ \text{Sujeto a:} \quad & \\ & \sum_{i=1}^n a_{ji} x_i \geq b_j - d_j(1-\alpha) \quad j = 1, \dots, m \\ & x_i \geq 0 \\ & x \in X, \alpha \in [0, 1] \end{aligned}$$

En el caso en que se consideren funciones de pertenencia triangulares para las desigualdades de la forma $b_j = (b_{j1}, b_{j2}, b_{j3})$, y para el caso en que se presenten

restricciones de tipo \geq y \leq , un modelo paramétrico equivalente puede representarse como se muestra a continuación (Mula et al, 2010):

$$\begin{aligned} \max \quad & z(x) = \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ \text{Sujeto a:} \quad & \\ & \sum_{i=1}^n a_{ji} x_i \geq (1-\alpha)b_{j1} + \alpha b_{j2} \quad j = 1, \dots, k \\ & \sum_{i=1}^n a_{ji} x_i \leq (1-\alpha)b_{j3} + \alpha b_{j2} \quad j = k+1, \dots, m \\ & x_i \geq 0 \\ & x \in X, \alpha \in [0, 1] \end{aligned}$$

Estos sistemas se pueden deducir a partir del concepto de α -cortes de conjuntos difusos. Para este problema α es entonces el grado de cumplimiento de las restricciones o el grado de pertenencia de x al conjunto factible difuso.

El resultado de la solución del problema es un conjunto difuso, y el tomador de decisiones debe decidir cual par (α, z) considera óptimo para obtener una solución concreta ó crisp.

7.4 MODELO CON COEFICIENTES TECNOLÓGICOS DIFUSOS EN LAS RESTRICCIONES

Los problemas de programación lineal difusa en el que los coeficientes de la matriz de restricciones a_{ij} son números difusos. Estos problemas se escriben de la siguiente forma (Arango et al, 2010):

$$\max \quad z \in \tilde{C} \Rightarrow \sum_{i=1}^n c_i x_i$$

Sujeto a :

$$\sum_{i=1}^n \tilde{a}_{ij} x_i \leq b_j, j = 1, \dots, m$$

$$x_i \geq 0, i \in N_n$$

La matriz de coeficientes A_{ij} tiene valores definidos en los intervalos $[a_{ij}, a_{ij} + d_{ij}]$. El conjunto difuso de las j restricciones $\mu_j(x)$ está definido por (Arango et al, 2009):

$$\mu_j(x) = \begin{cases} 1 & a_{ij} + d_{ij} \leq x \\ \frac{x - a_{ij}}{d_{ij}} & a_{ij} \leq x \leq a_{ij} + d_{ij} \\ 0 & x \leq a_{ij} \end{cases}$$

Para determinar el conjunto de valores entre los cuales estaría la función objetivo se calculan los límites inferior z^- y superior z^+ :

$$\max z^+ = \sum_{i=1}^n c_i x_i$$

Sujeto a :

$$\sum_{i=1}^n (a_{ij} + d_{ij}) x_i \leq b_j, j = 1, \dots, m$$

$$x_i \geq 0, i \in N_n$$

$$\max z^- = \sum_{i=1}^n c_i x_i$$

Sujeto a :

$$\sum_{i=1}^n (a_{ij}) x_i \leq b_j, j = 1, \dots, m$$

$$x_i \geq 0, i \in N_n$$

De esta forma, la función objetivo toma valores entre z^- y z^+ a medida que varían los coeficientes tecnológicos entre a_{ij} y $a_{ij} + d_{ij}$.

La función de pertenencia para el conjunto difuso de valores óptimos se define de la siguiente manera:

$$\mu_z(x) = \begin{cases} 1 & cx \leq z^- \\ \frac{z^+ - cx}{z^+ - z^-} & z^- \leq cx \leq z^+ \\ 0 & z^+ \leq cx \end{cases}$$

Con lo cual el modelo puede ser escrito de la siguiente forma (Arango et al, 2010):

$$\begin{aligned} & \text{Max } \lambda \\ & \text{Sujeto a:} \\ & \lambda(z^+ - z^-) + \sum_{i=1}^n c_i x_i \leq z^+ \\ & \sum_{i=1}^n (a_{ij} + d_{ij} - \lambda d_{ij}) x_i \leq b_j \\ & x_i, \lambda \geq 0 \end{aligned}$$

Las restricciones que contienen al producto λd_{ij} son restricciones no lineales, lo cual hace de este modelo un modelo de programación matemática no lineal.

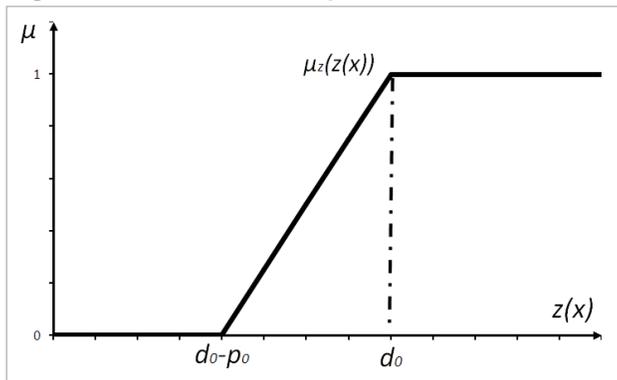
7.5 MODELO CON FUNCIÓN OBJETIVO (METAS) Y RESTRICCIONES (DESIGUALDADES) DIFUSAS O FLEXIBLES

Un modelo de programación lineal difusa con meta difusa y restricciones difusas es aquel que admite que el valor de la función objetivo sea ligeramente inferior a la

meta mínima cuando se trata de un problema de maximización, y análogamente para el de minimización; e igualmente admite que los coeficientes del lado derecho de las restricciones puedan moverse dentro de un rango de tolerancia. El modelo correspondiente se expresa de la siguiente manera (Vergara et al, 2006):

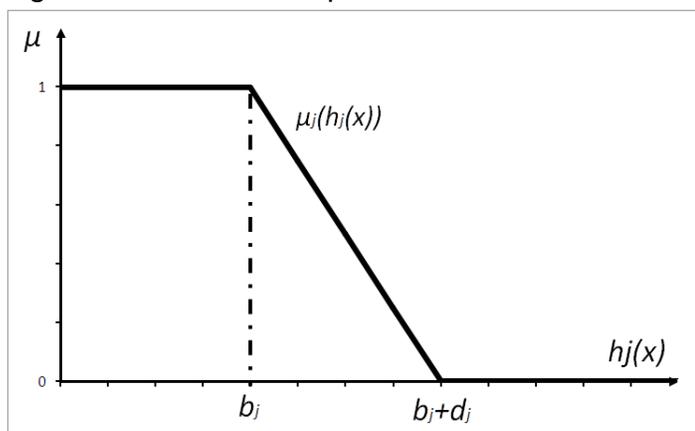
$$\begin{aligned} \text{m}\tilde{\text{a}}\text{x} \quad z(x) &= \sum_{i=1}^n c_i x_i \\ \text{Sujeto a:} \\ \sum_{i=1}^n a_{ji} x_i &\leq \tilde{b}_j \quad j = 1, \dots, m \\ x_i &\geq 0 \end{aligned}$$

Figura 7.3. Función de pertenencia de la función objetivo difusa menor que.



López y Restrepo (2008).

Figura 7.4. Función de pertenencia de una restricción difusa mayor que.



López y Restrepo (2008).

En la Figura 7.3 y Figura 7.4 se presentan las funciones de pertenencia a utilizar para representar la vaguedad o imprecisión en la función objetivo y en las restricciones respectivamente para un problema de programación lineal difuso.

El modelo difuso puede traducirse en un modelo paramétrico de tipo clásico (Vergara et al, 2006):

$$\begin{aligned}
 & \max \alpha \\
 & \text{Sujeto a:} \\
 & \sum_{i=1}^n c_i x_i \geq d_o - p_o(1 - \alpha) \\
 & \sum_{i=1}^n a_{ji} x_i \leq b_j + d_j(1 - \alpha) \quad j = 1, \dots, m \\
 & x_i \geq 0 \\
 & x \in X, \alpha \in [0, 1]
 \end{aligned}$$

Jamalnia et al (2009) propone que los problemas de programación matemática difusa y los problemas con metas difusas se deben resolver primero de forma determinista y luego comparar los valores de la solución con los valores del modelo difuso equivalente.

La principal ventaja de trabajar con números difusos triangulares es la simpleza, propiedades lineales y flexibilidad de las operaciones aritméticas difusas (Packsoy et al, 2010), esto hace que sean las funciones de pertenencia más apropiadas para representar coeficientes difusos (Demilri y Yimer, 2008), y de una manera más fácil poder traducir un problema de programación lineal difuso en uno equivalente paramétrico.

8. DESARROLLO DE MODELOS DE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA DIFUSA PARA LA PLANEACIÓN DE REQUERIMIENTOS DE MATERIALES (MRP)

En este capítulo se procede a desarrollar modelos de programación matemática difusa y sus respectivos modelos equivalentes para ser solucionados por metodologías de programación matemática. Para dichos modelos se toma en cuenta incertidumbre en la disponibilidad de capacidad de fabricación, incertidumbre en la disponibilidad de inventarios y la incertidumbre en los tiempos de entrega. Se realizarán cuatro (4) modelos difusos, tres de los cuales estudian de forma individual cada uno de los parámetros de incertidumbre mencionados y un cuarto que integra dichos parámetros. Posteriormente se realizará la prueba de los modelos con datos reales de una empresa del sector eléctrico colombiano y se compararán los resultados entre los modelos propuestos al igual que con el modelo determinista.

8.1 MODELO DIFUSO PARA LA PLANEACIÓN DE REQUERIMIENTOS DE MATERIALES CON INCERTIDUMBRE EN LA DISPONIBILIDAD DE LA CAPACIDAD DE FABRICACIÓN – MODELO DCF

A continuación se plantea el problema de programación matemática para MRP teniendo en cuenta incertidumbre en la capacidad de fabricación. Se tomará a $\tilde{U}(i,k)$ como un coeficiente tecnológico difuso, el cual representa la fracción del recurso k necesaria para fabricar una unidad del producto i .

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^P \left(H(i) \times E_i \times I_{i,t} + C(i) \times \delta_{i,t} \right) + \sum_{k=1}^K CO(k,t) \times O_{k,t} \right]$$

Sujeto a :

$$E_i \times I_{i,t-1} + x_{i,t-LT(i)} = D(i,t) + \sum_{j=1}^P R(i,j) \times x_{j,t} + E_i \times I_{i,t}$$

$$\sum_{i=1}^P \left(\tilde{U}(i,k) x_{i,t} + S(i,k) \delta_{i,t} \right) \leq 1 + O_{k,t}$$

$$O_{kt} \leq F_{kt}$$

$$\delta_{i,t} LS(i) \leq x_{i,t}$$

$$\delta_{i,t} \in [0,1] \quad x_{i,t} \geq 0, I_{i,t} \geq 0, O_{k,t} \geq 0 \quad \forall i,k,t$$

Este modelo presenta coeficientes tecnológicos difusos al lado izquierdo de las restricciones de capacidad de los recursos del modelo. Estas restricciones se presentan en forma de desigualdades que toman la forma $\sum_{i=1}^n \tilde{a}_{ij} x_i \leq b_j, j = 1, \dots, m$.

Para estos casos se supone que los coeficientes $U(i,k)$ tienen valores definidos en los intervalos $[U(i,k), U(i,k) + d_{i,k}]$, donde $d_{i,k}$ es el valor máximo permitido con el que se puede desfasar la fracción del recurso K necesario para fabricar una unidad del producto i.

Para solucionar el problema de manera simétrica, se determina el conjunto de valores entre los cuales estaría la función objetivo, por lo que se calculan los límites inferior z^- con $U(i,k)$ y superior z^+ con $U(i,k) + d_{i,k}$ como se muestra a continuación:

$$\text{Min } Z^+ = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^P \left(U(i,k) \times E_i \times I_{i,t} + C(i) \times \delta_{i,t} \right) + \sum_{k=1}^K CO(k,t) \times O_{k,t} \right]$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^P \left(U(i,k) + d_{i,k} \right) x_{i,t} + S(i,k) \delta_{i,t} \leq 1 + O_{k,t}$$

Demás restricciones

$$\text{Min } Z^- = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^P \left(U(i,k) \times E_i \times I_{i,t} + C(i) \times \delta_{i,t} \right) + \sum_{k=1}^K CO(k,t) \times O_{k,t} \right]$$

Sujeto a:

$$\sum_{i=1}^P \left(U(i,k) x_{i,t} + S(i,k) \delta_{i,t} \right) \geq 1 + O_{k,t}$$

Demás restricciones

Este modelo se puede solucionar el problema de forma no simétrica en donde el tomador de decisión decide qué nivel de satisfacción λ requiere para poder solucionar el modelo. λ representa el grado con el cual se satisfacen las

restricciones de necesidad de capacidad de producción, por lo cual cuando $\lambda = 1$ se están satisfaciendo completamente las restricciones del modelo, cuando $\lambda = 0$ no se está satisfaciendo las restricciones del modelo, y cuando $0 \leq \lambda \leq 1$ se están satisfaciendo las restricciones en cierto grado (λ). Por lo tanto el modelo MRP con coeficientes difusos de requerimiento de capacidad de producción se transforma en el siguiente modelo, el cual se denomina Modelo DCF:

Modelo DCF

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^P \left(\mu(i) \times E_i \times I_{i,t} + C(i) \times \delta_{i,t} \right) + \sum_{k=1}^K CO(k,t) \times O_{k,t} \right]$$

Sujeto a:

$$E_i \times I_{i,t-1} + x_{i,t-LT(i)} = D(i,t) + \sum_{j=1}^P R(i,j) \times x_{j,t} + E_i \times I_{i,t}$$

$$\sum_{i=1}^P \left(U(i,k) + d_{i,k} - \lambda d_{i,k} \right) x_{i,t} + S(i,k) \delta_{i,t} \leq 1 + O_{k,t}$$

$$O_{kt} \leq F_{kt}$$

$$\delta_{i,t} LS(i) \leq x_{i,t}$$

$$0 \leq \lambda \leq 1 \quad \delta_{i,t} \in [0,1] \quad x_{i,t} \geq 0, \quad I_{i,t} \geq 0 \quad O_{k,t} \geq 0 \quad \forall i,k,t$$

Esto quiere decir que la solución del problema (z) dependerá del (λ) elegido, y de esta forma se obtiene una solución concreta ó crisp. Cuando $\lambda = 1$ se están satisfaciendo completamente las restricciones del modelo, cuando $\lambda = 0$ no se está satisfaciendo las restricciones del modelo, y cuando $0 \leq \lambda \leq 1$ se están satisfaciendo las restricciones en cierto grado (λ).

8.2 MODELO DIFUSO PARA LA PLANEACIÓN DE REQUERIMIENTOS DE MATERIALES CON INCERTIDUMBRE EN LA DISPONIBILIDAD DE INVENTARIOS – MODELO DDI.

A continuación se plantea el problema de programación matemática para MRP teniendo en cuenta incertidumbre en la disponibilidad de inventarios. Se tomará a $E(i)$ como un coeficiente difuso, el cual representa la exactitud de inventario del producto i . la cual se puede interpretar como la concordancia entre el inventario físico y el inventario teórico en unidades, la cual en casos prácticos se puede calcular con la siguiente fórmula:

$$E(i) = \frac{\text{Unidades Físicas}(i)}{\text{Unidades Teóricas}(i)} .$$

Para un mayor entendimiento y facilitar el tratamiento de este modelo, las restricciones de balance de inventario se pueden agrupar de la siguiente forma:

$$\tilde{E}_i \times (I_{i,t-1} - I_{i,t}) + x_{i,t-LT(i)} - \sum_{j=1}^P R(i, j) \times x_{j,t} = D(i, t)$$

De igual forma, se incluirá ecuaciones de inventario definitivo, $INVDEF_{i,t}$, las cuales expresan cuál es el nivel de inventario real o corregido a tener en cuenta para la función objetivo para un producto i al final de un periodo t , con el fin de totalizar los costos del plan de producción. Esta ecuación expresa que el inventario definitivo es igual al inventario al final del periodo t multiplicado por el factor de exactitud de inventario, debido a que los datos que se obtienen generalmente de inventario final en un periodo son datos de inventario teórico, los cuales al relacionarse con la exactitud de inventario dan como resultado una cifra corregida sobre el inventario real que se tienen a disposición. La formula del inventario definitivo se presenta a continuación:

$$\tilde{E}_i \times I_{i,t} = INVDEF_{i,t}$$

De esta forma, el modelo matemático difuso para MRP con incertidumbre en la disponibilidad de inventario, llamado Modelo DDI se expresa como:

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^P (\tilde{E}_i \times INVDEF_{i,t} + C(i) \times \delta_{i,t}) + \sum_{k=1}^K CO(k, t) \times O_{k,t} \right]$$

Sujeto a :

$$\begin{aligned}
& \tilde{E}_i \times I_{i,t-1} + x_{i,t-LT(i)} - \sum_{j=1}^P R(i,j) \times x_{j,t} - \tilde{E}_i \times I_{i,t} = D(i,t) \\
& \text{INVDEF}_{i,t} = \tilde{E}_i \times I_{i,t} \\
& \sum_{i=1}^P \left(U(i,k) x_{i,t} + S(i,k) \delta_{i,t} \right) \geq 1 + O_{k,t} \\
& O_{kt} \leq F_{kt} \\
& \delta_{i,t} LS(i) \leq x_{i,t} \\
& \delta_{i,t} \in [0,1] \quad x_{i,t} \geq 0, \quad I_{i,t} \geq 0 \quad O_{k,t} \geq 0 \quad \forall i,k,t
\end{aligned}$$

La falta de conocimiento de la exactitud de inventario del producto i se puede definir con un número difuso triangular simétrico $\tilde{E}_i = \langle E_i - a_i, E_i, E_i + a_i \rangle$. Con base en esto, las ecuaciones de balance de inventario y las ecuaciones de inventario definitivo se pueden expresar de la siguiente forma para el modelo matematico difuso (Mula et al, 2007).

Nueva definición de las ecuaciones de balance de inventario

$$\begin{aligned}
& \langle E_i + a_i(1-\lambda) \rangle \times \langle I_{i,t-1} - I_{i,t} \rangle + x_{i,t-\langle T(i)+(1-\lambda)*DES(i) \rangle} - \sum_{j=1}^P R(i,j) \times x_{j,t} \leq D(i,t) \\
& \langle E_i - a_i(1-\lambda) \rangle \times \langle I_{i,t-1} - I_{i,t} \rangle + x_{i,t-\langle T(i)+(1-\lambda)*DES(i) \rangle} - \sum_{j=1}^P R(i,j) \times x_{j,t} \geq D(i,t)
\end{aligned}$$

Nueva definición de las ecuaciones de balance de inventario

$$\begin{aligned}
& \langle E_i + a_i(1-\lambda) \rangle \times I_{i,t} \leq \text{INVDEF}_{i,t} \\
& \langle E_i - a_i(1-\lambda) \rangle \times I_{i,t} \geq \text{INVDEF}_{i,t}
\end{aligned}$$

Con la nueva definición de las ecuaciones de balance de inventario y de inventario definitivo, el modelo matemático equivalente al modelo difuso para MRP con incertidumbre en la disponibilidad de inventario, Modelo DDI, se expresa como:

MODELO DDI

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^P \left(H(i) \times \text{INVDEF}_{i,t} + C(i) \times \delta_{i,t} \right) + \sum_{k=1}^K \text{CO}(k,t) \times O_{k,t} \right]$$

Sujeto a:

$$E_i + a_i(1-\lambda) \times (I_{i,t-1} - I_{i,t}) + x_{i,t} - \alpha^{T(i)+(1-\lambda)*DES(i)} \sum_{j=1}^P R(i,j) \times x_{j,t} \leq D(i,t)$$

$$E_i - a_i(1-\lambda) \times (I_{i,t-1} - I_{i,t}) + x_{i,t} - \alpha^{T(i)+(1-\lambda)*DES(i)} \sum_{j=1}^P R(i,j) \times x_{j,t} \geq D(i,t)$$

$$E_i + a_i(1-\lambda) \times I_{i,t} \leq \text{INVDEF}_{i,t}$$

$$E_i - a_i(1-\lambda) \times I_{i,t} \geq \text{INVDEF}_{i,t}$$

$$\sum_{i=1}^P (U(i,k)x_{i,t} + S(i,k)\delta_{i,t}) \leq 1 + O_{k,t}$$

$$O_{kt} \leq F_{kt}$$

$$\delta_{i,t} LS(i) \leq x_{i,t}$$

$$0 \leq \lambda \leq 1 \quad \delta_{i,t} \in [0,1] \quad x_{i,t} \geq 0, \quad I_{i,t} \geq 0 \quad O_{k,t} \geq 0 \quad \forall i,k,t$$

En dicho problema, se considera como solución óptima a (λ^*, x^*) por lo cual el tomador de decisiones debe decidir cual par (λ, z) considera óptimo para obtener una solución concreta ó crisp. Cuando $\lambda = 1$ se están satisfaciendo completamente las restricciones del modelo, cuando $\lambda = 0$ no se está satisfaciendo las restricciones del modelo, y cuando $0 \leq \lambda \leq 1$ se están satisfaciendo las restricciones en cierto grado (λ).

8.3 MODELO DIFUSO PARA LA PLANEACIÓN DE REQUERIMIENTOS DE MATERIALES CON INCERTIDUMBRE EN LOS TIEMPOS DE ENTREGA – MODELO DTE.

A continuación se plantea el problema de programación matemática para MRP teniendo en cuenta incertidumbre en los tiempos de entrega de los productos $LT(i)$. Se tomará a $\tilde{LT}(i)$ como un parámetro difuso, pero para poder realizar el

tratamiento de incertidumbre del tiempo de entrega primero de debe incluir el siguiente parámetro al modelo:

$DES(i)$: Desfase máximo para el tiempo de suministro mínimo para producir/comprar un lote del producto i

Dado este concepto, se puede decir que el tiempo de suministro de un producto i puede encontrarse dentro del intervalo $[LT(i), LT(i) + DES(i)]$ $i = 1, \dots, P$. Es de aclarar que los valores que puede tomar el tiempo de entrega se encuentran en este intervalo, pero cada valor tiene asociado un grado de posibilidad diferente, siendo de mayor posibilidad el valor $LT(i)$ y de menor posibilidad el valor $LT(i) + DES(i)$.

De esta forma se permite tener mayor flexibilidad a la hora de programar la recepción de materiales, debido a que los proveedores no siempre entregan sus productos en un mismo horizonte de tiempo debido a cuestiones logísticas, de programación, averías, entre otras razones que hacen que el tiempo de entrega se amplíe un poco mas de lo estipulado.

El modelo matemático difuso para MRP con incertidumbre en los tiempos de entrega, llamado Modelo DTE se expresa como:

$$\begin{aligned}
 \text{Min } Z &= \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^P \left(H(i) \times E_i \times I_{i,t} + C(i) \times \delta_{i,t} \right) + \sum_{k=1}^K CO(k,t) \times O_{k,t} \right] \\
 \text{Sujeto a:} \\
 E_i \times I_{i,t-1} + x_{i,t-LT(i)} &= D(i,t) + \sum_{j=1}^P R(i,j) \times x_{j,t} + E_i \times I_{i,t} \\
 \sum_{i=1}^P \left(U(i,k) x_{i,t} + S(i,k) \delta_{i,t} \right) &\geq 1 + O_{k,t} \\
 O_{k,t} &\leq F_{k,t} \\
 \delta_{i,t} LS(i) &\leq x_{i,t} \\
 \delta_{i,t} \in [0,1] \quad x_{i,t} \geq 0, I_{i,t} \geq 0 \quad O_{k,t} \geq 0 \quad \forall i,k,t
 \end{aligned}$$

Luego de esto se puede expresar de forma difusa el problema de programación lineal como se muestra a continuación:

MODELO DTE

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^P \left(H(i) \times E_i \times I_{i,t} + C(i) \times \delta_{i,t} \right) + \sum_{k=1}^K CO(k,t) \times O_{k,t} \right]$$

Sujeto a:

$$E_i \times I_{i,t-1} + x_{i,t-1} \left(T(i) + (1-\lambda) \times DES(i) \right) = D(i,t) + \sum_{j=1}^P R(i,j) \times x_{j,t} + E_i \times I_{i,t}$$

$$\sum_{i=1}^P \left(U(i,k) x_{i,t} + S(i,k) \delta_{i,t} \right) \geq 1 + O_{k,t}$$

$$O_{k,t} \leq F_{kt}$$

$$\delta_{i,t} \times LS(i) \leq x_{i,t}$$

$$0 \leq \lambda \leq 1 \quad \delta_{i,t} \in \{0,1\} \quad x_{i,t} \geq 0, I_{i,t} \geq 0, O_{k,t} \geq 0 \quad \forall i,k,t$$

En dicho problema el tomador de decisiones debe decidir cual par (λ, z) considera óptimo para obtener una solución concreta ó crisp.

8.4 MODELO DIFUSO PARA LA PLANEACIÓN DE REQUERIMIENTOS DE MATERIALES CON INCERTIDUMBRE EN LOS TIEMPOS DE ENTREGA, EN LA DISPONIBILIDAD DE LA CAPACIDAD DE FABRICACIÓN Y EN LA DISPONIBILIDAD DE INVENTARIOS – MODELO DCFDITE.

A continuación se plantea el problema de programación matemática para MRP teniendo en cuenta incertidumbre en la capacidad de fabricación $U(i,k)$, la incertidumbre en la disponibilidad de inventarios expresada como la exactitud de inventarios $E(i)$, y la incertidumbre en los tiempos de entrega de los productos $LT(i)$.

Al integrar estos coeficientes con incertidumbre se puede plantear un modelo matemático difuso para MRP, llamado Modelo DCFDITE como el que se presenta a continuación:

$$\text{Min } Z = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^P \left(H(i) \times INVDEF_{i,t} + C(i) \times \delta_{i,t} \right) + \sum_{k=1}^K CO(k,t) \times O_{k,t} \right]$$

Sujeto a:

$$\tilde{E}_i \times I_{i,t-1} + x_{i,t-L\tilde{T}(i)} - \sum_{j=1}^P R(i, j) \times x_{j,t} - \tilde{E}_i \times I_{i,t} = D(i, t)$$

$$INVDEF_{i,t} = \tilde{E}_i \times I_{i,t}$$

$$\sum_{i=1}^P \left(U(i, k) x_{i,t} + S(i, k) \delta_{i,t} \right) \lesseqgtr 1 + O_{k,t}$$

$$O_{kt} \leq F_{kt}$$

$$\delta_{i,t} LS(i) \leq x_{i,t}$$

$$\delta_{i,t} \in [0, 1] \quad x_{i,t} \geq 0, I_{i,t} \geq 0 \quad O_{k,t} \geq 0 \quad \forall i, k, t$$

Para este modelo los coeficientes $U(i, k)$ tienen valores definidos en los intervalos $[U(i, k), U(i, k) + d_{i,k}]$, donde $d_{i,k}$ es el valor máximo permitido con el que se puede desfasar la fracción del recurso K necesario para fabricar una unidad del producto i. La falta de incertidumbre en la exactitud de inventario del producto i se define con un número difuso triangular simétrico $\tilde{E}_i = [E_i - a_i, E_i, E_i + a_i]$, y los tiempos de entrega se expresan por medio de una función de pertenencia donde existe un valor máximo permitido con el que se puede desfasar o violar al valor de aspiración $LT(i)$, el cual se denota como $DES(i)$.

Teniendo en cuenta estas consideraciones, puede plantearse el siguiente modelo matemático equivalente al modelo difuso para sistemas MRP teniendo en cuenta incertidumbre en los tiempos de entrega, en la disponibilidad de la capacidad de fabricación y en la disponibilidad de inventarios (Modelo DCFDITE).

MODELO DCFDITE

$$Min Z = \sum_{t=1}^T \left[\sum_{i=1}^P \left(H(i) \times INVDEF_{i,t} + C(i) \times \delta_{i,t} \right) + \sum_{k=1}^K CO(k, t) \times O_{k,t} \right]$$

Sujeto a:

$$[E_i + a_i(1-\lambda)] \lesseqgtr [I_{i,t-1} - I_{i,t}] + x_{i,t} - [T(i) + (1-\lambda) \times DES(i)] \sum_{j=1}^P R(i, j) \times x_{j,t} \leq D(i, t)$$

$$[E_i - a_i(1-\lambda)] \lesseqgtr [I_{i,t-1} - I_{i,t}] + x_{i,t} - [T(i) + (1-\lambda) \times DES(i)] \sum_{j=1}^P R(i, j) \times x_{j,t} \geq D(i, t)$$

$$E_i + a_i(1-\lambda) \bar{x} I_{i,t} \leq INVDEF_{i,t}$$

$$E_i - a_i(1-\lambda) \bar{x} I_{i,t} \geq INVDEF_{i,t}$$

$$\sum_{i=1}^P [V(i,k) + d_{i,k} - \lambda d_{i,k}] x_{i,t} + S(i,k) \delta_{i,t} \leq 1 + O_{k,t}$$

$$O_{kt} \leq F_{kt}$$

$$\delta_{i,t} LS(i) \leq x_{i,t}$$

$$0 \leq \lambda \leq 1 \quad \delta_{i,t} \in \mathbb{R} \quad x_{i,t} \geq 0, I_{i,t} \geq 0 \quad O_{k,t} \geq 0 \quad \forall i, k, t$$

En dicho problema el tomador de decisiones debe decidir cual par (λ, z) considera óptimo para obtener una solución concreta ó crisp. Es de recordar que λ representa el grado de satisfacción del tomador de decisions respecto al cumplimiento de las restricciones del problema. Cuando $\lambda=1$ se estan satisfaciendo completamente las restricciones del modelo, cuando $\lambda=0$ no se está satisfaciendo las restricciones del modelo, y cuando $0 \leq \lambda \leq 1$ se están satisfaciendo las restricciones en cierto grado (λ).

9. APLICACIÓN DE LOS MODELOS DE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA DIFUSA PARA MRP EN UNA EMPRESA DEL SECTOR ELÉCTRICO

Para probar los modelos propuestos de MRP en las secciones anteriores, se trabajara con los datos de un plan de producción de una empresa ubicada en el Valle de Aburrá dedicada a brindar bienes conexos al sector del sector eléctrico Colombiano. A continuación se presenta una introducción y contextualización del sector eléctrico en Colombia, al igual que la situación actual de las empresas dedicadas a la fabricación de los bienes conexos para dicho sector.

El sector eléctrico en Colombia ha evolucionado de manera significativa desde los últimos 20 años, siendo hoy en día un sector eficiente y con prácticas de talla mundial. Colombia se caracteriza por ser uno de los principales productores de energías limpias en América Latina, siendo el tercer país en producción de energía obtenida directamente a partir de fuentes hidráulicas (Proexport, 2009). El sector de energía eléctrica, bienes y servicios conexos es una industria que presentó en 2007 ventas de US\$ 8.500 millones. Este sector desempeña un papel dual en la economía colombiana, tanto como servicio público (mercado interno) y como servicio hacia la industria (McKinsey & Company, 2009). Colombia no sólo es un país que demuestra potencialidad en generar energía, también es un país que muestra potencialidad para producir los componentes necesarios para los parques energéticos de energías limpias alternativas como solares y eólicas (Proexport, 2009).

El sector de energía eléctrica, bienes y servicios conexos se encuentra actualmente orientado al mercado local pero con gran vocación e interés de internacionalización, impulsada por las empresas líderes del sector. Superando brechas en fortalecimiento de la industria, recurso humano y promoción, Colombia podría convertirse en un país de clase mundial, gracias a sus ventajas en conocimiento y peración, desarrollo del mercado local y ubicación geográfica. Al cerrar estas brechas, Colombia podría aspirar a generar al menos US\$19 mil millones para el año 2032, impactando su economía de manera sustancial y generando al menos 15 mil empleos. Para lograr esta meta, Colombia debe entre otras cosas establecer mecanismos que fortalezcan a los agentes eléctricos, así como los proveedores de bienes y servicios (McKinsey & Company, 2009).

El sector de la energía eléctrica está compuesto por tres subsectores que son la cadena de valor del sector eléctrico, bienes conexos y servicios conexos (McKinsey & Company, 2009).

Cadena de Valor. La cadena productiva del sector eléctrico se compone de cuatro eslabones (Vera, 2010):

- Generación. Producción de energía a partir de fuentes primarias, conforman el mercado mayorista de energía compitiendo por ofertas de corto plazo en la Bolsa de Energía y por contratos con comercializadores y grandes clientes. Ej: Plantas de Generación. A 31 de diciembre de 2008 , Colombia alcanzó los 8,994 MW, de los cuales el 82.39% está concentrado en cuatro empresas generadoras (Proexport, 2009).
- Transmisión. Transporte de energía a niveles de tensión superiores a 220 kV, y tienen un ingreso regulado. Generalmente se presenta un monopolio natural. Ej: Líneas de alto voltaje, Subestaciones.
- Distribución. Transporte de energía a niveles de tensión inferiores a 220 kV, donde también se presenta un monopolio natural. Redes de media y baja tensión.
- Comercialización. Compra de energía en el mercado mayorista y venta al detal a usuarios y gestión del ciclo comercial de los clientes. Este es el último eslabón que entrega energía eléctrica a los clientes y consumidores finales.

Servicios conexos. Conforman todos los servicios necesarios para garantizar el funcionamiento del sector eléctrico. Entre estos se puede nombrar servicios de diseño, compras y construcción, operación y mantenimiento, administración y auditoría de energía (McKinsey & Company, 2009).

Bienes conexos. Conforman todos los productos materiales necesarios para garantizar el funcionamiento del sector eléctrico. Entre estos se puede nombrar bienes como turbinas, transformadores de distribución, torres y estructuras, cables, tableros de control, aisladores, cables, polos a tierra, transformadores de potencia, entre otros. Los bienes conexos se pueden dividir en tres grupos de productos, dependiendo de su valor agregado en productos de alto valor agregado, bajo valor agregado y partes para nichos tal como lo muestra la Tabla 9.1.

Tabla 9.1. Grupos en los que se dividen los bienes conexos del sector energético.

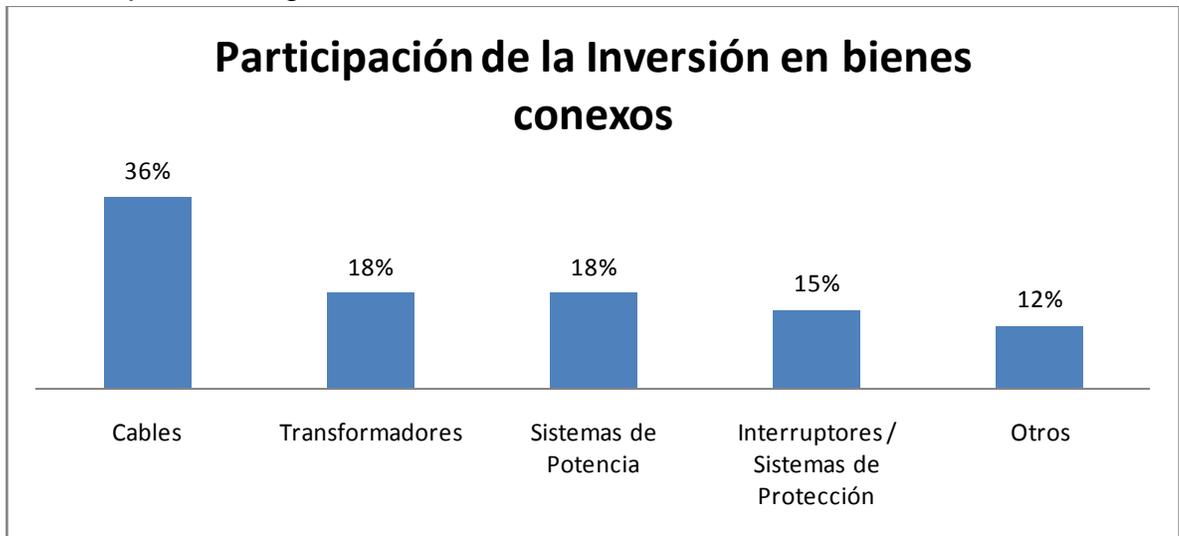
Grupo de Productos	Ejemplos	Factor de Competencia
Alto valor agregado	Generadores y turbinas Transformadores de alto voltaje Cables de Corriente Directa	Valor agregado Precio Servicio / red de distribución Capital I+D+i (Innovación)
Bajo Valor Agregado	Transformadores de media y baja intensidad Cables de media y baja tensión Estructuras metálicas	Precio Calidad Red de distribución
Partes	Elementos de Aislamiento	Precio Calidad Red de distribución Productores de alto valor agregado cuentan con 2 ó 3 proveedores

McKinsey & Company (2009).

Para el año 2007, el total de bienes conexos tuvieron unas ventas US\$1.312 millones, y exportaciones de US\$328 millones. En Colombia, para atender el incremento en la demanda de energía, se requieren inversiones por US\$14 billones en los próximos 20 años repartidos en un 54% para generación, 32% en distribución y 14% en transmisión (McKinsey & Company, 2009).

El mercado del subsector de bienes conexos se encuentra relacionado directamente con las expansiones y reposiciones necesarias del sector eléctrico. En los próximos 20 años, se espera que la inversión en equipos ascienda a US\$8 billones concentrado en diferentes segmentos de equipos de generación, transmisión y distribución de energía. La Figura 9.1 muestra los porcentajes de la inversión necesaria a realizar en diversos bienes conexos para los segmentos de transmisión y distribución de energía (T&D) (McKinsey & Company, 2009).

Figura 9.1. Porcentajes de la inversión necesaria a realizar en diversos bienes conexos para los segmentos de T&D.



McKinsey & Company (2009).

Colombia enfrenta una gran oportunidad que se concentra en la exportación de energía eléctrica y en la realización de inversión extranjera directa en generación, transmisión y distribución con el fin de impulsar las exportaciones y el incremento de la participación en las ventas locales de bienes de bajo valor agregado y partes (Transformadores de media y baja intensidad, cables de media y baja tensión, Estructuras metálicas, Elementos de Aislamiento, entre otros) y servicios especializados (Ingeniería, diseño, montaje, operación de mercados, entre otros) (McKinsey & Company, 2009).

En el 2032 Colombia espera ser reconocida como uno de los líderes en América Latina y con presencia en Estados Unidos generando al menos US\$19 mil millones enfocándose en (McKinsey & Company, 2009):

- Generación, transmisión y distribución de energía eléctrica
- Inversión Extranjera Directa de Salida
- Producción para incrementar ventas en mercado local y mercado de exportación de partes y bienes en nichos especializados

Si se desea alcanzar la visión mencionada para 2032, el sector eléctrico deberá multiplicar su capacidad en 3.7 veces para soportar el crecimiento de la economía, sin embargo, para poder alcanzar esta aspiración Colombia debe superar las siguientes barreras (McKinsey & Company, 2009):

- Falta de recursos humanos capacitados para la I+D+i (Investigación, Desarrollo e Innovación),
- Limitación en capacidad de realizar negocios en el exterior
- La inversión en I+D+i es insuficiente,
- La restricción a recursos de financiación
- Altos costos de manufactura en Colombia, como resultado del bajo volumen de producción de bienes conexos, en una industria intensiva en capital que requiere escala para ser competitivo en precio en el mercado internacional.

Algunas tendencias están marcando el desarrollo de la industria eléctrica a nivel mundial tales como el incremento en eficacia y eficiencia en la operación de los activos de generación, transmisión y distribución por parte de los agentes a través de la tercerización de actividades con compañías que realizan las mismas con mejor calidad o menor costo (McKinsey & Company, 2009).

Con la información anterior, se puede observar que para las empresas de fabricación de bienes conexos para el sector eléctrico existe un panorama alentador para su crecimiento y expansión, pero que requiere respecto a la fabricación disminuir costos e incrementar eficiencias y eficacias. Es por esto que es prudente seleccionar una empresa de dicho sector para realizar un estudio en los planes de producción y observar cómo los modelos de MRP con lógica difusa permiten facilitar la creación de planes de producción más realistas y a un menor costo.

9.1 INFORMACIÓN DE ENTRADA PARA LOS MODELOS MRP

A continuación se presenta la información más relevante para cargar los datos en los modelos MRP propuestos, dentro de la cual se encuentra la estructura básica del producto, demandas del producto final por periodo, costos de mantenimiento de inventario y preparación de pedidos, utilización de centros de trabajo, entre otros.

El producto seleccionado para realizar las pruebas en los modelos de MRP con lógica difusa consta de 73 componentes, incluyendo al producto terminado. Para

efectos del manejo de confidencialidad de la información cada componente se ha nombrado como SKU#, donde # representa el número del componente el cual varía de 1 a 73, siendo SKU1 el producto terminado.

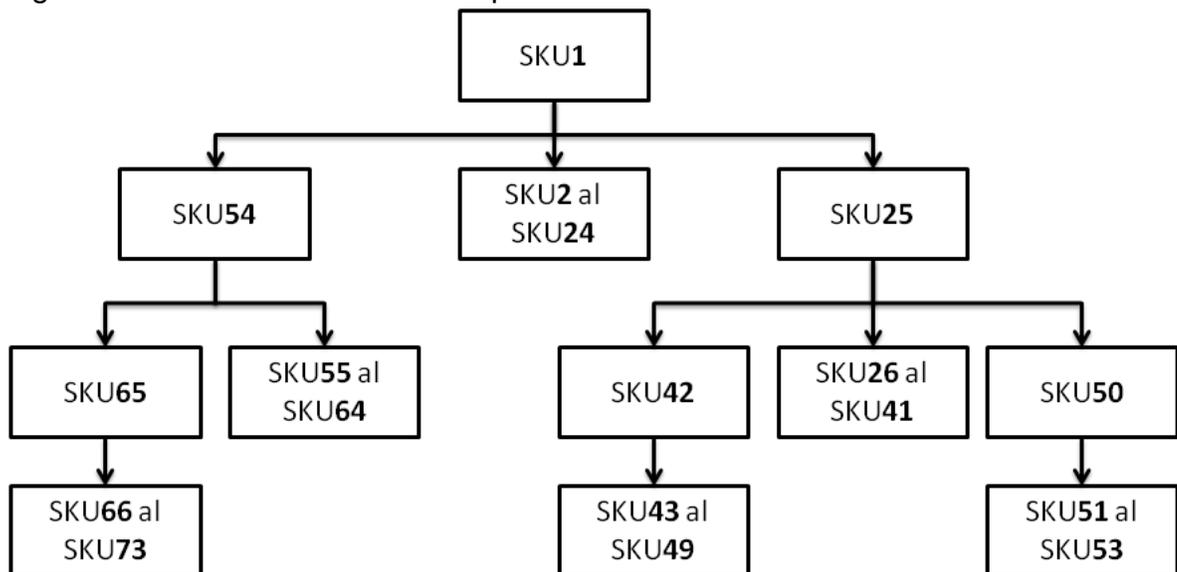
El producto seleccionado debe pasar en total por 6 centros de trabajo, y el horizonte de planeación es de 30 días. El tamaño de la cubeta de tiempo será de un día debido a que se acomoda mas a las necesidades de producción y a los tiempos que se manejan en la empresa de producción de bienes conexos del sector eléctrico.

En resumen se puede decir que el plan de producción a probar en los modelos de MRP consta de:

- Componentes: 73
- Periodos: 30
- Recursos: 6

Las Figura 9.2 presenta un diagrama de árbol del producto resumido o lista de materiales para el producto del sector eléctrico.

Figura 9.2. Lista de materiales del producto del sector eléctrico



De forma complementaria, la Tabla 9.2 presenta la información necesaria de entrada por componente para correr de forma adecuada cada uno de los modelos planteados de MRP, tanto de forma determinista como de forma difusa. Para dicha tabla se presenta a continuación el significado de los títulos de cada columna.

CxP = Cantidad por Padre, factor gozinto. El componente padre se puede ubicar en la Figura 9.2 donde se muestra el árbol de componentes del producto terminado.

U.M = Unidad de Medida, muestra en qué unidades se trabaja cada componente.

TI = Tipo de Item. Muestra si el componente es un producto terminado (PT), una materia prima (MP) ó un subensamble o producto parcial (PP).

Niv = Es el nivel que ocupa el componente en la estructura del producto, el cual comienza a enumerarse desde 0 para el producto terminado.

C.T = Centro de trabajo, configuración de recursos donde se realizan procesos específicos.

L.T = Lead Time o tiempo de entrega de cada componente. Es el tiempo de fabricación o tiempo de compra según el tipo de componente.

L.S = Tamaño de lote mínimo de producción

I.I = Inventario inicial de cada componente para la planeación de producción

E = Exactitud de inventario registrada para cada componente

H = Costo de mantenimiento por unidad por periodo de cada componente

C = Costo de lanzar o realizar un pedido de cada componente

A = Desfase permitido por exceso y defecto en la exactitud de inventarios para cada componente. Se utiliza para el modelo DDI y DCFDITE.

DES = Desfase permitido por exceso para el tiempo de entrega ó lead time de cada componente. Se utiliza para el modelo DTE y DCFDITE.

Tabla 9.2. Información de entrada de cada componente para los modelos MRP

SKU	CxP	U.M	TI	Niv	CT	LT	LS	I.I	E	H	C	A	DES
SKU1	1	UN	PT	0	CT1	4	1	175	0.96	120	5000	0.15	2
SKU2	27	LTS	MP	1	N/A	14	13000	9000	0.99	146	20000	0.15	6
SKU3	2	UN	MP	1	N/A	1	1	660	0.89	3	5000	0.15	1
SKU4	4	UN	MP	1	N/A	1	1	1320	0.86	3	5000	0.15	1
SKU5	2	UN	MP	1	N/A	1	1	660	0.97	3	5000	0.15	1
SKU6	2	UN	MP	1	N/A	1	1	660	0.92	3	5000	0.15	1
SKU7	2	UN	MP	1	N/A	1	1	660	0.98	3	5000	0.15	1
SKU8	1.18	MTS	MP	1	N/A	1	1	300	0.97	5	5000	0.15	1
SKU9	3	UN	MP	1	N/A	5	1	990	0.85	5	15000	0.15	2

SKU10	1	UN	MP	1	N/A	1	1	330	0.91	7	5000	0.15	1
SKU11	2	UN	MP	1	N/A	1	1	660	0.91	7	5000	0.15	1
SKU12	1	UN	MP	1	N/A	1	1	330	0.96	10	5000	0.15	1
SKU13	1	UN	MP	1	N/A	1	1	100	0.87	20	5000	0.15	1
SKU14	1	UN	MP	1	N/A	1	1	800	0.97	15	5000	0.15	1
SKU15	2	UN	MP	1	N/A	1	1	660	0.98	20	5000	0.15	1
SKU16	3	UN	MP	1	N/A	1	1	990	0.93	5	5000	0.15	1
SKU17	2	UN	MP	1	N/A	1	1	650	0.92	5	5000	0.15	1
SKU18	2	PAR	MP	1	N/A	5	1	400	0.97	20	15000	0.15	2
SKU19	2	UN	MP	1	N/A	1	1	380	0.91	3	5000	0.15	1
SKU20	2	UN	MP	1	N/A	1	1	580	0.92	3	5000	0.15	1
SKU21	2	UN	MP	1	N/A	5	1	830	0.95	146	15000	0.15	2
SKU22	1	UN	MP	1	N/A	1	1	350	0.88	8	5000	0.15	1
SKU23	0.001	KG	MP	1	N/A	1	1	50	0.98	9	5000	0.15	1
SKU24	0.002	KG	MP	1	N/A	1	1	20	0.92	15	5000	0.15	1
SKU25	1	UN	PP	2	CT2	3	1	380	0.85	120	5000	0.15	2
SKU26	0.4	KG	MP	3	N/A	1	1	180	0.98	146	5000	0.15	1
SKU27	0.072	KG	MP	3	N/A	1	1	150	0.90	146	5000	0.15	1
SKU28	1	UN	MP	3	N/A	1	1	400	0.94	15	5000	0.15	1
SKU29	2	UN	MP	3	N/A	1	1	400	0.97	15	5000	0.15	1
SKU30	6	UN	MP	3	N/A	1	1	3000	0.87	15	5000	0.15	1
SKU31	2	UN	MP	3	N/A	1	1	1000	0.86	3	5000	0.15	1
SKU32	1	UN	MP	3	N/A	5	1	480	0.90	50	15000	0.15	2
SKU33	0.025	KG	MP	3	N/A	1	1	50	0.85	30	5000	0.15	1
SKU34	0.004	KG	MP	3	N/A	1	1	20	0.88	30	5000	0.15	1
SKU35	2	UN	MP	3	N/A	1	50	1000	0.89	7	5000	0.15	1
SKU36	2	UN	MP	3	N/A	1	1	800	0.98	3	5000	0.15	1
SKU37	2	UN	MP	3	N/A	1	1	900	0.91	10	5000	0.15	1
SKU38	0.1	KG	MP	3	N/A	1	1	50	0.86	10	5000	0.15	1
SKU39	2	UN	MP	3	N/A	1	1	800	0.98	20	5000	0.15	1
SKU40	0.25	MTS	MP	3	N/A	1	1	100	0.93	5	5000	0.15	1
SKU41	2	KG	MP	3	N/A	1	1	750	0.94	146	5000	0.15	1
SKU42	1	UN	PP	3	CT4	1	1	950	0.95	120	5000	0.15	1
SKU43	0.297	KG	MP	4	N/A	13	1	740	0.86	146	20000	0.15	6
SKU44	3	UN	MP	4	N/A	1	1	1400	0.94	15	5000	0.15	0
SKU45	2.61	KG	MP	4	N/A	5	1	1000	0.91	146	20000	0.15	2
SKU46	3.4	KG	MP	4	N/A	5	1	1600	0.87	146	20000	0.15	2
SKU47	0.53	KG	MP	4	N/A	12	1	550	0.96	18	20000	0.15	5
SKU48	0.22	KG	MP	4	N/A	10	1	150	0.91	18	20000	0.15	4
SKU49	0.033	KG	MP	4	N/A	13	1	20	0.97	146	20000	0.15	6

SKU50	1	JUEG	PP	3	CT5	2	1	300	0.88	120	5000	0.15	1
SKU51	2	UN	MP	4	N/A	1	1	495	0.87	10	5000	0.15	1
SKU52	0.1	KG	MP	4	N/A	1	1	150	0.99	10	5000	0.15	1
SKU53	29	KG	MP	4	N/A	15	4000	4500	0.94	146	20000	0.15	6
SKU54	1	UN	PP	1	CT3	3	1	420	0.87	12	5000	0.15	2
SKU55	1	UN	MP	3	N/A	1	30	610	0.98	5	5000	0.15	1
SKU56	1	UN	MP	3	N/A	1	30	500	0.91	5	5000	0.15	1
SKU57	1	UN	MP	3	N/A	1	30	750	0.91	5	5000	0.15	1
SKU58	1	UN	MP	3	N/A	1	30	500	0.88	5	5000	0.15	1
SKU59	2	UN	MP	3	N/A	1	30	800	0.88	5	5000	0.15	1
SKU60	1	UN	MP	3	N/A	1	30	400	0.90	5	5000	0.15	1
SKU61	1	UN	MP	3	N/A	1	30	500	0.95	5	5000	0.15	1
SKU62	1	UN	MP	3	N/A	1	30	450	0.85	5	5000	0.15	1
SKU63	2	UN	MP	3	N/A	1	30	800	0.99	5	5000	0.15	1
SKU64	0.4	KG	MP	3	N/A	5	1	280	0.89	90	15000	0.15	2
SKU65	1	UN	PP	3	CT6	2	1	500	0.96	120	5000	0.15	1
SKU66	0.65	KG	MP	4	N/A	1	1	235	0.86	30	5000	0.15	1
SKU67	2	UN	MP	4	N/A	1	50	890	0.92	7	5000	0.15	1
SKU68	4	UN	MP	4	N/A	1	1	2500	0.85	7	5000	0.15	1
SKU69	0.5	UN	MP	4	N/A	1	1	200	0.89	13	5000	0.15	1
SKU70	0.86	KG	MP	4	N/A	1	400	300	0.99	146	5000	0.15	1
SKU71	2	UN	MP	4	N/A	5	1	850	0.96	20	15000	0.15	2
SKU72	1	PAR	MP	4	N/A	5	1	770	0.85	20	15000	0.15	2
SKU73	12.75	KG	MP	4	N/A	5	1	5000	0.95	146	15000	0.15	2

La Tabla 9.3 muestra la información relacionada a los recursos necesarios por componente. Es de aclarar que no todos los componente requieren utilizar recursos de fabricación, ya que la mayoría son materias primas o componentes comprados. Para dicha tabla se presenta a continuación el significado de los títulos de cada columna.

C.T = Centro de trabajo, configuración de recursos donde se realizan procesos específicos.

U = Fracción necesaria para producir una unidad de cada componente en el recurso asignado.

ADI = Fracción de desfase por exceso necesaria para producir una unidad de cada componente en el recurso asignado. Se utiliza para el modelo DCF y DCFDITE.

Tabla 9.3. Información relacionada con los recursos para los modelos MRP

SKU	CT	U	ADI	S
SKU 1	CT1	0.013	0.0026	0.026
SKU 25	CT2	0.013	0.0026	0.026
SKU 54	CT3	0.008	0.0016	0.016
SKU 42	CT4	0.012	0.0024	0.024
SKU 50	CT5	0.017	0.0034	0.034
SKU 65	CT6	0.011	0.0022	0.022

La Tabla 9.4 muestra la información relacionada a la demanda del producto terminado en cada periodo, al igual que la máxima fracción de cada recurso k que puede adicionarse en cada periodo.

Tabla 9.4. Demanda de producto terminado y fracción máxima adicional para recursos para los modelos MRP

		DIA														
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
DDA	SKU1	5	1	7	12	15	10	11	2	1	14	25	9	32	27	3
F	CT1	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	CT2	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	CT3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	CT4	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	CT5	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	CT6	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4

Tabla 9.4. (Continuación)

		DIA															
		16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28	29	30	
DDA	SKU1	27	18	2	21	18	19	22	5	15	60	15	31	30	17	26	
F	CT1	0.4	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	
	CT2	0.4	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	
	CT3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	
	CT4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	
	CT5	0.4	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	
	CT6	0.4	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	

9.2 METODOLOGÍA PARA EL ANÁLISIS Y EVALUACIÓN DE LOS MODELOS

Para analizar y evaluar los modelos propuestos se utilizarán las siguientes medidas que igualmente fueron utilizadas otros estudios de sistemas MRP difusos (Mula, 2004), (Serna, 2009) y (Arango et al, 2009):

- Costos Totales
- Nivel de Inventario
- Nivel de Servicio
- Eficiencia computacional

Las medidas seleccionadas ayudan a evaluar correctamente el funcionamiento de los diferentes modelos ya que miden aspectos claves como el cumplimiento de la demanda, inversión promedio en activos representada en inventarios, el nivel de inversión total para el plan de producción reflejada en costos totales (no se incluyen costos de materias primas ya que se parte del supuesto que la variación del precio de compra es ageno a las decisiones tomadas en la empresa), y la necesidad de tiempo y de equipos computacionales para obtener resultados ágiles y fáciles de modificar.

9.2.1 Costo total. La función objetivo de los modelos propuestos busca minimizar el costo total del plan de producción, los cuales se generan en todo el horizonte de planeación, los cuales se refieren a costos de almacenamiento, costos de pedido y costos de capacidad extra de los recursos productivos.

9.2.2 Nivel de inventario. La forma de medir este indicador, consistirá en determinar para cada modelo el nivel de inventario medio diario para el producto terminado durante el período de planificación. De igual forma se determinará la suma de inventario para el producto terminado.

9.2.3 Nivel de Servicio. Hace referencia al nivel con el que se satisface la demanda. El nivel de servicio toma un valor entre 0 y 1, y se considera que cuando toma el valor de 1 es porque no existe retraso de la demanda. Para aumentar este indicador, las empresas acuden a los stocks de seguridad con el costo que ello conlleva, por que siempre debe evaluarse el costo beneficio que

implica tener un nivel de servicio alto. Cuando existe retraso de la demanda, el nivel de servicio puede medirse como:

$$N.S = 1 - (\text{Faltantes por Demanda} / \text{Demanda})$$

El nivel de servicio se medirá para el producto final, porque de esta forma se mide más efectivamente el cumplimiento hacia los clientes externos de la empresa, es decir, quienes generan la demanda del producto final.

9.2.4 Complejidad computacional. Mide el esfuerzo computacional necesario para la resolución de cada uno de los modelos, lo cual refleja el número de variables, restricciones, elementos no cero de la matriz de restricciones, y la densidad de la matriz de restricciones. Con este indicador se evaluará el uso de los recursos requeridos durante el cálculo de la solución del modelo a través de un equipo de cómputo.

Se analiza el tiempo que demora en comenzar a ser ejecutado el modelo, el número de iteraciones requeridas y el tiempo total requerido para encontrar la solución final al modelo.

9.3 OBTENCIÓN DE RESULTADOS

Para probar los datos de entrada presentados en la sección 9.1 en los modelos propuestos (DET, DCF, DDI, DTE y DCFDITE) es necesario utilizar un programa de cómputo experto en programación matemática. En el mercado existen varias opciones dentro de las cuales las más tradicionales y utilizadas son GAMS (General Algebraic Modeling System), AMPL (Modeling Language for Mathematical Programming), ILOG (IBM ILOG CPLEX Optimizer), LINGO, LINDO, AIMMS (Mathematical Programming Software for Optimization), entre otros.

Para probar los modelos propuestos se utiliza el programa GAMS, ya que es tanto un lenguaje de modelización como también un programa para resolver problemas de optimización. La ventaja que presenta GAMS, es que junto al módulo de modelización (base) incorpora diferentes solver (algoritmos de resolución de problemas) tanto de programación no lineal, como lineal y entera. Otra de las ventajas es también la capacidad de resolver diferentes versiones de un mismo modelo, tanto como problema no lineal, lineal y entero, y el poder usar diferentes solver. La Tabla 9.5 presenta algunos de los solvers que se pueden utilizar para resolver modelos en GAMS.

Tabla 9.5. Algunos solvers que se pueden utilizar para resolver modelos en GAMS.

Problemas	Solver
NLP (Nonlinear Programming)	CONOPT, MINOS, etc
LP (Linear Programming)	OSL, CPLEX, MINOS, BDMLP, XA, etc
MIP (Mixed Integer Programming)	OSL, ZOOM, CPLEX, XA; etc
MINLP (Mixed integer nonlinear programming)	DICOPT

Casasus et al, (1997).

De igual forma con GAMS se pueden utilizar ficheros de datos que contengan todas las instrucciones y datos necesario del problema a resolver, o también bien se puede recurrir a leer ficheros de datos externos tipo ASCII como ficheros de hojas de calculo (Lotus, Excel, etc.).

A continuación se presentan los resultados obtenidos con cada uno de los modelos. Los resultados a presentar corresponden a costos totales, nivel de inventario, nivel de servicio y eficiencia computacional. (El código de la programación de los modelos DET, DCF, DDI, DTE, DCFDITE se encuentra en el Anexo 1).

9.3.1 Modelo DET. El modelo determinista de MRP propuesto se soluciona a través de programación entera mixta (MIP – Mixed Integer Programming) en GAMS, con lo cual se obtuvo los resultados que se muestran en la Tabla 9.6:

Tabla 9.6. Resultados obtenidos con el modelo DET.

Costo Total	73.297.679
Inventario Promedio (Uds)	236
Suma de Inventario (Uds)	7089
Nivel de Servicio	1,00
Ejecucion (Seg)	10,3
Iteraciones	939.352
Terminación (Min)	16,85
Uso de recursos	1000,2

9.3.2 Modelo DCF. El modelo difuso de MRP con incertidumbre en la capacidad de fabricación propuesto se soluciona a través de programación entera mixta (MIP – Mixed Integer Programming) en GAMS. En este caso se obtienen diferentes resultados de acuerdo con el λ elegido por el tomador de decisiones. Para fines

prácticos, se realizaron pruebas con tomando valores de λ iguales a 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 y 1.0. De acuerdo con esto se obtuvo los resultados que se muestran en la Tabla 9.7.

Tabla 9.7. Resultados obtenidos con el modelo DCF

λ	Costo Total	Inventario Promedio (Uds)	Suma de Inventario (Uds)	Nivel de Servicio	Ejecución (Seg)	Iteraciones	Terminación (Min)	Uso de recursos
0	73.678.148	234	7024	1,00	9,8	799.510	16,85	1000,1
0,1	73.625.202	234	7032	1,00	5,2	2.044.181	16,77	1000,2
0,2	73.571.649	235	7039	1,00	11,5	2.279.568	16,87	1000,2
0,3	73.515.748	235	7047	1,00	8,6	2.744.331	16,82	1000,1
0,4	73.483.632	235	7054	1,00	5,7	915.573	16,78	1000,8
0,5	73.455.320	235	7060	1,00	21,6	2.905.503	17,13	1001,8
0,6	73.425.338	236	7065	1,00	12,9	959.193	16,93	1002,2
0,7	73.394.205	236	7071	1,00	5,6	3.108.151	16,77	1000,1
0,8	73.363.322	236	7077	1,00	8,2	2.839.836	16,80	1000,1
0,9	73.331.645	236	7083	1,00	12,5	1.049.056	16,88	1000,2
1	73.296.870	236	7089	1,00	5,3	980.074	16,77	1000,7

Figura 9.3. Costos totales e inventario final obtenidos con el modelo DCF

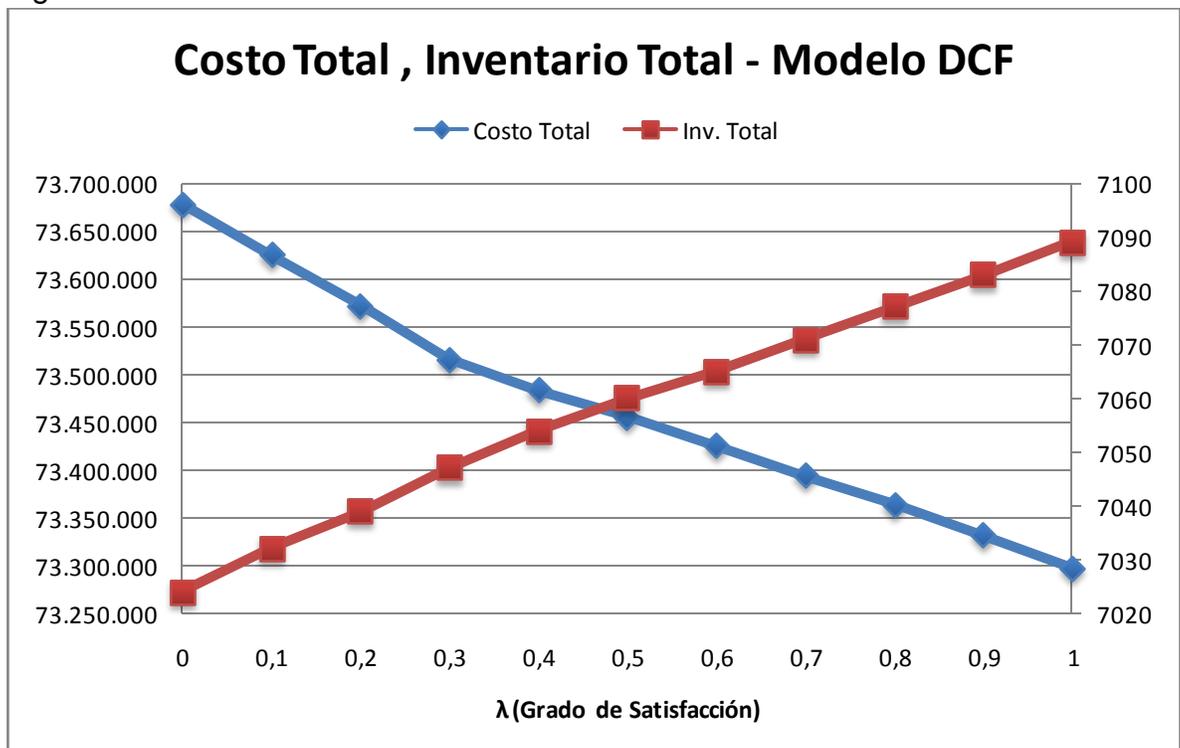
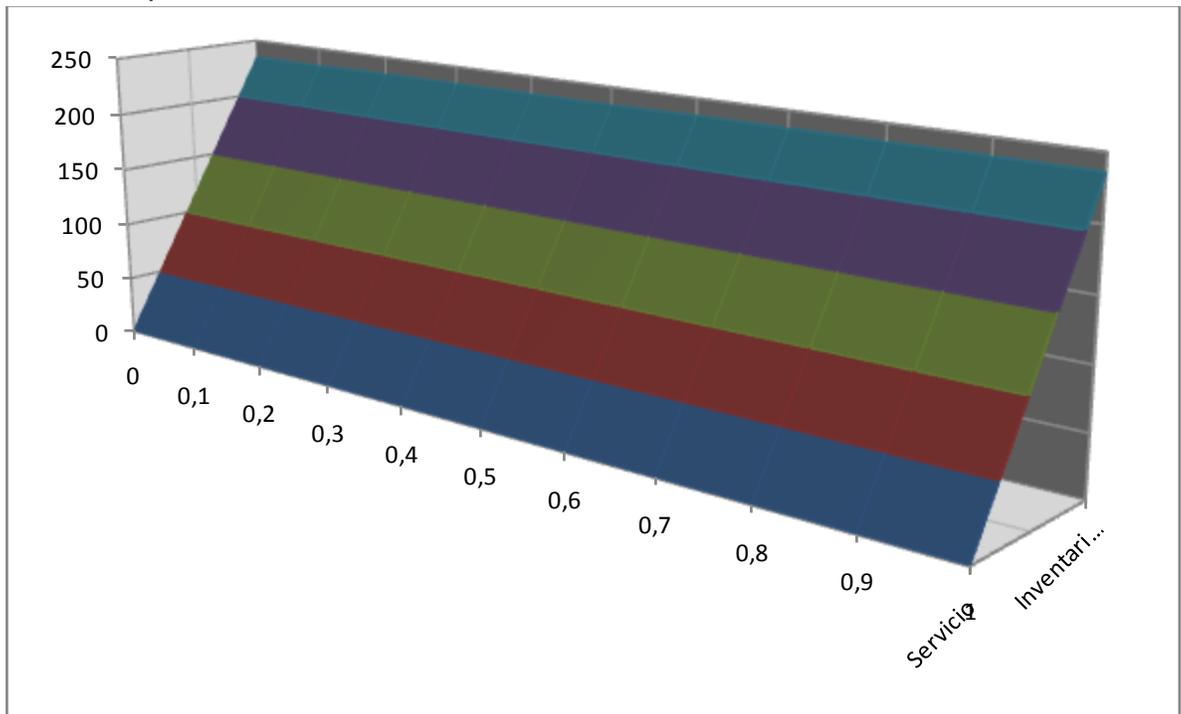


Figura 9.4. Superficie de respuesta del modelo DCF para nivel de servicio e inventario promedio



De estos modelos se puede observar que a medida que disminuye el grado de satisfacción del tomador de decisiones en las restricciones de capacidad va aumentando el costo total del plan de producción. Esto se debe a que cuando λ es menor que 1 se está permitiendo que cada unidad de cada componente utilice más fracción del recurso correspondiente disponible, lo cual hace que se recurra a capacidad extra para realizar el plan de producción por lo cual se elevan los costos totales.

Este modelo presenta un diferencial de costos totales de 381.278 entre la solución de menor costo ($\lambda = 1$) y la solución de mayor costo ($\lambda = 0.1$).

9.3.3 Modelo DDI. El modelo difuso de MRP con incertidumbre en la disponibilidad de inventarios propuesto se soluciona a través de programación entera mixta (MIP – Mixed Integer Programming) en GAMS. En este caso se obtienen diferentes resultados de acuerdo con el λ elegido por el tomador de decisiones. Para fines prácticos, se realizaron pruebas con tomando valores de λ iguales a 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 y 1.0. De acuerdo con esto se obtuvo los resultados que se muestran en la Tabla 9.8.

Tabla 9.8. Resultados obtenidos con el modelo DDI

λ	Costo Total	Inventario Promedio (Uds)	Suma de Inventario (Uds)	Nivel de Servicio	Ejecucion (Seg)	Iteraciones	Terminación (Min)	Uso de recursos
0	66.317.042	139	4021	0,96	4,8	15.526	0,53	18,5
0,1	67.955.166	139	4018	0,97	8,3	11.420	0,38	15,0
0,2	69.598.029	138	4016	0,97	10,3	345.744	16,85	1001,0
0,3	71.238.632	138	4013	0,98	5,0	13.437	0,53	20,1
0,4	72.902.557	138	4010	0,98	7,5	12.043	0,43	19,0
0,5	74.561.349	138	4008	0,99	8,8	27.231	0,92	39,2
0,6	76.230.115	138	4005	0,99	9,5	764.696	16,83	1000,4
0,7	77.899.651	138	4002	1,00	11,5	327.222	16,00	1000,9
0,8	79.572.623	138	3999	1,00	10,6	1.264.426	16,85	1000,5
0,9	81.258.133	138	3996	1,00	11,5	438.581	16,87	1000,9
1	73.294.502	236	7089	1,00	16,2	2.347.216	16,95	1000,2

Este modelo presenta un diferencial de costos totales de 14.941.092 entre la solución de menor costo ($\lambda = 0$) y la solución de mayor costo ($\lambda = 0.9$).

Figura 9.5. Costos totales e inventario final obtenidos con el modelo DDI

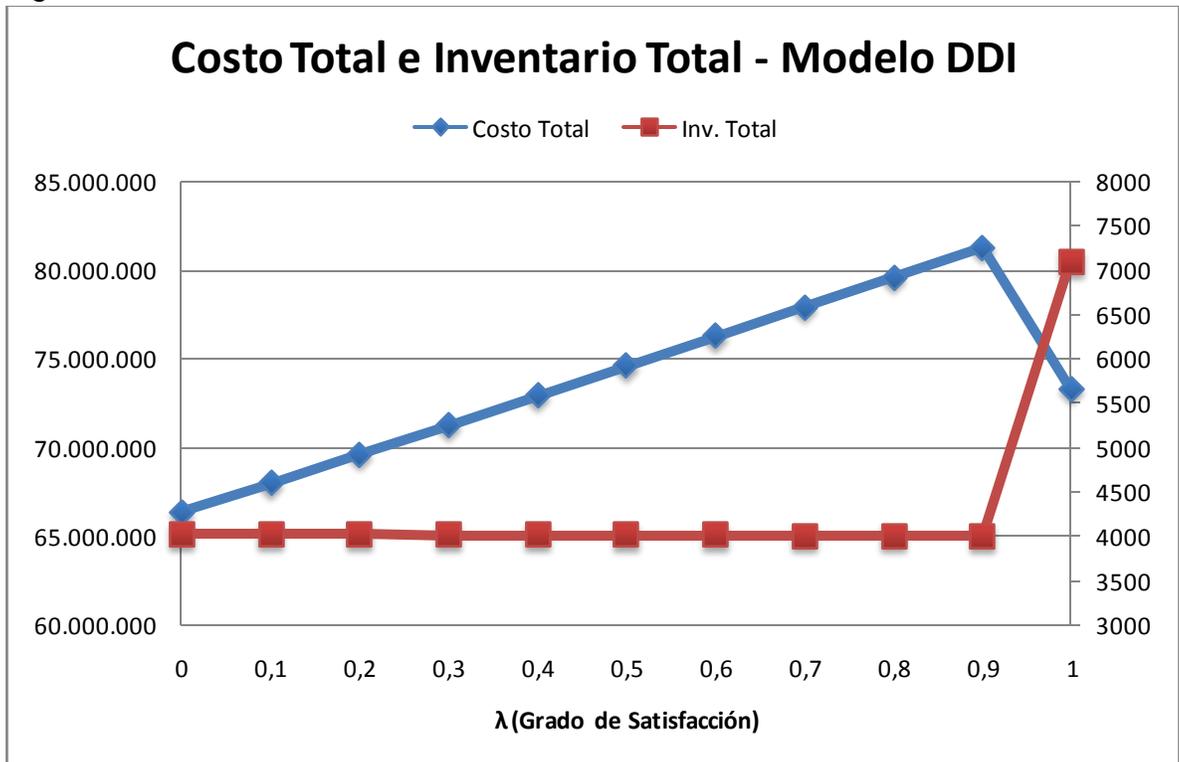
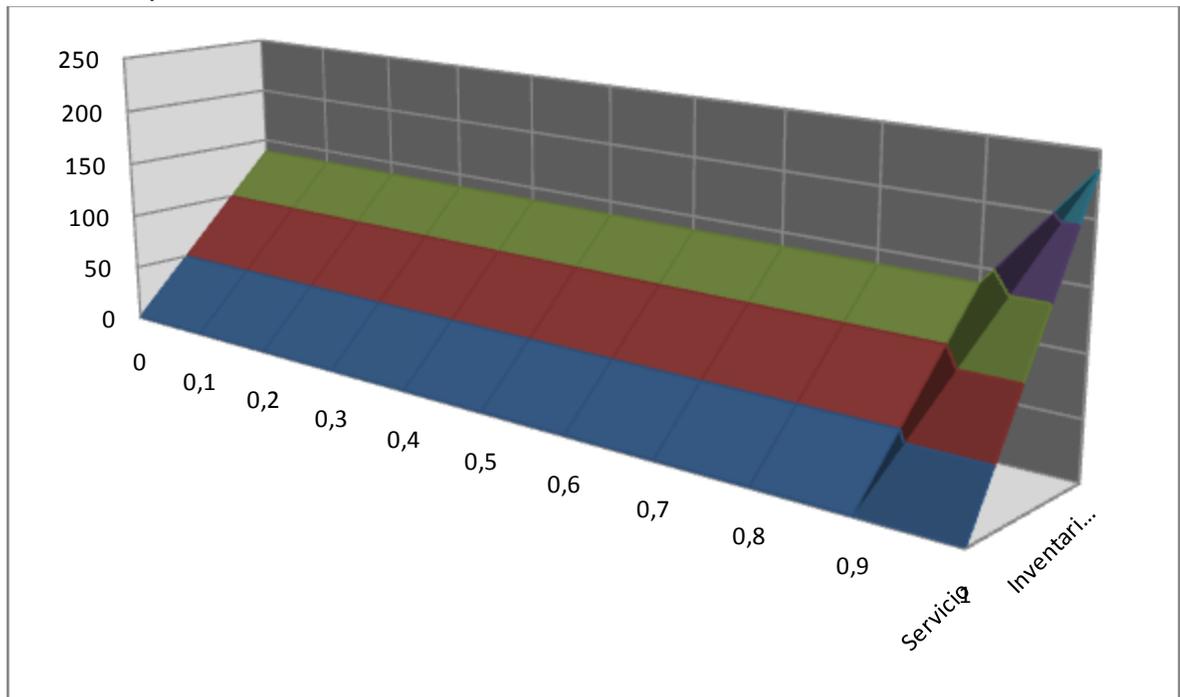


Figura 9.6 Superficie de respuesta del modelo DDI para nivel de servicio e inventario promedio



De estos modelos se puede observar que a medida que disminuye el grado de satisfacción del tomador de decisiones en las restricciones de balance de inventario va disminuyendo el costo total del plan de producción. Esto puede explicarse ya que la exactitud de inventario al tomar valores menores a los estipulados causa que realmente se tenga menos unidades a la mano lo cual repercute en la creación de más pedidos con su costo asociado; igualmente cuando la exactitud de inventario toma valores mayores a lo estipulado esto causa que se tenga en inventario más unidades que las teóricas lo cual produce un un mayor costo de mantenimiento de inventarios. Estos cambios en costos de mantenimiento y pedidos impacta directamente el costo total del plan de producción.

También se puede observar como a medida que reduce el nivel de satisfacción del tomador de decisiones disminuye el nivel de servicio. Este dato es importante para el tomador de decisiones, quien debe tener en cuenta para este modelo que obtener menores costos totales implica una menor satisfacción de restricciones de inventario y un menor nivel de servicio.

9.3.4 Modelo DTE. El modelo difuso de MRP con incertidumbre en los tiempos de entrega propuesto se soluciona a través de programación entera mixta (MIP – Mixed Integer Programming) en GAMS. En este caso se obtienen diferentes resultados de acuerdo con el λ elegido por el tomador de decisiones. Para fines prácticos, se realizaron pruebas con tomando valores de λ iguales a 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 y 1.0. De acuerdo con esto se obtuvo los resultados que se muestran en la Tabla 9.9.

Tabla 9.9. Resultados obtenidos con el modelo DTE

λ	Costo Total	Inventario Promedio (Uds)	Suma de Inventario (Uds)	Nivel de Servicio	Ejecución (Seg)	Iteraciones	Terminación (Min)	Uso de recursos
0	77.032.971	200	6007	1,00	8,3	2.697.035	16,80	1000,1
0,1	77.034.110	200	6007	1,00	10,6	1.120.140	16,85	1000,3
0,2	77.030.613	200	6007	1,00	10,0	2.605.488	16,85	1000,1
0,3	77.030.463	200	6007	1,00	5,1	2.577.649	16,77	1000,2
0,4	77.031.478	200	6007	1,00	8,0	2.500.531	16,80	1000,1
0,5	75.412.366	216	6492	1,00	11,6	1.076.832	16,87	1000,3
0,6	75.412.020	216	6492	1,00	12,5	2.796.167	16,88	1000,2
0,7	75.412.326	216	6492	1,00	5,3	2.859.120	16,77	1000,1
0,8	75.412.337	216	6492	1,00	8,0	2.637.931	16,80	1000,1
0,9	75.412.247	216	6492	1,00	11,6	1.221.208	16,87	1000,2
1	73.296.810	236	7089	1,00	10,3	915.260	16,85	1000,1

De estos modelos se puede observar que a medida que disminuye el grado de satisfacción del tomador de decisiones en las restricciones de balance de inventario (donde se involucra el parámetro de tiempos de entrega) va aumentando el costo total del plan de producción. Esto se debe a que cuando λ es menor que 1 se está permitiendo que los tiempos de entrega sean mayores de lo normalmente estipulado, esto causa que al resolver el problema de MRP se hagan cambiar las frecuencias de pedidos lo cual conlleva a una distinta configuración de número de pedidos y unidades a mantener en inventario en cada uno de los componentes que conforman el producto elegido en la empresa del sector eléctrico colombiano. Estas configuraciones afectan los costos de pedidos y costos de mantenimiento de inventario, lo cual se refleja directamente en el costo total del plan de producción.

Este modelo presenta un diferencial de costos totales de 3.737.300 entre la solución de menor costo ($\lambda = 1$) y la solución de mayor costo ($\lambda = 0.1$).

Figura 9.7. Costos totales e inventario total obtenidos con el modelo DTE

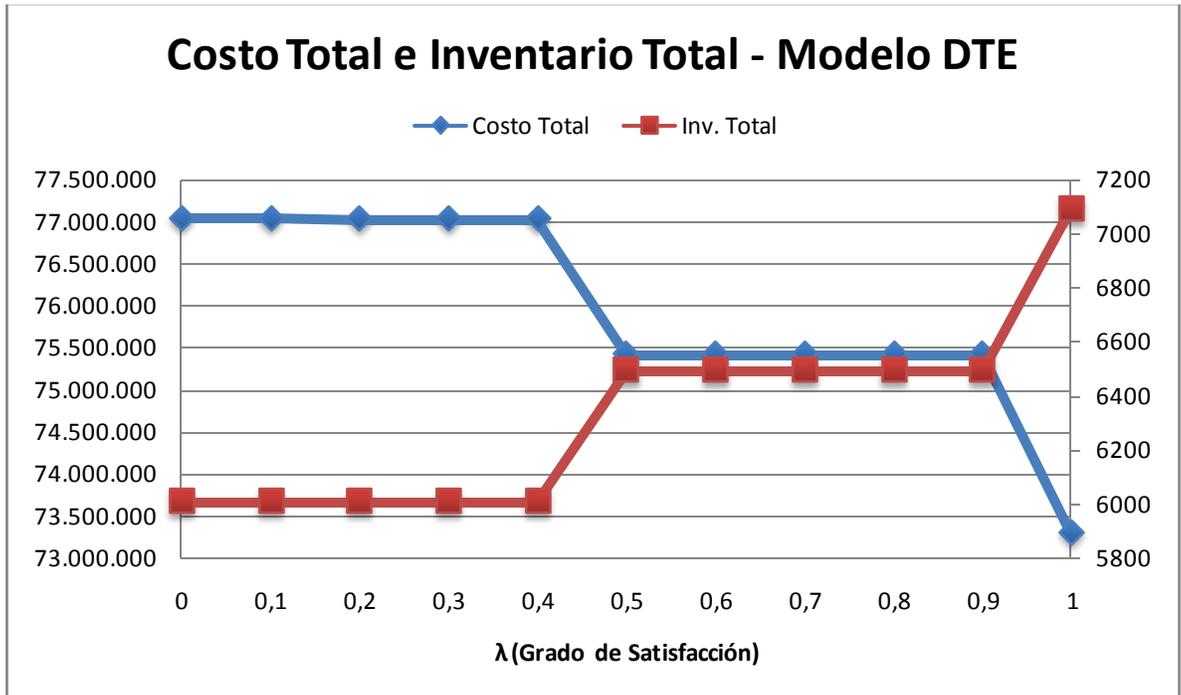
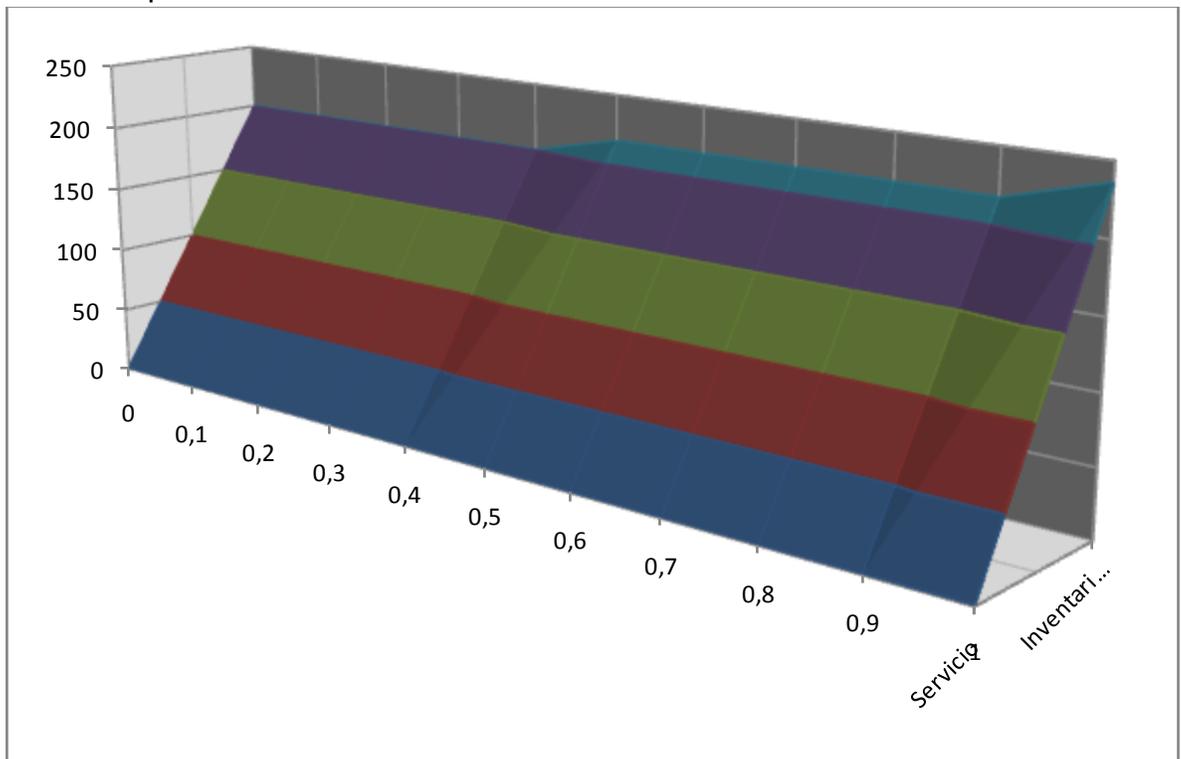


Figura 9.8. Superficie de respuesta del modelo DTE para nivel de servicio e inventario promedio



Para este modelo específico, se observa un salto en los costos totales cuando se pasa de tener un valor $\lambda = 0.4$ a un valor $\lambda = 0.5$. La explicación es que para el modelo matemático difuso, los tiempos de entrega deben ser número enteros, por lo cual a través de GAMS se indica en el código del modelo que los valores de tiempo de entrega calculados como $LT(i) + (1 - \lambda) * DES(i)$ debe dar un entero. El número entero a tomar es el entero próximo mayor. Como ejemplo se muestra en la Tabla 9.10 el cálculo del tiempo de entrega para un producto cuyo tiempo de entrega estipulado es de 5 días, y donde el valor máximo de desfase superior de dicho tiempo de entrega es de 2 días.

Tabla 9.10. Ejemplo de cálculo de tiempo de entrega para el modelo DTE

λ	LT	DES	$LT + (1 - \lambda) * DES$	LT <i>Modelo</i>
0	5	2	7,0	7
0,1	5	2	6,8	7
0,2	5	2	6,6	7
0,3	5	2	6,4	7
0,4	5	2	6,2	7
0,5	5	2	6,0	6
0,6	5	2	5,8	6
0,7	5	2	5,6	6
0,8	5	2	5,4	6
0,9	5	2	5,2	6
1	5	2	5,0	5

En la Tabla 9.10 se observa como para los valores de λ iguales a 0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4 se obtiene un valor de tiempo de entrega de 7 días, para los valores de λ iguales a 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 se obtiene un valor de tiempo de entrega de 6 días. Este efecto sucede con cada uno de los 73 componentes del producto a estudiar por lo cual el comportamiento de los costos totales presentan un salto como el que se evidencia en la Figura 9.7 .

9.3.5 Modelo DCFDITE. El modelo difuso de MRP propuesto con incertidumbre en la capacidad de fabricación, en la disponibilidad de inventarios y en los tiempos de entrega se soluciona a través de programación entera mixta (MIP – Mixed Integer Programming) en GAMS. En este caso se obtienen diferentes resultados de acuerdo con el λ elegido por el tomador de decisiones. Para fines prácticos, se

realizaron pruebas con tomando valores de λ iguales a 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9 y 1.0. De acuerdo con esto se obtuvo los resultados que se muestran en la Tabla 9.11:

Tabla 9.11. Resultados obtenidos con el modelo DCFDITE

λ	Costo Total	Inventario Promedio (Uds)	Suma de Inventario (Uds)	Nivel de Servicio	Ejecucion (Seg)	Iteraciones	Terminación (Min)	Uso de recursos
0	65.491.711	123	3579	0,97	5,3	19.790	0,72	38,0
0,1	67.100.179	123	3571	0,97	7,8	14.244	0,42	17,5
0,2	68.714.638	123	3562	0,98	5,0	19.976	0,55	27,9
0,3	70.341.062	123	3553	0,98	7,5	16.732	0,42	25,8
0,4	71.962.024	122	3544	0,99	5,3	14.399	0,55	19,8
0,5	74.073.108	128	3718	0,99	17,7	15.677	0,67	21,0
0,6	75.725.641	128	3711	1,00	4,9	17.545	0,75	22,0
0,7	77.383.063	128	3703	1,00	8,0	963.660	16,80	1000,3
0,8	79.040.151	127	3695	1,00	5,0	79.556	0,82	87,2
0,9	80.717.204	127	3688	1,00	5,1	194.533	3,48	22,3
1	73.294.750	236	7089	1,00	10,8	2.477.051	16,85	1000,2

De estos modelos se puede observar que a medida que disminuye el grado de satisfacción del tomador de decisiones en las restricciones de balance de inventario (donde se involucra el parámetro de tiempos de entrega y exactitud de inventario) y en las restricciones de capacidad va disminuyendo el costo total del plan de producción. Esto se debe a que cuando λ es menor que 1 se está permitiendo que cada unidad de cada componente utilice una fracción mayor del recurso correspondiente disponible, que se tengan más o menos unidades a la mano de inventario y que los tiempos de entrega sean mayores de lo normalmente estipulado. Todo esto repercute directamente en los costos de capacidad extra, costos de mantenimiento de inventario y costos de realizar pedidos, que son los tres factores de costos que conforman el costo total del plan de producción.

Este modelo presenta un diferencial de costos totales de 15.225.493 entre la solución de menor costo ($\lambda = 0$) y la solución de mayor costo ($\lambda = 9$).

Figura 9.9. Costos totales e inventario total obtenidos con el modelo DCFDITE

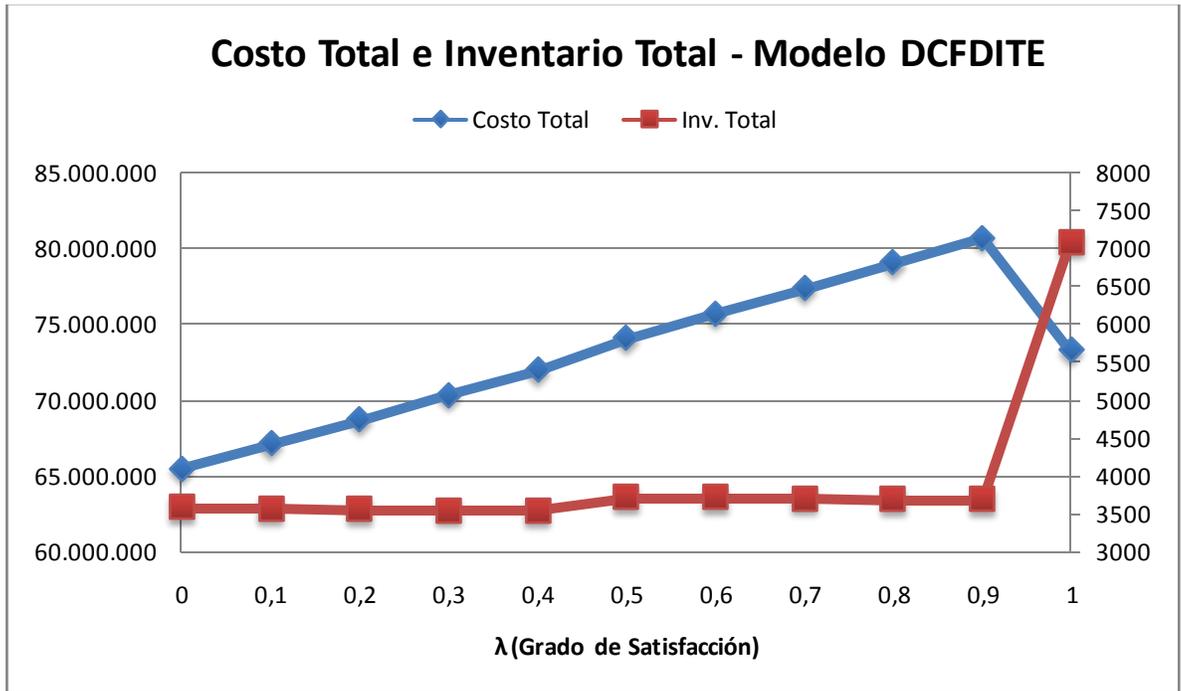
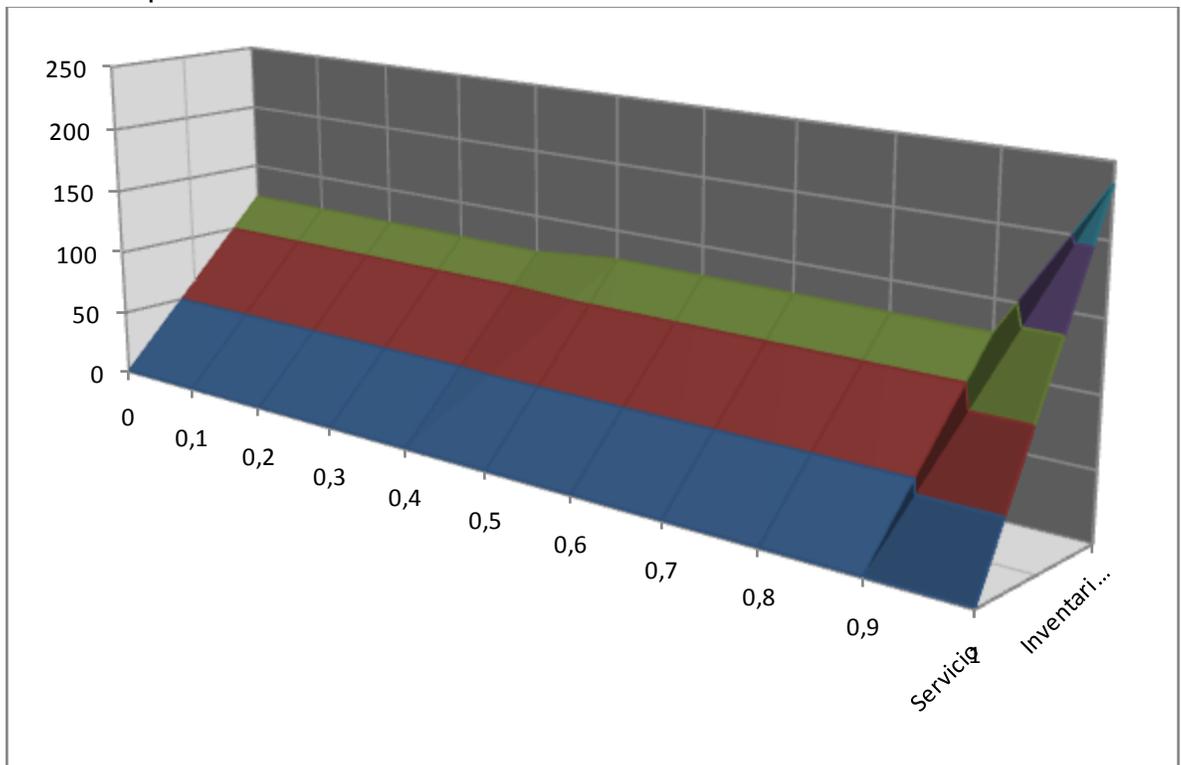


Figura 9.10. Superficie de respuesta del modelo DCFDITE para nivel de servicio e inventario promedio



También se puede observar como a medida que reduce el nivel de satisfacción del tomador de decisiones disminuye el nivel de servicio. Este dato es importante para el tomador de decisiones, quien debe tener en cuenta para este modelo que obtener menores costos totales implica una menor satisfacción de restricciones de inventario y capacidad, y un menor nivel de servicio.

Igualmente, se puede observar que la forma de las gráficas presentadas para el modelo DCFDITE y del modelo DDI son muy similares, por lo cual se puede comentar que el parámetro difuso de disponibilidad de inventario es aquel que tiene más influencia sobre el modelo que incluye incertidumbre en la disponibilidad de capacidad, disponibilidad de inventario y tiempos de entrega.

9.4 ANÁLISIS DE RESULTADOS DE LOS MODELOS

Para realizar el análisis de los resultados obtenidos, se va a comparar las medidas de desempeño elegidas (costos totales, nivel de inventario, nivel de servicio, eficiencia computacional) para cada uno de los modelos estudiados (DET, DCF, DDI, DTE y DCFDITE). Como los modelos DCF, DDI, DTE y DCFDITE toman valores diferentes según el grado de satisfacción que desee tener el tomador de decisiones, para poder comparar los modelos se compararán los resultados obtenidos en cada modelo con un grado de satisfacción de 0.3 (bajo) y 0.7 (alto). De esta forma se compararán 9 modelos que se mencionan a continuación: DET, DCF3, DCF7, DDI3, DDI7, DTE3, DTE7, DCFDITE3, DCFDITE7.

Para cada medida de desempeño se le da un valor de calificación a los modelos, donde el valor de 1 es para el modelo que presenta una mejor cifra respecto a la medida a evaluar.

9.4.1 Costo total. La calificación de los modelos basados en costos totales del plan de producción se presenta en la Tabla 9.12.

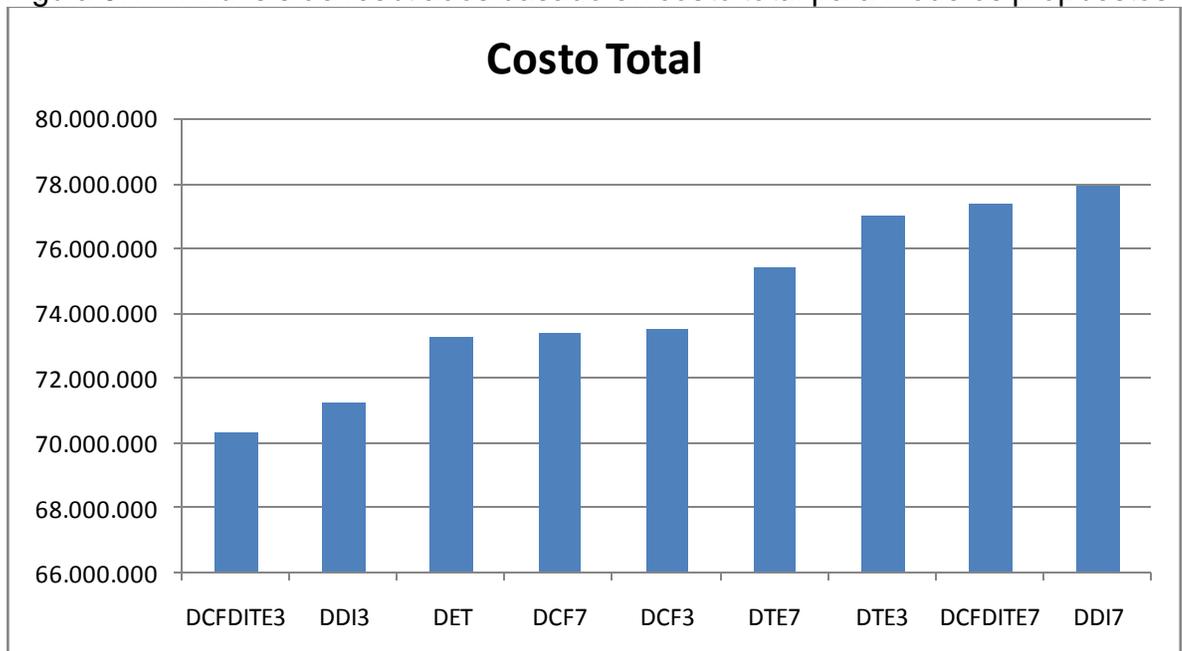
Se puede observar que el modelo que involucra incertidumbre en capacidad de fabricación, disponibilidad de inventario y tiempos de entrega con un grado de satisfacción bajo (DCFDITE3) para el tomador de decisiones es aquel que presenta menores costos totales para el plan de producción. Comparado con el modelo determinista, presenta un ahorro en costos totales igual a 2.956.617.

De forma contraria, el modelo que involucra incertidumbre en la disponibilidad de inventario con un grado de satisfacción alto (DDI7) para el tomador de decisiones es aquel que presenta mayores costos totales para el plan de producción. Comparado con el modelo determinista, presenta un costo adicional en costos totales igual a 4.601.972, y respecto al modelo DCFDITE3 un costo adicional en costos totales igual a 7.558.589.

Tabla 9.12. Análisis de resultados basado en costo total para modelos propuestos

Costo Total		
Puesto	Modelo	Costo Total
1	DCFDITE3	70.341.062
2	DDI3	71.238.632
3	DET	73.297.679
4	DCF7	73.394.205
5	DCF3	73.515.748
6	DTE7	75.412.326
7	DTE3	77.030.463
8	DCFDITE7	77.383.063
9	DDI7	77.899.651

Figura 9.11. Análisis de resultados basado en costo total para modelos propuestos

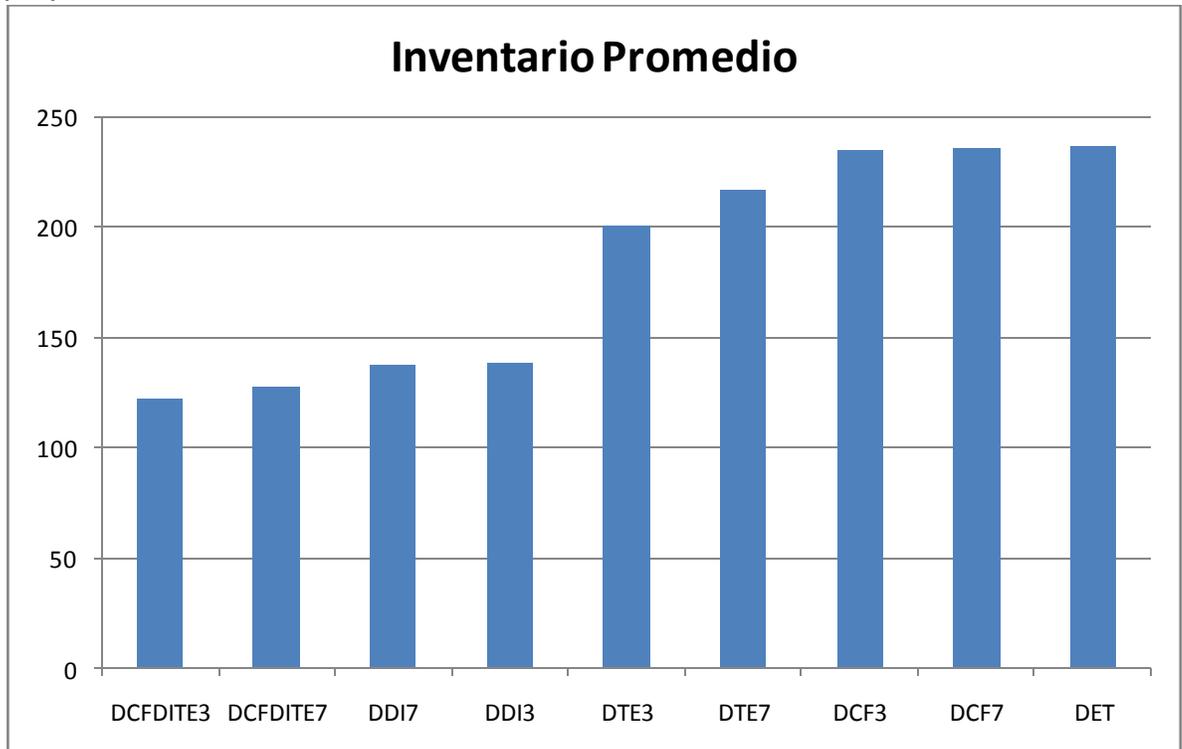


9.4.2 Nivel de inventario. La calificación de los modelos basados en nivel de inventario, medido por inventario promedio diario y suma de inventario a lo largo del horizonte de planeación se presenta en la Tabla 9.13.

Tabla 9.13. Análisis de resultados basado en nivel de inventario para modelos propuestos

Puesto	Modelo	Inventario Promedio
1	DCFDITE3	123
2	DCFDITE7	128
3	DDI7	138
4	DDI3	138
5	DTE3	200
6	DTE7	216
7	DCF3	235
8	DCF7	236
9	DET	236

Figura 9.12. Análisis de resultados basado en nivel de inventario para modelos propuestos



Se puede observar que el modelo que involucra incertidumbre en capacidad de fabricación, disponibilidad de inventario y tiempos de entrega con un grado de satisfacción bajo (DCFDITE3) para el tomador de decisiones es aquel que presenta menores niveles de inventario promedio y menores niveles de inventario totales para plan de producción para el producto final. Este modelo respecto al modelo determinista presenta alrededor de un 52% de reducción de inventario promedio respecto al modelo determinista.

De forma contraria, el modelo determinista (DET) es aquel que presenta mayores niveles de inventario promedio y mayores niveles de inventario totales para plan de producción para el producto final.

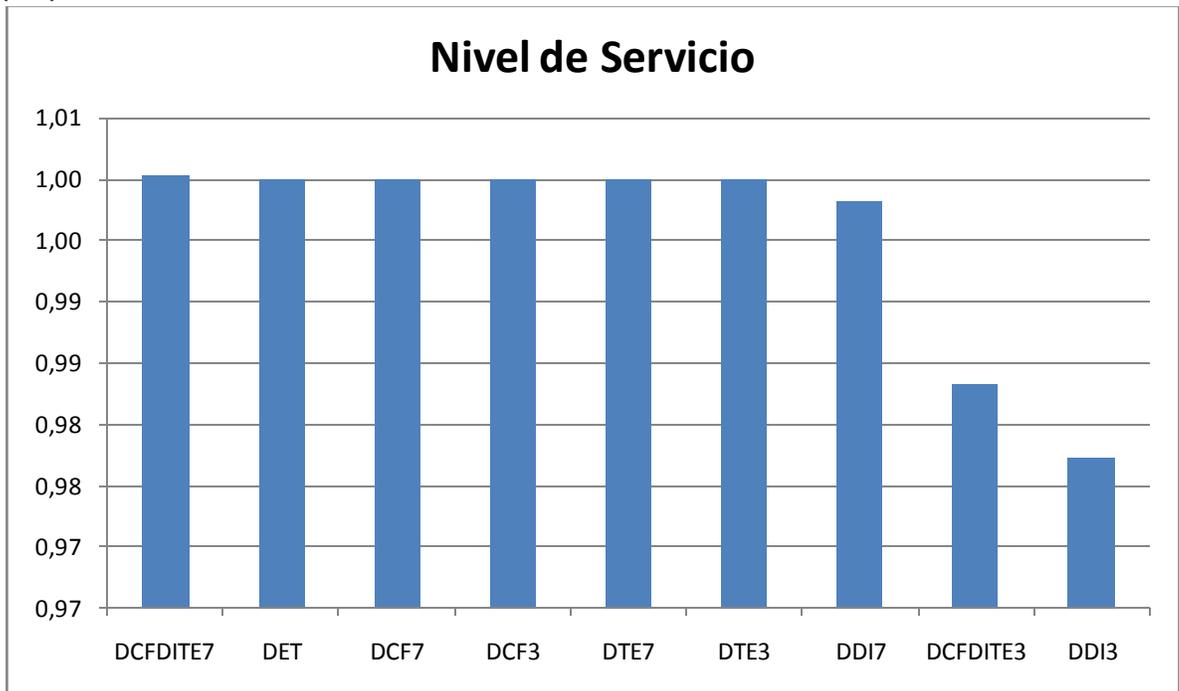
9.4.3 Nivel de Servicio. La calificación de los modelos basados en nivel de servicio, medido como $1 - (\text{Faltantes por Demanda} / \text{Demanda})$ para el producto final a lo largo del horizonte de planeación se presenta en la Tabla 9.14.

Tabla 9.14. Análisis de resultados basado en nivel de servicio para modelos propuestos

Puesto	Modelo	Nivel de Servicio
1	DCFDITE7	1,00
1	DET	1,00
1	DCF7	1,00
1	DCF3	1,00
1	DTE7	1,00
1	DTE3	1,00
1	DDI7	1,00
2	DCFDITE3	0,98
2	DDI3	0,98

Se puede observar que todos los modelos a excepción del modelo DCFDITE3 y DDI3 presentan un nivel de servicio igual a 1 ó 100%, lo cual significa que se logra satisfacer completamente la demanda del producto final a lo largo del horizonte de planeación. Para los modelos DCFDITE3 y DDI3 se obtiene un nivel de servicio igual a 0.98 ó 98%, lo cual es una cifra igualmente satisfactoria.

Figura 9.13. Análisis de resultados basado en nivel de servicio para modelos propuestos



Para esta medida entonces se puede observar que no existen diferencias muy grandes entre los modelos comparados.

9.4.4 Complejidad computacional. Los resultados de tiempo de ejecución del modelo en GAMS, número de iteraciones, tiempo de terminación del modelo en GAMS y el uso de recursos en GAMS para cada modelo se presenta en la Tabla 9.15.

La calificación de los modelos basados en complejidad computacional se realizó dando una puntuación a cada modelo de 1 a 9 siendo 1 la mejor calificación. Dicha calificación se hizo para cada aspecto a evaluar de complejidad computacional y luego estos valores se sumaron para cada modelo, con lo cual se obtuvo una calificación donde se considera como mejor modelo aquel con un puntaje menor. Los resultados de esta calificación se presentan en la Tabla 9.16.

Tabla 9.15. Análisis de resultados basado nivel de servicio para modelos propuestos (1)

Complejidad Computacional				
Modelo	Ejecución (Seg)	Iteraciones	Terminación (Min)	Uso de recursos
DDI3	4,97	13.437	0,53	20,06
DCFDITE3	7,47	16.732	0,42	25,81
DTE3	5,14	2.577.649	16,77	1.000,17
DTE7	5,31	2.859.120	16,77	1.000,14
DCF7	5,60	3.108.151	16,77	1.000,10
DCFDITE7	7,97	963.660	16,80	1.000,34
DCF3	8,60	2.744.331	16,82	1.000,10
DDI7	11,45	327.222	16,00	1.000,94
DET	10,27	939.352	16,85	1.000,20

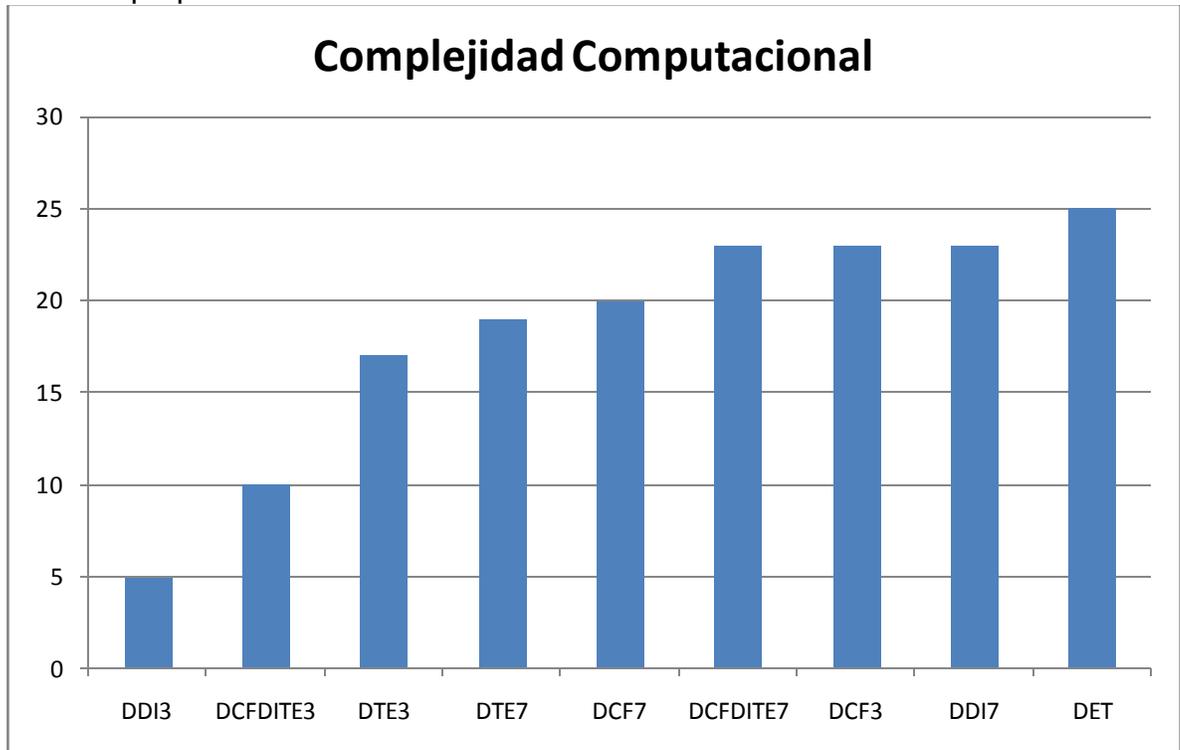
Tabla 9.16. Análisis de resultados basado nivel de servicio para modelos propuestos (2)

Complejidad Computacional		
Puesto	Modelo	Calificación
1	DDI3	5
2	DCFDITE3	10
3	DTE3	17
3	DTE7	19
4	DCF7	20
5	DCFDITE7	23
5	DCF3	23
5	DDI7	23
6	DET	25

Se puede observar que el modelo que involucra incertidumbre en la disponibilidad de inventario con un grado de satisfacción bajo (DDI3) para el tomador de decisiones es aquel que presenta mejor calificación para la complejidad computacional, es decir, presenta mayor facilidad de ser resuelto por medio de programas especializados en programación matemática como GAMS.

De forma contraria, el modelo determinista (DET) es aquel que presenta peor calificación para la complejidad computacional, es decir, presenta mayor dificultad de ser resuelto por medio de programas especializados en programación matemática como GAMS.

Figura 9.14. Análisis de resultados basado en complejidad computacional para modelos propuestos



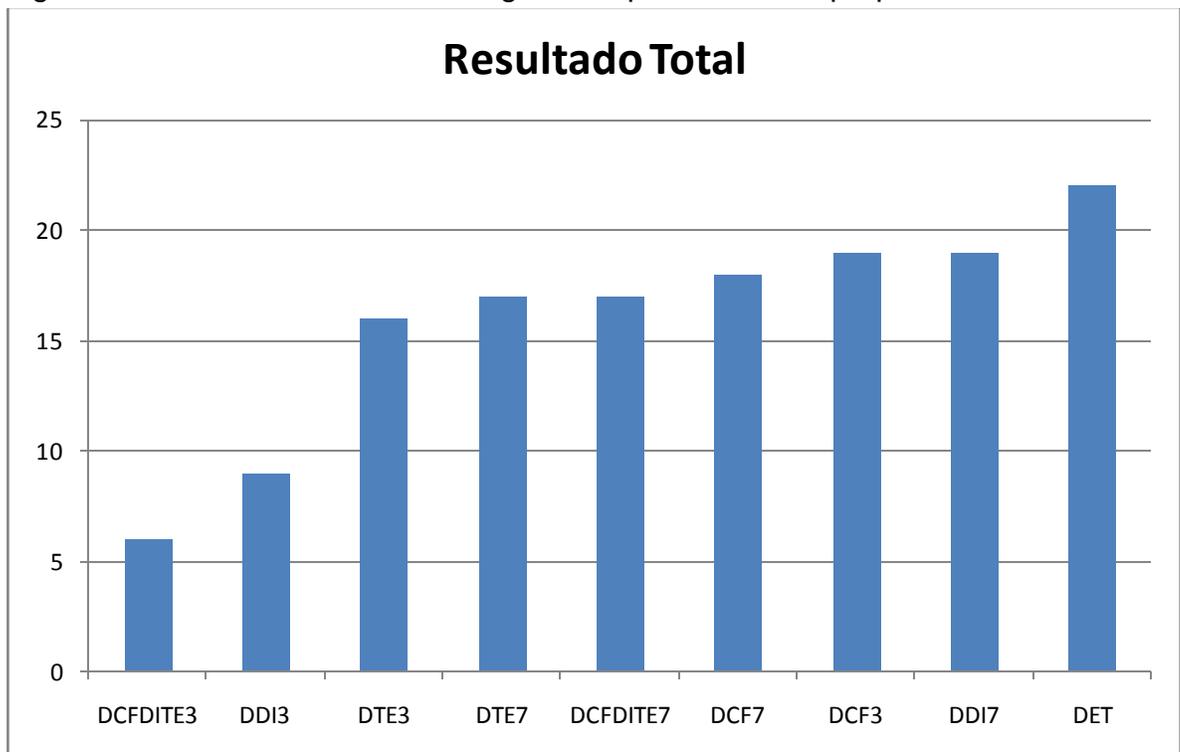
9.4.5 Calificación global de modelos. Para poder determinar de los modelos propuestos cuál es el más adecuado o el que responde de mejor forma a cada una de las medidas de análisis y desempeño se realizó una calificación donde se suman las posiciones que cada modelo obtuvo de forma independiente en los cuatro criterios de evaluación. De esta forma, el modelo que obtenga el menor puntaje será el modelo más adecuado ya que cumple de mejor forma con las medidas de desempeño seleccionadas. Este tipo de calificación brinda el mismo peso a cada uno de los cuatro indicadores mencionado, por lo cual se realiza directamente la suma de posiciones de cada modelo en prueba de indicadores. De esta forma se obtienen los resultados que se muestran en la Tabla 9.17.

Se puede observar que el modelo que involucra incertidumbre en capacidad de fabricación, disponibilidad de inventario y tiempos de entrega con un grado de satisfacción bajo (DCFDITE3) para el tomador de decisiones es aquel que presenta la mejor calificación conjunta para los indicadores de modelos MRP. Esto significa que al aceptar incertidumbre de forma simultánea en los tres parámetros elegidos del modelo se puede obtener mejores resultados globales que al hacerlo de forma individual.

Tabla 9.17. Análisis de resultados globales para modelos propuestos

<i>Resultado Total</i>		
Puesto	Modelo	Calificación
1	DCFDITE3	6
2	DDI3	9
3	DTE3	16
4	DTE7	17
5	DCFDITE7	17
6	DCF7	18
7	DCF3	19
8	DDI7	19
9	DET	22

Figura 9.15. Análisis de resultados globales para modelos propuestos



De forma contraria, el modelo determinista (DET) fue el que presentó la peor calificación conjunta, de lo cual se puede extraer que involucrar la incertidumbre en disponibilidad de inventarios y/o en capacidad de fabricación y/o en tiempos de entrega con un nivel de satisfacción del tomador de decisiones ya sea alto o bajo trae mejores resultados conjuntos para costos totales, nivel de inventario, nivel de servicio y complejidad computacional que en el caso determinista.

10. CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

10.1 CONCLUSIONES

A través de esta tesis se han aplicado metodologías para el manejo de la incertidumbre en sistemas de planeación de requerimientos de materiales (MRP) cerrados en un ambiente bajo incertidumbre, multi-periodo, multi – producto, multi-nivel con restricciones de capacidad. Para el manejo de la incertidumbre se ha utilizado la teoría de conjuntos difusos aplicada a modelos de programación matemática.

La lógica difusa permite involucrar de forma adecuada la incertidumbre en diversos parámetros que puedan afectar el funcionamiento de un sistema MRP y obtener así mejores resultados en variables e indicadores de salida que se acomodan a la realidad de empresas y organizaciones. Igualmente, facilita la toma de decisiones debido a que puede involucrarse información histórica y subjetiva en los modelos matemáticos, dejando a decisión del tomador de decisiones el grado o nivel de satisfacción con el cual desea que se cumplan las restricciones de cada modelo.

En esta tesis se involucró incertidumbre en parámetros del sistema MRP que dependen o pueden ser controlados por la empresa u organización encargada de realizar una planeación de la producción, tales como disponibilidad de inventarios, capacidad necesaria de fabricación y tiempos de entrega de productos fabricados. Igualmente incluye parámetros que no pueden ser controlados en su mayoría por la empresa que realiza el plan de producción tales como el tiempo de entrega para bienes comprados. Esto ha permitido encontrar que parámetros diferentes a la demanda externa de productos deben tener igual importancia a la hora de ser trabajados bajo incertidumbre, ya que su tratamiento de incertidumbre con lógica difusa permite obtener mejores resultados en medidas seleccionadas (costos totales, nivel de inventario, nivel de servicio, complejidad computacional) que con modelos con parámetros completamente deterministas.

El uso de programas de modelamiento y solución de programación matemática, como GAMS, facilitan la obtención de resultados y puesta a prueba de modelos, que pueden fácilmente ser adaptados para utilizarse de forma cotidiana en una empresa u organización para guiar el proceso de planeación de la producción, ya

que este tipo de programas permite el enlace con otros software mas comunes para el manejo de la información como es el Excel. Esto permite que los modelos planteados puedan aplicarse a casos reales tales como se realizó en esta tesis con una empresa del sector eléctrico colombiano.

Esta tesis presenta ocho capítulos estructurales (capítulo 2 al capítulo 9) que de forma estructurada permitieron alcanzar el propósito de probar modelos difusos de sistemas MRP con incertidumbre en capacidad de fabricación, disponibilidad de inventarios y tiempos de entrega.

En el capítulo 2 se realizó un estudio de los diferentes sistemas de planeación de producción identificando el alcance y utilidad de cada uno, en especial el sistema MRP haciendo énfasis en el papel fundamental de traducir requerimientos y necesidades de productos terminados en necesidades y requerimientos de componentes incluyendo cantidades y fechas.

En el capítulo 3 se profundizó sobre la estructura de sistemas MRP, elementos básicos a tener en cuenta, lógica de funcionamiento, oportunidades de mejora y desventajas actuales, factores críticos que permitieron identificar los parámetros a tratar con incertidumbre en los modelos propuestos.

En el capítulo 4 se estudiaron los modelos matemáticos para sistemas MRP propuestos por diversos autores estudiosos del tema, haciendo énfasis en los parámetros, coeficientes, variables, función objetivo y restricciones que se tenían en cuenta para finalmente realizar la propuesta del modelo del sistema MRP determinista a trabajar, llamado modelo DET, para luego incorporarle parámetros difusos y construir los modelos difusos propuestos.

En el capítulo 5 se investigó sobre el manejo de la incertidumbre que varios autores han realizado sobre sistemas de planeación de la producción y sistemas MRP, donde se encontró que últimamente existe una gran tendencia al estudio de la incertidumbre en estos sistemas por medio de la teoría de conjuntos difusos.

En el capítulo 6 se profundizó en el estudio de la teoría de conjuntos difusos, estudiando conceptos, definiciones, operaciones, funciones de pertenencia, medidas difusas y concretas que permiten crear un fundamento para elaborar posteriormente modelos de programación matemática difusa.

En el capítulo 7 se realizó una revisión de los diversos modelos de programación matemática difusa, los cuales pueden incluir metas difusas, desigualdades difusas, coeficientes de costo y coeficientes tecnológicos difusos, restricciones de caja difusas, entre otras. Esta revisión permitió saber cómo convertir un problema de programación matemática difuso en un modelo equivalente paramétrico según el caso donde se presente la incertidumbre.

En el capítulo 8 se desarrollaron los modelos de programación matemática difusa con base al modelo de MRP planteado en el capítulo 4. Estos modelos involucraban los siguientes parámetros con incertidumbre:

- Incertidumbre en la capacidad de fabricación – Modelo DCF
- Incertidumbre en la disponibilidad de inventario – Modelo DDI
- Incertidumbre en los tiempos de entrega – Modelo DTE
- Incertidumbre en la capacidad de fabricación, en la disponibilidad de inventario y en los tiempos de entrega – Modelo DCFDITE

En el capítulo 9 se realizó la aplicación del modelo propuesto en el capítulo 4 y de los modelos propuestos en el capítulo 8 con base en la información de una empresa del sector eléctrico colombiano. Estos modelos se evaluaron de acuerdo con los costos totales, nivel de inventario, nivel de servicio y complejidad computacional que arrojaba cada modelo de lo cual se pudo obtener que los mejores resultados se obtienen con el modelo DCFDITE3, el cual arroja un nivel bajo (0.3) de satisfacción o cumplimiento de restricciones para el tomador de restricciones. De igual forma, se pudo demostrar que cualquiera de los modelos que involucra incertidumbre, con niveles ya sean de alta (0.7) ó baja (0.3) satisfacción, arroja mejores resultados que el modelo determinista, por lo cual se puede concluir que es valioso involucrar incertidumbre por medio de lógica difusa en parámetros como la capacidad de fabricación, la disponibilidad de inventario y los tiempos de entrega en modelos de sistemas MRP. También se puede concluir que el parámetro difuso de disponibilidad de inventarios es el que más influye en los costos totales del plan de producción debido a que es el parámetro que crea planes de producción con diferencias mayores en costos totales y además hace que los resultados del modelo DCFDITE sean muy similares en valores y comportamientos a los resultados del modelo DDI

10.2 RECOMENDACIONES

Para futuros trabajos de investigación se recomienda abordar temas que no se lograron tener en cuenta en la elaboración de esta tesis:

- Analizar el sistema MRP propuesto involucrando incertidumbre con lógica difusa en la demanda externa, estudiando un modelo con solamente este parámetro con incertidumbre y otro modelo involucrando incertidumbre en los parámetros aquí trabajados y la demanda externa
- Mejorar y perfeccionar el planteamiento de las funciones de pertenencia para los parámetros difusos para facilitar de esta manera que los modelos reflejen de la mejor forma posible la realidad de los sistemas MRP a modelar.
- Extender los conceptos de incertidumbre trabajados en esta tesis a modelos de MPS (Plan maestro de la producción) y de programación de piso, donde dichos parámetros también tienen validez e importancia a la hora de realizar un plan o programa de producción.
- Realizar un diseño de experimentos para determinar de forma estadística si la capacidad de fabricación, disponibilidad de inventarios y tiempos de entrega son realmente significativos al ser tomados con incertidumbre, e igualmente bajo qué tipo de escenarios y circunstancias pueden ser considerados con incertidumbre.

BIBLIOGRAFIA

APICS Dictionary, 12th edition, 2008.

Aliev, R.A Fazlollahi, B. Guirimov, B.G. Aliev, R.R. (2007). Fuzzy-genetic approach to aggregate production–distribution planning in supply chain management. *Information Sciences* 177, 4241–4255.

Almeder, C. (2010). A hybrid optimization approach for multi-level capacitated lot-sizing problems. *European Journal of Operational Research* 200, 599–606.

Arango, M.D. Serna, C.A., Perez, G. (2010). Fuzzy mathematical programming applied to the material requirements planning (MRP). *Revista Técnica De La Facultad De Ingeniería De La Universidad De Zulia* ISSN: 0254-0770. Ed: Universidad Del Zulia. v.33 fasc.1 p.1 – 10.

Arango, M.D. Vergara, C. Gaviria, H. (2010 b). Modelización difusa para la planificación agregada de la producción en ambientes de incertidumbre. *Dyna*, Año 77, Nro. 162, pp. 397-409.

Arango, M.D. Serna, C.A. Alvarez, K.C. (2009). *Modelos Difusos Aplicados a la Planeación de la Producción*. Editorial Universidad Nacional De Colombia Sede Medellín ISBN: 978-958-728-043-2 v. 1 pags. 145.

Arango, M.D. Serna, C.A., Pérez, G. (2008). Aplicación de lógica difusa a las cadenas de suministro. *Avances En Sistemas E Informática* ISSN: 1657-7663. Universidad Nacional De Colombia Sede Medellín. v.5 fasc.1 p.117 – 128.

Arango, M.D. Vergara, C. Gaviria, H. (2010). Modelización difusa para la planificación agregada de la producción en ambientes de incertidumbre, *Revista Dyna*, Año 77, Nro. 162, pp. 397-409.

Barba-Gutiérrez, Y. Adenso-Díaz, B. (2009). Reverse MRP under uncertain and imprecise demand. *International Journal of Advanced Manufacture Technology*. 40:413–424.

Baykasoglu, A. Gocken, T. (2010). Multi-objective aggregate production planning with fuzzy parameters. *Advances in Engineering Software* 41, 1124–1131.

Bayrak, M. Y. Celebi, N.C, Taskin, H.X. (2007). A fuzzy approach method for supplier selection. *Production Planning & Control*, Vol. 18, No. 1, 54–63.

Bjork, K.M. Carlsson, C. (2007). The effect of flexible lead times on a paper producer. *Int. J. Production Economics* 107, 139–150.

Casasus, T. Mocholi, M. Sanchis, V. Sala, R. (1997). Optimización económica con GAMS. V Jornadas de Asepuma, Malaga, 10 y 11 de Octubre.

Changa, S.L. Wang, R.C Wang, S.Y. (2006). Applying fuzzy linguistic quantifier to select supply chain partners at different phases of product life cycle. *Int. J. Production Economics* 100, 348–359.

Chase, R. Jacobs, F. Aquilano, N. (2009). *Administración de la producción y operaciones*, Ed. 12, Mac Graw Hill.

Chauhan, S. Dolgui, A. Proth, J.M. (2009). A continuous model for supply planning of assembly systems with stochastic component procurement times. *Int. J. Production Economics* 120, 411–417.

Chen, K. Ji, P. A. (2007). A mixed integer programming model for advanced planning and scheduling (APS), *European Journal of Operational Research* 181, 515–522.

Chih-Ting Du, T. Wolfe, P.M. (2000). Building an active material requirements planning system, *International Journal of Production Research*, vol. 38, no. 2, 241± 252.

Choobineh, F. Mohebbi, E. (2004). Material planning for production kits under uncertainty. *Production Planning & Control*, Vol. 15, No. 1, 63–70.

Colvin, M. Maravelias, C.T. (2010). Modeling methods and a branch and cut algorithm for pharmaceutical clinical trial planning using stochastic programming. *European Journal of Operational Research* 203, 205–215.

Correa, J. (2004). Aproximaciones metodológicas para la toma de decisiones, apoyadas en modelos difusos. Tesis presentada para optar al grado de Magíster en Ingeniería de Sistemas. Universidad Nacional de Colombia.

Cristobal, M.P. Escudero, L.F, Monge, J.F. (2009). On stochastic dynamic programming for solving large scale planning problems under uncertainty. *Computers & Operations Research* 36, 2418 – 2428.

Daria, G. Cruz Machado, V. (2006). Using Fuzzy Logic to Model MRP Systems under Uncertainty. IIE Annual Conference, Orlando, USA.

Dellaert, N. Jeunet, J. (2005). An alternative to safety stock policies for multi-level rolling schedule MRP problems. *European Journal of Operational Research* 163 751–768.

Demirli, K. Yimer, A. (2008). Fuzzy scheduling of a build-to-order supply chain. *International Journal of Production Research*, Vol. 46, No. 14, 15, 3931–3958.

Dolgui, A. Prodhon, C. (2007) Supply planning under uncertainties in MRP environments: A state of the art *Annual Reviews in Control* 31, 269–279.

Feili, H.R. Moghaddam, M.S. Zahmatkesh, R. (2010) Fuzzy Material Requirements Planning. *The Journal of Mathematics and Computer Science* Vol .1 No.4 333-338.

Fu, Y. Pan, X. (2008). Optimization of multi-part inventory control and production lot under fuzzy uncertainty. *J. Zhejiang Univ., Eng. Sci.* 42, No. 6, 1046-1050.

Geneste, L. Grabot, B. Reynoso-Castillo, G. (2005) Management of demand uncertainty within MRPII using possibility theory. *Proceedings of the 16th IFAC World Congress, Czech Republic.*

Grabot, B. Geneste, L. Reynoso-Castillo, G. Verot, S. (2005). Integration of uncertain and imprecise orders in the MRP method. *Journal of Intelligent Manufacturing*, 16, 215–234.

Graves, S.C. (1999). *Manufacturing Planning and Control*, Massachusetts Institute of Technology.

Grubbstrom, R.W. Huynh, T.T.T. (2006). Multi-level, multi-stage capacity-constrained production–inventory systems in discrete time with non-zero lead times using MRP theory, *Int. J. Production Economics* 101, 53–62.

Heizer, J. Render B. (2009). Operation Management - Flexible Edition. 9th edition, Mc Manual de dirección de operaciones. Pearson Prentice Hall.

Hnaiena, F. Delorme, X. Dolgui, (2010). A. Multi-objective optimization for inventory control in two-level assembly systems under uncertainty of lead times. Computers & Operations Research 37, 1835 – 1843.

Hvolby, H.H. Steger-Jensen, K. (2010). Technical and industrial issues of Advanced Planning and Scheduling (APS) systems Computers in Industry 61, 845–851.

Huynh, T.T. (2006). Capacity Constraints In Multi-Stage Production-Inventory Systems, Applying Material Requirements Planning Theory. Production-economic research in Linköping. Linköping, Sweeden.

Inderfurth, K. (2009). How to protect against demand and yield risks in MRP systems. International Journal of Production Economics 121, 474–481.

Jacobs, F. Weston, F.C. (2007). Enterprise resource planning (ERP)—a brief history, Journal of Operations Management 31, 357–363.

Jamalnia, A. Soukhakian, M.A. (2009). A hybrid fuzzy goal programming approach with different goal priorities to aggregate production planning. Computers & Industrial Engineering 56, 1474 –1486.

Jonsson, P. (2008). Exploring problems related to the materials planning user environment. Int. J. Production Economics 113, 383–400.

Kaipia, R, Korhonen, H. Hartiala, H. (2006). Planning nervousness in a demand supply network: an empirical study. The International Journal of Logistics Management, Vol. 17 No. 1, pp. 95-113.

Koh, S.C. Jones, M.H. Saad, S.M. Arunachalam, S. Gunasekaran, A. (2000). Measuring uncertainties in MRP environments. Logistics Information Management. Volume 13 . Number 3 . pp. 177±183.

Lan, Y.F. Liu, Y.K. Sun, G.J. (2009). Modeling fuzzy multi-period production planning and sourcing problema with credibility service levels. Journal of Computational and Applied Mathematics 231, 208_221.

Lai, Y.J. Hwang, C.L. (1992). A new approach to some possibilistic linear programming problems, *Fuzzy Sets and Systems* 49, 121–133.

Li, T. Lin, P. Sun, G. Liu, H. (2009). Application of Fuzzy Programming with Recourse in Material Requirement Planning Problem. *International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation*.

López, H.A. Restrepo, M. (2008). Programación lineal flexible con restricciones difusas. *Revista ingeniería e investigación*. Vol. 28 No.1, pp 162-168.

Louly, M.A. Dolgui, A. (2010). A note on analytic calculation of planned lead times for assembly systems under POQ policy and service level constraint *Int. J. Production Economics*, Accepted manuscript.

Louly, M.A. Dolgui, A. Hnaien, F. (2008). Supply planning for single-level assembly system with stochastic component delivery times and service-level constraint. *Int. J. Production Economics* 115, 236– 247.

Louly, M.A.O, Dolgui, A. (2009). Calculating safety stocks for assembly systems with random component procurement lead times: A branch and bound algorithm. *European Journal of Operational Research* 199, 723–731.

Mahata, G.C. Goswami, A. (2009). An EOQ Model with Fuzzy Lead Time, Fuzzy Demand and Fuzzy Cost coefficients. *International Journal of Engineering and Applied Sciences* 5:5.

McKinsey & Company. (2009). Desarrollando sectores de clase mundial en Colombia - Informe Final Sector Energía Eléctrica, Bienes y Servicios Conexos, Ministerio de Comercio, Industria y Turismo, República de Colombia.

Maiti, M.K, Maiti, M. (2007). Two-storage inventory model with lot-size dependent fuzzy lead-time under possibility constraints via genetic algorithm. *European Journal of Operational Research* 179, 352–371.

Medina, S. Manco, O.W. (2007). Diseño de un sistema experto difuso: Evaluación de riesgo crediticio en firmas comisionistas de bolsa para el otorgamiento de recursos financieros. *Estudios gerenciales*, Julio – Septiembre, Vol. 23, número 104.

Miranda, F.J. Rubio, S. Chamorro, A. Bañegil, T.M. (2005). Manual de dirección de operaciones, Editorial Thomson.

Mohebbia, E. Choobineha, F. Pattanayakb, A. (2007). Capacity-driven vs. demand-driven material procurement systems, *International Journal of Production Economics* 107, 451–466.

Mula, J. Poler, R. Garcia, J.P. (2004). Aplicaciones de la Teoría de los Conjuntos Difusos en la Planificación de la Producción: Un Estudio de la Literatura. *Memorias VIII Congreso de Ingeniería de Organización*. Leganés, septiembre. pp. 101-110.

Mula, J. (2004). Modelos para la planificación de la producción bajo incertidumbre. Aplicación en una empresa del sector del automóvil. Tesis Doctoral. Universidad Politécnica de Valencia.

Mula, J. Poler, R. Garcia, J.P. (2006a). MRP with flexible constraints: a fuzzy mathematical programming approach, *Fuzzy Sets and Systems* 157 (1) 74-97.

Mula, J. Poler, J. Garcia-Sabater, J.P. Lario, F.C. (2006b). Models for production planning under uncertainty: A review. *International Journal of Production Economics* 103, 271–285.

Mula, J. Poler, R. Garcia-Sabater J.P. (2007). Material Requirement Planning with fuzzy constraints and fuzzy coefficients, *Fuzzy Sets and Systems* 158, 783 – 793.

Mula, J. Poler, R. Garcia-Sabater J.P. (2008). Capacity and material requirement planning modelling by comparing deterministic and fuzzy models. *International Journal of Production Research*, 46, 20, 5589-5606.

Mula, J. Peidro, D. Poler, R. (2010). The effectiveness of a fuzzy mathematical programming approach for supply chain production planning with fuzzy demand. *Int. J. Production Economics* 128 , 136–143.

Murthy, D.N. P. y Ma, L. (1991). MRP with uncertainty: a review and some extensions. *International Journal of Production Economics*, 25, 51± 64.

Nagoorgani, A. Maragatham, M. (2009). (Q,r) Inventory Model With Fuzzy Lead Time, International Journal of Algorithms, Computing and Mathematics, Volume 2, Number 3.

Nahmias, S. (2007). Análisis de la producción y las operaciones, 5ta edición, Mc Graw Hill.

Niu, J. Dartnall, J. (2008). Application of Fuzzy-MRP-II in fast moving consumer goods manufacturing industry. Proceedings of the 2008 Winter Simulation Conference.

Noori, S. Feylizadeh, M.R. Bagherpour, M. Zorriassatine, F. Parkin, R.M. (2008). Optimization of material requirement planning by fuzzy multi-objective linear programming. Proc. IMechE Vol. 222 Part B: J. Engineering Manufacture.

Ouyang, L.Y. Chang, H.C. (2001). The variable lead time stochastic inventory model with a fuzzy backorder rate. Journal of the Operations Research Society of Japan Vol. 44, No.1.

Pai, P.F. (2003). Capacitated Lot Size Problems with Fuzzy Capacity. Mathematical and Computer Modelling 38, 661-669.

Pai, P.F. Chang, P.T. Wang, S.S. Lin, K.P. (2004). A fuzzy logic-based approach in capacity-planning problems. International Journal of Advanced Manufacture Technology, 23: 806–811.

Paksoy, T. Pehlivan, N.Y. Ozceylan, E. (2010). Application of Fuzzy mathematical programming approach to the aggregate production/distribution planning in a supply chain network problem. Scientific Research and Essays Vol. 5(22), pp. 3384-3397.

Pedrycz, W. Camargo H. (2003). Fuzzy Timed Petri Nets. FSS 140: 301-330.

Persona, A. Battini, D. Manzini, R. Pares, A. (2007). Optimal safety stock levels of subassemblies and manufacturing components. Int. J. Production Economics 110, 147–159.

Petronia, A. (2002). Critical factors of MRP implementation in small and medium sized firms. *International Journal of Operations & Production Management*. Vol 22, No 3, pp 329-348.

Petrovic, D. Xie, Y. Burnham, K. Petrovic, R. (2008). Coordinated control of distribution supply chains in the presence of fuzzy customer demand. *European Journal of Operational Research* 185,146–158.

Pochet, Y. (2001). *Mathematical Programming Models and Formulations for Deterministic Production Planning Problems. Computational Combinatorial Optimization, Optimal or Provably Near-Optimal Solutions*, Springer-Verlag.

Proexport. (2009). Energía Eléctrica, Consultado el 20 de Julio de 2011 en www.wefcolombia.com/pdfs/SECTOR%20ELECTRICO%20WEF.pdf.

Rajeev, N. (2008). Inventory management in small and medium enterprises: A study of machine tool enterprises in Bangalore. *Management Research News*, Vol. 31 No. 9, pp. 659-669.

Reynoso, G., Grabot, B., Geneste, L. y Vérot, S. (2002). Integration of uncertain and imprecise orders in MRPII, 9th International Multi-Conference on Advanced Computer Systems. Conference on Production System Design, Supply Chain Management & Logistics, Miedzyzdroje, Pologne, October, 23-25.

Ross, T. J. (1995). *Fuzzy Logic with Engineering Applications*, New York, McGraw-Hill.

Selcuk, B, Fransoo, J.C. De Kok, A.G. (2006). The effect of updating lead times on the performance of hierarchical planning systems. *Int. J. Production Economics* 104, 427–440.

Serna, C.A. (2009). Desarrollo de modelos de programación matemática fuzzy para la planificación de la producción en contextos de incertidumbre. Un caso aplicado a la industria automotriz. Tesis de grado para optar al título de magister en ingeniería administrativa. Universidad Nacional de Colombia Sede Medellín.

Shapiro, J.F. (1989). *Mathematical Programming Models and Methods for Production Planning and Scheduling*. Operations Research Center, Massachusetts Institute Of Technology.

Slotnick, S.A. Sobel, M.J. (2005). Manufacturing lead-time rules: Customer retention versus tardiness costs, *European Journal of Operational Research* 163, 825–856.

Sodhi, M.S. Tang, C.S. (2009). Modeling supply chain planning under demand uncertainty using stochastic programming: A survey motivated by asset–liability management. *International Journal of Production Economics* 121, 728–738.

Sudiarso, A. Putranto, R.A. (2010). Lead time estimation of a production system using fuzzy logic approach for various batch sizes. *Proceedings of the World Congress on Engineering Vol III*.

Tang, O. Grubbstrom, R.W. (2002). Planning and replanning the master production schedule under demand uncertainty. *International Journal of Production Economics* 78, 323-334.

Tang, J., Wang, D., Fung, R.Y.K. (2000). Fuzzy formulation for multi-product aggregate production planning, *Production Planning & Control*, Vol. 11, No.7, 670-676.

Tavakoli-Moghaddam, R. Bagherpour, M. Noora, A.A. Sassani, F. (2007). Application of Fuzzy Lead Time to a Material Requirement Planning System. *Proceedings of the 8th WSEAS International Conference on Fuzzy Systems, Vancouver, British Columbia, Canada, June 19-21*.

Torabi, S.A. Hassini, E. (2008). An interactive possibilistic programming approach for multiple objective supply chain master planning, *Fuzzy Sets and Systems* 159, 193–214.

Torabi, S.A. Ebadian, M. Tanha, R. (2009). Fuzzy hierarchical production planning (with a case study), *Fuzzy Sets and Systems*.

Vera, M. (2010). Sector Eléctrico en Colombia: Mercado y Regulación, ANDESCO. Consultado el 20 de Julio de 2011 en www.andesco.org.co/site/assets/media/camara/energia/Documentos/Andesco-Generalidades_Sector_Electrico_en_Colombia.ppt.

Vollman, T.E. Berry, W.L. Whybark, C. Jacobs, F. R. (2005). Planeación y control de la producción: administración de la cadena de suministros, 5ta edición, Mc Graw Hill.

Wang, R.C. Liang, T. (2005). Applying Possibilistic Linear Programming to Aggregate Production Planning. *Int. J. Prod. Econ.*, 98(3): 328-341.

Wang, R.C., Liang, T.F. (2004). Application of fuzzy multi-objective linear programming to aggregate production planning. *Computers & Industrial Engineering*, Vol. 46, 17–41.

Wazed M. A. Ahmed S. Nukman, Y. (2010). Component and process commonalities in production system under various uncertain factors. *Africa Journal of Business Management* Vol. 4(17), pp. 3697-3707.

Wong, C.M. Kleiner, B.H. (2001). Fundamentals of material requirements planning, *Management Research News*, Volume 24 Number 3/4.

Wylie, L. (1990). A vision for the next-generation MRP II. Scenario, pp. 300–339, Gartner Group.

Xie, J. Zha, X. Lee, T.S. (2003). Freezing the master production schedule under single resource constraint and demand uncertainty. *International Journal of Production Economics* 83, 65–84.

Yeung, J.H.Y, Wong, W.C.K., Ma, L. (1998). Parameters affecting the effectiveness of MRP systems: A review. *International Journal of Production Research* 36 (2), 313–331.

Zadeh, L.A. (1965). Fuzzy Sets. *Information and control*, 8, 338-353.

Zimmermann, H.J. (1978). Fuzzy programming and linear programming with several objective functions. *Fuzzy Sets and Systems*; 1: 45-55.

Zipfel, G. (1996). Production planning in the case of uncertain individual demand Extension for an MRP II concept. *International Journal of Production Economics* 46-47, 153—164.

ANEXO 1

En el presente anexo se incluyen los datos de entrada en lenguaje GAMS, con los cuales se alimentaron cada uno de los modelos propuestos. Igualmente se presentan los códigos en GAMS para cada uno de los modelos propuestos.

DATOS DE ENTRADA

\$Title Materials Requirement Planning (MRP) Formulations (MRP2,SEQ=207)

*Indices: Número de Componentes (SKUs), Horizonte de Planeación, Recursos

SET PP Número de Componentes / SKU1*SKU73/

TT Cubetas de Tiempo / DIA1*DIA30 /

KK Recursos / CT1*CT6 /;

ALIAS (TT,TTp)

(PP,PPp);

TABLE R(PP,PP) Número de i para producir un j

	SKU1	SKU25	SKU42	SKU50	SKU54	SKU65
SKU1						
SKU2	27					
SKU3	2					
SKU4	4					
SKU5	2					
SKU6	2					
SKU7	2					
SKU8	1.18					
SKU9	3					
SKU10	1					
SKU11	2					
SKU12	1					
SKU13	1					
SKU14	1					
SKU15	2					
SKU16	3					

SKU17	2		
SKU18	2		
SKU19	2		
SKU20	2		
SKU21	2		
SKU22	1		
SKU23	0.001		
SKU24	0.002		
SKU25	1		
SKU26	0.4		
SKU27	0.072		
SKU28	1		
SKU29	2		
SKU30	6		
SKU31	2		
SKU32	1		
SKU33	0.025		
SKU34	0.004		
SKU35	2		
SKU36	2		
SKU37	2		
SKU38	0.1		
SKU39	2		
SKU40	0.25		
SKU41	2		
SKU42	1		
SKU43		0.297	
SKU44		3	
SKU45		2.61	
SKU46		3.4	
SKU47		0.53	
SKU48		0.22	
SKU49		0.033	
SKU50	1		
SKU51			2
SKU52			0.1
SKU53			29
SKU54	1		
SKU55			1

SKU56	1
SKU57	1
SKU58	1
SKU59	2
SKU60	1
SKU61	1
SKU62	1
SKU63	2
SKU64	0.40
SKU65	1
SKU66	0.65
SKU67	2
SKU68	4
SKU69	0.5
SKU70	0.86
SKU71	2
SKU72	1
SKU73	12.75

;

TABLE D(PP,TT) Demanda externa para un itme en un periodo

	DIA1	DIA2	DIA3	DIA4	DIA5	DIA6	DIA7	DIA8	DIA9	DIA10	DIA11	DIA12	DIA13	DIA14	DIA15	DIA16	DIA17	DIA18	DIA19	DIA20	DIA21	DIA22	DIA23	DIA24	DIA25	DIA26	DIA27	DIA28	DIA29	DIA30
SKU1	5	1	7	12	15	10	11	2	1	14	25	9	32	27	3	27	18	2	21	18	19	22	5	15	60	15	31	30	17	26

;

PARAMETER LT(PP) Lead Time

I(PP) Inventario inicial de cada item

E(PP) Exactitud de inventario

LS(PP) Tamaño de lote

A(PP) Valor max permitido en que se mueve la exactitud de

inventario

DES(PP) Desfase de lead time maximo permitido;

;

TABLE SKUdata

	LT	LS	I	E	A	DES
SKU1	4	1	175	0.96	0.15	2
SKU2	14	13000	9000	0.99	0.15	6
SKU3	1	1	660	0.89	0.15	1
SKU4	1	1	1320	0.86	0.15	1
SKU5	1	1	660	0.97	0.15	1
SKU6	1	1	660	0.92	0.15	1
SKU7	1	1	660	0.98	0.15	1
SKU8	1	1	300	0.97	0.15	1
SKU9	5	1	990	0.85	0.15	2
SKU10	1	1	330	0.91	0.15	1
SKU11	1	1	660	0.91	0.15	1
SKU12	1	1	330	0.96	0.15	1
SKU13	1	1	100	0.87	0.15	1
SKU14	1	1	800	0.97	0.15	1
SKU15	1	1	660	0.98	0.15	1
SKU16	1	1	990	0.93	0.15	1
SKU17	1	1	650	0.92	0.15	1
SKU18	5	1	400	0.97	0.15	2
SKU19	1	1	380	0.91	0.15	1
SKU20	1	1	580	0.92	0.15	1
SKU21	5	1	830	0.95	0.15	2
SKU22	1	1	350	0.88	0.15	1
SKU23	1	1	50	0.98	0.15	1
SKU24	1	1	20	0.92	0.15	1
SKU25	3	1	380	0.85	0.15	2
SKU26	1	1	180	0.98	0.15	1
SKU27	1	1	150	0.90	0.15	1
SKU28	1	1	400	0.94	0.15	1
SKU29	1	1	400	0.97	0.15	1
SKU30	1	1	3000	0.87	0.15	1
SKU31	1	1	1000	0.86	0.15	1
SKU32	5	1	480	0.90	0.15	2
SKU33	1	1	50	0.85	0.15	1
SKU34	1	1	20	0.88	0.15	1
SKU35	1	50	1000	0.89	0.15	1
SKU36	1	1	800	0.98	0.15	1
SKU37	1	1	900	0.91	0.15	1

SKU38	1	1	50	0.86	0.15	1
SKU39	1	1	800	0.98	0.15	1
SKU40	1	1	100	0.93	0.15	1
SKU41	1	1	750	0.94	0.15	1
SKU42	1	1	950	0.95	0.15	1
SKU43	13	1	740	0.86	0.15	6
SKU44	1	1	1400	0.94	0.15	0
SKU45	5	1	1000	0.91	0.15	2
SKU46	5	1	1600	0.87	0.15	2
SKU47	12	1	550	0.96	0.15	5
SKU48	10	1	150	0.91	0.15	4
SKU49	13	1	20	0.97	0.15	6
SKU50	2	1	300	0.88	0.15	1
SKU51	1	1	495	0.87	0.15	1
SKU52	1	1	150	0.99	0.15	1
SKU53	15	4000	4500	0.94	0.15	6
SKU54	3	1	420	0.87	0.15	2
SKU55	1	30	610	0.98	0.15	1
SKU56	1	30	500	0.91	0.15	1
SKU57	1	30	750	0.91	0.15	1
SKU58	1	30	500	0.88	0.15	1
SKU59	1	30	800	0.88	0.15	1
SKU60	1	30	400	0.90	0.15	1
SKU61	1	30	500	0.95	0.15	1
SKU62	1	30	450	0.85	0.15	1
SKU63	1	30	800	0.99	0.15	1
SKU64	5	1	280	0.89	0.15	2
SKU65	2	1	500	0.96	0.15	1
SKU66	1	1	235	0.86	0.15	1
SKU67	1	50	890	0.92	0.15	1
SKU68	1	1	2500	0.85	0.15	1
SKU69	1	1	200	0.89	0.15	1
SKU70	1	400	300	0.99	0.15	1
SKU71	5	1	850	0.96	0.15	2
SKU72	5	1	770	0.85	0.15	2
SKU73	5	1	5000	0.95	0.15	2

;

LT(PP) = SKUdata(PP,'LT');

LS(PP) = SKUdata(PP,'LS');
 I(PP) = SKUdata(PP,'I');
 E(PP) = SKUdata(PP,'E');
 A(PP) = SKUdata(PP,'A');
 DES(PP) = SKUdata(PP,'DES');

TABLE S(PP, KK) Fracción necesaria para cambiar o preparar al artículo i en el recurso k

	CT1	CT2	CT3	CT4	CT5	CT6
SKU1	0.026					
SKU25		0.026				
SKU54			0.016			
SKU42				0.024		
SKU50					0.034	
SKU65						0.022

;

TABLE U(PP, KK) Fracción del recurso k requerida para una unidad del producto i

	CT1	CT2	CT3	CT4	CT5	CT6
SKU1	0.013					
SKU25		0.013				
SKU54			0.008			
SKU42				0.012		
SKU50					0.017	
SKU65						0.011

;

TABLE ADI(PP, KK) Fracción de desfase del recurso k requerida para una unidad del producto i

	CT1	CT2	CT3	CT4	CT5	CT6
SKU1	0.0026					
SKU25		0.0026				
SKU54			0.0016			
SKU42				0.0024		
SKU50					0.0034	
SKU65						0.0022

;

TABLE F(KK, TT) Máxima fracción del recurso k que puede adicionarse en el periodo t

DIA1 DIA2 DIA3 DIA4 DIA5 DIA6 DIA7 DIA8 DIA9 DIA10 DIA11 DIA12 DIA13
DIA14 DIA15 DIA16 DIA17 DIA18 DIA19 DIA20 DIA21 DIA22 DIA23 DIA24 DIA25
DIA26 DIA27 DIA28 DIA29 DIA30

CT1	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
CT2	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
CT3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
CT4	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
CT5	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5
CT6	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.3	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4	0.4
	0.4	0.4	0.4	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5	0.5

;

PARAMETER H(PP) Costo de almacenamiento por unidad por periodo del producto i

/SKU1	120
SKU2	146
SKU3	3
SKU4	3
SKU5	3
SKU6	3
SKU7	3
SKU8	5
SKU9	5
SKU10	7
SKU11	7
SKU12	10
SKU13	20
SKU14	15
SKU15	20
SKU16	5
SKU17	5
SKU18	20
SKU19	3

SKU20	3
SKU21	146
SKU22	8
SKU23	9
SKU24	15
SKU25	120
SKU26	146
SKU27	146
SKU28	15
SKU29	15
SKU30	15
SKU31	3
SKU32	50
SKU33	30
SKU34	30
SKU35	7
SKU36	3
SKU37	10
SKU38	10
SKU39	20
SKU40	5
SKU41	146
SKU42	120
SKU43	146
SKU44	15
SKU45	146
SKU46	146
SKU47	18
SKU48	18
SKU49	146
SKU50	120
SKU51	10
SKU52	10
SKU53	146
SKU54	12
SKU55	5
SKU56	5
SKU57	5
SKU58	5

SKU59	5
SKU60	5
SKU61	5
SKU62	5
SKU63	5
SKU64	90
SKU65	120
SKU66	30
SKU67	7
SKU68	7
SKU69	13
SKU70	146
SKU71	20
SKU72	20
SKU73	146/

;

PARAMETER C(PP) Costo total de realizar y preparar un pedido del producto i

/SKU1	5000
SKU2	20000
SKU3	5000
SKU4	5000
SKU5	5000
SKU6	5000
SKU7	5000
SKU8	5000
SKU9	15000
SKU10	5000
SKU11	5000
SKU12	5000
SKU13	5000
SKU14	5000
SKU15	5000
SKU16	5000
SKU17	5000
SKU18	15000
SKU19	5000
SKU20	5000
SKU21	15000

SKU22	5000
SKU23	5000
SKU24	5000
SKU25	5000
SKU26	5000
SKU27	5000
SKU28	5000
SKU29	5000
SKU30	5000
SKU31	5000
SKU32	15000
SKU33	5000
SKU34	5000
SKU35	5000
SKU36	5000
SKU37	5000
SKU38	5000
SKU39	5000
SKU40	5000
SKU41	5000
SKU42	5000
SKU43	20000
SKU44	5000
SKU45	20000
SKU46	20000
SKU47	20000
SKU48	20000
SKU49	20000
SKU50	5000
SKU51	5000
SKU52	5000
SKU53	20000
SKU54	5000
SKU55	5000
SKU56	5000
SKU57	5000
SKU58	5000
SKU59	5000
SKU60	5000

SKU61 5000
 SKU62 5000
 SKU63 5000
 SKU64 15000
 SKU65 5000
 SKU66 5000
 SKU67 5000
 SKU68 5000
 SKU69 5000
 SKU70 5000
 SKU71 15000
 SKU72 15000
 SKU73 15000/

;

TABLE CO(KK,TT) Costo de tiempo extra por unidad de la capacidad del recurso k en el periodo t

	DIA1	DIA2	DIA3	DIA4	DIA5	DIA6	DIA7	DIA8
DIA9	DIA10	DIA11	DIA12	DIA13	DIA14	DIA15		
DIA16	DIA17	DIA18	DIA19	DIA20	DIA21	DIA22		
DIA23	DIA24	DIA25	DIA26	DIA27	DIA28	DIA29		
DIA30								
CT1	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000
	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	
	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	
	10000	10000	10000	10000	10000	10000	10000	
	10000	10000						
CT2	35000	35000	35000	35000	30000	35000	35000	35000
	35000	35000	35000	35000	35000	35000	35000	
	35000	35000	35000	35000	35000	35000	35000	
	35000	35000	35000	35000	35000	35000	35000	
	35000	35000						
CT3	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000
	4000	4000	4000	4000	4000	4000	4000	

CT4	35000	35000	35000	35000	30000	35000	35000
	35000	35000	35000	35000	35000	35000	35000
	35000	35000	35000	35000	35000	35000	35000
	35000	35000	35000	35000	35000	35000	35000
	35000	35000					
CT5	35000	35000	35000	35000	30000	35000	35000
	35000	35000	35000	35000	35000	35000	35000
	35000	35000	35000	35000	35000	35000	35000
	35000	35000	35000	35000	35000	35000	35000
	35000	35000					
CT6	6000	6000	6000	6000	6000	6000	6000
	6000	6000	6000	6000	6000	6000	6000
	6000	6000	6000	6000	6000	6000	6000
	6000	6000	6000	6000	6000	6000	6000

;

PARAMETER lev(PP) Nivel en el árbol del producto
 TD(PP) Demanda Total (Externa + Implicita);

SCALAR runlev Nivel de Iteración / 0 /;

* Para los SKU que tengan factor gozinto (distinto a uno vacio) darle un nivel igual a -1

* El nivel del SKU PP es igual a -1 siempre y cuando tenga un factor dependiente que lo relacione con otros SKU. Si no es así no se hace nada.

lev(PP)\$ (sum(PPp,R(PP,PPp))) = -1;

* Para los SKU de nivel 0 hace que la dda total sea igual a la dda dependiente, ahi no se tiene en cuenta la dependiente, no es lógico

* La demanda total del SKU PP es la demanda externa siempre y cuando el nivel del SKU sea 0. Si no es así no se hace nada.

TD(PP)\$ (lev(PP) = 0) = sum(TT,D(PP,TT));

* Para cada SKU comienza a calculara la demanda total, comenzando con los SKU de nivel 0, nivel 1, nivel 2, etc...

```

loop(PP$(lev(PP) = runlev),
  runlev = runlev + 1;
  lev(PPp)$R(PPp,PP) = runlev;
  TD(PPp)$R(PPp,PP) = sum(TT,D(PPp,TT)) + R(PPp,PP)*TD(PP);
);

```

PARAMETER M(PP) Un M grande para la ecuación de producción;
 $M(PP) = \max(TD(PP), LS(PP));$

SOLUCIÓN DE MODELOS

1. MODELO DET

*DESDE ACA SE COMIENZAN A DEFINIR LAS VARIABLES DEL MODELO

positive variable $x(PP, TT)$ Cantidad de pedido a producir del producto i en el periodo t

positive variable $O(KK, TT)$ Fracción adicionada del recurso k en el período t

binary variable $IP(PP, TT)$ Indicador binario de producción para el producto i en el periodo t

positive variable $INV(PP, TT)$ Inventario del producto i al final del periodo t

positive variable $IDEF(PP, TT)$ Inventario definitivo del producto i al final del periodo t

variable Z ;

EQUATION

FUNOBJ	Función Objetivo
BALINV(PP, TT)	Restrucción Balance de Inventario
CORR(PP, TT)	Balance Inventario para el MES 1
CAPACIDAD(TT, KK)	Restricción de Capacidad
CAPMAX(TT, KK)	Capacidad extra máxima
LOTSIZE(PP, TT)	Tamaño de Lote
PDCCN(PP, TT)	production indicator
INVDEF(PP, TT)	Inventario definitivo para la F.O ;

* FO: Costo de mto inventario + Costo realizar pedidos + Costo de capacidad adicional

FUNOBJ.. Z

=E=SUM(TT,SUM(PP,H(PP)*IDEF(PP,TT)+C(PP)*IP(PP,TT))+SUM(KK,CO(KK,TT)*O(KK,TT)));

* Balance de Inventario: Inventario (Periodo actual - 1) + Producción (Periodo actual - LT) >= Dda Externa (Periodo actual) + Dda Interna (Periodo actual) + Inventario (Periodo actual)

BALINV(PP,TT)\$ (ORD(TT) GT 1).. E(PP)*INV(PP,TT-1)+x(PP,TT-LT(PP)) =E=D(PP,TT)+sum(PPp, R(PP,PPp)*x(PPp,TT))+E(PP)*INV(PP,TT);

CORR(PP,TT)\$ (ORD(TT) = 1).. E(PP)*I(PP)+x(PP,TT-LT(PP)) =E=D(PP,TT)+sum(PPp, R(PP,PPp)*x(PPp,TT))+E(PP)*INV(PP,TT);

* Capacidad: Fracción utilizada por producto * Productos a realizar + Fracción utilizada por preparación <= 1 + Fracción Adicional Capacidad

CAPACIDAD(TT,KK).. sum(PP, U(PP,KK)*x(PP,TT)+S(PP,KK)*IP(PP,TT)) =L=1+O(KK,TT);

* Capacidad Extra Máxima

CAPMAX(TT,KK).. O(KK,TT) =L= F(KK,TT);

* Lote mínimo de producción

LOTSIZE(PP,TT).. IP(PP,TT)*LS(PP) =L= X(PP,TT);

* Ecuación de producción: Esta ecuación busca que no se produzca mas de la cuenta en determinado periodo, solo producir el máximo (la demanda total de ese periodo de ese producto, tamaño de lote de ese producto). Esta ecuación sirve si el fin es minimizar inventarios, en este problema se busca es reducir COSTOS.

PDCCN(PP,TT).. x(PP,TT) =L=IP(PP,TT)*M(PP);

INVDEF(PP,TT).. IDEF(PP,TT) =E= INV(PP,TT)*E(PP);

MODEL MRP2L / FUNOBJ, BALINV, CORR, LOTSIZE, CAPACIDAD, CAPMAX, PDCCN, INVDEF /;

```
option optcr=0.0;
option limrow=10;
```

```
solve MRP2L minimizing Z using MIP;
```

```
DISPLAY x.L
DISPLAY O.L
DISPLAY IP.L
DISPLAY INV.L
DISPLAY Z.L
```

*(Crea un archivo en el directorio donde siempre guarda las cosas por defecto)

```
execute_unload "1MRPDETERM.gdx" x.L O.L IP.L INV.L Z.L
execute 'gdxxrw.exe 1MRPDETERM.gdx var=x.L rng=X(PP,TT)!'
execute 'gdxxrw.exe 1MRPDETERM.gdx var=O.L rng=O(KK,TT)!'
execute 'gdxxrw.exe 1MRPDETERM.gdx var=IP.L rng=IP(PP,TT)!'
execute 'gdxxrw.exe 1MRPDETERM.gdx var=INV.L rng=INV(PP,TT)!'
execute 'gdxxrw.exe 1MRPDETERM.gdx var=Z.L rng=Z!'
```

2. MODELO DCF

*DESDE ACA SE COMIENZAN A DEFINIR LAS VARIABLES DEL MODELO

SCALAR ALFA Grado de satisfacción del tomador de decisiones con las que se cumplen las restricciones /0.7/;

positive variable x(PP,TT) Cantidad de pedido a producir del producto i en el periodo t

positive variable O(KK,TT) Fracción adicionada del recurso k en el período t

binary variable IP(PP,TT) Indicador binario de producción para el producto i en el periodo t

positive variable INV(PP,TT) Inventario del producto i al final del periodo t

positive variable IDEF(PP,TT) Inventario definitivo del producto i al final del periodo t

variable Z;

EQUATION

FUNOBJ	Función Objetivo
BALINV(PP,TT)	Restrucción Balance de Inventario
CORR(PP,TT)	Balance Inventario para el MES 1
CAPACIDAD(TT,KK)	Restricción de Capacidad
CAPMAX(TT,KK)	Capacidad extra máxima
LOTSIZE(PP,TT)	Tamaño de Lote
PDCCN(PP,TT)	production indicator
INVDEF(PP,TT)	Inventario definitivo para la F.O ;

* FO: Costo de mto inventario + Costo realizar pedidos + Costo de capacidad adicional

FUNOBJ.. Z

=E=SUM(TT,SUM(PP,H(PP)*IDEF(PP,TT)+C(PP)*IP(PP,TT))+SUM(KK,CO(KK,TT))*O(KK,TT));

* Balance de Inventario: Inventario (Periodo actual - 1) + Producción (Periodo actual - LT) >= Dda Externa (Periodo actual) + Dda Interna (Periodo actual) + Inventario (Periodo actual)

BALINV(PP,TT)\$(ORD(TT) GT 1).. E(PP)*INV(PP,TT-1)+x(PP,TT-LT(PP)) =E= D(PP,TT)+sum(PPp, R(PP,PPp)*x(PPp,TT))+E(PP)*INV(PP,TT);

CORR(PP,TT)\$(ORD(TT) = 1).. E(PP)*I(PP)+x(PP,TT-LT(PP)) =E= D(PP,TT)+sum(PPp, R(PP,PPp)*x(PPp,TT))+E(PP)*INV(PP,TT);

* Capacidad: Fracción utilizada por producto * Productos a realizar + Fracción utilizada por preparación <= 1 + Fracción Adicional Capacidad

CAPACIDAD(TT,KK).. sum(PP, (U(PP,KK)+ADI(PP,KK)-ALFA*ADI(PP,KK))*x(PP,TT)+S(PP,KK)*IP(PP,TT)) =L= 1+O(KK,TT);

* Capacidad Extra Máxima

CAPMAX(TT,KK).. O(KK,TT) =L= F(KK,TT);

* Lote mínimo de producción

LOTSIZE(PP,TT).. IP(PP,TT)*LS(PP) =L= X(PP,TT);

* Ecuación de producción: Esta ecuación busca que no se produzca mas de la cuenta en determinado periodo, solo producir el máximo (la demanda total de ese periodo de ese producto, tamaño de lote de ese producto). Esta ecuación sirve si el fin es minimizar inventarios, en este problema se busca es reducir COSTOS.

PDCCN(PP,TT).. x(PP,TT) =L=IP(PP,TT)*M(PP);

INVDEF(PP,TT).. IDEF(PP,TT) =E= INV(PP,TT)*E(PP);

MODEL MRP2L / FUNOBJ, BALINV, CORR, LOTSIZE, CAPACIDAD, CAPMAX,
PDCCN, INVDEF /;

option optcr=0.0;

option limrow=10;

solve MRP2L minimizing Z using MIP;

DISPLAY x.L

DISPLAY O.L

DISPLAY IP.L

DISPLAY INV.L

DISPLAY Z.L

*(Crea un archivo en el directorio donde siempre guarda las cosas por defecto)

execute_unload "2MRPDISCAP.gdx" x.L O.L IP.L INV.L Z.L

execute 'gdxxrw.exe 2MRPDISCAP.gdx var=x.L rng=X(PP,TT)!'

execute 'gdxxrw.exe 2MRPDISCAP.gdx var=O.L rng=O(KK,TT)!'

execute 'gdxxrw.exe 2MRPDISCAP.gdx var=IP.L rng=IP(PP,TT)!'

execute 'gdxxrw.exe 2MRPDISCAP.gdx var=INV.L rng=INV(PP,TT)!'

execute 'gdxxrw.exe 2MRPDISCAP.gdx var=Z.L rng=Z!'

3. MODELO DDI

*DESDE ACA SE COMIENZAN A DEFINIR LAS VARIABLES DEL MODELO

SCALAR ALFA Grado de satisfacción del tomador de decisiones con las que se cumplen las restricciones /0.7/;

positive variable x(PP,TT) Cantidad de pedido a producir del producto i en el periodo t

positive variable O(KK,TT) Fracción adicionada del recurso k en el período t

binary variable IP(PP,TT) Indicador binario de producción para el producto i en el periodo t
 positive variable INV(PP,TT) Inventario del producto i al final del periodo t
 positive variable IDEF(PP,TT) Inventario definitivo del producto i al final del periodo t
 variable Z;

EQUATION	FUNOBJ	Función Objetivo
	BALINV1(PP,TT)	Restrucción Balance de Inventario <=
	BALINV2(PP,TT)	Restrucción Balance de Inventario >=
	CORR1(PP,TT)	Balance Inventario para el MES 1 <=
	CORR2(PP,TT)	Balance Inventario para el MES 1 >=
	CAPACIDAD(TT,KK)	Restricción de Capacidad
	CAPMAX(TT,KK)	Capacidad extra máxima
	LOTSIZE(PP,TT)	Tamaño de Lote
	PDCCN(PP,TT)	production indicator
	INVDEF1(PP,TT)	Inventario definitivo para la F.O <=
	INVDEF2(PP,TT)	Inventario definitivo para la F.O >= ;

* FO: Costo de mto inventario + Costo realizar pedidos + Costo de capacidad adicional

FUNOBJ.. Z

=E=SUM(TT,SUM(PP,H(PP)*IDEF(PP,TT)+C(PP)*IP(PP,TT))+SUM(KK,CO(KK,TT))*O(KK,TT));

* Balance de Inventario: Inventario (Periodo actual - 1) + Producción (Periodo actual - LT) >= Dda Externa (Periodo actual) + Dda Interna (Periodo actual) + Inventario (Periodo actual)

BALINV1(PP,TT)\$ (ORD(TT) GT 1).. (E(PP)-A(PP)*(1-ALFA))*(INV(PP,TT-1)-INV(PP,TT))+x(PP,TT-LT(PP))-sum(PPp, R(PP,PPp)*x(PPp,TT)) =L= D(PP,TT);
 BALINV2(PP,TT)\$ (ORD(TT) GT 1).. (E(PP)+A(PP)*(1-ALFA))*(INV(PP,TT-1)-INV(PP,TT))+x(PP,TT-LT(PP))-sum(PPp, R(PP,PPp)*x(PPp,TT)) =G= D(PP,TT);

CORR1(PP,TT)\$ (ORD(TT) = 1).. (E(PP)-A(PP)*(1-ALFA))*(I(PP)-INV(PP,TT))+x(PP,TT-LT(PP))-sum(PPp, R(PP,PPp)*x(PPp,TT)) =L= D(PP,TT);
 CORR2(PP,TT)\$ (ORD(TT) = 1).. (E(PP)+A(PP)*(1-ALFA))*(I(PP)-INV(PP,TT))+x(PP,TT-LT(PP))-sum(PPp, R(PP,PPp)*x(PPp,TT)) =G= D(PP,TT);

* Capacidad: Fracción utilizada por producto * Productos a realizar + Fracción utilizada por preparación $\leq 1 + \text{Fracción Adicional Capacidad}$
 $\text{CAPACIDAD}(\text{TT}, \text{KK}).. \text{sum}(\text{PP}, \text{U}(\text{PP}, \text{KK}) * \text{x}(\text{PP}, \text{TT}) + \text{S}(\text{PP}, \text{KK}) * \text{IP}(\text{PP}, \text{TT})) = \text{L} = 1 + \text{O}(\text{KK}, \text{TT});$

* Capacidad Extra Máxima
 $\text{CAPMAX}(\text{TT}, \text{KK}).. \text{O}(\text{KK}, \text{TT}) = \text{L} = \text{F}(\text{KK}, \text{TT});$

* Lote mínimo de producción
 $\text{LOTSIZE}(\text{PP}, \text{TT}).. \text{IP}(\text{PP}, \text{TT}) * \text{LS}(\text{PP}) = \text{L} = \text{X}(\text{PP}, \text{TT});$

* Ecuación de producción: Esta ecuación busca que no se produzca mas de la cuenta en determinado periodo, solo producir el máximo (la demanda total de ese periodo de ese producto, tamaño de lote de ese producto). Esta ecuación sirve si el fin es minimizar inventarios, en este problema se busca es reducir COSTOS.
 $\text{PDCCN}(\text{PP}, \text{TT}).. \text{x}(\text{PP}, \text{TT}) = \text{L} = \text{IP}(\text{PP}, \text{TT}) * \text{M}(\text{PP});$

$\text{INVDEF1}(\text{PP}, \text{TT}).. (\text{E}(\text{PP}) - \text{A}(\text{PP}) * (1 - \text{ALFA})) * \text{INV}(\text{PP}, \text{TT}) = \text{L} = \text{IDEF}(\text{PP}, \text{TT});$
 $\text{INVDEF2}(\text{PP}, \text{TT}).. (\text{E}(\text{PP}) + \text{A}(\text{PP}) * (1 - \text{ALFA})) * \text{INV}(\text{PP}, \text{TT}) = \text{G} = \text{IDEF}(\text{PP}, \text{TT});$

MODEL MRP2L / FUNOBJ, BALINV1, BALINV2, CORR1, CORR2, LOTSIZE, CAPACIDAD, CAPMAX, PDCCN, INVDEF1, INVDEF2 /;

option optcr=0.0;
option limrow=10;

solve MRP2L minimizing Z using MIP;

DISPLAY x.L
DISPLAY O.L
DISPLAY IP.L
DISPLAY INV.L
DISPLAY Z.L

*(Crea un archivo en el directorio donde siempre guarda las cosas por defecto)
execute_unload "4MRPDISPINV.gdx" x.L O.L IP.L INV.L Z.L
execute 'gdxrw.exe 4MRPDISPINV.gdx var=x.L rng=X(PP,TT)!'
execute 'gdxrw.exe 4MRPDISPINV.gdx var=O.L rng=O(KK,TT)!'
execute 'gdxrw.exe 4MRPDISPINV.gdx var=IP.L rng=IP(PP,TT)!'

execute 'gdxxrw.exe 4MRPDISPINV.gdx var=INV.L rng=INV(PP,TT)!'
 execute 'gdxxrw.exe 4MRPDISPINV.gdx var=Z.L rng=Z!'

4. MODELO DTE

*Recalcular el Lead Time con base en un alfa definido. La ecuacion debe redondear al entero mayor

SCALAR ALFA Grado de satisfacción del tomador de decisiones con las que se cumplen las restricciones /0.7/;

$$LT(PP)=\text{ceil}(LT(PP)+(1-ALFA)*DES(PP));$$

*DESDE ACA SE COMIENZAN A DEFINIR LAS VARIABLES DEL MODELO
 positive variable x(PP,TT) Cantidad de pedido a producir del producto i en el periodo t

positive variable O(KK,TT) Fracción adicionada del recurso k en el período t

binary variable IP(PP,TT) Indicador binario de producción para el producto i en el periodo t

positive variable INV(PP,TT) Inventario del producto i al final del periodo t

positive variable IDEF(PP,TT) Inventario definitivo del producto i al final del periodo t

variable Z;

EQUATION

FUNOBJ	Función Objetivo
BALINV(PP,TT)	Restrucción Balance de Inventario
CORR(PP,TT)	Balance Inventario para el MES 1
CAPACIDAD(TT,KK)	Restricción de Capacidad
CAPMAX(TT,KK)	Capacidad extra máxima
LOTSIZE(PP,TT)	Tamaño de Lote
PDCCN(PP,TT)	production indicator
INVDEF(PP,TT)	Inventario definitivo para la F.O ;

* FO: Costo de mto inventario + Costo realizar pedidos + Costo de capacidad adicional

FUNOBJ.. Z

=E=SUM(TT,SUM(PP,H(PP)*IDEF(PP,TT)+C(PP)*IP(PP,TT))+SUM(KK,CO(KK,TT)*O(KK,TT)));

* Balance de Inventario: Inventario (Periodo actual - 1) + Producción (Periodo actual - LT) >= Dda Externa (Periodo actual) + Dda Interna (Periodo actual) + Inventario (Periodo actual)

BALINV(PP,TT)\$ (ORD(TT) GT 1).. E(PP)*INV(PP,TT-1)+x(PP,TT-LT(PP)) =E= D(PP,TT)+sum(PPp, R(PP,PPp)*x(PPp,TT))+E(PP)*INV(PP,TT);

CORR(PP,TT)\$ (ORD(TT) = 1).. E(PP)*I(PP)+x(PP,TT-LT(PP)) =E= D(PP,TT)+sum(PPp, R(PP,PPp)*x(PPp,TT))+E(PP)*INV(PP,TT);

* Capacidad: Fracción utilizada por producto * Productos a realizar + Fracción utilizada por preparación <= 1 + Fracción Adicional Capacidad
CAPACIDAD(TT,KK).. sum(PP, U(PP,KK)*x(PP,TT)+S(PP,KK)*IP(PP,TT)) =L= 1+O(KK,TT);

* Capacidad Extra Máxima

CAPMAX(TT,KK).. O(KK,TT) =L= F(KK,TT);

* Lote mínimo de producción

LOTSIZE(PP,TT).. IP(PP,TT)*LS(PP) =L= X(PP,TT);

* Ecuación de producción: Esta ecuación busca que no se produzca mas de la cuenta en determinado periodo, solo producir el máximo (la demanda total de ese periodo de ese producto, tamaño de lote de ese producto). Esta ecuación sirve si el fin es minimizar inventarios, en este problema se busca es reducir COSTOS.

PDCCN(PP,TT).. x(PP,TT) =L= IP(PP,TT)*M(PP);

INVDEF(PP,TT).. IDEF(PP,TT) =E= INV(PP,TT)*E(PP);

MODEL MRP2L / FUNOBJ, BALINV, CORR, LOTSIZE, CAPACIDAD, CAPMAX, PDCCN, INVDEF /;

option optcr=0.0;

option limrow=10;

solve MRP2L minimizing Z using MIP;

DISPLAY x.L
DISPLAY O.L
DISPLAY IP.L
DISPLAY INV.L
DISPLAY Z.L

*(Crea un archivo en el directorio donde siempre guarda las cosas por defecto)
execute_unload "3MRPTIEMPOENTREGA.gdx" x.L O.L IP.L INV.L Z.L
execute 'gdxrw.exe 3MRPTIEMPOENTREGA.gdx var=x.L rng=X(PP,TT)!'
execute 'gdxrw.exe 3MRPTIEMPOENTREGA.gdx var=O.L rng=O(KK,TT)!'
execute 'gdxrw.exe 3MRPTIEMPOENTREGA.gdx var=IP.L rng=IP(PP,TT)!'
execute 'gdxrw.exe 3MRPTIEMPOENTREGA.gdx var=INV.L rng=INV(PP,TT)!'
execute 'gdxrw.exe 3MRPTIEMPOENTREGA.gdx var=Z.L rng=Z!'!

5. MODELO DCFDITE

*Recalcular el Lead Time con base en un alfa definido. La ecuacion debe redondear al entero mayor

SCALAR ALFA Grado de satisfacción del tomador de decisiones con las que se cumplen las restricciones /0.7/;

$LT(PP)=\text{ceil}(LT(PP)+(1-ALFA)*DES(PP));$

*DESDE ACA SE COMIENZAN A DEFINIR LAS VARIABLES DEL MODELO

positive variable $x(PP,TT)$ Cantidad de pedido a producir del producto i en el periodo t

positive variable $O(KK,TT)$ Fracción adicionada del recurso k en el período t

binary variable $IP(PP,TT)$ Indicador binario de producción para el producto i en el periodo t

positive variable $INV(PP,TT)$ Inventario del producto i al final del periodo t

positive variable $IDEF(PP,TT)$ Inventario definitivo del producto i al final del periodo t

variable Z ;

EQUATION

FUNOBJ	Función Objetivo
BALINV1(PP,TT)	Restrucción Balance de Inventario <=
BALINV2(PP,TT)	Restrucción Balance de Inventario >=
CORR1(PP,TT)	Balance Inventario para el MES 1 <=
CORR2(PP,TT)	Balance Inventario para el MES 1 >=
CAPACIDAD(TT,KK)	Restricción de Capacidad
CAPMAX(TT,KK)	Capacidad extra máxima
LOTSIZE(PP,TT)	Tamaño de Lote
PDCCN(PP,TT)	production indicator
INVDEF1(PP,TT)	Inventario definitivo para la F.O <=
INVDEF2(PP,TT)	Inventario definitivo para la F.O >= ;

* FO: Costo de mto inventario + Costo realizar pedidos + Costo de capacidad adicional

FUNOBJ.. Z

$$=E=SUM(TT,SUM(PP,H(PP)*IDEF(PP,TT)+C(PP)*IP(PP,TT))+SUM(KK,CO(KK,TT)*O(KK,TT)));$$

* Balance de Inventario: Inventario (Periodo actual - 1) + Producción (Periodo actual - LT) >= Dda Externa (Periodo actual) + Dda Interna (Periodo actual) + Inventario (Periodo actual)

BALINV1(PP,TT)\$ (ORD(TT) GT 1).. $(E(PP)-A(PP)*(1-ALFA))*(INV(PP,TT-1)-INV(PP,TT))+x(PP,TT-LT(PP))-sum(PPp, R(PP,PPp)*x(PPp,TT)) =L= D(PP,TT);$
 BALINV2(PP,TT)\$ (ORD(TT) GT 1).. $(E(PP)+A(PP)*(1-ALFA))*(INV(PP,TT-1)-INV(PP,TT))+x(PP,TT-LT(PP))-sum(PPp, R(PP,PPp)*x(PPp,TT)) =G= D(PP,TT);$

CORR1(PP,TT)\$ (ORD(TT) = 1).. $(E(PP)-A(PP)*(1-ALFA))*(I(PP)-INV(PP,TT))+x(PP,TT-LT(PP))-sum(PPp, R(PP,PPp)*x(PPp,TT)) =L= D(PP,TT);$
 CORR2(PP,TT)\$ (ORD(TT) = 1).. $(E(PP)+A(PP)*(1-ALFA))*(I(PP)-INV(PP,TT))+x(PP,TT-LT(PP))-sum(PPp, R(PP,PPp)*x(PPp,TT)) =G= D(PP,TT);$

* Capacidad: Fracción utilizada por producto * Productos a realizar + Fracción utilizada por preparación <= 1 + Fracción Adicional Capacidad

CAPACIDAD(TT, KK).. $\text{sum}(PP, (U(PP, KK) + \text{ADI}(PP, KK) - \text{ALFA} * \text{ADI}(PP, KK)) * x(PP, TT) + S(PP, KK) * \text{IP}(PP, TT)) = L = 1 + O(KK, TT);$

* Capacidad Extra Máxima

CAPMAX(TT, KK).. $O(KK, TT) = L = F(KK, TT);$

* Lote mínimo de producción

LOTSIZE(PP, TT).. $\text{IP}(PP, TT) * \text{LS}(PP) = L = X(PP, TT);$

* Ecuación de producción: Esta ecuación busca que no se produzca más de la cuenta en determinado periodo, solo producir el máximo (la demanda total de ese periodo de ese producto, tamaño de lote de ese producto). Esta ecuación sirve si el fin es minimizar inventarios, en este problema se busca es reducir COSTOS.

PDCCN(PP, TT).. $x(PP, TT) = L = \text{IP}(PP, TT) * M(PP);$

INVDEF1(PP, TT).. $(E(PP) - A(PP) * (1 - \text{ALFA})) * \text{INV}(PP, TT) = L = \text{IDEF}(PP, TT);$

INVDEF2(PP, TT).. $(E(PP) + A(PP) * (1 - \text{ALFA})) * \text{INV}(PP, TT) = G = \text{IDEF}(PP, TT);$

MODEL MRP2L / FUNOBJ, BALINV1, BALINV2, CORR1, CORR2, LOTSIZE, CAPACIDAD, CAPMAX, PDCCN, INVDEF1, INVDEF2 /;

option optcr=0.0;

option limrow=10;

solve MRP2L minimizing Z using MIP;

DISPLAY x.L

DISPLAY O.L

DISPLAY IP.L

DISPLAY INV.L

DISPLAY Z.L

execute 'gdxxrw.exe 5MRPTOTAL.gdx var=x.L rng=X(PP, TT)!'

execute 'gdxxrw.exe 5MRPTOTAL.gdx var=O.L rng=O(KK, TT)!'

execute 'gdxxrw.exe 5MRPTOTAL.gdx var=IP.L rng=IP(PP, TT)!'

execute 'gdxxrw.exe 5MRPTOTAL.gdx var=INV.L rng=INV(PP, TT)!'

execute 'gdxxrw.exe 5MRPTOTAL.gdx var=Z.L rng=Z!'