



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Estudio de caso: Una Contextualización Pedagógica Sobre la Divisibilidad

Sindy Cristina Castaño Villa

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2018

Estudio de caso: Una Contextualización Pedagógica Sobre la Divisibilidad

Sindy Cristina Castaño Villa

Trabajo final de maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:

Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales

Director:

Magister en Tecnología Educativa y Medios Innovadores para la Educación
Docente: Jair Arturo Gómez Gómez

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Ciencias
Medellín, Colombia
2018

Agradecimientos

Primeramente, gracias al profesor Jair Arturo Gómez Gómez, magister en tecnología de la educación, por su dedicación y conocimientos, gracias a los cuales he podido llevar a feliz término este trabajo.

A mi familia por la paciencia, el apoyo y la colaboración que tuvieron durante la realización de este proyecto.

A mis compañeros de curso, quienes con su experiencia me aportaron ejemplo y apoyo durante este camino.

A la universidad Nacional y las directivas de la facultad de ciencias, quienes han facilitado toda la logística requerida para este trabajo.

Resumen

Este trabajo presenta un análisis propositivo de la divisibilidad en los enteros y está diseñado como un estudio de caso. Tiene como objetivo realizar una monografía de compilación para la contextualización de la enseñanza de la divisibilidad en la educación básica secundaria. Las fuentes para la recolección de datos fueron dos: análisis de textos que cumplen función de apoyo para el profesor y alumnos y entrevistas a profesores comprometidos con la enseñanza del tema. Este trabajo se realizó en la ciudad de Medellín y los profesores entrevistados ejercen su actividad en colegios tanto públicos como privados. Como resultado se presenta una monografía de compilación que da cuenta del objetivo propuesto. Los aspectos esenciales de esta monografía se centran, tanto en lo académico, considerando una presentación matemática correcta de la relación de divisibilidad y sus consecuencias cercanas, así como en lo didáctico, proponiendo un enfoque basado en el paradigma del constructivismo social. Se espera que esta monografía genere un impacto que mejore los procesos de enseñanza de la matemática en los niveles básicos de la educación.

Palabras clave: divisibilidad, monografía, estudio de caso, análisis de texto, educación básica secundaria.

Abstract

This paper deals with a prepositive analysis of divisibility in the integers and is designed as a case study. The objective was to make a compilation monograph for the contextualization of the teaching of divisibility in secondary basic education. The sources for data collection were two: analysis of texts that fulfill the function of support for the teacher and students and interviews with teachers committed to teaching the subject. This paper deals were carried out in the city of Medellín city and the professors interviewed work in public and private schools. As a result, a compilation monograph is presented that gives an account of the proposed objective. The essential aspects of this monograph are focused, both academically, considering a correct mathematical presentation of the relationship of divisibility and its close consequences, as well as in the didactic, proposing an approach based on the paradigm of social constructivism. It is hoped that this monograph will generate an impact that improves the processes of teaching mathematics at the basic levels of education

Keywords: divisibility, monograph, case study, text analysis, secondary basic education.

Contenido

Agradecimientos	V
Resumen.....	VI
Contenido.....	VII
Lista de figuras.....	IX
Lista de tablas	X
Introducción.....	1
CAPITULO I. DISEÑO TEÓRICO	3
1.1 Planteamiento del Problema.....	3
1.1.1 Descripción del Problema	3
1.1.2 Formulación de la Pregunta	4
1.2 Justificación.....	5
1.3 Objetivos.....	6
1.3.1 Objetivo General	6
1.3.2 Objetivos Específicos.....	6
1.4. MARCO REFERENCIAL.....	7
1.4.1 Referente Antecedentes	7
1.4.2 Referente Teórico	9
1.4.3 Referente Conceptual - Disciplinar.....	13
1.4.4 Referente Legal.....	17
CAPITULO II. DISEÑO METODOLÓGICO	20
CAPITULO III. SISTEMATIZACIÓN DE LA MONOGRAFÍA	23
3.1 Descripción del proceso seguido en la elaboración de la monografía.....	23
3.2 Conclusiones y Recomendaciones.....	35

3.2.1 Conclusiones.....	35
3.2.2 Recomendaciones.....	36
Referencias.....	38
A. LA DIVISIBILIDAD: UN ESTUDIO DESDE EL CONTEXTO PEDAGÓGICO....	41
ANEXOS MONOGRAFÍA.....	61
B. Anexo: Ficha de entrevistas	61
C. Anexo: Transcripción de entrevistas	67
Entrevista 1.....	67
Entrevista 2.....	73
Entrevista 3.....	76
Entrevista 4.....	79
D. Anexo. Ficha de Referencias.....	84

Lista de figuras

Figura 1. Estructura de conocimientos para la divisibilidad.....	15
Figura 2. Aprendizaje cooperativo.	16; Error! Marcador no definido.
Figura 3. Unidades que convergen a la categoría C1.	26
Figura 4. Unidades que convergen en la categoría C2.	27
Figura 5. Unidades que convergen en la categoría C3.	28
Figura 6. Unidades que convergen en la categoría C4.	29
Figura 7. Unidades que convergen a la categoría C5.	30
Figura 8. Unidades que convergen a la categoría C6.	31
Figura 9. Unidades que convergen a la categoría C7.	32
Figura 10. Unidades que convergen en la categoría C8.	33

Lista de tablas

Tabla 1. Referentes legales.	17
Tabla 2. Cronograma de actividades	21
Tabla 3. Técnicas e instrumentos de recolección de la información.	25

Introducción

En este trabajo final de maestría para optar por el título de magister en enseñanza de las ciencias exactas y naturales se hace un análisis propositivo acerca de la divisibilidad en los números enteros, teniendo en mira su enseñanza en los grados iniciales de la educación básica secundaria. Para su elaboración se hizo una revisión teórica y se tuvo en cuenta una percepción del estado actual de su enseñanza en algunos colegios de la ciudad de Medellín. Los medios implementados fueron: una revisión bibliográfica de algunos textos de matemáticas para el grado sexto, 3 tesis que se enfocan en aspectos relacionados con la divisibilidad y su enseñanza, y entrevistas con profesores que enseñan matemática en nivel básico escolar en algunas instituciones locales.

La divisibilidad que hace parte de la competencia pensamiento numérico y los sistemas numéricos, tal como consta en los “lineamientos curriculares de matemáticas” ha hecho parte de los currículos escolares desde las primeras conformaciones del aparato escolar dada su necesaria presencia y su reconocida importancia en el desarrollo de la matemática, presencia de la cual queda constancia desde los primeros desarrollos de la matemática como ciencia (Euclides aproximadamente siglo VI a. de C.)

Desde hace ya bastantes años (30 o 40 años) la formación matemáticas de nuestros bachilleres ha venido en declive y de esto existe constancia en medios que se quejan de malos resultados y en pruebas institucionales que dan cuenta de ello. Los estudiosos de la situación están de acuerdo y con sobrada razón, que un punto clave para el éxito o fracaso en la formación matemática de todo individuo pasa por la enseñanza y aprendizaje apropiados de la divisibilidad.

Este trabajo centra pues en la idea de proponer un punto de vista de cómo enseñar bien la divisibilidad y con esto desarrollar el pensamiento matemático, contando para ello con principios educativos de reconocido carácter científico y medios tecnológicos poderosos que estén a la mano para corregir lo últimamente parece ir de mal en peor.

Finalmente se recogen en una monografía de compilación, los análisis y resultados obtenidos de la información proporcionada por los contextos y entrevistas aludidos anteriormente y se termina con una propuesta acerca de la enseñanza de la divisibilidad en los grados básicos de secundaria. La organización de este trabajo se surte de la siguiente manera: como aspecto preliminar se describe el problema, se formula la pregunta, se hace

una justificación y se plantean los objetivos. En segundo lugar, se hace una reseña del marco teórico, que incluye un enfoque sobre el constructivismo social y el aprendizaje significativo. A continuación, en el referente disciplinar, se discriminan los aspectos básicos de la divisibilidad y aquellos propios de la didáctica que requiere el profesor para ser competente en la enseñanza a impartir. Se cierra esta parte con una reseña del referente legal que le da el necesario respaldo al presente trabajo.

En tercer lugar, se hace la descripción de la metodología con que se pretende recoger información requerida para llevar a cabo la monografía de compilación. En cuarto lugar, se registran las conclusiones y recomendaciones que surgen como resultado de este trabajo. Finalmente se presentan las referencias que apoyan su realización.

CAPITULO I. DISEÑO TEÓRICO

1.1 Planteamiento del Problema

1.1.1 Descripción del Problema

El tema de la divisibilidad, en Colombia, ha estado presente en los currículos desde los tiempos de la república en los programas de educación básica, y esto debido a que ha sido un tema de consolidada importancia para la cultura matemática de toda persona y por sus implicaciones en el desarrollo posterior de la aritmética y el álgebra. Los lineamientos de matemáticas publicados por el MEN (Ministerio de Educación Nacional, 1998) para el desarrollo de este tema, hacen parte del aspecto denominado pensamiento numérico y sistemas numéricos, que se refiere a la habilidad para utilizar los números enteros en forma apropiada en el desarrollo de temas y estrategias que utilicen la matemática, según McIntosh (citado en el MEN, 1998).

La divisibilidad es un tema que para los alumnos de los primeros niveles de educación básica secundaria resulta bastante complejo y siendo un tema básico en el desarrollo posterior de la matemática, su inapropiada enseñanza se ve reflejada en los bajos resultados en matemática que arrojan pruebas realizadas por diferentes entidades, (en las pruebas saber 2016 se evidencian bajos resultados en el área, sin embargo mejoran un poco contrastados con los del 2015) (El espectador, 2017) y según se percibe en las dificultades de orden matemático que se le presentan a los estudiantes más adelante.

Esto en parte se debe a que un gran número de profesores, o no tienen un dominio del contenido o fallan al momento de usar estrategias y técnicas para enseñar los contenidos matemáticos propios de la enseñanza básica, ya sea por desconocimiento o por desmotivación, como menciona Feo, (2016) en su tesis "Orientaciones básicas para el diseño de estrategias didácticas". Las fallas en la práctica docente se evidencian cuando los estudiantes suman fracciones con diferente denominador. Al hacer el diagnóstico se encuentra que una de las causas de esta falla es el concepto de mínimo común múltiplo asociado a los conceptos de múltiplo y divisor.

Algunas de las estadísticas como la anterior, ubican a nuestro país en un lugar que nos dice de un problema existente en la enseñanza de la matemática y lo cual está exigiendo unas reformas ajustadas a los estándares de calidad que las circunstancias actuales exigen.

Es por lo anterior que se han hecho diferentes investigaciones sobre cómo enseñar “divisibilidad”, orientadas a subsanar los problemas que se han presentado en el proceso de enseñanza - aprendizaje de la divisibilidad, tema que como ya se mencionó, incide con mucha fuerza en el desarrollo posterior de la matemática.

En este trabajo se expone lo percibido en algunos contextos, la forma como se está enseñando la divisibilidad en los grados iniciales del proceso escolar y a partir de ello hacer una propuesta acerca de presentar este tema, sino como una relación, sí en términos muy cercanos a ella, pues es ésta una noción fundamental en la teoría de la divisibilidad y en estos niveles se trata de ir acercando al estudiante al conocimiento de dicha teoría. Otro aspecto para tener en cuenta es el de presentar dicha propuesta desde el punto de vista del paradigma del constructivismo social y en concordancia con los lineamientos y estándares que promueve el ministerio de educación nacional (MEN) desde hace algunos años (1998).

El paradigma mencionado antes es uno de los que propone las ciencias de la educación para el siglo XXI y que en la actualidad está siendo impulsado desde las entidades encargadas de orientar los procesos educativos para modificar los modelos tradicionales de enseñanza que ya no se adecuan a las necesidades y circunstancias de los tiempos actuales.

1.1.2 Formulación de la Pregunta

Toda investigación nace de una pregunta sugerida por la percepción de una situación problema. En el caso presente el problema surge de los poco satisfactorios resultados que se evidencian en la matemática impartida en los niveles básicos de la enseñanza secundaria, concretamente en las dificultades que los estudiantes encuentran con las fracciones racionales y, claro está, de allí en adelante. Considerando que un tema fundamental para el desarrollo de la matemática impartida en la educación básica es el que tienen que ver con la relación de divisibilidad, se formula la siguiente pregunta:

Cómo, a partir de una revisión teórica, se puede generar un análisis propositivo al proceso de enseñanza de la divisibilidad.

1.2 Justificación

Las circunstancias que ha vivido Colombia en la educación, a lo largo de su existencia como república, han hecho que el país tenga un retraso sustancial en la formación de investigadores en todas las áreas del conocimiento científico y tecnológico y la matemática, siendo una matriz de dicho desarrollo, ha incidido con su retraso en este estado negativo con respecto al escenario de la investigación científica. Este estado de la educación ha movido a los últimos gobiernos a darle un impulso al sistema educativo para adecuarlo a las necesidades de la sociedad, necesidades que son la razón de ser de la escuela. Por ello ha motivado a las universidades para que en sus planes de reforma abran programas de formación profesional de educadores, en particular de profesores que enseñen “bien” la matemática, basados en los avances que las ciencias de la educación han tenido en los últimos 50 años. Por otra parte, también desde las esferas que tienen que ver con la educación, se están trazando lineamientos que orienten la enseñanza en las primeras etapas escolares y que paulatinamente se extiendan a todos los niveles del aparato escolar.

Estas nuevas circunstancias han hecho que aparezcan trabajos y tesis de egresados de los nuevos programas de formación de docentes y es por ello que se ha escogido un tema específico como la divisibilidad en los números enteros, para realizar un estudio de caso, estructurado en una monografía de compilación, pues esta teoría es vertical en la matemática, ya que en ella se desarrollan conceptos como múltiplo, divisor, números primos y compuestos, factorización, entre otros, que son prerrequisito para el tema de los fraccionarios y otros temas indispensables para la continuidad de la matemática impartida en la educación básica.

Se espera que este trabajo sirva de aporte a la práctica de docentes interesados en enseñar una matemática de calidad y que éstos impriman en sus estudiantes motivación y entusiasmo para aprender a aprender, tarea para la cual la formación del docente debe ser de gran calidad, y según Shulman (citado por López, 2015) no sólo enfocada en el conocimiento del contenido, sino también en el conocimiento didáctico y pedagógico pues “la mayoría de docentes aunque

dominan lo procedimental, casi de manera exclusiva, desconocen o no le dan mayor importancia al dominio conceptual implícito en el diseño de estrategias didácticas” (Feo, 2016, p. 1).

Por lo anterior resulta importante abordar el tema de la divisibilidad, con una estrategia apropiada que produzca aprendizaje significativo, importancia que radica en la incidencia esencial e inmediata que tiene este tema en el desarrollo de los temas que siguen, como es por ejemplo la enseñanza de los fraccionarios. (El informe de resultados de la prueba SERCE de matemáticas -Segundo Examen regional Comparativo y Explicativo- para el grado sexto en el documento “Aporte para la enseñanza de las matemáticas”, “destaca las dificultades que se le presentan a los estudiantes en el tema de las operaciones básicas con fraccionarios”. (Resultados para el grado sexto de la prueba SERCE, 2007, p. 20).)

Se pretende finalmente realizar una monografía de compilación basada en el análisis de algunos contextos relacionados con la enseñanza de la divisibilidad en los grados iniciales de la educación secundaria.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo General

Realizar un estudio de caso a partir de la elaboración de una monografía de compilación para la contextualización de la enseñanza de la divisibilidad en los primeros grados de educación básica secundaria.

1.3.2 Objetivos Específicos

- Identificar en diferentes contextos, el enfoque y la manera en que se está enseñando, en la actualidad, la divisibilidad en los números enteros.
- Analizar los referentes encontrados a la luz de la teoría del constructivismo social.
- Diseñar y analizar entrevistas semiestructuradas para aplicarlas a algunos docentes de diferentes instituciones, oficiales y privadas, de la ciudad de Medellín.

- Sistematizar el escrito monográfico como una propuesta a los procesos de enseñanza de la divisibilidad.
- Divulgar la monografía ante la comunidad académica, como una herramienta para la enseñanza de la divisibilidad.

1.4. MARCO REFERENCIAL

1.4.1 Referente Antecedentes

Desde comienzos del siglo XIX el sistema educativo en Colombia fue de corte tradicional durante muchos años, (según el currículo de matemática de esa época, la enseñanza se limitaba a los aspectos operativos con enteros, fraccionarios y algoritmos para la división y la extracción de raíces cuadradas y cúbicas). Este enfoque perdura todavía pues como se sabe, los cambios de relativa profundidad tardan en establecerse un buen número de años.

Fue a partir de 1936 (gobierno del presidente López Pumarejo) cuando el gobierno de ese entonces presentó una reforma al sistema educativo, sin que ésta tuviera las repercusiones necesarias para un cambio a fondo (Ramírez, 2006), cambio que, entre otras cosas, el sistema social y político no requería. En particular la educación matemática para secundaria se limitaba a los procedimientos operativos en los cuales se capacitaba al profesorado que luego transmitía estos contenidos y procedimientos a los estudiantes. El aspecto negativo por señalar es el estancamiento hasta recientes años de dicho planteamiento, mientras el mundo se renovaba y cambiaba en casi todos los aspectos.

Sin embargo, recientemente las pruebas PISA registran una cierta mejoría en la calidad de la educación, en particular de la matemática. (Pruebas Pisa 2015, matemáticas: media 390 sobre 564 que fue la media más alta). (Organización para la Cooperación y el desarrollo económico OCDE, 2016). También se notó una mejoría en las últimas olimpiadas matemáticas en las que Colombia ocupó el puesto 66 de 104 participantes. (Olimpiada Internacional de Matemáticas, IMO 2016). Y el ICFES también reportó una mejoría en los resultados de matemática de las pruebas realizadas en 2016, en los grados 3°, 5° y 9°, con respecto a las mismas pruebas del año 2015. (El espectador, marzo 2017). Ello marca ya el inicio de una nueva era en la enseñanza de la

matemática, lo cual debe motivar la continuidad en el esfuerzo por mejorar los procesos de enseñanza- aprendizaje de esta área.

Claro que debe tenerse en cuenta, según Mariano Jabonero, director de educación de la fundación Santillana, que la calidad de la educación es compleja y requiere de aspectos esenciales como pertinencia, integridad y equidad. En este sentido las pruebas estandarizadas (Pisa, Icfes, Terce, entre otras.) son demasiado simplificadas para tener una información acertada sobre la calidad de la educación que se está impartiendo. Los requisitos indispensables, según el mismo director, para alcanzar metas de calidad significativa en lo educativo, son los fines y contenidos acordes con lo individual y lo social, independientemente de la raza, estrato, género o región a la cual pertenecen los alumnos. (Fundación Santillana, 2017).

A pesar de los esfuerzos que vienen haciendo los últimos gobiernos de Colombia, como se insinuó en un anterior párrafo, aún sobreviven en alto grado las malas prácticas en la educación, en particular de la enseñanza de la matemática, como menciona López (2015), en su destacada tesis doctoral *“Significados de la relación de Divisibilidad de Maestros en Formación, Manifestados en el Desarrollo de un Modelo de Enseñanza”* y estas malas prácticas no son ajenas a Colombia. Entre las causas de las malas prácticas que se han identificado, López ha reconocido la falta de preparación por parte del profesorado en los diferentes temas matemáticos.

En busca de continuar mejorando esta situación, las autoridades encargadas de la educación básica, están haciendo un esfuerzo para implementar cambios en la planeación educativa a nivel general y estableciendo normas para que las escuelas, colegios y universidades reformen sus respectivos planes de estudios y elaboren sus currículos de acuerdo a los lineamientos y estándares básicos del currículo general elaborado en años recientes por el MEN, cambios que finalmente se espera incidan en la formación de profesores capacitados para llevar a efecto las mejoras deseadas y de esta manera lograr que el sistema educativo colombiano alcance una posición digna frente al desarrollo científico y tecnológico mundial y consiguiendo además cumplir con los fines de la educación en la formación de ciudadanía.

Este trabajo se propone revisar la forma en que algunos profesores activos están abordando actualmente el tema de la divisibilidad, y de igual manera la forma en que algunos textos y tesis han elaborado propuestas para la enseñanza de la divisibilidad. Se terminará este trabajo con un análisis de las propuestas hechas acerca de dicho tema y recogido en una monografía de tipo compilación.

1.4.2 Referente Teórico

Toda una serie de factores sociales, económicos, políticos e ideológicos han dado lugar al surgimiento de propuestas educativas propias para cada época. Diferentes paradigmas, (conductista, humanista, cognitivista, constructivista), estuvieron vigentes durante el siglo XX respondiendo a las diferentes condiciones de dicho siglo.

Si bien el constructivismo es un paradigma que ha venido gestándose desde épocas pasadas, (principalmente en la Grecia clásica), es frente a los retos de la actualidad que ha adquirido especial vigencia, pues éste ha venido desarrollando unas respuestas enriquecedoras que buscan cambiar las posiciones realistas y empiristas que se han tenido hasta épocas recientes acerca del aprendizaje, contribuyendo según Ferreiro (2002), a “construir conocimiento y a comprender que ser conscientes de lo que se sabe y cómo se sabe, es hacer, pensar, sentir, estructurar y organizar la información y los sentimientos” (p. 10).

Puesto que la construcción del conocimiento no es asunto de una sola persona, es indispensable la interrelación con otros y en armonía con el contexto socio - cultural. Es aquí donde surgió el constructivismo social, que sin descartar el papel de los procesos mentales (teoría de Jean Piaget) también tomó en cuenta el papel de las relaciones sociales en los procesos de aprendizaje (teoría de Lev S. Vygostky). El constructivismo social se propone coadyuvar en los procesos de formación de los individuos “en el marco de la cultura social de pertenencia, así como desarrollar el potencial que todos tenemos de realizar aprendizaje significativo por sí solos y con otros en una amplia gama de situaciones”. (Ferreiro, 2003, p. 33)

Un aspecto bien interesante y eficaz, que surgió del constructivismo social, es la metodología del aprendizaje cooperativo. Son varios los motivos por los que esta metodología ha venido ganando fuerza en los sistemas educativos de diferentes países, pues las circunstancias sociales, políticas y científicas han venido desarrollándose en las últimas décadas a gran velocidad, debido a las exigencias impuestas por sectores como la industria, la banca, el comercio, el entretenimiento masivo y la salud, influenciados por las tecnologías de la informática y la comunicación (Tic) que, como se sabe, han adquirido un gran interés social hasta el punto de hacerlas indispensables no sólo para dichos sectores sino para el ambiente científico y el bienestar del ciudadano común.

Pero es bien sabido que la escuela se ha visto rezagada en los aspectos antes mencionados, y ello ha dado pie a que interesantes teorías de la educación estén desarrollando paradigmas que respondan al mencionado atraso del sistema escolar, entre los cuales, el constructivismo social, en su fase de aprendizaje cooperativo, además de ser económico, ofrece características que se ajustan a esos cambios que hoy en día tienen fuerza de exigencia social y dichas exigencias piden, según Ferreiro (2006), adquirir habilidades de procesamiento de la enorme cantidad de información que se ha venido generando desde el siglo pasado hasta la actualidad, por lo que nuestro país ha iniciado reformas en la educación para que la escuela haga uso eficiente de los nuevos desarrollos científico-educativos y de los avances tecnológicos que le permitan ponerse al día en las circunstancias de retraso señaladas anteriormente.

Se ha constatado, en los diferentes países que lo vienen aplicando (Canadá, México, Argentina, EE. UU., entre otros.) que con este método de trabajo empleado en el salón de clase se facilitan diferentes alternativas didácticas como el método de proyectos, el estudio de casos, la resolución de problemas, las simulaciones y talleres, alternativas que pueden tener más posibilidades de éxito cuando previamente se ha puesto en práctica la metodología del aprendizaje cooperativo. Como requisito necesario, más no suficiente, para que el maestro aplique eficazmente alternativas como didácticas de seminario, coloquios, talleres y el método de contrato, entre otros, debe considerarse, desde las primeras etapas escolares, el uso de competencias básicas que ofrece el mencionado aprendizaje cooperativo.

Otra razón para tener preferencia por este método es debido a que, por sus características, se adecúa mejor a las nuevas generaciones que, en comparación con las anteriores, tienen según Ferreiro (2006), un “modo de pensar, sentir y actuar diferentes” (p.58), lo cual se manifiesta en el rechazo o desinterés con que un gran número de estudiantes se expresa ante metodologías que ellos consideran “inapropiadas” y una gran mayoría de profesores aún admiten como válidas.

Estudios en psicología y pedagogía de las últimas décadas han dado como resultado que es necesario establecer diferentes formas de desarrollar el proceso de enseñanza – aprendizaje, considerando los diferentes estados cognitivos y psicológicos que presentan los educandos en las etapas de niño, adolescente y joven. El profesor “a la antigua”, para el día de hoy, no tiene el éxito apropiado en su labor educativa debido a que su metodología está inmersa en la idea de que todos sus alumnos, independientemente de su edad y condiciones aprendan del mismo modo, desconociendo los diferentes tipos de estudiantes que puede tener en su clase, los cuales no aprenden con el mismo interés y la misma rapidez. (El profesor formado a la antigua se mueve

en su labor educativa poniendo en práctica paradigmas apropiados para épocas pasadas, pero que hoy resultan impropios por las características que presenta el mundo actual).

Se ha comprobado que el método del aprendizaje cooperativo es una de las formas más eficaces de considerar las diferencias, antes mencionadas, entre los estudiantes, y esto se dice respaldándolo en los resultados tangibles que se han obtenido en los países donde dicho método se ha implementado.

Un aspecto por resaltar en el aprendizaje cooperativo es que éste no se puede reducir al método de organizar grupos para las actividades de la clase. Es más, “es una didáctica de cómo enseñar a todos, todo” (Ferreiro, 2006, p.59) y todo no es simplemente los conocimientos académicos sino también los valores que hagan del alumno un miembro activo de la sociedad y que esté equipado con el principio de “aprender a aprender”, lo cual le ha de ser muy útil en el transcurso de toda su vida.

En síntesis, para Ferreiro (2006), el aprendizaje cooperativo posibilita una verdadera participación del educando en su proceso de construir conocimientos, pero sin reducir su actividad a lo externo, pues este método se ocupa también del desarrollo de su actividad psicológica, considerando la íntima relación que existe entre estas dos actividades. Otro aspecto importante que proporciona este método de aprendizaje se debe a que enfatiza una mejor relación entre alumnos, entre maestros y alumnos y entre maestros, que privilegia la cooperación que, como sabe, tiene beneficios significativos para el trabajo científico y para el enriquecimiento de las calidades humanas y sociales de los individuos. Es un inicio positivo la buena noticia de que en Colombia el aprendizaje cooperativo se viene aplicando en diferentes lugares, y como ejemplo destacado, en el departamento de Amazonas. (Hernando, 2015).

Por último, hay que resaltar en este método lo que tiene que ver con el maestro: cuando el maestro está inmerso en la filosofía del aprendizaje cooperativo enriquece aún más su ser humano y su profesionalismo, de tal manera que se hace consciente de la importancia que tiene de aplicar en su clase procedimientos que hagan de él y de su alumno personas responsables en actitudes y valores, que enriquecen sus habilidades sociales y afectivas, proporcionándoles una madurez emocional para un desenvolvimiento pleno en la sociedad que les corresponde.

Un aspecto importante en el proceso de enseñanza - aprendizaje es la teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel.

Aunque esta teoría es psicológica, no tiene en cuenta la psicología misma, sino “que pone el énfasis en lo que ocurre en el aula cuando los estudiantes aprenden en las condiciones que se requieren para que éste se produzca, en sus resultados y consecuentemente en su evaluación” (Rodríguez, 2011).

Puesto que esta teoría considera todos los aspectos requeridos para que el estudiante adquiera, entienda y retenga los contenidos que la escuela le proporciona, es efectivamente una teoría de aprendizaje significativo. Según Pozo (citado por Rodríguez, 2011) es una teoría constructivista ya que el mismo estudiante es el que construye su conocimiento y su conducta social.

En esta teoría es fundamental tener en cuenta los conocimientos y vivencias, (subsunores, según Ausubel), que trae el estudiante en su estructura cognitiva y que le sirven de puntos de anclaje al profesor en el momento de la clase para impartir un nuevo conocimiento. (Moreira citado en Dennefe, 2015). El profesor debe tener en cuenta no tanto la cantidad como la calidad y el estado de los conocimientos que el alumno aporta.

Por ejemplo, en matemáticas básicas del grado sexto, consideremos que el tema para la clase sea la divisibilidad. Si los conceptos de números naturales, multiplicación, división y decimales ya existen en la mente del educando, éstos serán parte de los conceptos a utilizar para el conocimiento a impartir en clase.

Los nuevos conocimientos serán a futuro, subsunores que aportarán para la continuidad de la formación del alumno y no sólo éstos, sino que los anteriores también estarán en un plano superior en la concepción del alumno. En nuestro ejemplo, conceptos como múltiplo, divisor, mínimo común múltiplo, máximo común divisor serán puntos de anclaje que servirán de soporte para el estudio de los fraccionarios. Además, conocimientos anteriores como los diferentes tipos de números y operaciones anteriormente mencionadas, se verán enriquecidos con un nuevo punto de vista. Según Ausubel, cuando el alumno no trae subsunores apropiados en su estructura de conocimientos, el aprendizaje se almacena mecánicamente y en forma arbitraria, como simples fórmulas memorizadas y susceptibles de olvidar.

No quiere decir lo anterior que el aspecto mecánico se deba descartar, lo que resulta ineficaz es el desarrollo de la enseñanza solamente bajo el aspecto mecánico, pero cuando se combinan adecuadamente el aprendizaje significativo, y el aspecto mecánico apropiado, los resultados deben ser satisfactorios (Arranz, 2017). Por ejemplo, el aprendizaje de las tablas de multiplicar se ubica en el aprendizaje mecánico mientras el concepto de divisor se ubica en el aprendizaje

significativo. Sin embargo, ambos conceptos juegan un rol de apoyo en la descomposición factorial de un entero.

Para Ausubel, según menciona Moreira (2011) en el artículo “Aprendizaje significativo: un concepto subyacente”, uno de los requisitos para que el aprendizaje sea significativo por parte del estudiante es: una disposición para relacionar en forma apropiada el tema que está a punto de recibir con su estructura de conocimientos previos, de tal forma que el estudiante perciba que “el nuevo material le es potencialmente significativo” (p. 13).

De acuerdo con lo anterior, las condiciones necesarias para que se dé un aprendizaje significativo son las siguientes:

- El estudiante deberá ser capaz de relacionar el nuevo material con alguna estructura cognoscitiva específica que para él tenga “significado lógico”, es decir que se conecte en forma intencional y trascendente con las ideas disponibles basadas en sus conocimientos y experiencias anteriores.
- Una vez que el significado potencial pasa a ser un contenido incorporado a la estructura cognitiva del estudiante se dice que el nuevo contenido ha adquirido un “significado psicológico” lo cual implica que el estudiante es capaz de darle uso en forma creativa, tanto individual como en una actividad grupal y específicamente estará en capacidad de hacer transferencias del nuevo conocimiento adquirido.
- Para llevar a feliz término el proceso educativo se requiere, por una parte, disposición del alumno para relacionar en forma esencial el nuevo conocimiento con su estructura cognitiva, y por la otra, si el material no es potencialmente significativo, aunque el estudiante tenga una actitud receptiva, ni el proceso ni el resultado llegarán a feliz término.

El satisfacer estos requisitos garantiza que el aprendizaje sea significativo.

1.4.3 Referente Conceptual - Disciplinar

El tipo de referente que da nombre a esta sección se enfoca desde dos aspectos claramente delimitados: El contenido matemático en sí y el aspecto didáctico apropiado.

Al hablar del primer aspecto es necesario remitirse a los lineamientos curriculares de matemáticas del MEN, específicamente al pensamiento numérico, donde está inmersa la

divisibilidad. Este componente del currículo hace referencia a la comprensión en general que se tiene de los números y entre varios aspectos, las relaciones que hay entre ellos.

Al reunir el estudio de los sistemas numéricos, el pensamiento numérico permite desarrollar habilidades que, según Obando & Vásquez (2008), tienen que ver con la comprensión de los distintos significados de la palabra número. Así, cuando se habla del sentido que encierra la relación “ser divisible por”, se está proveyendo al estudiante de competencias relacionadas con el pensamiento numérico. Cuando se involucran relaciones se están dando los primeros pasos hacia la Teoría de Números entrando así en el conocimiento de diferentes clases de números, de conceptos y algoritmos que se reconocen como propios de la aritmética y que además dan inicio a la proporcionalidad y al tema de las fracciones.

Pensamiento numérico y sistemas numérico están en la mira de las competencias que tienen que ver con comprender, utilizar y dar significado a los números con sus operaciones, relaciones, cálculos exactos y aproximados.

Pensando en el desarrollo de las competencias que se desarrollan con el pensamiento numérico y los sistemas numéricos, se hace una propuesta para abordar sus conceptos básicos, divisor y múltiplo, orientados hacia un acercamiento a la estructura de relación en los enteros positivos.

Los conceptos bien definidos le evitan al estudiante fases de confusión. Por ejemplo, existe un doble sentido en la palabra “divisor” que expresa conceptos diferentes según haga parte de la operación “división” o de la relación “ser divisible”. De la misma manera pueden presentarle confusión al estudiante otros términos como: factor, múltiplo, entre otros. Estos inconvenientes desaparecen cuando el profesor se ocupa de una presentación matemáticamente correcta de dichos términos.

Son muchos los conceptos que hacen parte del bagaje matemático de un profesor con vocación y conocimientos apropiados. Una lista de temas prioritarios, sin pretender abarcar todos los necesarios son: procedimientos tanto inductivos como deductivos, la estructura de anillo de los enteros, el teorema fundamental de la aritmética, relaciones de orden, las características de los número pares, impares, primos y compuestos y un gran etcétera. Se cierra este primer aspecto con un mapa conceptual (figura 1) que resume claramente los mínimos conceptos, según López (2015, pág. 75) que debe poseer el profesor cuando se dispone a enseñar la divisibilidad.

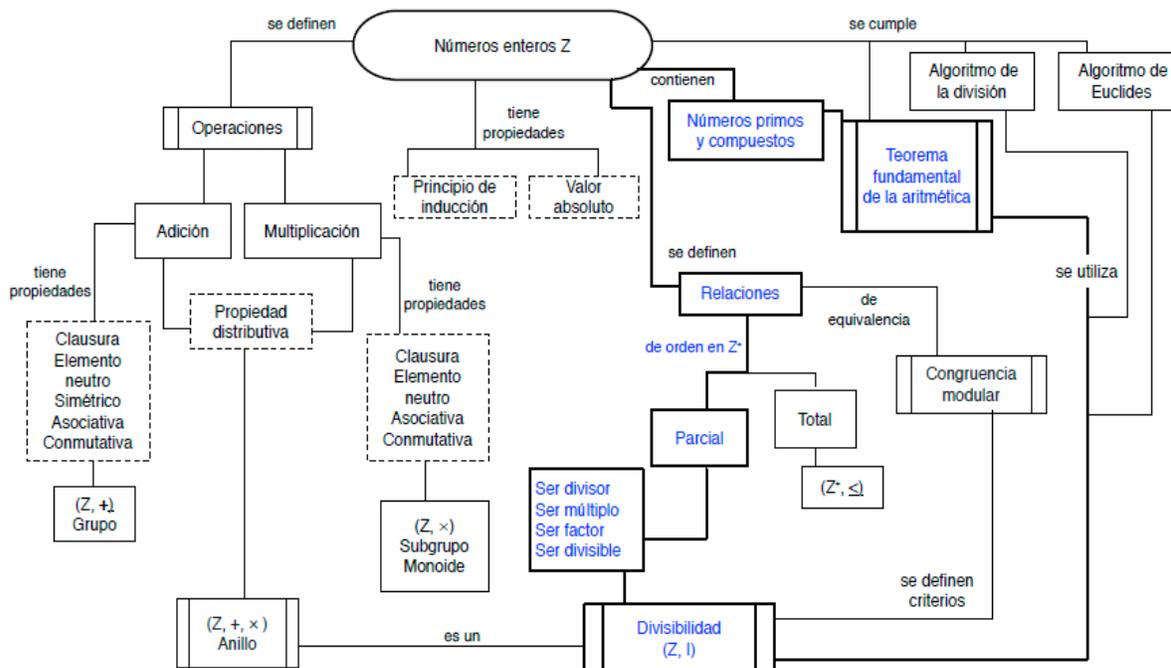


Figura 1. Estructuras matemáticas relacionadas con la divisibilidad. Descrita y diseñada por (López, 2015).

En cuanto al segundo aspecto, (lo didáctico), éste debe ir de la mano del aspecto matemático. En este sentido es fundamental que el docente no sólo domine lo procedimental, sino que sea capaz de diseñar estrategias didácticas de enseñanza apropiadas para el tema, de tal forma que el alumno lo encuentre significativo. Para Ferreiro, las estrategias de enseñanza “son los procedimientos empleados por el maestro para hacer posible el aprendizaje de sus alumnos. Son también los recursos utilizados por los diseñadores de materiales educativos para, empleando las nuevas tecnologías, lograr una enseñanza realmente de calidad” (2005, p. 60).

El mismo autor concluye que las estrategias de enseñanza “son aquellas herramientas que permiten mediar entre el educando y el contenido de aprendizaje y que, por el tipo de ayuda que brindan y por el estilo de dirección que se establece, estimulan el desarrollo de los educandos.” (2005, p. 178)

La propuesta elegida para este trabajo, entre las diferentes estrategias didácticas que ofrecen las ciencias de la educación, está mediada por el constructivismo social, en su fase de *aprendizaje*

cooperativo que presenta una amplia gama de posibilidades reconocidas como el juego de roles, método del caso, método del contrato, la plenaria, mesa redonda, entre otros.

La figura 2 resume las características que presenta el aprendizaje cooperativo.

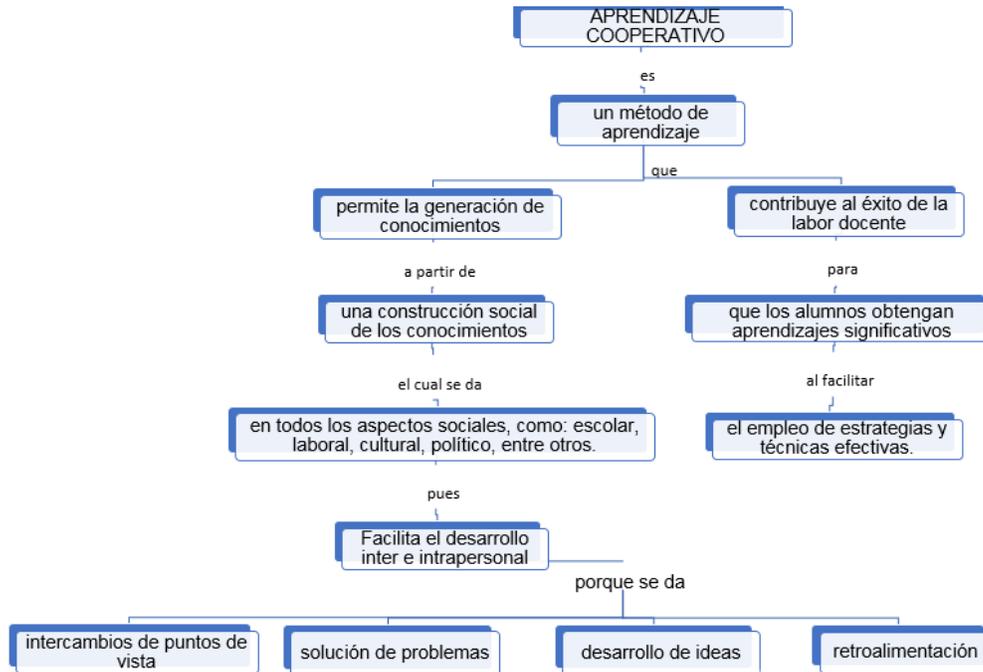


Figura 2. Aprendizaje cooperativo. Elaboración propia.

Deben también tenerse en cuenta las categorías didácticas, especialmente aquellas referidas al contenido, para abordar un tema tan importante como el desarrollo del pensamiento numérico. El estudio de la didáctica de las matemáticas se debe entender, según Fernández (1997), como la formalización de las relaciones entre estudiante, profesor y conocimientos. Dicho estudio prescribe que las estrategias empleadas por el profesor deben facilitar los aprendizajes, convirtiéndose éstas en el centro crucial de los procesos de enseñanza – aprendizaje. Por tales razones, se requiere que el docente se entere a conciencia de los aspectos que tiene la población a la cual dirige su actividad, ser además un conocedor profundo de lo que enseña y siendo así, se puede asegurar que él está preparado para interpretar el modo de ser y actuar de sus alumnos y analizar cómo éstos se apropian de los conocimientos.

Los contenidos que se imparten teniendo en cuenta lo social que apuntan a procedimientos parecidos a la actividad productiva, tienen un carácter de mayor eficacia educativa que aquellos que ignoran estos aspectos.

También cabe destacar en este trabajo la necesidad de involucrar la resolución y el planteamiento de problemas, concernientes con los lineamientos de matemática propuestos por el MEN, ya que ello se constituye en un elemento importante, aunque no el único, en el desarrollo de competencias que son las que finalmente dan prueba de los logros alcanzados. Este tema, que se ha considerado eje central del currículo de matemáticas, merece pues un lugar importante en la clase y también en las estrategias que debe implementar el profesor al abordar la divisibilidad.

1.4.4 Referente Legal

Entre los aspectos relativos al referente legal que dan respaldo a este trabajo, cabe mencionar en primer lugar el artículo 67 de la constitución política de Colombia que establece la educación como un derecho fundamental, que además se haya inscrito como uno de los derechos humanos. Para llevar a efecto el mandato constitucional, el MEN elaboró los lineamientos y estándares por lo que, dado su origen, se constituyen en un referente legal que también sirven de apoyo a este trabajo. Otro referente legal que complementa los anteriores es la ley 155 o ley general de educación. Estos referentes sirvieron de base para elaborar la siguiente tabla:

Tabla 1. Referentes legales.

Ley, norma, decreto, comunicado, resolución, documento rector, entre otros.	Texto de la norma	Contexto de la norma
La constitución política de Colombia de 1991.	Artículo 67: “La educación es un derecho de la persona y un servicio público que tiene una función social...”	La teoría de la divisibilidad, como tema esencial de la matemática hace parte de los procesos que contribuyen a la formación de personas con

Ley 115 o ley general de educación	<p>Artículo 1ro. Objeto de la ley: “La educación es un proceso de formación permanente, personal, cultural y social...”</p>	<p>valores sociales y calidad humana.</p> <p>Los conceptos que configuran la teoría de la divisibilidad hacen parte de la matemática, ciencia reconocida en todas partes por la notable incidencia que ejerce en el mundo de la sociedad, la cultura y el desarrollo de las ciencias.</p>
	<p>Artículo 20. Item a: “Propiciar una formación general mediante el acceso, de manera crítica y creativa, al conocimiento científico, tecnológico, artístico y humanístico y de sus relaciones con la vida social...”</p>	<p>Si se genera en las personas el sentido crítico y creativo que todo tipo de conocimientos exige, la matemática en toda su variedad, y en particular la teoría de la divisibilidad se sitúa en primera línea para lograr dichos objetivos.</p>
Lineamientos curriculares de matemáticas	<p>Referentes curriculares: “Nueva visión del conocimiento matemático en la escuela”.</p> <p>Hacia una estructura curricular - Conocimientos básicos: “Pensamiento Numérico y sistemas numéricos”.</p>	<p>El conocimiento matemático es una actividad que tiene en cuenta los intereses de conocimientos y afectividad que requiere toda persona.</p> <p>La teoría de la divisibilidad enriquece el sentido numérico del alumno, ya que contribuye a desarrollar su sentido operacional, sus</p>

		habilidades y destrezas numéricas, que le permiten realizar comparaciones, estimaciones y diferentes de contar y calcular.
Estándares básicos de matemáticas	El pensamiento numérico: "...organización de actividades centradas en la comprensión del uso y de los significados de los números..."	Las relaciones propias de la teoría de la divisibilidad (ser múltiplo de, ser factor de, y otras) contribuyen a desarrollar el pensamiento numérico de los alumnos.

Normatividad para la realización de este trabajo.

CAPITULO II. DISEÑO METODOLÓGICO

Esta propuesta se presentará como una monografía de compilación, enfocada en el paradigma crítico-social, acorde con la política de la universidad Nacional en la maestría de la enseñanza de las ciencias exactas y naturales cuya intención es en profundización. Este paradigma es por cierto apropiado para modificar, de una manera acorde con las exigencias del mundo actual, la enseñanza de la matemática que se imparte en la educación básica, y que además tiene en cuenta que el estudiante no va a la escuela exclusivamente por conocimientos, sino que también busca, en una compenetración armónica con los conocimientos, la formación de ciudadanos íntegros y conscientes de una participación social hacia adelante. Como dice Delors, (citado por Torres, 2012), que los estudiantes “aprendan a ser, a conocer, hacer y vivir juntos” (p.13).

El enfoque que se le dará a este trabajo es de tipo cualitativo y de acuerdo con ello, se utilizará el método inductivo para lo cual se tendrán en cuenta, como fuentes primarias, entrevistas aplicadas a docentes de instituciones educativas, tanto públicas como privadas, comprometidos con el tema de la divisibilidad en los niveles iniciales de la educación básica secundaria.

Como actores principales del proceso educativo y como es propio de los aspectos cualitativos de este trabajo, en las entrevistas con docentes se tendrá en cuenta una componente importante en aspectos relacionados con la forma de cómo éstos perciben el proceso educativo en su doble aspecto de enseñanza-aprendizaje. También se tendrá en cuenta como fuente importante, según mencionan Ander-Egg y Valle (1997), al director de este trabajo y a otras personas que proporcionen información valiosa del tema.

Como fuente secundaria se hará una revisión bibliográfica, utilizando dos textos escolares de publicación local que desarrollan la matemática propia de la educación secundaria, pero restringiendo su examen obviamente al tema que nos ocupa, es decir, la divisibilidad. También serán fuentes secundarias algunas tesis tomadas de las bases de datos y las normas establecidas por el MEN.

Como herramientas para registrar la información obtenida, tanto de las fuentes primarias como secundarias, se utilizarán notas que serán digitadas en el editor de textos de Microsoft Word. A partir de la información obtenida, se procederá al análisis e interpretación de los datos recogidos. Este análisis tendrá como objeto examinar los medios físicos como textos y grabaciones de audio, pues es allí donde están depositados todos los datos que sirven de base para la elaboración de

este trabajo. Como ya se dijo, la población que se tuvo en cuenta para la realización de las entrevistas está integrada por docentes de instituciones educativas tanto de carácter oficial como privado. La muestra considerada estará conformada por dos profesores de instituciones públicas y dos de instituciones privadas.

Después de analizar las diferentes fuentes se escribirá un borrador que recoja dicho análisis para posteriormente realizar una redacción definitiva del trabajo y terminar elaborando una monografía de tipo “compilación”, como se dijo inicialmente.

Por último, se espera que este trabajo, centrado en la teoría de la divisibilidad, impacte positivamente en la enseñanza de los términos y conceptos básicos de dicha teoría, impartida en los primeros años de la educación básica secundaria. También se espera que este trabajo contribuya a los propósitos de adaptar una nueva enseñanza de la matemática conforme a los retos del presente siglo ya que los avances de la filosofía y las ciencias de la educación, junto con las nuevas tecnologías, propician ese cambio que la escuela requiere y el presente exige.

El cronograma que se espera seguir durante el desarrollo de esta monografía se resume en la siguiente tabla:

Tabla 2. Cronograma de actividades

FASES	OBJETIVOS	ACTIVIDADES
Fase 1: Caracterización	<ul style="list-style-type: none"> Identificar en diferentes contextos el enfoque y la manera que se está enseñando, en la actualidad, la divisibilidad en los números enteros. 	1.1. Revisión de referentes a nivel regional sobre publicaciones que se han enfocado en la enseñanza de la divisibilidad en los números enteros entre los cuales se incluyen los lineamientos del MEN. 1.2. Revisión de referentes internacionales sobre tesis que se han enfocado en la enseñanza de la divisibilidad.
Fase 2: Análisis	Analizar los referentes encontrados a la luz	2.1. Análisis de los hallazgos encontrados en la fase 1.

	del constructivismo social.	
Fase 3: Diseño	Elaborar las entrevistas que se realizarán a docentes del área.	3.1. Diseño y elaboración de entrevistas para aplicarla a profesores que impartan la enseñanza de la divisibilidad.
Fase 4: Aplicación	Aplicar las entrevistas a los profesores seleccionados.	4.1. Sistematizar y analizar los hallazgos encontrados en las entrevistas a los profesores seleccionados.
Fase 5: Sistematización	Sistematizar la escritura de la monografía.	5.1. Redacción de la monografía de compilación como una propuesta a los procesos de enseñanza de la divisibilidad, a partir de los hallazgos y análisis efectuados.
Fase 6: Divulgación	Divulgar ante la comunidad académica la monografía	6.1. Considerar la posibilidad de simposio, seminarios o generación de un artículo producto de la monografía realizada en la fase anterior.

Cronograma para la realización de este trabajo.

CAPITULO III. SISTEMATIZACIÓN DE LA MONOGRAFÍA

3.1 Descripción del proceso seguido en la elaboración de la monografía

Como se mencionó en el capítulo anterior, en la fase uno del cronograma, la metodología que se siguió para elaborar esta monografía fue, inicialmente, la revisión de los documentos del MEN como una de las fuentes secundarias. Se comenzó con esta fuente por ser una directriz de orden nacional y decididamente de carácter obligatorio, en el sentido de que se busca promover un cambio en la manera tradicional de enseñar matemáticas, al menos en la educación básica. Tales documentos comprometen tanto a instituciones de carácter público como privado. El análisis a estos documentos se restringió al componente “pensamiento numérico” ya que en éste se inscribe el tema de la divisibilidad. Los análisis sobre dichos documentos están consignados en la monografía de compilación. (Ver “La divisibilidad: Un estudio desde el contexto pedagógico”).

Posteriormente se llevó a cabo una revisión de dos textos guía para el grado sexto, publicados a nivel regional. Dicha revisión se centró en el tema de la divisibilidad cubierto por dichos textos los cuales fueron los siguientes:

- Glifos. Procesos matemáticos 6. Construcción de conocimiento matemático en contextos significativos. Editorial Libros & libros S.A. Primera edición 2008. Edición para el alumno.

- Los caminos del saber. Matemáticas 6. Editorial Santillana. 2013. Edición para el alumno.

Las consideraciones que se hicieron acerca de dichos textos aparecen en la monografía de compilación ya mencionada.

A continuación, se hizo la revisión de dos contextos internacionales, y uno local (Colombia) con el mismo objetivo de analizar el tema de la divisibilidad, dichos contextos son:

- Tesis doctoral: “Significados de la relación de divisibilidad de maestros en formación manifestados en el desarrollo de un modelo de enseñanza”. Ángel Alberto López. Universidad de Granada, España, 2015.

- Tesis de maestría: “Unidad didáctica: Divisibilidad de número naturales, múltiplos y divisores”. Cristina Martín Gonzales. Universidad de granada, España. 2012.

- Tesis de maestría: “Proyecto de aula para la enseñanza de la divisibilidad en el grado sexto, en la institución educativa Tulio Ospina, de la ciudad de Medellín”. Hernán Alonso Pulgarín Serrano. Universidad Nacional de Colombia, sede Medellín, Colombia. 2016.

La técnica de recolección de información, utilizada para el análisis de los textos seleccionados, fue la revisión bibliográfica y como instrumento para la revisión, un esquema de ficha de referencia. (Anexo D). En esta ficha se consignó la información más relevante que brindaban los textos analizados, específicamente en el tema de la divisibilidad.

El objetivo de dichas revisiones bibliográficas fue identificar la forma en que estos textos enfocaban el tema de la divisibilidad en la unidad respectiva y con el fin de utilizar esta información para un análisis que quedará incluido en la monografía de compilación, producto de este trabajo.

A la par que se realizaba la revisión de textos se aprovechaban ideas que surgían para ir diseñando las preguntas afines al tema motivo de este trabajo, con el fin de elaborar aquellas que conformaron la ficha para llevar a cabo una recolección de información enfocada en cuatro entrevistas personales de tipo semiestructural, con profesores de educación básica secundaria que actualmente ejercen su labor en instituciones públicas y privadas de la ciudad de Medellín.

La ficha elaborada para realizar las entrevistas se compuso con 8 preguntas básicas, complementadas con preguntas intercaladas que surgieron durante la entrevista (anexo B). El objetivo de dichas entrevistas fue percibir la forma en que estos profesores enseñaban el tema de la divisibilidad en sus clases.

Una vez preparado lo necesario se procedió con la técnica de la entrevista para recolectar información, y como instrumento, un guion de entrevista a docentes (anexo B). Para la recolección y registro de las entrevistas se utilizó una grabadora de audio.

Las técnicas e instrumentos utilizados en este trabajo se consignan en la tabla 3, según esquema tomado de: Camelo, A y otros (2009).

Tabla 3. Técnicas e instrumentos de recolección de la información.

Técnica e instrumento	Aplicación
Revisión bibliográfica	Textos publicados a nivel local Trabajos de grado de origen internacional
Entrevista a docentes	2 docentes de instituciones educativas oficiales 2 docentes de instituciones educativas privadas

Técnicas e instrumentos de recolección de la información. Fuente: Camelo, A y otros, 2009.

El análisis de las entrevistas se hizo siguiendo a Hernández & otros, en el texto metodología de la investigación (2010).

Siguiendo a los autores del texto recién mencionado, el primer paso para el análisis de los datos cualitativos, (en este caso, de entrevistas), fue llevar a cabo la transcripción de dichas entrevistas utilizando un editor de textos digitales, en nuestro caso se utilizó el editor de textos de Microsoft Word. A continuación, se hizo una lectura minuciosa de cada entrevista con el fin de organizar y revisar los datos haciendo uso de un criterio cronológico. (Anexo C).

El paso siguiente consistió en elaborar una bitácora de análisis para definir inicialmente las unidades de análisis. Como resultado se obtuvieron 20 unidades. Para escoger dichas unidades se seleccionó el procedimiento de “libre flujo” recomendado por Hernández & otros, (2010). A partir de las unidades se organizaron las categorías (8 en total), identificadas como C1, C2, C3, ..., y C8, de las cuales se obtuvieron 3 temas que permitieron realizar el análisis de las entrevistas.

Las respectivas categorías y sus unidades asociadas se ilustran en las siguientes figuras acompañadas de comentarios explicativos de lo que significa el título dado a cada unidad:

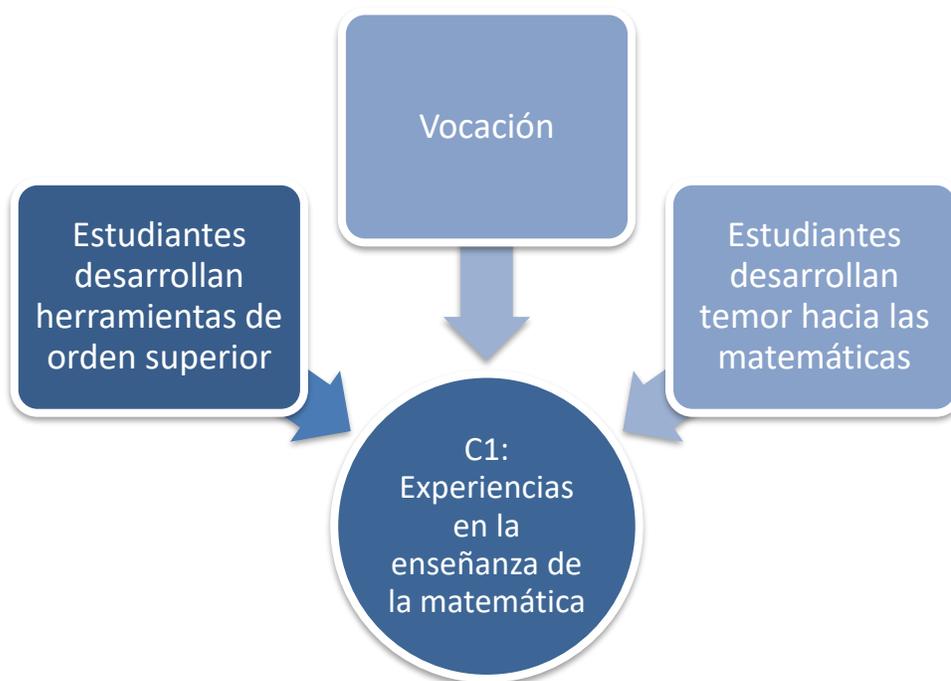


Figura 3. Unidades que convergen a la categoría C1. Fuente y elaboración propias.

La categoría C1 recoge 3 unidades en las cuales se expresan los conceptos dados por los entrevistados (Anexo B). Al ampliar cada uno de los aspectos presentes en la figura, se explican algunos términos empleados por los entrevistados:

Respecto al temor hacia las matemáticas, (unidad 1), los entrevistados emplean términos como “ogro” de la educación y que el aprendizaje se ve interrumpido por “baches”, aspectos que se convierten en un reto para el profesor que tendrá que buscar formas de superarlos.

Respecto a la vocación que el profesor debe tener, (unidad 2), los entrevistados manifiestan dicha cualidad empleando términos como actividad positiva, gratificante y agradable.

Respecto a la unidad 3, (los estudiantes desarrollan herramientas de pensamiento de orden superior), los entrevistados consideran que la matemática es un aporte de calidad para la formación de los estudiantes.



Figura 4. Unidades que convergen en la categoría C2. Fuente y elaboración propias.

Las unidades asociadas a la categoría C2, (importancia de la divisibilidad), coinciden en expresar conceptos favorables a dicho aspecto:

- Es un tema necesario, (unidad 4), para los temas subsiguientes.
- Es básico (unidad 5) e impulsa los otros temas a desarrollar (unidad 6).

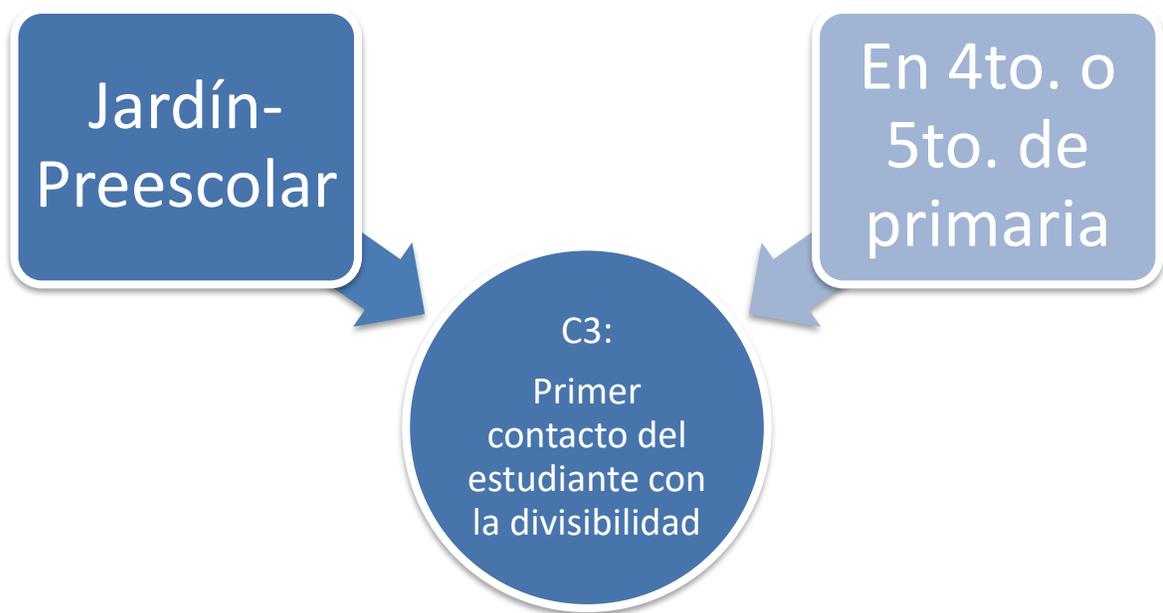


Figura 5. Unidades que convergen en la categoría C3. Fuente y elaboración propia.

La categoría C3, (primer contacto del estudiante con la divisibilidad), surge de la fusión de dos unidades.

Algunos entrevistados consideran que la divisibilidad debe iniciarse en los primeros grados de escolaridad, (jardín, preescolar-unidad 6), desde una perspectiva apropiada al desarrollo cognitivo del alumno. Otros consideran que se debe hacer cuando se haya alcanzado una conceptualización adecuada de la multiplicación, es decir en los grados cuarto o quinto (unidad 7).

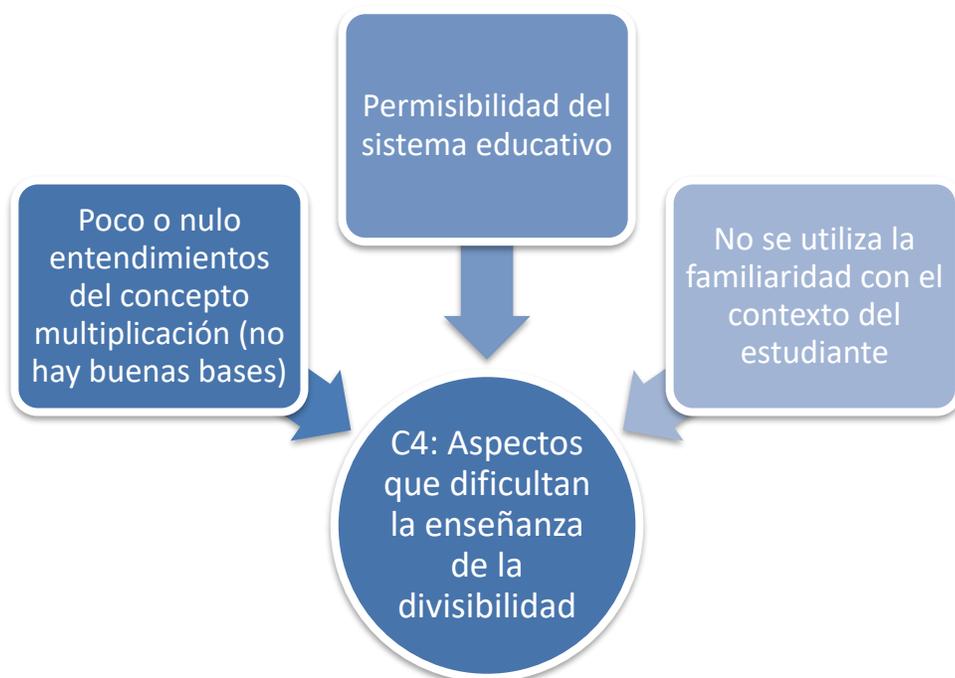


Figura 6. Unidades que convergen en la categoría C4. Fuente y elaboración propias.

A la categoría C4, (aspectos que dificultan la enseñanza de la divisibilidad), convergen tres unidades originadas en los siguientes comentarios:

El estudiante carece de un entendimiento adecuado de la multiplicación porque simplemente realiza un aprendizaje de memoria de dicha operación. (Unidad 8).

El sistema educativo introduce un alto nivel de permisibilidad, (unidad 9), ya que el estudiante no debe perder la materia sino en situaciones exageradamente extremas.

Los conceptos se presentan sin tener en cuenta los intereses y motivaciones del estudiante unidad (10) lo cual conduce a que el estudiante aprenda para olvidar lo más pronto posible.

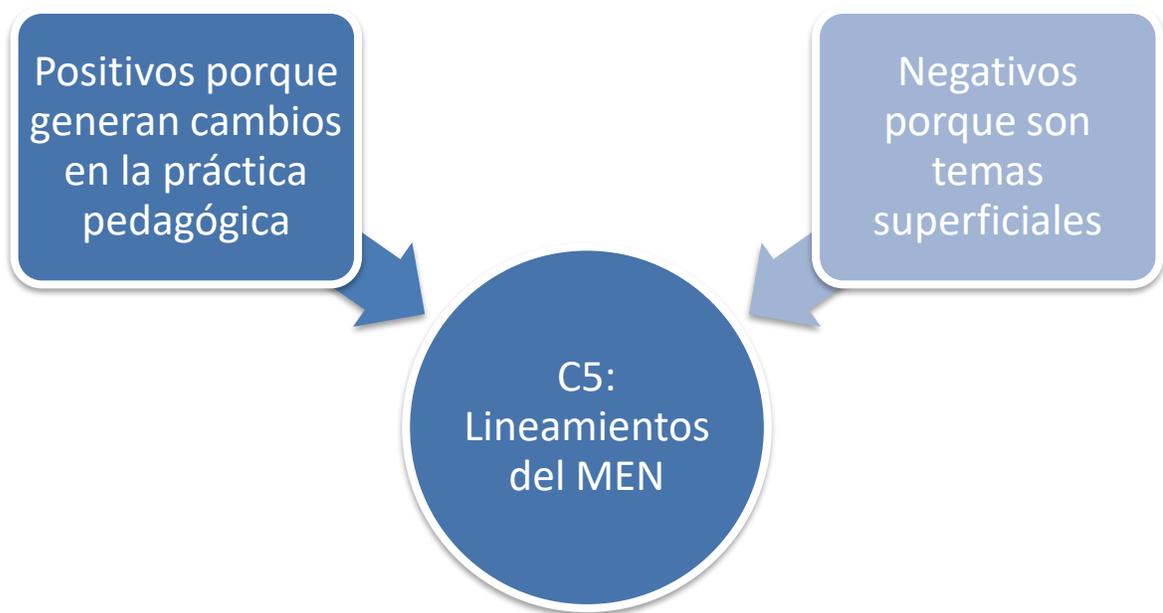


Figura 7. Unidades que convergen a la categoría C5. Fuente y elaboración propias.

En la categoría C5, (lineamientos del MEN), convergen dos unidades antagónicas:

- Por una parte, se escucharon opiniones positivas según las cuales, los lineamientos introducen cambios pedagógicos, novedosos y eficaces, que impulsan la práctica educativa (unidad 11). Además, buscan formar estudiantes competentes como ciudadanos y profesionales de calidad.
- Por otra parte, se escucharon opiniones negativas porque con la organización por núcleos temáticos no se alcanza a cubrir varios temas, entre ellos, muchas veces la divisibilidad. También se expresó que los temas se imparten a la carrera y superficialmente (unidad 12).

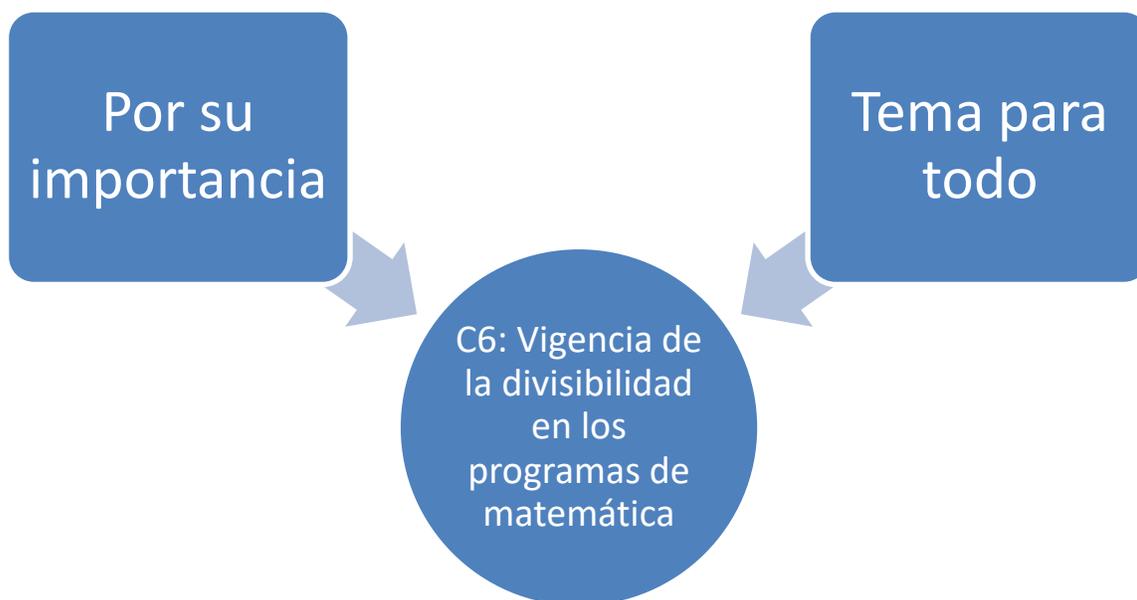


Figura 8. Unidades que convergen a la categoría C6. Fuente y elaboración propias.

La vigencia de la divisibilidad en los programas de matemáticas, (categoría C6) es resaltada por los entrevistados según las siguientes unidades:

- Es un tema que se requiere para desarrollar los que vienen a continuación (unidad 13): fracciones, escalas, conversión de unidades, áreas y perímetros, números racionales, factorización, funciones, ecuaciones, derivadas e integrales.
- Se sostiene en que es un tema importante (unidad 14) y necesario.

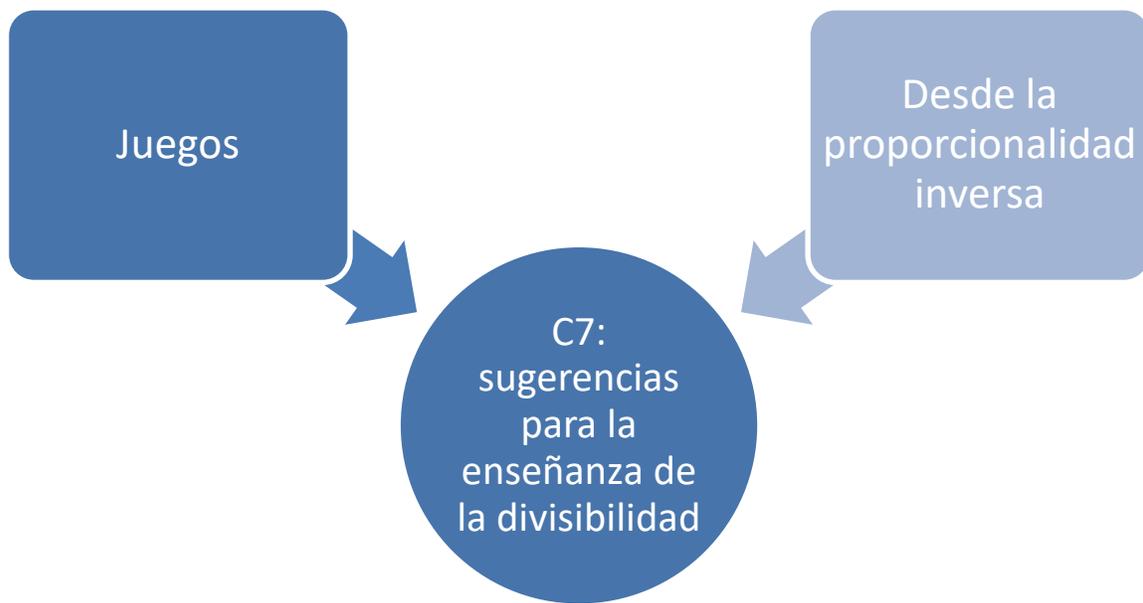


Figura 9. Unidades que convergen a la categoría C7. Fuente y elaboración propias.

Como sugerencia a la forma en que se debe enseñar la divisibilidad, (categoría C7), los entrevistados conceptualizaron:

- Se debe enseñar a partir del juego, (unidad 15), haciendo uso de agrupaciones que conlleven actividades lúdicas entre los niños cuando asisten al jardín escolar.
- Alguno sugiere que se debe enseñar a partir de la teoría de las proporciones, resaltando la proporcionalidad inversa, (unidad 16) como vía para llegar al concepto de divisor.



Figura 10. Unidades que convergen en la categoría C8. Fuente y elaboración propias.

La categoría C8 (figura 10) integra los conceptos expresados en cuatro unidades acerca de metodologías empleadas en la enseñanza de la divisibilidad.

Algunos comentarios que manifestaron los entrevistados acerca de los métodos utilizados fueron los siguientes:

- Aún sobrevive la enseñanza tradicional, (unidad 17) pues ésta permite cumplir con los programas y favorecer el desarrollo de la memoria de los estudiantes. Pero consideraron que por cumplir programas se abordaban temas a la carrera, es decir, mal enseñados.
- Respecto al aprendizaje cooperativo (unidad 18) los entrevistados hicieron los siguientes comentarios: con el trabajo en grupo los estudiantes consiguen, entre sus compañeros, mayor comprensión y seguridad en los conceptos dados por el profesor, aunque es un enfoque de carácter reciente, tiene la cualidad de que el estudiante puede construir sus propios conceptos. En cuanto al constructivismo social se le analizan conceptos, algunos positivos y otros negativos. En cuanto a lo positivo, favorece la adquisición de competencias que producen progreso en el estudiante. En cuanto a lo negativo se resalta que el estudiante, con esta

metodología, no actúa con lealtad y ve la oportunidad de realizar poco esfuerzo. Por otra parte, los profesores no están capacitados para utilizarlo apropiadamente.

- La enseñanza de la divisibilidad, según los actores de las entrevistas, se puede enfocar de una manera híbrida (unidad 19), es decir, empleando diferentes estrategias (tradicional, constructivismo, aprendizaje significativo, trabajo cooperativo o por proyectos).
- En cuanto a la tecnología, (unidad 20) se expresó que era algo positivo, pero que tenía como aspecto negativo hacer que los estudiantes encontraran todo “masticado” fomentando con ello el desinterés y el facilismo.

Al analizar las categorías se hizo una síntesis que abarca los tres temas siguientes:

- *Características del docente. Características del estudiante.*
Se hizo una fusión de las categorías 1,4 y 8 (Enfoque y experiencia del docente y aspectos que dificultan la enseñanza de la divisibilidad). Estas tres categorías se consideran aspectos positivos que cuando hacen parte del bagaje del docente, favorecen notoriamente el aprendizaje de los alumnos.
- *Aspectos académicos y didácticos*
En este tema se unieron las categorías 3 y 7 (primer contacto de los estudiantes con la divisibilidad y sugerencias para llevar a cabo la enseñanza de ésta). Motivó hacer esta unión en centrar la atención en las características que debe tener un profesor para hacerse cargo de la enseñanza de la divisibilidad en niños y niñas que asisten a los primeros años de escolaridad.
- *La divisibilidad, tema esencial de la matemática.*
Las categorías 2, 5 y 6 conforman el tercer tema (importancia y vigencia de la divisibilidad, y reconocimiento de dichos aspectos en los lineamientos del MEN). El motivo para haber hecho esta unión de tres categorías relacionadas entre sí es porque los entrevistados coincidieron en resaltar que de ninguna manera se puede dejar de lado dicho tema, expresando múltiples razones para justificarlo.

El análisis de estos temas queda consignado en la monografía, (anexo A).

Finalmente, basados en los análisis sobre los textos y las entrevistas se procedió a escribir la monografía siguiendo la siguiente estructura:

- Justificación.
- Propósitos.
- Análisis de contextos (textos, trabajos de grados y temas surgidos de las entrevistas).
- Análisis propositivo a la divisibilidad
- Conclusiones
- Referencias

En términos generales, esta monografía de compilación, aunque está basada en algunas entrevistas y análisis de algunas tesis y textos, deja ver un panorama del estado actual de la enseñanza de la divisibilidad en los niveles básicos de la escuela, corroborando un sentimiento general de la poca calidad en la formación matemática de la mayoría de los jóvenes que terminan su etapa de educación básica.

3.2 Conclusiones y Recomendaciones

3.2.1 Conclusiones

- El contenido sobre la divisibilidad en los libros de textos analizados en este trabajo, contienen aspectos negativos de carácter matemático que bien pueden considerarse como errores de conceptos básicos en la teoría, lo cual hace más grave el hecho de que están dirigidos hacia niños y jóvenes en formación. Además, considerando que se informa en los mismos textos que han sido elaborados en base a los principios del constructivismo, el desarrollo de dicho paradigma está limitado y no hace una aplicación significativa de consecuencias positivas.
- Los profesores entrevistados manifestaron en una forma bastante heterogénea la manera en que han presentado los conceptos básicos de la divisibilidad, (múltiplo y divisor), a sus alumnos. En términos generales, desde un punto de vista netamente matemático, los conceptos se presentan de una manera deficiente, basada exclusivamente en términos procedimentales. En la metodología que utilizan se percibe el fondo de los principios conductistas y si bien reconocen ventajas en las nuevas metodologías de la enseñanza, consideran que su formación estuvo dada para impartir una enseñanza tradicional basada

en memorización. En todos ellos, (los entrevistados), justo es reconocer que se percibe su vocación e interés en realizar su actividad de la mejor manera posible.

- Tanto la tesis sobre la formación de profesores y la tesis sobre la unidad didáctica se consideran trabajos de notable calidad, el primero centrado en la formación de profesores cuyo tema escogido fue la divisibilidad, lo cual da razón de la importancia de que este tema haga parte de los currículos elaborados para la enseñanza básica y es importante en general para la cultura matemática de toda persona. El segundo trabajo está centrado en promover en el estudiante la construcción de los conceptos básicos de la divisibilidad, poniendo en práctica las directrices del constructivismo social. Estas dos tesis ofrecen un panorama optimista respecto a los cambios esperados en la enseñanza de la divisibilidad, y obviamente de la matemática en general. Estos trabajos hacen parte y son consecuencia de las actualizaciones que se están realizando en los programas de las facultades de educación de algunas universidades, y que están enfocados en la formación de profesores que enseñen bien la matemática.
- En cuanto a los lineamientos y estándares publicados por el MEN, se ha llegado a la conclusión de que están bien elaborados y fundamentados en el paradigma del constructivismo social. Resta que su aplicación se haga efectiva en las instituciones educativas en todos los niveles de la enseñanza básica.
- En este trabajo se hizo un análisis propositivo a la enseñanza de la divisibilidad desde el constructivismo social y de acuerdo con los lineamientos del MEN y los análisis llevados a cabo en este trabajo se recogen en una monografía de compilación.

3.2.2 Recomendaciones

- Tanto la institución escolar como el profesor y con mayor razón las autoridades que dirigen la educación deben estar al tanto de la calidad de los textos escolares que se ofrecen en el medio para acompañar al estudiante en sus procesos de formación y ello no se refiere solamente a la formación en matemáticas, abarca todo el contexto escolar.

- Impulsar desde las esferas que dirigen la educación, una formación de profesores con excelente calidad matemática y pedagógica. La universidad en sus facultades de educación es el medio apropiado que se tiene para llevar a cabo esta tarea, pero es el estado, con políticas eficientes, quien debe prestar el apoyo necesario.
- Dado que en nuestro país en poco lo que se ha visto en trabajos y tesis e investigaciones sobre el tema de la divisibilidad, la recomendación es promover desde las facultades de educación el debate sobre la divisibilidad y la manera de abordar su enseñanza dado que es un tema a partir del cual se desencadenan desarrollos matemáticos de mayor complejidad para el estudiante, como los fraccionarios, la proporcionalidad, entre otros.
- Respecto a las orientaciones dadas en los lineamientos del MEN la recomendación es clara: conseguir que los principios y normas allí delineados se hagan realidad en la escuela. Los procedimientos para lograrlo están en manos de todos los sectores sociales conscientes de la necesidad de impulsar la mejora de la educación en Colombia.
- Por último, se recomienda que la divisibilidad sea un aspecto destacado en las competencias relacionadas con el pensamiento numérico y su transversalización con las diferentes competencias que deben desarrollar los alumnos. Por esta razón es importante que el pensamiento numérico, donde está inmersa la divisibilidad, siga recibiendo atención por parte de los investigadores y los profesores que se preparan para la enseñanza de la matemática.

Referencias

- Ander-Egg, E & Valle, P. (1997). *Guía para preparar monografías y otros textos expositivos*. Argentina: Lumen.
- Arranz, A. (2017). Aprendizaje memorístico: Cuando retenemos datos sin profundizar en su significado. Colombia. Recuperado de: <https://blog.cognifit.com/es/aprendizaje-memoristico/>
- Camelo, A & otros. (2009). *Estrategias de enseñanza del aprendizaje cooperativo en la educación superior*. Colombia.
- Constitución política de Colombia*. (1991). Artículo 67. 2da Ed. Legis. Recuperado de: <http://www.banrepcultural.org/>
- Dennefe, B. (2015). Considerações acerca da aprendizagem significativa e dos mapas conceituais. *Aprendizaje Significativo en Revista. Volumen 5(nº3)*. 29-41. Recuperado de: <http://www.if.ufrgs.br/asr/>
- Feo, R. (2016). *Orientaciones básicas para el diseño de estrategias didácticas*. Manizales: Repositorio [online] Universidad Autónoma de Manizales. Recuperado de: <https://repositorio.uam.es/>
- Fernández, B. (1997). *Temas de la didáctica. Primera parte*. La Habana, Cuba: Universidad Pedagógica “Enrique J. Varona. Recuperado de: <https://profesorailianartiles.files.wordpress.com>
- Ferreiro, R. (2002). Más allá de la teoría: El aprendizaje cooperativo: El constructivismo social. El modelo educativo para la generación N. *Revista Manager . Artículo 6*. Recuperado de: http://www.redtalento.com/revista_magister.htm
- Ferreiro, R (2003). *Estrategias didácticas del aprendizaje cooperativo*. México: Trillas
- Ferreiro, R (2006). *Nuevas alternativas de aprender y enseñar. Aprendizaje cooperativo*. México: Trillas.
- Fundación OIM. Olimpiada Internacional de Matemáticas, IMO. (2016). Recuperado de: <https://www.imo-official.org>
- Hernando, A (2015). *Viaje a la escuela del siglo XXI. Así trabajan los colegios más innovadores del mundo*. España: Fundación telefónica.

- Jabonero, M (2016). La calidad de la educación y el desarrollo de competencias. *Ruta Maestra*. Volumen 15. (Editorial). Pág.1. Recuperado de: http://www.santillana.com.co/rutamaestra/revistas_pdf/ruta_maestra_v_0015.pdf
- Hernandez, R. Fernández, C. & Baptista P. (2010). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw Hill.
- Obando, G. Vásquez, N. (2008). Pensamiento Numérico del Preescolar a la Educación Básica. Encuentro Colombiano de Matemática Educativa. Colombia. Recuperado de: <http://funes.uniandes.edu.co>
- López, A. (2015). *Significados de la relación de la divisibilidad de maestros en formación, manifestados en el desarrollo de un modelo de enseñanza*. Tesis doctoral. Granada, España: Universidad de Granada.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá. Recuperado de: <http://www.mineducacion.gov.co>
- Ministerio de Educación Nacional. (2003). *Estándares básicos de matemáticas*. Bogotá. Recuperado de: <http://www.mineducacion.gov.co>
- Moreira, M. (2011). Aprendizagem significativa: um conceito subjacente. *Aprendizaje significativo en revista*. Volumen 1(n°3). 25-46. Recuperado de: <http://www.if.ufrgs.br/asr/>
- Organización para la cooperación y el desarrollo económico OECD. (2016). *Pruebas PISA 2015*. Recuperado de: <https://www.oecd.org/pisa/>
- Pulgarín, H. (2016). *Proyecto de Aula, para la Enseñanza de la Divisibilidad en el Grado Sexto, en la institución educativa Tulio Ospina, de la ciudad de Medellín*. Tesis de Maestría. Medellín: Colombia. Universidad Nacional.
- Ramírez, T & Téllez, J. (2006). La educación primaria y secundaria en Colombia en el siglo XX. Recuperado de: <http://www.banrep.gov.co/>
- Resultados de Pruebas Saber alcanzaron los puntajes más altos registrados históricamente. (2017). Marzo 4. Diario *El espectador*. Bogotá, Colombia.

Resultados para el grado sexto de la prueba SERCE. (2007). *Aporte para la enseñanza de las matemáticas*.

Revueltas, C. Jaramillo, C & Arboleda E. (2011). *El enfoque de sistemas como estrategia para la enseñanza matemática en la educación básica*. Tesis (pregrado). Medellín, Colombia.: Universidad de Antioquia.

Rodríguez, M. (2011). La teoría del aprendizaje significativo. *Revista electrònica d'investigació i innovació educativa i socioeducativa. Volum 3 (nº1)*. 29-50. Recuperado de: <https://dialnet.unirioja.es>

Torres, L. (2012). *Tesis de maestría. Qué hacer*. Colombia. Universidad Autónoma de Colombia.

A. LA DIVISIBILIDAD: UN ESTUDIO DESDE EL CONTEXTO PEDAGÓGICO

Justificación

El estudio de los números naturales se ha venido modificando a través del tiempo en distintas propuestas curriculares. Hoy en día éstos hacen parte fundamental del pensamiento numérico que incluye, según los lineamientos de matemática, operaciones, habilidades y destrezas numéricas, comparaciones, estimaciones, órdenes de magnitud, etcétera. (MEN, 1998)

El sólo hecho de tener habilidades en operaciones no indica desarrollo de pensamiento numérico. La adquisición del pensamiento numérico se logra situando los temas en contextos significativos para el estudiante.

Puesto que la divisibilidad hace parte esencial de la aritmética y por ende del pensamiento numérico, la presente monografía se ha centrado en analizar la forma de enseñar la divisibilidad y de conformidad con lo dicho en el párrafo anterior, este trabajo hace una propuesta centrada en la enseñanza de la divisibilidad en contextos significativos para el estudiante, teniendo en consideración un enfoque basado en el constructivismo social. Éste no es sólo un paradigma que ha sido acogido con éxito en diferentes países y lugares, sino que es un paradigma bien fundamentado y acorde con las necesidades de los niños y jóvenes que hoy en día piden otra manera de recibir las enseñanzas matemáticas.

Propósitos

A partir de un análisis crítico de los diferentes contextos utilizados para este trabajo, se tuvo como propósito elaborar una monografía de compilación para una contextualización en la enseñanza de la divisibilidad en la educación básica secundaria. Para realizar este propósito, la teoría del constructivismo social se tendrá como fuente de adecuación a esta propuesta, ya que esta teoría modifica positivamente la enseñanza de la matemática y cubre satisfactoriamente los propósitos de la escuela en los tiempos actuales.

También es otro propósito, que esta propuesta sobre la enseñanza de la divisibilidad abra una discusión en el ámbito académico acerca de los planes de reforma que se inician en el presente siglo, debido a la imperiosa necesidad de modificar los esquemas tradicionales de enseñanza, en particular la enseñanza relacionada con el pensamiento numérico, en el cual está inmersa la relación de divisibilidad.

Otro propósito que se ha tenido en esta monografía es el de resaltar los procedimientos que conforman el aprendizaje significativo de los estudiantes y que consiste en aprovechar el interés innato del ser humano por aprender y comprenderlo todo pero que, para la enseñanza tradicional, salvo algunos casos individuales, no ha sido un propósito claro y definido. Hoy en día se está abriendo paso un proceso de cambio en la forma de enseñar la matemática debido al desarrollo de los principios del aprendizaje significativo, que últimamente han tenido las ciencias de la educación y es por esta razón, que dichos principios se han tenido en cuenta en esta monografía que conlleva una propuesta sobre la enseñanza de la divisibilidad.

Análisis de los Diferentes Contextos

Análisis de textos

El primer texto por analizar es el de los “lineamientos curriculares de matemáticas” publicados por el MEN de Colombia en 1998. Se destaca en este documento la relevancia que se le da a lo social, pues tiene en cuenta los intereses afectivos y de conocimientos de niños y jóvenes en edad escolar. Este documento, de acuerdo con lo anterior, establece como base del proceso que se quiere implementar para la labor educativa, en particular de la matemática, el paradigma del constructivismo social pues, según el MEN, “la nueva visión de educadores y autoridades escolares valora la importancia que tienen los procesos constructivos y de interacción social en la enseñanza y en el aprendizaje de las matemáticas” (1998, p. 16).

Otro aspecto que resulta importante en los lineamientos es el énfasis que se le da al conocimiento matemático a causa de la influencia que ejerce sobre la sociedad y sobre la actividad individual, pues “la matemática es una herramienta fundamentalmente potente, cuyo dominio proporciona privilegios y ventajas individuales” (1998, p.14), ventajas que se ven reflejadas en el contexto social del individuo.

También se destaca el interés que pone el texto comentado, al replantear los métodos de la llamada enseñanza tradicional, ya que propone un cambio de modelo, haciendo énfasis en el paradigma constructivista como modelo a seguir, pues según dicho paradigma, es primordial la actividad del sujeto, ya que no hay objeto de enseñanza sino objeto de aprendizaje y, como se tiene claro, es el sujeto quien aprende.

En confirmación de lo dicho hasta aquí sobre el texto comentado, se inserta el siguiente párrafo:

“Lo anterior ha llevado a replantear dentro de la práctica y el discurso didáctico los modelos de enseñanza; frente al modelo de enseñanza tradicional que privilegia el objeto de conocimiento y concede un papel pasivo al sujeto, están los modelos de enseñanza que toman como referente la perspectiva constructivista. Para estos últimos es la actividad del sujeto la que resulta primordial: no hay “objeto de enseñanza” sino “objeto de aprendizaje”; a partir de las estructuras que ya posee, de sus concepciones previas, el sujeto construye nuevos significados del objeto de aprendizaje, los socializa, los contrasta con los significados de otros y con el conocimiento disciplinar socialmente aceptado” (1998, p.16).

Este punto de vista de los lineamientos está pues enfocado en los cambios que a nivel global se han venido implementando en las últimas décadas, cambios motivados no sólo por las fallas de la escuela, que desde años atrás viene actuando en un esquema tradicional que resulta desactualizado para los nuevos tiempos en que la estructura social viene cambiando en todos sus niveles con innegable rapidez, sino también por los principios científicos que se tienen a mano en materia de pedagogía que permiten alcanzar con un alto grado de seguridad, los objetivos de la enseñanza, ello aunado a los desarrollos tecnológicos que proporcionan una ayuda eficaz cuando se les da un uso apropiado.

Se ubica ahora el análisis en los libros de texto. Éstos han sido instrumentos que sirven de apoyo a los profesores en su labor de enseñanza y sirven de refuerzo a los alumnos que encuentran en ellos un complemento para su aprendizaje. Por tanto, de los textos se espera que tengan la calidad apropiada para satisfacer estos fines.

En este apartado se analiza, en dos libros de texto, las unidades correspondientes al tema “*divisibilidad*”. Dichos textos sirven de guía para la matemática que se imparte en el sexto año de educación básica.

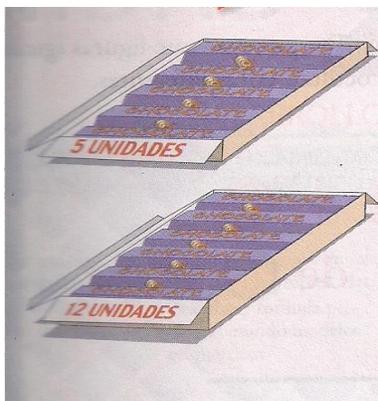
El primer texto es el siguiente:

- Texto colombiano: “Glifos 6 – Procesos matemáticos”. Construcción de conocimiento matemático en contextos significativos. Editorial: Libros y Libros S.A. 2008.

En la portada se afirma que el texto está diseñado desde el paradigma constructivista, según el cual se busca que los estudiantes sean constructores de sus propios procesos de pensamiento matemático, aplicando experiencias que ellos aportan desde contextos significativos como su entorno inmediato y conocimientos recibidos en cursos anteriores.

El tema de divisibilidad se desarrolla en la unidad 2, bajo la competencia “pensamiento numérico” y con el indicador de logro “encuentra los múltiplos y los divisores de un número”. La unidad comienza con una situación problema a partir de la cual propone una serie de preguntas que serán resueltas en dicha unidad.

La situación problema que el texto propone como introducción al concepto de múltiplo, (pág. 96), se considera que no es apropiada para definir dicho concepto. La transcripción de dicha situación está en la figura 1:



En una fábrica empaican chocolates en cajas tipo A que contienen 5 unidades y en cajas tipo B que contienen 12 unidades.

1. María desea comprar 48 chocolates pero quiere cajas tipo A. ¿Puede llevar esa cantidad exacta en cajas tipo A? Justifica tu respuesta.
2. ¿Cuántas cajas tipo B debe comprar Javier para empaicar 60 chocolates?
3. Explica el procedimiento que usas para resolver las preguntas anteriores.

Figura 11. Situación problema para definir múltiplo. Glifos, 2008.

Nótese que el alumno tendrá que pensar la solución en términos de división, $48 \div 5$, para obtener la respuesta, lo cual no resulta apropiado para el concepto “múltiplo” que tendrá que enfrentar a renglón seguido. Un cambio apropiado en esta situación, o en situaciones similares, puede ser: ¿Cuántos chocolates debe adquirir María si quiere obtener 5 cajas que contengan 9 chocolates cada uno? En dicha situación la solución se realiza mediante multiplicación lo cual apunta hacia la estructura de la definición que se quiere presentar.

En este texto el término “*divisibilidad*” está referido a la realización de operaciones. Ya desde el mismo indicador de logro, como se mencionó antes, se propone encontrar múltiplos y divisores de un número, como una invitación a realizar una actividad basada en operaciones. Se reafirma este carácter operativo al definir los conceptos de múltiplo y divisor de la siguiente manera:

“Un número es múltiplo de otro número natural si es el producto de multiplicar a ese número por cualquier múltiplo natural”, (pág.96).

“Un número es divisor de otro número natural si lo divide exactamente”, (pág. 97).

En ambas definiciones se destaca el aspecto procedimental; para obtener múltiplos se procede a multiplicar. Para obtener divisores se procede a dividir. No resulta apropiado proponer como definición lo que es un procedimiento operativo.

Otro aspecto que puede producir confusión en el estudiante es la ambigüedad que introduce la utilización de un lenguaje informal en ambas definiciones. El uso del lenguaje no formalizado obliga a pensar cuidadosamente las palabras empleadas para escribir definiciones, argumentos

y problemas. Se describen a continuación algunas ambigüedades presentes en las anteriores definiciones:

- En la definición de múltiplo la palabra “ese” resulta confusa. ¿A cuál de los dos números, previamente aludidos, se refiere?
- También resulta impropio la palabra “cualquier”. La ambigüedad que introducen estas dos palabras queda al descubierto con un ejemplo:

¿Es 20 múltiplo de 5 porque es producto de multiplicar a “ese” número, (cuál: ¿20 ó 5?) por “cualquier” número natural? Es obvio que para obtener 20 no se logra con cualquier número.

$20 = 5 \times 4$ y no 5 por “cualquier” otro número diferente de 4.

- En la definición de divisor resulta ambigua la expresión, “si lo divide exactamente” ¿a cuál de los dos números se refiere la expresión citada? ¿Cuál número divide a cuál? El profesor seguramente sabe cuál divide a cuál, pero el alumno no.

El segundo texto por comentar es el siguiente:

- Texto colombiano: “Los caminos del saber. Matemáticas 6” Editorial: Santillana. 2013.

El texto ofrece además un sitio web y un libro en DVD. Respecto al libro se informa como nota de la carátula posterior que éste responde a las exigencias planteadas por el MEN y promueve el desarrollo de competencias.

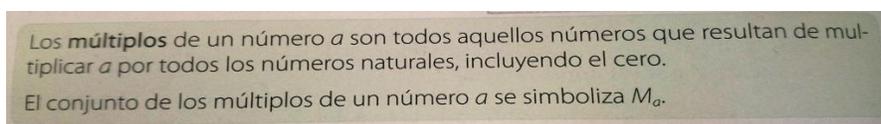
El tema de la divisibilidad se desarrolla en una sección de la unidad 3, unidad que tiene como título “Teoría de números”.

En las dos unidades anteriores se desarrollan temas de lógica y conjuntos, (unidad 1), y sistemas de numeración, (unidad 2). En la primera unidad, además de operaciones lógicas con proposiciones, se incluye una sesión sobre los cuantificadores universal y existencial. En la segunda unidad se desarrollan las 4 operaciones básicas de la aritmética de los números naturales, así como también las operaciones potenciación, radicación y logaritmicación, además de nociones de desigualdades y solución de ecuaciones e inecuaciones. Con el desarrollo de estos temas el alumno ya está familiarizado con el empleo de letras en la expresión de todo tipo de enunciados, incluso enunciados cuantificados, lo cual ofrece la posibilidad de utilizar un lenguaje con mayor claridad y precisión.

Como se mencionó antes, el texto ofrece también un apoyo sistemático en el empleo de procedimientos basados en tecnología de última generación y motivaciones de orden práctico en la utilidad de la matemática, en particular en el papel que la divisibilidad cumple en temas relacionados con la criptografía.

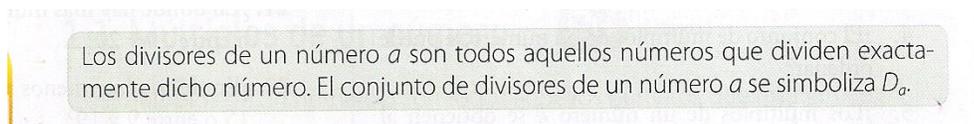
El tema de la divisibilidad se inicia describiendo, (sin definir la palabra múltiplo), los múltiplos de un número a y se asigna el símbolo M_a para designar los múltiplos de a (pág. 94). De manera similar se describe lo que son los divisores de a y se asigna el símbolo D_a para designar el conjunto de los divisores de a (pág. 96). A continuación de ambas descripciones se agregan ejemplos tanto de manipulación numérica como de situaciones problema tomadas de contextos reales.

Este texto hace uso de letras para representar cualquier número, lo cual, junto con la notación propia de la teoría de conjuntos, hace más claros los conceptos. Además, propone un empleo adecuado de herramientas tecnológicas y está diseñado con una estructura ajustada a los lineamientos del MEN. Sin embargo, apoya los conceptos de múltiplo y divisor en un contexto netamente procedimental, basado en la realización de multiplicaciones y divisiones (Ver figuras 2 y 3), dejando de lado la posibilidad de definir ambos conceptos, desestimando no sólo el uso de los cuantificadores, ya incluidos en el texto, sino también perdiendo la posibilidad de proporcionarle al alumno un preámbulo apropiado para el futuro tema de las relaciones “ser múltiplo de” y “ser divisor de”, que hacen parte de la teoría de la divisibilidad.



Los **múltiplos** de un número a son todos aquellos números que resultan de multiplicar a por todos los números naturales, incluyendo el cero.
El conjunto de los múltiplos de un número a se simboliza M_a .

Figura 2. Descripción para obtener múltiplos. Matemáticas 6, 2013.



Los **divisores** de un número a son todos aquellos números que dividen exactamente dicho número. El conjunto de divisores de un número a se simboliza D_a .

Figura 3. Descripción para obtener divisores. Matemáticas 6, 2013.

Análisis de los trabajos de grado

El primer análisis de un trabajo de grado se realiza sobre el trabajo final de maestría titulado: "Proyecto de aula, para la enseñanza de la divisibilidad en el grado sexto, en la institución educativa Tulio Ospina" de la ciudad de Medellín, realizado por Hernán Alonso Pulgarín Serrano, bajo la dirección del profesor Grimaldo Oleas Liñán. Este trabajo se realizó para optar al título de Magister en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales en la universidad Nacional de Colombia, Facultad de Ciencias de la ciudad de Medellín, (2016).

Lo primero que cabe mencionar en el trabajo de Pulgarín es la intención de elaborar un proyecto de aula orientado por principios del constructivismo social. Según sus propias palabras "este proyecto de aula sobre la divisibilidad busca elevar los niveles de aprendizaje de los alumnos del grado sexto de la institución educativa Tulio Ospina, mediante la implementación de una estrategia didáctica, con base en lúdica y en talleres dirigidos, con interrelación docente-alumno e interpretación de distintos fenómenos en un contexto dado, partiendo de unos conocimientos previos del alumno" (Pág. IX)

Resulta clara la intención de provocar al alumno, de "tocar" sus intereses y despertar su curiosidad por el tema de la divisibilidad construyendo un ambiente de aula alejado de la monotonía que genera la simple transmisión de información. Se nota de lejos la intención de promover en los alumnos, procedimientos que tienen que ver con los principios propios del aprendizaje significativo. Nótese la insistencia en promover dichos principios, manifestados en su propósito de "presentar unas recomendaciones y estrategias para la enseñanza de la divisibilidad, que despierten en sus alumnos la necesidad y la curiosidad de descubrir, indagar, y ser protagonistas del proceso y el resultado de su aprendizaje" (pág. IX).

Este proyecto de aula tiene en cuenta una nueva forma de enseñar matemáticas, basadas en el modelo de situaciones problema, con las cuales se promueve el interés por la reflexión y la investigación en sus alumnos, objetivos que son de alta calidad en la formación de todo individuo. En los siguientes términos lo propone el documento analizado:

"Las situaciones problema se plantean como un medio para que los estudiantes adquieran esos conocimientos y los apliquen para solucionar un problema" y agrega:

“Las situaciones problema le permiten al estudiante hacerse competente en aspectos como resolver problemas, tomar decisiones, adquirir experiencia en el trabajo en equipo, aprender habilidades en la forma de comunicarse y enriquecerse en actitudes y valores”. (Pulgarín, pág. 23-24).

Otro aspecto que toca en su trabajo el profesor Pulgarín se refiere al desplazamiento que ha tenido la Teoría Elemental de Números. En una primera referencia alude a la divisibilidad como una parte de la Teoría de Números y con esto quiere mostrar la importancia que tiene dicho concepto por ser un eje que apoya conceptos que hacen parte del camino a recorrer en la matemática. Ese camino se inicia y sus alcances se vislumbran en cursos de formación de profesores, cursos entre los cuales cabe mencionar, entre los primeros lugares, al menos uno de Teoría Elemental de Números.

Quiero hacer mías las palabras que se incluyen en una de las conclusiones de este trabajo:

“Me gustaría decir que habría que hacer todo lo que esté en nuestras manos para que el aprendizaje de las matemáticas sea una tarea amena”. (Pulgarín, pág. 101). Se agrega por mi propia cuenta: No como ese “monstruo” terrible que alguno de los entrevistados en mi trabajo contó que le tocó escuchar de algunos de sus alumnos.

Se termina este análisis con otra de las conclusiones que le dan razón de ser a trabajos que como el del profesor Pulgarín, contribuyen a hacer conciencia de la diferencia entre una enseñanza tradicional, donde el profesor es un simple transmisor de información, y unos alumnos que, aparte de una motivación personal y espontánea, que no siempre presentan, reciben en el aula poco o ningún aporte al enriquecimiento de su interés por la matemática, con una enseñanza realizada por profesores que motivados por sus valores éticos y preparados con una formación matemática de calidad, están promoviendo cambios propositivos en la enseñanza de la matemática y haciendo ver que la divisibilidad es un núcleo que no se puede eludir cuando se trata de enseñar bien la matemática en el ámbito escolar.

La conclusión aludida es la siguiente:

“Los estudiantes, en general, demostraron entusiasmo al leer y planificar las actividades que llevarían a cabo. Se puede inferir tanto de sus actitudes manifestadas, como de sus trabajos, que propuestas de este tipo favorecen la motivación por aprender y contribuyen así al desarrollo de su aprendizaje. Esto se debe, en parte a que los contenidos adquieren gran significación al

poder utilizarlos en la resolución de situaciones problemas concretos y en un contexto real". (Pulgarín, pág. 101)

La siguiente tesis para analizar es la titulada: "Unidad didáctica: divisibilidad de números naturales. Múltiplos y divisores", realizada por la profesora Cristina Martín González para optar por el título de "Máster en la formación de profesores para la enseñanza en la secundaria" de la Universidad de Granada (2012), amerita los siguientes comentarios:

Un primer aspecto para resaltar es la importancia que este trabajo le da a los procesos de aprendizaje significativo desde la matemática, pues como menciona la autora en su introducción: "...la pretensión de la matemática es que todo el alumnado pueda alcanzar los objetivos propuestos y esté preparado para incorporarse a la vida adulta, atendiendo siempre, a la diversidad. Para conseguir los objetivos es necesario que los aprendizajes sean significativos..." (2012, pág. 3).

En efecto, la autora pone en evidencia dicho aprendizaje significativo cuando, por ejemplo, para la introducción del concepto de mínimo común múltiplo, presenta la siguiente situación "motivadora":

"Doña Carmen toma una píldora para el reuma cada 4 días y una cápsula para el corazón cada 6 días. ¿cada cuánto tiempo coinciden ambas tomas en el mismo día?" (2012, pág. 37).

No es éste el único ejemplo, pues en su trabajo, Martín (2012) se mantiene en la idea de hacer significativos los aprendizajes de los alumnos.

Un segundo aspecto por resaltar es el empleo del paradigma del constructivismo social que la profesora destaca en cada una de las sesiones que presenta su trabajo. En la introducción la profesora Cristina menciona: "consecuentemente, para el aprendizaje de la divisibilidad es importante que los alumnos adquieran este concepto tan abstracto para ellos mediante la construcción de significados e interacción entre iguales y entre alumno-profesor." (2012, pág. 2).

Como ejemplo donde se evidencian principios propios del constructivismo social, copiamos textualmente el siguiente pasaje:

"Un granjero que cría gallinas distribuye los huevos que obtiene en cartones donde caben 6 huevos. Se meten en una furgoneta de reparto y el granjero va a notando el número de huevos que se colocan en la furgoneta mientras que su hijo va subiendo los cartones de uno en uno para no romper los huevos.

- a) Escribe la serie de números que van apareciendo en la hoja de anotaciones del granjero.
- b) ¿Existe alguna relación entre los números anotados? Justifica tu respuesta.
- c) Si en la furgoneta cupieran todas las cajas que quisiéramos, ¿cuántas habría? ¿Y si seguimos metiendo?

Con esta actividad se persigue que los alumnos redescubran el significado de múltiplo y su caracterización mediante una puesta en común para que ellos sean capaces de encontrar la mejor definición” (2012, pág. 26)

Resalta en este ejemplo la clara intención de la profesora, de llevar al alumno a que sea el constructor de su propia definición de múltiplo, lo cual es característico del paradigma constructivista.

En el siguiente pasaje se destaca una característica del aprendizaje cooperativo, propia del constructivismo social:

“Esta sesión se va a dedicar a la realización de una actividad en la que se pretende unificar los conceptos estudiados de divisibilidad, además también es útil para que los alumnos se expresen con rigor. Se realizará en pequeños grupos para generar discusiones entre iguales.” (2012, pág. 32).

El aspecto de aprendizaje cooperativo se aprecia cuando la profesora realiza “grupos para generar discusiones entre iguales”.

Finalmente, los pasajes antes comentados permiten afirmar que este trabajo reúne los aspectos de aprendizaje significativo y constructivismo social de una manera que se puede considerar eficazmente apropiada. Un detalle que llama la atención en esta unidad didáctica se refiere a la no mención del empleo de herramientas tecnológicas en ninguna de las actividades propuestas.

A continuación, se analiza la tesis doctoral de Ángel Alberto López, publicada bajo el nombre de, “Significados de la relación de divisibilidad de maestros en formación manifestados en el desarrollo de un modelo de enseñanza”, para optar al grado de doctor en ciencias de la educación por la universidad de Granada en el año 2015.

El trabajo realizado por López “se centra en los significados que ponen en manifiesto un grupo de maestros en formación durante una secuencia de trabajo focalizada en la divisibilidad como una relación” (2015, pág. 7). Se percibe, en esta tesis, un enfoque netamente académico y en consideración de ello no pone de manifiesto nada que tenga que ver con aprendizaje significativo

ni con los paradigmas reconocidos en la actualidad. Se considera que estos aspectos no son necesarios ya que es un curso para personas con un interés dirigido hacia la formación como profesores y ello es una motivación suficiente.

Esta tesis de López se desarrolla bajo dos aspectos: en primer término, un trabajo sistemático de aula centrado en la divisibilidad que proporcione conocimientos sólidos a un grupo de maestros en formación, sobre la relación “ser divisible por” definida entre números naturales, que establezca bases apropiadas para que los procesos de enseñanza – aprendizajes de los futuros maestros sean de no cuestionable calidad.

En segundo término, describir y analizar los resultados de una secuencia de tareas propuestas al grupo de maestros en formación seleccionado para llevar a cabo este experimento de enseñanza (López, 2015).

Como se puede deducir de los párrafos anteriores, la finalidad manifiesta en la tesis de López es la de direccionar el concepto de divisibilidad en términos de relación, contribuyendo así a erradicar posibles fallas en la presentación de este delicado y difícil concepto para los alumnos de los niveles básicos del proceso escolar.

El principio que orienta su trabajo es acorde con la necesidad sentida de formar profesionales de la enseñanza de la matemática, que se comprometan decididamente a impartir conocimientos de calidad en los alumnos a su cargo.

Finalmente, mostramos aquí un apartado interesante de la tesis de López, donde se le da toda la precisión a los términos involucrados con la relación de divisibilidad. Se trata de un mapa conceptual que vale la pena que sea analizado detenidamente por aquellas posibles personas que se ocupen de esta monografía pues nos parece que resume de una manera eficaz todo el proceso relacionado con la divisibilidad. Dicho mapa aparece en la página 77 de la tesis de López y se muestra en la figura 4 de esta monografía.

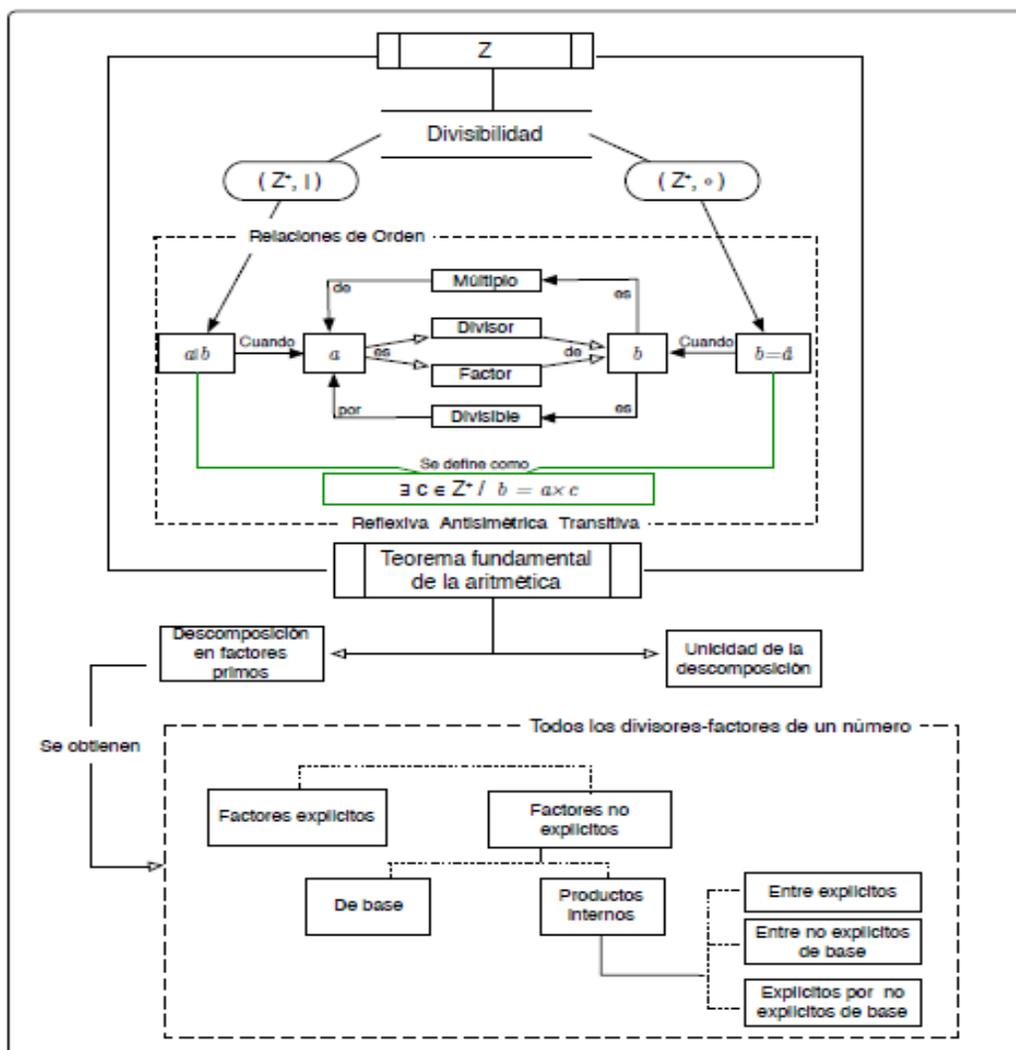


Figura 4. Estructura conceptual de la divisibilidad. Descrita y diseñada por (López, 2015).

Análisis de los temas surgidos en las entrevistas

Tema #1: Características del docente. Características del estudiante.

Este tema se obtuvo como fusión de 3 categorías: C1, C4 y C8, (capítulo 3).

Una primera característica se resume en la frase: “el profesor debe tener vocación”.

El término “vocación” reúne una serie de características que se consideran positivas en el docente como: gusto por enseñar, dedicación, paciencia, preparación académica y didáctica apropiada, entre otras. Sin embargo, la vocación por sí sola no es garantía de un proceso educativo exitoso ya que se restringe a una actividad muy personal y de naturaleza circunstancial. El proceso educativo que desarrolla una institución educativa debe ser la tarea de todo un cuerpo docente, desde un planteamiento unificado como es el currículo y bajo la orientación de una dirección eficaz para que resulten beneficiados, sino todos, la mayor parte del estudiantado, con una posible enseñanza de calidad.

En cuanto a las características del estudiante que llega al sexto año, los entrevistados se centraron en las dificultades a las que se enfrentan los profesores cuando abordan los temas propios del sexto nivel, en particular la divisibilidad. Expresiones como: “llegan mal preparados”; “no tienen bases”; “algunos ni siquiera saben dividir”; “muchos no estudian o no quieren estudiar”, fueron éstas algunas de las opiniones que surgieron. En una de las entrevistas se llegó a comentar el caso, calificado como permisividad, según el cual, por norma emanada de los altos mandos, los estudiantes que llegaban a término de los cursos con la nota de insuficiente debían recibir preparación complementaria a cargo del profesor para darle una oportunidad al estudiante de ser promocionado y no tener que repetir el año. El resultado fue tan negativo que la marcha atrás de la norma no se hizo esperar.

Tema #2: Aspectos académicos y didácticos

Este tema se obtuvo como fusión de las categorías 3 y 7.

Respecto a la pregunta formulada en términos de ¿Cuál enfoque le da usted en su clase al tema de la divisibilidad?, la respuesta mayoritaria se redujo a expresar la forma de definir los conceptos de divisor o múltiplo para a renglón seguido proponer ejemplos numéricos y situaciones problema con matices entresacados de la realidad.

En un comentario a una de las preguntas formuladas se mencionó la expresión “forma híbrida” de enseñar, dándole a esta palabra el significado de “no casarse” con una sola estrategia, sino que, de acuerdo con el momento de la clase o el tema a desarrollar emplear diferentes paradigmas, como el constructivismo, el enfoque tradicional u otros a juicio del profesor.

Otro aspecto relacionado con la componente didáctica se refiere a la motivación que se despierta en el estudiante cuando se relaciona el tema enseñado con los intereses y experiencias propias de su entorno cercano. Este aspecto fue considerado en algunas respuestas como algo deseable pero que muchas veces la premura con que hay que sacar adelante los programas, no permite darle la oportunidad de ser empleado con la suficiente elaboración.

Ante la pregunta relacionada con el empleo de herramientas tecnológicas surgieron conceptos basados en el mal uso de tales medios. Se mencionó a modo de ejemplo el empleo del proyector para simplemente trasladar lo que antes se escribía en el tablero, logrando un cambio de forma pero que en el fondo nada cambiaba.

Otro aspecto propuesto a los entrevistados se refirió al empleo de posibles paradigmas diferentes al modelo tradicional, que como se sabe, está basado en el paradigma conductista. Este tema se percibió como interesante pero que aún está lejos de ser puesto en práctica pues los cambios a realizar tienen que ver con varios aspectos que al fin de cuentas requieren la modificación de todo el sistema educativo y destacándose ante todo la formación de profesores actualizados en las nuevas formas de enseñar y respaldados en excelentes conocimientos matemáticos y didácticos, para que la matemática quede bien enseñada y consiguiendo otros objetivos esenciales en la educación que se pueden resumir en la formación de buenos ciudadanos, responsables de contribuir a las mejoras de su entorno social.

Tema #3: La divisibilidad, tema esencial de la matemática

Este tema se obtuvo como fusión de las categorías 2, 5 y 6

Se inicia este tema analizando las respuestas dadas por los entrevistados a la inquietud de considerar cuál es el momento (nivel) apropiado para que el estudiante enfrente por primera vez la divisibilidad. Este tema resultó controversial ya que no hay un acuerdo acerca de dar una respuesta categórica. Para algunos el jardín y el preescolar son momentos en los cuales se debe hacer una iniciación sobre dicho tema. Otros sugieren que se debe esperar hasta el año 4^{to.}, momento en el cual el estudiante ya realiza multiplicaciones y divisiones.

Respecto a la inquietud anterior de cuándo iniciar el tema de divisibilidad con los estudiantes, se considera que esta decisión debe ser tomada desde el nivel institucional donde la participación de docentes y padres de familia pueden dar las pautas que decidan dicha inquietud. Sea cual sea la decisión que se tome, la clave para que resulte apropiada la iniciación de este tema, en

cualquiera de los niveles considerados, es que sea propuesto con mucha delicadeza por parte del profesor, sin pretender querer obtener expertos en divisibilidad. En lo que sí estuvieron de acuerdo los entrevistados es que el desarrollo más detallado del tema se realice en el sexto grado de educación básica.

Un aspecto que da lugar a muchas dudas, pero que debe ser pensado con más detenimiento, es la sugerencia manifiesta por alguno de los entrevistados, que propone la divisibilidad enfocada desde las proporciones inversas. Se sabe que la teoría de las proporciones es algo que tiene que ver con los números fraccionarios, sin embargo, divisibilidad y proporciones, están basados en relaciones matemáticas. No parece claro como ver la divisibilidad precedida por fracciones y proporciones.

Respecto a las razones por las cuales la divisibilidad ha perdurado desde siempre en los programas de la enseñanza básica, los entrevistados la consideran como una parte fundamental del pensamiento numérico ya que en ella se incluyen los conceptos de mínimo común múltiplo y máximo común divisor, así como la descomposición en factores primos de todo número natural. También se destaca su papel esencial en la teoría de los fraccionarios y en otras estructuras algebraicas como la divisibilidad en los polinomios.

Análisis Propositivo al Tema de la Divisibilidad

La propuesta que se enuncia a continuación está enfocada en la enseñanza de la divisibilidad en los primeros grados de educación básica secundaria. En concordancia con los análisis anteriormente realizados, dicha propuesta está basada en tres aspectos. Como primer aspecto, se acogen los principios del paradigma del constructivismo social, según el cual las técnicas y estrategias que el profesor debe implementar para impartir la enseñanza y los aprendizajes relativos a la divisibilidad deben estar conectados con el entorno cercano de sus alumnos. A manera de ejemplo, términos esenciales en la teoría de la divisibilidad, como son múltiplo y divisor pueden ser relacionados con procedimientos de compras y repartos, que son tan familiares para el alumno.

Hoy más que nunca, cuando la idea es que el profesor deje de ser el centro en el aula y pase a ser un acompañante de sus alumnos en los procesos de aprendizaje, es esencial que no sólo su vocación tenga un elevado puntaje, se requiere que sus conocimientos académicos, en este caso matemáticos, centrados en el conocimiento apropiado de la teoría de la divisibilidad, sean de excelente calidad, aunado a ello, claro está, especiales conocimientos en estrategias y técnicas pedagógicas. Pero hoy, “su vocación” tiene unas oportunidades enriquecedoras, gracias a que tiene a mano paradigmas educativos que le aportan un alto grado de confiabilidad en el éxito de sus objetivos como educador y en nuestro caso, como una persona convencida de que la matemática, (elemental, básica, y la de alto nivel), pasa por el logro de las competencias del pensamiento numérico en el cual se hay inmersa la divisibilidad.

Por las razones invocadas en el anterior párrafo, esta propuesta acoge la propuesta diseñada por el MEN, basada en el paradigma del constructivismo social pues, como queda dicho, este modelo de enseñanza-aprendizaje ofrece una variada secuencia de opciones para que el profesor puede ser más enriquecedor y ajustado a las circunstancias de los alumnos.

Para complementar las razones, por las cuales se escogió en esta propuesta el constructivismo social, se señala que entre las diferentes opciones que abre este paradigma, tales como el aprendizaje cooperativo, el aprendizaje basado en proyectos o el aprendizaje basado en situaciones problemas, entre otras, se expresa empatía por el aprendizaje cooperativo, porque en estos niveles de formación inicial, el estudiante tiene oportunidad de aprender a trabajar en equipo, procedimiento propio de la investigación científica. Otro aspecto enriquecedor del aprendizaje cooperativo se refiere a la oportunidad que el alumno tiene de interactuar con sus

pares creando lazos de amistad, valores de solidaridad, participación, aceptación del otro, y muchos más que enriquecen la formación humana y los valores que hacen buenos ciudadanos.

Siguiendo en esta propuesta, la línea del constructivismo social, el docente debe diseñar actividades donde el estudiante, contando con la interacción de sus pares y con el acompañamiento del profesor, puede construir en forma socializada sus propios conceptos acerca de la divisibilidad y llevarlos inclusive hasta consecuencias, aplicaciones e inquietantes preguntas.

El segundo aspecto al que se hizo referencia al inicio de este apartado tiene que ver con la enseñanza de la divisibilidad desde los aprendizajes significativos. Con estas dos palabras se quiere expresar una serie de aspectos que el profesor debe integrar a su práctica docente, en busca de fijar en sus alumnos, de una manera perdurable, los conocimientos y fines que se quieren alcanzar. Así, si el profesor quiere que nociones complejas, que hacen parte de la teoría de la divisibilidad, como múltiplo, divisor, números primos y compuestos, descomposición factorial, entre otros, sean aprehendidas por sus alumnos, es su función crear ambientes de aprendizajes cercanos a la realidad del alumno que le generen un verdadero interés consiguiendo que él en una actividad inicialmente personal y posteriormente socializada en el aula, sea un participante activo en la construcción de nociones como las anteriormente mencionadas.

Es claro que los aprendizajes significativos se extienden a todo el campo de la enseñanza de la matemática, pero en este caso se proponen en relación con los conceptos propios de la teoría de la divisibilidad. Se anota finalmente que una característica del paradigma constructivismo social, acogido en esta monografía de compilación, hace énfasis de manera sustancial, el tener en cuenta que los aprendizajes sean significativos para el alumno.

Finalmente, el tercer aspecto de esta propuesta es ante todo de orden académico y tiene que ver con la forma correctamente matemática de presentar los conceptos básicos de la teoría de la divisibilidad en los niveles iniciales de la educación básica secundaria.

Es indispensable que el profesor de matemáticas, que debe enfrentar la enseñanza de conceptos tan delicados como *múltiplo* y *divisor*, tenga en su haber una sólida formación no sólo en los aspectos didácticos sino también en la calidad de sus conocimientos matemáticos, entre los cuales es prioritario el conocimiento de la Teoría de Números.

Con estos presupuestos muy seguramente el profesor no eludirá la definición apropiada de los términos *múltiplo* y *divisor*, descartando los planteamientos de tipo procedimental como la forma

única de entregarle estos conceptos al alumno. No es que el aspecto operativo deba ser descartado, sino que éste debe ocupar su lugar apropiado en el desarrollo de los temas.

Al dejar sentada en este punto la propuesta consignada en uno de los objetivos iniciales, se dejan en términos de conclusiones, las siguientes afirmaciones:

Los textos analizados y las entrevistas realizadas, que fueron referentes para la elaboración de esta monografía de compilación, confirman a su manera el estado actual de la enseñanza de la matemática en los niveles básicos. Tal estado lleva a pensar que este trabajo y esta monografía de compilación son una contribución a la realización de un cambio positivo que mejore el nivel de formación de los egresados de la educación básica y media.

Las tres tesis de grado que se analizaron confirman que la línea seguida en esta monografía está en una dirección apropiada que busca modificar el rumbo actual de la enseñanza de la matemática.

Todos los aspectos percibidos en los textos analizados, en las entrevistas realizadas y en las tesis que se analizaron, tuvieron como centro de interés, la divisibilidad, respaldando de esta manera el interés creciente que este concepto parece tomar, pues cada vez se percibe mejor como un punto crucial en el cambio que se quiere efectuar para eliminar la mala imagen, tal vez equivocada, de que la matemática es tan difícil que sólo está al alcance de genios, de mentes genéticamente calificadas para conocerlas y aplicarlas.

Al haber centrado la atención y el estudio que, con interés creciente, este tema de la divisibilidad y su enseñanza me ha proporcionado, se quiere afirmar que me ha dejado un sentimiento de compromiso con una labor que, si bien es ardua, también deja una sensación de satisfacción cuando se perciben sus frutos en las mejores de las condiciones sociales de nuestro país.

Finalmente, se le rinde un tributo de admiración a los profesores entrevistados que me dejaron la sensación de ofrendar con su vocación al servicio de la enseñanza, una prueba de que la escuela sí va a cambiar para mejorar.

Se toman como propias las razones que expusieron los autores de las tesis analizadas en esta monografía de compilación, porque dan razón de la importancia que tiene la divisibilidad en el desarrollo del pensamiento numérico que hace parte de la formación matemática de los jóvenes que egresan de la enseñanza básica y media.

Referencias

- Ander-Egg, E & Valle, P. (1997). *Guía para preparar monografías y otros textos expositivos*. Argentina: Lumen.
- Camelo, A & otros. (2009). *Estrategias de enseñanza del aprendizaje cooperativo en la educación superior*. Colombia.
- Hernandez, R. Fernández, C. & Baptista P. (2010). *Metodología de la investigación*. México: Mc Graw Hill.
- López, A. (2015). *Significados de la relación de la divisibilidad de maestros en formación, manifestados en el desarrollo de un modelo de enseñanza*. Tesis doctoral. Granada, España: Universidad de Granada.
- Ministerio de Educación Nacional. (1998). *Lineamientos Curriculares de Matemáticas*. Bogotá. Recuperado de: <http://www.mineduacion.gov.co>
- Ministerio de Educación Nacional. (2003). *Estándares básicos de matemáticas*. Bogotá. Recuperado de: <http://www.mineduacion.gov.co>
- Pulgarín, H. (2016). *Proyecto de Aula, para la Enseñanza de la Divisibilidad en el Grado Sexto, en la institución educativa Tulio Ospina, de la ciudad de Medellín*. Tesis de Maestría. Medellín: Colombia. Universidad Nacional.

ANEXOS MONOGRAFIA

B. Anexo: Ficha de entrevistas

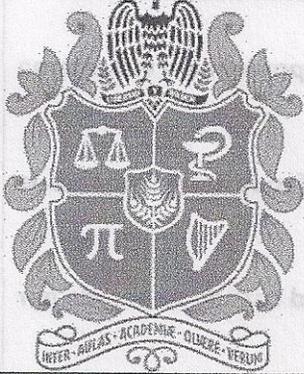
<p style="text-align: center;">ESCUDO</p>  <p style="text-align: center;">INTER - AULAS - ACADEMIE - OLIMERE - VERUM</p>	<p style="text-align: center;">Universidad Nacional de Colombia- Sede Medellín ENTREVISTA</p> <p style="text-align: center;">ASUNTO: ENTREVISTA PARA TRABAJO FINAL DE MAESTRÍA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA: TÍTULO Estudio de Caso: Una Contextualización Pedagógica Sobre la Divisibilidad</p> <p>Fecha: octubre 24 de 2017</p> <p>Responsable: Sindy Cristina Castaño Villa</p>
<p style="text-align: center;">INSTRUCCIONES</p> <ul style="list-style-type: none"> • A continuación, se le harán unas preguntas enfocadas en su experiencia sobre la enseñanza de la divisibilidad. Durante la entrevista se harán preguntas complementarias o ampliadoras. 	
<ul style="list-style-type: none"> • FORMACIÓN DEL ENTREVISTADO <p style="text-align: center;">Normalista <input type="checkbox"/> Pregrado <input type="checkbox"/> Posgrado <input type="checkbox"/></p> <p>- Título: pregrado: _____</p> <p>- Título posgrado: _____</p> • TIEMPO DEDICADO A LA ENSEÑANZA: <p>- Preescolar <input type="checkbox"/> Tiempo: _____</p> <p>- Básica primaria <input type="checkbox"/> Tiempo: _____</p> <p>- Básica secundaria <input type="checkbox"/> Tiempo: _____</p> <p>- Media <input type="checkbox"/> Tiempo: _____</p> <p>- Universitaria <input type="checkbox"/> Tiempo: _____</p> • TIPO DE INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA ACTUALMENTE: <p>- Carácter público <input type="checkbox"/> - Carácter privado <input type="checkbox"/></p> 	

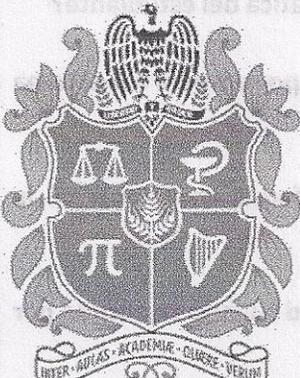
Las siguientes serán las preguntas mediadoras que serán formuladas durante la entrevista. Durante la entrevista se harán preguntas complementarias o ampliadoras

- 1. ¿Qué me puede decir acerca de su experiencia en el tiempo que ha dedicado a la enseñanza matemática?**
- 2. ¿Qué importancia tiene la divisibilidad en la formación matemática del estudiante?**
- 3. ¿En qué momento (es decir, en qué grados) debe ser abordado por primera vez el tema de la divisibilidad?**
- 4. ¿Qué aspectos positivos se pueden haber perdido en el enfoque tradicional de la enseñanza, relativos al tema de la divisibilidad?**
- 5. ¿Qué aspectos pueden dificultar la enseñanza de la divisibilidad cuando se aborda por primera vez?**
- 6. ¿Qué aspectos positivos o negativos han traído los nuevos programas que el MEN ha venido promoviendo en años recientes?**
- 7. ¿Por qué razones se mantiene el tema de la divisibilidad en los programas de matemáticas?**
- 8. ¿Cómo sugiere, se imagina o propone que debe ser la enseñanza de la divisibilidad? (No necesariamente en la secundaria, sugerir primaria).**

Fichas de las personas entrevistadas:

<p style="text-align: center;">ESCUDO</p> 	<p style="text-align: center;">Universidad Nacional de Colombia- Sede Medellín ENTREVISTA</p> <p>ASUNTO: ENTREVISTA PARA TRABAJO FINAL DE MAESTRÍA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA: TÍTULO Estudio de Caso: Una Contextualización Pedagógica Sobre la Divisibilidad</p> <p>Fecha: octubre 24 de 2017</p> <p>Responsable: Sindy Cristina Castaño Villa</p>
<p style="text-align: center;">INSTRUCCIONES</p> <ul style="list-style-type: none"> • A continuación, se le harán unas preguntas enfocadas en su experiencia sobre la enseñanza de la divisibilidad. Durante la entrevista se harán preguntas complementarias o ampliadoras. 	
<ul style="list-style-type: none"> • FORMACIÓN DEL ENTREVISTADO Normalista <input type="checkbox"/> Pregrado <input type="checkbox"/> Posgrado <input checked="" type="checkbox"/> - Título pregrado: <u>Lic Ed. Básica enf. Matemáticas</u> - Título posgrado: <u>Diplomado Sistematización de experiencias pedagógicas</u> • TIEMPO DEDICADO A LA ENSEÑANZA: <ul style="list-style-type: none"> - Preescolar <input type="checkbox"/> Tiempo: _____ - Básica primaria <input checked="" type="checkbox"/> Tiempo: <u>4 años</u> - Básica secundaria <input checked="" type="checkbox"/> Tiempo: <u>6 años</u> - Media <input checked="" type="checkbox"/> Tiempo: <u>1 año</u> - Universitaria <input type="checkbox"/> Tiempo: _____ • TIPO DE INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA ACTUALMENTE: <ul style="list-style-type: none"> - Carácter público <input type="checkbox"/> - Carácter privado <input checked="" type="checkbox"/> 	
<p>Las siguientes serán las preguntas mediadoras que serán formuladas durante la entrevista. Durante la entrevista se harán preguntas complementarias o ampliadoras</p>	

<p style="text-align: center;">ESCUDO</p> 	<p style="text-align: center;">Universidad Nacional de Colombia- Sede Medellín ENTREVISTA</p> <p>ASUNTO: ENTREVISTA PARA TRABAJO FINAL DE MAESTRÍA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA: TÍTULO Estudio de Caso: Una Contextualización Pedagógica Sobre la Divisibilidad</p> <p>Fecha: octubre 24 de 2017</p> <p>Responsable: Sindy Cristina Castaño Villa</p>																			
<p style="text-align: center;">INSTRUCCIONES</p> <ul style="list-style-type: none"> • A continuación, se le harán unas preguntas enfocadas en su experiencia sobre la enseñanza de la divisibilidad. Durante la entrevista se harán preguntas complementarias o ampliadoras. 																				
<ul style="list-style-type: none"> • FORMACIÓN DEL ENTREVISTADO <p>Normalista <input checked="" type="checkbox"/> Pregrado <input checked="" type="checkbox"/> Posgrado <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>- Título pregrado: <u>Licenciada en Matemáticas</u></p> <p>- Título posgrado: <u>Computación para la Docencia</u></p> • TIEMPO DEDICADO A LA ENSEÑANZA: <table border="0"> <tr> <td>- Preescolar</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td>Tiempo: _____</td> </tr> <tr> <td>- Básica primaria</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td>Tiempo: _____</td> </tr> <tr> <td>- Básica secundaria</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td>Tiempo: <u>33 años</u></td> </tr> <tr> <td>- Media</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td>Tiempo: <u>33 años</u></td> </tr> <tr> <td>- Universitaria</td> <td><input type="checkbox"/></td> <td>Tiempo: _____</td> </tr> </table> • TIPO DE INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA ACTUALMENTE: <table border="0"> <tr> <td>- Carácter público</td> <td><input checked="" type="checkbox"/></td> <td>- Carácter privado</td> <td><input type="checkbox"/></td> </tr> </table> 		- Preescolar	<input type="checkbox"/>	Tiempo: _____	- Básica primaria	<input type="checkbox"/>	Tiempo: _____	- Básica secundaria	<input checked="" type="checkbox"/>	Tiempo: <u>33 años</u>	- Media	<input checked="" type="checkbox"/>	Tiempo: <u>33 años</u>	- Universitaria	<input type="checkbox"/>	Tiempo: _____	- Carácter público	<input checked="" type="checkbox"/>	- Carácter privado	<input type="checkbox"/>
- Preescolar	<input type="checkbox"/>	Tiempo: _____																		
- Básica primaria	<input type="checkbox"/>	Tiempo: _____																		
- Básica secundaria	<input checked="" type="checkbox"/>	Tiempo: <u>33 años</u>																		
- Media	<input checked="" type="checkbox"/>	Tiempo: <u>33 años</u>																		
- Universitaria	<input type="checkbox"/>	Tiempo: _____																		
- Carácter público	<input checked="" type="checkbox"/>	- Carácter privado	<input type="checkbox"/>																	
<p>Las siguientes serán las preguntas mediadoras que serán formuladas durante la entrevista. Durante la entrevista se harán preguntas complementarias o ampliadoras</p>																				

<p style="text-align: center;">ESCUDO</p>  <p style="text-align: center;">UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA</p>	<p style="text-align: center;">Universidad Nacional de Colombia- Sede Medellín</p> <p style="text-align: center;">ENTREVISTA</p> <p>ASUNTO: ENTREVISTA PARA TRABAJO FINAL DE MAESTRÍA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA: TÍTULO Estudio de Caso: Una Contextualización Pedagógica Sobre la Divisibilidad</p> <p>Fecha: octubre 24 de 2017</p> <p>Responsable: Sindy Cristina Castaño Villa</p>
<p style="text-align: center;">INSTRUCCIONES</p> <ul style="list-style-type: none"> • A continuación, se le harán unas preguntas enfocadas en su experiencia sobre la enseñanza de la divisibilidad. Durante la entrevista se harán preguntas complementarias o ampliadoras. 	
<ul style="list-style-type: none"> • FORMACIÓN DEL ENTREVISTADO <p>Normalista <input type="checkbox"/> Pregrado <input type="checkbox"/> Posgrado <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>- Título: pregrado: <u>Licenciado en matemáticas y Física.</u></p> <p>- Título posgrado: <u>magister en enseñanza de las ciencias exactas y naturales.</u></p> • TIEMPO DEDICADO A LA ENSEÑANZA: <p>- Preescolar <input type="checkbox"/> Tiempo: _____</p> <p>- Básica primaria <input type="checkbox"/> Tiempo: _____</p> <p>- Básica secundaria <input checked="" type="checkbox"/> Tiempo: <u>8 años</u></p> <p>- Media <input checked="" type="checkbox"/> Tiempo: <u>8 años</u></p> <p>- Universitaria <input checked="" type="checkbox"/> Tiempo: <u>4 años</u></p> • TIPO DE INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA ACTUALMENTE: <p>- Carácter público <input type="checkbox"/> - Carácter privado <input checked="" type="checkbox"/></p> 	
<p>Las siguientes serán las preguntas mediadoras que serán formuladas durante la entrevista. Durante la entrevista se harán preguntas complementarias o ampliadoras</p>	

<p style="text-align: center;">ESCUDO</p> 	<p style="text-align: center;">Universidad Nacional de Colombia- Sede Medellín ENTREVISTA</p> <p>ASUNTO: ENTREVISTA PARA TRABAJO FINAL DE MAESTRÍA DE LA UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA: TÍTULO Estudio de Caso: Una Contextualización Pedagógica Sobre la Divisibilidad</p> <p>Fecha: octubre 24 de 2017</p> <p>Responsable: Sindy Cristina Castaño Villa</p>
<p style="text-align: center;">INSTRUCCIONES</p> <ul style="list-style-type: none"> • A continuación, se le harán unas preguntas enfocadas en su experiencia sobre la enseñanza de la divisibilidad. Durante la entrevista se harán preguntas complementarias o ampliadoras. 	
<ul style="list-style-type: none"> • FORMACIÓN DEL ENTREVISTADO <p>Normalista <input type="checkbox"/> Pregrado <input type="checkbox"/> Posgrado <input checked="" type="checkbox"/></p> <p>- Título pregrado: <u>Licenciado en Matemática y Física</u></p> <p>- Título posgrado: <u>Magister en Matemáticas Aplicadas</u></p> • TIEMPO DEDICADO A LA ENSEÑANZA: <p>- Preescolar <input type="checkbox"/> Tiempo: _____</p> <p>- Básica primaria <input type="checkbox"/> Tiempo: _____</p> <p>- Básica secundaria <input checked="" type="checkbox"/> Tiempo: <u>23 años</u></p> <p>- Media <input type="checkbox"/> Tiempo: _____</p> <p>- Universitaria <input type="checkbox"/> Tiempo: <u>20 años</u></p> • TIPO DE INSTITUCIÓN EN LA QUE LABORA ACTUALMENTE: <p>- Carácter público <input checked="" type="checkbox"/> - Carácter privado <input type="checkbox"/></p> 	
<p>Las siguientes serán las preguntas mediadoras que serán formuladas durante la entrevista. Durante la entrevista se harán preguntas complementarias o ampliadoras</p>	

C. Anexo: Transcripción de entrevistas

Entrevista 1

Entrevistador: ¿Qué me puede decir acerca de su experiencia en el tiempo que ha dedicado a la enseñanza de la matemática?

Entrevistado: Bueno, eeh, yo creo que primero a un docente le tiene que gustar enseñar y enseñar matemáticas para poderse enfrentar al famoso “ogro de la vida” u “ogro de la educación” que se llama las matemáticas. La gran mayoría de los estudiantes a medida en que van avanzando en los grados se van encontrando con más miedos dentro de los conceptos a abordar en matemáticas y esto es un obstáculo que se va presentando y se vuelve un reto para el maestro tratar de llegar al estudiante, tratar de motivarlo y tratar de generar pasión por la asignatura, entonces para mí es un reto día a día, llegar a los estudiantes y mostrarles que las matemáticas están en todo lo que ellos conviven, está en su contexto, es todo lo que ellos hacen y que no es el ogro que ellos realmente han ido construyendo a lo largo de su experiencia académica, sino que es un aliado, es un amigo para entender como todo lo que pasa en la vida alrededor.

Entrevistador: ¿rescata usted de pronto algún aspecto de la enseñanza tradicional, utiliza algún enfoque para enseñar la matemática?

Entrevistado: mmm, yo me considero como híbrida, ¿por qué? Porque yo pienso que hay momentos donde uno tiene que hacer uso del enfoque tradicional, después irse a una práctica constructivista, después irse a una práctica de aprendizaje significativo con Ausubel, después uno se irá a prácticas más modernas como lo que hablamos hoy del trabajo cooperativo, ¿cierto?, o por proyecto, entonces dependiendo del grupo en el que uno esté, la dinámica que los mismos muchachos vayan colocando y la situación que uno quiera trabajar, uno tendrá que utilizar, diferentes estrategias en diferentes momentos, o sea uno no está, yo no estoy casada con una sola práctica.

Entrevistador: ¿Qué importancia tiene la divisibilidad en la formación matemática del estudiante?

Entrevistado: Toda, toda. Para mí de hecho, este concepto inicia finalizando el grado tercero y es precisamente por eso, los estándares son muy claros y dice que ahí en tercero es donde se presenta el corte con el primer ciclo de la educación, entonces no es vano que esté situada ahí. Es ahí donde empezamos a mostrarle a los muchachos la importancia de particionar y ellos se van acercando a lo que es la exactitud de algo.

Entrevistador: ¿entonces usted considera que el tema de la divisibilidad debería ser abordado por primera vez ahí en tercero o quizá antes?

Entrevistado: incluso yo pienso que debe ser, si lo hablamos de una educación para la vida, creo que incluso los muchachos están preparados para trabajar con ella desde que están en jardín, ¿cierto?, por qué todo el tiempo estamos enseñándole al niño a compartir. Entonces hay que partir esto, entonces desde su entorno le estamos diciendo comparte con su primo, o comparte con su hermano o comparte, entonces yo creo que desde ahí incluso se puede generar, solo que no puede ser como un tema, no puede ser una temática, no puede ser el concepto formal, pero sí se le puede dar un acercamiento desde una situación.

Entrevistador: ¿Usted considera que la divisibilidad es un tema difícil o complejo para el estudiante cuando ha llegado al sexto grado cuando en realidad lo requiere como práctica?

Entrevistado: La verdad, considero que es que tenemos una falla y es eso, es que queremos enseñar en tercero lo que es el concepto y nos centramos en el concepto y sacamos toda la parte teórica pero no nos hemos preocupado por si el estudiante lo ha construido realmente como una idea abstracta que es como te decía ahorita, a partir de una situación que es tan familiar para ellos, que es el compartir, que son los conjuntos, creo que desde ahí se puede trabajar. Ya el chico llega con una idea en tercero y ya yo puedo entrar con el concepto a formalizar y desde ahí diseñar situaciones que vayan más encaminadas a ese grado tercero. En grado tercero los muchachos sueñan con fiestas, entonces la repartición, entonces como se reparte la torta, como se reparten los confites, las sorpresas, y creo que, desde ahí, desde una verdadera situación problema se puede ya familiarizar el concepto. Cuando el muchacho ya está familiarizado con eso, observa que lo que yo le estoy dando como una definición tiene sentido y ahí es lo que uno llama un aprendizaje significativo y si en eso se basa también con la teoría de Polya de la resolución de problemas pues podrá yo creo que afianzar el concepto como tal, ya cuando ellos llegan a sexto que es cuando requieren una práctica más formal pues no habrá ninguna dificultad, cierto.

Entrevistador: ¿en algún momento has aplicado, por ejemplo, un enfoque de estos “modernos” tipo aprendizaje cooperativo para enseñar la divisibilidad, consideras que es apropiado?

Entrevistado: la verdad cuando estuve trabajando el grado tercero de primaria, cuarto, no, ni siquiera había escuchado hablar del aprendizaje cooperativo, es un poco más moderno. Uno lastimosamente, yo creo que, por la inexperiencia, y el afán de querer abordar conceptos uno empieza a darlos solamente individual, es decir, tradicionalmente y sobre todo porque se deja, como te lo decía al inicio, se deja el tema de la divisibilidad para el final del año, entonces hay que abordarlo hay que abordarlo, listo ya se lo di, y se le pasa como el “problema” a cuarto. Pero considero ahorita, que con la experiencia que he adquirido en la práctica docente, creo que hay

familiarizarlos y considero que sí, que es importante trabajar con estos enfoques como el aprendizaje cooperativo para que ellos logren construir el concepto.

Entrevistador: ¿Qué aspectos positivos se pueden haber perdido en el enfoque tradicional de la enseñanza relativo al tema de la divisibilidad?

Entrevistado: Todo, porque es que en la técnica de memorizar cosas que es una de las fortalezas que tiene el aprendizaje tradicional o la enseñanza tradicional uno va perdiendo como la parte social en los muchachos, cierto, entonces va restando un significado en los muchachos y le va quitando el protagonismo a lo que es el aprendizaje significativo, entonces los muchachos no tienen tiempo de generar ideas abstractas sino que se memorizan un concepto, ya, así como me acabo de aprender las tablas de multiplicar entonces apréndase esto, y ellos terminan, tú vas a ver en octavo y les preguntas, la divisibilidad que es tan importante para la factorización, cuando uno está trabajando con ellos expresiones algebraicas empieza el proceso ya de factorización y ya cuando hace la práctica con ellos de fracciones ellos muy poco reconocen la teoría, uno hablaría que de 40 estudiantes que pueda tener en un aula solo 4 lo recitan y de esos 4, 1 ó 2 lo identifican entonces creo que la educación tradicional va restando esa importancia.

Entrevistador: ¿Y algo positivo que se rescate de ese enfoque?

Entrevistado: Yo creo que es lo que todos los maestros tenemos, y es que nos permite abordar temas a partir de la memoria, a partir de digamos también el conductismo porque uno les va digamos conduciendo al concepto, uno les obliga a casi que recitarlo todo el tiempo durante las sesiones que se tengan previstas para desarrollar el concepto y ellos terminan recitando lo mismo que uno recita, es decir si uno recita una falacia ellos terminan recitándola.

Entrevistador: ¿Y los aspectos positivos aún se tienen en cuenta en esta época?

Entrevistado: Claro, vuelvo y digo es la parte más favorable para el maestro a la hora de tiempos, de abordar un concepto, yo necesito abordar el concepto, entonces preciso ahí está y si yo estoy ligado, por ejemplo como en el sector privado, nosotros tenemos que trabajar con un libro de texto y hay que abordarlo, porque una familia no va a hacer una inversión de trescientos y tanto por unos libros de textos para que le entreguen el chico al final del año y lo haya abordado en un 30%, entonces a nosotros nos exigen en el sector privado que se haya abordado un 95% del libro, entonces la educación tradicional permite eso, en tiempos pues facilita u optimiza los tiempos.

Entrevistador: ¿qué aspectos pueden dificultar la enseñanza de la divisibilidad cuando se aborda por primera vez?

Entrevistado: Yo creo que lo dije al principio, es la falta de familiaridad que tienen los muchachos sabiendo que es algo que hacen día a día, ellos digamos a la hora...el ser humano

empieza con digamos relaciones sociales, y es ahí, el compartir, y la divisibilidad es eso, repartamos, cierto, entonces creo que la falta de contextualizar a los muchachos en digamos en su contexto, valga la redundancia, hace que hayan trabas en el camino, y ahí otra cosa y es que los muchachos acaban de abordar lo que son las tablas de multiplicar que lastimosamente todavía, hoy en día le damos un protagonismo a que ellos se las memoricen entonces ahí es donde empiezan los castigos desde la casa porque no te has aprendido las tablas de multiplicar, es donde los muchachos se crean un “ogro en las matemáticas” entonces no acabo de ver una cosa tan horrible que me generó dolor de cabeza, castigos, regaños, por parte del maestro, en la escuela, mi mamá, mi papá, mis tíos, y ya me están metiendo este concepto que es tan horrible que es la divisibilidad que no la entiendo pero que me dicen que hay unos criterios que sí se cumplen y me van a dar una cosa exacta, pero qué cosa, entonces creo que es eso, si los chicos no se familiarizan desde abajo con la teoría de conjuntos, donde se manejan muy bien las relaciones que hay entre los conjuntos, es ahí donde se pierde el sentido.

Entrevistador: ¿qué aspectos positivos o negativos han traído los nuevos programas que el MEN ha venido promoviendo en años recientes?

Entrevistado: bueno, yo pienso que positivos todos. Positivos todos porque el MEN nos está revolcando a todos los maestros en nuestra práctica pedagógica y nos está llevando a entender que es que esta generación es una generación muy diferente, no es la misma generación de nosotros donde trabajamos con el conductismo, entonces nos decían es rojo y es rojo. Un chico hoy día usted le dice que es uno y ya le cuestiona porque uno, cierto, y si usted le dice que uno más cero es uno entonces él le dice por qué si usted igual está sumando un dígito, cierto, ya en cuestionamiento. Considero que eso va revolcando como la práctica y hace que nosotros los formemos para la vida y no competentes en el sentido de quién es el mejor, sino desarrollando habilidades, entonces para mí son positivos. Se vuelven negativos para un maestro que todavía está, digamos, en su “zona de confort”, es decir, yo tengo el libro, ya lo tengo preparado, el libro me dice a mí como dicto la clase. Yo cojo, dicto la clase, les pongo digamos la definición la transcribo del libro, ahorita decimos que las ayudas tecnológicas es proyectar en el vídeo beam, y eso son Tic, y ya, entonces digamos que estamos ya, en vez de copiar lo proyectamos y ya el chico vuelve y copia lo que ya está escrito, entonces creo que ahí es donde se vuelve el me hoyo del asunto porque el maestro no quiere salir de esa zona de confort se siente amenazado, de echo uno que se está preparando, se siente como cuestionado, como digamos retado, yo digo que un maestro que está en la educación tradicional, se debe sentir amenazado.

Entrevistador: Entonces, ¿también consideras que de pronto esos nuevos programas del MEN ayudan a formar al ser humano en lo social o de qué depende formar una persona socialmente “buena”?

Entrevistado: Yo pienso que si los seguimos como tal, con los criterios que ellos dan y los consejos y los lineamientos que ellos dan y los logramos entender, están ayudándonos a nosotros a formar muchachos con habilidades, donde esas habilidades los vuelven competentes, pero no en competencias de quién es mejor, sino competentes con ellos mismos, o sea lo que yo tenía antes de entrar a la clase se transformó, se convierte en un aprendizaje significativo que me lleva a mí a practicar, entonces ya entiendo que cuando de pronto mi mamá está en la cocina y está partiendo la manzana para mi hermanito y para mí ya sé porque son partes iguales, entonces hay se va dando por ejemplo un valor de lo que es la equidad, la justicia. Yo siempre he dicho que las matemáticas si se trabajan por fuera de los valores estamos en la olla, es que no hay nada más recto que las matemáticas, entonces no es que sean “exactas” por creernos mucho, son exactas porque viene fundamentada en valores, cierto, entonces considero que nos reta día a día pero también está la parte de la interpretación, como lo interpreto yo, me parece que sí, sí nos están llevando a nosotros a esa reforma educativa, a esa reforma donde tenemos que enviar a un muchacho sabiendo que ya los chicos no se nos quedan solamente acá en Medellín y que no se quedan ya solamente acá en Colombia, entonces nosotros sabemos que estamos formando nuestros estudiantes así sea en escuela privada o pública, pero que los estamos formando para que obvio mañana o en cualquier momento se vayan para Chile, Centro América, dime tu que vayan para México o para Estados Unidos o para Europa, entonces ya no estamos formando chicos que se quedan solamente acá, locales, entonces yo creo que nos ayudan a pensar desde ahí, de que es lo contextual. Las pruebas saber también nos ayudan a nosotros a saber hacia dónde vamos y creo que cuando va metiéndose como en el ritmo que el MEN está metiéndonos, involucrando a los maestros, por ejemplo, con esto de los derechos básicos, como se van transformando año a año de acuerdo a las necesidades que ven a los estudiantes de ese año, entonces creo que sí, van involucrando en una dinámica que creo que dan buenos resultados, puede que no en todos, pero yo siempre he dicho que con al menos uno que cambie, vale la pena.

Entrevistador: ¿Por qué razones cree usted que se mantiene la divisibilidad en los programas de matemáticas?

Entrevistado: Por su importancia. Mira yo te decía, yo siempre he dicho que tercero de primaria es el grado reflejo o el grado paralelo a octavo, cuando he hecho pues el análisis en ellos, incluso en pruebas saber. Tu empiezas a mirar las pruebas saber de tercero y haces un rastreo con respecto a las pruebas de noveno y ellas están ahí como abordando de una u otra manera solo

que es un grado de complejidad diferente. Ehh, considero que es un tema que se requiere para todo, los chicos por ejemplo van a trabajar fracciones y ahí tienen que usarlo. Ellos se vienen para los enteros cuando empiezan a trabajar digamos las fracciones con los enteros y ahí están, ehh, cuando uno trabaja con el pensamiento métrico y empieza a hablarles a ellos a escala hay una dificultad y es eso, es la poca relación que le damos a la divisibilidad con el concepto que es a escala, un trabajo a escala. Ehh, conversión de unidades de medida, cuando nosotros hablamos con ellos y los llevamos por ejemplo a área y perímetro, cuando ellos empiezan a trabajar por ejemplo, en séptimo que empiezan a trabajar los racionales, cierto, hacer el análisis como tal de los racionales, cuando empiezan a mirar las propiedades de los conjuntos de los reales y sobre todo cuando ya se meten en octavo que ellos ya están metidos en lo que es la factorización, ellos requieren ahí una profundización de lo que es el concepto de la divisibilidad y uno continua, entonces cuando tu empiezas a mirar en noveno están en funciones, claro ahí está, el análisis lo requiere, pero tenían que tener muy construido lo que es la divisibilidad. Cuando están trabajando ecuaciones, despejando una variable, cierto, poder hacer el análisis, cuando están haciendo un análisis de un valor numérico y uno les está preguntando por ejemplo por personas, entonces ahí es donde ellos tienen que tener la claridad de que las personas no van a dar una y media, cierto, si el concepto de la divisibilidad está claro ellos podrán tener el análisis y el razonamiento para decir, no, un momentico es que esto está malo, cierto, y yo creo que cuando un estudiante sabe identificar que tiene un procedimiento malo, aprendió, eso es aprender. Y cuando llegan ni que decir a 11, cuando ellos están trabajando ya integrales, derivadas, ahí están aplicando ya ese concepto, solo que ahí no tienen tiempo de decir cuáles son los criterios, aplíquelos y ya.

Entrevistador: Bueno, ahora que mencionaste algo de los fraccionarios, han mostrado las pruebas estandarizadas que una de las fallas que más se nota es con este tema de los fraccionarios, ¿crees que puede haber una relación entre el concepto de la divisibilidad y esas fallas en los fraccionarios?

Entrevistado: Claro, porque cuando uno empieza a hablarle a los muchachos por el concepto mcm, y mcd los muchachos aún no identifican, ellos no logran ni siquiera entender esa “d” qué es y es desde ahí, porque como en tercero, vuelvo nuevamente al inicio de la entrevista, como yo en tercero dije que voy a enseñar divisibilidad, debo cumplir con ellos, pero lo enseñé al final, entonces enseñé a la carrera y cuarto no tiene tiempo de cogerlo, entonces cuando se enseña por temas ahí se corre ese riesgo, y casi todos hemos enseñado por temas, solo ahorita nos estamos dando como a la tarea de listo, arriesguemos pues a ver qué pasa, cierto?.

Entrevistador: Bueno, ¿cómo sugiere, se imagina o propone que debe ser la enseñanza de la divisibilidad, no necesariamente desde sexto, puede ser en primaria?

Entrevistado: Bueno, es muy importante que se les haga un acercamiento desde los primeros años, vuelvo e insisto, el hombre inicia siendo social, o sea hay que involucrarlo en la sociedad, hay que enseñarle a que sea coherente digamos con la parte social. Cuando digo esto me refiero es a que logre interiorizar el compartir con el otro, el convivir con el otro, ¿cierto?, y creo que es desde ahí donde se debe llevar, a partir de la teoría de conjuntos. Nosotros sabemos que en Jardín empiezan a enseñarles a los muchachos a generar conjuntos, y es ahí donde se debe desarrollar, ¿cierto? Vamos a generar esto, digamos amiguitos y que no se quede ninguno solo, y los niños ya de antemano, ellos sienten el dolor de cuando el otro se siente solo, entonces yo creo que ahí se empieza a construir, con juegos de ronda, desde el juego es tan importante, porque los chicos por ejemplo, eh, todos jugábamos por ejemplo a hacer conjunticos con los amiguitos, ¿cierto?, entonces vamos hacer grupos, o el rey dice, ¿cierto?, y el rey dice que todos en grupos de 2 y alguien quedaba solo, entonces cuando yo empiezo a mirar que a partir del juego los acerco y puedo hacer preguntas, como: ¿ay qué pasó?, ¿por qué se quedó solo?, el niño logra interiorizar. Cuando ya llega al concepto uno les puede decir, por ejemplo, ay acá estamos dividiendo, éramos un grupo y nos dividimos, ¿cierto?, y cuántos quedaron. Los niños tienen la capacidad de hacer ese tipo de análisis, cuando yo como maestra o maestro se direccionar la pregunta. Si yo utilizo el método socrático que es una pregunta coherente, que tiene sentido, pues que mejor edad que esa, cuando los niños son inquietos por naturaleza, ¿cierto? Yo me atrevería a decir, que incluso en los primeros años, allá en jardín, a partir del juego.

Entrevista 2

Entrevistador: ¿Qué me puede decir acerca de su experiencia en el tiempo que ha dedicado a la enseñanza de la matemática?

Entrevistado: Para mí la experiencia como profesora de matemática es muy positiva porque he visto que a través del tiempo la matemática definitivamente es la base, es el cimiento para las otras áreas y he visto crecer a los estudiantes desde el grado noveno que me ha tocado dictarla hasta el grado undécimo donde definitivamente ellos progresan y tienen el soporte necesario para continuar una vida profesional.

Entrevistador: ¿En algún momento de su experiencia le tocó enseñar en grado sexto, séptimo?

Entrevistado: No nunca me ha tocado enseñar en grados inferiores, ni en la básica primaria, ni en la básica secundaria, en la básica secundaria sería nada más noveno y en la media, de resto no, pero si he visto que los estudiantes de la básica primaria y algunos de la básica secundaria

traen demasiados vacíos, lo que he visto como dificultad mayor para abordar unos temas que necesitan de estos temas.

Entrevistador: ¿Qué importancia tiene la divisibilidad en la formación matemática del estudiante?

Entrevistado: La divisibilidad en la formación es un tema o un núcleo temático que es necesario pero que definitivamente se debe basar en las tablas y en el conocimiento teórico de los números que son divisibles por 2, por 3, por 5 en fin y por otros números y que el estudiante al aprenderlo de memoria no sabe aplicarlo, entonces yo he visto como dificultad eso, porque ya cuando se aplica en noveno, decimo y once el estudiante no recuerda.

Entrevistador: ¿En qué momento, es decir, en qué grado debe ser abordado por primera vez el tema de la divisibilidad?

Entrevistado: Yo pienso que desde cuarto de primaria y se debe profundizar en quinto, en sexto, en séptimo y continuar en todos los grados si es necesario, pero como cimiento y como base debe ser en cuarto de primaria.

Entrevistador: ¿Qué aspectos positivos se pueden haber perdido del enfoque tradicional de la enseñanza, relativos al tema de la divisibilidad?

Entrevistado: Se han perdido en el sentido que el estudiante al tener un medio tecnológico que es muy importante como lo es la calculadora, como es el celular, en fin todo esto, el estudiante se limita a trabajar solamente en forma repetitiva, no piensa, no reflexiona, no analiza, sino que lo hace todo en el celular, por internet; entonces todo lo quiere como “piladito”, masticadito y él no analiza y así continúa todo el bachillerato, entonces yo he encontrado esa dificultad.

Entrevistador: ¿Qué aspectos pueden dificultar la enseñanza de la divisibilidad cuando se enseña por primera vez?

Entrevistado: Me parece que hoy en día es más fácil, porque el niño desde que está inclusive en el preescolar, ya sabe manejar la calculadora, ya sabe manejar medios tecnológicos y me parece que ahora es más fácil porque si el profesor tiene esa base, ese fundamento para intercalar el medio tecnológico con el análisis es más fácil; yo he encontrado es el sistema que el gobierno nos ofrece donde todo es permisivo, donde todo hay que regalarlo entonces el estudiante con eso se tranquiliza, el mayor obstáculo es la permisibilidad del sistema educativo.

Entrevistador: ¿Qué aspectos positivos o negativos han traído los nuevos programas que el MEN ha venido promoviendo en años recientes?

Entrevistado: Bueno el MEN no ha proporcionado nada nuevo, la matemática desde siempre es la misma, lo que han innovado son las formas de transmitir los núcleos temáticos, la forma de evaluar, ósea estos instrumentos que necesitamos para que el estudiante salga adelante eso es lo que han modernizado, pero en cuanto a núcleos temáticos es la misma cosa, simplemente el MEN hace una revoltura cada año, para decir que capacitó al profesor pero es lo mismo, los cambios se ven es en la evaluación.

Entrevistador: ¿Y cómo le parecen esos cambios?

Entrevistado: Si el profesor tiene como esa pertenencia por la materia de verdad que los aprovecha para bien del estudiante y para sensibilizar y motivar al estudiante, pero sino el estudiante se limita a copiar de un libro o copiar de internet y nada se hace.

Entrevistador: Y en cuanto a los enfoques que de pronto el MEN promueve, el constructivismo social, el aprendizaje cooperativo, ¿qué opina?

Entrevistado: maravilloso, eso es maravilloso, porque también como dije ahoritica, eso siempre ha existo lo que pasa es que no tenía los nombres tan recalcados como se hace ahora que el enfoque constructivista, que el estudiante tiene que ser muy asertivo que el profesor también, ósea todo esto es muy bueno siempre y cuando el profesor tenga claridad sobre estos enfoques y los aplique en la enseñanza de la matemática.

Entrevistador: ¿Por qué razones se mantiene el tema de la divisibilidad en los programas de matemáticas?

Entrevistado: Es que el tema de la divisibilidad es un núcleo temático más como decir la suma, los algoritmos, las situaciones problemas, todo esto es necesario; ósea no se puede hablar de la divisibilidad como un tema aparte como una isla, sino que debe ir involucrado dentro de unos núcleos temáticos que se exigen desde la primaria y que se debe ir profundizando a través de los demás grados.

Entrevistador: Como última pregunta, ¿cómo sugiere, se imagina o propone que debe ser la enseñanza de la divisibilidad no necesariamente en primaria, secundaria, digamos se podría hacer desde preescolar?

Entrevistado: Considero que sí, es que cualquier núcleo temático se debe dar inclusive desde el preescolar como hemos hecho por ejemplo con el tema de probabilidades que es tan interesante, el niño de preescolar aprende probabilidades desde que está jugando con los bloques lógicos, con los dados, con las monedas; así mismo debe ser la divisibilidad, no se debe dejar como una isla sino enseñarlo desde preescolar de acuerdo a la edad intelectual y a la edad cronológica del niño, pienso que es un tema interesante, que es necesario y que uno ve que hay determinados grados donde más se utiliza, por ejemplo en noveno, yo que trabajo en noveno veo que lo utilizo mucho en la descomposición cuando veo las operaciones con radicales, con la suma con la resta con la multiplicación y la división, veo que la necesito demasiado y también con los mismos de once cuando estoy trabajando por ejemplo límites, la derivada; ósea es un concepto que es necesario en todos los grados y si estoy de acuerdo que se trabaje desde preescolar

Entrevistador: Usted toca unos temas, por ejemplo, los fraccionarios, ¿qué importancia cree que puede tener la divisibilidad dentro de los fraccionarios?

Entrevistado: y entre los fraccionarios heterogéneos que son de diferente denominador, el estudiante debe tener muy claro ese concepto para darse cuenta cuál es ese mínimo común múltiplo o máximo común divisor, cuando se hace la descomposición factorial o cuando se va a encontrar el resultado de varias fracciones y el estudiante lo olvida y llegan al grado undécimo y tienen totalmente ese vacío y estoy completamente convencida que los profesores lo trabajan, lo enseñan, pero el estudiante aprende para el momento.

Entrevista 3

Entrevistador: ¿Qué me puede decir acerca de su experiencia en el tiempo que ha dedicado a la enseñanza de la matemática?

Entrevistado: La matemática es una materia que es progresiva y que es secuencial, ¿en qué sentido?; en que para poder avanzar tiene que ver unos temas previos, ósea, un estudiante no puede entender temas sin haber visto... entonces cual es el problema que si en el grado anterior no se alcanzaron a ver los temas va a quedar con baches, cierto, o dificultades y por eso es que muchos estudiantes terminan ya enlagunados, terminan con muchas dudas, terminan con mucha dificultad para poder entender, ósea es una materia que debe ser muy secuencial y es como un edificio que si las bases no están bien cimentadas, el edificio va a quedar flojo.

Entrevistador: ¿Qué importancia tiene la divisibilidad en la formación matemática del estudiante?

Entrevistado: En general el tema de la divisibilidad es un tema básico porque de él dependen otros conceptos como el de máximo común divisor como el de mínimo común múltiplo, el de factorización por ejemplo tiene que ver mucho con divisibilidad, simplificación de fraccionarios, usted para simplificar un fraccionario necesita saber cuáles son los criterios de divisibilidad; el tema de divisibilidad me parece un tema muy básico para aprender otros conceptos más complejos.

Entrevistador: En las pruebas que les hacen a los grados sexto, noveno, se ha evidenciado que las mayores fallas han sido con los fraccionarios, usted cree que de pronto el concepto de divisibilidad no lo han asimilado bien; ¿tiene que ver o es indiferente?

Entrevistado: claro que influye mucho el tema de la divisibilidad porque los fraccionarios por ejemplo se deben simplificar y para poder simplificar los fraccionarios se necesita saber por qué número es divisible tanto el numerador como el denominador y por ejemplo para sumar fraccionarios se necesita el común denominador y para sacar estos comunes denominadores también se necesita el concepto de divisibilidad, es totalmente necesario que el estudiante tenga dominio sobre divisibilidad para poder abordar el tema de los fraccionarios.

Entrevistador: ¿En qué momento, es decir en qué grado debe ser abordado por primera vez el tema de la divisibilidad?

Entrevistado: Debe ser abordado desde preescolar, obviamente que ya desde una perspectiva propia del grado y cada año enseñar la divisibilidad teniendo en cuenta el nivel del estudiante y luego para cuando llegue ya a bachillerato ya él sepa dominar todos los criterios de divisibilidad y sepa en qué consiste la divisibilidad.

Entrevistador: ¿Qué aspectos positivos se pueden haber perdido del enfoque tradicional de la enseñanza, relativos al tema de la divisibilidad?

Entrevistado: Muchas veces en algunos grados no se le da la importancia que la divisibilidad se merece cierto, entonces se ve muy rápidamente o simplemente no se ve en esos grados entonces no se vuelven a tocar; el problema es que los estudiantes si uno no los está recordando y recalando los temas tienden a olvidarlo, entonces si uno no vuelve a repasar esos temas o no los ve él va a quedar en la nube.

Entrevistador: ¿Qué aspectos pueden dificultar la enseñanza de la divisibilidad cuando se enseña por primera vez?

Entrevistado: La divisibilidad tiene que ver mucho con el tema de la división y la división es la operación que más lidia les da a los estudiantes, ellos pueden sumar, restar e incluso multiplicar, pero cuando llegan a la división algunos no saben dividir; hay pelaos que llegan incluso a bachillerato sin saber dividir y no sé porque particularmente esa operación de la división es la que más dificultad les da a ellos.

Entrevistador: ¿Qué aspectos positivos o negativos han traído los nuevos programas que el MEN ha venido promoviendo en años recientes?

Entrevistado: Los programas del MEN vienen por núcleos temáticos entonces muchas veces no se alcanza a ver ese núcleo porque primero se abordan otros temas a los que se les da más importancia, entontes el núcleo donde está la divisibilidad a veces ni siquiera se aborda o se ve muy por encima, me parece a mí que de pronto ahí está la falla.

Entrevistador: Hablando de los nuevos enfoques que se mencionan como el aprendizaje cooperativo, ¿qué importancia se le puede dar?

Entrevistado: Particularmente utilizo el trabajo en grupo hasta cierto punto, porque a veces ellos cuando trabajan en grupo se destensionan más, incluso a veces le aprenden mejor a un compañero que al mismo profesor, yo he notado eso (risa), que ellos dicen yo le entiendo más a mi compañero que al profesor y es la verdad; ellos con el profesor se enredan o se bloquean, pero si le explica un amiguito pueden entender incluso más fácil esos temas.

Entrevistador: ¿Por qué razones se mantiene el tema de la divisibilidad en los programas de matemáticas?

Entrevistado: Es un tema básico y porque hay muchos conceptos que depende de ese tema, como el tema del máximo común divisor, mínimo común múltiplo, para los fraccionarios se necesitan; en fin, es un tema básico, básico.

Entrevistador: Como última pregunta, ¿cómo sugiere, se imagina o propone que debe ser la enseñanza de la divisibilidad no necesariamente en primaria, secundaria, digamos se podría hacer desde preescolar?

Entrevistado: Pues debe empezarse desde la primaria y debe enseñarse con experiencias concretas con problemas reales o que el estudiante pueda entender acorde a la edad; o sea todos los temas de matemáticas se pueden enseñar, pero teniendo en cuenta la edad del estudiante y

la capacidad de cada quien, entonces yo pienso que se puede enseñar desde preescolar, pero teniendo en cuenta la edad de los estudiantes.

Entrevista 4

Entrevistador: ¿Que me puede decir acerca de su experiencia en el tiempo que ha dedicado a la enseñanza de la matemática?

Entrevistado: El tema general ha sido una decisión de vida, es una vocación que he tenido desde hace mucho tiempo, un poco después de haber empezado la universidad, es bastante gratificante ver como los estudiantes desarrollan herramientas de pensamiento de orden superior que es a lo que apunto en mis clases de matemáticas.

Entrevistador: ¿Qué importancia tiene la divisibilidad en la formación matemática del estudiante?

Entrevistado: Conocer la divisibilidad de los números como una operación inversa a la multiplicación es importante y te va a abrir una gama de posibilidades mucho más grande y además te va a generar conjuntos numéricos diferentes a los conjuntos con los que un estudiante viene trabajando, entonces abre la perspectiva y también el rango de operatividad y de razonamiento de un estudiante, además de que impulsa nuevas ramas de la matemática, ayuda a la resolución de problemas aplicado a la vida diaria.

Entrevistador: Uno de los problemas que se presenta cuando se hacen pruebas estandarizadas a los estudiantes se evidencia el problema de los fraccionarios, ¿la divisibilidad puede tener una relación con los fraccionarios?

Entrevistado: Lo que pasa es que yo pienso que, aunque he trabajado es en grados superiores y a nivel universitario, si he logrado identificar que hay grandes dificultades al momento de abordar la proporcionalidad de cara a la divisibilidad entonces se ve como si fuesen diferentes, ¿cierto? Cuando en realidad cuando hablamos de divisibilidad como tal se aborda desde el punto de vista de operación inversa a la multiplicación, es lo que yo he visto. En cambio en estas pruebas estandarizadas la divisibilidad y todas estas partes de las fracciones es trabajada más a partir de la proporcionalidad, ya que esa parte es la que pienso yo se olvida cuando se trabaja divisibilidad y se centra solamente en al estudiante en que es una operación inversa a la multiplicación y que entonces cuando estas dividiendo lo que tenés que buscar es la multiplicación que completa, entonces creo que es importante analizar la divisibilidad más como la proporcionalidad que de

hecho la proporcionalidad misma es la que le da cabida a las grandes ramas de las matemáticas en general.

Entrevistador: ¿Considera usted que la divisibilidad resulta un tema difícil o complejo para un estudiante cuando llega al sexto grado? ¿Cuáles pueden ser las causas?

Entrevistado: La divisibilidad como algoritmo yo creería que no porque el algoritmo de la divisibilidad o de la división como tal no es muy complejo, no es muy enredado, y es bastante metódico por el hecho que es muy repetitivo. Yo pienso que lo que es complicado es lograr establecer la relación entre numerador y denominador como parte y como todo en una cantidad. Yo pienso que, si se logra interiorizar esa divisibilidad como partes de un todo, creería yo que se lograrían mejores resultados en la divisibilidad.

Entrevistador: ¿En qué momento, es decir, en qué grado debe ser abordado por primera vez el tema de la divisibilidad?

Entrevistado: Yo creería por lo menos por lo que he visto como se trabaja en el colegio, creo que desde cuarto o quinto una vez halla muy buena conceptualización de la multiplicación y cuando digo conceptualización no me refiero al algoritmo porque a veces nos remitimos solamente al algoritmo y que multiplicar es hacer algoritmo sino más bien establecer relaciones directas y relaciones inversas para poder hacer la divisibilidad, por eso creo que desde cuarto o quinto más o menos.

Entrevistador: ¿Qué aspectos positivos se pueden haber perdido del enfoque tradicional de la enseñanza, relativos al tema de la divisibilidad?

Entrevistado: Yo pienso que de pronto lo que se ha perdido el proceso mismo de pensamiento que involucra el hecho de involucrar situaciones que involucran la divisibilidad pero no como la pregunta clásica de esto dividido esto y usted me da el resultado sino más bien ese tipo de pregunta problema en la que se cuestiona por las posibilidades de un resultado dado, ese proceso de pensamiento que podríamos decir que es un poquitico inverso se ha perdido mucho entonces estamos muy sesgados a operativizar.

Entrevistador: ¿Qué aspectos pueden dificultar la enseñanza de la divisibilidad cuando se enseña por primera vez?

Entrevistado: el poco o nulo entendimiento del concepto de multiplicación, de relaciones directas y de relaciones inversas.

Entrevistador: ¿Usted dice que la divisibilidad está muy asociada a la multiplicación?

Entrevistado: Yo creo que es importante como primer elemento para poder hacer el primer acercamiento. Que están relacionadas directamente, claro, pero creo que no es la única forma de abordar la divisibilidad, pero si puede ser una de las primeras puesto que trae a colación de pronto lo que ya el estudiante conoce, entonces la podemos utilizar como un primer contacto, utilizando pues los saberes previos de estudiante.

Entrevistador: ¿Qué aspectos positivos o negativos han traído los nuevos programas que el MEN ha venido promoviendo en años recientes?

Entrevistado: Yo pienso que traen más pro que contras desde el punto de vista que se pretende un estudiante que de pronto solucione situaciones más allá que de una máquina de hacer cálculos aritméticos, además de eso por ejemplo todo este enfoque de constructivismo social, toda la parte de aprendizaje significativo, solución de problemas, creo que todo esto apunta a lo mismo y a crear competencias en el estudiante de cara a un contexto utilizando unas herramientas, entonces creo que trae más pro que contras, trae más pro en términos de que busca generar mayor productividad de lo que el estudiante sabe dentro de un contexto dado.

Entrevistador: ¿Considera que la divisibilidad se puede enfocar con el constructivismo social?

Entrevistado: Si mucho, muchísimo, pienso que de hecho la insertación y el hecho de tener que considerar las opciones que tiene el otro avance en términos generales de sus concepciones porque el otro se puede hacer preguntas que yo como tal no me he hecho. La divisibilidad que es un tema creo yo que es coyuntural por lo que me ha dicho la experiencia aparte la divisibilidad en primaria es un tema álgido, complejo y pienso que el constructivismo social más allá de solamente interactuar con el otro para resolver situaciones sino para escuchar otros puntos de vista, entender el error propio y del otro como una posibilidad de crecimiento podría ser fundamental para la enseñanza.

Entrevistador: ¿Consideras de pronto algún aspecto negativo de este enfoque?

Entrevistado: Yo siempre he pensado que el problema de ese enfoque es que cuenta con la voluntad del estudiante y nosotras estamos en un contexto en el que el estudiante digámoslo de esta manera no le da protagonismo a lo que el aprende sino simplemente a cumplir con una serie de requisitos. El constructivismo social se prestaría para que claro la ley del menor esfuerzo y se prestaría para el hecho de la forma no tan leal de realizar los procesos propios, podríamos decir

que el estudiante podría o no utilizar las habilidades de otros para su propio beneficio sin generar en él lo que se busca que es autocrítica, que sea autodidacta de alguna manera, entonces pienso que esa es la parte compleja: se necesita la voluntad del estudiante como un todo y de esa automotivación del estudiante depende gran parte del éxito de ese enfoque creo yo.

Entrevistador: ¿Por qué razones se mantiene el tema de la divisibilidad en los programas de matemáticas?

Entrevistado: Yo lo veo desde el punto de vista de, ósea para mí la divisibilidad en los naturales, yo la verdad nunca la he enseñado como tal, yo he trabajado más como proporciones y a partir de ahí usar otras herramientas que de pronto se prestan para poder hablar de agrandadores o minimizadores. Entonces es importante pienso yo que para poder afrontar temáticas un poco más complejas que se van a dar en grados de escolaridad superiores un estudiante tenga un manejo apropiado de lo que va a ser divisibilidad, cuando un número es divisible o cuando no es divisible porque bueno el hecho de ser esa primera aproximación a la divisibilidad en los naturales se le va a abrir la posibilidad de encontrar que hay números que no se van a poder dividir, que ahí no se van a quedar, que van a generar unos nuevos conjuntos numéricos que a su vez le va a permitir establecer relaciones de pronto un poco más complejas, ya en álgebra, en trigonometría o en cálculo que es como lo que se logra en el bachillerato, más allá de que estas ideas de proporcionalidad son necesarias en su diario transcurrir, diario vivir.

Entrevistador: Como sugiere o se imagina o propone que debe ser la enseñanza de la divisibilidad no necesariamente en la secundaria.

Entrevistado: Yo pienso que a priori aunque como te dije nunca la he enseñado y como que mi perfil profesional no está concentrado a niños pequeños, la verdad las herramientas didácticas que nosotros aprendemos en la licenciatura no son tan didácticas a esos grados de escolaridad y eso lo verifique cuando una vez vi una clase con los de básica, las herramientas didácticas que les enseñan a los de básica para enfrentar este tipo de temas se van a las partes las elaboradas. Yo pensaría que la mejor manera de enseñarlo sería a partir de la proporcionalidad inversa, porque es que de hecho una de las cosas que pienso yo es que las multiplicaciones y las divisiones el primer gancho o el primer punto para un docente debería ser la proporcionalidad directa entre dos cantidades para poder establecer la multiplicidad entonces en ese orden de ideas creo yo que la mejor forma desde mi punto de vista para abordar esta parte de la divisibilidad sería estableciendo como primero que todo la proporcionalidad inversa entre dos cantidades que

permita mostrar la divisibilidad obviamente porque se pueden encontrar proporcionalidades que no se van a generar a partir de la divisibilidad en naturales.

D. Anexo. Ficha de Referencias

 <p>UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA SEDE MEDELLÍN</p>	RESPONSABLE:	
	Ficha Tema:	
	No.	
	Fecha dd mm	
	aa	
Bibliografía : (normas APA)		
CITA:		Palabras claves:

GLOSA: (Una síntesis sobre la idea o ideas que expone el autor.)	Pocas palabras significativas del texto.
Comentarios: (aportes personales frente a los planteamientos del autor)	
Textos citados por el autor:	