

**CONTROL AUTOMÁTICO DE UN EXOESQUELETO DE  
MARCHA PARA PACIENTES CON DISCAPACIDAD  
MOTORA**

**WILLINGTON JAIME ARCOS LEGARDA**

Tesis presentada como requisito parcial para obtener el título de  
MAGISTER EN INGENIERÍA AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA

Director:

Hernando Díaz Morales. Ph. D.  
Profesor Titular Universidad Nacional de Colombia

Codirector:

Andrés Tovar Pérez. Ph. D.  
Profesor Asistente de Indiana University Purdue University Indianapolis

UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA  
FACULTAD DE INGENIERÍA  
BOGOTÁ D. C.  
2013



Aprobada por la Facultad de INGENIERÍA,  
en cumplimiento de los requisitos exigidos  
para otorgar el título de:

**MAGISTER EN INGENIERÍA  
AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL  
— DEPARTAMENTO DE  
INGENIERÍA ELÉCTRICA Y  
ELECTRÓNICA**

---

Hernando Díaz Morales. Ph. D.  
Director de la Tesis

---

Andrés Tovar Pérez. Ph. D.  
Codirector

---

Jorge Sofrony Esmeral. Ph. D.  
Jurado

---

Pedro Cardenas Herrera. Ph. D.  
Jurado

Universidad Nacional de Colombia  
Bogotá D. C., Enero de 2013



# RESUMEN

CONTROL AUTOMÁTICO DE UN EXOESQUELETO DE MARCHA PARA  
PACIENTES CON DISCAPACIDAD MOTORA

por

WILLINGTON JAIME ARCOS LEGARDA

MAGISTER EN INGENIERÍA AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Director: Hernando Díaz Morales. Ph. D. Codirector: Andrés Tovar Pérez. Ph. D.

El objetivo de esta tesis es desarrollar una estrategia de control multivariable para el movimiento de un exoesqueleto de marcha. El propósito del exoesqueleto es asistir la caminata de un sujeto con discapacidad motora. En este trabajo se modela la dinámica multicuerpos del sistema sujeto-exoesqueleto. El modelo de la dinámica multicuerpos es construido en *SimMechanics* de Matlab. El modelado y la simulación de la caminata incluye dos fases de operación: apoyo simple y apoyo doble. La dinámica de sistema sujeto-exoesqueleto tiene características no lineales, por tanto el modelo es linealizado alrededor de puntos de equilibrio dentro de cada fase de operación. Para la aproximación lineal del sistema se sintonizan controladores PI Vectorial, LQR y GPI. Los controladores permiten realizar el seguimiento de una trayectoria de referencia, garantizando la estabilidad del sistema a lo largo de toda la trayectoria de marcha. Este trabajo evalúa el seguimiento de trayectorias, rechazo de perturbaciones y variación de parámetros. Las evaluaciones de los controladores se realizan en el sistema no lineal construido en el modelo multicuerpos. Los resultados permiten concluir que los controladores GPI tienen el mejor desempeño para cada fase de apoyo, además tienen desempeño robusto a perturbaciones de alta frecuencia en la entrada de control y a variación de parámetros del sujeto.



# ABSTRACT

AUTOMATIC CONTROL OF A GAIT EXOSKELETON FOR PATIENTS WITH  
WALKING DISABILITIES

by

WILLINGTON JAIME ARCOS LEGARDA

MAGISTER EN INGENIERÍA AUTOMATIZACIÓN INDUSTRIAL  
DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA ELÉCTRICA Y ELECTRÓNICA  
UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Advisor: Hernando Díaz Morales. Ph. D. Coadvisor: Andrés Tovar Pérez. Ph. D.

The objective of this work is to develop a multivariable control to drive a gait exoskeleton. The purpose of the exoskeleton is to assist a person with walking disabilities. In this work the multibody dynamics model of both the person and the exoskeleton is developed. The model is built in SimMechanics of Matlab. The gait simulation consists of two operation stages: single support and double support. The dynamic of the person-exoskeleton is a nonlinear system, for that reason the model is linearized in an equilibrium point in each operation stages. With the linear approximation the PI Vectorial, LQR and GPI controllers are designed. The controllers allow to make tracking of trajectories with the warranty of that the system is stable and has robust performance. Trajectory tracking, disturbance rejection, and system parameter variations are evaluated. The results demonstrate that the GPI controllers to single and double support have the best performance and robustness indexes.





## RECONOCIMIENTOS

El autor desea expresar su reconocimiento a:

- A Andrés Tovar y Hernando Díaz por su dirección, enseñanzas, estimulación y motivación.
- A John Cortés, Luis Carlos Sarmiento, Guido Camargo y Aura María Solórzano por sus valiosos aportes.
- A la Universidad Nacional de Colombia sede Bogotá y a Indiana University Purdue University Indianapolis por permitirme realizar esta investigación en sus campus.



## DEDICATORIA

A la memoria de mi padre, por ser una fuente constante de inspiración.

A mi madre, en agradecimiento por sus plegarias.



# Contenido

<b>Contenido</b>	<b>xi</b>
<b>Lista de Tablas</b>	<b>xii</b>
<b>Lista de Figuras</b>	<b>xiii</b>
<b>1 Introducción</b>	<b>1</b>
1.1 Justificación y Motivación . . . . .	1
1.2 Estado del Arte . . . . .	2
1.3 Objetivos del Trabajo . . . . .	4
1.4 Solución Propuesta . . . . .	4
<b>2 Modelo</b>	<b>7</b>
2.1 Marcha Humana . . . . .	7
2.2 Datos Antropométricos . . . . .	9
2.3 Construcción del Modelo . . . . .	9
2.4 Linealización del Modelo . . . . .	16
<b>3 Diseño del Control</b>	<b>21</b>
3.1 Problema de Control . . . . .	21
3.2 Control por Realimentación de Estado . . . . .	22
3.3 Control PI-Vectorial . . . . .	28
3.4 Control PI-Vectorial con LQR . . . . .	33
3.5 Control GPI . . . . .	36
<b>4 Evaluación</b>	<b>47</b>
4.1 Seguimiento de Trayectoria . . . . .	47
4.2 Robustez ante el Rechazo de Perturbaciones y Variación de Parámetros . . . . .	51
4.3 Análisis de Resultados . . . . .	64
4.4 Transferencia de Fases de Marcha . . . . .	70
<b>5 Conclusiones</b>	<b>75</b>
<b>A Modelado de un Robot Planar de Dos Grados de Libertad</b>	<b>77</b>
A.1 Modelo Matemático de un Robot Planar de Dos Grados de Libertad . . . . .	77
A.2 Modelo en <i>SimMechanics</i> de un Robot Planar de Dos Grados de Libertad . . . . .	80
<b>B Modelado del Cuerpo del Paciente con Exoesqueleto</b>	<b>83</b>
B.1 Encontrar un Punto de Equilibrio en un Modelo de <i>SimMechanics</i> . . . . .	83
B.2 Linealización de un Modelo en <i>SimMechanics</i> en <i>Simulink</i> . . . . .	83
<b>C Control GPI de un robot planar de dos grados de libertad</b>	<b>85</b>

## Lista de Tablas

2.1	Velocidad de Marcha de Personas Sanas.[54]	9
2.2	Propiedades físicas de los segmentos del cuerpo según Chandler.[9]	9
2.3	Desviaciones estándar de las constantes antropométricas.[9]	10
2.4	Variables de estado apoyo simple	18
2.5	Variables de estado doble apoyo	19
4.1	Errores máximos en cada articulación para cada controlador.	48
4.2	Índices de desempeño.	49
4.3	Torques máximos en cada articulación para cada controlador.	49
4.4	Índice de desempeño $I_{LQ}$ para apoyo simple.	49
4.5	Errores máximos en cada articulación para cada controlador en doble apoyo.	50
4.6	Torques máximos en cada articulación para cada controlador en doble apoyo.	50
4.7	Índice de desempeño $I_{LQ}$ para doble apoyo.	50
4.8	Índice de desempeño $I_{LQP}$ con perturbaciones para simple apoyo.	52
4.9	Torques máximos en cada articulación para cada controlador en simple apoyo y expuestos a perturbaciones.	52
4.10	Errores máximos en cada articulación para cada controlador en simple apoyo y expuestos a perturbaciones.	53
4.11	Errores máximos en cada articulación para cada controlador en doble apoyo.	57
4.12	Índice de desempeño $I_{LQP}$ con perturbaciones en doble apoyo.	57
4.13	Torques máximos en cada articulación para cada controlador en doble apoyo.	57
4.14	Máximo índice de desempeño $I_{LQ}$ en variación de parámetros para simple apoyo.	59
4.15	Errores máximos en cada articulación para cada controlador con variación de parámetros para simple apoyo.	60
4.16	Torques máximos en cada articulación para cada controlador ante variación de parámetros para simple apoyo.	61
4.17	Máximo índice de desempeño $I_{LQ}$ en variación de parámetros en doble apoyo.	62
4.18	Errores máximos en cada articulación para cada controlador con variación de parámetros en doble apoyo.	63
4.19	Torques máximos en cada articulación para cada controlador ante variación de parámetros en doble apoyo.	64
4.20	Análisis estadístico de las simulaciones de variación de parámetros para simple apoyo.	68
4.21	Análisis estadístico de las simulaciones de variación de parámetros para doble apoyo.	69
A.1	Propiedades físicas de las barras	77

# Lista de Figuras

2.1	Trayectorias de Marcha Natural.[46]	8
2.2	Fases de Marcha Natural.	8
2.3	Modelo del cuerpo del paciente con exoesqueleto de marcha.	11
2.4	Modelo del cuerpo del paciente con exoesqueleto de marcha simple apoyo del pie derecho.	11
2.5	Modelo del cuerpo del paciente con exoesqueleto de marcha simple apoyo.	12
2.6	Modelo del cuerpo del paciente con exoesqueleto de marcha doble apoyo.	13
2.7	Cadena cinemática formada por las piernas del paciente en doble apoyo.	13
2.8	Diagrama en SimMechanics.	15
2.9	Diagrama en SimMechanics para la Rodilla derecha.	16
2.10	Configuración de un cuerpo rígido en <i>SimMechanics</i> (Antepierna derecha).	16
3.1	Problema de control.	22
3.2	Estructura de control por realimentación de estado con pre-compensador y perturbaciones en la entrada.	22
3.3	Respuesta del sistema con realimentación de variables de estado.	24
3.4	Respuesta del sistema con realimentación de variables de estado con precompensador.	25
3.5	Respuesta del sistema con realimentación de variables de estado con precompensador.	26
3.6	Respuesta del sistema con doble soporte con realimentación de variables de estado y pre-compensador.	27
3.7	Estructura de control PI Vectorial con perturbaciones en la entrada	28
3.8	Respuesta del sistema con simple apoyo con PI Vectorial.	30
3.9	Señal de Control del sistema con simple apoyo con PI Vectorial.	31
3.10	Respuesta del sistema con doble apoyo con PI Vectorial.	32
3.11	Señal de Control del sistema con doble apoyo con PI Vectorial.	32
3.12	Respuesta del sistema con simple apoyo con PI Vectorial LQR.	35
3.13	Señal de Control del sistema con simple apoyo con PI Vectorial LQR.	36
3.15	Señal de Control del sistema con doble apoyo con PI Vectorial LQR.	36
3.14	Respuesta del sistema con doble apoyo con PI Vectorial LQR.	37
3.16	Respuesta del Exoesqueleto de Marcha con Controlador GPI en simple apoyo	41
3.17	Señal de Control del Exoesqueleto de Marcha con Controlador GPI en simple apoyo	42
3.18	Respuesta del Exoesqueleto de Marcha con Controlador GPI Incluyendo $A_{low}x(t)$ para Simple Apoyo	43
3.19	Señal de Control del Exoesqueleto de Marcha con Controlador GPI Incluyendo $A_{low}x(t)$ para Simple Apoyo	44
3.20	Respuesta del sistema con doble apoyo con control GPI.	45
3.21	Señal de Control del sistema con doble apoyo con control GPI.	45
4.1	Respuestas de los controladores con trayectorias para simple apoyo.	48
4.2	Respuestas de los controladores con trayectorias para doble apoyo.	51
4.3	Rechazo de perturbaciones de los controladores PI Vectorial, LQR y GPI para simple apoyo.	53
4.4	Señal de control para el rechazo de perturbaciones del controlador PI Vectorial para simple apoyo.	54
4.5	Señal de control para el rechazo de perturbaciones del controlador LQR para simple apoyo.	54

4.6	Señal de control para el rechazo de perturbaciones del controlador GPI para simple apoyo.	55
4.7	Rechazo de perturbaciones de los controladores PI Vectorial, LQR y GPI para doble apoyo.	56
4.8	Señal de control para el rechazo de perturbaciones del controlador PI Vectorial para doble apoyo. . . . .	56
4.9	Señal de control para el rechazo de perturbaciones del controlador LQR para doble apoyo.	57
4.10	Señal de control para el rechazo de perturbaciones del controlador PI Vectorial para doble apoyo. . . . .	58
4.11	Variación de parámetros del controlador PI Vectorial para simple apoyo. . . . .	59
4.12	Variación de parámetros del controlador LQR para simple apoyo. . . . .	60
4.13	Variación de parámetros del controlador GPI para simple apoyo. . . . .	61
4.14	Variación de parámetros del controlador PI Vectorial para doble apoyo. . . . .	62
4.15	Variación de parámetros del controlador LQR para doble apoyo. . . . .	63
4.16	Variación de parámetros del controlador GPI para doble apoyo. . . . .	64
4.17	Comparación de los índices de desempeño de los controladores en simple apoyo. . . . .	65
4.18	Comparación de los máximos torques de los controladores en simple apoyo. . . . .	65
4.19	Comparación de los máximos errores de los controladores en simple apoyo. . . . .	66
4.20	Comparación de los índices de desempeño de los controladores en doble apoyo. . . . .	67
4.21	Comparación de los máximos torques de los controladores en doble apoyo. . . . .	67
4.22	Comparación de los máximos errores de los controladores en doble apoyo. . . . .	68
4.23	Distribución de los índices de desempeño para simple apoyo. . . . .	69
4.24	Distribución de los índices de desempeño para doble apoyo. . . . .	69
4.25	Distribución de los índices de desempeño para doble apoyo ampliada. . . . .	70
4.26	Algoritmo para control de cambio de fase de marcha. . . . .	72
4.27	Evolución de la trayectoria de marcha. . . . .	72
4.28	Cambio de apoyo. . . . .	73
4.29	Respuesta a perturbación tipo impulso en el torso . . . . .	74
A.1	Cadena cinemática . . . . .	77
A.2	Cadena cinemática con las masas concentradas en el radio de giro . . . . .	78
A.3	Modelo en SimMechanics® de la Cadena Cinemática . . . . .	80
A.4	Torsión Spring-Damper . . . . .	80
C.1	Control MIMO GPI . . . . .	87
C.2	Respuesta del Controlador GPI con tres integradores sobre el Modelo en SimMechanics . . . . .	88



# Capítulo 1

## Introducción

### 1.1 Justificación y Motivación

El crecimiento del número de personas con discapacidades motoras de marcha ha llevado a la ingeniería a desarrollar nuevas técnicas para asistir la caminata. Una de las técnicas en desarrollo son los exoesqueletos de marcha. Estos dispositivos tienen como finalidad brindarle a los pacientes la posibilidad de recuperar movilidad y de esta manera integrarse a la sociedad activamente, superando las limitaciones físicas asociadas a la incapacidad de caminar. Los exoesqueletos son una alternativa tecnológica a las sillas de ruedas o a las órtesis pasivas en la que el paciente realiza soporte y balanceo apoyado en caminadores, muletas o bastones. Una característica común en los pocos modelos de exoesqueletos para sujetos con discapacidad de marcha existentes es que el sujeto debe realizar esfuerzo con las extremidades superiores a través de caminadores o bordones canadienses para mantener el equilibrio, restando de esta manera la autonomía del sujeto para realizar otras actividades con las extremidades superiores mientras se encuentra en pie o caminando.

Aunque los exoesqueletos son una alternativa efectiva para sujetos con discapacidad de marcha, existen problemas tecnológicos que no han permitido que ellos sean instrumentos ampliamente difundidos o comercializados. Las estrategias de control son uno de los problemas más importantes en el diseño de los exoesqueletos por la confiabilidad y robustez que estas deben brindar. Una correcta estrategia de control no solo permite realizar los seguimientos de las referencias de marcha garantizando la estabilidad del sistema, sino también la optimización del consumo energético. Este último es importante para darle al exoesqueleto portabilidad energética.

El control de un exoesqueleto para personas con discapacidad total de marcha se divide en dos partes, primero un lazo de control superior, encargado de generar una trayectoria de marcha para las articulaciones, el cual debe permitir que el cuerpo se mantenga en equilibrio; segundo un lazo de control interno destinado al seguimiento de las trayectorias de referencia generadas por el lazo de control superior. El sistema de control interno del seguimiento de trayectoria debe tener un desempeño correcto, incluso al estar expuesto a perturbaciones externas causadas por fuentes de fuerza que impidan que el exoesqueleto desarrolle la trayectoria de marcha deseada. Una fuente adicional de incertidumbres la constituyen los cambios naturales del paciente en el peso, densidad muscular o flexibilidad, que a la vez desembocan en un cambio de parámetros en el modelo usado para sintonizar el controlador. Además de esto existen otras incertidumbres por causa de algunos parámetros desconocidos como viscosidades o resistencias de las articulaciones del paciente. Este tipo de incertidumbres suscitan la necesidad de un sistema de control que tenga robustez ante cambio de los parámetros e incertidumbres. Además cabe mencionar que en caso de que la referencia no sea seguida con un error en estado estacionario cercano a cero, no importaría que tan bien se calcule la trayectoria para mantenerse en equilibrio, el sistema sujeto-exoesqueleto se encontraría en una inminente caída.

La planta sujeto-exoesqueleto es un sistema de dinámica multicuerpos con múltiples entradas y múlti-

ples salidas las cuales tienen una relación estrecha entre sí, razón por la cual existen dinámicas acopladas que no permiten que controladores tipo SISO (*single-input single-output*) tengan un desempeño eficiente. Una alternativa directa, es atacar el problema de las dinámicas acopladas con controladores MIMO (*multiple-input multiple-output*). La planta sujeto-exoesqueleto además de ser un sistema dinámicamente acoplado, es altamente no lineal. Para responder ante la no linealidad del sistema existen estrategias de control lineal apoyadas en aproximaciones lineales del modelo alrededor de los puntos de equilibrio, otras alternativas están basadas en cancelación de la no linealidad mediante estrategias de control no lineal.

Diseñar un sistema de control que permita realizar un seguimiento efectivo de la referencia, requiere de un modelo de la planta compuesta por el paciente y el exoesqueleto. Los modelos computacionales de simulación dinámica son una alternativa válida, debido a que permiten recrear la dinámica de los cuerpos de una manera acertada, incluyendo detalles de rozamientos, viscosidades e inercias. Un punto importante en la construcción del modelo es incluir los efectos del cuerpo del paciente con parámetros antropométricos que reflejen la población objetivo.

## 1.2 Estado del Arte

Los primeros trabajos en exoesqueletos iniciaron en la década de 1960 en los laboratorios de aeronáutica de la Universidad de Cornell [42]. A principios de la década de 1970, bajo el concepto de un amplificador humano, *General Electric* con el patrocinio de la armada estadounidense desarrolló el proyecto Hardiman [37]. Más adelante a mediados de los 70, Vukobratovic desarrolló el primer exoesqueleto para sujetos con paraplejia, el cual fue controlado con un conjunto de servosistemas sincronizados [65]. En los años 80, Seireg construyó un exoesqueleto para sujetos con paraplejia, que utilizaba actuadores hidráulicos en las articulaciones de la cadera y rodilla [1]. En los años 90, Kazerooni exploró el comportamiento de la interacción dinámica del sujeto y el exoesqueleto, Kazerooni propuso estrategias de control que le permitieran al exoesqueleto realizar los movimientos del operador [32, 33]. Los últimos 10 años se han caracterizado por los avances en las estrategias de control y diseño de actuadores más eficientes para exoesqueletos amplificadores humanos [24, 40, 57].

Entre los exoesqueletos más destacados en los últimos años se encuentran a BLEEX [74], cuyo objetivo es amplificar la resistencia del sujeto, permitiendo que el peso cargado sea trasladado directamente al piso a través de la estructura del exoesqueleto; además, con la posibilidad de realizar los movimientos del sujeto sin necesidad de sensores sobre el cuerpo de la persona. El control de BLEEX está basado en el incremento de la función de sensibilidad para reaccionar al movimiento del sujeto, aunque esta técnica hace del controlador un sistema bastante rápido, también lo hace poco robusto [20, 71]. El exoesqueleto HAL, desarrollado por el profesor Sankai en University of Tsukuba, amplifica la resistencia del sujeto operador dándole la posibilidad de cargar elementos pesados con menor esfuerzo. Este exoesqueleto basa su sistema de control en la identificación de la intención de movimiento y suministra torques de control proporcionales a las señales mioeléctricas generadas por los músculos asociados a cada articulación [58, 59, 21].

El uso de exoesqueletos en el campo médico ha permitido devolver la movilidad a pacientes con discapacidades motoras causadas por lesiones neuro-musculares, distrofia muscular o la pérdida de fuerza causada por el proceso natural del envejecimiento [38]. Los exoesqueletos para uso médico también se conocen como órtesis activas. Una de las modalidades de los exoesqueletos con fines médicos son los destinados para tratamientos terapéuticos de reentrenamiento del proceso de marcha. Exoesqueletos para reentrenamiento de marcha como Lokomat fabricado por Hocoma permiten identificar la fuerza ejercida por el sujeto por medio de la medida de señales mioeléctricas. La medición de las señales mioeléctricas mientras se realiza la terapia de marcha permiten implementar controles que complementen el esfuerzo del sujeto para lograr una caminata natural [47, 27]. LOPES es un exoesqueleto de reentrenamiento de marcha que basa su estrategia de control en un modelo que incluye elementos

virtuales para recrear la interacción entre el paciente y el exoesqueleto, esto con el fin de seguir un patrón de marcha pre-calculado que suavice el impacto del cambio de pie de apoyo [63, 15, 50]. ALEX usa un control de fuerza en el cual se maneja la reacción en el tobillo, en este exoesqueleto solo se presta atención a la trayectoria del tobillo a pesar de que el exoesqueleto tiene actuadores en la rodilla y cadera. Además de esto se realiza una realimentación de la trayectoria seguida por el pie para garantizar que las articulaciones realicen los movimientos requeridos en la terapia [7, 8].

Otra modalidad de exoesqueletos médicos es una clase de dispositivos portátiles que cumplen el objetivo de asistir la marcha de personas con discapacidad total de miembros inferiores. Estos dispositivos dan movilidad a las piernas por medio del control automático de los ángulos de cada articulación, aunque con la necesidad de que el sujeto realice esfuerzo con los brazos por medio de muletas canadienses o andadores para mantener el cuerpo en equilibrio [25, 53, 56, 31]. Los exoesqueletos para personas con discapacidad total de marcha trabajan en concordancia con el cuerpo del paciente, de tal forma que se jerarquizan las prioridades del control y se habilita al exoesqueleto para tener cierto grado de autonomía en algunas actividades como el control del equilibrio y los movimientos finos de la marcha. Desde el punto de vista del sistema de control esta modalidad de exoesqueletos tienen exigencias de robustez, velocidad de respuesta y confiabilidad mayor que en los exoesqueletos usados para amplificar el cuerpo humano o para reentrenamiento de marcha [17].

En el trabajo con exoesqueletos de marcha para personas con discapacidad motora se requiere la construcción de un modelo del sistema, para ello se presta especial atención a las características de la marcha humana. Según los estudios de la caminata humana existen dos fases bien diferenciadas en el transcurso de una zancada, la primera fase es la de apoyo simple, en la cual el cuerpo está apoyado sobre un sólo pie mientras que el pie opuesto está moviéndose hacia el siguiente punto de apoyo, la segunda fase de la caminata es el doble apoyo, que se presenta cuando los dos pies están sobre el suelo [46, 26, 49]. Desde el área de la Biomecánica existen estudios de la caminata humana que describen el comportamiento dinámico del sistema, a través de métodos físicos como el análisis según las leyes de Newton-Euler o balances de energía como el método de Lagrange o Hamilton [16, 5, 41]. Un punto común de partida de estos estudios es tomar el cuerpo del sujeto como un sistema mecánico que está formado por múltiples eslabones correspondientes a segmentos del cuerpo, en el trabajo con exoesqueletos se deben acoplar dichos segmentos a una estructura exterior la cual forma el exoesqueleto.

El objetivo de mantener el cuerpo en equilibrio y sincronizar el movimiento de las articulaciones de las extremidades inferiores requiere la construcción de un modelo del sistema híbrido formado por la unión del exoesqueleto y el sujeto. La construcción de este modelo permite analizar la dinámica multicuerpos. Se ha desarrollado un modelo del sistema paciente-exoesqueleto por medio de una herramienta de simulación dinámica de sistemas mecánicos como *SimMechanics* sobre *Simulink* en Matlab®. En el modelo multicuerpos se incluyen los efectos del cuerpo de un sujeto con parámetros antropométricos encontrados por Chandler [9]. El modelo computacional construido permite analizar el sistema como un conjunto de cuerpos rígidos a diferencia de los modelos que consideran los segmentos del cuerpo como cargas puntuales [16, 5].

La gran mayoría de sistemas de control para exoesqueletos de asistencia de marcha se basa en el control de la impedancia mecánica de las articulaciones de la pierna de apoyo [19, 25]. Esto significa que las articulaciones de la pierna en apoyo se bloquean mecánicamente mientras que la pierna en balanceo generalmente es controlada con controladores dedicados tipo SISO (*single-input single-output*). Los modelos construidos para este tipo de estrategias de control se basan en la dinámica de la pierna en balanceo ignorando así los demás efectos del cuerpo [4, 14, 72]. La limitación principal de estos sistemas de control es la pérdida de los efectos de las dinámicas acopladas entre las distintas articulaciones, para lo cual se requieren tratar el sistema de manera global e implementar controladores MIMO (*multiple-input multiple-output*). Sin embargo, la sintonización de estos controladores presentan retos relacionados con la estabilidad, desempeño, robustez, rechazo de perturbaciones y la variaciones de parámetros en el sistema.

Muchas de las técnicas de control que se usan en el campo de la robótica bípeda pueden ser aplicadas en el problema del control de un exoesqueleto de marcha, por ejemplo los estudios de Kajita, Vukobratovic o Choi [30, 66, 12], aunque hay que aclarar que un robot bípido no cuenta con la variación de parámetros, las incertidumbres o requerimientos de seguridad y robustez de un sistema compuesto por un sujeto con exoesqueleto.

Ejemplos de controladores PID multivariables en robots bípedos se encuentran en [2] aunque sin tratamiento de los efectos de las dinámicas acopladas entre los ángulos de las articulaciones. Al nivel de controladores óptimos de exoesqueletos se encuentran desarrollos basados en optimizar el desempeño del sistema minimizando el consumo de energía, pero teniendo en cuenta la fuerza que proporciona el sujeto y así lograr un óptimo aporte de energía a una articulación destinada a amplificar la resistencia humana [43]. Otros trabajos se apoyan en la generación de un patrón de marcha óptimo que permita minimizar el consumo de energía [35]. Minimizar la energía requerida por el exoesqueleto es importante por la portabilidad energética que deben tener este tipo de dispositivos, además de que unos requerimientos menores en las señales de control permiten usar actuadores menos voluminosos.

Uno de los sistemas de control MIMO más versátiles para seguimiento de trayectorias es el control PI vectorial [28]. Este controlador ofrece las ventajas de un control PI para sistemas SISO, pero en un sistema de múltiples variables y afronta los mismos retos relacionados con su sintonización pero en múltiples dimensiones. El controlador PI multivariable por realimentación de estado puede ser sintonizado según la estructura propia de lazo cerrado deseada [61]. Una alternativa de sintonización es usar una técnica de optimización denominada LQR (*Linear Quadratic Regulator*) [18, 62]. Esta estrategia permite diseñar el controlador con seguimiento de la trayectoria de referencia y con requerimientos de torques moderados. Estas técnicas de control están basadas en aproximaciones lineales de la planta.

Una alternativa de control lineal para sistemas no lineales mecánicos es el control GPI (*Generalized Proportional Integral*) [60]. Aunque no hay evidencia del uso de este tipo de control en exoesqueletos, las aplicaciones en robots seriales muestran un comportamiento que podría cumplir con los requerimientos del sistema a controlar [22].

### 1.3 Objetivos del Trabajo

El objetivo de esta tesis es desarrollar una estrategia de control multivariable para el movimiento de un exoesqueleto de marcha que asiste a un sujeto con discapacidad motora total o parcial. Además de asegurar el seguimiento de una trayectoria deseada, el controlador debe rechazar perturbaciones asegurando la estabilidad del sistema en presencia de movimientos aleatorios del paciente y cambios del medio externo. Con el fin de diseñar, sintonizar y simular los sistemas de control se propone desarrollar un modelo del cuerpo del sujeto con exoesqueleto.

### 1.4 Solución Propuesta

En esta tesis se explora el diseño de un sistema de control de un exoesqueleto para asistir la marcha de una persona con discapacidad motora. El objetivo del controlador es encargarse del seguimiento de una trayectoria de marcha precalculada y por consiguiente atenuar el esfuerzo realizado por el paciente para mantener el cuerpo en equilibrio. El trabajo efectivo del sistema de control le da al paciente mayor autonomía en las labores en las que intervienen las extremidades superiores.

Esta tesis está destinada a exoesqueletos portátiles para asistir la caminata de pacientes que tienen discapacidad parcial o total de marcha. Un paciente que no tiene control del movimiento de sus extremidades inferiores requiere que el exoesqueleto suministre los torques necesarios para realizar los

movimientos preestablecidos con miras a generar una caminata bípeda. El cálculo de los torques que se deben suministrar por los actuadores en cada articulación implica un reto para el sistema de control, el cual debe rechazar las perturbaciones, atenuar los efectos de las dinámicas acopladas entre las articulaciones y garantizar la estabilidad.

El problema del modelado de la planta sujeto-exoesqueleto se resuelve con la construcción de un modelo computacional desarrollado en *SimMechanics*. Se propone construir un modelo que permita incluir los efectos del cuerpo del paciente sobre el exoesqueleto y analizar los efectos de las incertidumbres, la variación de los datos antropomórficos usados para construir el modelo y las perturbaciones externas. La construcción del modelo computacional basado en un sistema de cuerpos rígidos permite incluir los cambios propios del centro de gravedad del sujeto con exoesqueleto durante el proceso de marcha. En el modelo a construir en *SiMechanics* se logra integrar la interacción del sujeto con el exoesqueleto. Este modelo no lineal permite abstraer representaciones en espacio de estado para cada fase de marcha, linealizando el sistema alrededor de los puntos de equilibrio dentro del rango de trabajo. Debido a la naturaleza propia de la caminata bípeda el sistema se analiza por fases, con el fin de obtener una representación linealizada en cada fase de marcha.

En esta tesis se diseñan controladores multivariables para el exoesqueleto basado en estrategias de control de realimentación de variables de estado (RVE), PI vectorial con ubicación de polos, PI vectorial con sintonización mediante un método de optimización LQR (*Linear Quadratic Regulator*) y control no lineal GPI (*Generalized Proportional Integral*). Los dos primeros tipos de controlador se sintonizan basados en la ubicación de polos de lazo cerrado deseada, para este problema se propone que todos los polos se encuentren en el semiplano izquierdo del plano complejo y que sean reales. El tercer tipo de controlador se realiza con el fin de reducir los requerimientos de las señales de control, por lo cual se sintoniza el control de tal forma que permita sacar el mayor provecho de los actuadores, para tal fin se usa un método de optimización con un Regulador Óptimo Lineal Cuadrático LQR. Un método adicional de control aplicado consiste en un control Proporcional Integral Generalizado GPI. El control GPI es una estrategia de control lineal para sistemas no lineales, cuya función es cancelar los efectos de la no linealidad del sistema y obtener una respuesta con las características deseadas. Esta última técnica no ha sido utilizada en el control de robots bípedos o exoesqueletos pero se encuentran trabajos desarrollados por el profesor Sira-Ramírez en robots manipuladores seriales que inducen a esperar buenos resultados en la esta planta [22].



## Capítulo 2

# Modelo

### 2.1 Marcha Humana

La marcha humana es un método de locomoción bípeda, el cual ha sido estudiado con la perspectiva de la biomecánica del movimiento humano. Existen distintas razones por las cuales es importante entender los detalles de la forma de traslación de los humanos, una de las razones está dada por las necesidades médicas. Desde el campo médico se realizan esfuerzos con el ánimo de encontrar métodos más eficientes de diagnóstico de enfermedades y tratamientos más efectivos para discapacidades motoras. Otra motivación del estudio de la marcha humana se ha dado desde la tecnología, con el objetivo de desarrollar dispositivos bioinspirados. En la frontera entre estas dos fuentes de interés se encuentra el estudio de métodos de rehabilitación con ayuda de dispositivos tecnológicos que trabajen en cooperación con los humanos tal como son los exoesqueletos. Independientemente de la razón de los estudios de la marcha humana, los resultados son de utilidad tanto en ambientes tecnológicos como médicos, es por eso que en esta tesis se acude a resultados y teorías de ambos campos.

La marcha bípeda humana es un proceso cíclico en el cual las piernas del sujeto siguen una trayectoria que lleva los pies entre una fase de apoyo simple y balanceo, a otra fase de doble apoyo. Aunque el ciclo de marcha o zancada puede medirse desde cualquier posición de referencia, generalmente se toma como inicio la posición de contacto del talón derecho con el piso y finaliza hasta el nuevo contacto del talón derecho con el piso. Durante un ciclo de marcha el sujeto pasa por dos fases, primero la fase del simple apoyo en donde un pie está apoyado en el piso mientras la pierna contraria lleva el otro pie hacia el siguiente punto de apoyo, la segunda fase es la de doble apoyo, en esta fase los dos pies están apoyados sobre el suelo y se lleva a cabo la transferencia de peso del cuerpo desde la pierna que anteriormente tenía el simple apoyo hacia la pierna que continuará con el soporte.[49]

Murray [46], Kadaba [29] y Perry [49] estudiaron el patrón de marcha con el fin de determinar las características naturales de la caminata humana. Las trayectorias de la cadera, rodillas y tobillos para un ciclo de marcha se muestran en la Figura 2.1. Estas trayectorias son usadas para probar la respuesta de los sistemas de control diseñados en esta tesis. La Figura 2.2 muestra el desarrollo de una zancada pasando por los dos tipos de apoyo.

La velocidad promedio de marcha para hombres y mujeres sanos y en cadencia libre está dada en la Tabla 2.1, en esta tabla se muestran los resultados de los estudios de Murray [46], Chao [10], Kadaba [29], Perry [49]. Los valores de velocidad de caminata de una persona sana oscilan entre 105 y 117 pasos por minuto. En esta tesis la velocidad de marcha de una persona con exoesqueleto es sustancialmente reducida para garantizar niveles seguros de movilidad, la mayoría de las pruebas se realizan para velocidades entre un 5% y 15% de la velocidad de una persona sana.

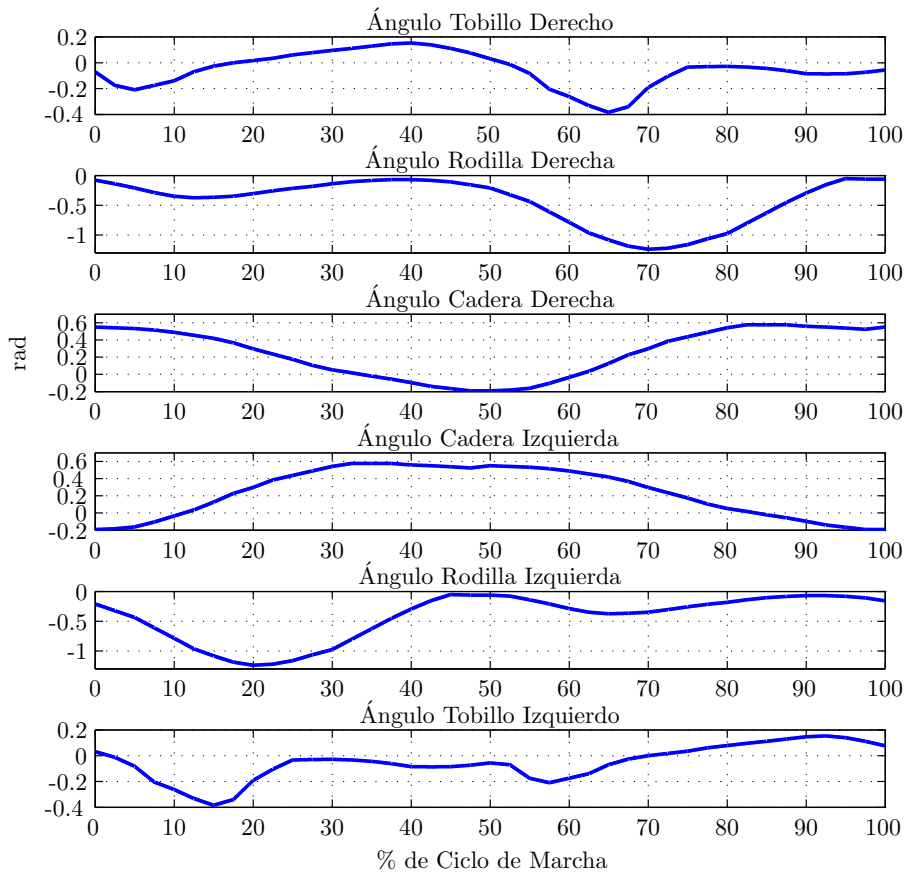


Figura 2.1: Trayectorias de Marcha Natural.[46]



Figura 2.2: Fases de Marcha Natural.



Tabla 2.1: Velocidad de Marcha de Personas Sanas.[54]

<b>Autor</b>	<b>Cadencia</b> (pasos/min)	<b>Frecuencia</b> (s/paso)	<b>Velocidad</b> (m/s)	<b>Longitud de Zancada</b> (m)
Murray(1964,1970)	117	0.51	1.415	1.45
Chao(1983)	105	0.57	1.15	1.32
Kadaba(1990)	113.5	0.52	1.305	1.355
Perry(1992)	114	0.52	1.355	1.37

## 2.2 Datos Antropométricos

Con el fin de modelar los efectos del cuerpo e incluir al sujeto dentro de la planta se usan los datos antropométricos de una persona que pueda representar a un buen porcentaje de la población, para este caso se usan los datos de una persona cercana al percentil 50 de la población colombiana. A continuación se exponen los detalles de los datos usados para construir el modelo.

En el estudio antropométrico se tienen en cuenta las partes del cuerpo con pesos más representativos, por lo que se divide el cuerpo en: Cabeza, tronco o torso, antebrazo derecho e izquierdo, brazo derecho e izquierdo, mano derecha e izquierda, pierna o muslo derecho e izquierdo y antepierna derecha e izquierda. Para cada parte del cuerpo se tienen propiedades como las longitudes, masas, centros de masa y momentos de inercia las cuales han sido encontradas experimentalmente por Winter [70] y Chandler [9]. La mayoría de estos estudios fueron realizados en cadáveres, aunque con los avances en la tecnología de la fotografía y el video actualmente se puede realizar aproximaciones en individuos vivos. Algunos de los estudios de antropometría fueron recopilados, catapultados y patrocinados por agencias espaciales para efectos de diseño de trajes y ambientes de trabajo en capsulas espaciales [52].

Para construir el modelo del cuerpo de este trabajo se tomaron los datos antropométricos postulados por Chandler [9], ésta decisión fue basada en la similitud de talla y peso que tienen los individuos estudiados por Chandler con la población universitaria colombiana según una evaluación antropométrica hecha a más de 1800 estudiantes de la Universidad Nacional de Colombia en Bogotá en el 2007 [51]. La Tabla 2.2 muestra un resumen de los datos usados en este modelo. Con el objetivo de estandarizar los datos se tomaron los promedios entre segmentos derechos e izquierdos. La Tabla 2.2 muestra las desviaciones estándar de las constantes antropométricas las cuales determinan una medida de la variación de los parámetros.

Tabla 2.2: Propiedades físicas de los segmentos del cuerpo según Chandler.[9]

<b>Propiedad</b>	<b>Cabeza</b>	<b>Torso</b>	<b>Brazo</b>	<b>Antebrazo</b>	<b>Mano</b>	<b>Muslo</b>	<b>Antepierna</b>	<b>Pie</b>
Masa (g)	3988,3	33994,5	1865,3	1101	387,05	6649,2	2678,8	836,4
Longitud (cm)	15,3	76,2	28,4	26,3	12,1	40,6	41,4	23,3
Centro de Masa Prox (cm).	5,1	39,9	14,4	10,9	6,2	16,03	17,35	13,1
$I_{xx}$ ( $\text{g.cm}^2 \times 10^3$ )	170,8	16193,7	142,5	65,8	7,2	1144,3	392,8	33,3
$I_{yy}$ ( $\text{g.cm}^2 \times 10^3$ )	200,8	3785,1	22,4	8,7	1,9	218,7	28,8	7,2
$I_{zz}$ ( $\text{g.cm}^2 \times 10^3$ )	164	10876,3	135,2	63,7	5,8	1189,5	391,2	30,4

## 2.3 Construcción del Modelo

En esta tesis se construye un modelo del cuerpo humano con un exoesqueleto mediante el software de simulación de sistemas multicuerpos *SimMechanics* en *Simulink* de Matlab ®. Se decidió trabajar con este programa por la facilidad de interacción con el *Control Systems Toolbox* también de Matlab.

Tabla 2.3: Desviaciones estándar de las constantes antropométricas.[9]

Propiedad	Cabeza	Torso	Brazo	Antebrazo	Mano	Muslo	Antepierna	Pie
Masa (g)	483	7123.60	258.55	228.28	76.5	1726	569.4	134.9
Longitud (cm)	0.67	6.13	1.3	1.67	1.25	2.89	2.55	0.97
Centro de Masa Prox (cm).	0.46	3.7	0.27	0.81	0.34	1.71	1.14	0.38
$I_{xx}$ ( $\text{g.cm}^2 \times 10^3$ )	42.8	4079	22.7	16	1.75	316	94.55	7.45
$I_{yy}$ ( $\text{g.cm}^2 \times 10^3$ )	61.2	1381	6.9	3.7	0.98	108	14.55	2.33
$I_{zz}$ ( $\text{g.cm}^2 \times 10^3$ )	37.9	4004.4	19.25	15.55	1.76	335	84	703

*SimMechanics* se ha usado en anteriores trabajos para construir modelos de exoesqueletos de miembros superiores en [69] y de miembros inferiores en [73, 6], aunque ninguno de ellos incluye los efectos del cuerpo completo, a diferencia del modelo construido en esta tesis que incluye los efectos del cuerpo del sujeto.

Con el propósito de realizar el estudio mecánico del cuerpo del sujeto se supone que los segmentos del cuerpo son cuerpos rígidos y se aproximan las articulaciones policéntricas a ejes de rotación fijos. El modelo construido en *SimMechanics* difiere de los modelos matemáticos de Kajita [30], Vukobratovic [66] u otros que tratan los cuerpos con las masas concentradas en el centro de masa o el radio de giro. El modelo computacional construido considera los segmentos del cuerpo como cuerpos rígidos con la masa distribuida según los momentos de inercia del cuerpo.

Si se quiere ser riguroso no se deberían tomar los huesos que forman los segmentos estudiados como cuerpos rígidos, debido fundamentalmente a las deformaciones que pueden sufrir al ser expuestos a cargas mecánicas, aunque, sí se suponen pequeñas deformaciones se pueden analizar como cuerpos rígidos [54]. Por otro lado los músculos cuentan con propiedades viscoelásticas no lineales, lo cual provoca incertidumbres adicionales que se ven reveladas en los resultados de los procesos realizados para definir las constantes mecánicas de cada parte del cuerpo. En la Figura 2.3 se puede apreciar el diseño CAD de la aproximación del cuerpo y el exoesqueleto.

Con el objetivo de modelar la marcha del cuerpo del paciente con exoesqueleto y teniendo en cuenta la simetría del cuerpo, se decidió estudiar en detalle la mitad de una zancada. La parte de la zancada estudiada está compuesta por una fase de simple apoyo del pie derecho y una fase de doble apoyo, en la transferencia del peso entre el pie derecho y el izquierdo. Se decide realizar un modelo para cada fase de la marcha debido fundamentalmente al cambio que ocurre en la dinámica del sistema, cuando se pasa de un apoyo simple a un apoyo doble. A continuación se presenta un análisis del modelo en cada fase de la marcha.

## Modelo de Simple Apoyo

El apoyo simple es la fase más extensa del ciclo de caminata y tiene características de inestabilidad mas fuertes que en el apoyo doble. Para lograr realizar la simulación correspondiente a un apoyo simple se tomó el tobillo derecho como pivote de la caminata y gracias a la simetría del cuerpo el análisis es homologable al apoyo del pie Izquierdo. Con el fin de evitar los efectos del movimiento de las extremidades superiores durante el proceso de modelado, se mantiene constante la posición relativa de los brazos. La Figura 2.4 muestra el desarrollo de un simple apoyo.

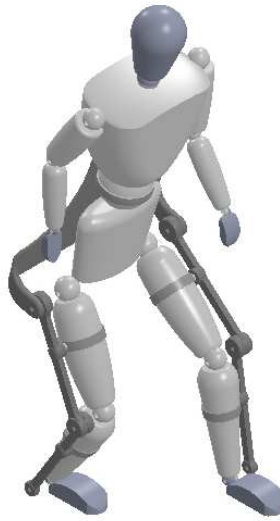


Figura 2.3: Modelo del cuerpo del paciente con exoesqueleto de marcha.



Figura 2.4: Modelo del cuerpo del paciente con exoesqueleto de marcha simple apoyo del pie derecho.

Un primer análisis del modelo a nivel geométrico se da siguiendo el criterio de Kutzbach [67, 48], para determinar la movilidad de una cadena cinemática en el plano, que está dada por

$$M = 3(n - j - 1) + \sum_{i=1}^j f_i, \quad (2.1)$$

donde  $n$  es el número de eslabones,  $j$  el número de articulaciones, y  $f_i$  los grados de libertad (o conectividad) de cada articulación. El valor del número de movilidad indica cual es el mínimo número de actuadores necesarios para controlar todas las articulaciones del exoesqueleto. El criterio es aplicable por dos razones: (i) el movimiento del cuerpo se analiza en el plano sagital y (ii) los ejes de rotación de las articulaciones de las caderas izquierda y derecha se encuentran alineados.

La Figura 2.5 muestra la cadena cinemática abierta formada en la fase de apoyo simple, para la cual se calcula la movilidad. Para apoyo simple,  $n = 6$ ,  $j = 5$ , y  $f_i = 1$  para todo  $i = 1, \dots, j$ . De esta forma la movilidad  $M_s$  en esta fase de simple apoyo es

$$M_s = 3(6 - 5 - 1) + 5 = 5. \quad (2.2)$$

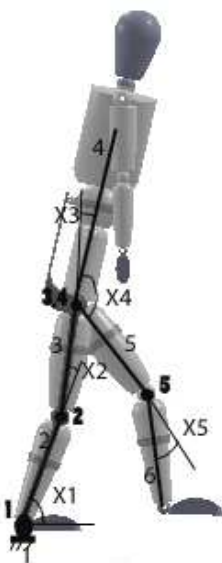


Figura 2.5: Modelo del cuerpo del paciente con exoesqueleto de marcha simple apoyo.

Se desea precisar que la movilidad del modelo en simple apoyo es igual al número de articulaciones que se incluyen. Por tratarse de una cadena cinemática abierta cada articulación está habilitada para tener un actuador. En este modelo se consideran cinco articulaciones dadas por el tobillo derecho, rodilla derecha, cadera derecha, cadera izquierda y rodilla izquierda. Es necesario aclarar que el ángulo de los tobillos es medido entre la antepierna y la horizontal.

En el modelo construido se propone una caminata con los pies paralelos al piso, sin movimiento relativo de punta talón y sin deslizamiento, esto basándose en los satisfactorios resultados que esta técnica a mostrado en robots bípedos como ASIMO [11] y KHR-1 [34].

### Modelo de Apoyo Doble

La Figura 2.6 muestra la evolución del cuerpo en doble apoyo en donde los dos pies están en contacto con el piso y se supone que no existe deslizamiento. Se presta especial atención a esta fase de la marcha por presentarse una transformación en la dinámica del sistema. En el modelo de simple apoyo el sistema es una cadena cinemática abierta, mientras que en el doble apoyo el sistema es una cadena cinemática cerrada compuesta por seis articulaciones y seis eslabones, tal como se muestra en la Figura 2.7.

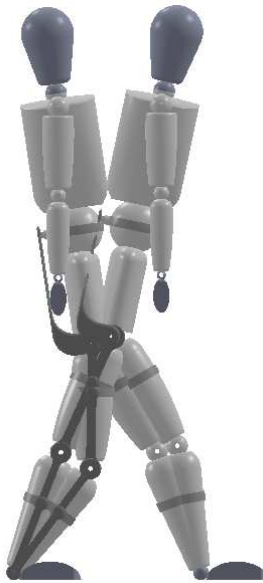


Figura 2.6: Modelo del cuerpo del paciente con exoesqueleto de marcha doble apoyo.

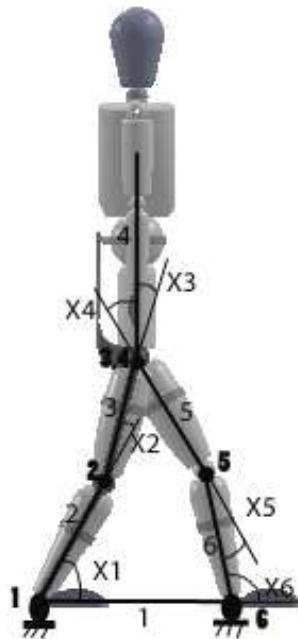


Figura 2.7: Cadena cinemática formada por las piernas del paciente en doble apoyo.

La Figura 2.7 muestra la cadena cinemática formada cuando el cuerpo se encuentra en doble apoyo, para este caso específico el análisis de la movilidad según el criterio de Kutzbach está dado por  $n = 6$ ,  $j = 6$ , y  $f_i = 1$  para todo  $i = 1, \dots, j$ . Así que la movilidad  $M_d$  en la fase de doble apoyo es

$$M_d = 3(6 - 6 - 1) + 6 = 3. \quad (2.3)$$

Como ya se menciona anteriormente el valor del número de la movilidad indica el mínimo número de actuadores que se requieren para controlar la totalidad de las variables de un mecanismo. Por ende el número de actuadores requeridos para la fase de doble apoyo es tres, cuya ubicación puede corresponder a cualquiera de las articulaciones del sistema. En este modelo cada una de las seis articulaciones está dotada de un actuador pero en apoyo simple se activan todos excepto el tobillo de la pierna en balanceo, mientras que en el apoyo doble se activan los tres actuadores de la pierna que en el estado anterior estaba en apoyo simple. La posibilidad de escoger entre seis articulaciones para activar tres actuadores es una ventaja para diseñar una estrategia de transferencia de peso de una pierna a la otra. Una ventaja adicional de poder escoger que actuador activar consiste en la posibilidad de agregar redundancia en las señales de control para lograr distribuir las cargas de manera más homogénea y con esto disminuir los requerimientos máximos de los actuadores.

Se resalta que cuando el cuerpo cambia de simple a doble apoyo la movilidad del sistema  $M$  reduce de cinco a tres. El cambio de movilidad en cada fase de la marcha lleva a concluir que las dinámicas de cada fase son diferentes, por consiguiente se hace necesario construir un modelo para cada tipo de apoyo.

### **Construcción del Modelo del Cuerpo con exoesqueleto en *SimMechanics* de *Simulink* & Matlab ®**

La Figura 2.8 muestra el diagrama de *Simulink* con bloques de *SimMechanics* para el modelo del cuerpo del sujeto con exoesqueleto. Este modelo corresponde al cuerpo de un sujeto con datos antropométricos de un percentil 50 de la población colombiana, estos datos se toman como los datos nominales del cuerpo del sujeto. Adicional al cuerpo del sujeto, en el modelo se incluye un exoesqueleto de marcha unido firmemente a los segmentos del cuerpo. Se supone un apoyo del pie derecho paralelo al piso y pivote en el tobillo derecho. El análisis de este modelo se realiza en el plano sagital por lo cual cada segmento del cuerpo es unido al siguiente mediante una articulación con eje de rotación perpendicular al plano sagital, en cada articulación se incluye un torque que se opone al movimiento con un coeficiente de fricción viscoso proporcional a la velocidad angular y un coeficiente elástico nulo como se ve en la Figura 2.9.

Los segmentos del cuerpo humano y el exoesqueleto son representados por cuerpos rígidos que contienen las características geométricas y físicas del paciente. Las articulaciones son acopladas a bloques para medir el ángulo y la velocidad angular, también se acoplan bloques encargados de suministrar el torque de control por medio de actuadores.

En el diagrama de la Figura 2.8 se establecen las entradas de control marcadas con

1. Torque de Rodilla Izquierda
2. Torque de Cadera Izquierda
3. Torque de Cadera Derecha
4. Torque de Rodilla Derecha
5. Torque de Tobillo Derecho

y se marcan las salidas o señales a controlar con

1. Ángulo Rodilla Izquierda
2. Ángulo Cadera Izquierda
3. Ángulo Cadera Derecha

4. Ángulo Rodilla Derecha
5. Ángulo Tobillo Derecho.

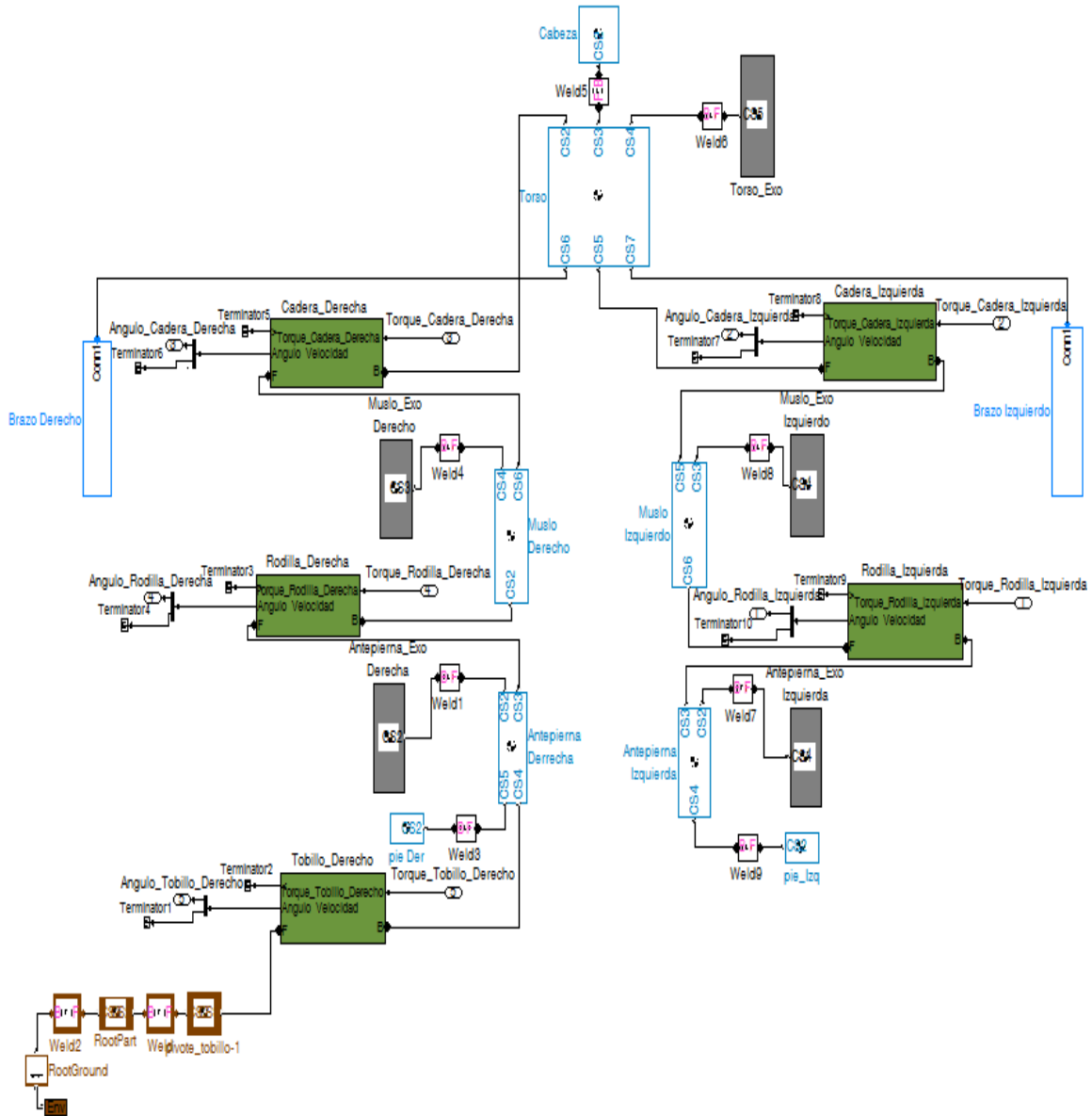


Figura 2.8: Diagrama en Simmechancs.

Los cuerpos rígidos de cada segmento del cuerpo se configuran como se muestra en la Figura 2.10. Primero se definen los puntos extremos y centros de gravedad de acuerdo con las coordenadas de referencia que más convenga. Adicional a eso se define la masa y una matriz de inercia que permite establecer como se distribuye la materia del cuerpo.

Para efectos de linealización en este diagrama se suponen brazos sin movimiento relativo en las articulaciones de los hombros, codos y muñecas, pero en la evaluación del modelo no lineal se incluyen

las articulaciones de los brazos con características similares a las de las piernas.

La construcción del modelo para la fase de doble apoyo tiene procedimientos similares, pero se trata como una cadena cinemática cerrada. Para más detalles de los bloques de *SimMechanics* referirse al manual de usuario del toolbox [39].

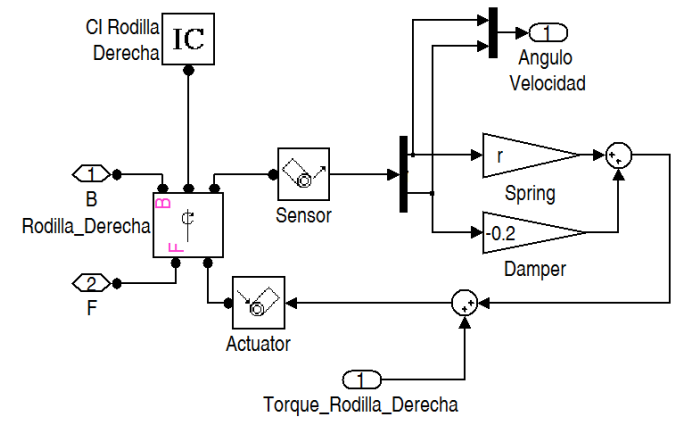


Figura 2.9: Diagrama en SimMechanics para la Rodilla derecha.

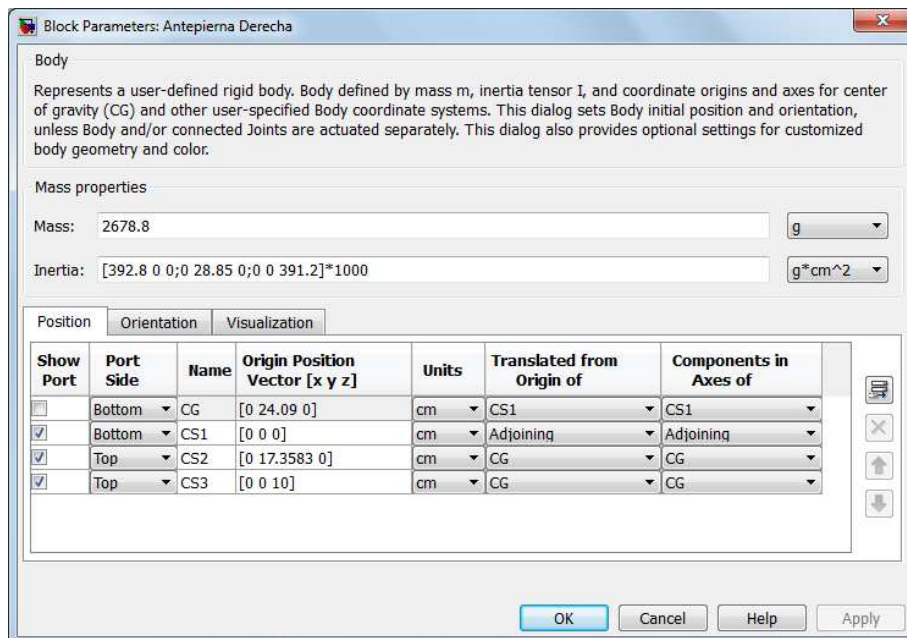


Figura 2.10: Configuración de un cuerpo rígido en *SimMechanics* (Antepierna derecha).

## 2.4 Linealización del Modelo

Antes de iniciar con el proceso de diseño de controladores se requiere linealizar el modelo en un punto de equilibrio dentro de la trayectoria de trabajo. En vista de que se ha construido un modelo para



la fase de apoyo simple y otro para la fase de apoyo doble, se establecen puntos de equilibrio para cada fase de marcha. Los puntos de equilibrio del sistema son encontrados directamente del modelo dinámico no lineal construido en software, estos puntos se encuentran por medio de un algoritmo de optimización destinado a buscar los puntos de equilibrio de modelos en *SimMechanics*. Las instrucciones para realizar el procedimiento de búsqueda se pueden encontrar en (Apéndice B.1)

## Linealización del Modelo de Apoyo Simple

A continuación se linealiza el sistema en la fase de apoyo simple y se obtiene una representación con la siguiente estructura

$$\dot{x} = A(t)x(t) + B(t)u(t), \quad (2.4)$$

$$y = C(t)x(t) + D(t)u(t), \quad (2.5)$$

donde

$x \in \mathbb{R}^{10}$  : Vector de estado,

$u \in \mathbb{R}^5$  : Señales de control,

$y \in \mathbb{R}^5$  : Variables controladas,

$A(t) \in \mathbb{R}^{10 \times 10}$  : Matriz Dinámica o Jacobiano,

$B(t) \in \mathbb{R}^{10 \times 5}$  : Matriz de Entradas,

$C(t) \in \mathbb{R}^{5 \times 10}$  : Matriz de Salidas,

$D(t) \in \mathbb{R}^{5 \times 5}$  : Matriz Nula, ya que no hay una conexión directa entre la salida y la entrada.

Para este caso se consideran parámetros invariantes en el tiempo por lo que las matrices  $A(t)$ ,  $B(t)$ ,  $C(t)$ ,  $D(t)$  son constantes. Con la suposición de parámetros invariantes en el tiempo, el sistema se transforma de la siguiente manera

$$\dot{x} = Ax(t) + Bu(t), \quad (2.6)$$

$$y = Cx(t) + Du(t). \quad (2.7)$$

Una ventaja de esta representación de estado es que cada una de las variables del vector de estado tiene significado físico, esto habilita la posibilidad de que las variables de estado puedan ser medidas a través de sensores. Esta característica de la planta elimina la necesidad de diseñar estimadores de estado. La Tabla 2.4 muestra el significado físico de cada variable de estado para el simple apoyo del pie derecho.

Ya establecida la representación de estado con la cual se trabajará, se procede a encontrar el punto de equilibrio más cercano a la posición erguida del sujeto con exoesqueleto para la fase de simple apoyo. Los detalles de como encontrar los puntos de equilibrio de un modelo construido en *SimMechanics* se presentan en el (Apéndice B.1). Con el punto de equilibrio establecido se procede a linealizar el modelo con la ayuda de la herramienta *linmod* de Matlab, esta herramienta realiza una serie de perturbaciones cerca del punto de equilibrio, mediante las cuales se obtiene la relación entrada salida del sistema. Para ver el procedimiento de linealización revisar (Apéndice B.2).

Después de linealizar el sistema en el punto de equilibrio establecido se analizan las características del sistema. El primer punto es definir si el sistema es estable, para tal fin se encuentran los valores propios de la matriz  $A$ ,  $\lambda(A)$ . Debido a que algunos de los valores propios tienen parte real positiva se puede concluir que algunos polos del sistema se encuentran en el semiplano derecho del plano complejo por tanto el sistema es intrínsecamente inestable.

Con el modelo linealizado se determina si el sistema es controlable y observable, para tal fin se construyen las matrices de Controlabilidad  $\Theta_c$  y Observabilidad  $\Theta_o$ .

$$\Theta_c = [ B \quad AB \quad A^2B \quad \dots \quad A^{n-1}B ], \quad (2.8)$$

Tabla 2.4: Variables de estado apoyo simple

Variable de Estado	Significado Físico de los Estados
X1	Rodilla Izquierda: Ángulo
X2	Cadera Izquierda: Ángulo
X3	Cadera Derecha: Ángulo
X4	Rodilla Derecha: Ángulo
X5	Tobillo Derecho: Ángulo
X6	Rodilla Izquierda: Velocidad Angular
X7	Cadera Izquierda: Velocidad Angular
X8	Cadera Derecha: Velocidad Angular
X9	Rodilla Derecha: Velocidad Angular
X10	Tobillo Derecho: Velocidad Angular

$$\Theta_o = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix}. \quad (2.9)$$

Como

$$\text{rank}(\Theta_c) = \text{rank}(A) = 10, \quad (2.10)$$

entonces el par  $(A, B)$  es controlable y como

$$\text{rank}(\Theta_o) = \text{rank}(A) = 10, \quad (2.11)$$

entonces el par  $(A, C)$  es observable.

Con el modelo linealizado se puede definir una planta generalizada  $G_{sys}$  de la forma

$$G_{sys} = \left[ \begin{array}{c|c} A & B \\ \hline C & D \end{array} \right].$$

Sí se calculan los ceros de  $G_{sys}$  se encuentra que algunos de ellos se encuentran en el semiplano derecho del plano complejo, mostrando que el modelo en simple apoyo es no mínima fase.

### Linealización del Modelo de Doble Apoyo

La linealización del modelo de doble soporte produce un especial interés debido a la reducción de la movilidad que se observó en (Sección 2.3). La representación del modelo linealizado tiene la forma mostrada en las ecuaciones (2.6),(2.7) aunque las dimensiones de las matrices cambian, por tal razón para evitar confusiones se define una nueva ecuación de estado y de salida

$$\dot{x}_d = A_d x_d(t) + B_d u_d(t), \quad (2.12)$$

$$y_d = C_d x_d(t) + D_d u_d(t). \quad (2.13)$$

A continuación se ven las nuevas dimensiones de las matrices de la realización para el modelo de doble apoyo

$x_d \in \mathbb{R}^6$  : Vector de estado,  
 $u_d \in \mathbb{R}^3$  : Señales de control,

$y_d \in \mathbb{R}^3$  : Variables controladas,  
 $A_d \in \mathbb{R}^{6 \times 6}$  : Matriz Dinámica o Jacobiano,  
 $B_d \in \mathbb{R}^{6 \times 3}$  : Matriz de Entradas,  
 $C_d \in \mathbb{R}^{3 \times 6}$  : Matriz de Salidas,  
 $D_d \in \mathbb{R}^{3 \times 3}$  : Matriz Nula, ya que no hay una conexión directa entre la salida y la entrada.

La reducción del tamaño de las matrices del modelo linealizado están asociadas a una reducción de orden del sistema, que a su vez está directamente ligado con la reducción de la movilidad del mecanismo.

Una decisión de diseño que se debe tomar, consiste en definir cuales son las articulaciones en las cuales se deben poner los torques de entrada y cuales serán los ángulos de salida. Como se puede ver en la Figura 2.7 hay seis articulaciones y en vista de que la movilidad es tres, lo que indica que el mínimo número de actuadores activos para tener control total de las articulaciones debe ser tres, se deben definir las articulaciones que tendrían los actuadores activos. La estrategia propuesta consiste en activar los tres actuadores de la pierna que en el estado anterior tenía apoyo simple, esto con el fin de evitar cambios bruscos en el seguimiento de las referencias.

En el modelado de doble apoyo estudiado, se toman como entradas y salidas a los torques y los ángulos del tobillo derecho, rodilla derecha y cadera derecha. Se fabrica el modelo en *SimMechanics* para esas condiciones teniendo en cuenta que se trata de una cadena cinemática cerrada, se busca el punto de equilibrio y finalmente se linealiza con los mismos procedimientos realizados para el modelo de simple apoyo, ver (Apéndice B.2).

Con el cambio de apoyo simple a doble apoyo y la reducción de orden ya explicada, queda por definir cuales estados son los que se han eliminado del sistema y cuales son los significados físicos de cada una de las variables de estado. El significado físico del vector de estado para el modelo de doble soporte en la transferencia de pie derecho al pie izquierdo es mostrado en la Tabla 2.5

Tabla 2.5: Variables de estado doble apoyo

Variable de Estado	Significado Físico de los Estados
X1	Cadera Derecha: Ángulo
X2	Rodilla Derecha: Ángulo
X3	Tobillo Derecho: Ángulo
X4	Cadera Derecha: Velocidad Angular
X5	Rodilla Derecha: Velocidad Angular
X6	Tobillo Derecho: Velocidad Angular

Una vez definidas las variables de estado del modelo se construyen las matrices de controlabilidad  $\Theta_{dc}$  y observabilidad  $\Theta_{do}$

$$\Theta_{dc} = [ B_d \quad A_d B_d \quad A_d^2 B_d \quad \dots \quad A_d^{n-1} B_d ], \quad (2.14)$$

$$\Theta_{do} = \begin{bmatrix} C_d \\ C_d A_d \\ C_d A_d^2 \\ \vdots \\ C_d A_d^{n-1} \end{bmatrix}. \quad (2.15)$$

Si se compara el rango de la matriz de controlabilidad con el rango de  $A_d$ , se obtiene que

$$\text{rank}(\Theta_{dc}) = \text{rank}(A_d) = 6, \quad (2.16)$$

entonces el par  $(A_d, B_d)$  es controlable. De igual manera, comparando el rango de la matriz de observabilidad  $\Theta_{do}$  con el rango de la matriz  $A_d$  se tiene que

$$\text{rank}(\Theta_{do}) = \text{rank}(A_d) = 6, \quad (2.17)$$

entonces el par  $(A_d, C_d)$  es observable.

Con el modelo linealizado se puede definir una planta generalizada  $G_{sys_d}$  de la forma

$$G_{sys_d} = \left[ \begin{array}{c|c} A_d & B_d \\ \hline C_d & D_d \end{array} \right].$$

Al igual que para el caso de apoyo simple se calculan los ceros de  $G_{sys_d}$  y se encuentra que algunos ceros se encuentran en el semiplano derecho del plano complejo, por consiguiente el modelo en doble apoyo también es no mínima fase.

## Capítulo 3

# Diseño del Control

### 3.1 Problema de Control

El problema de control de un exoesqueleto de marcha es similar en algunos puntos al control de un robot bípedo, aunque con unas fuertes diferencias en cuanto a la dinámica del paciente. El control de un exoesqueleto tiene múltiples objetivos que son dependientes los unos de los otros. Un primer objetivo consiste en mantener el cuerpo en equilibrio para evitar cualquier tipo de caída que podría poner en peligro la integridad del paciente. Un segundo objetivo es realizar un desplazamiento por medio de una marcha segura, efectiva y eficiente.

El equilibrio del exoesqueleto se divide en equilibrio estático y dinámico. El equilibrio estático hace referencia al equilibrio del cuerpo mientras se encuentra de pie sin caminar, mientras que el equilibrio dinámico se da en el transcurso de la caminata. Entre los trabajos más representativos acerca de la marcha se pueden destacar los trabajos de Vukobratovic con su teoría ZMP (*Zero Moment Point*) la cual permite definir en que posición deben estar los pies para mantener el cuerpo en equilibrio [66]. Por otro lado Kajita basado en el concepto de ZMP ha desarrollado estrategias para generar los patrones de marcha que llevan al cuerpo a través de una caminata con equilibrio dinámico [30].

Determinar cual es el lugar en el que los pies deben ubicarse para que el sistema se conserve en pie es un lazo exterior de control, dentro de dicho lazo existe un lazo encargado de realizar un seguimiento de la trayectoria para que el patrón de marcha generado tenga el efecto esperado. En esta tesis se concentran los esfuerzos en el problema del control de seguimiento de la trayectoria generada por el patrón de marcha.

El sistema de control de seguimiento de trayectoria del exoesqueleto es un sistema multivariable en el cual se controlan los ángulos de las articulaciones por medio de unos torques de entrada. La Figura 3.1 muestra la estructura de control del sistema con múltiples entradas y múltiples salidas, también se resalta el acoplamiento dinámico de los ángulos con respecto a los torques de entrada y la inestabilidad intrínseca de la planta formada por el cuerpo del paciente y el exoesqueleto.

Un punto adicional que se desea resaltar son las incertidumbres que existen en la planta. En el factor  $\Delta$  se incluyen las incertidumbres de las dinámicas despreciadas, los parámetros desconocidos y la variación de parámetros causada por los cambios naturales de un ente biológico como el cuerpo del paciente. El sistema de control diseñado además de seguir la trayectoria dispuesta, debe mantener un desempeño aceptable a pesar de las incertidumbres y rechazar las perturbaciones con las que el medio externo pueda afectarlo.

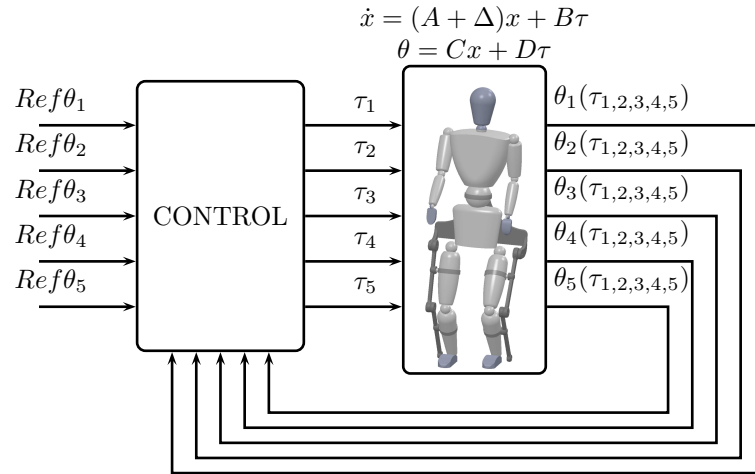


Figura 3.1: Problema de control.

Como se mostró en el capítulo anterior, el proceso de marcha provoca un cambio en la dinámica del sistema dependiendo del tipo de apoyo en el cual se encuentra el cuerpo. La solución propuesta en esta tesis consiste en diseñar controladores que cumplan con las especificaciones para cada fase de la marcha por separado y después integrar las estrategias en un algoritmo que permita usar el controlador indicado para cada fase de la marcha.

Debido a las características de inestabilidad que muestra la planta, en el análisis de los valores propios de la matriz dinámica del modelo linealizado, tal como se expuso en la (sección 2.4), el primer objetivo que se desea cumplir con el control, es asegurar la estabilidad de la planta. Para dicha tarea se propone una realimentación de estado, que gracias a que los modelos para apoyo simple y apoyo doble son controlables y observables, se puede asegurar la estabilidad del sistema de lazo cerrado. A continuación se presenta la estrategia de realimentación de estado.

### 3.2 Control por Realimentación de Estado

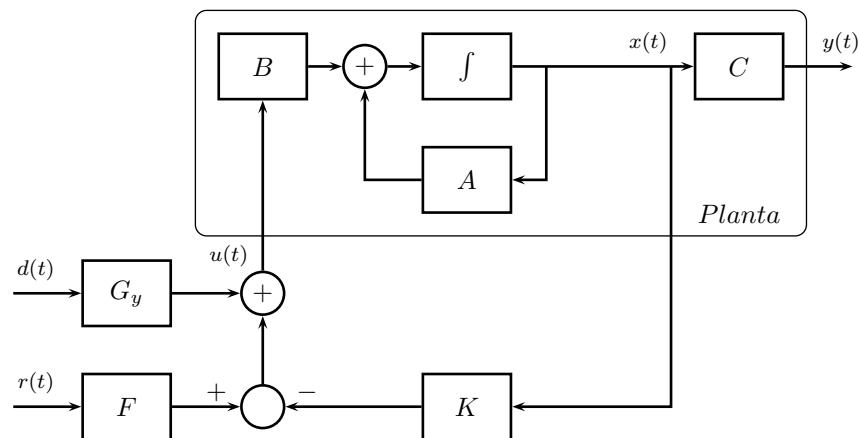


Figura 3.2: Estructura de control por realimentación de estado con pre-compensador y perturbaciones en la entrada.

La Figura 3.2 muestra la estructura de control propuesta para la realimentación de variables de estado. En esta sección del trabajo se desarrolla una estrategia de control para un soporte simple del pie derecho y después un controlador para el doble apoyo en la transferencia del pie derecho al pie izquierdo.

La estructura de control para realimentación de variables de estado permite fijar algunas características del sistema de lazo cerrado, mediante el diseño de una matriz de ganancias de realimentación de estado. Para proceder con el diseño de este controlador se debe cumplir con un par de premisas que consisten en que el sistema sea controlable y que se conozcan los valores de los estados, ya sea que estos se midan a través de sensores o que puedan ser estimados por medio de observadores, este último punto se resume en que el subconjunto de estados controlables sean observables.

En la Figura 3.2 de la estructura de control para la realimentación de estado se incluye un bloque de precompensación  $F$  y otro de perturbaciones en la entrada  $G_y$ . Para diseñar el controlador de realimentación de estado  $K$  inicialmente se supone  $F = I$  y  $d(t) = 0$ . Se obtiene la representación de estado del sistema en lazo cerrado de tal forma que la entrada  $u$  del sistema ahora es  $u = r - Kx$  y por consiguiente la ecuación de estado toma la siguiente forma

$$\dot{x} = Ax + B(r - Kx), \quad (3.1)$$

$$\dot{x} = Ax - BKx + Br, \quad (3.2)$$

$$\dot{x} = (A - BK)x + Br, \quad (3.3)$$

donde  $(A - BK)$  contiene la dinámica del sistema en lazo cerrado y  $r$  es la nueva entrada del sistema.

Los polos del sistema en lazo abierto son  $\lambda_i(A)$  para todo  $i = 1, \dots, j$  con  $j = 10$ , los cuales corresponden a los valores propios de la matriz  $A$  de la representación de estado del sistema linealizado.

$$\lambda(A) = \begin{bmatrix} -32,6265 \\ 29,8024 \\ -2,6510 + 8,9940i \\ -2,6510 - 8,9940i \\ 9,1332 \\ -9,5344 \\ -0,0862 + 4,3399i \\ -0,0862 - 4,3399i \\ 2,7769 \\ -2,781 \end{bmatrix}.$$

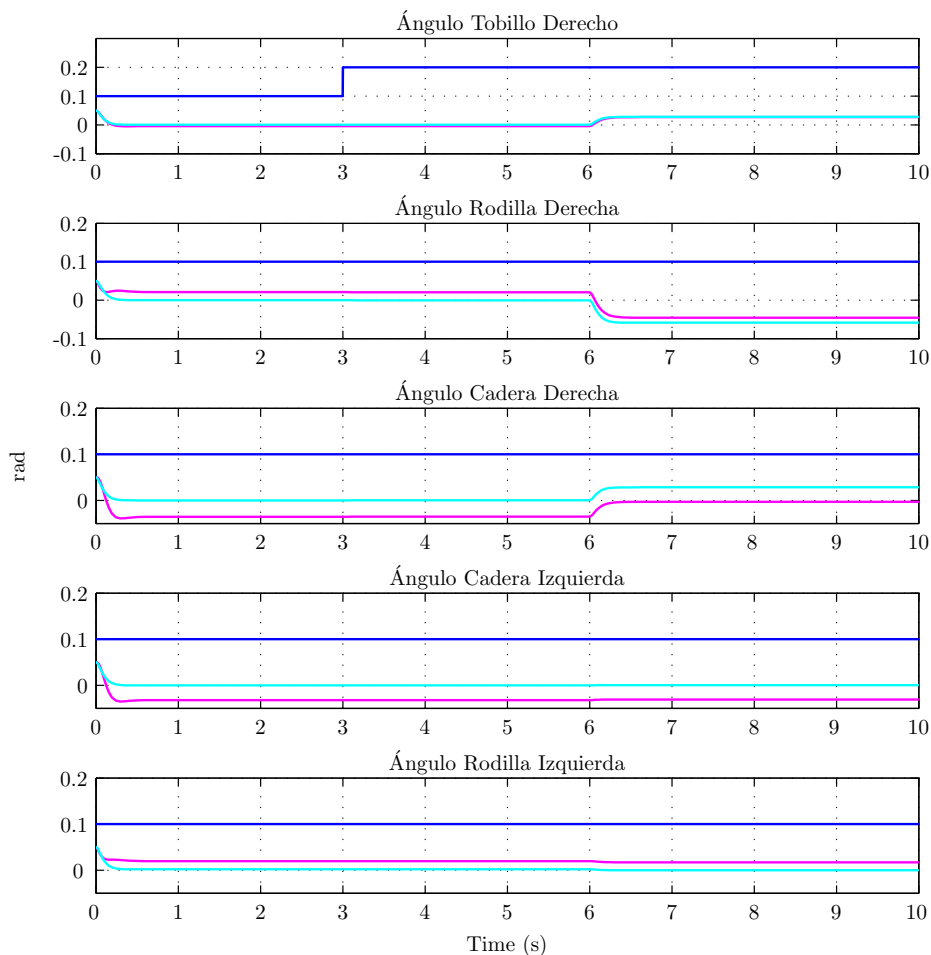
La parte real de algunos valores propios es positiva, lo cual indica que estos polos se ubican en el semiplano derecho del plano complejo, con lo que se concluye que el sistema es inestable.

El primer objetivo que se desea lograr con el controlador es estabilizar el sistema de lazo cerrado. Este proceso se realiza con la asignación de polos de lazo cerrado basados en la nueva forma de la ecuación de estado. La matriz  $(A - BK)$  define la dinámica del lazo cerrado donde  $A$  y  $B$  son matrices propias del sistema, pero es posible escoger  $K$  de tal manera que los valores propios de  $(A - BK)$  tengan parte real negativa y lograr que el sistema sea estable.

Por medio de un proceso de asignación de polos se pueden obtener las constantes del controlador, con los cuales se simulan el modelo de cuerpos rígidos o sistema multicuerpos construido en *SimMechanics* y el modelo linealizado representado en espacios de estado. Para este controlador se decide ubicar los polos en el semiplano izquierdo con valores reales y una diferencia pequeña para evitar la posibilidad de polos dominantes. A continuación se muestran los valores de los polos asignados

$$Polos_{T_{RVE}} = [ -39 \quad -39,6 \quad -40,2 \quad -42,8 \quad -36 \quad -38 \quad -40 \quad -42 \quad -44 \quad -44,2 ].$$

La Figura 3.3 muestra el comportamiento del sistema con realimentación de estado y ubicación de polos manual. Se expone el sistema de control a referencias constantes para un periodo de tiempo de 0s hasta 3s, pero con valores iniciales diferentes de cero. La respuesta del sistema linealizado y el modelo no lineal en *SimMechanics* muestran que el controlador estabiliza el sistema haciendo converger las variables del sistema linealizado a cero y las salidas del sistema no lineal a valores cercanos de cero. Las respuestas del sistema lineal y no lineal son cercanas a pesar de que el sistema no lineal esta trabajando alejado del punto de equilibrio, alrededor del cual se realizo la linealización. Se realiza un cambio tipo escalón en la referencia del tobillo derecho en el tiempo  $t = 3s$ , ante este cambio en la referencia no se observa ningún cambio considerable en los ángulos de las articulaciones, por lo cual se concluye que este tipo de control no tiene un buen seguimiento de la referencia. En el tiempo  $t = 6s$  el sistema se expone a una perturbación tipo escalón en el torque de entrada al tobillo derecho de un 10% de la señal de control actual. Se puede apreciar que aunque el sistema se mantiene estable después de ser perturbado, aparece una modificación en el error de seguimiento y dicha perturbación afecta a las articulaciones diferentes del tobillo derecho. Finalmente se resalta que durante todo el tiempo de la simulación persiste la existencia de error en estado estacionario.



(Azul: Ref, Magenta: Sistema multicuerpos, Cian: Sistema linealizado)

Figura 3.3: Respuesta del sistema con realimentación de variables de estado.

Con el fin de eliminar el error de estado estacionario del sistema se diseña un precompensador  $F$  dado por la ecuación

$$F = T^{-1}(0), \quad (3.4)$$

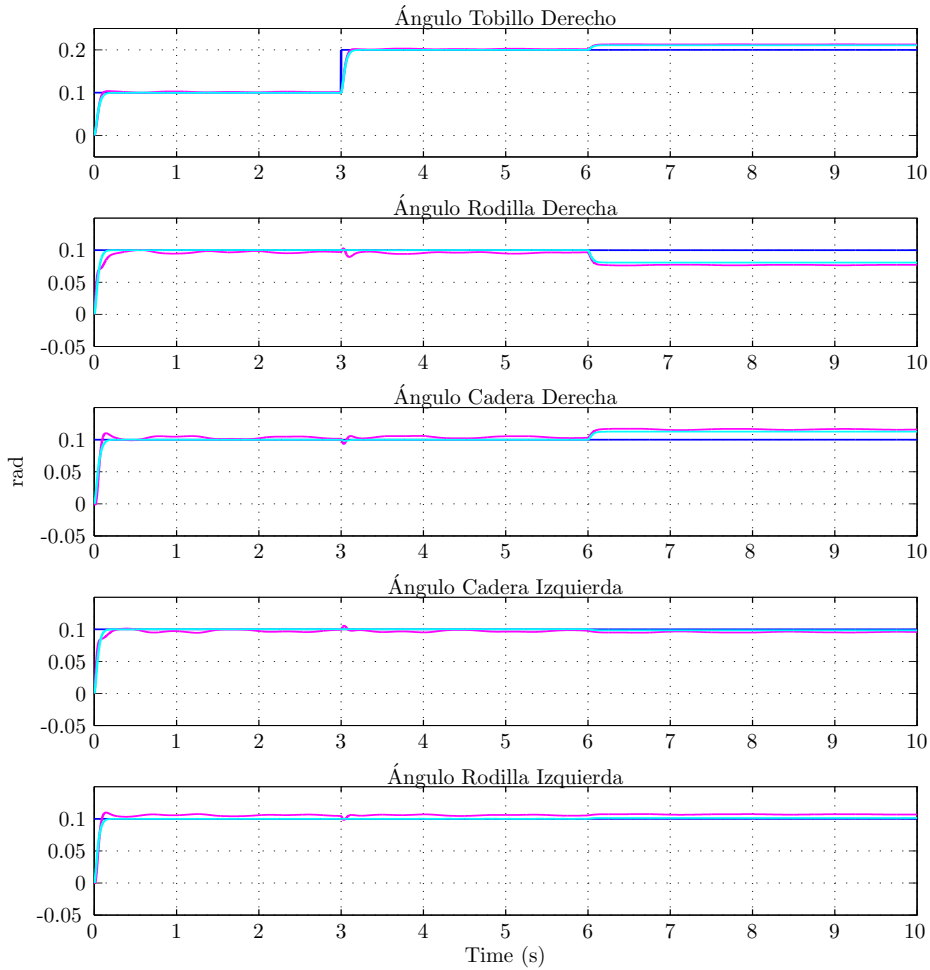


donde  $T(0)$  es considerado el valor de d.c. del sistema de lazo cerrado, el cual se puede calcular partiendo de la función de transferencia de lazo cerrado dada por

$$y(s) = [C(sI - A + BK)^{-1}B + D] r(s). \quad (3.5)$$

Dado que todos los polos de  $A - BK$  tienen parte real negativa, la ganancia d.c. es finita y se calcula evaluando el  $\lim_{s \rightarrow 0} T(s)$

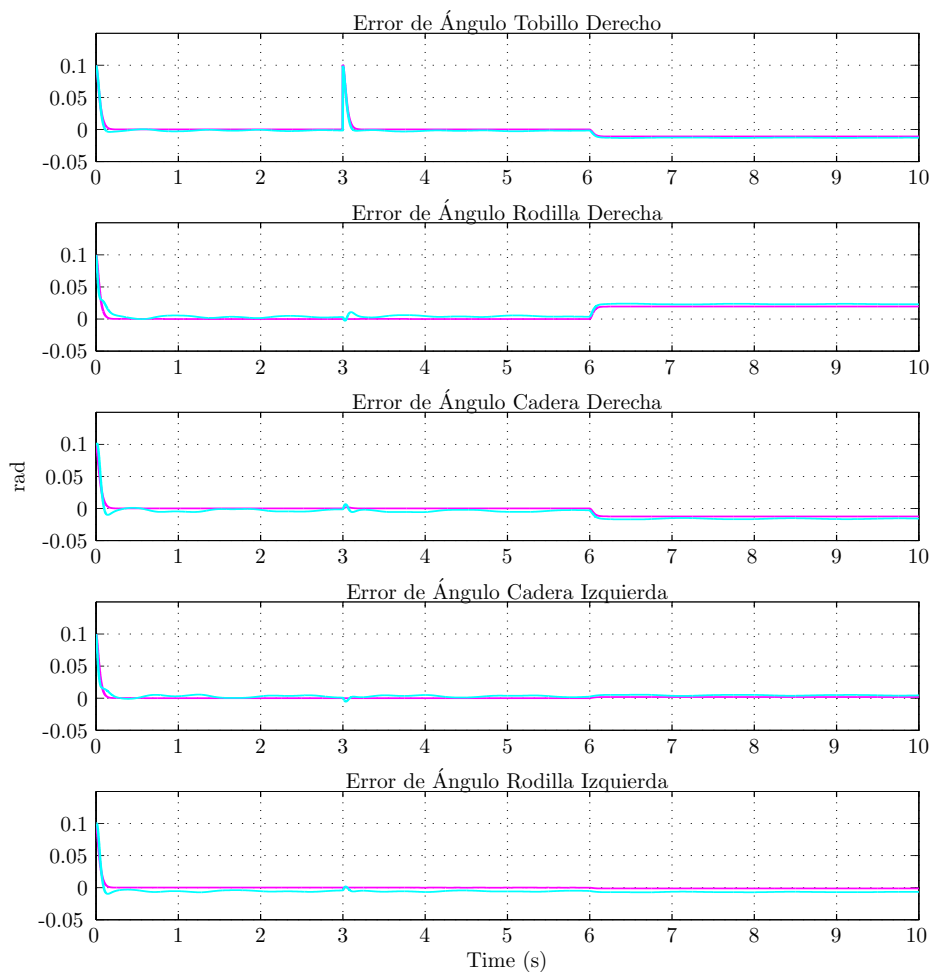
$$T(0) = \frac{y(0)}{r(0)} = C(0I - A + BK)^{-1}B + D. \quad (3.6)$$



(Azul: Ref, Magenta: Sistema multicuerpos, Cian: Sistema linealizado)

Figura 3.4: Respuesta del sistema con realimentación de variables de estado con precompensador.

La Figura 3.4 muestra la respuesta del sistema con precompensador. Con la simulación del sistema de control desde una posición inicial cero hasta otra dada en la referencia azul, se puede ver claramente que el sistema se estabiliza y las variables controladas se encuentran más cerca de las referencias que en el caso del sistema sin precompensador, la Figura 3.4 tiene un cambio en la referencia del tobillo derecho en  $t = 3s$  ante la cual se puede apreciar que aunque la referencia del ángulo de tobillo derecho es seguida, las otras variables sufren perturbaciones. En el tiempo  $t = 6s$  se aplica una perturbación sobre la entrada de control del ángulo del tobillo derecho equivalente al 10% de la señal de control actual, ante la cual el sistema reacciona, aunque el rechazo de la perturbación no es suficiente para



( Magenta: Error del sistema multicuerpos, Cian: Error del sistema linealizado)

Figura 3.5: Respuesta del sistema con realimentación de variables de estado con precompensador.

mantener el error en cero. La perturbación en el torque del tobillo derecho no solo afecta el estado del ángulo del tobillo derecho, sino también el ángulo de las otras articulaciones, ahí se ve reflejada la dinámica acoplada de toda la planta.

La Figura 3.5 muestra el comportamiento del error del sistema linealizado y el sistema multicuerpos expuesto al control por realimentación de estado con precompensador, se puede ver como la respuesta del sistema linealizado lleva los errores a cero durante los primeros seis segundos aunque después de la perturbación el sistema no tiene la capacidad de mantener el error en cero.

Las simulaciones que se han hecho hasta este punto, muestran el comportamiento del sistema linealizado y el sistema multicuerpos no lineal. Estas simulaciones de los dos modelos en simultanea, expuestos a los mismos cambios de referencia y a las mismas perturbaciones, se realizan con el objetivo de evidenciar la similitud de las respuestas de los dos modelos.

En este punto del diseño de controladores por realimentación de estado, se aplican las estrategias anteriores para el modelo de doble apoyo. Debido al desempeño mostrado por el controlador con precompensador se diseña un controlador similar para controlar el modelo con doble apoyo. Se debe tener en cuenta que el vector de estado del modelo con doble apoyo tiene seis variables de estado

contra diez del modelo de simple apoyo, esto implica que el número de polos a asignar no es diez sino solamente seis. A continuación se presentan los valores de los polos de lazo cerrado que se desean para el modelo de doble apoyo.

$$Polos_{T_{RVE}.d} = [ -44,2 \quad -36 \quad -38 \quad -40 \quad -42 \quad -44 ] .$$

La Figura 3.6 muestra el comportamiento del modelo con doble apoyo. Los ángulos a controlar se estabilizan, pero el seguimiento de referencia para el sistema multicuerpos mantiene error en estado estacionario. Al igual que en la simulación del modelo con apoyo simple se realiza una perturbación en  $t = 6s$  pero el sistema de control no rechaza la perturbación.

En la simulación mostrada en la Figura 3.6 se puede resaltar que los ángulos de la cadera, rodilla y tobillo izquierdo se mantienen estables sin ninguna señal de control directa en la articulación. Eso debido a que dichos ángulos en este modelo son función de los ángulos de la cadera, rodilla y tobillo derechos.

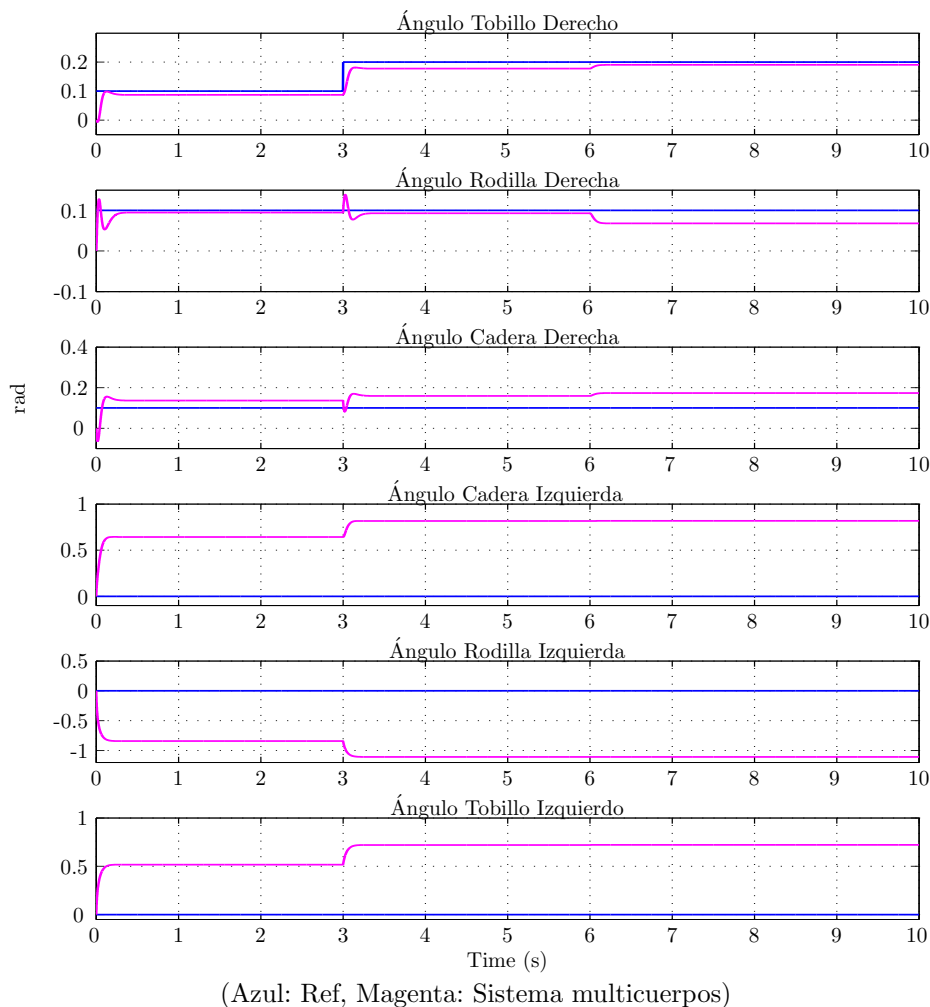


Figura 3.6: Respuesta del sistema con doble soporte con realimentación de variables de estado y precompensador.

Con el fin de eliminar los errores en estado estacionario presentados en esta estrategia de control, se propone una estrategia que incluya una acción integral del error que lleve el error a cero y tenga un

mejor rechazo de perturbaciones. Dicha estrategia es denominada PI Vectorial y se describe a continuación.

### 3.3 Control PI-Vectorial

Con el fin de realizar un seguimiento de las referencias y que el error en estado estacionario tienda a cero, se usa una estrategia de control que incluya una acción integral del error, formado por la diferencia entre la referencia  $r(t)$  y el valor de salida  $y(t)$ . La estructura de control PI Vectorial propuesta se muestra en la Figura 3.7.

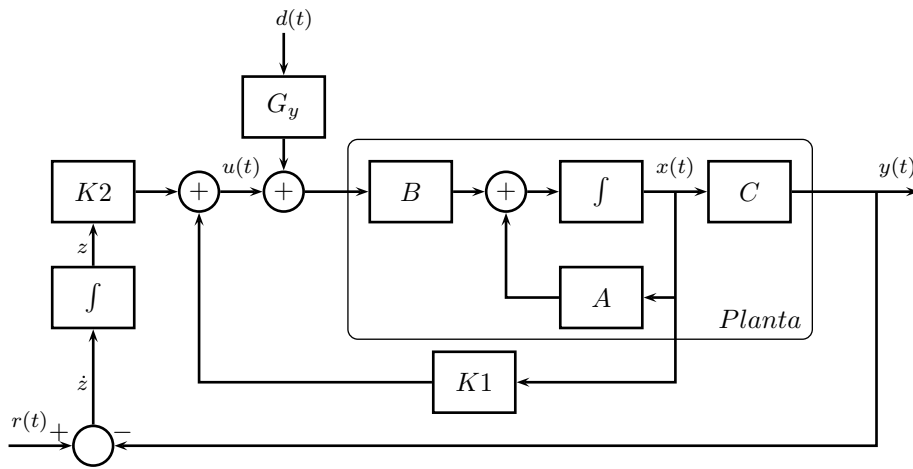


Figura 3.7: Estructura de control PI Vectorial con perturbaciones en la entrada

El método de control PI Vectorial tiene como objetivo lograr que el error tienda a cero  $e = r - y \rightarrow 0$ , para esto se adiciona un grupo nuevo de variables de estado  $z$  que satisfacen la siguiente relación

$$\dot{z} = r - y = r - Cx = \text{error}. \quad (3.7)$$

Ahora se pueden presentar las ecuaciones de estado que rigen el sistema de lazo cerrado. La primera ecuación (3.8) es propia de la dinámica del sistema, mientras que en (3.9) se incluyen las nuevas variables de estado.

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (3.8)$$

$$\dot{z} = -Cx + r(t), \quad (3.9)$$

donde

$$u = K_1x + K_2z. \quad (3.10)$$

Explorando el sistema en lazo abierto se obtiene la siguiente representación de espacio de estado

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix} u + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r, \quad (3.11)$$

$$y = \begin{bmatrix} C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}, \quad (3.12)$$

donde

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & 0 \\ -C & 0 \end{bmatrix}, \quad (3.13)$$

$$\bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (3.14)$$

$$\bar{C} = [C \ 0]. \quad (3.15)$$

Con las ecuaciones de estado obtenidas en (3.8) y (3.9) y la ecuación de control (3.10) se puede crear un sistema de lazo cerrado descrito por

$$\dot{x} = Ax + B(K_1x + K_2z), \quad (3.16)$$

$$\dot{z} = Ax + BK_1x + BK_2z, \quad (3.17)$$

$$\dot{x} = (A + BK_1)x + BK_2z. \quad (3.18)$$

Partiendo de (3.9) y (3.18) se obtiene la representación de estado de lazo cerrado, dada por

$$\begin{bmatrix} \dot{x} \\ \dot{z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A + BK_1 & BK_2 \\ -C & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix} r, \quad (3.19)$$

donde se puede definir que

$$\hat{A} = \begin{bmatrix} A + BK_1 & BK_2 \\ -C & 0 \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

Los valores propios y vectores propios de la matriz  $\hat{A}$  determinan el comportamiento del sistema en lazo cerrado. Una condición necesaria para asignar la estructura propia de  $\hat{A}$  es que el par  $(\bar{A}, \bar{B})$  sea controlable o de manera equivalente se requiere que

$$\text{rank} \begin{bmatrix} B & A \\ 0 & -C \end{bmatrix} = \text{rank}(A) + n = 15, \quad (3.21)$$

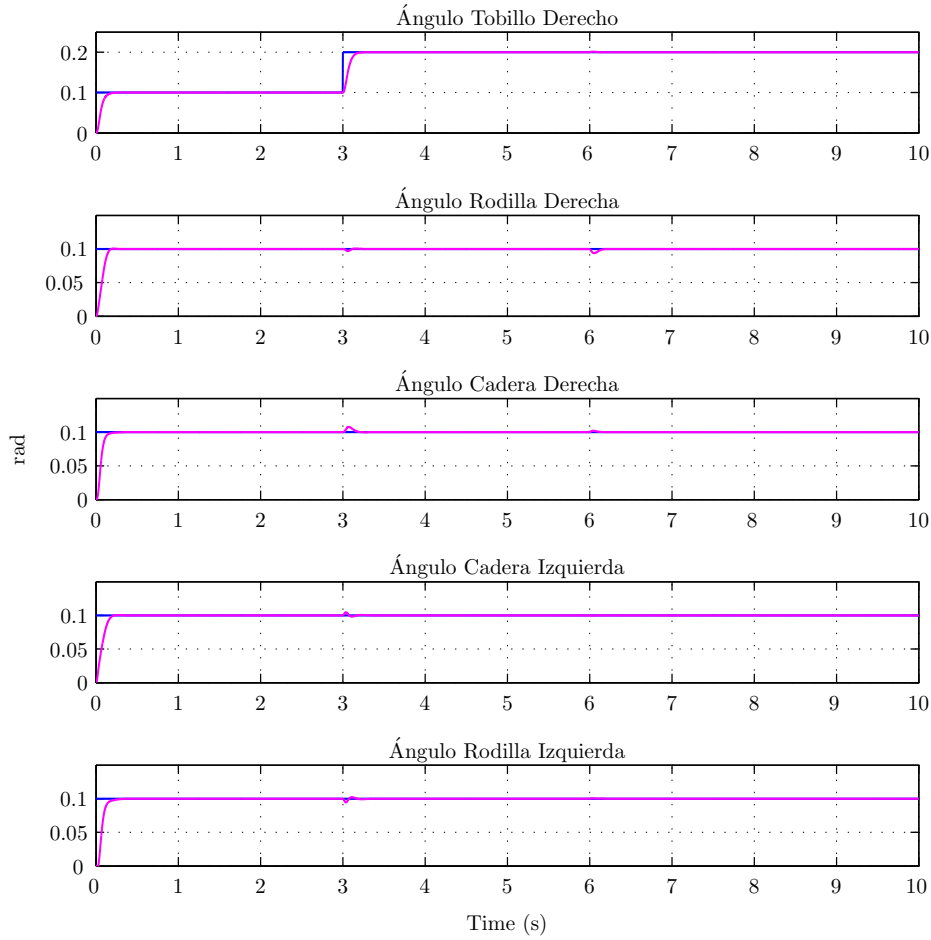
donde el rango de la matriz  $A = 10$  más el número de señales controladas  $n = 5$  es igual a 15.

Como la condición 3.21 es satisfecha, se puede decir que el par  $(\bar{A}, \bar{B})$  es controlable y se pueden asignar los polos de lazo cerrado que garanticen la estabilidad del sistema. Antes de escoger los polos de lazo cerrado se tiene en cuenta que  $\hat{A}$  está definida en  $\mathbb{R}^{15 \times 15}$ , por tanto se deben asignar 15 polos. Los polos asignados se presentan a continuación y cumplen con la condición de tener parte real negativa, condición necesaria para garantizar la estabilidad. En este caso se asignan polos reales negativos que además, tienen valores con dispersión pequeña para evitar dinámicas dominantes.

$$Polos_{T_{PIV}} = \begin{bmatrix} -39 & -39,6 & -40,2 & -42,8 & -44,2 & -36 & -38 & -40 & -42 & \dots \\ & & \dots & -44 & -41 & -40,4 & -38,2 & -36,2 & -36,4 & -36,6 \end{bmatrix}.$$

Por medio de un método de asignación de polos se puede encontrar una solución factible para los valores de  $K_1$  y  $K_2$ . Estos valores pueden variar de acuerdo con la asignación de la estructura propia completa, es decir además de los valores propios, también se pueden asignar los vectores propios, en esta fase del trabajo sólo se le presta atención a los valores propios, debido a que son estos los que determinan la estabilidad del sistema en lazo cerrado.

Con el controlador diseñado se hacen simulaciones que permitan observar el comportamiento del sistema. La Figura 3.8 muestra la respuesta del sistema multicuerpos expuesto a una referencia paso en la fase de simple apoyo. Se puede apreciar como el sistema realiza una corrección del error efectiva, incluso cuando se expone el sistema a un cambio de referencia en  $t = 3$  y una perturbación en el torque del tobillo derecho en  $t = 6$ .



(Azul: Ref, Magenta: Sistema multicuerpos)

Figura 3.8: Respuesta del sistema con simple apoyo con PI Vectorial.

Se puede destacar el buen funcionamiento del controlador actuando de acuerdo a lo esperado de una estrategia de control multivariable como la implementada con el control PI Vectorial. El acierto de la estrategia de control esta basada fundamentalmente en que el cambio en el estado del tobillo derecho en  $t = 3s$  no ocasiona cambios relevantes en el estado de los ángulos de las demás articulaciones. A pesar de que el cambio brusco de la referencia del tobillo derecho provoca unas perturbaciones en los estados de las restantes articulaciones son rápidamente corregidos y llevan el error a cero.

La Figura 3.9 muestra la señal de control en la simulación anterior. Aunque el comportamiento del sistema de control es bueno las señales de control tienen picos máximos altos. Estos altos requerimientos de señales de control convierte el sistema en un sistema con poca viabilidad debido a que los actuadores requeridos serían desproporcionados con respecto al sistema completo.

Ahora se usa la misma estructura de control del PI Vectorial para controlar el modelo con doble apoyo. En primera instancia se revisa la controlabilidad del par  $(\bar{A}_d, \bar{B}_d)$  y después se define la matriz dinámica de lazo cerrado para doble soporte  $\hat{A}_d \in \mathbb{R}^{9 \times 9}$ , lo cual indica que se deben asignar nueve polos. A continuación se presentan los valores de los polos, los cuales cumplen con las condiciones descritas anteriormente para satisfacer con el requerimiento de estabilidad del sistema de lazo cerrado.

$$Polos_{T\_PI\_V\_d} = [ -39 \quad -39,6 \quad -40,2 \quad -42,8 \quad -44,2 \quad -36 \quad -38 \quad -40 \quad -42 ] .$$

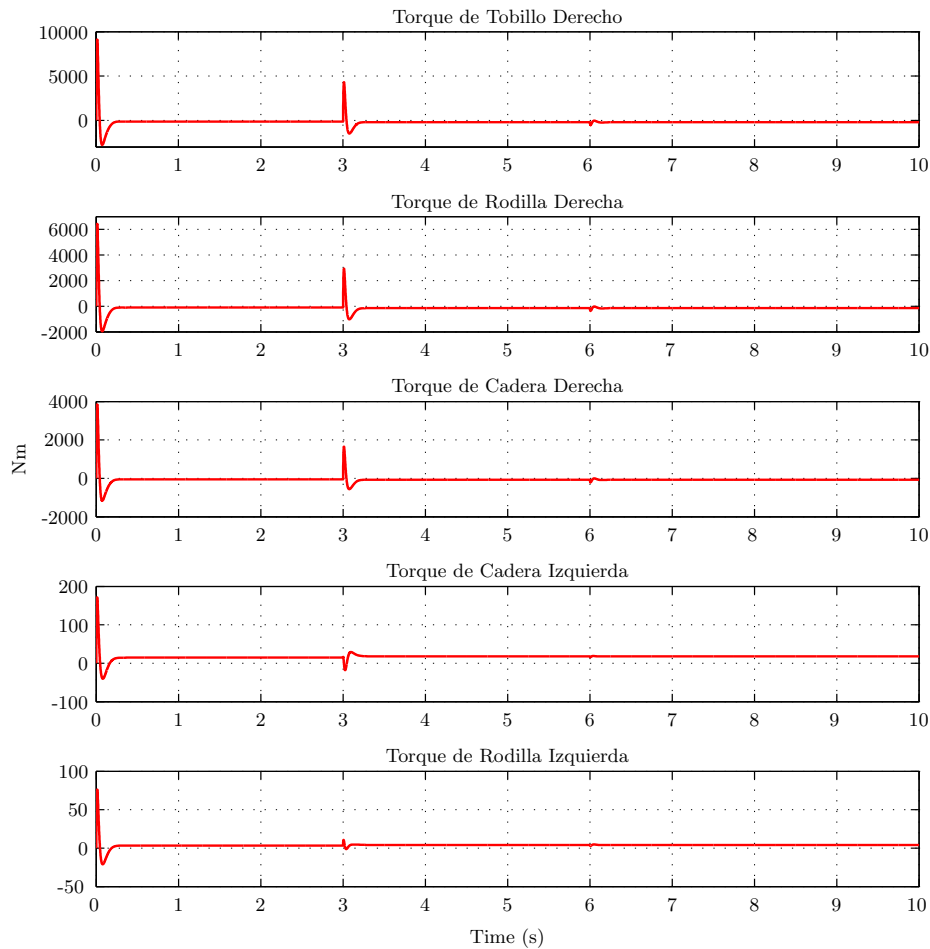
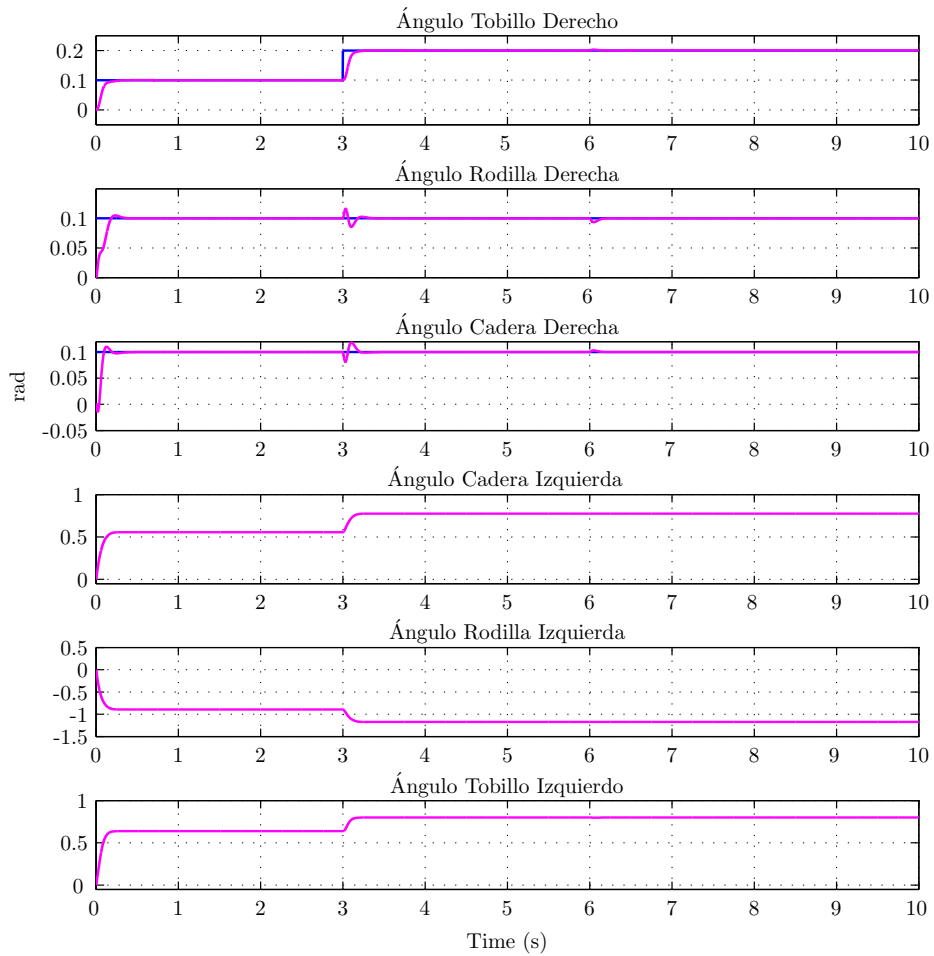


Figura 3.9: Señal de Control del sistema con simple apoyo con PI Vectorial.

La Figura 3.10 muestra la respuesta del sistema de control del modelo de apoyo doble. Esta simulación se realiza con las mismas referencias y perturbaciones que el control por realimentación de variables de estado para doble soporte de la anterior sección. Se puede ver que el sistema de control tiene un buen seguimiento de la referencia y un buen rechazo de perturbaciones. Cabe destacar que en esta simulación el ángulo de la cadera, rodilla y tobillo izquierdo son función de las variables controladas y por esa razón también se mantienen estables.

Finalmente en el análisis de la señal de control presentada en la Figura 3.11 se puede ver que los picos máximos de control están en el orden de  $4 \times 10^4$  Nm. lo cual es un requerimiento de torque más alto que los requerimientos de soporte simple.

Con el fin de obtener señales de control con requerimientos inferiores y con el mejor desempeño del controlador posible, se implementa una estrategia de optimización que permita asignar una estructura propia que realice un balance entre el desempeño del controlador y la magnitud de la señal de control. Dicha estrategia de control esta basada en el método LQR que se muestra a continuación.



(Azul: Ref, Magenta: Sistema multicuerpos)

Figura 3.10: Respuesta del sistema con doble apoyo con PI Vectorial.

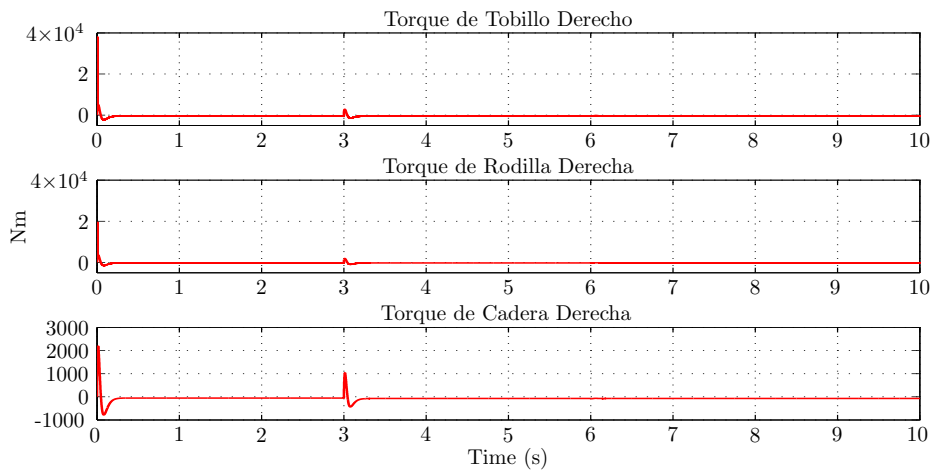


Figura 3.11: Señal de Control del sistema con doble apoyo con PI Vectorial.



### 3.4 Control PI-Vectorial con LQR

En este punto se hace importante determinar las constantes del controlador que sacan el mayor provecho de los elementos del lazo de control, con un desempeño y robustez aceptables. Con el fin de que los actuadores puedan otorgar el torque suficiente para mantener el sistema estable y realizar un seguimiento de la referencia adecuado, los límites máximos habilitados para las señales de control no deben ser excedidos.

La asignación de la estructura propia constituida por los valores y vectores propios del sistema de lazo cerrado, está ligada directamente a los picos máximos de las señales de control y a la capacidad de seguir una trayectoria. Por esta razón se implementa una estrategia de optimización para asignar una estructura propia que garantice polos estables y que proporcione un desempeño adecuado.

#### Problema de optimización

Como se pudo ver en los resultados de las simulaciones del controlador PI Vectorial, la estructura de control propuesta cuenta con la capacidad de cumplir con los requerimientos necesarios en una planta como la que se esta tratando de controlar. Por esta razón se propone usar la misma estructura de control de la Figura 3.7 y usar una estrategia de optimización para determinar cuales deben ser las ganancias del controlador.

Para abordar el caso específico de control del modelo linealizado se define un índice de desempeño con una propuesta denominada *Linear Quadratic Regulator* (LQR) que consiste en minimizar

$$J = \int_{t_0}^T \begin{bmatrix} x^T(t) & u^T(t) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q & M \\ M^T & R \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) \\ u(t) \end{bmatrix} dt, \quad (3.22)$$

$$= \int_{t_0}^T [x^T(t)Qx(t) + 2x^T Mu(t) + u^T(t)Ru(t)] dt. \quad (3.23)$$

sujeto a la ecuación de estado:

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (3.24)$$

En la ecuación de costo 3.23 se pueden penalizar los estados, las señales de control y también los productos entre los estados y las señales de control. Para este caso específico se define la matriz  $M$  nula, ya que no hay interés en el producto de las señales de control con los estados, obteniendo así

$$J = \int_{t_0}^T [x^T(t)Qx(t) + u^T(t)Ru(t)] dt, \quad (3.25)$$

donde  $Q$  es simétrica y positiva semidefinida ( $Q \succeq 0$ ) y  $R$  es simétrica y positiva definida ( $R \succ 0$ ).

La solución al problema de optimización se puede encontrar en [62, 44], la cual esta dada por

$$u(t) = -R^{-1}B^T P(t)x(t). \quad (3.26)$$

donde  $P(t)$  satisface la ecuación algebraica de Riccati por medio de la cual se asegura la estabilidad del sistema en lazo cerrado. A continuación se enuncia la ecuación algebraica de Riccati

$$Q + A^T P(t) + P(t)A - P(t)BR^{-1}B^T P(t) = 0 \quad (3.27)$$

Con la solución del problema de optimización dada en (3.26) con  $P(t)$  que satisface la ecuación algebraica de Riccati (3.27), queda por definir cuales deben ser los pesos  $Q$  y  $R$  en la función objetivo (3.25).

Un punto crítico es definir cuales son los valores de las matrices  $Q$  y  $R$  que ponderan el peso de cada una de las variables de estado o las señales de control. Primero se debe aclarar cuales son los objetivos de estas matrices. Un primer objetivo de las matrices de peso tiene que ver con el escalamiento de las variables, debido a que los datos a comparar no se encuentran en las mismas unidades dimensionales y segundo darle un grado relativo de importancia a algunas variables, con el fin de que tengan valores menores en la simulación. En el proceso de definir los valores con los cuales se hace el diseño del controlador, se tienen en cuenta las características de simetría y los requerimientos de positivas definida y semidefinida que tienen las matrices de peso. Con el propósito de escoger los pesos adecuados de la función objetivo y cumplir con los requisitos de las matrices, se usan matrices diagonales, con lo cual se logra que cada valor de la diagonal esté directamente asociado a una de las variables de estado o señales de control.

Un tema adicional a tener en cuenta a la hora de definir las matrices de peso es el significado físico de las variables de estado, a continuación se hace un resumen del significado de las variables de estado en el sistema de lazo cerrado.

$$\begin{aligned}x_1, \dots, x_5 &\equiv \theta_1, \dots, \theta_5, \\x_6, \dots, x_{10} &\equiv \dot{\theta}_1, \dots, \dot{\theta}_5, \\z_1, \dots, z_5 &\equiv \int_{t_0}^T e_1(t)dt, \dots, \int_{t_0}^T e_5(t)dt.\end{aligned}$$

Con el significado de las variables de estado establecido, se deduce que el objetivo de este controlador es reducir el error al mínimo posible, por lo cual se toma como base la matriz identidad y se incrementa el peso asociado con las variables  $z_1, \dots, z_5$ . Por otra parte se penalizan las señales de control que muestran los requerimientos más altos de energía, esto se realiza con el fin de lograr disminuir los picos máximos de control. A continuación se muestran los valores para las matrices  $Q$  y  $R$  para el modelo de apyo simple.

$$Q = \begin{bmatrix} I_{5 \times 5} & 0 & 0 \\ 0 & I_{5 \times 5} & 0 \\ 0 & 0 & Q_z \end{bmatrix},$$

donde

$$Q_z = \begin{bmatrix} 9 \times 10^{10} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 7 \times 10^{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \times 10^{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 5 \times 10^{10} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 3 \times 10^{10} \end{bmatrix},$$

y

$$R = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 10 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Mediante el comando  $lqr(A, B, Q, R)$  de Matlab <sup>®</sup> se calcula el controlador que optimiza el desempeño del sistema de lazo cerrado. La Figura 3.12 muestra el comportamiento del cuerpo con exoesqueleto en soporte simple y controlado con la estructura de PI Vectorial pero con asignación de estructura propia mediante LQR.

La Figura 3.13 muestra la señal de control para la simulación del controlador PI Vectorial con LQR. Con la simulación del sistema de control LQR se puede ver que persiste un buen seguimiento de la referencia, incluso con el cambio de la referencia en  $t = 3s$  y un buen rechazo de perturbaciones externas, como la realizada en  $t = 6s$  aplicando un torque aditivo a la señal de control del en tobillo derecho, con un valor equivalente al 10% de la señal de control en  $t = 6$ . Además se puede notar claramente que en comparación con la respuesta del control PI Vectorial los torques requeridos tienen

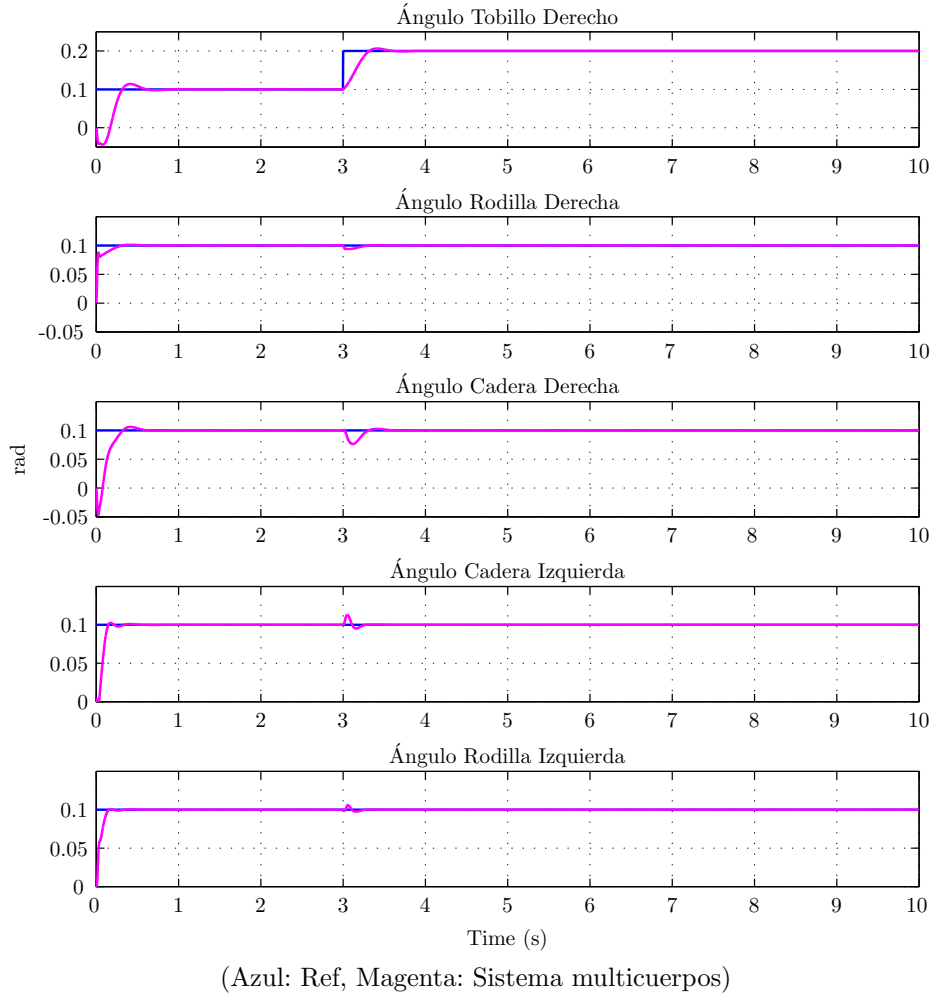


Figura 3.12: Respuesta del sistema con simple apoyo con PI Vectorial LQR.

unos rangos menores y el seguimiento de la referencia no se ve degradado en gran medida.

Se realiza un diseño homologo para el modelo de doble soporte con nuevas matrices de peso donde  $R_d = I_{3 \times 3}$  y  $Q_d$  se muestra a continuación

$$Q_d = \begin{bmatrix} I_{3 \times 3} & 0 & 0 \\ 0 & I_{3 \times 3} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{zd} \end{bmatrix},$$

donde

$$Q_{zd} = \begin{bmatrix} 7 \times 10^{12} & 0 & 0 \\ 0 & 7 \times 10^{12} & 0 \\ 0 & 0 & 8 \times 10^{11} \end{bmatrix}.$$

La Figura 3.14 muestra el comportamiento del modelo en doble apoyo con el controlador PI Vectorial sintonizado con LQR, en el cual un cambio en la referencia del tobillo derecho provoca una perturbación grande en el ángulo de la rodilla derecha, pero el error desciende a cero rápidamente. La Figura 3.15 muestra las señales de control para el modelo de doble apoyo con controlador LQR, se puede ver que los torques requeridos con este controlador son de alrededor de un 10% de los requeridos con el

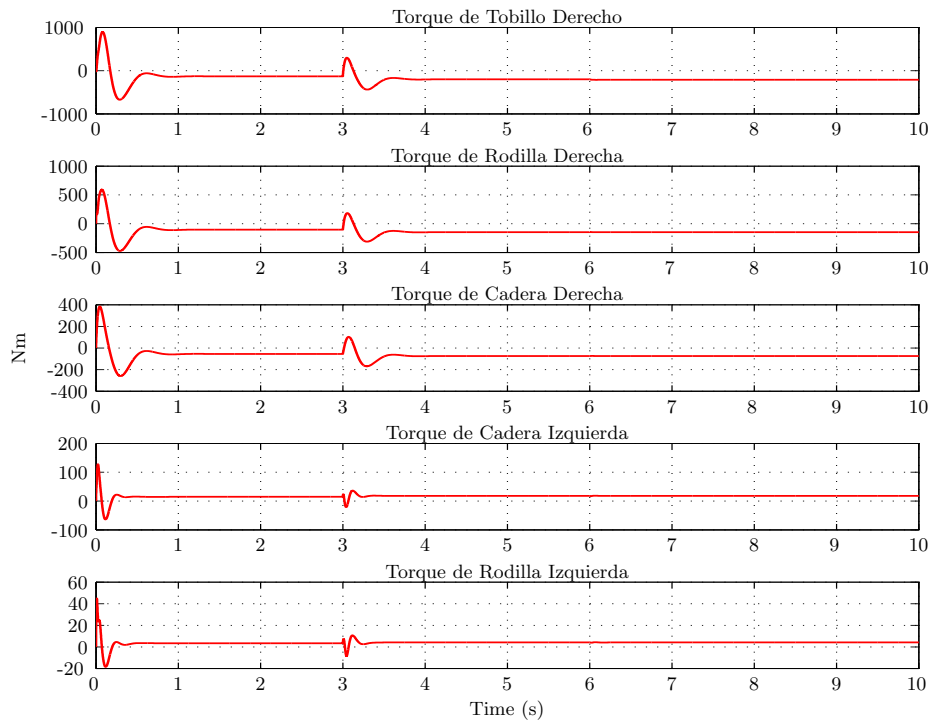


Figura 3.13: Señal de Control del sistema con simple apoyo con PI Vectorial LQR.

controlador PI Vectorial con ubicación de polos manual.

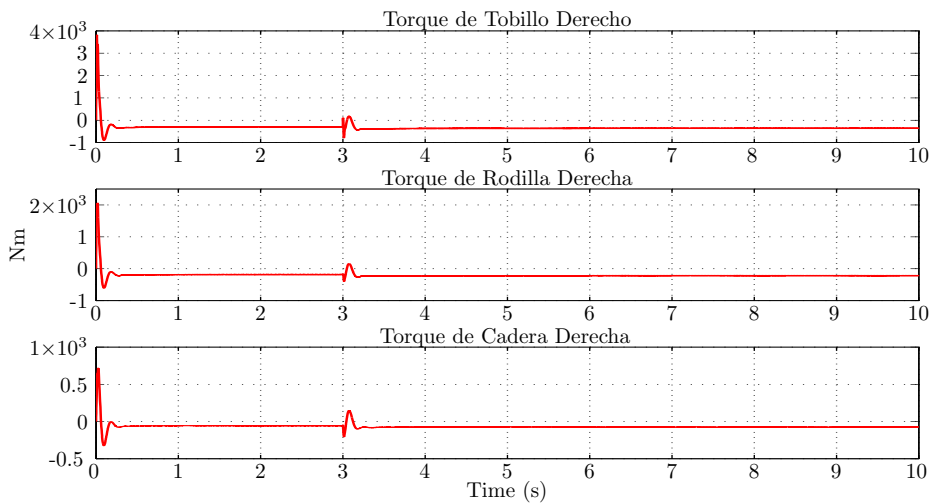
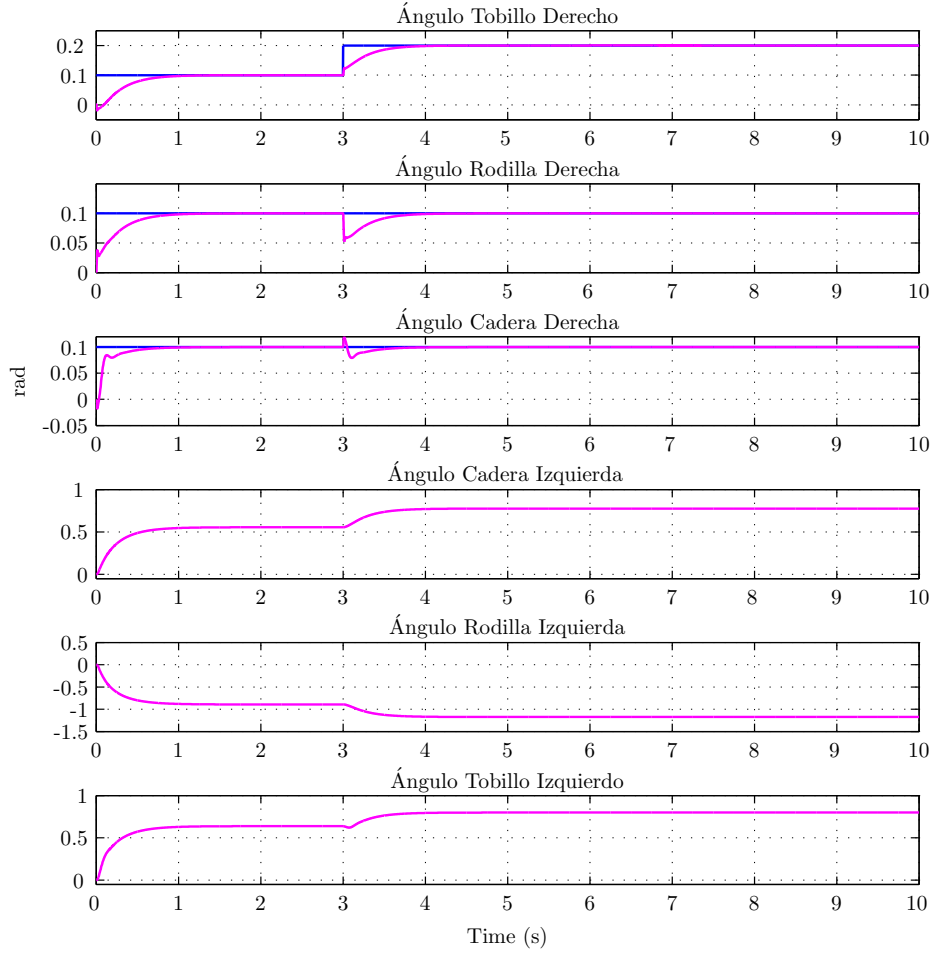


Figura 3.15: Señal de Control del sistema con doble apoyo con PI Vectorial LQR.

### 3.5 Control GPI

Con el objetivo de encontrar una estrategia de control que pueda suministrar un mejor seguimiento de la referencia, se diseña una alternativa de control basada en una estructura de control lineal para sistemas no lineales denominada Control Proporcional Integral Generalizado (GPI). El control GPI



(Azul: Ref, Magenta: Sistema multicuerpos)

Figura 3.14: Respuesta del sistema con doble apoyo con PI Vectorial LQR.

esta basado en reconstructores integrales y realiza un rechazo activo de perturbaciones con integrales sucesivas. El número de integrales sucesivas se determinan de acuerdo al orden de un polinomio con el cual se pueda aproximar la perturbación a rechazar [55]. Esta estrategia de control se ha aplicado a sistemas con características similares al problema tratado en esta tesis, para los cuales las perturbaciones externas se aproximan con un polinomio de segundo orden. Las aplicaciones de GPI para sistemas mecánicos multicuerpos han mostrado resultados con buenos desempeños y alta robustez [22].

La estrategia de control GPI se apoya en el uso de una propiedad de los sistemas de control denominada planitud diferencial. Esta propiedad permite simplificar el problema de control en un sistema desacoplado e invariante en el tiempo. La propiedad de planitud permite una total parametrización de las variables del sistema incluyendo estados, entradas y salidas en un número finito de variables independientes llamadas salidas planas y un número finito de sus derivadas. Las salidas planas y sus derivadas se determinan en función de las entradas y sus derivadas.[3]

En primera instancia se desarrolla una deducción matemática del controlador GPI, para tal fin se toma una ecuación general de la dinámica multicuerpos [13], dada por

$$D(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) + \zeta = \tau, \quad (3.28)$$

donde  $\theta$  es un vector de orden  $n$  y determina el angulo de cada articulaci3n,  $\dot{\theta}$  es el vector de las velocidades angulares,  $\ddot{\theta}$  es el vector de las aceleraciones angulares,  $D(\theta)$  es una matriz de inercias,  $C(\theta, \dot{\theta})$  es una matriz asociada al efecto de Coriolis y a la aceleraci3n centr3peta,  $g(\theta)$  incluye el efecto gravitacional y  $\zeta$  representa las incertidumbres del sistema, las cuales uniformemente y absolutamente acotadas.[13, 55]

Se reescribe (3.28) en funci3n de su salida plana.

$$\ddot{\theta} = D(\theta)^{-1}(\tau) + \xi, \quad \text{donde:} \quad \xi = D(\theta)^{-1} \left[ -C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} - g(\theta) + \zeta \right]. \quad (3.29)$$

donde  $\xi$  esta asociado a las perturbaciones endogenas y exogenas, la cual se aproxima por un polinomio que tiene una forma de segundo orden. Seg3n la ecuaci3n (3.29) se propone la siguiente ley de control

$$\tau = D(\theta) \left[ r(t)s^2 - W[(\theta(t) - r(t))] \right], \quad (3.30)$$

donde

$$\begin{aligned} r(t) &= \begin{bmatrix} r_1(t) \\ \vdots \\ r_n(t) \end{bmatrix}, \\ \theta(t) &= \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \vdots \\ \theta_n(t) \end{bmatrix}, \\ W &= \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & w_n \end{bmatrix}, \\ w_i &= \frac{ki_4s^4 + ki_3s^3 + ki_2s^2 + ki_1s + ki_0}{s^3(s + ki_5)} \quad \forall i = 1, \dots, n \end{aligned}$$

donde  $n$  es el numero de grados de libertad a controlar.

Si se reemplaza la se1al de control (3.30) en la ecuaci3n de la salida plana (3.29) se obtiene que

$$\begin{bmatrix} \theta_1 s^2 \\ \vdots \\ \theta_n s^2 \end{bmatrix} = D(\theta)^{-1} \left\{ D(\theta) \left\{ \begin{bmatrix} r_1 s^2 \\ \vdots \\ r_n s^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 - r_1 \\ \vdots \\ \theta_n - r_n \end{bmatrix} \right\} \right\} + \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \vdots \\ \xi_n \end{bmatrix}, \quad (3.31)$$

que simplificando un poco queda de la forma

$$\begin{bmatrix} \theta_1 s^2 \\ \vdots \\ \theta_n s^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 s^2 \\ \vdots \\ r_n s^2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} w_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \cdots & w_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 - r_1 \\ \vdots \\ \theta_n - r_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \vdots \\ \xi_n \end{bmatrix}, \quad (3.32)$$

Se despeja la matriz de perturbaciones, se reescribe la ecuaci3n matricial como un conjunto de ecuaciones algebraicas y se multiplica en ambos lados de cada ecuaci3n por el termino  $s^3(s + ki_5)$  que corresponda, de tal forma que

$$\begin{aligned}
s^3(s + k1_5) (s^2(\theta_1 - r_1) + w_1(\theta_1 - r_1)) &= s^3(s + k1_5)\xi_1, \\
&\vdots \\
s^3(s + kn_5) (s^2(\theta_n - r_n) + w_n(\theta_n - r_n)) &= s^3(s + kn_5)\xi_n,
\end{aligned}$$

ahora, si se reemplazan las funciones de transferencia asociadas a los términos  $w_i$ , se obtiene

$$\begin{aligned}
s^3(s + k1_5) \left( s^2(\theta_1 - r_1) + \frac{k1_4s^4 + k1_3s^3 + k1_2s^2 + k1_1s + k1_0}{s^3(s + k1_5)}(\theta_1 - r_1) \right) &= s^3(s + k1_5)\xi_1, \\
&\vdots \\
s^3(s + kn_5) \left( s^2(\theta_n - r_n) + \frac{kn_4s^4 + kn_3s^3 + kn_2s^2 + kn_1s + kn_0}{s^3(s + kn_5)}(\theta_n - r_n) \right) &= s^3(s + kn_5)\xi_n,
\end{aligned}$$

se define el error de seguimiento de la referencia dado por

$$e_{\theta i} = \theta_i - r_i \quad \forall i = 1, \dots, n,$$

para obtener

$$\begin{aligned}
s^3(s + k1_5) \left( s^2e_{\theta 1} + \frac{k1_4s^4 + k1_3s^3 + k1_2s^2 + k1_1s + k1_0}{s^3(s + k1_5)}e_{\theta 1} \right) &= s^3(s + k1_5)\xi_1, \\
&\vdots \\
s^3(s + kn_5) \left( s^2e_{\theta n} + \frac{kn_4s^4 + kn_3s^3 + kn_2s^2 + kn_1s + kn_0}{s^3(s + kn_5)}e_{\theta n} \right) &= s^3(s + kn_5)\xi_n.
\end{aligned}$$

Las anteriores ecuaciones llevan a obtener unos polinomios del error en lazo cerrado con el sistema desacoplado, que además pueden tender a cero dependiendo de sus coeficientes y debido fundamentalmente a que se supone que las perturbaciones  $\xi_i$  son de orden dos, que al multiplicarlas por el término  $s^3$  el cual representa una derivada triple, resulta en que los efectos de las perturbaciones tienden a desaparecer. Los polinomios característicos del error de seguimiento son los siguientes

$$\begin{aligned}
(s^6 + k1_5s^5 + k1_4s^4 + k1_3s^3 + k1_2s^2 + k1_1s + k1_0) e_{\theta 1} &\approx 0, \\
&\vdots \\
(s^6 + kn_5s^5 + kn_4s^4 + kn_3s^3 + kn_2s^2 + kn_1s + kn_0) e_{\theta n} &\approx 0.
\end{aligned}$$

Si se analiza el polinomio del error se puede concluir que las raíces de dichos polinomios de manera dominante determinan el comportamiento del sistema en lazo cerrado, lo cual dilucida la necesidad de asignar los coeficientes de cada polinomio para obtener los comportamientos deseados. Para asignar los coeficientes de los polinomios del error se iguala cada uno de los polinomios del error a un polinomio de segundo orden elevado al cubo. Este método de ubicación de polos permite asignar constantes de amortiguación  $\zeta_i$  y las frecuencias naturales  $\omega_{n_i}$  que garanticen la estabilidad del sistema y un desempeño aceptable.

$$p_{di}(s) = (s^2 + 2\zeta_i\omega_{n_i}s + \omega_{n_i}^2)^3 = s^6 + ki_5s^5 + ki_4s^4 + ki_3s^3 + ki_2s^2 + ki_1s + ki_0, \quad \forall i = 1, \dots, n$$

Aunque la estrategia de realizar el control GPI basados en una ecuación de un modelo no lineal es acertada, en las aplicaciones con modelos de *SimMechanics* no se conocen los parámetros necesarios

para construir un modelo descrito por la ecuación (3.28). Para los modelos del exoesqueleto tratado se tiene una aproximación lineal, que puede ser usada para definir una salida plana que se aproxime a la dinámica de la planta. Para tal fin se toma un modelo lineal general de un sistema mecánico que esta representado en variables de estado, pero con una extensión del significado físico de las variables de estado, de la siguiente forma

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \\ \ddot{\theta}_1 \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0_{n \times n} & I_{n \times n} \\ A_{Low(n \times 2n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \\ \dot{\theta}_1 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0_{n \times n} \\ B_{Low(n \times n)} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \vdots \\ \tau_n \end{bmatrix}, \quad (3.33)$$

y se escribe en función de su salida plana de la forma

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_n \end{bmatrix} = [A_{Low(n \times 2n)}] \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \vdots \\ \theta_n \\ \dot{\theta}_1 \\ \vdots \\ \dot{\theta}_n \end{bmatrix} + [B_{Low(n \times n)}] \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \vdots \\ \tau_n \end{bmatrix}, \quad \xrightarrow{\text{salida plana}} \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \vdots \\ \ddot{\theta}_n \end{bmatrix} = B_{Low(n \times n)} \tau_L + \xi_L. \quad (3.34)$$

Con la salida plana establecida se propone una ley de control basada en el modelo lineal, de la forma

$$\tau_L = B_{Low(n \times n)}^{-1} [r(t)s^2 - W(\theta(t) - r(t))], \quad (3.35)$$

que tiene una clara semejanza con la ley de control usada para el control GPI basado en el modelo matemático

$$\tau = D(\theta) [r(t)s^2 - W(\theta(t) - r(t))],$$

El uso de la ley de control basada en el modelo lineal con  $B_{low}^{-1}$  evita las singularidades que se crean con la variación de los ángulos  $\theta$  en la matriz  $D(\theta)$ . La posibilidad de caer en singularidades es abolida debido a que  $B_{low}^{-1}$  es una matriz constante y no singular.

Debido a la semejanza de las leyes de control se llega a polinomios del error también equiparables. Basado en las semejanzas de los controladores basados en el modelo matemático y el modelo lineal proveniente del modelo de *SimMechanics* se pueden asignar los mismos coeficientes a los polinomios del error de lazo cerrado. El Apéndice C muestra la simulación de las estrategias de control GPI propuestas en un modelo simplificado, dado por un robot planar de dos grados de libertad.

## Control GPI de un exoesqueleto de marcha

Teniendo en cuenta las características del exoesqueleto objetivo es preferible una respuesta con movimientos poco bruscos, tal como los que puede brindar el control GPI basado en el modelo linealizado del sistema multicuerpos fabricado en *SimMechanics*, ver (Apéndice C).

Como primer paso antes de diseñar el controlador, se recuerdan las realizaciones de los modelos dados por las ecuaciones de estado y salida para el modelo de simple apoyo (2.4), (2.5) y doble apoyo (2.12), (2.13). A continuación se desarrolla el control GPI para la fase de simple apoyo.



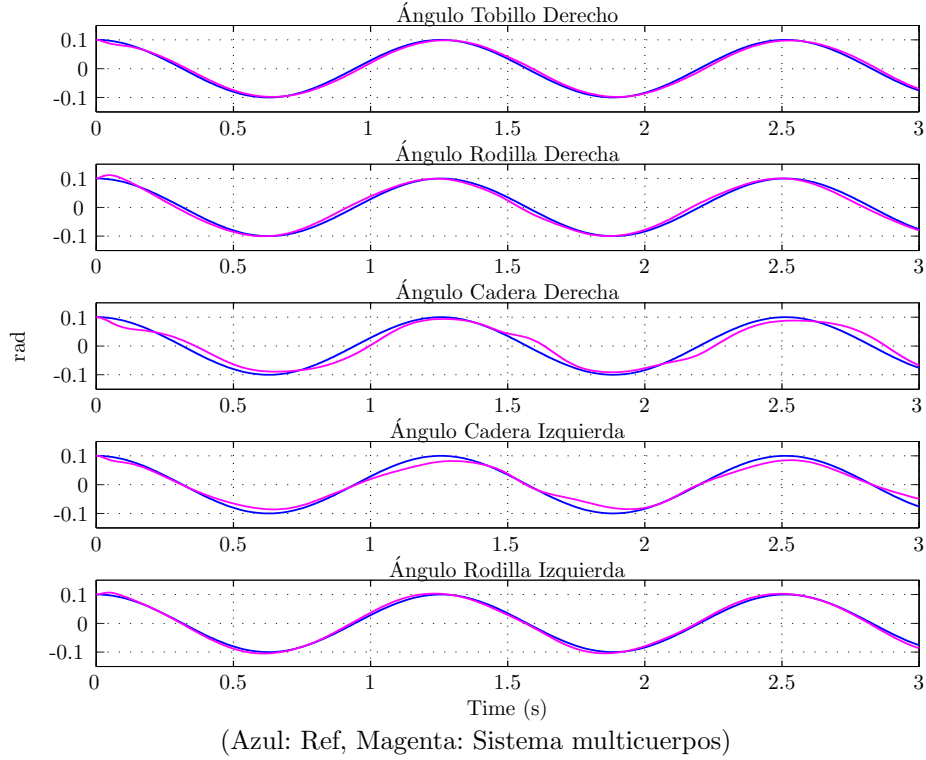


Figura 3.16: Respuesta del Exoesqueleto de Marcha con Controlador GPI en simple apoyo

Con el fin de diseñar un controlador para el exoesqueleto se aplica la estrategia basada en el modelo linealizado, tal como en la ecuación (3.35), pero para las cinco articulaciones que intervienen en el control del exoesqueleto en apoyo simple, de tal forma que la señal de control queda de la forma

$$\tau_L = B_{Low(n \times n)}^{-1} \left\{ \begin{array}{c} \left[ \begin{array}{c} r_1 s^2 \\ r_2 s^2 \\ r_3 s^2 \\ r_4 s^2 \\ r_5 s^2 \end{array} \right] - \left[ \begin{array}{ccccc} w_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & w_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & w_3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & w_4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & w_5 \end{array} \right] \left[ \begin{array}{c} \theta_1 - r_1 \\ \theta_2 - r_2 \\ \theta_3 - r_3 \\ \theta_4 - r_4 \\ \theta_5 - r_5 \end{array} \right] \end{array} \right\}. \quad (3.36)$$

donde:

$$w_i = \frac{ki_4 s^4 + ki_3 s^3 + ki_2 s^2 + ki_1 s + ki_0}{s^3 (s + ki_5)} \quad \forall i = 1, \dots, 5$$

Para sintonizar el controlador GPI se definen las funciones  $w_i$ , las cuales están definidas por las constantes del polinomio del error en lazo cerrado, que es asignado según se escojan las constantes de amortiguación  $\omega_i$  y frecuencias naturales  $\zeta_i$ . En el proceso de sintonización se asignan las siguientes constantes, las cuales muestran resultados dentro de los comportamientos deseados en las simulaciones del sistema de control  $\zeta_1 = 2,3$ ;  $\omega_{n1} = 15$ ;  $\zeta_2 = 2,8$ ;  $\omega_{n2} = 10$ ;  $\zeta_3 = 3$ ;  $\omega_{n3} = 9$ ;  $\zeta_4 = 3$ ;  $\omega_{n4} = 18$ ;  $\zeta_5 = 3$ ;  $\omega_{n5} = 15$ .

La Figura 3.16 muestra el comportamiento del sistema de control GPI simulado con el modelo no lineal construido en *SimMechanics*. A diferencia de las evaluaciones de los controladores para el exoesqueleto diseñados en los apartados anteriores, en esta simulación el exoesqueleto está expuesto a entradas sinusoidales y desfasadas  $-\pi/2$  rad, con el fin de lograr que las referencias tengan la segunda derivada continua y finita. En la simulación de los controladores GPI es preferible que las referencias sean derivables para que la señal de control no tengan picos ocasionados por la componente del control en la cual se usa la segunda derivada de la referencia. El sistema de control muestra un buen seguimiento

de las referencias, aunque persisten algunos pequeños errores, especialmente en los ángulos de la cadera. A nivel de las señales de control se puede ver en la Figura 3.17 que los torques requeridos son inferiores a 1,3 kN.

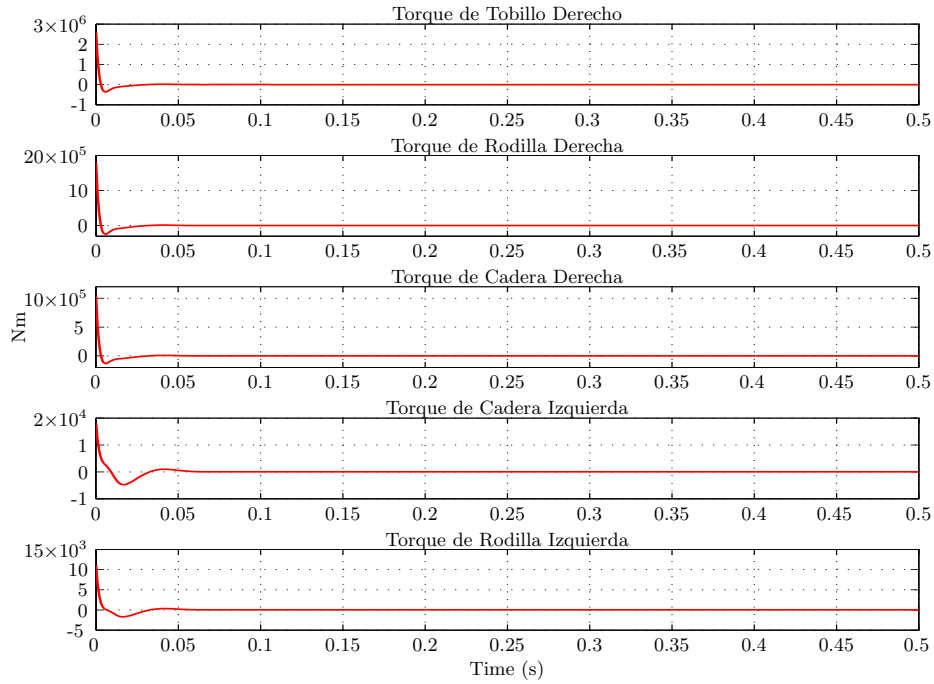


Figura 3.17: Señal de Control del Exoesqueleto de Marcha con Controlador GPI en simple apoyo

Se destaca que este tipo de sistema de control trabaja con referencias suaves, debido a que parte de la señal de control está compuesta por la doble derivada de la referencia, esto implica que es necesario que la doble derivada de la referencia sea finita. Siempre que se disponga de una señal de referencia suave, la prealimentación en el sistema de control causa una notable mejora en el desempeño, por lo tanto se prefiere su inclusión en la estructura de controlador.

Se propone una alternativa para mejorar el seguimiento de la referencia, que consiste en incluir en la salida plana del sistema los ángulos, las velocidades angulares y la parte baja del Jacobiano o matriz dinámica  $A$ .

$$\ddot{x}(t)_{low} = B_{low}\tau + A_{low}x(t) + \xi_L, \quad (3.37)$$

donde  $\ddot{x}(t)_{low} \equiv [\ddot{\theta}_2 \dots \ddot{\theta}_5]^T$ ,  $x(t) \equiv [\theta_1 \dots \theta_5 \dot{\theta}_1 \dots \dot{\theta}_5]^T$  y  $\xi_L$  es una perturbación asociada a los errores producidos por la aproximación lineal y otras perturbaciones externas.

Por medio de esta modificación en la salida plana, se habilita la posibilidad de realizar una modificación en la señal de control, de tal forma que se incluye parte del Jacobiano del modelo linealizado multiplicado por los estados. Incluir la expresión  $A_{low}x(t)$  en la acción de control, permite atenuar con mayor efectividad los efectos de las dinámicas acopladas. Esto se debe a la relación que existe entre la cantidad de información y el rechazo de perturbaciones. Con la modificación propuesta se obtiene una ecuación de control dada por

$$\tau = B_{Low}^{-1} [-A_{low}x(t) + r(t)s^2 - W(\theta(t) - r(t))]. \quad (3.38)$$

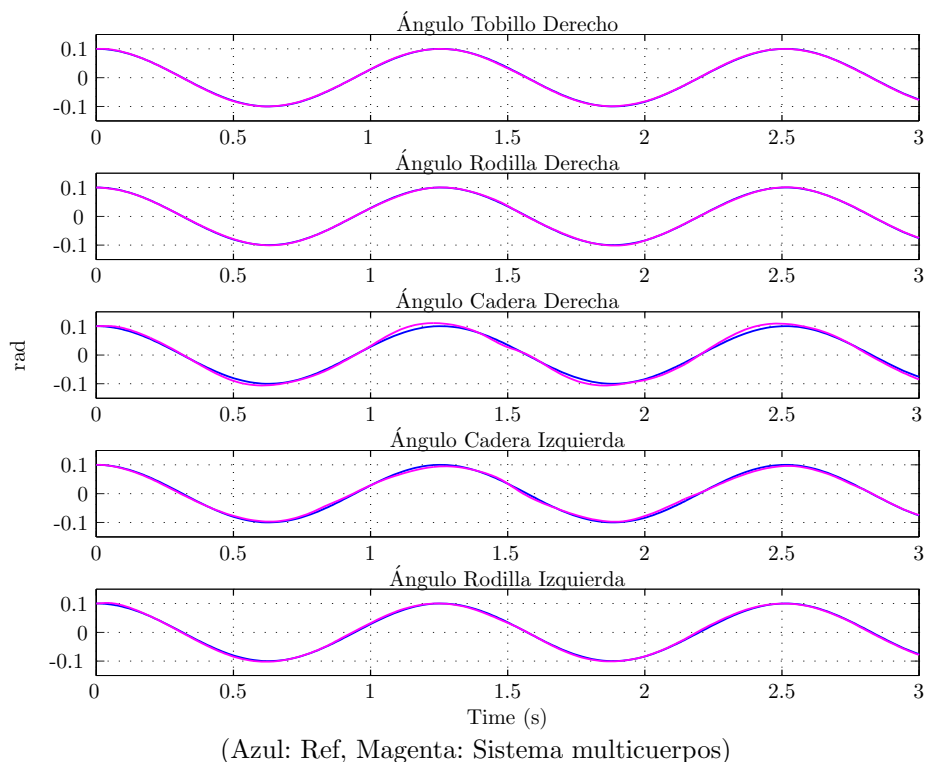


Figura 3.18: Respuesta del Exoesqueleto de Marcha con Controlador GPI Incluyendo  $A_{low}x(t)$  para Simple Apoyo

En la Figura 3.18 se muestra el comportamiento del sistema de control con la señal de control de la ecuación 3.38, en la simulación de este controlador se puede ver un mejor seguimiento de la referencia que además tiene menor exigencia de señales de control, según lo que se ve en la Figura 3.19.

Se pasa al diseño del controlador GPI para el modelo de doble apoyo. Con el fin de establecer las constantes del polinomio del error para este sistema de control, se proponen las siguientes constantes de amortiguación y frecuencias naturales  $\zeta_1 = 2$ ;  $\omega_{n1} = 17$ ;  $\zeta_2 = 2$ ;  $\omega_{n2} = 17$ ;  $\zeta_3 = 1,8$ ;  $\omega_{n3} = 18$ .

Las Figuras 3.20 y 3.21 muestran la evolución de los ángulos y las señales de control respectivamente de la simulación para el modelo de doble apoyo con controlador GPI. Se observa un buen seguimiento de la referencia con torques requeridos inferiores a los usados en el simple apoyo.

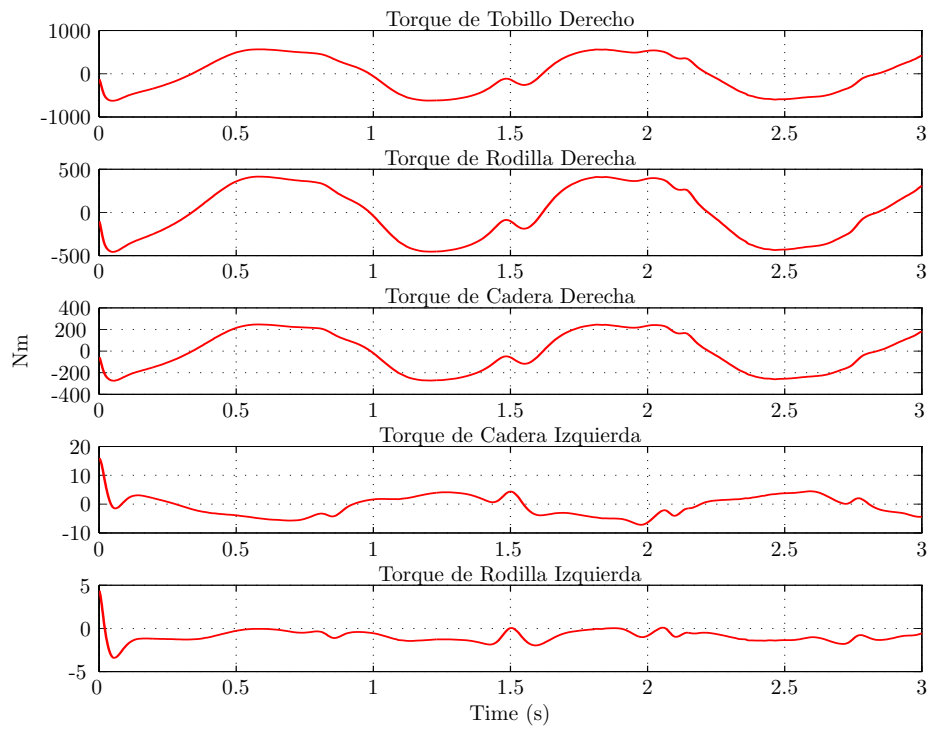
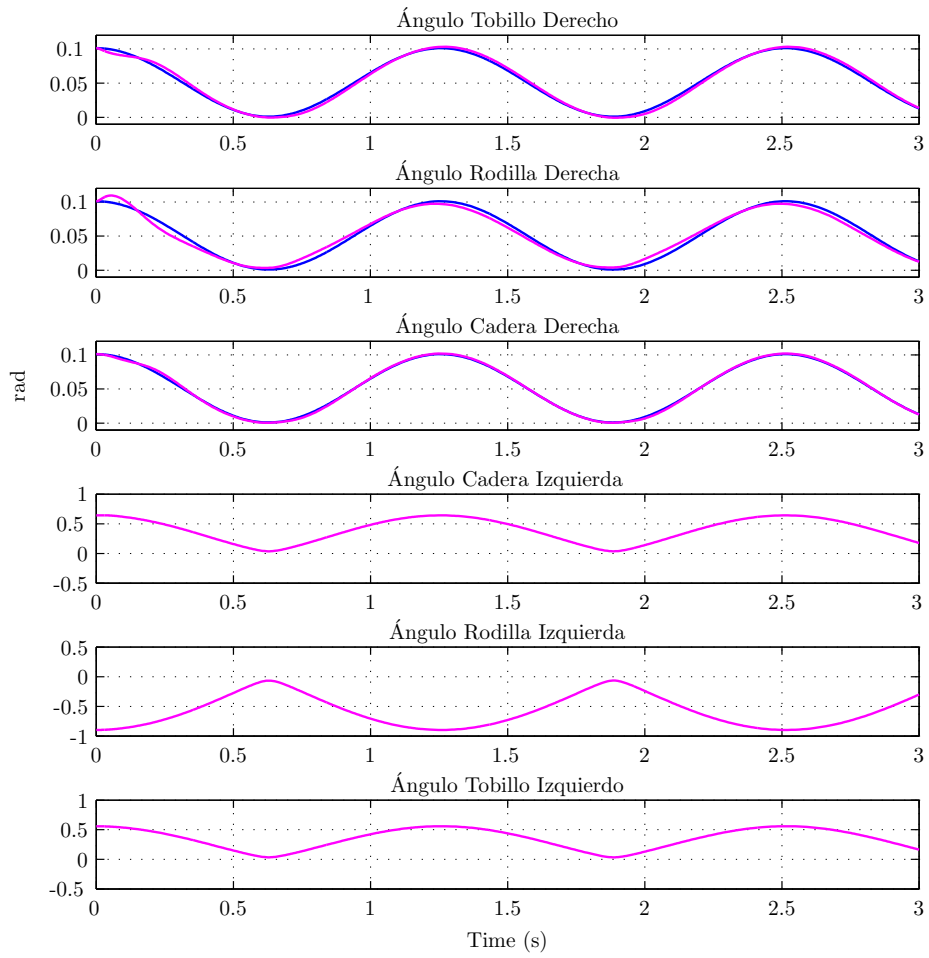


Figura 3.19: Señal de Control del Exoesqueleto de Marcha con Controlador GPI Incluyendo  $A_{low}x(t)$  para Simple Apoyo



(Azul: Ref, Magenta: Sistema multicuerpos)

Figura 3.20: Respuesta del sistema con doble apoyo con control GPI.

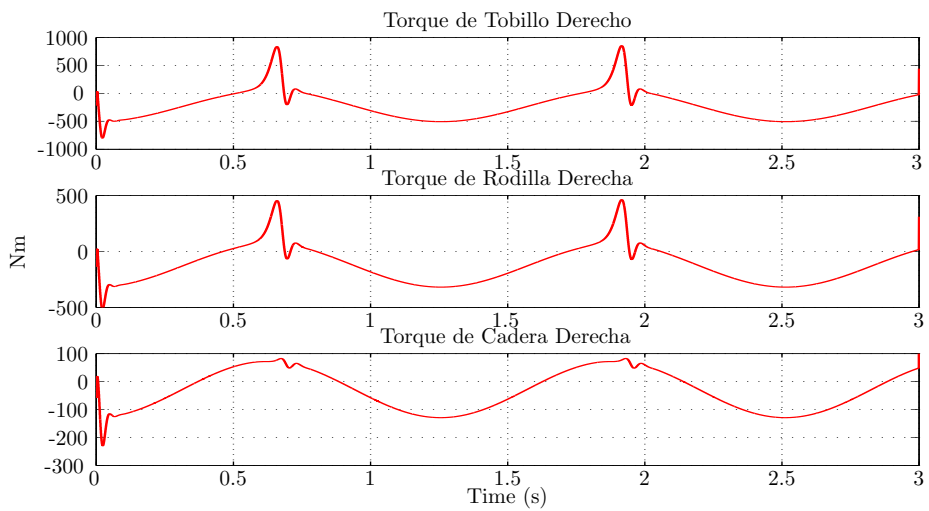


Figura 3.21: Señal de Control del sistema con doble apoyo con control GPI.



## Capítulo 4

# Evaluación

### 4.1 Seguimiento de Trayectoria

Con el fin de evaluar el comportamiento del exoesqueleto expuesto a las distintas estrategias de control desarrolladas y reconocer cual de los controladores diseñados otorga el mejor desempeño, se realizan simulaciones del comportamiento del modelo multicuerpos no lineal controlado por cada tipo de controlador. En las simulaciones se usan como referencias las trayectorias descritas por Murray [46], en su análisis de la caminata natural humana, ver la Figura 2.1. Se debe tener en cuenta que las trayectorias mostradas son equivalentes a una zancada completa, por tanto se usan segmentos correspondientes al apoyo del pie derecho y doble apoyo con paso del pie derecho al izquierdo.

La Figura 4.1 muestra la simulación del cuerpo con exoesqueleto para una posición de simple apoyo, con los controladores PI Vectorial, LQR y GPI. Se propone usar un índice de desempeño que indique que tan acertado está siendo el seguimiento de la referencia. Para cuantificar ese índice de desempeño se proponen dos métodos que muestran la necesidad de implementar un tercero que abarque más variables de las que determinan el desempeño.

El primer índice es la integral cuadrática del error  $I_{IQE}$ , que está definido como se muestra a continuación

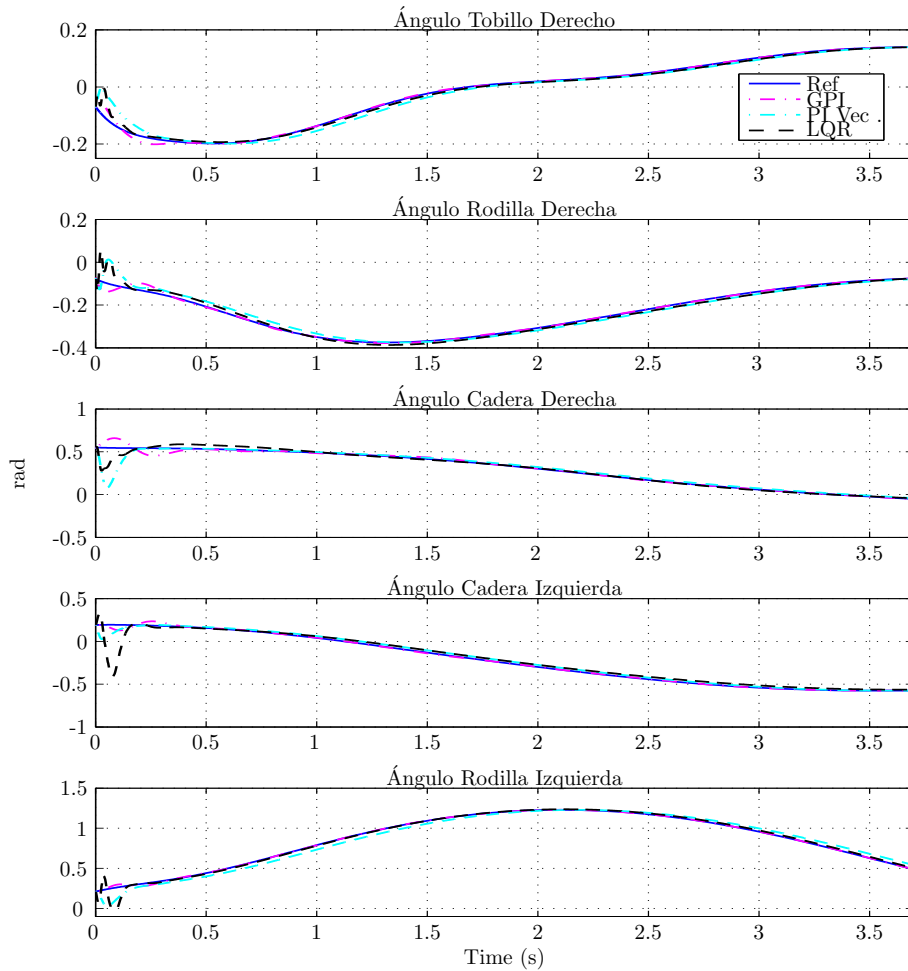
$$I_{IQE} = \int_{t_0}^T \|e(t)\|^2 dt, \quad (4.1)$$

donde  $\|e(t)\|$  es la norma Frobenius para  $e(t) \in \mathbb{R}^5$ .

El segundo índice de desempeño es una variación del primero, se realiza con el animo de tener en cuenta que la respuesta transitoria al inicio de la simulación tiene errores que son generalmente más grandes que en el resto de la simulación, con este índice es posible atribuirle mayor importancia a la respuesta en estado estacionario que al transitorio. El índice de desempeño escogido para cumplir con el propósito expuesto, está definido mediante la integral cuadrática del error multiplicada por el tiempo, tal como se ve a continuación

$$I_{IQET} = \int_{t_0}^T [\|e(t)\|^2 t] dt. \quad (4.2)$$

La Tabla 4.2 muestra los valores de los índices para cada estrategia de control. A través de los diferentes índices de desempeño se puede concluir que la estrategia de control que tiene mejor seguimiento de la referencia es el controlador GPI, además, si se analizan los errores máximos mostrados en la Tabla 4.1, se puede ver que los errores con el controlador GPI son menores que con los otros controladores. Adicional a esto, los requerimientos del controlador GPI en cuanto a las señales de control máximas mostradas en la Tabla 4.3, son iguales o menores que las necesarias para los otros dos tipos de controladores.



(Azul: Ref, Magenta: Control GPI, Cian: Control PI Vectorial, Negro: Control LQR)

Figura 4.1: Respuestas de los controladores con trayectorias para simple apoyo.

Tabla 4.1: Errores máximos en cada articulación para cada controlador.

Articulación	PI Vectorial	LQR	GPI
Máximo Error en el Tobillo Derecho (rad)	0.0930	0.0993	0.0400
Máximo Error en la Rodilla Derecha (rad)	0.1137	0.1442	0.0432
Máximo Error en la Cadera Derecha (rad)	0.4653	0.2693	0.1143
Máximo Error en la Cadera Izquierda (rad)	0.1684	0.6055 *	0.0645
Máximo Error en la Rodilla Izquierda (rad)	0.2132	0.2895	0.0344



Tabla 4.2: Índices de desempeño.

Índices	PI Vectorial	LQR	GPI
$I_{IQE}$	0.02730	0.02989	0.00326
$I_{IQET}$	0.01669	0.00823	0.00083

Tabla 4.3: Torques máximos en cada articulación para cada controlador.

Articulación	PI Vectorial	LQR	GPI
Máximo Torque en el Tobillo Derecho (Nm)	$3.0059 \times 10^4$ *	$2.500 \times 10^3$	$2.500 \times 10^3$
Máximo Torque en la Rodilla Derecha (Nm)	$2.8271 \times 10^4$	$2.1329 \times 10^3$	$2.500 \times 10^3$
Máximo Torque en la Cadera Derecha (Nm)	$2.6079 \times 10^4$	$2.500 \times 10^3$	$0.4000 \times 10^3$
Máximo Torque en la Cadera Izquierda (Nm)	$8.3304 \times 10^3$	$1.7594 \times 10^3$	$0.2377 \times 10^3$
Máximo Torque en la Rodilla Izquierda (Nm)	$2.5952 \times 10^3$	597.8599	69.7392

Con el fin de integrar la señal de control en el índice de desempeño se suma el cuadrado de la señal de control al índice de desempeño final, lo cual se establece como un tercer método para cuantificar el desempeño. Teniendo en cuenta que el error y el torque se miden en diferentes unidades y los valores no son comparables directamente, se desarrolla una ponderación en la que se dividen todas las señales del error por el máximo error presentado en las simulaciones de todas las estrategias de control, en la Tabla 4.1 se marca con un asterisco el máximo error de seguimiento de las trayectorias de referencia. Al igual que con el error se pondera el torque dividiendo todas las señales de control por el máximo torque requerido de todas las simulaciones de seguimiento de trayectoria, mostrado en la Tabla 4.3 y marcado con un asterisco. Con las ponderaciones realizadas se logra normalizar las medidas, de tal forma que todos los valores absolutos de las señales serán menores o iguales a uno. A continuación se muestra la ecuación para calcular el índice  $I_{LQ}$

$$I_{LQ} = \int_{t_0}^T \left[ \frac{\|e(t)\|^2}{|e_{max}|} + \frac{\|u(t)\|^2}{|u_{max}|} \right] dt \quad (4.3)$$

La Tabla 4.4 muestra los índices  $I_{LQ}$  para los diferentes controladores en la cual persiste el dominio del controlador GPI.

Tabla 4.4: Índice de desempeño  $I_{LQ}$  para apoyo simple.

Índice	PI Vectorial	LQR	GPI
$I_{LQ}$	0.08835	0.08275	0.00931

Finalmente se analiza el seguimiento de trayectorias con controladores PI Vectorial, LQR y GPI para la posición de doble apoyo. La Figura 4.2 muestra el comportamiento de los controladores ante la misma referencia de movimiento.

En las simulaciones de los controladores en doble apoyo se conserva el dominio del controlador GPI, tal como se ve en la Tabla 4.7. Además, según se muestra en la Tabla 4.5, el controlador GPI tiene los menores errores de seguimiento de trayectoria, por otro lado, según la Tabla 4.6, el controlador GPI

tiene menores requerimientos de control y se mantienen en niveles por debajo de los requerimientos para apoyo simple.

En la simulación de la fase de doble apoyo se presentan algunos hechos interesantes en las respuestas de los controladores. Primero se hace referencia al más notorio mostrado en la Figura 4.2. La respuesta del controlador PI Vectorial a pesar de los altos requerimientos de torque de control no logra amortiguar la respuesta y realizar un seguimiento de la referencia fiel a la trayectoria, sino que por el contrario presenta oscilaciones cerca de la posición deseada, en consecuencia de este comportamiento el índice de desempeño es más grande que en los otros dos controladores. Un segundo hecho que se destaca es que los controladores para apoyo doble están diseñados para realizar control directo sobre tres articulaciones, pero las respuestas de la Figura 4.2 muestran el comportamiento de dos articulaciones adicionales. Las articulaciones de la cadera izquierda y la rodilla izquierda son función de las articulaciones de la pierna derecha, pero no tienen solución única. Esto se comprueba en la respuesta de los controladores LQR y GPI. A pesar de que ambos controladores llevan las articulaciones de la pierna derecha a los ángulos deseados, la respuesta del controlador LQR para la pierna izquierda se estabiliza en valores diferentes a los de las referencias de color azul, que es donde converge la respuesta del controlador GPI. Este efecto es conocido como la respuesta de codo arriba o codo abajo [64]. En este caso la desviación de punto de convergencia es provocado por las altas desviaciones de la variable controlada en el transitorio de la respuesta del controlador LQR. La posición a la que el controlador LQR lleva las articulaciones de la pierna izquierda no es aceptable, debido a que llevaría el cuerpo a una posición no anatómica.

Tabla 4.5: Errores máximos en cada articulación para cada controlador en doble apoyo.

Articulación	PI Vectorial	LQR	GPI
Máximo Error en el Tobillo Derecho (rad)	0.3836	0.1839	0.0120
Máximo Error en la Rodilla Derecha (rad)	0.8850*	0.4444	0.0628
Máximo Error en la Cadera Derecha (rad)	0.3213	0.3956	0.0364

Tabla 4.6: Torques máximos en cada articulación para cada controlador en doble apoyo.

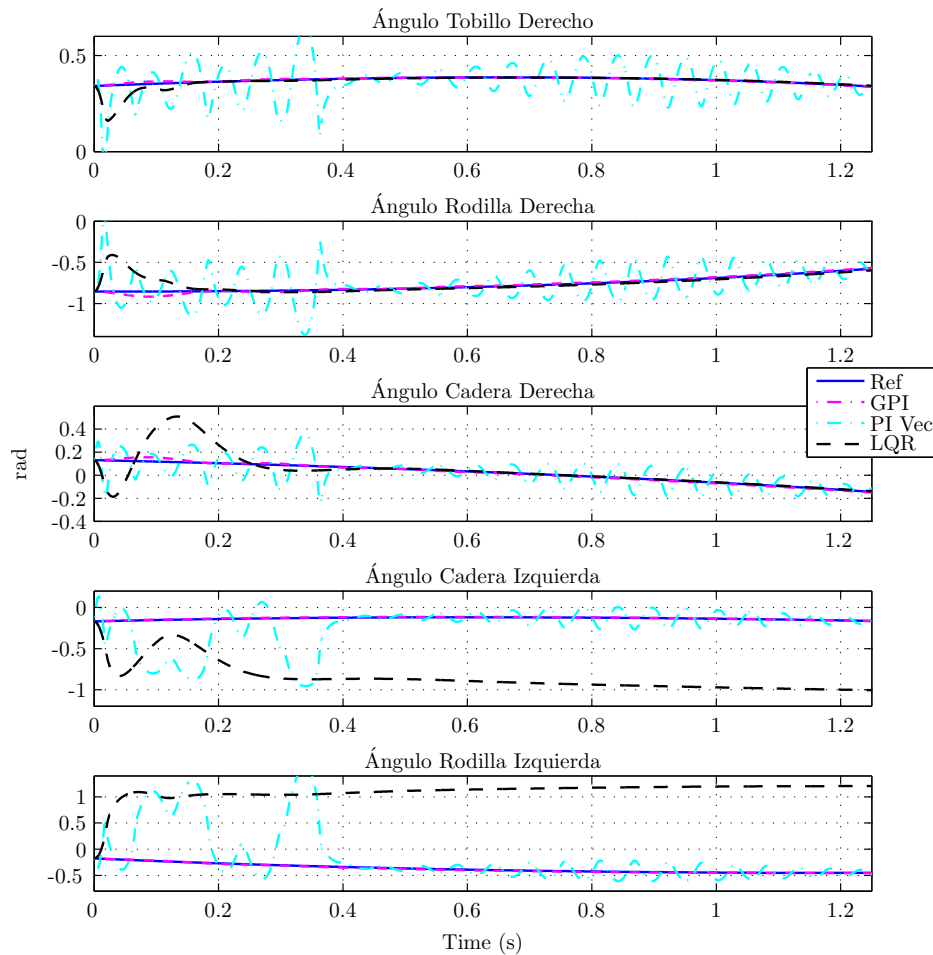
Articulación	PI Vectorial	LQR	GPI
Máximo Torque en el Tobillo Derecho (Nm)	$1.4221 \times 10^6$ *	$2.500 \times 10^3$	$1.9403 \times 10^3$
Máximo Torque en la Rodilla Derecha (Nm)	$9.5878 \times 10^5$	$2.500 \times 10^3$	$1.1459 \times 10^3$
Máximo Torque en la Cadera Derecha (Nm)	$4.8498 \times 10^5$	$2.500 \times 10^3$	392.7761

Tabla 4.7: Índice de desempeño  $I_{LQ}$  para doble apoyo.

Índice	PI Vectorial	LQR	GPI
$I_{LQ}$	0.0777	0.0324	$7.0856 \times 10^{-4}$

Una última característica a destacar de la respuesta de los controladores GPI para apoyo simple y

doble, es que atenúa efectivamente el efecto de los ceros en semiplano derecho que tiene la planta, razón por la cual, los subpicos en el transitorio de la respuesta de los controladores PI Vectorial y LQR en el GPI desaparecen.



(Azul: Ref, Magenta: Control GPI, Cian: Control PI Vectorial, Negro: Control LQR)

Figura 4.2: Respuestas de los controladores con trayectorias para doble apoyo.

## 4.2 Robustez ante el Rechazo de Perturbaciones y Variación de Parámetros

En la sección anterior se calcularon los índices de desempeño para determinar el controlador que mejor sigue una referencia de trayectoria de marcha. En esta sección se define la robustez que brindan los controladores. Para ello se realizan pruebas de seguimiento de trayectorias con movimiento libre de los brazos y con perturbaciones en los torques de control. Un método adicional usado para evaluar la robustez de los sistemas de control diseñados, es realizar múltiples simulaciones con la variación de parámetros. La variación de parámetros se resume en evaluar los sistemas de control para sujetos con datos antropométricos diferentes a los usados para crear el modelo nominal.

## Rechazo de Perturbaciones

Para analizar la capacidad de los sistemas de control para rechazar perturbaciones externas, se realizan simulaciones del seguimiento de las trayectorias de marcha, expuestas a perturbaciones compuestas por el movimiento libre de los brazos y ruido gaussiano adicionado a los torques de control.

La Figura 4.3 muestra el seguimiento de las trayectorias de marcha para las simulaciones de los controladores PI Vectorial, LQR y GPI expuestos a perturbaciones externas en la fase de simple apoyo. En las Figuras 4.4, 4.5, 4.6 se pueden ver las señales de control que se encuentran afectadas por el ruido que se adiciona en las entradas de control.

Para cuantificar la robustez del sistema de control se compara el índice de desempeño  $I_{LQ}$  del sistema sin perturbaciones, dado en la Tabla 4.4, con el índice de desempeño del sistema expuesto a perturbaciones, dado por  $I_{LQP}$  en la Tabla 4.8. Adicional a esto, se calcula el cambio porcentual en los índices de desempeño según la siguiente expresión

$$\%de\_cambio = \frac{|I_{LQ} - I_{LQP}|}{I_{LQ}} 100\%. \quad (4.4)$$

Según la ecuación para el porcentaje de cambio (4.4), el cambio en el índice de desempeño del sistema expuesto a perturbaciones para los controladores PI-Vectorial, LQR, GPI son 1.31 %, 5.99 %, 41.35 % respectivamente.

Según el cambio porcentual de los índices de desempeño en las evaluaciones del rechazo de perturbaciones, se puede resaltar que el menor cambio es para el controlador PI Vectorial, lo cual es lógico debido a que usa mayor magnitud de torque de control, por tanto el ruido es menos relevante que en los controladores LQR o GPI que usan menos torque. En las Tablas 4.9 y 4.10 se muestran los torques y errores máximos para las simulaciones con perturbaciones, en donde se observa que en la mayoría de los casos los datos del control GPI son menores o iguales a los datos del control PI Vectorial y LQR.

Tabla 4.8: Índice de desempeño  $I_{LQP}$  con perturbaciones para simple apoyo.

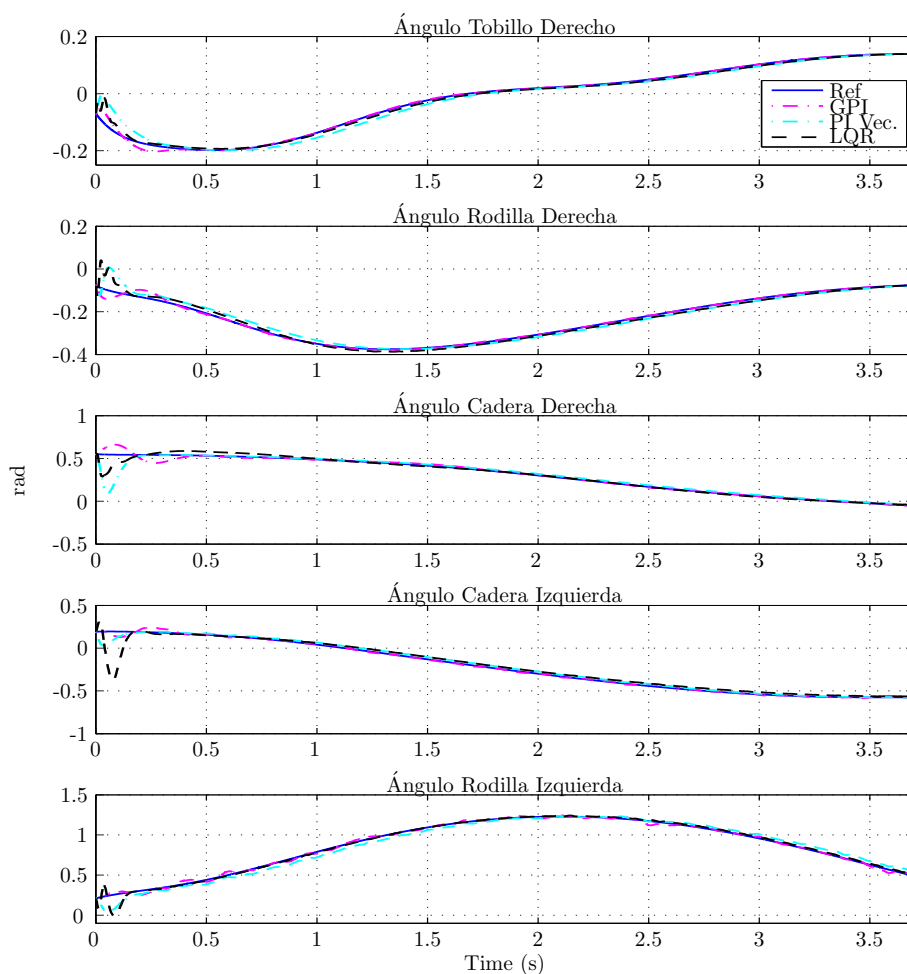
Índice	PI Vectorial	LQR	GPI
$I_{LQP}$	0.08719	0.07779	0.01316

Tabla 4.9: Torques máximos en cada articulación para cada controlador en simple apoyo y expuestos a perturbaciones.

Articulación	PI Vectorial	LQR	GPI
Máximo Torque en el Tobillo Derecho (Nm)	$3.0068 \times 10^4$	$2.500 \times 10^3$	$2.500 \times 10^3$
Máximo Torque en la Rodilla Derecha (Nm)	$2.8279 \times 10^4$	$2.1105 \times 10^3$	$2.500 \times 10^3$
Máximo Torque en la Cadera Derecha (Nm)	$2.6087 \times 10^4$	$2.500 \times 10^3$	400
Máximo Torque en la Cadera Izquierda (Nm)	$8.3389 \times 10^3$	$1.6442 \times 10^3$	296.4705
Máximo Torque en la Rodilla Izquierda (Nm)	$2.6037 \times 10^3$	569.9673	133.0330

Tabla 4.10: Errores máximos en cada articulación para cada controlador en simple apoyo y expuestos a perturbaciones.

Articulación	PI Vectorial	LQR	GPI
Máximo Error en el Tobillo Derecho (rad)	0.0910	0.0899	0.0405
Máximo Error en la Rodilla Derecha (rad)	0.1088	0.1298	0.0438
Máximo Error en la Cadera Derecha (rad)	0.4541	0.2591	0.1172
Máximo Error en la Cadera Izquierda (rad)	0.1629	0.5753	0.0626
Máximo Error en la Rodilla Izquierda (rad)	0.2055	0.2760	0.0532



(Azul: Ref, Magenta: Control GPI, Cyan: Control PI Vectorial, Negro: Control LQR)

Figura 4.3: Rechazo de perturbaciones de los controladores PI Vectorial, LQR y GPI para simple apoyo.

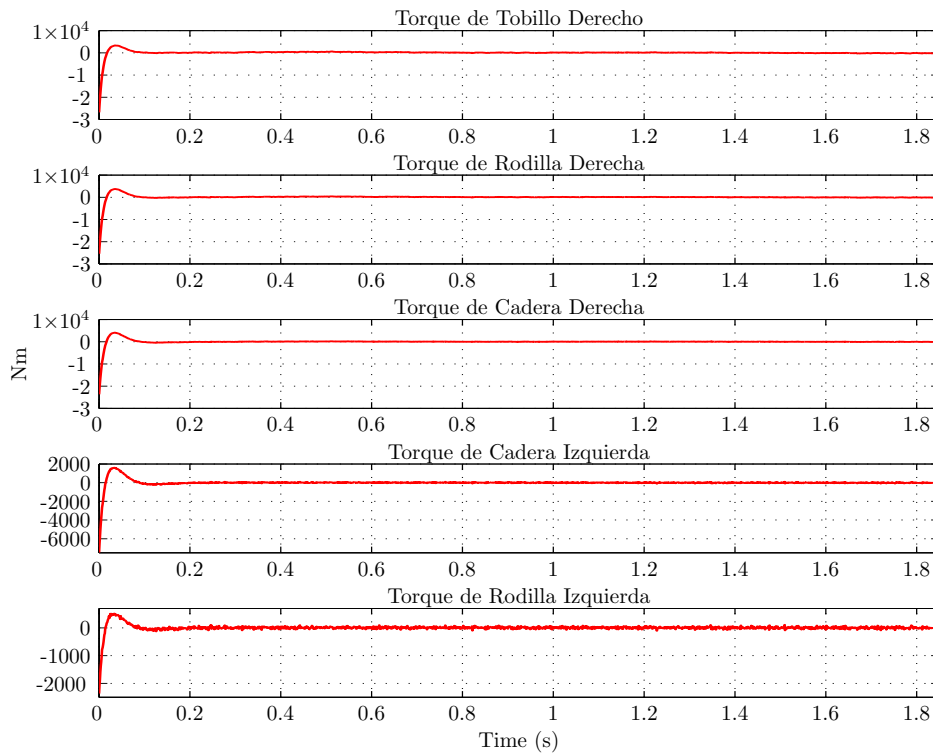


Figura 4.4: Señal de control para el rechazo de perturbaciones del controlador PI Vectorial para simple apoyo.

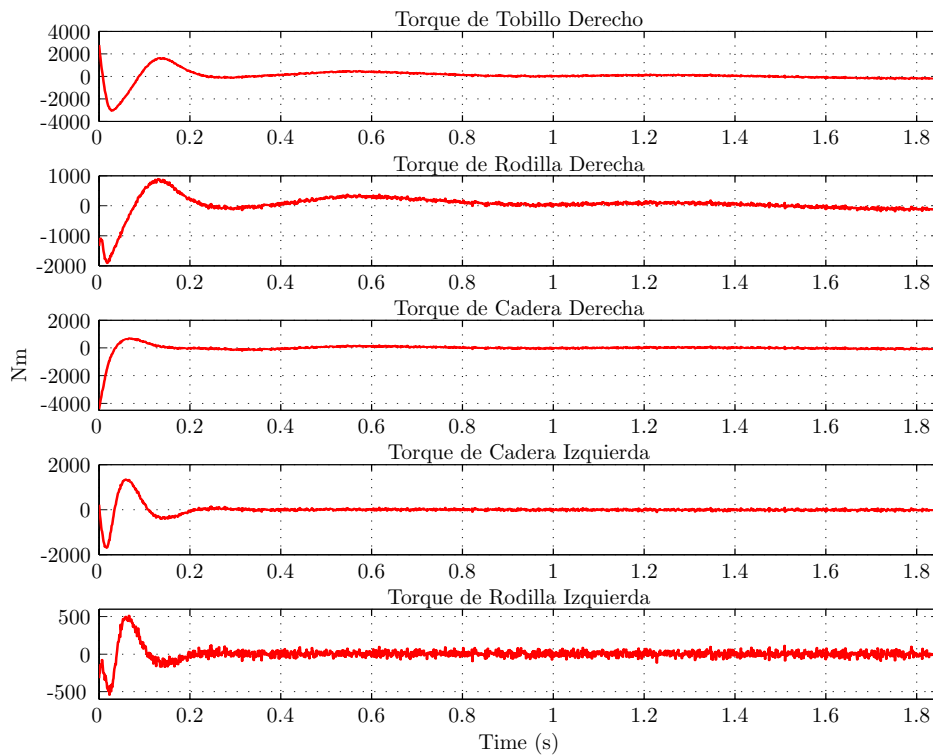


Figura 4.5: Señal de control para el rechazo de perturbaciones del controlador LQR para simple apoyo.

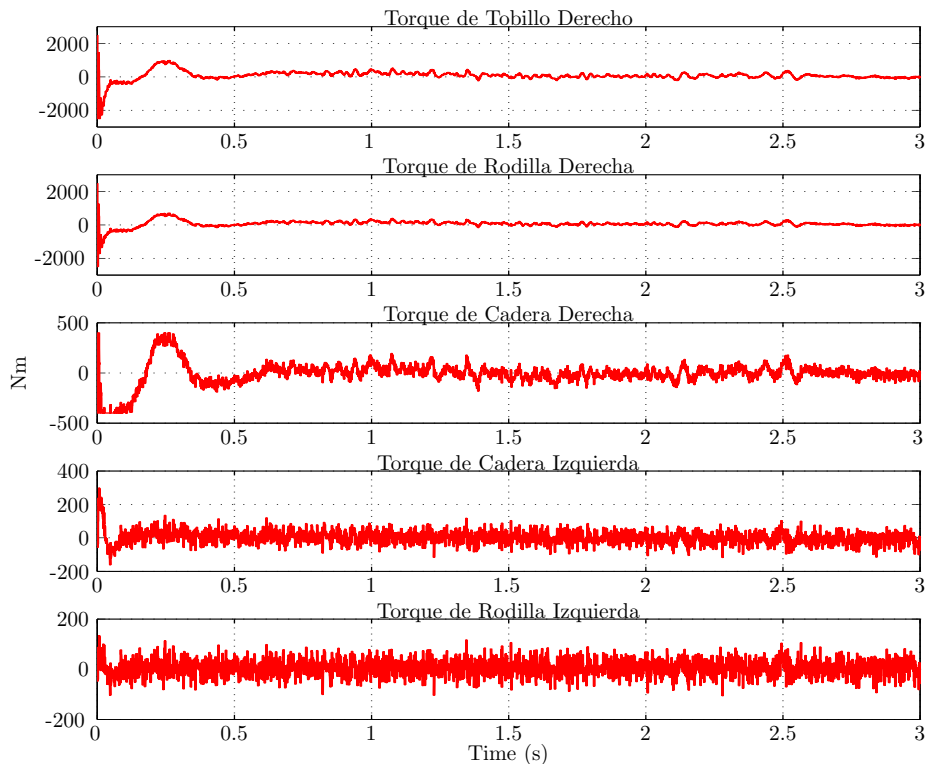
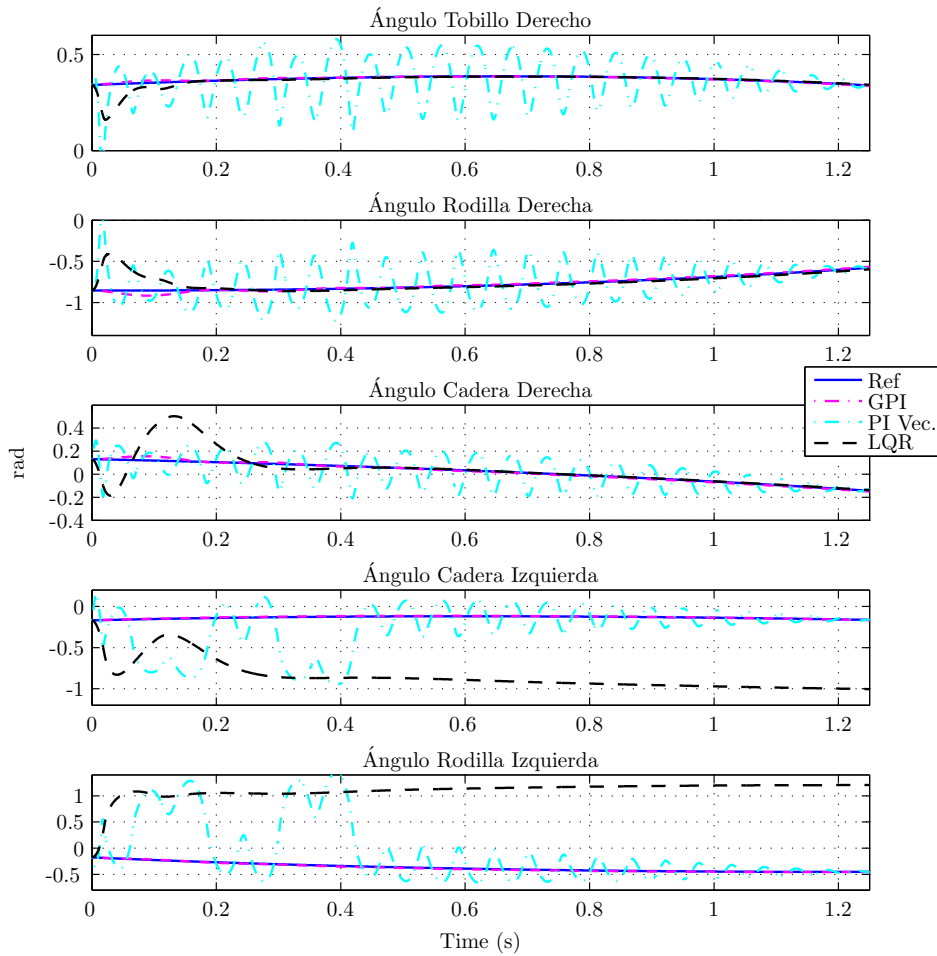


Figura 4.6: Señal de control para el rechazo de perturbaciones del controlador GPI para simple apoyo.

Se pasa a analizar la reacción del modelo multicuerpos no lineal en doble apoyo, controlado con PI Vectorial, LQR y GPI, expuestos a perturbaciones externas y movimiento libre de los brazos. La Figura 4.7 muestra la respuesta ante el seguimiento de una trayectoria. Se puede apreciar que los tres controladores rechazan las perturbaciones, aunque algunos de ellos aparentemente se ven más afectados que otros. Las perturbaciones a las cuales se han expuesto estos sistemas de control están compuestas por el movimiento libre de los brazos y ruido gaussiano adicionado en la señal de control, las cuales pueden verse en las señales de los torques de entrada a las articulaciones de las Figuras 4.8, 4.9, 4.10,.

La Tabla 4.12 muestra los índices de desempeño calculados mediante la ecuación 4.3. De igual manera que en las pruebas del rechazo de perturbaciones de modelo en simple apoyo, se calcula el cambio porcentual del índice de desempeño, comparando los índices de desempeño del modelo sin perturbaciones, dados en la Tabla 4.7 y los índices de desempeño del sistema perturbado. Para el controlador PI Vectorial el cambio es de 29.56 %, para el controlador LQR 1.89 % y para el controlador GPI 0.14 %.

Las Tablas 4.11 y 4.13 muestran los errores y los torques máximos de las múltiples simulaciones para cada controlador y en cada articulación. En la tabla de los torques máximos se evidencia que el efecto del ruido es más fuerte en los controladores que usan menor señal de control, en vista de que porcentualmente el ruido es más alto en el control LQR o GPI que en el PI Vectorial.



(Azul: Ref, Magenta: Control GPI, Cyan: Control PI Vectorial, Negro: Control LQR)

Figura 4.7: Rechazo de perturbaciones de los controladores PI Vectorial, LQR y GPI para doble apoyo.

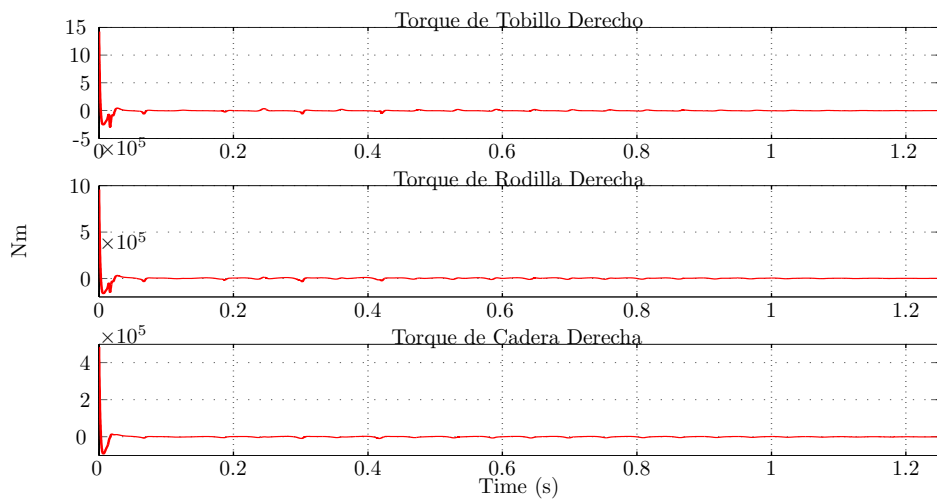


Figura 4.8: Señal de control para el rechazo de perturbaciones del controlador PI Vectorial para doble apoyo.



Tabla 4.11: Errores máximos en cada articulación para cada controlador en doble apoyo.

Articulación	PI Vectorial	LQR	GPI
Máximo Error en el Tobillo Derecho (rad)	0.3833	0.1840	0.0120
Máximo Error en la Rodilla Derecha (rad)	0.8843	0.4451	0.0627
Máximo Error en la Cadera Derecha (rad)	0.3206	0.3892	0.0364

Tabla 4.12: Índice de desempeño  $I_{LQP}$  con perturbaciones en doble apoyo.

Índice	PI Vectorial	LQR	GPI
$I_{LQP}$	0.1103	0.0318	$7.0757 \times 10^{-4}$

Tabla 4.13: Torques máximos en cada articulación para cada controlador en doble apoyo.

Articulación	PI Vectorial	LQR	GPI
Máximo Torque en el Tobillo Derecho (Nm)	$1.4221 \times 10^6$	$2.500 \times 10^3$	$1.9607 \times 10^3$
Máximo Torque en el Rodilla Derecha (Nm)	$9.5877 \times 10^5$	$2.500 \times 10^3$	$1.1663 \times 10^3$
Máximo Torque en la Cadera Derecha (Nm)	$4.8497 \times 10^5$	$2.500 \times 10^3$	413.6773

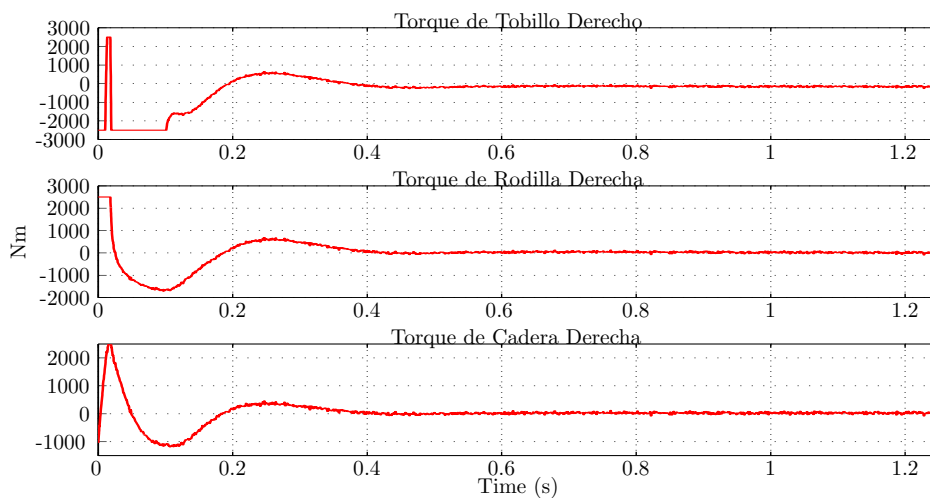


Figura 4.9: Señal de control para el rechazo de perturbaciones del controlador LQR para doble apoyo.

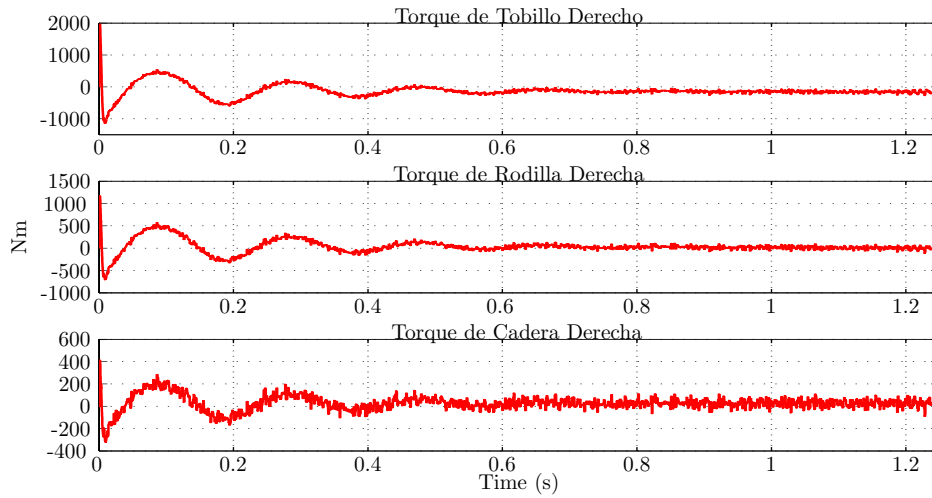


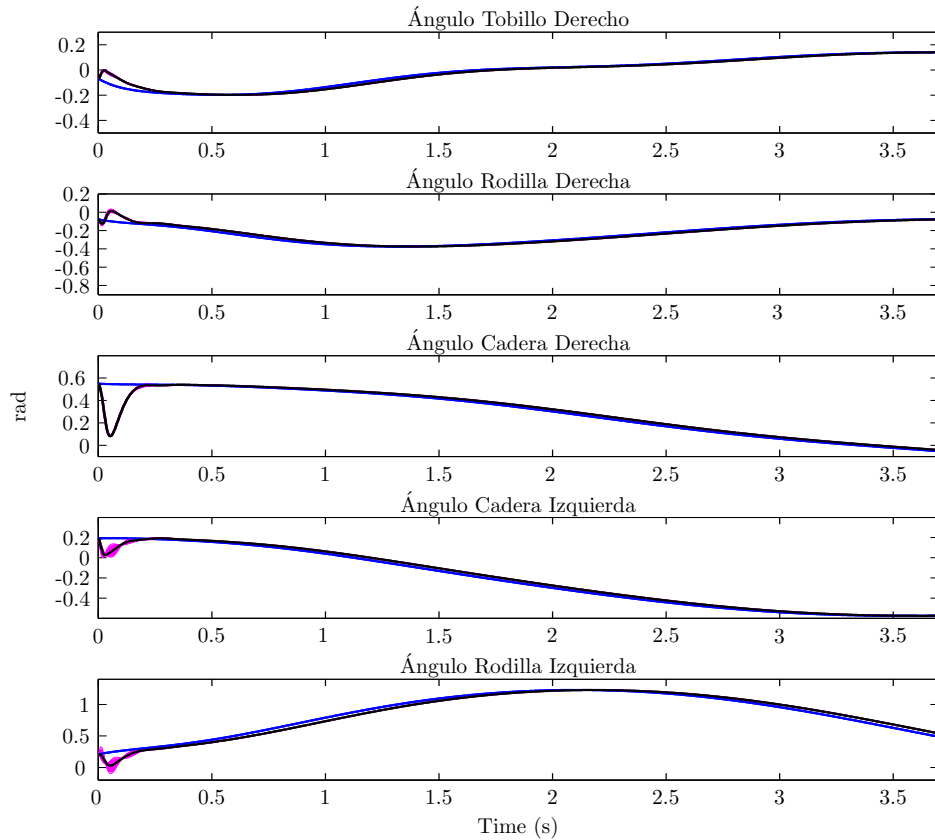
Figura 4.10: Señal de control para el rechazo de perturbaciones del controlador PI Vectorial para doble apoyo.

### Variación de Parámetros

Las incertidumbres y las variaciones de los parámetros son determinantes en el análisis de la robustez de un sistema de control. El modelo del sistema híbrido compuesto por el cuerpo del sujeto y el exoesqueleto está expuesto a incertidumbres causadas por desviaciones de los datos usados para construir el modelo, parámetros desconocidos o dinámicas despreciadas. En este punto se empieza a hablar de la variación de los parámetros, a pesar que en secciones anteriores, como en la linealización del modelo, se definió que el sistema es invariante en el tiempo. Se debe aclarar que existe la posibilidad de que el sujeto o paciente que usaría el exoesqueleto no tendría los datos antropométricos necesariamente iguales a los usados para construir el modelo, además, el sujeto está expuesto a cambios de peso, lo cual provoca que la planta tenga cambios. El modelo construido con los datos antropométricos medios se denomina el modelo nominal y las variaciones de parámetros genera desviaciones del modelo. Las desviaciones del modelo nominal son tomadas como incertidumbres del modelo nominal, por consiguiente, el efecto de las incertidumbres deben ser atenuados por la robustez del controlador.

Para analizar los posibles efectos que pueden causar las incertidumbres, se realizan múltiples simulaciones con diferentes conjuntos de datos antropométricos, cada conjunto de variables con los que se realizan las simulaciones conforman los datos antropométricos de un sujeto, en otras palabras, los datos no tienen una variación totalmente aleatoria, porque cumplen con la proporcionalidad del cuerpo humano. Para realizar el análisis de robustez ante cambio de parámetros se genera un conjunto de datos correspondientes a 50 posibles individuos, los datos son generados de acuerdo con la covarianza que tienen las masas de los segmentos del cuerpo. La covarianza de las masas es encontrada con los resultados de la evaluación antropométrica realizada por Chandler a seis cadáveres [9]. A continuación se muestra la matriz de covarianza de las masas de los segmentos del cuerpo, con los que se construyó el modelo en *SimMechanics*.

$$S = 1 \times 10^7 \begin{bmatrix} 0,0280 & 0,3283 & 0,0121 & 0,0137 & 0,0141 & 0,0079 & 0,0047 & 0,0031 & 0,0970 & 0,0871 & 0,0283 & 0,0304 \\ 0,3283 & 6,0894 & 0,1697 & 0,2473 & 0,2242 & 0,1459 & 0,0734 & 0,0499 & 1,3245 & 1,3994 & 0,4047 & 0,4767 \\ 0,0121 & 0,1697 & 0,0057 & 0,0071 & 0,0069 & 0,0044 & 0,0022 & 0,0015 & 0,0456 & 0,0425 & 0,0133 & 0,0148 \\ 0,0137 & 0,2473 & 0,0071 & 0,0107 & 0,0091 & 0,0062 & 0,0029 & 0,0019 & 0,0533 & 0,0560 & 0,0154 & 0,0190 \\ 0,0141 & 0,2242 & 0,0069 & 0,0091 & 0,0088 & 0,0056 & 0,0028 & 0,0020 & 0,0557 & 0,0545 & 0,0170 & 0,0190 \\ 0,0079 & 0,1459 & 0,0044 & 0,0062 & 0,0056 & 0,0041 & 0,0016 & 0,0012 & 0,0342 & 0,0336 & 0,0099 & 0,0118 \\ 0,0047 & 0,0734 & 0,0022 & 0,0029 & 0,0028 & 0,0016 & 0,0010 & 0,0006 & 0,0171 & 0,0177 & 0,0053 & 0,0060 \\ 0,0031 & 0,0499 & 0,0015 & 0,0019 & 0,0020 & 0,0012 & 0,0006 & 0,0005 & 0,0123 & 0,0123 & 0,0040 & 0,0043 \\ 0,0970 & 1,3245 & 0,0456 & 0,0533 & 0,0557 & 0,0342 & 0,0171 & 0,0123 & 0,3753 & 0,3409 & 0,1123 & 0,1206 \\ 0,0871 & 1,3994 & 0,0425 & 0,0560 & 0,0545 & 0,0336 & 0,0177 & 0,0123 & 0,3409 & 0,3393 & 0,1054 & 0,1175 \\ 0,0283 & 0,4047 & 0,0133 & 0,0154 & 0,0170 & 0,0099 & 0,0053 & 0,0040 & 0,1123 & 0,1054 & 0,0368 & 0,0376 \\ 0,0304 & 0,4767 & 0,0148 & 0,0190 & 0,0190 & 0,0118 & 0,0060 & 0,0043 & 0,1206 & 0,1175 & 0,0376 & 0,0411 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$



(Azul: Ref, Negro: Respuesta Nominal, Magenta: Variación Parámetros)

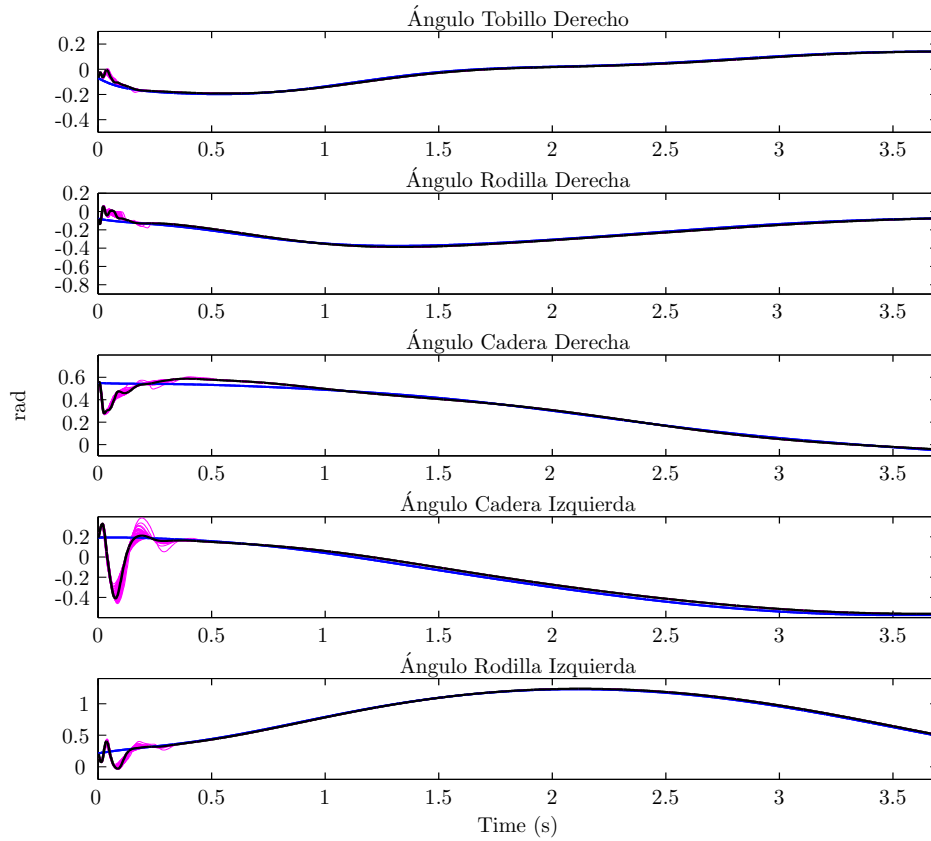
Figura 4.11: Variación de parámetros del controlador PI Vectorial para simple apoyo.

Se evalúan los tres controladores exactamente para los mismos conjuntos de datos, los resultados de estas simulaciones determinan que controladores mantienen la estabilidad a pesar de los cambios y cual de estos conserva el mejor desempeño. Las Figuras 4.11, 4.12 y 4.13 muestran las múltiples simulaciones con los controladores PI Vectorial, LQR y GPI respectivamente para la fase de apoyo simple. Se puede ver que las mayores desviaciones del comportamiento nominal ocurren en el transitorio de las respuestas, pero los tres controladores conservan el sistema estable y en un corto tiempo hacen que el sistema converja a la trayectoria de referencia.

Un método para identificar cual de los sistemas de control tiene el mejor comportamiento en las simulaciones consiste en cuantificar los índices de desempeño, errores y torques máximos en cada simulación y al final de todas las simulaciones definir cuales fueron los peores casos. La Tabla 4.14 muestra los máximos índices de desempeño de cada controlador, cabe recordar que una magnitud alta en el índice  $I_{LQ}$  indica errores y/o torques requeridos altos. Las Tablas 4.15 y 4.16 muestran los errores y torques máximos de todas las simulaciones para cada controlador en la fase de simple apoyo.

Tabla 4.14: Máximo índice de desempeño  $I_{LQ}$  en variación de parámetros para simple apoyo.

Índice	PI Vectorial	LQR	GPI
máx $I_{LQ}$	0.0929	0.1158	0.0269

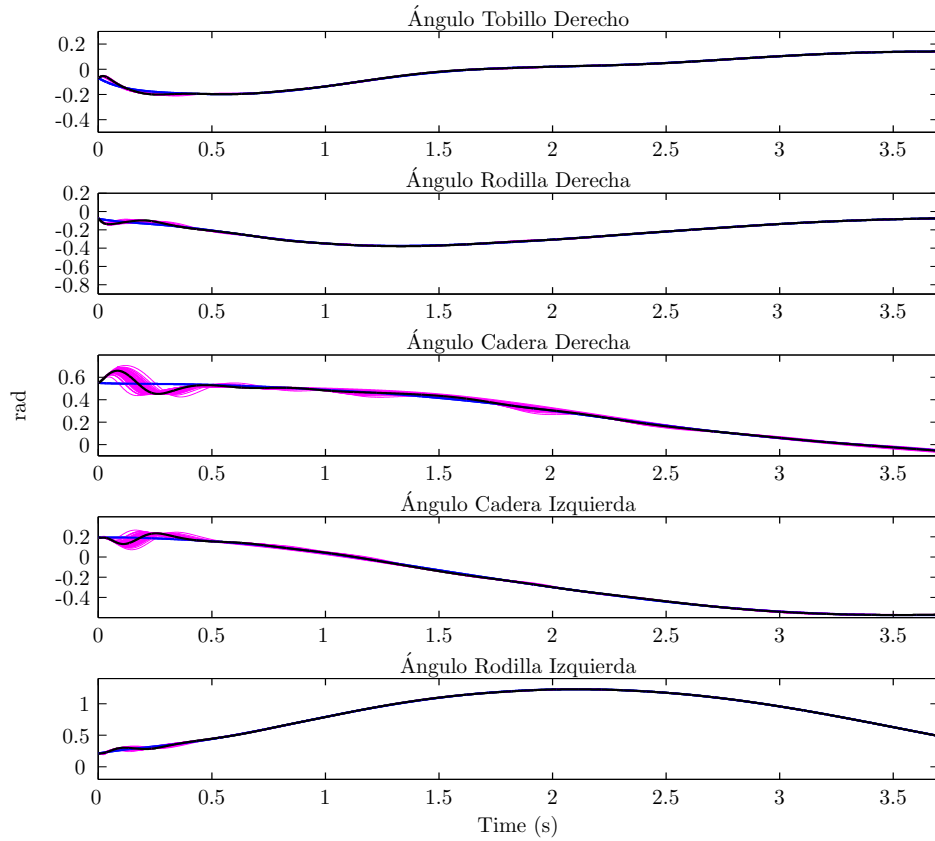


(Azul: Ref, Negro: Respuesta Nominal, Magenta: Variación Parámetros)

Figura 4.12: Variación de parámetros del controlador LQR para simple apoyo.

Tabla 4.15: Errores máximos en cada articulación para cada controlador con variación de parámetros para simple apoyo.

Articulación	PI Vectorial	LQR	GPI
Máximo Error en el Tobillo Derecho (rad)	0.1010	0.1103	0.0465
Máximo Error en la Rodilla Derecha (rad)	0.1330	0.1558	0.0514
Máximo Error en la Cadera Derecha (rad)	0.4693	0.2822	0.1623
Máximo Error en la Cadera Izquierda (rad)	0.1900	0.6560	0.1196
Máximo Error en la Rodilla Izquierda (rad)	0.3413	0.3038	0.0461



(Azul: Ref, Negro: Respuesta Nominal, Magenta: Variación Parámetros)

Figura 4.13: Variación de parámetros del controlador GPI para simple apoyo.

Tabla 4.16: Torques máximos en cada articulación para cada controlador ante variación de parámetros para simple apoyo.

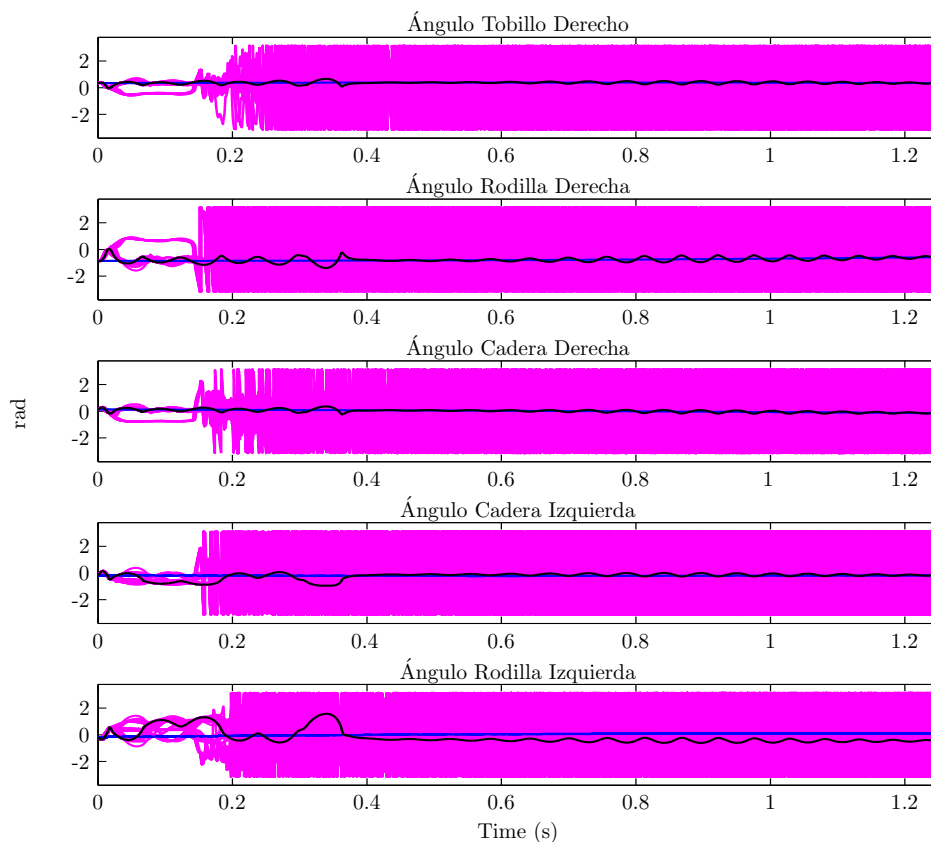
Articulación	PI Vectorial	LQR	GPI
Máximo Torque en el Tobillo Derecho (Nm)	$3.0059 \times 10^4$	$2.500 \times 10^3$	$2.500 \times 10^3$
Máximo Torque en la Rodilla Derecha (Nm)	$2.8271 \times 10^4$	$2.4634 \times 10^3$	$2.500 \times 10^3$
Máximo Torque en la Cadera Derecha (Nm)	$2.6079 \times 10^4$	$2.500 \times 10^3$	400
Máximo Torque en la Cadera Izquierda (Nm)	$8.3304 \times 10^3$	$2.0351 \times 10^3$	249.4937
Máximo Torque en la Rodilla Izquierda (Nm)	$2.5952 \times 10^3$	714.3865	73.4579

A continuación se obtienen las respuestas del sistema multicuerpos no lineal en doble apoyo, expuesto a variación de parámetros antropométricos. Las Figuras 4.14,4.15,4.16 muestran el comportamiento de los controladores PI Vectorial, LQR y GPI respectivamente. Las múltiples simulaciones observadas en las evaluaciones de robustez ante variación de parámetros del modelo de doble apoyo, se realizan con los mismos datos generados en la evaluación de la robustez ante variación de parámetros del modelo en simple apoyo.

Como se puede ver en las figuras de las simulaciones para la fase de doble apoyo, las respuestas del controlador GPI tienen menor dispersión que las respuestas mostradas por los controladores PI Vectorial y el LQR. Esto indica mayor robustez ante variación de parámetros del controlador GPI, lo cual se comprueba al comparar los máximos índices de desempeño mostrados en la Tabla 4.17. Además los torques máximos requeridos por el controlador GPI son menores que los del controlador PI y LQR, tal como se ve en la Tabla 4.19, de igual manera se muestra que las máximas desviaciones en el seguimiento de la referencia son menores para el controlador GPI, los errores máximos del seguimiento de la referencia se muestran en la Tabla 4.18.

Tabla 4.17: Máximo índice de desempeño  $I_{LQ}$  en variación de parámetros en doble apoyo.

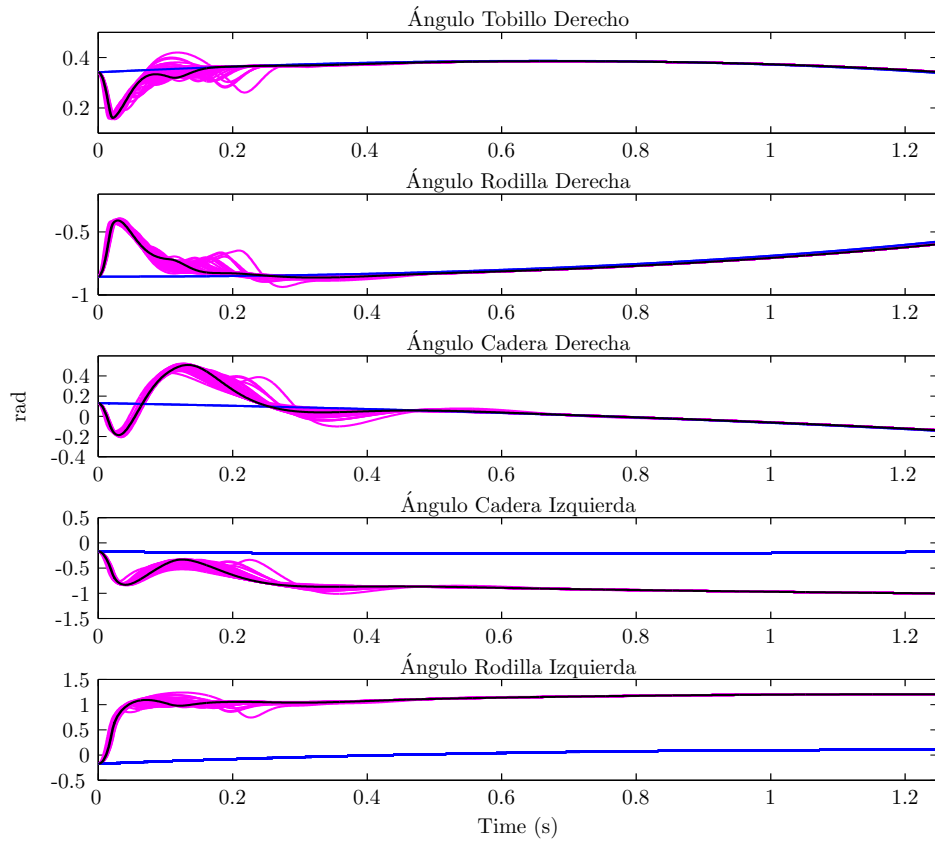
Índice	PI Vectorial	LQR	GPI
máx $I_{LQ}$	$1.2044 \times 10^4$	0.0416	0.0023



(Azul: Ref, Negro: Respuesta Nominal, Magenta: Variación Parámetros)

Figura 4.14: Variación de parámetros del controlador PI Vectorial para doble apoyo.

Las respuestas mostradas en la Figura 4.14 tienen especial importancia porque algunas de las simulaciones se vuelven inestables. Por efectos del tipo de sistema y del sensor las variables controladas no tienden a infinito, pero claramente pasan por el ángulo  $\pi$  o  $-\pi$ , lo cual implica que el sistema entra en un punto de equilibrio diferente al de trabajo.



(Azul: Ref, Negro: Respuesta Nominal, Magenta: Variación Parámetros)

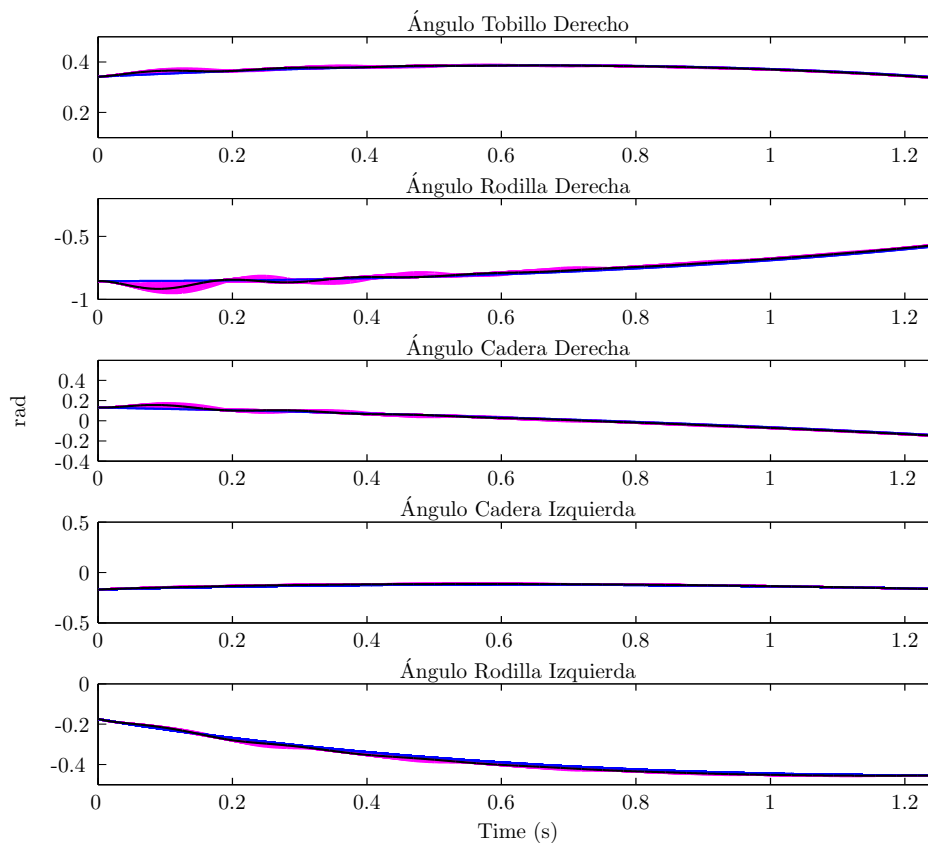
Figura 4.15: Variación de parámetros del controlador LQR para doble apoyo.

Tabla 4.18: Errores máximos en cada articulación para cada controlador con variación de parámetros en doble apoyo.

Articulación	PI Vectorial	LQR	GPI
Máximo Error en el Tobillo Derecho (rad)	3.5278	0.1893	0.0189
Máximo Error en la Rodilla Derecha (rad)	3.9942	0.4623	0.0981
Máximo Error en la Cadera Derecha (rad)	3.2837	0.4073	0.0576

Tabla 4.19: Torques máximos en cada articulación para cada controlador ante variación de parámetros en doble apoyo.

Articulación	PI Vectorial	LQR	GPI
Máximo Torque en el Tobillo Derecho (Nm)	$8.6493 \times 10^8$	$2.500 \times 10^3$	$2.0544 \times 10^3$
Máximo Torque en la Rodilla Derecha (Nm)	$4.9331 \times 10^8$	$2.500 \times 10^3$	$1.2116 \times 10^3$
Máximo Torque en la Cadera Derecha (Nm)	$1.5444 \times 10^8$	$2.500 \times 10^3$	412.4284



(Azul: Ref, Negro: Respuesta Nominal, Magenta: Variación Parámetros)

Figura 4.16: Variación de parámetros del controlador GPI para doble apoyo.

### 4.3 Análisis de Resultados

Queda por determinar cual de los controladores evaluados otorga las mejores prestaciones, con los mejores índices de desempeño y con el mejor balance entre robustez, desempeño y requerimientos energéticos. A continuación se comparan los resultados de las evaluaciones que se le realizaron a los controladores en las secciones anteriores. Los resultados se dividen en los controladores para apoyo simple y apoyo doble.



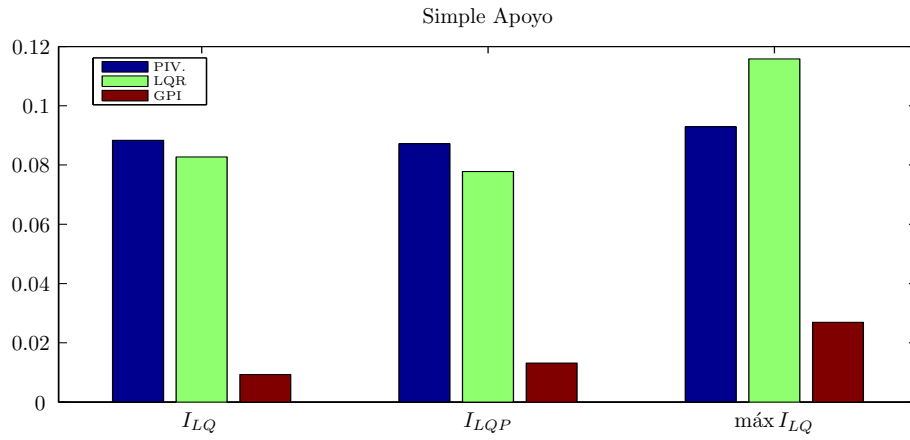


Figura 4.17: Comparación de los índices de desempeño de los controladores en simple apoyo.

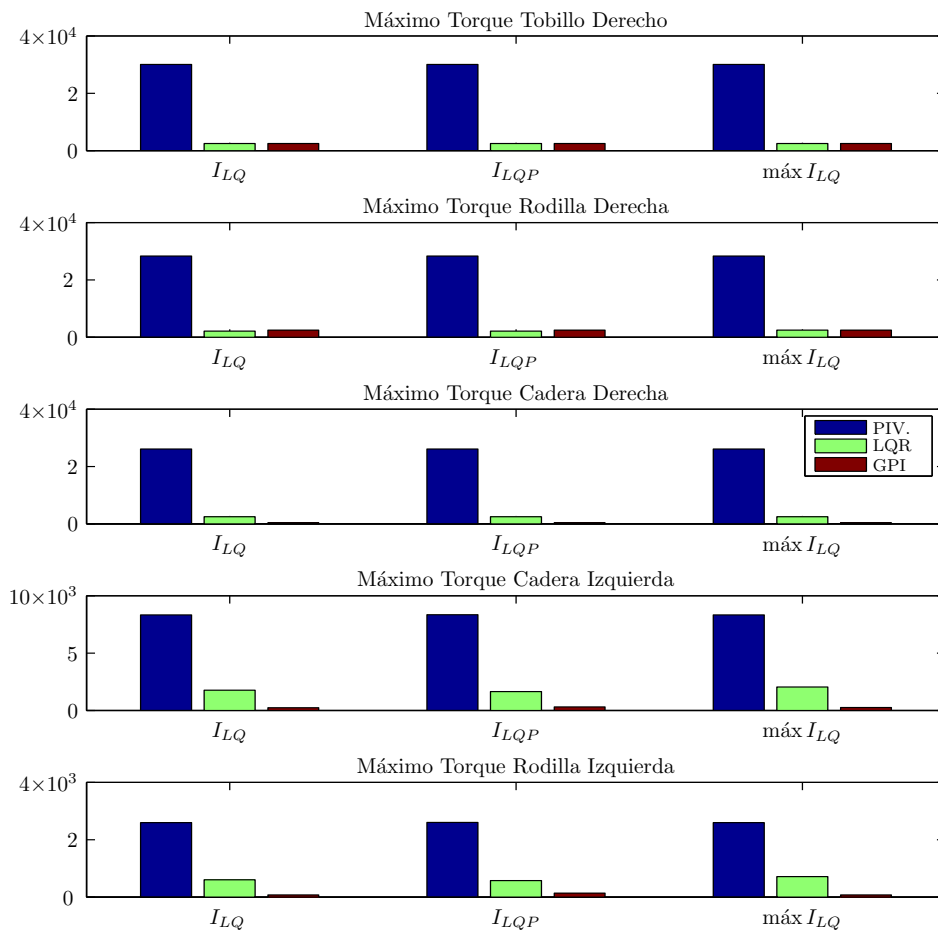


Figura 4.18: Comparación de los máximos torques de los controladores en simple apoyo.

El diagrama de barras de la Figura 4.17 muestra los índices de desempeño para el modelo nominal,

el modelo expuesto a perturbaciones externas y el peor índice de desempeño de las evaluaciones a los 50 conjuntos de datos, realizada en la variación de parámetros. Para el modelo de apoyo simple el controlador GPI tiene los mejores índices de desempeño, además, tiene los menores requerimientos picos de torque como se ve en la Figura 4.18, adicional a eso se confirma su dominio con los menores errores de seguimiento mostrados en la Figura 4.19.

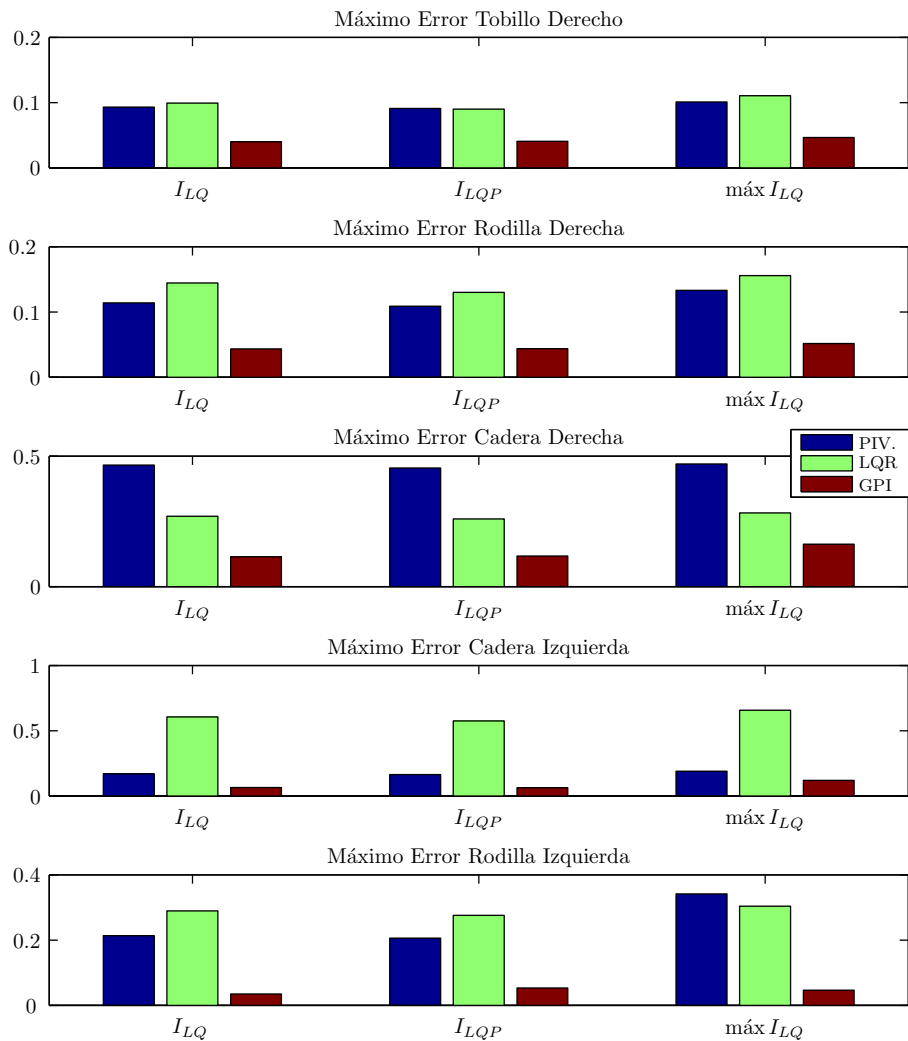


Figura 4.19: Comparación de los máximos errores de los controladores en simple apoyo.

En la Figura 4.18 correspondiente a los máximos torques, se ve claramente que el controlador PI Vectorial tiene requerimientos de control muy superiores a los de los demás controladores. Teniendo en cuenta que los picos máximos mostrados están directamente ligados a los actuadores requeridos, se puede decir que es una estrategia de control poco recomendada, debido a que los actuadores necesarios serían desproporcionados con respecto al resto del exoesqueleto.

En cuanto a las evaluaciones del modelo en doble apoyo, la Figura 4.20 muestra los índices de desempeño para el modelo nominal  $I_{LQ}$ , rechazo de perturbaciones  $I_{LQP}$  y el peor índice de desempeño en las evaluaciones de variación de parámetros  $máx I_{LQ}$ . Entre los controladores diseñados para la fase de doble apoyo se tiene que los índices de desempeño y los torques máximos del controlador PI Vectorial

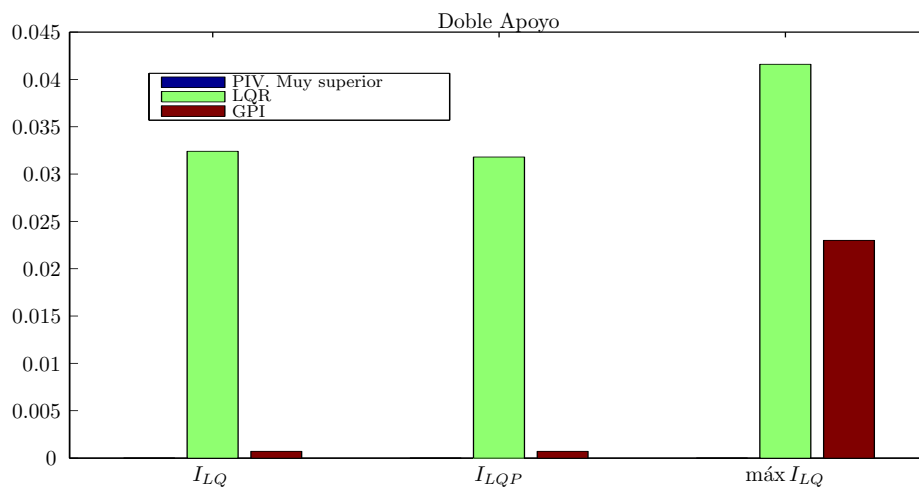


Figura 4.20: Comparación de los índices de desempeño de los controladores en doble apoyo.

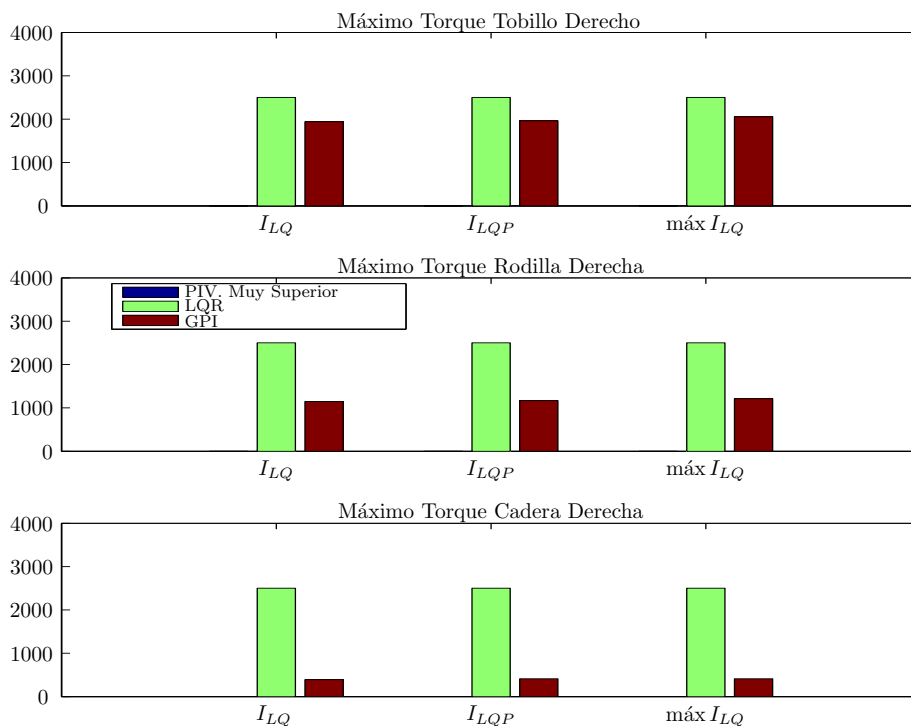


Figura 4.21: Comparación de los máximos torques de los controladores en doble apoyo.

rebasan con una gran diferencia a los obtenidos con las estrategias de control LQR y GPI, por esta razón solo se presentan las tablas comparativas de los dos últimos controladores. Para el caso de doble apoyo el controlador con las mejores características de desempeño y robustez es el controlador GPI. Esto se confirma en las tablas comparativas de los índices de desempeño (Ver Figura 4.20), torques máximos (Ver Figura 4.21) y errores máximos (Ver Figura 4.22).

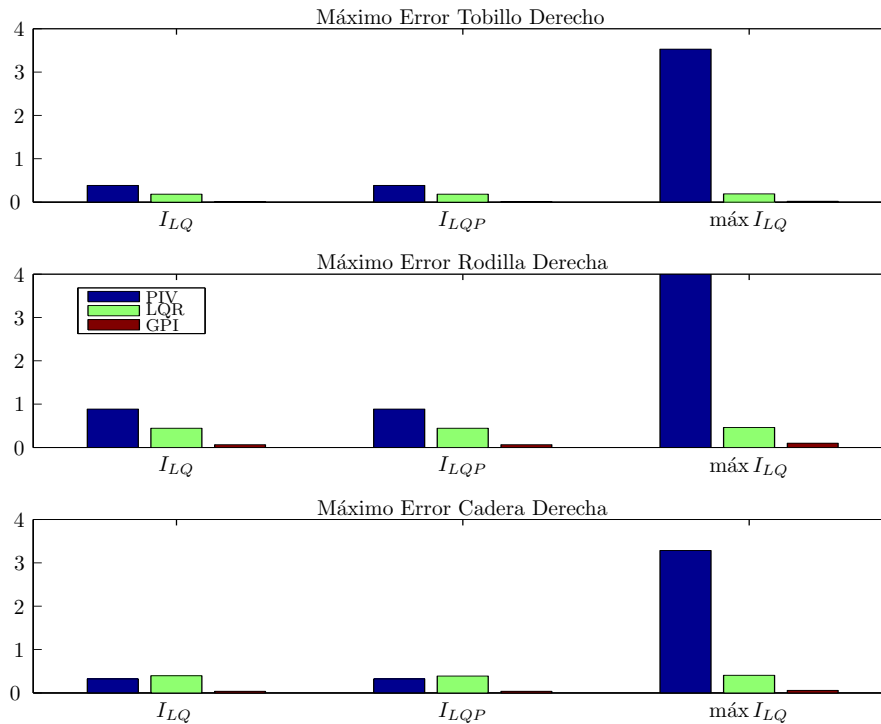


Figura 4.22: Comparación de los máximos errores de los controladores en doble apoyo.

Con el propósito de mostrar las diferencias entre las respuestas de la evaluación de robustez ante cambio de parámetros, se realiza un análisis estadístico de los índices de desempeño obtenidos en cada simulación para cada uno de los controladores. El análisis estadístico de las respuestas de la variación de parámetros consiste en determinar las medias y las desviaciones estándar de los cincuenta índices de desempeño para cada controlador. Primero se exponen los resultados de los controladores para simple apoyo, para tal fin la Tabla 4.20 muestra la media y las desviaciones estándar de los controladores en simple apoyo, estos mismos datos son expresados en los histogramas de la Figura 4.23. Según la menor media de los conjuntos de índices se puede concluir que el controlador con mejores índices de desempeño es el controlador GPI y aunque la distribución de datos del controlador PI Vectorial es el menor de los tres controladores, el controlador GPI tiene una desviación estándar pequeña y además todos los índices de desempeño de las múltiples evaluaciones son menores que los mejores índices de los otros controladores.

Tabla 4.20: Análisis estadístico de las simulaciones de variación de parámetros para simple apoyo.

Índices	PI Vectorial	LQR	GPI
Media	0.0886	0.0822	0.0097
Desviación Estandar	0.0011	0.0105	0.0035

Por su parte las evaluaciones de los controladores para la fase de doble apoyo muestran un alto dominio del controlador GPI. En la Tabla 4.21 se muestran los resultados de la media y las desviaciones estándar de los controladores para doble apoyo, mientras que las Figuras 4.24 y 4.25 muestran dichos resultados de manera gráfica. Se puede ver que la diferencia entre la desviación estándar de los índices de desempeño para el controlador GPI con los otros controladores es superior al 457%. Por tener una menor media y menor dispersión de los índices de desempeño se puede concluir que el controlador

GPI es el controlador con mejor desempeño y más robustez en la fase de doble apoyo.

Tabla 4.21: Análisis estadístico de las simulaciones de variación de parámetros para doble apoyo.

Índices	PI Vectorial	LQR	GPI
Media	0.1247	0.0326	$7.1118 \times 10^{-4}$
Desviación Estandar	$2.6636 \times 10^{-3}$	0.0025	$4.4835 \times 10^{-4}$

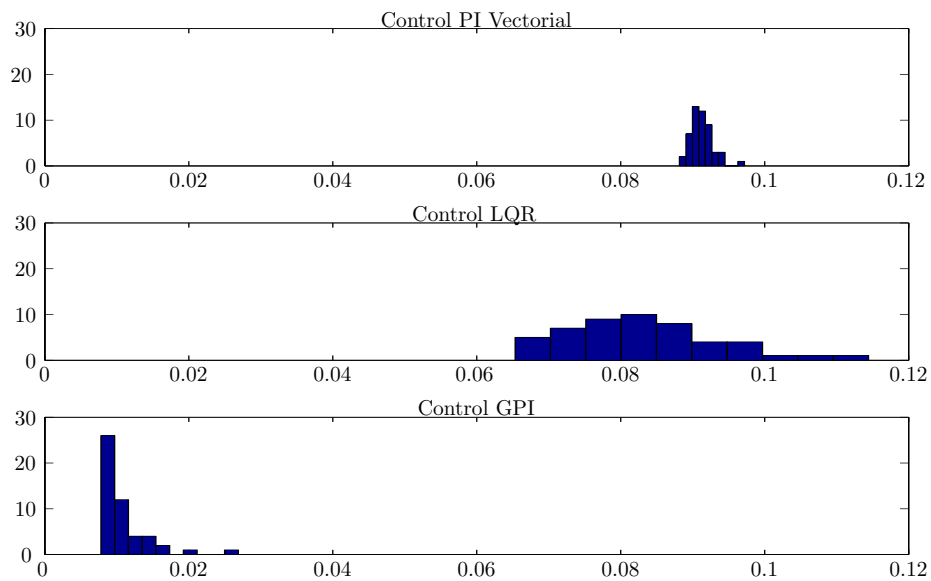


Figura 4.23: Distribución de los índices de desempeño para simple apoyo.

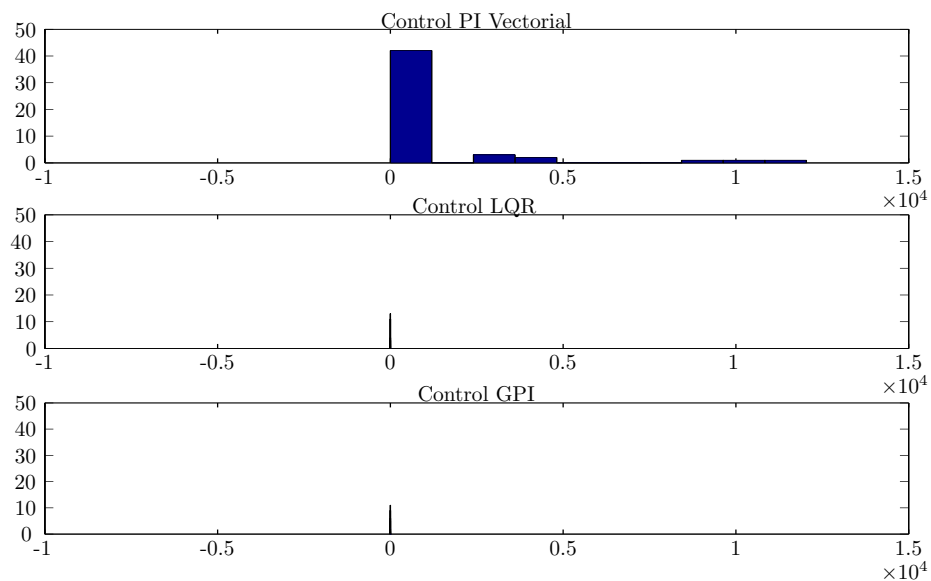


Figura 4.24: Distribución de los índices de desempeño para doble apoyo.

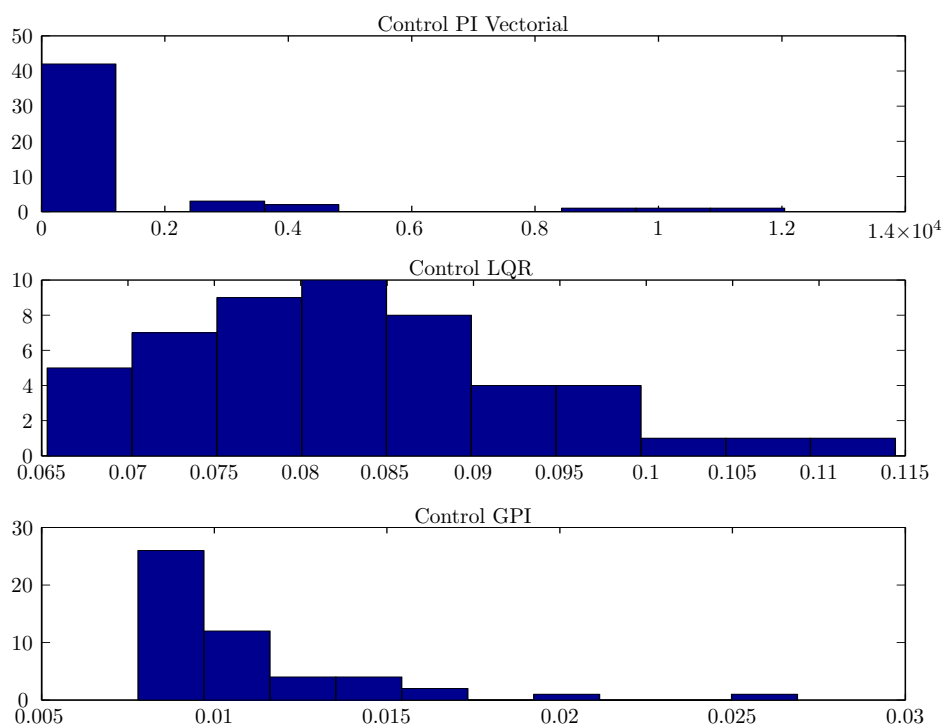


Figura 4.25: Distribución de los índices de desempeño para doble apoyo ampliada.

#### 4.4 Transferencia de Fases de Marcha

Como ya se ha mencionado anteriormente el paso de la fase de simple apoyo al doble apoyo, implica un cambio en la dinámica del sistema, por lo cual se realiza también un cambio de controlador. Según el análisis de la evaluación de los controladores diseñados para cada fase de marcha, se encontró que los mejores controladores para cada fase de marcha son los controladores GPI. Por tanto se evalúa el paso de la fase de apoyo simple del pie derecho controlada con GPI para simple apoyo, al doble apoyo controlado con GPI para doble apoyo.

Se propone un algoritmo basado en una maquina de estados para conmutar entre los controladores. Cuando el estado del cuerpo con exoesqueleto esta en apoyo simple se activa el controlador GPI para apoyo simple y cuando la planta está en doble apoyo el controlador activo es el control GPI para doble apoyo. El algoritmo propuesto se muestra en la Figura 4.26.

La transferencia entre las fases de marcha tiene especial interés por varias razones, entre ellas se encuentran el problema de la conmutación de controladores y los efectos del contacto discontinuo de los pies en el piso. La conmutación de controladores entre cada fase de marcha es determinante porque las condiciones iniciales con las que inicia son diferentes de cero, debido a que el cuerpo está en movimiento antes de activar el controlador. Con la evaluación del cambio de fase de marcha se comprueba que el controlador mantiene la estabilidad del sistema.

En el cambio de fase de marcha se analiza la respuesta del sistema expuesto a las perturbaciones causadas por el impacto que se presenta en el contacto del pie con el suelo. El problema de contacto es una área de estudio en la cual se han obtenido algunas soluciones desde el punto de vista del control y la planeación de trayectorias [23, 45, 68]. En esta tesis no se aborda el problema del impacto, pero se genera una trayectoria de marcha que permita suavizar el contacto del pie con el suelo.

La trayectoria de marcha generada se realiza con el propósito de realizar un proceso de marcha continuo y con apoyo de los pies al mismo nivel del piso. como primera premisa para generar la trayectoria de marcha se define que el movimiento de la cadera en el plano sagital esta descrito por una sinusoidal con un periodo igual a la mitad de la longitud de la zancada y una amplitud aproximada de unos cinco centímetros. Con el pie en apoyo fijo en una posición se definen los ángulos de las articulaciones de la pierna en apoyo que lleva la cadera a la posición deseada.

Después de ubicar la cadera en la posición deseada, se define la trayectoria que debe realizar el pie en balanceo para pasar del punto de anterior apoyo hacia el siguiente punto de apoyo. La primera característica de la trayectoria del pie en balanceo es la distancia entre los puntos de apoyo anterior e inmediatamente futuro que es igual a la longitud de la zancada. Un segundo dato es la altura a la cual se eleva el pie con respecto al piso, para evitar un choque inesperado entre el pie en balanceo y el suelo. La tercera característica que se desea es que la transición entre el balanceo y el apoyo sea suave, por tanto se propone que la primera y segunda derivada de la trayectoria sea igual a cero en los puntos de apoyo. Con las condiciones descritas anteriormente se plantea un sistema de ecuaciones que permitan definir un polinomio que describa la trayectoria a seguir por el pie en balanceo.

Si se supone que el polinomio que describe la trayectoria del pie en balanceo es de orden seis se tiene que

$$tray\_pie(x) = \alpha_6 x^6 + \alpha_5 x^5 + \alpha_4 x^4 + \alpha_3 x^3 + \alpha_2 x^2 + \alpha_1 x + \alpha_0.$$

Si  $z =$ Longitud de la zancada y  $h =$ Altura de elevación del pie en balanceo, se tienen las siguientes condiciones

$$\begin{aligned} tray\_pie\left(-\frac{z}{2}\right) &= \alpha_6\left(-\frac{z}{2}\right)^6 + \alpha_5\left(-\frac{z}{2}\right)^5 + \alpha_4\left(-\frac{z}{2}\right)^4 + \alpha_3\left(-\frac{z}{2}\right)^3 + \alpha_2\left(-\frac{z}{2}\right)^2 + \alpha_1\left(-\frac{z}{2}\right) + \alpha_0 = 0, \\ tray\_pie(0) &= \alpha_6(0)^6 + \alpha_5(0)^5 + \alpha_4(0)^4 + \alpha_3(0)^3 + \alpha_2(0)^2 + \alpha_1(0) + \alpha_0 = h, \\ tray\_pie\left(\frac{z}{2}\right) &= \alpha_6\left(\frac{z}{2}\right)^6 + \alpha_5\left(\frac{z}{2}\right)^5 + \alpha_4\left(\frac{z}{2}\right)^4 + \alpha_3\left(\frac{z}{2}\right)^3 + \alpha_2\left(\frac{z}{2}\right)^2 + \alpha_1\left(\frac{z}{2}\right) + \alpha_0 = 0, \\ tray\_pie'\left(-\frac{z}{2}\right) &= 6\alpha_6\left(-\frac{z}{2}\right)^5 + 5\alpha_5\left(-\frac{z}{2}\right)^4 + 4\alpha_4\left(-\frac{z}{2}\right)^3 + 3\alpha_3\left(-\frac{z}{2}\right)^2 + 2\alpha_2\left(-\frac{z}{2}\right) + \alpha_1 = 0, \\ tray\_pie'\left(\frac{z}{2}\right) &= 6\alpha_6\left(\frac{z}{2}\right)^5 + 5\alpha_5\left(\frac{z}{2}\right)^4 + 4\alpha_4\left(\frac{z}{2}\right)^3 + 3\alpha_3\left(\frac{z}{2}\right)^2 + 2\alpha_2\left(\frac{z}{2}\right) + \alpha_1 = 0, \\ tray\_pie''\left(-\frac{z}{2}\right) &= 30\alpha_6\left(-\frac{z}{2}\right)^4 + 20\alpha_5\left(-\frac{z}{2}\right)^3 + 12\alpha_4\left(-\frac{z}{2}\right)^2 + 6\alpha_3\left(-\frac{z}{2}\right) + 2\alpha_2 = 0, \\ tray\_pie''\left(\frac{z}{2}\right) &= 30\alpha_6\left(\frac{z}{2}\right)^4 + 20\alpha_5\left(\frac{z}{2}\right)^3 + 12\alpha_4\left(\frac{z}{2}\right)^2 + 6\alpha_3\left(\frac{z}{2}\right) + 2\alpha_2 = 0. \end{aligned}$$

Con las condiciones de la solución establecidas es suficiente para determinar los coeficientes del polinomio  $tray\_pie$ . Finalmente tomando como origen la posición de la cadera en cada punto se determinan los ángulos de las articulaciones de la pierna izquierda que llevan el pie a la posición descrita por el polinomio calculado, tal como lo muestra la Figura 4.27.

La Figura 4.28 muestra el seguimiento de una trayectoria de marcha que incluye cambio de fase de marcha de apoyo simple a apoyo doble. La respuesta de los controladores GPI para apoyo simple y apoyo doble indican que incluso con el cambio de tipo de apoyo el sistema se mantiene estable, el índice de desempeño se mantiene y las señales de control no exceden los límites máximos descritos anteriormente.

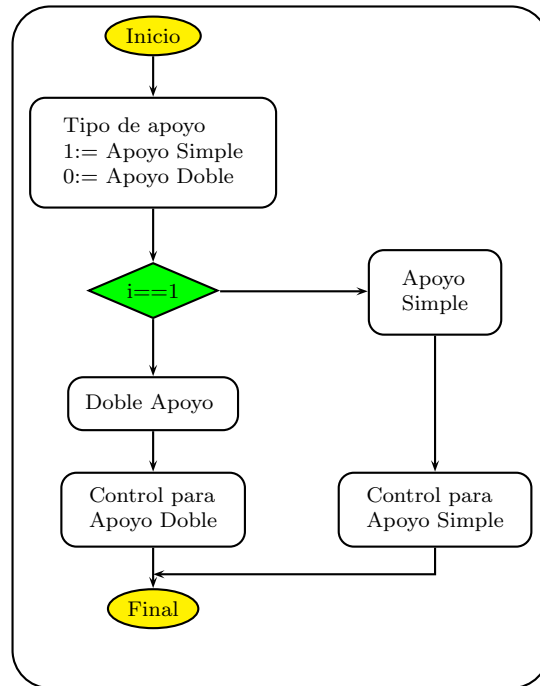


Figura 4.26: Algoritmo para control de cambio de fase de marcha.

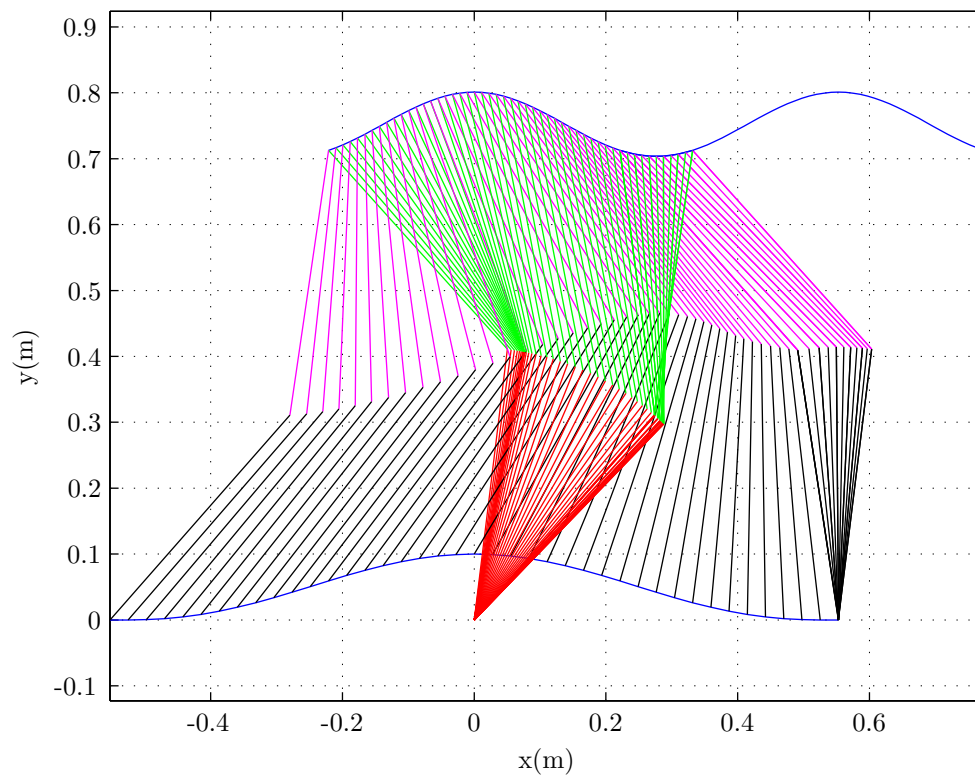


Figura 4.27: Evolución de la trayectoria de marcha.



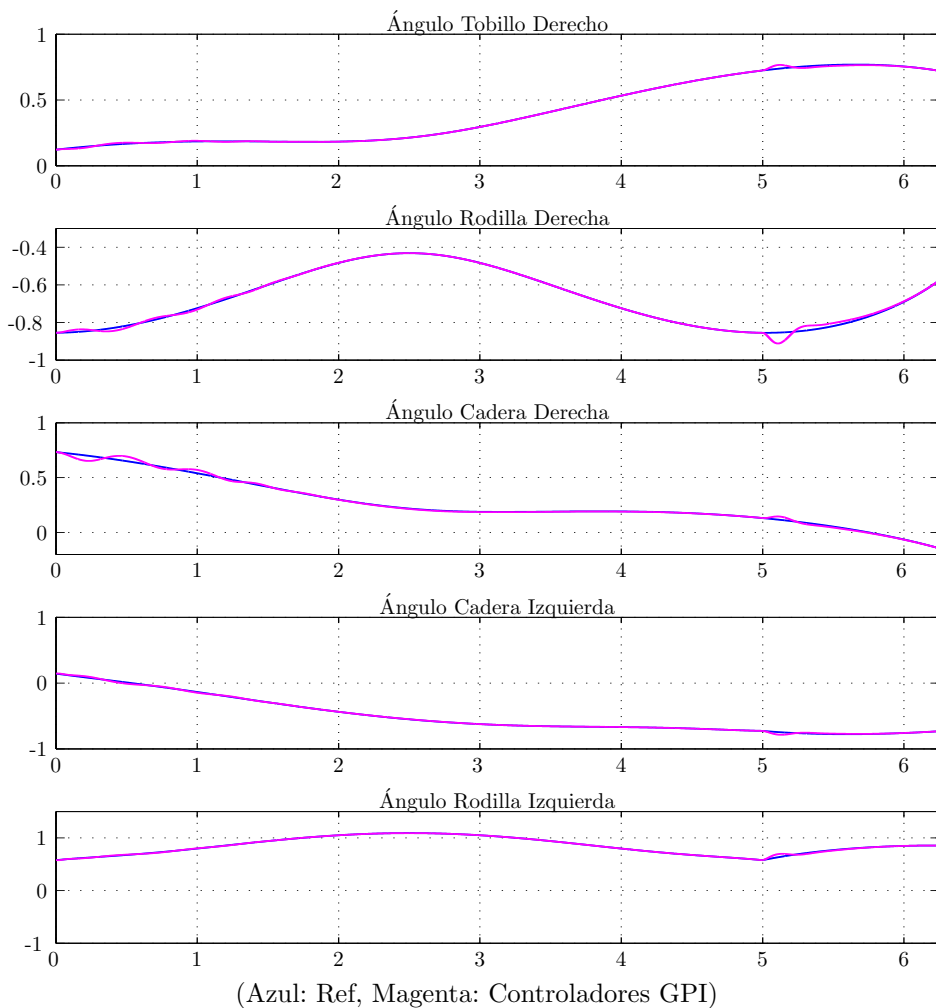
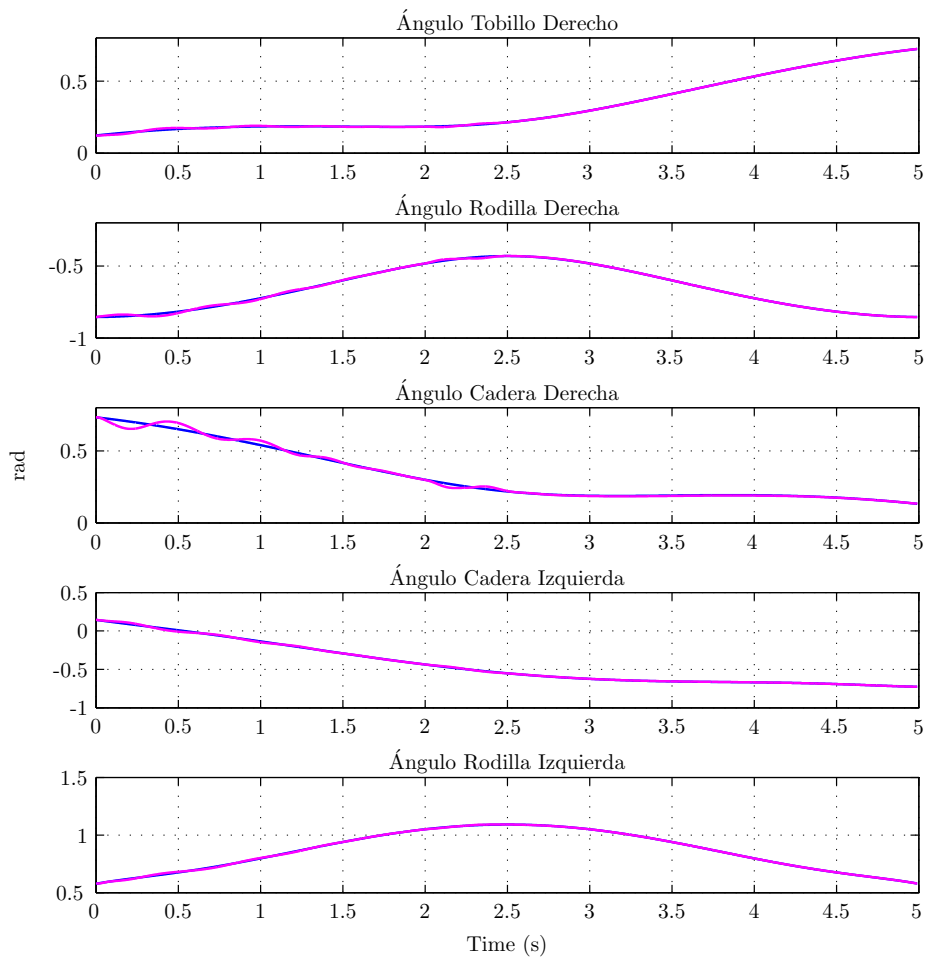


Figura 4.28: Cambio de apoyo.

Finalmente se ha realizado una prueba del sistema en la fase de apoyo simple controlado con GPI, para la cual se expone el sistema a una perturbación compuesta de una fuerza con el perfil de un pulso aplicado sobre el torso del sujeto. La perturbación se ha realizado para evaluar el comportamiento del control GPI ante un cambio inercial inesperado. La perturbación consiste en aplicar una fuerza tipo pulso con una amplitud de 50N y una duración de 0.25s sobre el torso del sujeto. La Figura 4.29 muestra el seguimiento de la trayectoria de marcha y la respuesta ante la perturbación realizada en  $t = 2s$ . Según el resultado de la prueba realizada se puede concluir que el sistema tiene un rechazo efectivo de esta perturbación, usando señales de control dentro de los límites de operación con los cuales se diseñó el controlador.



(Azul: Ref, Magenta: Controladores GPI)

Figura 4.29: Respuesta a perturbación tipo impulso en el torso

## Capítulo 5

# Conclusiones

En esta tesis se desarrollan estrategias de control multivariables para controlar un exoesqueleto de marcha destinado a personas con discapacidad total o parcial de extremidades inferiores. Los controladores diseñados permiten que un sujeto pueda realizar una caminata en el plano sagital sin necesidad de soporte adicional de bordones, muletas o caminadores. Los controladores finalmente propuestos otorgan mayor autonomía de las extremidades superiores que los exoesqueletos estudiados en el estado del arte.

Para el diseño de los controladores y la simulación del comportamiento del exoesqueleto se construyen modelos de dinámica multicuerpos en *SimMechanics* de Matlab para las fases de marcha de simple y doble apoyo. El modelo construido en esta tesis difiere de los basados en un modelado matemático con las masas concentradas, este es un modelo computacional en el cual los segmentos del cuerpo son considerados como cuerpos rígidos y permite simular los comportamientos no lineales del sistema. En el modelo se incluyen además de las partes del exoesqueleto, el cuerpo de un sujeto con datos antropométricos reales, basados en estudios tomados de la literatura sobre evaluaciones antropométricas de cadáveres y cuyos resultados son homologables a las características de la población colombiana. Se recrean los efectos dinámicos que causan todos los segmentos del cuerpo del sujeto, incluyendo el movimiento de las extremidades superiores y los cambios del centro de gravedad del sistema completo, provocados por el cambio relativo de cada segmento del modelo. En el exoesqueleto se consideran seis actuadores que se activan dependiendo del tipo de apoyo que se tiene, para el simple apoyo se activan todos los actuadores excepto el actuador del tobillo de la pierna en balanceo y para el doble apoyo se activan los tres actuadores de la pierna que en el estado anterior estaba en apoyo simple.

Esta tesis es un aporte al control de exoesqueletos de marcha para personas con discapacidad motora, porque en comparación con los trabajos realizados sobre exoesqueletos, en los que tradicionalmente se aborda el problema de control como múltiples sistemas de control SISO, en donde se desprecian las dinámicas acopladas del sistema, esta tesis desarrolla un modelo que incluye la dinámica de todo el cuerpo del sujeto y se desarrollan controladores MIMO. Los controladores multivariables diseñados son PI Vectorial, LQR y GPI para las fases de simple y doble apoyo. La sintonización de los controladores está basada en el modelo nominal, construido con los datos antropométricos medios de las evaluaciones de múltiples cadáveres encontrados en estudios previos. El controlador PI vectorial se sintoniza mediante la asignación de la estructura propia del sistema de lazo cerrado deseada y también con un método de optimización denominado LQR. Además se desarrolla una estrategia de control no lineal GPI, basada en la cancelación de la no linealidad y rechazo activo de perturbaciones con la asignación de polinomios característicos de los errores de seguimiento en lazo cerrado.

Se evalúan los controladores multivariables sobre el modelo multicuerpos no lineal construido en *SimMechanics* con tres pruebas: seguimiento de trayectoria, rechazo de perturbaciones, y variación de parámetros en la planta. Los tres controladores realizan seguimiento de las referencias de marcha, rechazan perturbaciones causadas por la dinámica de las extremidades superiores del cuerpo del sujeto y perturbaciones externas en los actuadores, además en su mayoría tienen comportamiento robusto

ante la variación de parámetros, evaluada con la simulación de los controladores en sujetos con datos antropométricos diferentes a los del modelo nominal. La evaluación de variación de parámetros se realiza con cincuenta sujetos, cuyas constantes antropométricas están relacionadas por medio de la covarianza de los datos obtenidos en las fuentes de antropometría. Los conjuntos de datos de los cincuenta sujetos son tomados aleatoriamente dentro de una distribución gaussiana de la población colombiana.

Con el fin de determinar los mejores controladores en cada fase de marcha, se calculan índices de desempeño en los que se incluyen los errores de seguimiento y las señales de control. Se comparan los máximos torques requeridos, los máximos errores de seguimiento en cada controlador y la variabilidad de los índices de desempeño al evaluar el controlador en diferentes sujetos. Los resultados de los controladores para la fase de apoyo simple muestran que en todas las pruebas realizadas los índices de desempeño del controlador GPI son mejores que los controladores PI Vectorial y LQR. Al comparar la dispersión de los índices de desempeño en la evaluación en múltiples sujetos se encuentra que a pesar de que la media de los índices es menor para el controlador GPI, el controlador más consistente o con menos dispersión de los datos es el control PI Vectorial, pero con altos requerimientos en las señales de control. Por esta razón se considera que para la fase de apoyo simple, el controlador GPI tiene el mejor balance entre robustez y desempeño.

Los resultados de las evaluaciones de los controladores para el apoyo doble muestran que el controlador GPI para doble apoyo tiene los mejores índices de desempeño. El controlador LQR para doble apoyo muestra índices de desempeño y señales de control que en comparación con los resultados obtenidos en el control PI Vectorial son buenos, además la evaluación de variación de parámetros tiene consistencia con desviaciones estándar pequeñas, mostrando robustez ante variación de parámetros. A pesar de los buenos resultados obtenidos con el controlador LQR, este tipo de controlador es inaceptable, debido a que los sobrepicos en la respuesta transitoria de todos los casos evaluados lleva a los ángulos de las articulaciones dependientes a converger a una solución no factible, quedando en una posición no anatómica y dejando el cuerpo en una postura que causaría lesiones al sujeto.

Según el comportamiento de los controladores en las evaluaciones se concluye que los mejores controladores para cada fase de marcha son los controladores GPI, porque tienen los menores requerimientos de señal de control, responden con los mejores índices de desempeño, son los más robustos ante perturbaciones externas y tienen un buen grado de consistencia ante cambio de parámetros. Un efecto que no se ve reflejado en los índices de desempeño, torques y/o errores máximos, es el efecto favorable que canalizan los controladores GPI con respecto a la reducción del subpico de las respuestas, atenuando los efectos no mínima fase que la planta presenta en los demás controladores.

La generación de una trayectoria suave y un algoritmo basado en una maquina de estados permite conmutar entre los controladores con mejores características para cada fase de marcha, por tal motivo se evalúan los controladores GPI para un proceso de caminata continua. En el cambio del tipo de apoyo se encuentra que el comportamiento del cuerpo con exoesqueleto mantiene la estabilidad del sistema y persiste el seguimiento de la trayectoria de referencia, con un buen desempeño en la transferencia de una fase de marcha a la otra, a pesar de los efectos causados por el contacto discontinuo de los pies sobre el suelo. Además se encontró que las señales de control en la transferencia se mantienen por debajo de los valores máximos encontrados en las evaluaciones de seguimiento de trayectoria.

Finalmente se puede concluir que el uso de los controladores GPI multivariantes, es prometedor para el control del movimiento de un exoesqueleto en el plano sagital sin apoyo mecánico externo y con la posibilidad de que un paciente con discapacidad total o parcial de marcha tenga autonomía de las extremidades superiores. Etapas futuras de investigación incluyen análisis en el plano frontal, prototipado y evaluación en pacientes.

## Apéndice A

# Modelado de un Robot Planar de Dos Grados de Libertad

### A.1 Modelo Matemático de un Robot Planar de Dos Grados de Libertad

La Figura A.1 muestra una cadena cinemática de dos grados de libertad abierta, que esta compuesta por dos barras unidas con articulaciones, cuyas variables angulares están descritas por los ángulos  $A \equiv \theta_1$ ,  $B \equiv \theta_2$ . Además se observan otras constantes del sistema como las longitudes  $L_1$ ,  $L_2$ , masas  $m_1$ ,  $m_2$  y tensores de inercia  $I_1$ ,  $I_2$  las cuales se detallan en la Tabla A.1. Se cuenta con dos entradas de control  $\tau_1$ ,  $\tau_2$  y dos salidas a controlar  $\theta_1$ ,  $\theta_2$ .

Tabla A.1: Propiedades físicas de las barras

Propiedad	Barra 1	Barra 2
Masa (Kg)	10	5
Longitud (m)	1	1
Viscosidad	0,8	0,8
$I_{xx}$ (Kgm <sup>2</sup> )	0,5050	0,2525
$I_{yy}$ (Kgm <sup>2</sup> )	0,0100	0,0050
$I_{zz}$ (Kgm <sup>2</sup> )	0,5050	0,2525

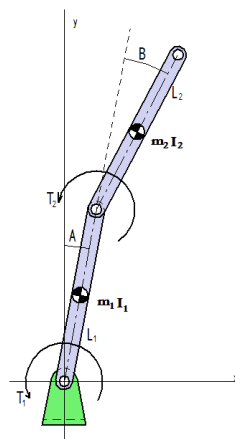


Figura A.1: Cadena cinemática

En primer lugar se considera un modelo matemático del sistema con el fin de mostrar la salida plana del sistema. Para eso se desarrolla un modelado del sistema mecánico por el método de Lagrange. Se realiza una aproximación del sistema concentrando las masas en el radio de giro de cada una de las barras, el cual esta dado por

$$r_i = \bar{x}_i + \sqrt{\frac{I_{zz-i}}{m_i}}, \quad (\text{A.1})$$

donde  $\bar{x}_i$  es la distancia del pivote al centro de masa de la barra  $i$ ,  $I_{zz-i}$  es el momento de inercia en el eje  $z$  y  $m_i$  es la masa de la barra  $i$ .

La Figura A.2 muestra el sistema simplificado. El primer paso en la construcción del modelo de Lagrange es determinar la posición de cada masa en función de los ángulos  $\theta_1$  y  $\theta_2$  con respecto al origen, tal como se muestra a continuación

$$x_1 = r_1 \sin \theta_1, \quad (\text{A.2})$$

$$y_1 = r_1 \cos \theta_1, \quad (\text{A.3})$$

$$x_2 = L_1 \sin \theta_1 + r_2 \sin \theta_2, \quad (\text{A.4})$$

$$y_2 = L_1 \cos \theta_1 + r_2 \cos \theta_2. \quad (\text{A.5})$$

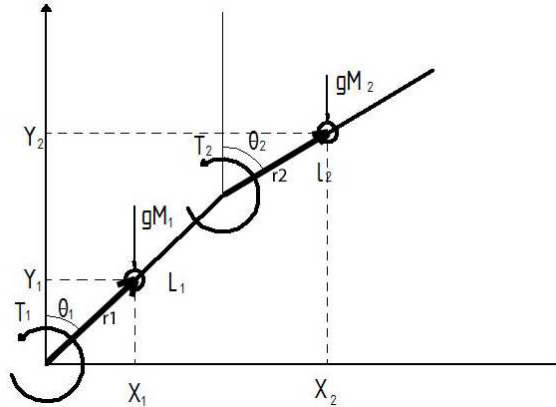


Figura A.2: Cadena cinemática con las masas concentradas en el radio de giro

Con las expresiones que describen la posición de las masas de las barras se procede a derivar cada ecuación en función del tiempo para encontrar la velocidad de las masas en función de los ángulos

$$\dot{x}_1 = r_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1, \quad (\text{A.6})$$

$$\dot{y}_1 = -r_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1, \quad (\text{A.7})$$

$$\dot{x}_2 = L_1 \dot{\theta}_1 \cos \theta_1 + r_2 \dot{\theta}_2 \cos \theta_2, \quad (\text{A.8})$$

$$\dot{y}_2 = -L_1 \dot{\theta}_1 \sin \theta_1 - r_2 \dot{\theta}_2 \sin \theta_2. \quad (\text{A.9})$$

Con estos datos se realiza una transformación de coordenadas rectangulares a polares, así

$$\dot{\rho}_1^2 = \dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2 = r_1^2 \dot{\theta}_1^2, \quad (\text{A.10})$$

$$\dot{\rho}_2^2 = \dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2 = L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + 2L_1 r_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + r_2^2 \dot{\theta}_2^2. \quad (\text{A.11})$$

A continuación con las ecuaciones obtenidas para la posición y velocidad de las masas de las barras, se pasa a extraer las ecuaciones de energía potencial  $V$  en (A.12) y energía cinética  $T$  en (A.13). Se obtiene el Lagrangiano dado por  $L = T - V$  y finalmente la ecuación diferencial de Lagrange (A.15).

Energía Potencial

$$\begin{aligned} V &= M_1 g y_1 + M_2 g y_2 \\ &= (m_1 r_1 + m_2 L_1) g \cos(\theta_1) + m_2 r_2 g \cos(\theta_2). \end{aligned} \quad (\text{A.12})$$

Energía Cinética

$$\begin{aligned} T &= \frac{m_1 \dot{\rho}_1^2}{2} + \frac{m_2 \dot{\rho}_2^2}{2} \\ &= \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \left( L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + 2 L_1 r_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + r_2^2 \dot{\theta}_2^2 \right). \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Se define el Lagrangiano,  $L = T - V$ .

$$\begin{aligned} L &= \frac{1}{2} m_1 r_1^2 \dot{\theta}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \left( L_1^2 \dot{\theta}_1^2 + 2 L_1 r_2 \dot{\theta}_1 \dot{\theta}_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) + r_2^2 \dot{\theta}_2^2 \right) - \dots \\ &\quad \dots - (m_1 r_1 + m_2 L_1) g \cos(\theta_1) - m_2 r_2 g \cos(\theta_2). \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

Ecuación Diferencial de Lagrange

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial L}{\partial \dot{\theta}_i} - \frac{\partial L}{\partial \theta_i} + \frac{\partial R_i}{\partial \dot{\theta}_i} = \tau_i, \quad (\text{A.15})$$

donde  $R_i$  es la función de disipación de Rayleigh y esta dada por

$$R_i = \frac{1}{2} \beta_i \dot{\theta}_i^2, \quad (\text{A.16})$$

y  $\beta_i$  es la constante de fricción viscosa de la unión  $i$ .

Finalmente se extraen las ecuaciones diferenciales de Lagrange para  $\theta_1$  y  $\theta_2$  así:

- Ecuaciones diferenciales de Lagrange para  $\theta_1$

$$\begin{aligned} (m_1 r_1^2 + m_2 L_1^2) \ddot{\theta}_1 + m_2 L_1 r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_2 + \beta_1 \dot{\theta}_1 + \dots \\ \dots + m_2 L_1 r_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_2^2 - (m_1 r_1 + m_2 L_1) g \sin(\theta_1) = \tau_1. \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

- Ecuaciones diferenciales de Lagrange para  $\theta_2$

$$\begin{aligned} m_2 L_1 r_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) \ddot{\theta}_1 + m_2 r_2^2 \ddot{\theta}_2 - \dots \\ \dots m_2 L_1 r_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_1^2 + \beta_2 \dot{\theta}_2 - m_2 r_2 g \sin(\theta_2) = \tau_2. \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Se muestran las ecuaciones que describen el movimiento de una manera compacta

$$D(\theta) \ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta}) \dot{\theta} + g(\theta) = \tau, \quad (\text{A.19})$$

donde

$$\begin{aligned} D(\theta) &= \begin{bmatrix} (m_1 r_1^2 + m_2 L_1^2) & m_2 L_1 r_2 \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ m_2 L_1 r_1 \cos(\theta_1 - \theta_2) & m_2 r_2^2 \end{bmatrix}, \\ C(\theta, \dot{\theta}) &= \begin{bmatrix} \beta_1 & m_2 L_1 r_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_2 \\ m_2 L_1 r_2 \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_1 & \beta_2 \end{bmatrix}, \\ g(\theta) &= \begin{bmatrix} -(m_1 r_1 + m_2 L_1) g \sin(\theta_1) \\ -m_2 r_2 g \sin(\theta_2) \end{bmatrix}, & \tau &= \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}, \\ & & \ddot{\theta} &= \begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix}, & \dot{\theta} &= \begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

## A.2 Modelo en *SimMechanics* de un Robot Planar de Dos Grados de Libertad

La Figura A.3 muestra el modelo del sistema en Simulink, el cual ha sido construido con las herramientas de *SimMechanics*. El modelo está compuesto de un punto de apoyo fijo a la tierra llamado G, dos puntos de unión rotacionales llamados *Join\_1* y *Join\_2*, cada bloque de unión tiene cinco terminales de los cuales dos son para acople mecánico, en *Join\_1* entre la tierra y la *Barra\_1* y en *Join\_2* entre la *Barra\_1* y la *Barra\_2*. Otra terminal está destinada a conectar un bloque de condiciones iniciales, otra a un bloque de salida para conectar un sensor y la última terminal está conectada a un bloque de entrada encargada de conectar un actuador. La señal de entrada al bloque del actuador de cada articulación está compuesta por la suma de dos señales, una de torque externo proveniente de un motor u otro elemento final de control y la otra derivada del bloque *Torsion Spring-Damper*, el cual provoca efectos viscosos proporcionales a la velocidad angular y elásticos proporcionales al ángulo. En esta aplicación la constante elástica es igual a cero, por lo que solo se tienen en cuenta las constantes viscosas, tal como se muestra en la Figura A.4.

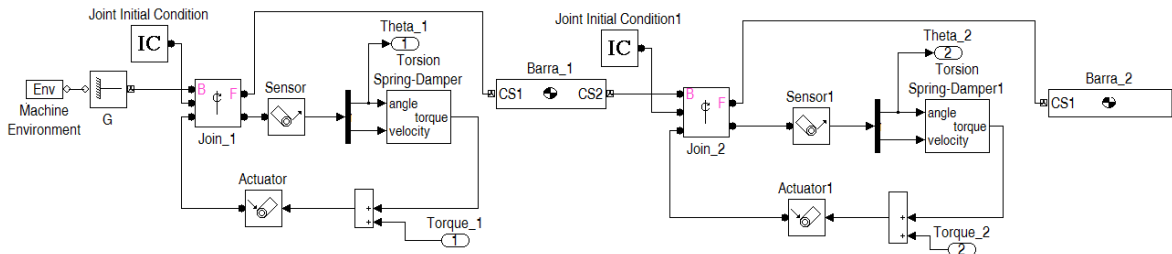


Figura A.3: Modelo en SimMechanics® de la Cadena Cinemática

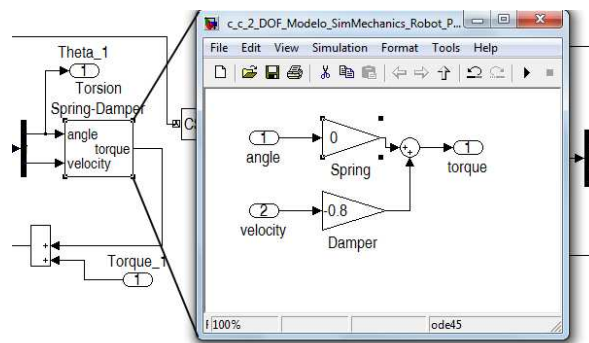


Figura A.4: Torsión Spring-Damper

Con el modelo computacional de la cadena cinemática construido, es posible encontrar un punto de equilibrio dentro de los rangos de trabajo, esto con el fin de linealizar el sistema. Antes de proceder con la linealización del sistema se determina cual es la estructura del vector de estado, teniendo en cuenta que se tienen dos grados de libertad rotacionales se pueden tomar las variables de estado así

$$\begin{aligned} x_1 &= \theta_1 \\ x_2 &= \theta_2 \\ x_3 &= \dot{\theta}_1 \\ x_4 &= \dot{\theta}_2 \end{aligned}$$



Mediante la herramienta de *linmod* en Matlab se linealiza el sistema en el punto de equilibrio  $[0, 0, 0, 0]$ . Es necesario precisar que el modelo se linealiza tomando las barras como cuerpos rígidos. El resultado de dicho proceso de linealización es una representación en espacio de estado de la forma:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad (\text{A.20})$$

$$y = Cx + Du, \quad (\text{A.21})$$

donde

$x \in \mathbb{R}^{4 \times 1}$  es el vector de estado,

$y \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  es el vector de salida,

$u \in \mathbb{R}^{2 \times 1}$  es el vector de entrada,

y

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -10,6123 & 14,8996 & 0,5542 & -0,2080 \\ 44,5927 & -23,3682 & -2,0088 & 0,5542 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0,2601 & -0,6928 \\ -0,6928 & 2,5110 \end{bmatrix},$$

$$C = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}.$$



## Apéndice B

# Modelado del Cuerpo del Paciente con Exoesqueleto

### B.1 Encontrar un Punto de Equilibrio en un Modelo de *SimMechanics*

En este apéndice se indica como encontrar un punto de equilibrio dinámico de un modelo construido en *SimMechanics*. Para encontrar el punto de equilibrio es necesario configurar el bloque Environment/ Analysis mode/Trimming. Después de configurado el archivo de Simulink se compila el siguiente código en el cual primero se obtiene la estructura del vector de estado. El siguiente paso es encontrar el punto de equilibrio con unos valores iniciales que indican donde se inicia la búsqueda, de tal forma que un algoritmo de optimización busca un punto el punto de equilibrio más cercano al punto inicial.

#### MATLAB: Código para encontrar un punto de equilibrio en un modelo de *SimMechanics*

---

```
% Encontrar el vector de estado.
StateManager = mech_stateVectorMgr( 'Cuerpo_ca0/pivote_tobillo -1' );
Estructura=StateManager.StateNames
% punto de equilibrio 1
ix1 = [0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0];
iu = [];
[x1,u,y,dx] = trim( 'Cuerpo_ca0',ix1,iu );
x1
```

---

La variable  $x1$  contiene los valores de la ubicación del punto de equilibrio, que corresponde a los ángulos de cada articulación para que el sistema se mantenga en equilibrio sin necesidad de adicionarle energía y con velocidades angulares iguales a cero.

### B.2 Linealización de un Modelo en *SimMechanics* en *Simulink*

La linealización del modelo consiste en obtener una aproximación lineal del modelo no lineal construido en *Simulink*. Esta aproximación se realiza alrededor de un punto de equilibrio que se encuentre dentro del rango de trabajo de cada una de las articulaciones. El primer paso entonces es encontrar el punto de equilibrio en el cual se desea linealizar, ver (Apéndice B.1). Con el punto de equilibrio definido se asignan dichos valores al modelo de *SimMechanics*, con el fin de que al obtener los valores iniciales del modelo se obtengan la posición del punto de equilibrio.

Antes de linealizar se debe asegurar configurar el bloque Environment/ Analysis mode/Forward dynamics. Con la herramienta *linmod* se realiza la linealización del sistema, que proporciona las matrices constantes para configurar una representación en espacio de estado. Con la información del modelo lineal se pueden realizar algunos análisis relacionados con la estabilidad, la posición de los ceros, la observabilidad y la controlabilidad del modelo lineal.

### MATLAB: Código para linealizar un modelo en *Simulink* con elementos de *SimMechanics*

---

```
% linealización
% Obtener los valores iniciales de los estados del modelo.
X = Simulink.BlockDiagram.getInitialState('Cuerpo_c')
% Linealiza el modelo en valores iniciales.
[A B C D] = linmod('Cuerpo_c',X)
sys=ss(A,B,C,D)
% Análisis
polos=eig(A) % Examinar los valores propios
ceros=zero(sys) % Examinar la posición de los ceros
% Obsevabilidad
Ob=obsv(sys);
unob = length(A)-rank(Ob) % Si es igual a cero el sistema es observable.
% Controlabilidad
Co=ctrb(sys);
unco=length(A)-rank(Co) % Si es igual a cero el sistema es controlable.
```

---

## Apéndice C

# Control GPI de un robot planar de dos grados de libertad

Como primer paso en la introducción del control GPI, se procede a realizar el análisis de una planta con características similares al exoesqueleto, en cuanto a ser un sistema multivariable, intrínsecamente inestable y con acoplamiento dinámico entre sus entradas y salidas, pero con menos complejidad matemática y con un modelo conocido y ampliamente divulgado, tal como lo es un robot planar de dos grados de libertad [36]. Este sistema es una cadena cinemática de dos grados de libertad compuesta por dos cuerpos rígidos unidos mediante dos articulaciones rotacionales en ejes simples y paralelos.

### Control GPI de un robot planar de dos grados de libertad basado en un modelo matemático

En el Apéndice A.1 se muestra la deducción del modelo matemático para un robot planar de dos grados de libertad, partiendo de la ecuación (A.19) que se reescribe a continuación

$$D(\theta)\ddot{\theta} + C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} + g(\theta) = \tau,$$

se define el sistema en función de su salida plana de tal forma que

$$\ddot{\theta} = D(\theta)^{-1}(\tau) + \xi, \quad (\text{C.1})$$

donde

$$\xi = D(\theta)^{-1} \left[ -C(\theta, \dot{\theta})\dot{\theta} - g(\theta) \right]. \quad (\text{C.2})$$

Se supone que  $\xi$  es una perturbación, que por tratarse de un sistema mecánico y sin incurrir en un gran error puede ser aproximada a un polinomio de segundo orden. Se diseña un primer controlador basado en el modelo matemático que permite realizar un controlador no lineal GPI con una señal de control dada por

$$\tau = D(\theta) \left[ r_i s^2 - \frac{ki_4 s^4 + ki_3 s^3 + ki_2 s^2 + ki_1 s + ki_0}{s^3 (s + ki_5)} I (\theta_i - r_i(t)) \right]. \quad (\text{C.3})$$

Si se reemplaza la señal de control (C.3) en (C.1), se obtiene un desacoplamiento de las dinámicas cruzadas de los ángulos con respecto a los torques, de tal forma que cada articulación tiene la posibilidad de controlarse como si fuera un sistema SISO.

$$\theta s^2 = D(\theta)^{-1} \left\{ D(\theta) \left\{ \begin{bmatrix} r_1 s^2 \\ r_2 s^2 \end{bmatrix} - \frac{ki_4 s^4 + ki_3 s^3 + ki_2 s^2 + ki_1 s + ki_0}{s^3 (s + ki_5)} I \begin{bmatrix} \theta_1 - r_1 \\ \theta_2 - r_2 \end{bmatrix} \right\} \right\} + \xi, \quad (\text{C.4})$$

$$\begin{bmatrix} \theta_1 s^2 \\ \theta_2 s^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r_1 s^2 \\ r_2 s^2 \end{bmatrix} - \frac{ki_4 s^4 + ki_3 s^3 + ki_2 s^2 + ki_1 s + ki_0}{s^3 (s + ki_5)} I \begin{bmatrix} \theta_1 - r_1 \\ \theta_2 - r_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{bmatrix}. \quad (\text{C.5})$$

Se reescriben las ecuaciones de manera independiente

$$\theta_1 s^2 = r_1 s^2 - \frac{ka_4 s^4 + ka_3 s^3 + ka_2 s^2 + ka_1 s + ka_0}{s^3 (s + ka_5)} (\theta_1 - r_1) + \xi_1, \quad (C.6)$$

$$\theta_2 s^2 = r_2 s^2 - \frac{kb_4 s^4 + kb_3 s^3 + kb_2 s^2 + kb_1 s + kb_0}{s^3 (s + kb_5)} (\theta_2 - r_2) + \xi_2, \quad (C.7)$$

se transforman las ecuaciones a una forma polinomial

$$s^5 (s + ka_5) (\theta_1 - r_1) = - (ka_4 s^4 + ka_3 s^3 + ka_2 s^2 + ka_1 s + ka_0) (\theta_1 - r_1) + \dots \quad (C.8)$$

$$\dots + \xi_1 s^3 (s + ka_5),$$

$$s^5 (s + kb_5) (\theta_2 - r_2) = - (kb_4 s^4 + kb_3 s^3 + kb_2 s^2 + kb_1 s + kb_0) (\theta_2 - r_2) + \dots \quad (C.9)$$

$$\dots + \xi_2 s^3 (s + kb_5).$$

Teniendo en cuenta las características de este tipo de sistemas mecánicos como la cadena cinemática, se puede considerar que es relativamente lento en comparación con los sistemas eléctricos asociados al actuador y sensores. Por eso es acertado suponer que las perturbaciones tienen una buena aproximación con un polinomio de segundo grado ( $\alpha_0 + \alpha_1 t + \alpha_2 t^2$ ), con la anterior suposición el controlador propuesto con tres integradores provoca que tanto  $\xi_1$  como  $\xi_2$  tiendan a cero, por tanto el polinomio característico del error queda de la forma

$$(s^6 + ka_5 s^5 + ka_4 s^4 + ka_3 s^3 + ka_2 s^2 + ka_1 s + ka_0) e_{\theta_1} \rightarrow 0, \quad (C.10)$$

$$(s^6 + kb_5 s^5 + kb_4 s^4 + kb_3 s^3 + kb_2 s^2 + kb_1 s + kb_0) e_{\theta_2} \rightarrow 0. \quad (C.11)$$

Con el polinomio característico del error definido se procede a definir los coeficientes del polinomio, de tal manera que el sistema de lazo cerrado tenga el comportamiento deseado, para tal fin se iguala cada polinomio del error a un polinomio de la forma

$$p_d(s) = (s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2)^3, \quad (C.12)$$

en el cual es necesario escoger la frecuencia natural  $\omega_n$  y la constante de amortiguación  $\zeta$ .

## Control GPI de un robot planar de dos grados de libertad basado en un modelo en *SimMechanics*

Partiendo del modelo para el robot planar de dos grados de libertad, construido en *SimMechanics* que se muestra en el Apéndice A.2, se propone realizar un control GPI sin la necesidad de modelar el sistema matemáticamente, tal como se realizó en el diseño anterior. Este diseño de controlador GPI se basa en una aproximación lineal del modelo construido en *SimMechanics*. Para tal efecto se toma la ecuación de estado (A.20) obtenida de linealizar el modelo construido en el (Apéndice A.2) la cual se reescribe a continuación.

$$\dot{x} = Ax + Bu,$$

Se enfatiza que este modelo fue extraído de un sistema que toma los segmentos como cuerpos rígidos y no como cargas puntuales, así que si se linealiza el modelo matemático los resultados pueden presentar algunas diferencias. Si se reescribe la ecuación de estado, retomando el significado físico de cada variable de estado se obtiene que

$$\begin{bmatrix} \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \\ \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & I \\ A_{Low} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ B_{Low} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}, \quad (C.13)$$

ahora se toma la parte baja de la ecuación, que es donde se encuentra la información relevante de la dinámica del sistema y se obtiene la ecuación del movimiento así

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = [A_{Low}] \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix} + [B_{Low}] \begin{bmatrix} \tau_1 \\ \tau_2 \end{bmatrix}, \quad (C.14)$$

la cual puede expresarse en función de su salida plana de la siguiente manera

$$\begin{bmatrix} \ddot{\theta}_1 \\ \ddot{\theta}_2 \end{bmatrix} = B_{Low}\tau + \xi_L, \quad (C.15)$$

donde  $\xi_L$  es considerada como una perturbación asociada al sistema multicuerpos de *SimMechanics* linealizado.

Para este modelo se propone un controlador como el de la ecuación (C.3), pero en lugar de  $D(\theta)$  se usa  $B_{Low}^{-1}$  así

$$\tau = B_{Low}^{-1} \left[ r_i s^2 - \frac{ki_4 s^4 + ki_3 s^3 + ki_2 s^2 + ki_1 s + ki_0}{s^3 (s + ki_5)} I (\theta_i - r_i(t)) \right] \quad (C.16)$$

La anterior estrategia de control lleva a unas ecuaciones características del error similares a las de las ecuaciones (C.10) y (C.11), por esta razón se puede usar la misma estrategia de sintonización. Para determinar las constantes de los polinomios de los errores se asignan las frecuencias naturales y los coeficientes de amortización  $\zeta_1 = 6$ ,  $\omega_{n1} = 10$ ,  $\zeta_2 = 5$ ,  $\omega_{n2} = 10$ .

La Figura C.1 Muestra la estructura de control GPI propuesta para controlar la cadena cinemática de dos grados de libertad.

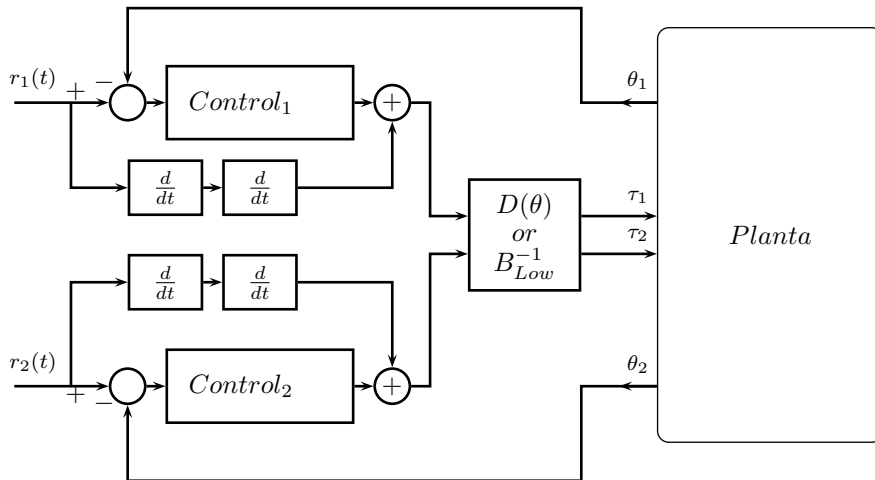


Figura C.1: Control MIMO GPI

Se realiza una simulación de seguimiento de referencia para el control basado en el modelo matemático y el modelo en *SimMechanics*, además, se usan controladores con iguales polinomios del error. La Figura C.2 muestra el contraste de la respuesta del sistema con el controlador GPI. En la evaluación

de los sistemas de control y con exposición a las mismas perturbaciones externas en la entrada se obtienen respuestas parecidas aunque predomina un menor sobrepico y subpico en el controlador no lineal basado en el modelo matemático, sin embargo el controlador diseñado con la aproximación lineal del modelo en *SimMechanics* tiene menos oscilaciones haciendo la respuesta más suave.

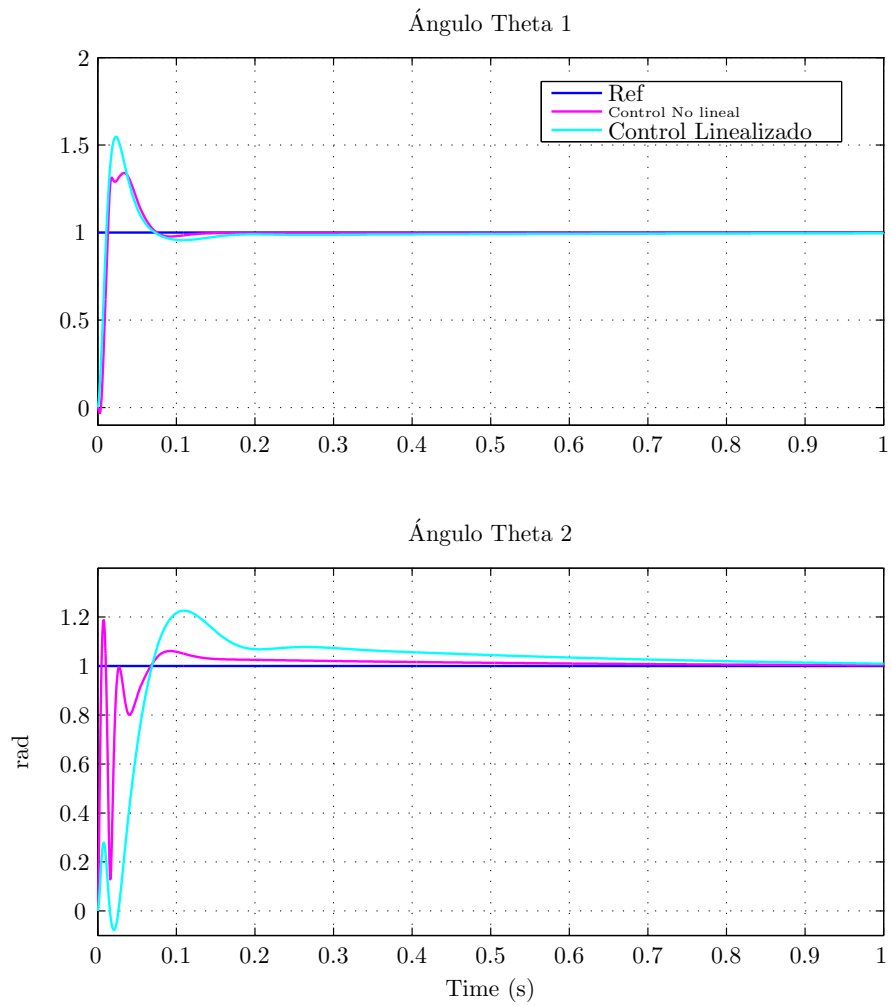


Figura C.2: Respuesta del Controlador GPI con tres integradores sobre el Modelo en *SimMechanics*



# Bibliografía

- [1] J. G. Grundmann. A. Seireg. Design of a multitask exoskeletal walking device for paraplegics. In *Biomechanics of Medical Devices*, page 569–644, 1981.
- [2] M.C. Aclan and M.C. Ramos. Bipedal robot locomotion using multivariable control. In *TENCON 2009 - 2009 IEEE Region 10 Conference*, pages 1–6, jan. 2009.
- [3] Herbertt Sira Ramírez; Sunil K. Agrawal. *Differentially Flat System*. Control Engineering Series, 2004.
- [4] S.K. Agrawal, S.K. Banala, A. Fattah, V. Sangwan, V. Krishnamoorthy, J.P. Scholz, and Hsu Wei-Li. Assessment of motion of a swing leg and gait rehabilitation with a gravity balancing exoskeleton. *Neural Systems and Rehabilitation Engineering, IEEE Transactions on*, 15(3):410–420, sept. 2007.
- [5] Christine Chevallereau; Guy Bessonnet; Gabriel Abba; Yannick Aoustin. *Bipedal Robots: Modeling, Design and Walking Synthesis*. 2009.
- [6] N. Aphiratsakun, K. Chairungsarpsook, and M. Parnichkun. Zmp based gait generation of ait’s leg exoskeleton. In *Computer and Automation Engineering (ICCAE), 2010 The 2nd International Conference on*, volume 5, pages 886–890, feb. 2010.
- [7] S.K. Banala, S.K. Agrawal, and J.P. Scholz. Active leg exoskeleton (alex) for gait rehabilitation of motor-impaired patients. In *Rehabilitation Robotics, 2007. ICORR 2007. IEEE 10th International Conference on*, pages 401–407, june 2007.
- [8] S.K. Banala, Seok Hun Kim, S.K. Agrawal, and J.P. Scholz. Robot assisted gait training with active leg exoskeleton (alex). *Neural Systems and Rehabilitation Engineering, IEEE Transactions on*, 17(1):2–8, feb. 2009.
- [9] McConville JT Reynolds HM Young JW Chandler RF, Clauser CE. Investigation of inertial properties of the human body. In *Us Department of Transportation, Report #DOT HS-801 430 Washington D.C.*, 1975.
- [10] E Y Chao, R K Laughman, E Schneider, and R N Stauffer. Normative data of knee joint motion and ground reaction forces in adult level walking. *J Biomech*, 16(3), 1983.
- [11] J. Chestnutt, P. Michel, J. Kuffner, and T. Kanade. Locomotion among dynamic obstacles for the honda asimo. In *Intelligent Robots and Systems, 2007. IROS 2007. IEEE/RSJ International Conference on*, pages 2572–2573, 29 2007–nov. 2 2007.
- [12] Youngjin Choi, Doik Kim, and Bum-Jae You. On the walking control for humanoid robot based on the kinematic resolution of com jacobian with embedded motion. In *Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006. Proceedings 2006 IEEE International Conference on*, pages 2655–2660, may 2006.
- [13] Javier García de Jalón; Eduardo Bayo. *KINEMATIC AND DYNAMIC SIMULATION OF MULTIBODY SYSTEMS, The Real-Time Challeng*. Springer; 1 edition (December 17, 1993), 1993.

- [14] R. Ekkelenkamp, P. Veltink, S. Stramigioli, and H. van der Kooij. Evaluation of a virtual model control for the selective support of gait functions using an exoskeleton. In *Rehabilitation Robotics, 2007. ICORR 2007. IEEE 10th International Conference on*, pages 693 –699, june 2007.
- [15] R. Ekkelenkamp, J. Veneman, and H. van der Kooij. Lopes: a lower extremity powered exoskeleton. In *Robotics and Automation, 2007 IEEE International Conference on*, pages 3132 –3133, april 2007.
- [16] Christine Chevallereau Jun Ho Choi Eric R. Westervelt, Jessy W. Grizzle and Benjamin Morris. *Feedback Control of Dynamic Bipedal Robot Locomotion*. 2007.
- [17] Ryan James Farris. *Design of a Powered Lower-Limb Exoskeleton and Control for Gait Assistance in Paraplegics*. PhD thesis, Vanderbilt University, 2012.
- [18] Vassilis L. Syrmos Frank L. Lewis, Draguna L. Vrabie. *Optimal Control*. Wiley, 3th edition, 2012.
- [19] A.S. Ghafari, A. Meghdari, and G.R. Vossoughi. Intelligent control of powered exoskeleton to assist paraplegic patients mobility using hybrid neuro-fuzzy anfis approach. In *Robotics and Biomimetics, 2006. ROBIO '06. IEEE International Conference on*, pages 733 –738, dec. 2006.
- [20] J. Ghan and H. Kazerooni. System identification for the berkeley lower extremity exoskeleton (bleex). In *Robotics and Automation, 2006. ICRA 2006. Proceedings 2006 IEEE International Conference on*, pages 3477 –3484, may 2006.
- [21] Tomohiro Hayashi, Hiroaki Kawamoto, and Yoshiyuki Sankai. Control method of robot suit hal working as operator’s muscle using biological and dynamical information. In *IROS*, pages 3063–3068. IEEE, 2005.
- [22] V.M. Hernandez and H. Sira-Ramierz. Generalized proportional integral control of rigid robots. In *Decision and Control, 2002, Proceedings of the 41st IEEE Conference on*, volume 2, pages 2050 – 2055 vol.2, dec. 2002.
- [23] Tung-Yung Huang, Ssu-Hsien Wu, and Huu Khoa Tran. Gait control of a biped robot using an exact limit cycle trajectory and the backstepping method. In *SICE Annual Conference 2010, Proceedings of*, pages 1819 –1824, aug. 2010.
- [24] Sang-Ho Hyon, Jun Morimoto, Takamitsu Matsubara, Tomoyuki Noda, and Mitsuo Kawato. Xor: Hybrid drive exoskeleton robot that can balance. In *Intelligent Robots and Systems (IROS), 2011 IEEE/RSJ International Conference on*, pages 3975 –3981, sept. 2011.
- [25] Argo Medical Technologies Inc. <http://rewalk.com/>. 2012.
- [26] Verne T. Inman, Henry J. Ralston, Frank. Todd, and Jean C. Lieberman. *Human walking / Verne T. Inman, Henry J. Ralston, Frank Todd ; edited and with a preface by Jean C. Lieberman*. Williams & Wilkins, Baltimore :, 1981.
- [27] S. Jezernik, A. Pfister, H. Frueh, G. Colombo, and M. Morari. Robotic orthosis lokomat: its use in the rehabilitation of locomotion and in the development of the biology-based neural controller. In *Annual IFEES Conference*, pages 301–303, Ljubljana, Slovenia, June 2002.
- [28] Constantine Dino Houpis John Joachim D’Azzo. *Linear Control System Analysis and Design: Conventional and Modern*. McGraw-Hill Higher Education, 4th edition, 1995.
- [29] M. P. Kadaba, H. K. Ramakrishnan, and M. E. Wootten. Measurement of lower extremity kinematics during level walking. *Journal of orthopaedic research*, 8(3):383–392, May 1990.
- [30] Shuuji Kajita, Fumio Kanehiro, Kenji Kaneko, Kiyoshi Fujiwara, Kensuke Harada, Kazuhito Yokoi, and Hirohisa Hirukawa. Biped walking pattern generation by using preview control of zero-moment point. In *ICRA*, pages 1620–1626. IEEE, 2003.

- [31] H. Kazerooni. [bleex.me.berkeley.edu/research/exoskeleton/elegs/](http://bleex.me.berkeley.edu/research/exoskeleton/elegs/). 2010.
- [32] H. Kazerooni and Jenhwa Guo. Dynamics and control of human-robot interaction. In *American Control Conference, 1993*, pages 2398–2403, june 1993.
- [33] H. Kazerooni and S.L. Mahoney. Dynamics and control of robotic systems worn by humans. In *Robotics and Automation, 1991. Proceedings., 1991 IEEE International Conference on*, pages 2399–2405 vol.3, apr 1991.
- [34] Jung-Hoon Kim and Jun-Ho Oh. Walking control of the humanoid platform khr-1 based on torque feedback control. In *Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04. 2004 IEEE International Conference on*, volume 1, pages 623–628 Vol.1, april-1 may 2004.
- [35] Seunghoon Lee, Wansoo Kim, Minsung Kang, Jungsoo Han, and Changsoo Han. Optimal gait pattern generation for powered robotic exoskeleton and verification of its feasibility. In *RO-MAN, 2010 IEEE*, pages 500–505, sept. 2010.
- [36] Chen Li-jie. Research on the nonlinear dynamical behavior of double pendulum. In *Mechatronic Science, Electric Engineering and Computer (MEC), 2011 International Conference on*, pages 1637–1640, aug. 2011.
- [37] B.J. Makinson. *Research and development prototype for machine augmentation of human strength and endurance, Hardiman I project*. General Electric Report S-71-1056, Schenectady, NY, 1971.
- [38] Maria Martins, Cristina P. Santos, Anselmo Frizera, and Ramón Ceres. Review and classification of human gait training and rehabilitation devices. In *AAATE*, Maastrich, 2011.
- [39] MathWorks, Inc., [www.mathworks.com](http://www.mathworks.com). *SimMechanics, User's Guide*.
- [40] T. Matsubara, T. Noda, Sang-Ho Hyon, and J. Morimoto. An optimal control approach for hybrid actuator system. In *Humanoid Robots (Humanoids), 2011 11th IEEE-RAS International Conference on*, pages 300–305, oct. 2011.
- [41] G. Mester. Modeling of the humanoid robot motion. *KANDÓ Conference, Budapest.*, 2008.
- [42] Neil J. Mizen. Preliminary design of a full-scale, wearable, exoskeletal structure. In *Preliminary Design of a full-scale, wearable, exoskeletal structure*, 1963.
- [43] A. Montagner, A. Frisoli, S. Marcheschi, E. Sanchez, and M. Bergamasco. Optimal control of a robotic system for human power enhancement. In *EuroHaptics Conference, 2007 and Symposium on Haptic Interfaces for Virtual Environment and Teleoperator Systems. World Haptics 2007. Second Joint*, pages 212–218, march 2007.
- [44] Brian D. O. Anderson; Jhon B. Moore. *Linear Optimal Control*. Prentice-Hall, Inc., 1971.
- [45] X. Mu and Q. Wu. On impact dynamics and contact events for biped robots via impact effects. *Systems, Man, and Cybernetics, Part B: Cybernetics, IEEE Transactions on*, 36(6):1364–1372, dec. 2006.
- [46] Pat M. Murray, Bernard A. Drought, and Ross C. Kory. Walking patterns of normal men. *J Bone Joint Surg Am*, 46(2):335–360, March 1964.
- [47] N. Neckel, W. Wisman, and J. Hidler. Limb alignment and kinematics inside a lokomat robotic orthosis. In *Engineering in Medicine and Biology Society, 2006. EMBS '06. 28th Annual International Conference of the IEEE*, pages 2698–2701, 30 2006-sept. 3 2006.
- [48] Robert L. Norton. *Design of machinery: an introduction to the synthesis and analysis of mechanisms and machines*. McGraw-Hill Higher Education, fifth edition, 2012.

- [49] Jacquelin Perry. *Gait Analysis: Normal and Pathological Function*. New York: Slack Incorporated, 1992.
- [50] J. Pratt, P. Dilworth, and G. Pratt. Virtual model control of a bipedal walking robot. In *Robotics and Automation, 1997. Proceedings., 1997 IEEE International Conference on*, volume 1, pages 193–198 vol.1, apr 1997.
- [51] Melier Vargas-Zárate; Fabiola Becerra-Bulla; Edgar Prieto-Suárez. Anthropometric evaluation of university students in bogotá, colombia. *Rev. salud pública. 10 (3):433-442*, 2008.
- [52] NASA Reference Publication. *Anthropometric source book volume I Anthropometry for Designers*. Compiled and Edited by Staff of Anthropology Research Project, 1978.
- [53] Hugo A. Quintero, Ryan J. Farris, and Michael Goldfarb. A method for the autonomous control of lower limb exoskeletons for persons with paraplegia. *Journal of Medical Devices*, 6(4):041003, 2012.
- [54] G. Ramón. *Estudio biomecánico de la marcha en pacientes con artrosis de cadera*. PhD thesis, Universitat de València, 2005.
- [55] Hebertt Sira-Ramirez; Alberto Luviano-Juárez; John Cortés Romero. Control lineal robusto de sistemas no lineales diferencialmente planos. *Revista Iberoamericana de Automática e Informatica Industrial.*, 8:14–28, 2011.
- [56] MS; John R. Schnellenger MS; Musa L. Audu PhD; Thomas C. Bulea MS; Richard Gaudio CO; Gilles Pinault MD; Scott Tashman PhD; Ronald J. Triolo PhD. Rudi Kobetic, MS; Curtis S. To. Development of hybrid orthosis for standing, walking, and stair climbing after spinal cord injury. *Journal of Rehabilitation Research and Development*, 46(3):447–462, 2009.
- [57] S. Safavi, A.S. Ghafari, and A. Meghdari. Design of an optimum torque actuator for augmenting lower extremity exoskeletons in biomechanical framework. In *Robotics and Biomimetics (ROBIO), 2011 IEEE International Conference on*, pages 1979–1983, dec. 2011.
- [58] Y. Sankai. Leading edge of cybernics: Robot suit hal. In *SICE-ICASE, 2006. International Joint Conference*, pages P–1–P–2, oct. 2006.
- [59] Yoshiyuki Sankai. Hal: Hybrid assistive limb based on cybernics. In Makoto Kaneko and Yoshihiko Nakamura, editors, *ISRR*, volume 66 of *Springer Tracts in Advanced Robotics*, pages 25–34. Springer, 2007.
- [60] H. Sira-Ramirez. On the generalized pi control of some nonlinear mechanical systems. In *American Control Conference, 2002. Proceedings of the 2002*, volume 1, pages 839–844 vol.1, 2002.
- [61] Christopher Edwards; Sarah K. Spurgeon. *Sliding Mode Control. Theory and Applications*. Taylor and Francis, 1998.
- [62] Robert F. Stengel. *Optimal Control and Estimation*. Dover Publication, Inc. New York, 1994.
- [63] J.F. Veneman, R. Kruidhof, E.E.G. Hekman, R. Ekkelenkamp, E.H.F. Van Asseldonk, and H. van der Kooij. Design and evaluation of the lopes exoskeleton robot for interactive gait rehabilitation. *Neural Systems and Rehabilitation Engineering, IEEE Transactions on*, 15(3):379–386, sept. 2007.
- [64] Mark W. Spong; Seth Hutchinson; M. Vidyasagar. *Robot Dynamics and Control*. Second edition edition, 2004.
- [65] M Vukobratovic, D Hristic, and Z Stojiljkovic. Development of active anthropomorphic exoskeletons. *Med Biol Eng*, 12(1):66–80, 1974.

- [66] Miomir Vukobratovic and Branislav Borovac. Zero-moment point - thirty five years of its life. *I. J. Humanoid Robotics*, pages 157–173, 2004.
- [67] Kenneth J. Waldron and Gary L. Kinzel. *Kinematics, Dynamics, and Design of Machinery*. wiley, New York, 1999.
- [68] Ping Wang, K.H. Low, and A. Tow. Synchronized walking coordination for impact-less footpad contact of an overground gait rehabilitation system: Nature-gaits. In *Rehabilitation Robotics (ICORR), 2011 IEEE International Conference on*, pages 1 –6, 29 2011-july 1 2011.
- [69] S.B. Winder and J.M. Esposito. Modeling and control of an upper-body exoskeleton. In *System Theory, 2008. SSST 2008. 40th Southeastern Symposium on*, pages 263 –268, march 2008.
- [70] D. Winter. *Biomechanics and Motor Control of Human Movement*. John Wiley & Sons,, 1979.
- [71] Xiuxia Yang, Zhang Yi, Zhiyong Yang, Lihua Gui, and Wenjin Gu. Human-machine intelligent robot system control based on study algorithm. In *Industrial Technology, 2008. ICIT 2008. IEEE International Conference on*, pages 1 –6, april 2008.
- [72] Xiuxia Yang, Zhang Yi, Zhiyong Yang, Lihua Gui, and Wenjin Gu. Human-machine intelligent robot system control based on study algorithm. In *Industrial Technology, 2008. ICIT 2008. IEEE International Conference on*, pages 1 –6, april 2008.
- [73] Zhiyong Yang, Lihua Gui, Xiuxia Yang, and Wenjin Gu. Simulation research of exoskeleton suit based on neural network sensitivity amplification control. In *Control and Decision Conference, 2008. CCDC 2008. Chinese*, pages 3340 –3344, july 2008.
- [74] Adam Zoss and Hami Kazerooni. Design of an electrically actuated lower extremity exoskeleton. *Advanced Robotics*, 20(9):967–988, 2006.