

ECUACIONES DE CAUDAL PICO RESULTANTE DE UN ROMPIMIENTO DE PRESA

Juan Fernando Barros Martínez

Ingeniero Civil, EIA. Magíster en Aprovechamiento de Recursos hidráulicos, UNAL
Grupo GABiS. Docente Escuela de Ingeniería de Antioquia. pfjubar@eia.edu.co

Mauricio Toro Botero

Ingeniero civil, UNAL. PhD University of Mississippi
Grupo Posgrado en Aprovechamiento de recursos hidráulicos. Docente Facultad de Minas,
Universidad Nacional de Colombia sede Medellín. fmtoro@unalmed.edu.co

Preparado para presentación en el
XVI Seminario Nacional de Hidráulica e Hidrología
Sociedad Colombiana de Ingenieros
Sociedad de Ingenieros del Quindío
Universidad del Quindío
Corporación Autónoma Regional del Quindío
Armenia 29, 30 y 31 de octubre de 2004

Resumen. El riesgo creado por la avenida resultante de la descarga rápida e incontrolada a través de la brecha formada en una presa, necesita ser evaluado para proporcionar unas medidas de seguridad adecuadas en el evento de que ocurra una falla catastrófica. Un procedimiento simple puede proporcionar una descripción adecuada de la magnitud y del tiempo de la avenida aguas abajo resultante de la falla de la presa. De una base de datos de 108 presas presentada por Wahl se seleccionan 42 presas que disponen de datos de caudal pico. Se agregan a esta lista tres casos para conformar una base de datos de 45 presas. Se aplican 13 ecuaciones de predicción para el caudal pico, a los 45 casos de falla. Con el fin de evaluar tanto la aproximación de los valores de caudal pico de las 13 ecuaciones de predicción para las 45 presas como la correspondencia de los datos de las presas de acuerdo con lo esperado por cada ecuación de predicción, se lleva a cabo un análisis estadístico siguiendo dos vías diferentes: en una primera se aplica el análisis estadístico a cada ecuación de predicción con la diferencia entre el caudal predicho y el caudal pico observado de las presas aplicables en la ecuación; en la segunda vía, se aplica el análisis estadístico a cada presa, con los valores de caudal de todas las ecuaciones de predicción, incluyendo en la muestra el caudal pico observado. El análisis utiliza el criterio de Chauvenet y el criterio de Peter J. Rousseeuw. Una vez realizados los análisis estadísticos se depura la base de datos de las 45 presas dejando únicamente las presas aceptadas (no rechazadas). De todas las regresiones se escoge la de mayor coeficiente de determinación. Esta regresión da como resultado la ecuación de predicción propuesta por Barros (2002).

1. Introducción

El riesgo creado por la avenida resultante de la descarga rápida e incontrolada a través de la brecha formada en una presa, necesita ser evaluado para proporcionar unas medidas de seguridad adecuadas en el evento de que ocurra una falla catastrófica. El nivel de detalle de los análisis hidrológicos e hidráulicos que se necesitan para evaluar las consecuencias de la creciente, depende del peligro para la vida humana y la cantidad de daños ambientales y a la propiedad que podrían ocurrir. Si la pérdida de vidas humanas es improbable y el daño potencial de la propiedad es pequeño, un procedimiento simple puede proporcionar una descripción adecuada de la magnitud y del tiempo de la avenida aguas abajo, resultante de la falla de la presa¹.

Las presas de material suelto son el tipo más común de presas construidas. El United States Committee on Large Dams (USCOLD) estima que el 79% de las grandes presas en operación en Estados Unidos son de este tipo (USCOLD-ASCE, 1975)². Las presas de material suelto generalmente se construyen con materiales naturales obtenidos de zonas de préstamo o canteras, o de material sobrante de operaciones mineras. Las presas de material suelto con cuerpo de arena o roca son las más comunes y se clasifican con base en la composición del material predominante. Las presas de tierra están formadas principalmente por material fino-granular compactado y las presas de roca, por material preconsolidado o de roca triturada. Una característica de las presas de material suelto que puede afectar la tasa de formación de la brecha y por lo tanto el caudal pico, es el ancho promedio de la presa desde el fondo de la brecha final hasta la cresta de la presa.

Fórmulas empíricas para estimar el desarrollo de la brecha y el caudal pico causado por una falla gradual de la presa han sido presentadas por Kirkpatrick (1977), Hagen (1982), K. Singh & Snorrason (1982), MacDonald & Langridge-Monopolis (1984), Costa (1985), Soil Conservation Service (1981,1985), Bureau of Reclamation (1986), Evans (1986)³, Von Thun & Gillette (1990), Dewey & Gillette (1993) y Froehlich (1987, 1995)⁴. La escasez de datos ha llevado a tener que utilizar estimaciones aproximadas de los caudales pico de salida a través de la brecha. Algunos de los caudales pico de salida utilizados para desarrollar las ecuaciones empíricas han sido medidos a una distancia considerable aguas abajo de la presa fallada, pudiendo ser significativamente menores que el caudal pico a la salida del embalse. Otros caudales pico han sido obtenidos mediante simulación numérica del rompimiento de la presa y no de mediciones. En el caso de las descargas simuladas, el caudal pico calculado depende del modelo de formación de la brecha

¹ FROEHLICH, David C. Peak outflow from Breached embankment dam. Journal of Water Resources Planning and Management. Vol. 121, No 1, January/February, 1995, p. 90-96.

² Ibid., p. 90.

³ Ibid., p. 91.

⁴ WAHL, Tony L., Report DSO-98-004: Prediction of embankment dam breach parameters - A literature review and needs assessment, p. 10.

utilizado para simular la falla gradual de la presa y de las suposiciones de las condiciones del *tailwater* de la presa. Considerando la dificultad en la estimación de los parámetros que definen una brecha, la incertidumbre de un caudal de salida simulado es necesariamente alta (MacDonald & Langridge-Monopolis, 1984). Casi todas las relaciones propuestas se han basado en banco de datos de unas 20 a 50 presas. Los datos de falla de presa son escasos para presas de más de unos 20 metros (65 pies), en cambio sí existen datos sustanciales para la falla de presas entre 6 y 15 metros de altura⁵.

En los Estados Unidos de América se han venido publicando desde 1988 trabajos que reportan grandes cantidades de datos. Desde esa época ha habido varios eventos mayores de inundación en ese país que han causado muchas fallas de presa. Algunas de las más notables son la inundación del Mississippi en su parte alta y del Missouri en su parte baja en el año de 1993, las fallas de presa en Georgia causadas por la tormenta tropical Alberto en 1994 y las fallas de presa en Carolina del Norte en septiembre de 1996. Para reportar incidentes de presa, incluyendo las fallas de presa, se creó el National Performance of Dams Program (NPDP), el cual está siendo administrado por la Universidad de Stanford en cooperación con la Association of State Dam Safety Officials (ASDSO)⁶.

2. Ecuaciones de predicción para el caudal pico⁷

Entre las características del embalse que se pueden medir fácilmente y que tienen influencia en el caudal pico de una presa fallada están el volumen y la altura del agua en el embalse al comienzo de la formación de la brecha, ambas cantidades medidas desde la elevación del fondo de la brecha final. Los caudales de entrada al embalse durante la falla también pueden afectar el caudal pico, especialmente durante grandes crecientes que producen el sobrevertimiento de la presa. Sin embargo, la dificultad para estimar las hidrógrafas de entrada al embalse para las presas falladas reportadas imposibilita la evaluación de los efectos del caudal de entrada.

Froehlich (1995) recopiló datos de 22 fallas de presas de material suelto⁸. Estos datos incluyen una descripción de la presa, el modo de falla, las características del embalse en el momento de la falla y el caudal pico medido. Los caudales pico reportados para cada presa fallada son determinados a partir de tablas de registro de los niveles de embalse o por mediciones de área-pendiente. Los niveles de embalse se utilizan para determinar el cambio en el volumen del embalse durante un corto período de tiempo a partir del cual se calcula una tasa promedio de caudal de salida. Si el período de tiempo utilizado para estimar el caudal de salida promedio es largo en comparación con el tiempo requerido para que el embalse sea vaciado, el caudal de salida calculado puede ser significativamente menor que el caudal pico

⁵ Ibid., p. 10.

⁶ Ibid., p. 11-12.

⁷ FROEHLICH, David C., Op. cit, p. 92-96.

⁸ Ibid., p. 92.

instantáneo. Las mediciones de área-pendiente se hacen en una localización del canal a una corta distancia aguas abajo de la presa y dependen de la geometría de la sección transversal medida, de la pendiente de la superficie del agua y de estimados de los coeficientes de rugosidad para calcular la tasa del caudal pico usando la ecuación de Manning (Dalrymple and Benson, 1984).

Froehlich realizó un análisis de regresión múltiple para obtener una nueva expresión empírica para la estimación rápida del caudal pico en la falla de una presa de material suelto. La nueva ecuación de predicción utiliza información fácilmente obtenible y también proporciona un medio para calcular los límites de predicción a partir de los cuales se pueden determinar los factores de seguridad apropiados a ser utilizados en la evaluación del potencial de amenaza por la creciente producida por la falla de la presa.

La transformación logarítmica de todas las variables presentó la mejor relación lineal con la ecuación⁹:

$$\ln Q_p = -0.499 + 0.295 \ln V_w + 1.24 \ln H_w \quad \text{Ecuación 1}$$

donde Q_p es el caudal pico calculado (m^3/s); V_w es el volumen del embalse en el momento de la falla (m^3) y H_w es la altura del agua en el embalse en el momento de la falla, medida desde el nivel del piso de la brecha final (m). El coeficiente de determinación (R^2) de la Ecuación 1 es 0.934 y el error estándar del logaritmo natural de Q_p predicho es 0.4198. Tomando el exponencial de cada lado de la Ecuación 1 se obtiene:

$$Q_p = 0.607 V_w^{0.295} H_w^{1.24} \quad \text{Ecuación 2}$$

Otras ecuaciones de predicción se presentan en la Tabla 1 .

3. Aplicación de las ecuaciones de predicción para el caudal pico a 45 casos

De la base de datos de 108 presas presentada por Wahl¹⁰ se seleccionan 42 presas que disponen de datos de caudal pico. Se agregan a esta lista los casos de Mantaro, La Josefina y Eigiau¹¹ para conformar una base de datos de 45 presas. Wahl recopila además 13 ecuaciones de predicción para el caudal pico¹², las cuales son aplicadas a los 45 casos de falla. Ninguna de las ecuaciones de predicción puede ser aplicada a la totalidad de los 45 casos por falta de algunos datos.

La distribución porcentual de las 45 presas según su altura, el volumen del embalse, el factor de presa ($H \cdot V$) y el caudal pico observado indica gran variación en las alturas de presa, desde 6.1 m hasta 93.0 m con un caso excepcional de 170 m y un 35% de las presas comprendidas entre 10 m y 15 m. Un notable

⁹ Ibid., p. 94.

¹⁰ WAHL, Tony L, Op. cit., p. 55-60.

¹¹ SINGH, Vijay P. Major recorded dam breaches in the world. En: Dam Breach Modeling Technology. Kluwer Academic Publishers, 1996, p. 68.

¹² WAHL Tony L. The uncertainty of embankment dam breach parameter predictions based on dam failure case studies. Prepared for: USDA/FEMA Workshop on Issues, Resolutions, and Research Needs Related to Dam Failure Analysis. Oklahoma City, OK. June 26-28, 2001, p. 7-8.

porcentaje de presas tienen pequeño volumen de embalse: el 8% tienen embalses inferiores a 100,000 m³, el 13% entre ese valor y 1 millón de m³, el 26% entre 1 y 10 millones de m³, y el resto de los embalses (53%) están comprendidos entre 10 y 670 millones de m³, con sólo un 16% del total mayores de 100 millones de m³. El factor de presa (HV) es inferior a 10⁹ para el 82% de los casos. Para el caudal pico, predominan los caudales inferiores a 10³ m³/s, agrupando el 40% de los casos.

En la Tabla 1 se presentan los coeficientes de determinación (R²) según los análisis de regresión de las 13 ecuaciones de predicción, ordenados de manera descendente según su valor. La ecuación con mejor valor R² es la de Froehlich (1995), seguida por las dos ecuaciones de McDonald and Landgridge-Monopolis (1984). Estas tres ecuaciones involucran como variables independientes a Hw y Vw. La ecuación con menor valor R² es la de Singh and Snorrason (1984), que utiliza como variable independiente a Hd.

Con el fin de evaluar tanto la aproximación de los valores de caudal pico de las 13 ecuaciones de predicción para las 45 presas como la correspondencia de los datos de las presas de acuerdo con lo esperado por cada ecuación de predicción, se lleva a cabo un análisis estadístico siguiendo dos vías diferentes: en una primera se aplica el análisis estadístico a cada ecuación de predicción con la diferencia entre el caudal predicho y el caudal pico observado de las presas aplicables en la ecuación; en la segunda vía, se aplica el análisis estadístico a cada presa, con los valores de caudal de todas las ecuaciones de predicción, incluyendo en la muestra el caudal pico observado. El análisis utiliza el criterio de Chauvenet¹³ y el criterio de Peter J. Rousseeuw¹⁴.

El criterio de Chauvenet define una dispersión aceptable (desde un punto de vista probabilístico) alrededor del valor medio de una muestra de N lecturas tomadas de una variable en particular. El criterio especifica que todos los puntos deben estar en una banda alrededor del valor medio que corresponde a una probabilidad de 1-1/(2N). Un valor puede ser rechazado si esa probabilidad es menor que 1/(2N). Esta probabilidad puede relacionarse a una desviación definida desde el valor medio según la probabilidad normal. Para una muestra cualquiera se calcula la desviación adimensional τ como:

$$\tau = \frac{X_i - \bar{X}}{S_x} = \frac{x_{\max}}{S_x} \quad \text{Ecuación 3}$$

Donde x_{\max} es la máxima desviación permitida desde el valor medio para las N lecturas y S_x es el índice de precisión (la desviación estándar) de la muestra de los N puntos.

¹³ COLEMAN Hugh W.; STEELE, W. Glenn. Experimentation and uncertainty analysis for engineers, Mississippi State University. John Wiley & Sons. ISBN 0-471-63517-0. p. 31.

¹⁴ ROUSSEEUW, Peter J. Robust estimation and identifying outliers. En: Handbook of Statistical methods for engineers and scientist, editor: Harrison M. Wadsworth, Jr., McGraw-Hill, New York, p. 17.1-17.15.

El criterio de Rousseeuw se aplica a la diferencia de los valores predichos y los observados de la siguiente manera:

$$e_i = \log(\hat{x}) - \log(x) = \log(\hat{x}/x) \quad \text{Ecuación 4}$$

donde e_i es el error de predicción, \hat{x} el valor predicho y x el valor observado. Se aplica luego el siguiente algoritmo a la serie de los errores de predicción:

- Se determina T , la mediana de los e_i valores. T es el estimador de localización.
- Se calcula para cada error el valor absoluto de la desviación de la mediana y se determina la mediana de estas desviaciones absolutas (MAD).
- Se calcula el estimador de escala, $S = 1.483 * MAD$. El factor 1.483 hace a S comparable con la desviación estándar, que es el parámetro de escala usual en una distribución normal.
- Con S y T se calcula el parámetro Z para cada observación:

$$Z_i = \frac{e_i - T}{S} \quad \text{Ecuación 5}$$

Donde los e_i son los errores de los valores predichos con respecto a los observados, de acuerdo con la Ecuación 4.

- Son rechazadas las observaciones cuyos valores de $|Z_i| > 2.5$. Este método rechaza en un nivel de probabilidad del 98.7% si las muestras son de una perfecta distribución normal.

4. Análisis estadístico para cada ecuación de predicción para el caudal pico

En este caso el criterio de Chauvenet se aplica de 4 maneras diferentes: Ch1, hace la diferencia entre el valor de la ecuación de predicción y el caudal pico observado; Ch2, toma el valor absoluto de cada diferencia; Ch3, hace la diferencia entre los logaritmos de los valores; Ch4, toma el valor absoluto de cada diferencia entre los logaritmos de los valores. El criterio de Rousseeuw (R) se aplica como se acaba de explicar. Los resultados muestran una mayor exigencia en el análisis que utiliza el criterio de Rousseeuw. En general este criterio rechaza presas que se incluyen en los rechazos de los demás criterios, con excepción de las presas Oros, Río Mantaro y Teton, las cuales son rechazadas por Ch1 y Ch2 en algunos casos. La ecuación de predicción que más presas rechaza es la de Singh and Snorrason (1984), $f(hd) (Q_p = 13.4(Hd)^{1.89})$, que a su vez es la ecuación de menor coeficiente de determinación ($R^2 = 0.4947$). Sin embargo no existe una relación directa entre el número de presas rechazadas y el coeficiente de determinación de las ecuaciones de predicción, pues otras ecuaciones rechazan entre una y 4 presas sin mantener una relación con el coeficiente de determinación. Así, por ejemplo la ecuación de Kirkpatrick (1977) ($f(Hw)$, $Q_p = 1.268(Hw+0.3)^{2.5}$) con $R^2 = 0.6523$ rechaza 3 presas igual que la de Froehlich (1995) ($f(Vw, Hw)$, $Q_p = 0.607(Vw^{0.295} Hw^{1.24})$) que tiene un R^2 de 0.8542.

Las presas más rechazadas son Teton y Río Mantaro que son las presas más altas. Les siguen Break Neck Run, Euclides de Cunha, Goose Creek y Davis Reservoir, que son las presas más bajas. Los mayores rechazos de presas son otorgados por las ecuaciones que dependen de hd .

5. Análisis estadístico para cada presa

En este caso se lleva a cabo el análisis estadístico a la lista conformada por los resultados de las ecuaciones de predicción aplicadas a cada presa incluyendo el valor del caudal pico observado. Se aplican los criterios de Chauvenet y Rousseeuw a los valores (Ch1, R1) y a los logaritmos de los valores (Ch2, R2).

De nuevo en este caso, el criterio de Rousseeuw es más exigente que el de Chauvenet, particularmente el que se aplica a los valores (R1). La ecuación de Froehlich $Q_p = 0.607(Vw^{0.295} Hw^{1.24})$ es la única que no es rechazada. Las ecuaciones que son rechazadas el mayor número de veces son las de McDonald and Langridge-Monopolis (1984) $f(Vw, Hw)$, $Q_p = 3.85(Vw Hw)^{0.411}$, Costa (1985) (envelope $f(S, Hd)$), $Q_p = 2.634(S Hd)^{0.44}$ y Costa (1985) (envelope $f(S)$), $Q_p = 1.122(S)^{0.57}$ que son aquellas cuyos valores de predicción suelen ser los más elevados. También interesa destacar que 3 presas rechazan el valor del caudal observado: Euclides de Cunha, Frankfurt y Break Neck Run. Este resultado se interpreta como que el valor del caudal observado para estas presas difiere notablemente, según el criterio estadístico, de los valores de todas las ecuaciones de predicción. Estas mismas tres presas estuvieron entre las más rechazadas en el análisis estadístico realizado para cada ecuación de predicción para el caudal pico.

6. Ecuación de predicción propuesta por Barros (2002)

Una vez realizados los análisis estadísticos se depura la base de datos de las 45 presas dejando únicamente las presas aceptadas (no rechazadas). Se analiza de nuevo la relación entre cada variable involucrada en las ecuaciones de predicción y el caudal pico, obteniéndose los coeficientes de determinación que se presentan en la Tabla 2 .

De todas las regresiones se escoge la de mayor coeficiente de determinación (Figura 1). Esta regresión da como resultado la ecuación de predicción propuesta por Barros (2002):

$$Q_p = 8.388064 h_w^{1.959560} \quad \text{Ecuación 6}$$

Al realizar para la ecuación Barros (2002), el análisis de regresión como se hizo para las 13 ecuaciones de predicción, se obtiene un coeficiente R^2 de 0.6433 (Figura 3). Posteriormente se realiza el análisis estadístico de las 45 presas para la ecuación de Barros (2002), se retiran las presas rechazadas y se obtiene de nuevo el gráfico comparativo de los caudales con un coeficiente de determinación de 0.8336 como se muestra en la Figura 4 .

Tabla 1. Coeficientes de determinación para las 13 ecuaciones de predicción

Nombre (fecha), variable independiente	Ecuación	Coficiente de determinación
Froehlich (1995), $f(Vw, Hw)$	$Q_p = 0.607(Vw^{0.295} Hw^{1.24})$	0.8542
McDonald and Langridge-Monopolis (1984,) $f(Vw, Hw)$	$Q_p = 3.85(Vw Hw)^{0.411}$	0.7385
McDonald and Langridge-Monopolis (1984), $f(Vw, Hw)$	$Q_p = 1.154(Vw Hw)^{0.412}$	0.7385
Kirkpatrick (1977), $f(Hw)$	$Q_p = 1.268(Hw+0.3)^{2.5}$	0.6523
SCS (1981), $f(Hw)$	$Q_p = 16.6(Hw)^{1.85}$	0.6433
Reclamation (1982), $f(Hw)$	$Q_p = 19.1(Hw)^{1.85}$	0.6433
Costa (1985), $f(S, Hd)$	$Q_p = 0.981(S Hd)^{0.42}$	0.6406

Hagen (1982), $f(S, Hd)$	$Q_p = 0.54(S Hd)^{0.5}$	0.6406
Costa (1985), envelope $f(S, Hd)$	$Q_p = 2.634(S Hd)^{0.44}$	0.6406
Evans (1986), $f(Vw)$	$Q_p = 0.72(Vw)^{0.53}$	0.5681
Singh and Snorrason (1984), $f(S)$	$Q_p = 1.776(S)^{0.47}$	0.5318
Costa (1985), envelope $f(S)$	$Q_p = 1.122(S)^{0.57}$	0.5318
Singh and Snorrason (1984), $f(hd)$	$Q_p = 13.4(Hd)^{1.89}$	0.4947

Tabla 2. Coeficientes de determinación para la regresión lineal entre variables de las ecuaciones de predicción y el caudal pico observado

Variables de la regresión lineal (log-log)	No de presas	Valor R^2
hw	29	0.8962
hb	30	0.8792
hd	30	0.7980
hw*Vw	28	0.7554
Vw	36	0.5362
S*hd	33	0.5215
S	34	0.3508

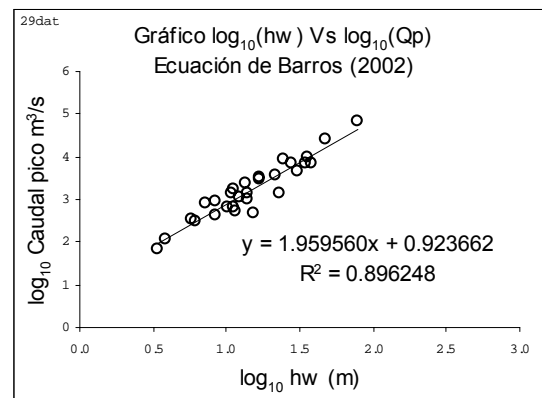
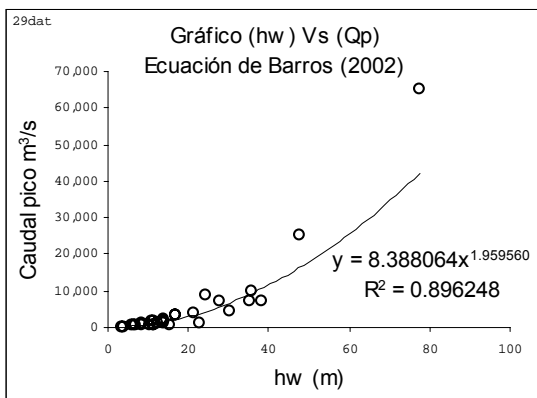


Figura 2. Ecuación de predicción propuesta por Barros (2002)

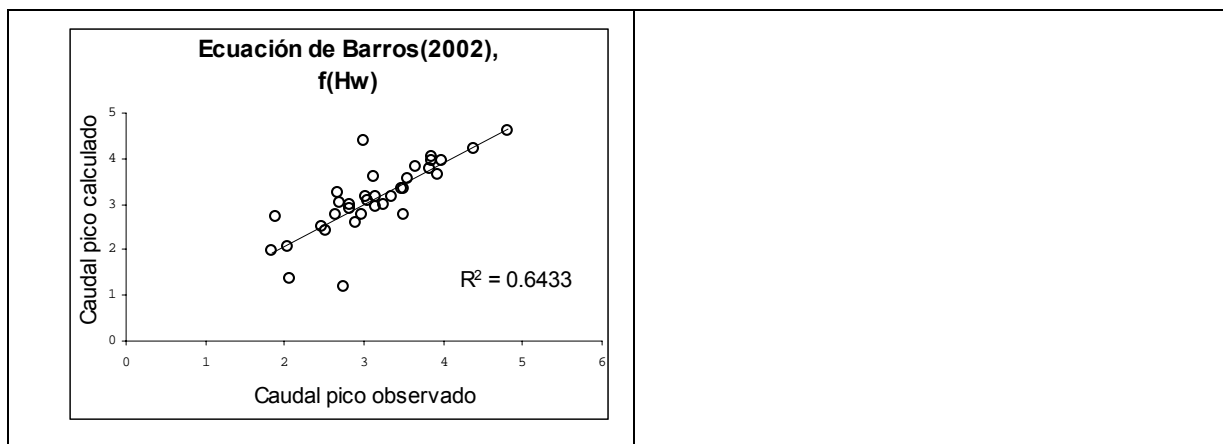


Figura 3. Gráfico comparativo de los caudales para la ecuación de predicción Barros (2002)

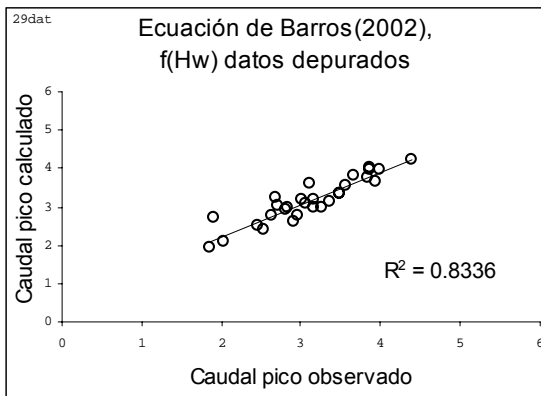


Figura 4. Gráfico comparativo de los caudales para la ecuación de predicción Barros (2002), después del análisis estadístico

7. Conclusiones

Existe una numerosa variedad de ecuaciones estadísticas conocidas como ecuaciones de predicción para el desarrollo de la brecha y para el caudal pico. Estas ecuaciones relacionan variables independientes como la altura de presa (h_d) o características del embalse como profundidad (h_w), capacidad (S) y volumen de almacenamiento (V_w), con variables de interés como el ancho promedio de brecha (\bar{B}) y el tiempo de falla (t_f) para el caso de desarrollo de la brecha o con el caudal pico (Q_p). La aplicación de las ecuaciones es muy sencilla debido a que normalmente dependen de una o máximo dos variables, pero es tan solo una aproximación dada las complejas condiciones del fenómeno de rompimiento, donde se distinguen principalmente tres tipos de falla: el sobrevertimiento, la tubificación y los defectos de fundación.

Se desarrolló un completo análisis estadístico tanto para las 45 presas como para las 13 ecuaciones de predicción para el caudal pico, siguiendo criterios de Chauvenet (con base en la media) y de Rousseeuw (con base en la mediana), utilizados para determinar el rechazo de datos que estén por fuera de cierta distancia de los demás valores de la muestra. Aunque el criterio de Rousseeuw ha demostrado mayor exigencia en las aplicaciones realizadas, ambos criterios son consecuentes con las determinaciones de rechazo y se pueden utilizar como complementarios. El análisis estadístico ha sido utilizado para depurar las bases de datos de las variables independientes (h_w , h_d , S , V_w), llevar a cabo nuevas correlaciones entre cada una de estas variables o su combinación ($h_w \cdot V_w$, $S \cdot h_d$) y el caudal pico observado, y proponer con base en los coeficientes de determinación de estas correlaciones una nueva ecuación de predicción (ecuación de Barros (2002), Ecuación 6). La misma clase de análisis estadísticos puede desarrollarse con otros datos de presas o con ecuaciones de predicción adicionales.

8. Bibliografía

BARROS MARTÍNEZ, Juan Fernando (2003). Análisis de Métodos de Predicción para el Caudal Pico Resultante en un Rompimiento de Presa. Tesis para optar al título de Magíster en Aprovechamiento de

Recursos Hidráulicos (Director: Mauricio Toro Botero). Posgrado en Aprovechamiento de Recursos Hidráulicos, Facultad de Minas, Universidad Nacional de Colombia sede Medellín.

COLEMAN Hugh W.; STEELE, W. Glenn. Experimentation and uncertainty analysis for engineers, Mississippi State University. John Wiley & Sons. ISBN 0-471-63517-0. p. 31.

FROEHLICH, David C. Peak outflow from Breached embankment dam. Journal of Water Resources Planning and Management. Vol. 121, No 1, January/February, 1995, p. 90-96.

ROUSSEEUW, Peter J. Robust estimation and identifying outliers. En: Handbook of Statistical methods for engineers and scientist, editor: Harrison M. Wadsworth, Jr., McGraw-Hill, New York, p. 17.1-17.15.

SINGH, Vijay P. Dam Breach Modeling Technology. Kluwer Academic Publishers, 1996, 242 p. ISBN 0-7923-3925-8.

WAHL Tony L. The uncertainty of embankment dam breach parameter predictions based on dam failure case studies. Prepared for: USDA/FEMA Workshop on Issues, Resolutions, and Research Needs Related to Dam Failure Analysis. Oklahoma City, OK. June 26-28, 2001, 16 p. Disponible en Internet: <<http://www.usbr.gov/wrrl/twahl/>>

WAHL, Tony L. Prediction of embankment dam breach parameters, literature review and needs assessment. Dam safety operation and maintenance an international technical seminar. USBR, Water Resources Research Laboratory,PAP-735. Denver, CO. 1996. 57 p.

WAHL, Tony L. Report DSO-98-004: Prediction of embankment dam breach parameters - A literature review and needs assessment . U.S. Department of the Interior, Bureau of Reclamation, Dam Safety Office. July 1998. Disponible en Internet: <<http://www.usbr.gov/wrrl/twahl/>>.