



UNIVERSIDAD NACIONAL DE COLOMBIA

Optimización de los costos de operación de una empresa de renta de vehículos en Colombia

Jorge William Buriticá Agudelo

Universidad Nacional de Colombia

Facultad de Minas, Departamento de Ciencias de la Computación y la Decisión

Medellín, Colombia

2019

Optimización de los costos de operación de una empresa de renta de vehículos en Colombia

Jorge William Buriticá Agudelo

Trabajo final de Maestría presentado como requisito parcial para optar al título de:
Magister en Ingeniería – Ingeniería de Sistemas

Director:
Gloria Patricia Jaramillo

Línea de Profundización:
Investigación de Operaciones

Universidad Nacional de Colombia
Facultad de Minas, Departamento de Ciencias de la Computación y la decisión
Medellín, Colombia
2019

Agradecimientos

Primero a Dios porque por su amor puedo disfrutar de todo lo lindo de la vida: experimentar, aprender y mejorar. A mi familia por todo el apoyo brindado durante apenas toda mi vida. Amigos y profesores; gracias por sus instrucciones, consejos y conocimiento compartido.

Resumen

En este trabajo se desarrollan dos modelos de programación entera y un modelo heurístico para intentar responder de forma eficiente a algunas de las preguntas más importantes que se tienen en las empresas de Renta de Vehículos. La primera pregunta es determinar la configuración de la red de agencias; cuantas agencias tener y donde deben ubicarse para maximizar la cobertura a los clientes potenciales a un costo eficiente de apertura y cierre de agencias. La segunda pregunta es determinar cuál debe ser la cantidad y configuración óptima de la flota para operar en cada periodo manteniendo el nivel de servicio, pero sin incurrir en costos innecesarios de movilizaciones y flota ociosa, determinando las políticas eficientes de movilización de vehículos entre agencias, las políticas de compra y venta de vehículos que permitan renovar de forma eficiente la flota.

Palabras clave: Programación Entera y mixta, transferencias en vacío, heurística

Abstract

In this work two integer programming models and a heuristic model are executed to try to efficiently answer some of the most important questions in the Car Rental Companies. The first question is to determine the configuration of the agency network; how many agencies are needed and where they should be located to maximize coverage to potential clients at an efficient cost of opening and closing agencies. The second question is to determine what the quantity and the optimal configuration of the fleet should be to operate in each period guaranteeing the level of service, but without incurring unnecessary costs of mobilizations and idle fleet, determining the efficient policies of mobilization of vehicles between agencies, policies for buying and selling vehicles to renew the fleet efficiently.

Keywords: Integer Programming, empty transfers, heuristics

Contenido

Resumen.....	vi
Lista de Figuras.....	x
Lista de tablas.....	xii
Introducción	1
Objetivos	3
Objetivo General	3
Objetivos específicos.....	3
1. Planteamiento del problema	4
1.1 Descripción de la empresa objeto de estudio.....	4
1.2 Modelo de operación actual	6
1.3 Decisiones claves del negocio	6
1.4 Justificación	7
2. Marco Teórico	9
2.1 Sub problemas asociados.....	9
2.2 Antecedentes	11
3. Propuesta de solución para el diseño de la red de agencias	13
3.1 Justificación del enfoque de modelación.....	13
3.2 Problema de localización de máxima cobertura.....	13
3.3 Levantamiento de la malla de clientes potenciales con su demanda y ubicaciones potenciales para las agencias.....	16
3.4 Escenarios.....	18
3.4.1 Análisis en la ciudad de Bogotá.....	18
3.4.2 Análisis en la ciudad de Medellín	25
3.4.3 Análisis en la ciudad de Cali	29
3.4.4 Análisis en la ciudad de Barranquilla.....	34
4. Modelo integrado para el dimensionamiento y configuración de flota con políticas de compras, ventas y movilizaciones.....	39
4.1 Modelo de optimización	39
4.1.1 Definición de índices	39
4.1.2 Definición de conjuntos.....	40
4.1.3 Definición de parámetros.....	40

4.1.4 Definición de variables	41
4.1.5 Definición de Restricciones	42
4.2 Estimación de parámetros	51
4.2.1 Heurística para determinar la utilización máxima por agencia.....	51
4.2.2 Costos de up-down grade	58
4.3 Validación del modelo.....	59
4.4 Escenarios.....	63
4.4.1 Baseline	63
4.4.2 Baseline optimizado 1	65
4.4.3 Baseline optimizado 2	66
4.4.4 Baseline optimizado 3	68
5. Conclusiones y recomendaciones	71
5.1 Conclusiones.....	71
5.2 Recomendaciones	72
BIBLIOGRAFÍA Y FUENTES DE INFORMACIÓN	74

A. Anexo. Modelo de ubicación de Agencias en pyomo

B. Anexo. Modelo en pyomo para determinar el tamaño y configuración de la flota, con políticas de movilización, compras y ventas

Lista de Figuras

Figura 1 Participación por segmento	5
Figura 2 Malla de clientes Cali.....	17
Figura 3 Concentración de clientes Medellín.....	17
Figura 4 Malla de clientes Bogotá.....	18
Figura 5 Concentración de clientes Bogotá.....	19
Figura 6 Ubicaciones potenciales Bogotá.....	19
Figura 7 Configuración corrida 1 Bogotá.....	20
Figura 8 Configuración corrida 2 Bogotá.....	21
Figura 9 Configuración corrida 3 Bogotá.....	21
Figura 10 Configuración corrida 4 Bogotá.....	22
Figura 11 Resumen corridas Bogotá	22
Figura 12 Configuración corrida 14 Bogotá.....	23
Figura 13 Aumento cobertura Bogotá	24
Figura 14 Malla de clientes Medellín	25
Figura 15 Concentración de clientes Medellín.....	25
Figura 16 Ubicaciones potenciales Medellín.....	26
Figura 17 Configuración corrida 1 Medellín.....	26
Figura 18 Configuración corrida 2 Medellín.....	27
Figura 19 Resumen corridas Medellín.....	27
Figura 20 Configuración corrida 8 Medellín.....	28
Figura 21 Aumento cobertura Medellín.....	28
Figura 22 Malla de clientes Cali.....	29
Figura 23 Concentración de clientes Cali	29
Figura 24 Ubicaciones potenciales Cali	30
Figura 25 Configuración corrida 1 Cali	30
Figura 26 Configuración corrida 2 Cali	31
Figura 27 Configuración corrida 3 Cali	31
Figura 28 Configuración corrida 4 Cali	32
Figura 29 Resumen corridas Cali	32
Figura 30 Configuración corrida 9 Cali	33
Figura 31 Configuración corrida 10 Cali	34
Figura 32 Malla de clientes Barranquilla.....	34
Figura 33 Concentración de clientes Barranquilla	35
Figura 34 Ubicaciones potenciales Barranquilla	35
Figura 35 Configuración corrida 1 Barranquilla	36
Figura 36 Configuración corrida 2 Barranquilla	36
Figura 37 Configuración corrida 3 Barranquilla	37
Figura 38 Configuración corrida 4 Barranquilla	37
Figura 39 Resumen corridas Barranquilla	38
Figura 40 Configuración corrida 6 Barranquilla	38
Figura 41 Resultados heurística Bucaramanga	55

Figura 42 Utilización Bucaramanga heurística-real ejecutada	55
Figura 43 Resultados heurística agencias Bogotá integradas	56
Figura 44 Utilización Bogotá heurística-real ejecutada	57
Figura 45 Flotas con y sin políticas de up-down grade	58
Figura 46 Resumen validación 2.....	60
Figura 47 Resumen validación 2 ajustado.....	61
Figura 48 Resumen validación 3 ajustado.....	62
Figura 49 Flota, demanda y utilización baseline	63
Figura 50 Participación en demanda por gama - Baseline	64
Figura 51 Flota, demanda y utilización baseline optimizado 1	65
Figura 52 Flota, demanda y utilización baseline optimizado 2	67
Figura 53 Flota, demanda y utilización baseline optimizado 3	68

Lista de tablas

Tabla 1 Agencias actuales	4
Tabla 2 Cantidad de vehículos por gama	5
Tabla 3 Subproblemas trabajados por autor	11
Tabla 4 Índices modelo de cobertura.....	13
Tabla 5 Conjuntos modelo de cobertura.....	14
Tabla 6 Parámetros modelo de cobertura	14
Tabla 7 Variables modelo de cobertura	14
Tabla 8 Restricciones modelo de cobertura.....	14
Tabla 9 Función objetivo modelo de cobertura	15
Tabla 10 Índices modelo de flota	39
Tabla 11 Conjuntos modelo de flota	40
Tabla 12 Parámetros modelo de flota.....	40
Tabla 13 Variables modelo de flota.....	41
Tabla 14 Restricciones modelo de flota	42
Tabla 15 Función objetivo modelo de flota	50
Tabla 16 Ejemplo asignación vehículo-contrato	52
Tabla 17 Resumen utilización Bucaramanga heurística-real ejecutada.....	56
Tabla 18 Resumen utilización Bogotá heurística-real ejecutada	57
Tabla 19 Indicadores generales baseline	63
Tabla 20 Up-down grades baseline	64
Tabla 21 Costos baseline	64
Tabla 22 Indicadores generales baseline vs baseline optimizado 1.....	65
Tabla 23 Costos baseline vs baseline optimizado 1	66
Tabla 24 Indicadores generales baseline vs baseline optimizado 2.....	67
Tabla 25 Up-down grades baseline optimizado 2	67
Tabla 26 Costos baseline vs baseline optimizado 2	68
Tabla 27 Indicadores generales baseline vs baseline optimizado 3.....	69
Tabla 28 Compras y ventas baseline optimizado 3	69
Tabla 29 Up-down grades baseline optimizado 3	70
Tabla 30 Costos baseline vs baseline optimizado 3	70

Introducción

La renta de vehículos para el transporte de pasajeros ha sido un negocio con un importante crecimiento en los últimos años, se estima que del 2016 al 2021 crezca a una tasa anual del 5.6% debido al incremento de las actividades turísticas y la globalización de las operaciones (Brito, Carravilla y Oliveira ,2016).

Gestionar la flota de vehículos involucra decisiones que se enmarcan en diferentes niveles estratégicos y que han sido estudiadas desde diferentes áreas. Las principales decisiones del negocio son la configuración de la red de agencias; intentando disponer de la cantidad de agencias adecuadas que permitan un fácil acceso a los usuarios, por otro lado debe decidirse la cantidad de pools de vehículos y cuales agencias compartirán un mismo pool, al mismo tiempo debe decidirse la cantidad y configuración de vehículos de cada uno de los pools, considerando que los tamaños y configuraciones pueden ser ajustados de manera flexible mediante las transferencias de flota entre pools, también conocido como transferencias en vacío, o mediante la compra y la venta de vehículos. Otras decisiones claves en la gestión de la flota de vehículos son el establecimiento de la política de precios, la aceptación y rechazo de las reservas y la asignación de los vehículos a las reservas (Brito et al., 2016).

Históricamente el problema de la gestión de la flota de vehículos para la renta se ha trabajado de manera modular, dando como resultado el análisis y solución de diferentes sub-problemas que intentan encontrar políticas eficientes en diferentes alcances, como por ejemplo la identificación de la mejor configuración de red de agencias, modelos de dimensionamiento y configuración de flota, o modelos específicos dedicados al establecimiento de políticas de transferencias en vacío para el ajuste de los pools de flota a las fluctuaciones de la demanda, existen además modelos específicos para el control de las reservas y para el establecimiento de la política de precios, como también modelos que intentan responder únicamente al problema de asignación de contratos a vehículos (Brito et al., 2016).

En la empresa objeto de estudio cada una de las agencias que hoy componen la red tienen un tamaño y configuración de flota específica, con un nivel de utilización promedio diferente a la de otras agencias. El tamaño de la flota no se ha definido con la suficiente rigurosidad y análisis que se amerita, además la decisión de asignar un vehículo a una reserva se toma a juicio de los operadores y sin considerar un horizonte de planeación adecuado, esto conlleva a que en muchas situaciones se alquilen vehículos de altas gamas a precio de baja gama y no se obtenga la rentabilidad esperada por la renta, además puede generar muchas veces desplazamientos innecesarios entre las agencias por el desbalance en el tamaño de flota.

Considerando que muchas de las decisiones en las empresas dedicadas a la renta de vehículos en Colombia se toman de forma empírica y con base en la experiencia, en este trabajo se desarrollaran tres modelos que intentan dar respuesta de forma integral a las principales preguntas o problemas en la gestión de la flota de vehículos, de tal forma que sirvan como soporte y den una mayor confianza en las decisiones claves que día a día se toman.

El primer modelo intenta dar respuesta a cuál debe ser la configuración de la red de agencias para el negocio, este modelo se apoya en el análisis de datos históricos que permitan identificar cuáles son las zonas en donde existe mayor concentración de la demanda y las zonas con potencial de convertirse en un origen de demanda importante, de tal forma que se maximice la probabilidad de que un cliente disponga de una agencia para rentar un vehículo en menos un de radio específico, controlando el presupuesto y los costos asociados a la apertura y cierre de agencias.

El segundo modelo intenta responder de forma integral a muchas de las decisiones claves del negocio, este modelo en términos generales partiendo de la proyección de la demanda para cada una de las agencias detallada por tipo de vehículo, responde cual debe ser el tamaño y la configuración de la flota en cada uno de los periodos para cada una de las agencias de tal forma que se maximice la utilidad operativa, sugiriendo además cuales y cuantos vehículos intercambiar en cada periodo en cada una de las agencias y la cantidad de vehículos a remover o comprar.

Finalmente, el tercer modelo que, si bien en este trabajo es utilizado para cuantificar las utilidades máximas logrables en un grupo de agencias que comparten características similares, y que restringe en el segundo modelo a que cada una de las agencias en cada periodo no supere una utilización promedio de los vehículos, su lógica podría servir para responder a la pregunta de que vehículo asignar a que reserva. Este modelo que parte de la proyección de reservas detallando las horas de inicio y fin de las mismas, sugiere una programación de vehículos a las reservas considerando sus fechas, los tiempos necesarios de alistamiento de los vehículos y la posibilidad de realizar ascensos o descensos en la gama demanda, conocida en inglés como las políticas de up-grade y down-grade.

Objetivos

Objetivo General

Desarrollar y resolver un modelo de optimización que permita optimizar los costos de operación de una compañía de renta de vehículos en Colombia.

Objetivos específicos

- Hacer una revisión literaria sobre las metodologías y modelos existentes para abordar el problema de optimización de los costos de operación de las empresas de rentas de vehículos
- Construir, programar, validar y resolver un modelo de optimización que permita determinar la cantidad y ubicación del número de agencias para lograr una cobertura objetivo.
- Construir, programar, validar y resolver un modelo de optimización que permita establecer la cantidad y configuración de la flota por agencia

1. Planteamiento del problema

1.1 Descripción de la empresa objeto de estudio

Renta tu vehículo (nombre anónimo se usará para la empresa objeto de estudio) es una empresa dedicada a la renta de vehículos livianos para el transporte de pasajeros; en la actualidad cuenta con 20 agencias en operación en 14 ciudades del país (ver Tabla 1 Agencia actuales).

Tabla 1 Agencias actuales

Ciudad	Número de Agencias
BOGOTA	3
MEDELLIN	3
BARRANQUILLA	2
CALI	2
IBAGUE	1
BUCARAMANGA	1
MANIZALES	1
PEREIRA	1
MONTERIA	1
VILLAVICENCIO	1
SANTA MARTA	1
CARTAGENA	1
ARMENIA	1
CUCUTA	1
Total Agencias	20

Fuente: Renta tu vehículo

En Renta tu vehículo los usuarios se categorizan en 5 segmentos, su categorización toma importancia dado que los precios de renta y la naturaleza de la demanda son diferentes.

El primer segmento es el Replacement o aseguradora, aquí se clasifican todas aquellas personas que vienen por un vehículo sustituto por falla o siniestro de su vehículo propio; el tiempo del contrato entendiéndose este como el número de días en que el usuario tomará el vehículo para su uso, por lo general, está entre 1 y 8 días y además el tipo o la gama del vehículo a rentar está determinado por los servicios contratados en el seguro, este segmento de clientes en términos generales tiene una tarifa de renta inferior a la de los

demás segmentos y el tiempo que transcurre entre la solicitud de la reserva y la toma de vehículo es corto, lo que dificulta una planeación a largo plazo basado en las reservas.

El segundo segmento son los corporativos; a este pertenecen el personal administrativo o de negocios de las empresas con las que se tiene convenio; la duración del contrato por lo general es de 1 mes. En tercer lugar, están las personas naturales; aquí están todos los usuarios que deciden tomar un vehículo para la renta de forma ocasional y por lo general la duración del contrato está entre 1 a 5 días. También está el segmento del *travel* que son las personas que rentan un vehículo con intermediación de una agencia de viajes con una duración promedio del contrato de 2 a 5 días. Por último, está el segmento Renta tu vehículo donde se clasifican los usuarios que trabajan para la misma empresa.

La naturaleza de los segmentos persona natural y travel a diferencia de los corporativos y replacement, conlleva a tener valles y picos en la demanda, en especial en los días festivos o periodos de vacaciones en donde se tienen las demandas más altas.

La participación en las rentas de cada uno de ellos es muy diferente, esto se muestra en la Figura 1.

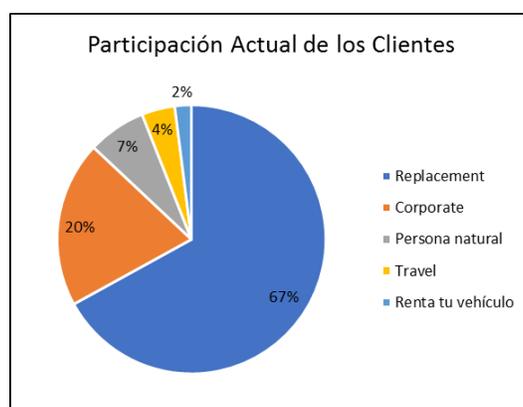


Figura 1 Participación por segmento

En la actualidad, Renta tu vehículo cuenta a nivel nacional con una flota de 3870 vehículos; la división por tipo de vehículo se muestra en la Tabla 2.

Tabla 2 Cantidad de vehículos por gama

Categoría del Vehículo	Número de Vehículos	Porcentaje
C	834	21,55%
F	1217	31,45%
FX	989	25,56%
G	28	0,72%
GX	281	7,26%
H	77	1,99%

L	35	0,90%
P	193	4,99%
R	144	3,72%
RX	58	1,50%
U	14	0,36%
Total Vehículos	3870	100,00%

Fuente: Renta tu vehículo

La categoría C es conocida como la categoría económica, las F y FX son las intermedias, H es la categoría para ejecutivos enfocada principalmente al segmento corporativo, las gamas G y GX son categorías de alta gama, las categorías L, P, R y RX son denominadas categorías premium y finalmente la categoría U es un vehículo tipo furgón que permite transportar más pasajeros a la de los vehículos convencionales.

1.2 Modelo de operación actual

Para poder hacer un arrendamiento, los usuarios realizan primero una reserva en la que especifican que tipo de vehículo quieren arrendar y durante qué periodo de tiempo lo necesitan, especificando la hora, fecha y la agencia en que lo recogerá, y la fecha, hora y agencia en la que hará la devolución del mismo.

Este agendamiento de reservas permite a la operación pronosticar las necesidades de vehículos para cada una de las agencias en el corto plazo, sin embargo, existen algunos usuarios que sin tener una reserva pueden llegar directamente a una agencia para solicitar un vehículo.

Dada las características del negocio en donde existen periodos de alta y baja demanda, el tamaño de flota cambia constantemente, estos cambios pueden hacerse mediante la adquisición de vehículos nuevos y la salida de otros para el mercado de usados. Estas decisiones se toman a juicio de expertos y puede conllevar a tener tamaños de flota que incrementan los costos operativos o a deteriorar el nivel de servicio cuando el tamaño de flota definido no se ajusta adecuadamente a la demanda de la agencia.

1.3 Decisiones claves del negocio

Establecer un tamaño de flota adecuado es una decisión importante para la reducción de los costos operacionales, un vehículo que no esté siendo productivo es un factor que impacta negativamente la rentabilidad del negocio, principalmente debido al costo de la depreciación del equipo, el costo de parqueo, el mantenimiento y los seguros.

Otra decisión importante que se debe tomar es la identificación del número de agencias y su ubicación para maximizar la cobertura, esto derivado de la proyección de crecimiento de la empresa, que de acuerdo con estudios de mercado y proyección de la demanda estiman pasar de una flota de 3800 vehículos a una flota de 6000 al terminar el año 2019, y pasar de 20 agencias a 38. Uno de los criterios para tener en cuenta para la localización debe ser la cercanía a los clientes potenciales, zonas que no presenten problemas de orden público y seguridad y que, en la medida de lo posible, tenga fácil conectividad (distancia) entre otras agencias que permita el movilizar de forma rápida y a bajo costo vehículos entre ellas. Se debe considerar que la demanda de vehículos para la renta depende en gran medida de su cobertura lograda por la red de agencias.

Por otro lado, una vez determinado las ubicaciones de las agencias se debe determinar cuál debe ser la cantidad y configuración de los vehículos para cada una de ellas, teniendo en cuenta que una cantidad excesiva de vehículos aumentara el costo de parqueo, perdidas por la depreciación de los activos sin uso y costos improductivos como los seguros, lavadas y mantenimiento y, de otro lado, una cantidad menor a la necesaria impactará negativamente la reputación y percepción del nivel de servicio en los usuarios, además del costo de oportunidad por demanda insatisfecha.

Establecer cuál debe ser la cantidad de vehículos en una agencia no debe ser una decisión aislada ya que los vehículos se pueden movilizar entre agencias dependiendo de la fluctuación de la demanda. Además, mediante las políticas de compras y salida de vehículos para el mercado de usados se pueden afectar los niveles de inventario para ajustarlos a la proyección de la demanda y así aumentar la rentabilidad del negocio.

En este sentido, las principales decisiones del negocio son:

- ¿Cuántas agencias tener y dónde ubicarlas de tal forma que se maximice la cobertura a los clientes potenciales?
- ¿Cuántos vehículos y de qué tipo se debe tener en cada una de las agencias en cada periodo de planeación?
- ¿Cuándo, cuántos y cuales vehículos deben movilizarse entre las agencias?, ¿Cuántos y cuáles vehículos comprar y/o sacar para la venta de usados en cada periodo de tiempo?

1.4 Justificación

Las compañías de renta de vehículos son un negocio que ha venido creciendo en los últimos años; en 2015 por ejemplo, creció respecto al año anterior un 4%. Del año 2016 al 2021 se espera un crecimiento del 5.6%. (Brito et al.,2016).

La gestión de una flota de renta de vehículos involucra problemas de decisión que han sido tradicionalmente enmarcados dentro de diferentes niveles estratégicos y estudiados por diferentes áreas de investigación. La principal decisión está en definir la red de agencias, su ubicación y cantidad para garantizar la atracción de clientes y garantizar un buen nivel de servicio. Una vez se tenga definida la red de agencias, debe decidirse cómo deben agruparse las estaciones para compartir una misma flota decidiendo su tamaño y composición decidir cuál debe ser la política de precios, cuáles reservas aceptar, y asignar estas reservas a un vehículo (Brito et al. ,2016).

Una de las principales características de la flota para la renta es su flexibilidad. Por un lado, la flota es muy fácil de mover y reubicar entre agencias haciendo "Transferencias en vacío" (desplazamiento de viajes de una agencia origen a una agencia destino sin recibir ingresos por la renta). Por otro lado, también hay una flexibilidad en el proceso de variación del tamaño de flota porque se pueden adquirir y retirar automóviles mediante la compra y la venta en un momento determinado.

Para la empresa objeto de estudio el poder implementar acciones que permitan reducir sus costos operativos es una fuente generadora de ventaja competitiva, en un servicio como la renta de vehículos donde hay una sensibilidad importante al precio, el poder ofrecer precios bajos manteniendo buenos márgenes de utilidad permitirá a la empresa aumentar sus utilidades, es por ello que desarrollar modelos analíticos que soporten las decisiones que a hoy se toman por intuición toma mucha importancia.

Otro factor de motivación para el desarrollo de este trabajo es el nivel de integración que se le quiere dar, pues en la mayoría de los casos los modelos que se encuentran en la literatura son aplicados a un sub problema en específico como el dimensionamiento de flota, la ubicación de la red de agencia, la programación o el movimiento de vehículos conllevando a encontrar óptimos locales. Crear un modelo que permita evaluar los sub-problemas en conjunto seguramente permitirá encontrar mejores soluciones y así tener mayor impacto en el negocio.

2. Marco Teórico

2.1 Sub problemas asociados

La siguiente descripción se centra en las principales decisiones que se abordan dentro la gestión de una flota para la renta. Estas decisiones van desde el diseño de la red, la definición y utilización de la flota y la gestión de las solicitudes de reserva y los calendarios consecutivos para cada vehículo.

- **Diseño de Red:** En compañías grandes de rentas de vehículos las agencias se agrupan por *pools*, las cuales comparten la misma flota. Cada *pool* es administrativamente independiente de los otros, sin embargo, es posible movilizar flota entre ellos para responder a la demanda o porque un cliente quiere devolver el vehículo en una agencia fuera de su *pool*. La decisión que se debe tomar es decidir el número de agencias, su ubicación y los grupos o *pools* (Brito et al. ,2016).

En la literatura, una gran variedad de modelos de localización han sido propuestos. ReVelle, Eiselt y Daskin (2008) proponen una bibliografía sobre algunos fundamentos para la categorización de los problemas de ubicación. Uno de los modelos más populares entre el problema de instalaciones es el problema de cobertura. En estos problemas, el cliente puede recibir el servicio de cada instalación siempre que la distancia a ese cliente sea igual o inferior a un radio predefinido. Esta distancia predefinida se denomina distancia de servicio o radio de cobertura R . Se supone que la demanda del cliente es concentrada en un conjunto discreto de nodos de demanda.

Kung y Liao (2018) mencionan en su trabajo que “el número y la ubicación de las instalaciones, a menudo, afectan la disposición de los consumidores de comprar un producto o utilizar un servicio. De hecho, en muchos casos, las demandas de los consumidores pueden aumentar solo si se crean las suficientes instalaciones. Los sistemas de intercambio de vehículos proporcionan una buena ilustración. Como uno de los sistemas de auto compartido de Estados Unidos más famosos hoy en día, Zipcar es bien conocido debido a sus nuevas tecnologías y planes flexibles de alquiler. Sin embargo, los usuarios quisieran ser miembros de Zipcar solo si pueden encontrar fácilmente automóviles disponibles cerca de su ubicación cuando lo necesitan. Esto se puede lograr solo si Zipcar establece suficientes plazas de estacionamiento en una ciudad. Una situación similar ocurre con el sistema público de compartir bicicletas en todo el mundo. Casi todos estos sistemas pueden tener éxito solo después de que se hayan construido suficientes sitios de alquiler y se hayan suministrado suficientes bicicletas.”

En otro estudio, se investiga un problema de ubicación de las instalaciones del proveedor de servicios que maximiza el beneficio. Dado un subconjunto de ubicaciones potenciales, el proveedor del servicio elige un subconjunto de ubicaciones para construir instalaciones al considerar dos tipos principales de efectos: (1) el beneficio independiente de una sola instalación y (2) el beneficio de la red entre un par de instalaciones. Para capturar la propiedad de beneficio marginal decreciente, se modela la disposición de un consumidor de usar el servicio como una función cóncava no creciente de la suma de todos los beneficios. Por lo tanto, la suma de todos los beneficios se convierte en la demanda del consumidor (y por lo tanto, los ingresos del servicio) mediante una función de demanda efectiva cóncava no decreciente. Al considerar los ingresos totales del servicio y el costo total de las instalaciones del edificio, el proveedor del servicio decide dónde construir las instalaciones para maximizar su beneficio. El problema se formula, así como un programa entero no lineal no separable, cuya función objetivo es maximizar una función submodular que no sea monótona (Kung y Liao 018).

Karatas (2017) considera un problema de ubicación de instalaciones de objetivos múltiples donde la probabilidad de cubrir una demanda es una función monótonamente decreciente de la distancia entre la instalación y la demanda, y el rendimiento de cobertura de una instalación está controlado por el que toma las decisiones. Se supone, además, que un punto de demanda puede ser cubierto por múltiples instalaciones en forma cooperativa. En este problema, un plan de asignación se acepta como 'exitoso' si tiene las siguientes propiedades: (1) logro de cobertura suficiente en los puntos de demanda, (2) costo total bajo y (3) distribución equilibrada de la carga de trabajo entre las instalaciones.

- **Definición y utilización de flota:** La flota de una compañía de renta de vehículos está compuesta por un número de vehículos de diferentes tipos, el tamaño de la flota por lo general es determinada por la estrategia de posicionamiento y disponibilidad de inversión, la decisión realmente importante es como ajustar la flota de vehículos dentro de un pool jugando con la compra y la venta de vehículos, proceso que tiene un impacto significativo en la rentabilidad de la compañía, las preguntas que se quieren responder es como y cuando adquirir y comprar nuevos vehículos considerando variables como el precio de compra de un nuevo vehículo, el precio de los carros usados entre otras. Otra decisión crítica del negocio es cómo dividir la flota existente dentro de las agencias, un aspecto clave de los costos operacionales ya que el objetivo es tener el 100% de la flota ocupada el 100% del tiempo. Un buen método de planeación de utilización de la flota permitirá tener balanceada la cantidad de vehículos que permita responder a la fluctuación de la demanda entre las agencias minimizando los costos de traslado (Brito et al. ,2016).

- **Solicitud de reservas y programación de vehículos:** la gestión de la flota también incluye la decisión de asignar un vehículo a una solicitud de reserva. En algunas compañías, esta decisión es tomada por cada agencia, mientras que en otras se decide centralizadamente. Las principales características de una solicitud de reserva son el tipo de vehículo, la fecha y estación de recogida y de entrega, y es usual la práctica de asignar un vehículo de una mayor gama por el precio de un grupo más económico, o de ofrecer descuentos por un vehículo de un grupo de más baja cuando el usuario solicita uno de gama mayor. Debido a la cercana relación entre demanda y ocupación de la flota y la importancia de la ocupación en la eficiencia operativa y estructura de costos, la decisión de aceptar o rechazar una solicitud de reserva es muy importante.

Algunas compañías pueden cumplir con todas las solicitudes de reserva por orden de llegada, siempre que haya capacidad disponible, otras compañías gestionan la demanda ahorrando capacidad para reservas más rentables que pueden llegar más tarde, ya sea mediante el uso de segmentación compleja, asignación de capacidad o métodos de fijación de precios o simplemente mediante la priorización heurística de las reservas (Brito et al. ,2016).

2.2 Antecedentes

El problema de administración de la flota de vehículos ha sido trabajado por diferentes autores. Como se mencionaba anteriormente existen diferentes sub-problemas como lo son la división de la red en *pools* de estaciones, el tamaño de flota y su configuración, cómo y cuándo adquirir nuevos vehículos para la flota, y cómo, cuáles y cuándo vehículos remover, la distribución de los *pools* de la flota entre las estaciones y cómo disponer de los vehículos en cada estación, cuál es el precio de venta de un servicio o producto específico, cuáles reservas aceptar y cuáles rechazar, qué tipo de vehículo asignar a una reserva requerida, y cómo programar un vehículo específico considerando los tiempos de mantenimiento y renovación.

A continuación, mostramos los trabajos de algunos autores en alguno de los sub-problemas mencionados anteriormente.

Tabla 3 Subproblemas trabajados por autor

Problema	Artículo	Autor
Segmentación de grupos de flota	Planeación de la flota de en la industria del alquiler de vehículos.	Pachon, Iakovou y Chi (2006)
	Modelo dinámico y algoritmo para la segmentación de grupos en la industria del alquiler de vehículos.	Yang , Jin y Hao (2009).

Tamaño y configuración de la flota	Planeación de la flota en la industria del alquiler de vehículos.	Pachon, Iakovou y Chi (2006)
Tamaño de la flota / configuración y desplazamiento de la flota	Modelación y solución del problema de logística de alquiler de vehículos a corto plazo.	Fink y Reiners (2006)
	Reposición óptima del vehículo vacío y dimensionamiento de la flota para sistemas de servicio de dos depósitos.	Song y Earl (2008)
Desplazamiento de la flota	Síntesis de modelos tácticos de planificación de flota para la industria de alquiler de vehículos	Pachon, Iakovou y Chi (2006)
Desplazamiento y fijación de precios de la flota	Modelación el problema de reubicación y precios de vehículos de alquiler.	Madden y Russell (2012)
Capacidad de las agencias	Enfoques integrados de gestión de ingresos para el control de la capacidad con actualizaciones planificadas.	Steinhardt y Gönsch (2012)

3. Propuesta de solución para el diseño de la red de agencias

3.1 Justificación del enfoque de modelación

Debido al crecimiento de la demanda en los últimos años, Renta tu vehículo está planeando en la ampliación del número de agencias en las ciudades principales. Una red con mayor cobertura crea una percepción en el cliente de buen nivel de servicio y ayudará a la inclinación de escoger cierta empresa sobre otra para tomar un vehículo rentado, de acuerdo con la experiencia de empresas de Brasil donde se puede decir que es un negocio maduro, una empresa dedicada a la renta de vehículos debe disponer para sus clientes potenciales una agencia a menos de 3 kilómetros de radio.

Con base en lo expuesto anteriormente, se propone un modelo de localización de máxima cobertura que ayude a identificar cuál es la máxima cobertura que se puede lograr en una ciudad con determinado número de agencias, teniendo como criterio de cobertura para un cliente el disponer de una agencia a menos de 3 kilómetros. Para determinar entonces el número de agencias que debe tener una ciudad se creará una gráfica de número de agencias vs cobertura, al final los dueños del negocio tomarán la decisión del número de agencias a establecer ya sea porque quieren una cobertura objetivo del 80%, o porque identifican que a partir de cierto número de agencias el incremento en la cobertura no justifica la apertura de más agencias.

3.2 Problema de localización de máxima cobertura

La formulación de este problema de optimización entera es como sigue:

- **Definición de índices**

Tabla 4 Índices modelo de cobertura

ÍNDICES	
Índice	Descripción
i	Agencias
J	Clientes

- **Definición de conjuntos**

Tabla 5 Conjuntos modelo de cobertura

CONJUNTOS		
Índice	Conjunto – Familia	Descripción
i	AGE	Agencias
j	CLI	Clientes

- **Definición de parámetros**

Tabla 6 Parámetros modelo de cobertura

PARÁMETROS		
Parámetro	Descripción	Unidades
$a_{i,j}$	Cobertura de la agencia i al cliente j 1: hay cobertura 0: no hay cobertura	
h_j	Peso relativo del cliente j	
p	Número máximo de agencias a abrir	

- **Definición de variables**

Tabla 7 Variables modelo de cobertura

VARIABLES			
Variable	Descripción	Tipo	Unidades
X_j	Cobertura final del cliente j 1: cubierto 0: no cubierto	Binaria	-
Y_i	Apertura de la agencia i 1: se abre agencia 0: no se abre	Binaria	-

- **Definición de restricciones**

Tabla 8 Restricciones modelo de cobertura

RESTRICCIONES		
Restricción	Descripción	Unidades
ACC_j	<p>Asignación cobertura cliente Un cliente ha sido cubierto si al menos una de las agencias que cubre ese cliente ha sido abierta</p> $X_j \leq \sum_{i \in AGE} a_{i,j} * Y_i$	

	$\forall j \in \text{CLI}$ <p>Conjuntos AGE: agencias CLI: clientes</p> <p>Variables X_j: Cobertura final del cliente j Y_i: Apertura de la agencia i</p> <p>Parámetros a_{ij}: Cobertura de la agencia i al cliente j</p>	
MAA	<p>Máximas agencias para abrir No se pueden abrir más agencias de las permitidas</p> $\sum_{i \in \text{AGE}} y_i \leq p$ <p>Conjuntos AGE: agencias</p> <p>Variables Y_i: Apertura de la agencia i</p> <p>Parámetros p: número máximo de agencias para abrir</p>	

- **Definición de la función objetivo**

Tabla 9 Función objetivo modelo de cobertura

FUNCIÓN OBJETIVO			
Variable	Tipo	Descripción	Unidades
MCO	Max	<p>Total cobertura</p> $\sum_{j \in \text{CLI}} x_j * h_j$ <p>Conjuntos CLI: Clientes</p> <p>Variables X_j: Cobertura final del cliente j</p> <p>Parámetros h_j: Peso relativo del cliente j</p>	

La función objetivo al ser la sumatoria del estado de un cliente (X_j : 0 no cubierto, 1 cubierto) multiplicado por su peso (h_j) se traduce en el total de peso cubierto por la apertura del conjunto de agencias, en cierta forma como cada peso representa una demanda relativa, podemos decir entonces que lo que se quiere es maximizar la demanda cubierta. La estimación de h_j se hace de tal manera que se le dé a cada punto la demanda relativa de acuerdo con la proyección del estudio de mercado, considerando también el peso relativo en la demanda de los datos históricos analizados.

Para poder activar un cliente X_j como cubierto ($X_j = 1$), se debe cumplir la restricción (ACC_j), es decir, que por lo menos una de las agencias activadas tenga cobertura a ese cliente, por eso se define el parámetro a_{ij} , el cual es 1 si el cliente j está cubierto por la agencia i . Este parámetro se calcula al tener la matriz de distancias de todos los puntos con todas las ubicaciones potenciales con el condicional de que si tal distancia es mayor a 3 km, tomará el valor de cero y en el caso contrario tomará el valor de 1.

La restricción (MAA) permite restringir al modelo el número de agencias que puede activar, por lo tanto, cambiando este parámetro se puede obtener la gráfica de cobertura vs número de agencias, donde cobertura es igual al valor de la función objetivo dividido por la sumatoria de los pesos de todos los clientes (cubiertos y no cubiertos).

3.3 Levantamiento de la malla de clientes potenciales con su demanda y ubicaciones potenciales para las agencias.

Para identificar la cantidad de clientes potenciales se realizó, para cada ciudad, un análisis histórico de los clientes que alguna vez han tomado rentado un vehículo en Renta tu vehículo, de esta información se extrajo la dirección de procedencia del usuario y mediante un código programado en Python se geocodificó cada dirección para obtener la latitud y longitud.

Además de los clientes históricos, se identificaron otras ubicaciones como sitios potenciales de demanda, en especial las zonas empresariales y de comercio. Por ejemplo, para cada una de las ciudades se extrajeron de directorios disponibles en la web las direcciones de las empresas grandes y medianas, al igual que los clientes históricos se geo-codificaron, y se crearon puntos potenciales de demanda según concentración de la actividad comercial y hotelera, pues se sabe por experiencia del negocio que son sitios con concentración de demanda.

La Figura 2 muestra el resultado de la geocodificación de todos los sitios históricos y potenciales definidos para la ciudad de Cali. Los sitios están agrupados según el tipo de cliente y la altura de la barra representa la frecuencia con la que este punto apareció en el histórico.

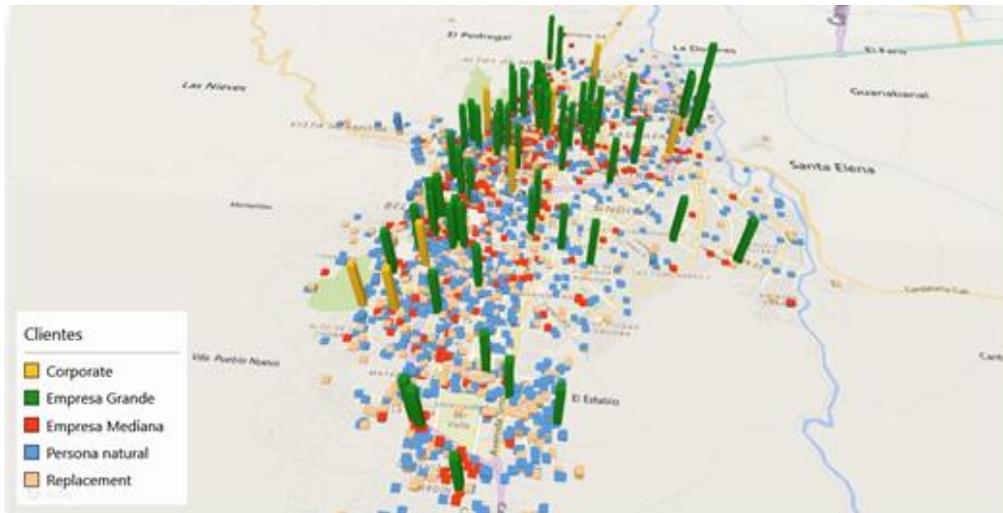


Figura 2 Malla de clientes Cali

Al final del ejercicio, teniendo la nube de puntos, categorizados por segmento y con sus frecuencias, se normalizaron los pesos con base en la estrategia del negocio de Renta tu Vehículo, en donde se quiere que el 40% de la demanda este concentrada en el mercado corporativo, el 30% en Replacement (aseguradoras) y el 30% restante en los otros segmentos. Así, para cada punto en cada segmento se les otorga un peso relativo en función de la frecuencia histórica y de tal manera que el agregado por segmento tenga los pesos relativos en la demanda definidos. Los parámetros que representan el peso relativo final de cada uno de los segmentos es una decisión de negocio, estos pesos pueden ser ajustados si se llegará a dar cambios en la estrategia del negocio o si el modelo se aplica en empresas diferentes a la analizada en este trabajo.



Figura 3 Concentración de clientes Medellín

La Figura 3 ilustra la concentración final de la demanda para la ciudad de Medellín después de otorgarle a cada punto su peso relativo.

Para establecer la cantidad de puntos potenciales, se identificaron por ciudad puntos *atractores* ubicados en lugares que cumplen con las condiciones necesarias de seguridad y accesibilidad, y alrededor de ellos se crearon aleatoriamente nuevos puntos para incluirlos dentro del listado de ubicaciones potenciales. Esto se hizo de tal manera que por ciudad existieran al menos 100 puntos potenciales de tal forma que haya más soluciones factibles y como resultado de esto, mayor oportunidad en el modelo de escoger un sub - conjunto con buena cobertura.

3.4 Escenarios

El modelo de localización de instalaciones para maximizar la cobertura fue programado en lenguaje Python utilizando la librería *pyomo*. Este código puede verse en los anexos finales.

3.4.1 Análisis en la ciudad de Bogotá

El primer paso del análisis es el levantamiento de la malla de puntos o clientes potenciales, para el caso de Bogotá se geo-codificaron más de 9.000 puntos de interés entre los datos históricos y los puntos estratégicos que se tenían mapeados por el negocio. La distribución de la malla de punto considerando los pesos relativos se muestra en la Figura 4.

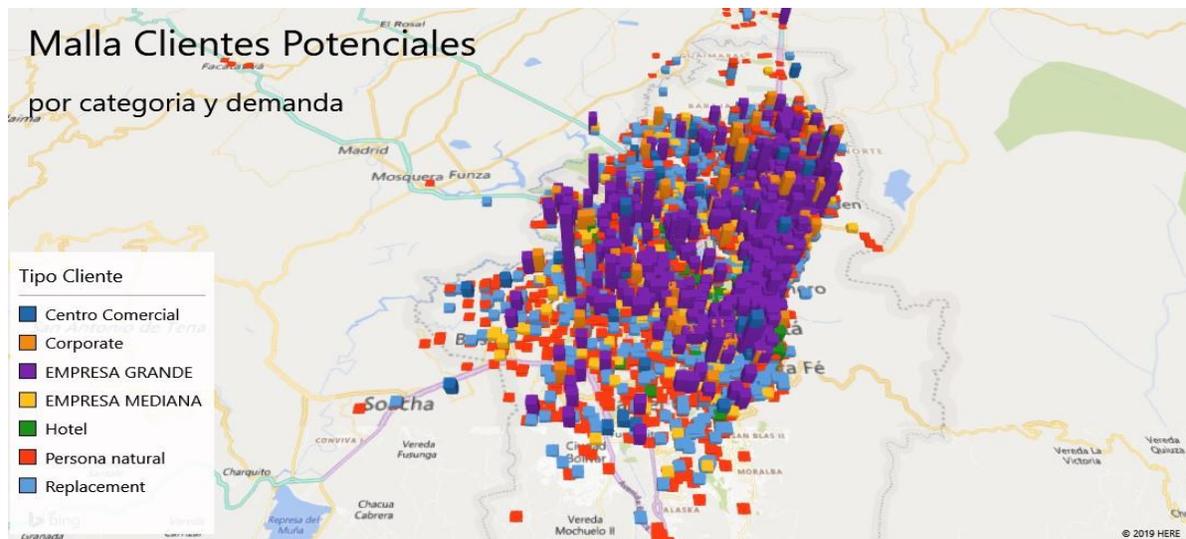


Figura 4 Malla de clientes Bogotá

En la Figura 5 se muestra la concentración de la demanda en la ciudad de Bogotá.

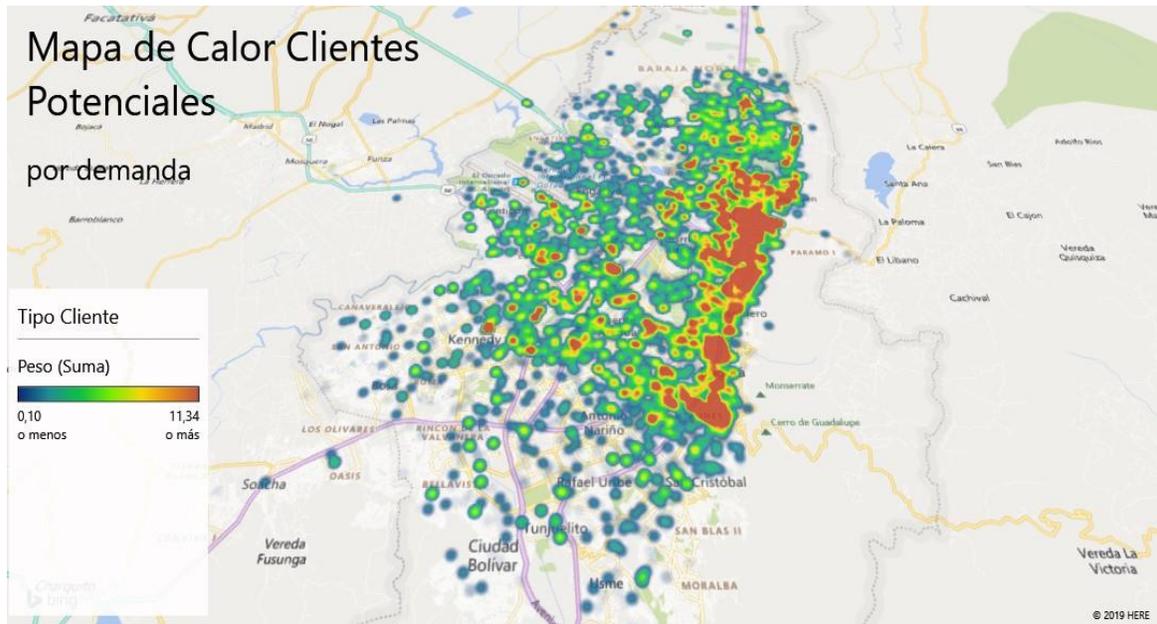


Figura 5 Concentración de clientes Bogotá

▪ **Ubicaciones potenciales.**

En la figura 6 se muestran los 100 sitios potenciales para la apertura de agencias en la ciudad de Bogotá. Estos puntos potenciales se establecen también de tal manera que cumplan con las características de accesibilidad y seguridad.

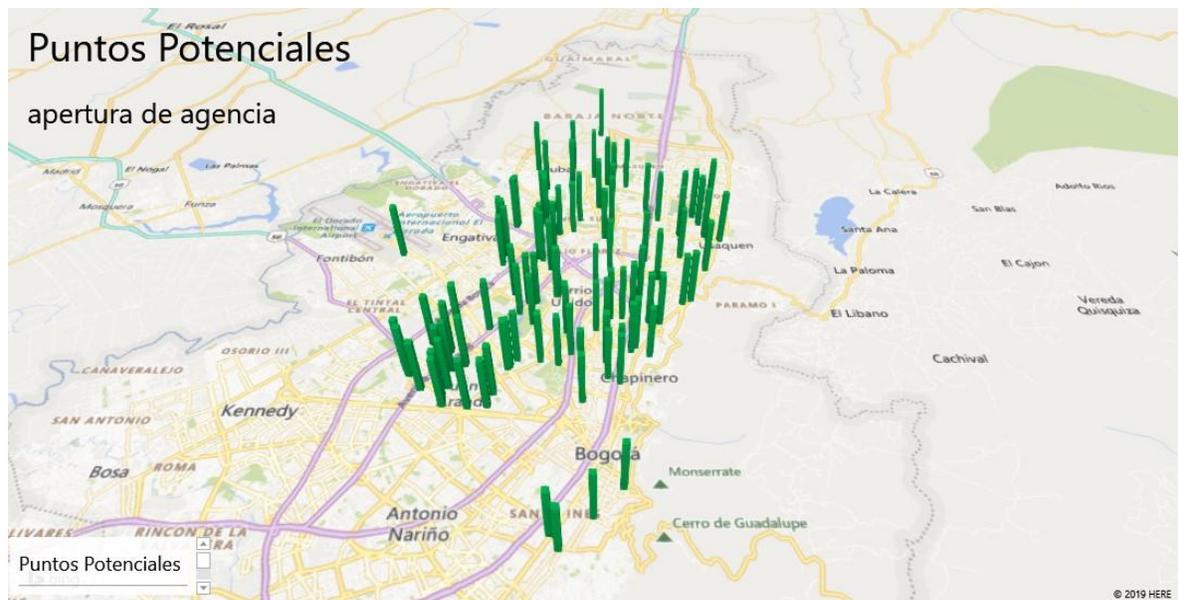


Figura 6 Ubicaciones potenciales Bogotá

A continuación, se muestran los resultados de los diferentes escenarios corridos en Bogotá, cada escenario se caracteriza por el número total de agencias que se le restringió al modelo abrir además de las restricciones de conservar o no las agencias actuales.

- **Corrida 1 – Bogotá: Cobertura con las 3 agencias actuales.**

En esta corrida el número máximo de agencias a abrir es 3, se activó además la restricción de conservar las 3 agencias actuales, permitiendo así identificar la cobertura actual de la red de agencias tal como se muestra en la Figura 7.

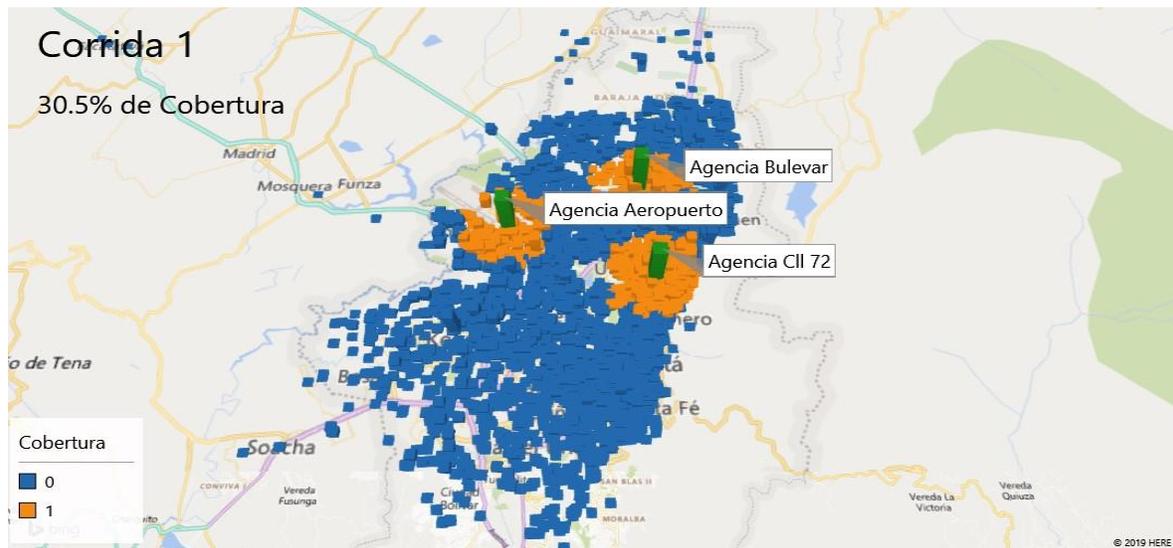


Figura 7 Configuración corrida 1 Bogotá

La dispersión de los clientes en la ciudad de Bogotá conlleva a que la cobertura sea baja (30.5%) con la configuración de agencias actuales (0(azul): punto no cubierto – 1(naranja): punto cubierto).

- **Corrida 2 – Bogotá: Cobertura con 3 agencias óptimas**

Diferente a la corrida 1, en esta corrida, aunque se sigue restringiendo el máximo número de agencias a abrir, se elimina la restricción de conservar alguna de las agencias actuales, esta configuración se muestra en la Figura 8.

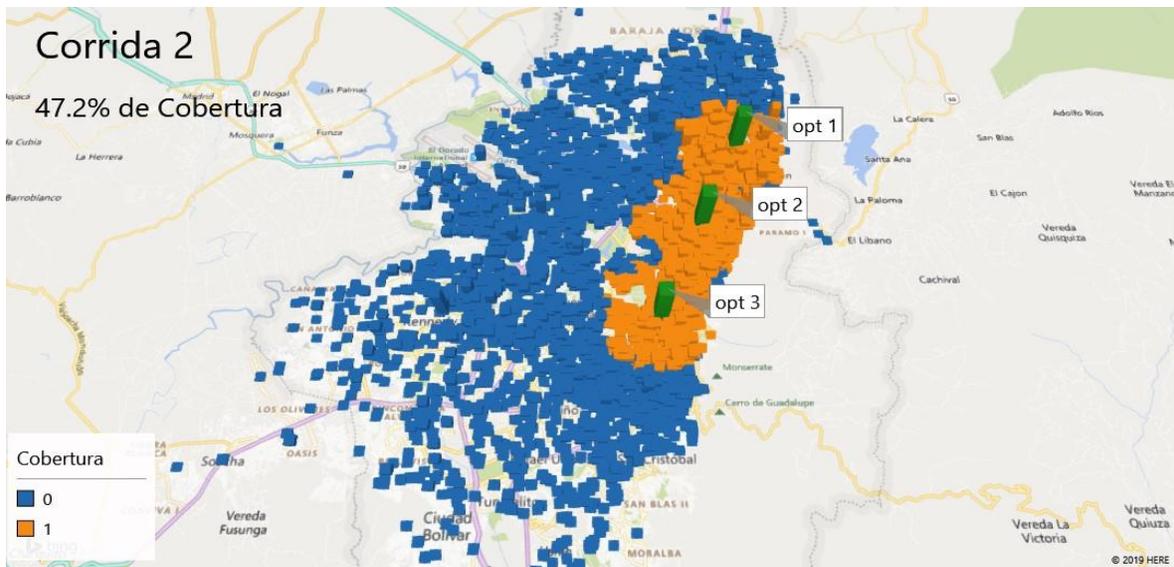


Figura 8 Configuración corrida 2 Bogotá

La diferencia entre la corrida 1 y la corrida 2 es de casi 17 puntos porcentuales, es decir que se pierde un 17% de cobertura por tener la configuración actual de agencias comparada con la mejor configuración de 3 agencias posibles en la ciudad de Bogotá.

▪ **Corrida 3 – Bogotá: Cobertura con 3 agencias actuales + 1 óptima**

Se exige al modelo conservar las 3 agencias actuales y un número máximo de agencias a abrir de 4, en la Figura 9 se muestran los resultados.

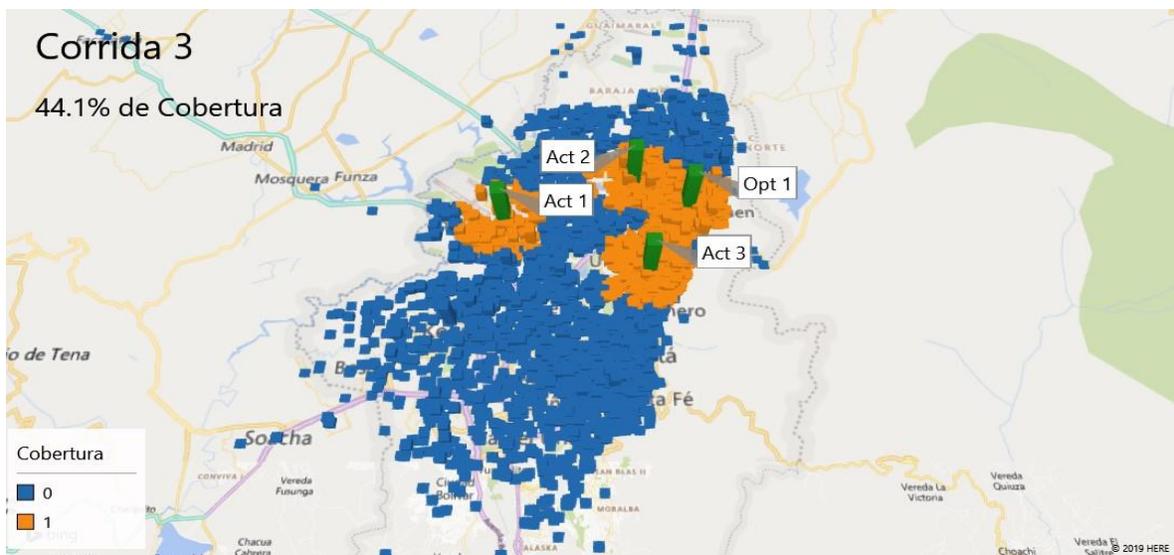


Figura 9 Configuración corrida 3 Bogotá

La ubicación Opt 1 es la 4ta ubicación sugerida manteniendo las 3 agencias actuales, esta agencia aumenta la cobertura en un 13.6%. Aunque esta corrida tiene 4 agencias, no logra superar la cobertura lograda por el conjunto de 3 agencias óptimas de la corrida 2.

▪ **Corrida 4 – Bogotá: Cobertura con 4 agencias óptimas**

Se permiten abrir máximo 4 agencias sin la necesidad de conservar las 3 actuales.

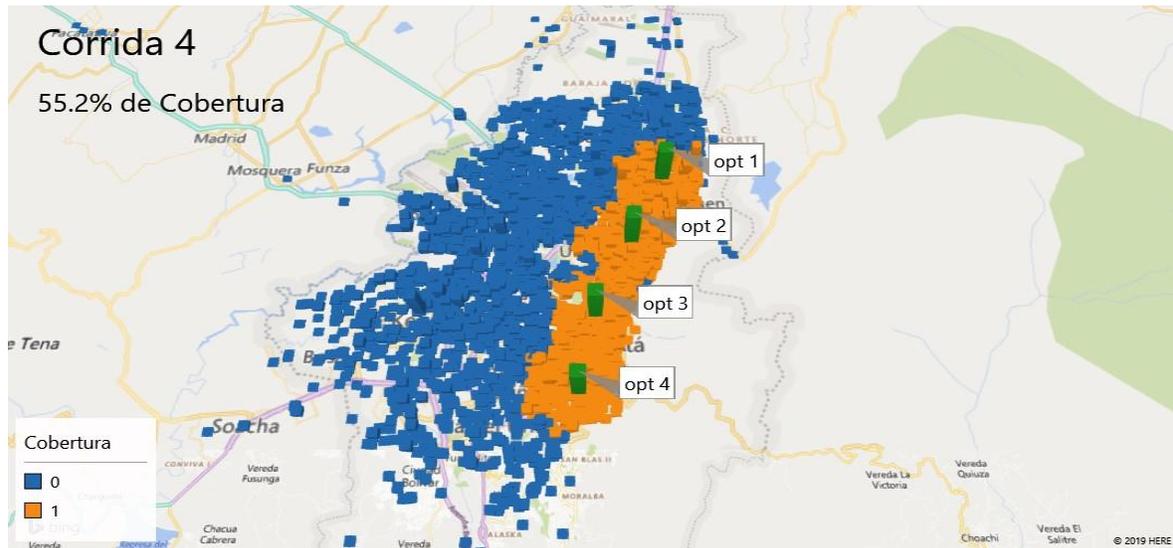


Figura 10 Configuración corrida 4 Bogotá

La 4ta agencia en esta corrida comparada respecto al conjunto de 3 agencias óptimas (corrida 2) agrega un 8% de cobertura, además la diferencia en cobertura respecto a la corrida 3 que contiene también 4 agencias es de 11.1%.

▪ **Resumen corridas Bogotá**

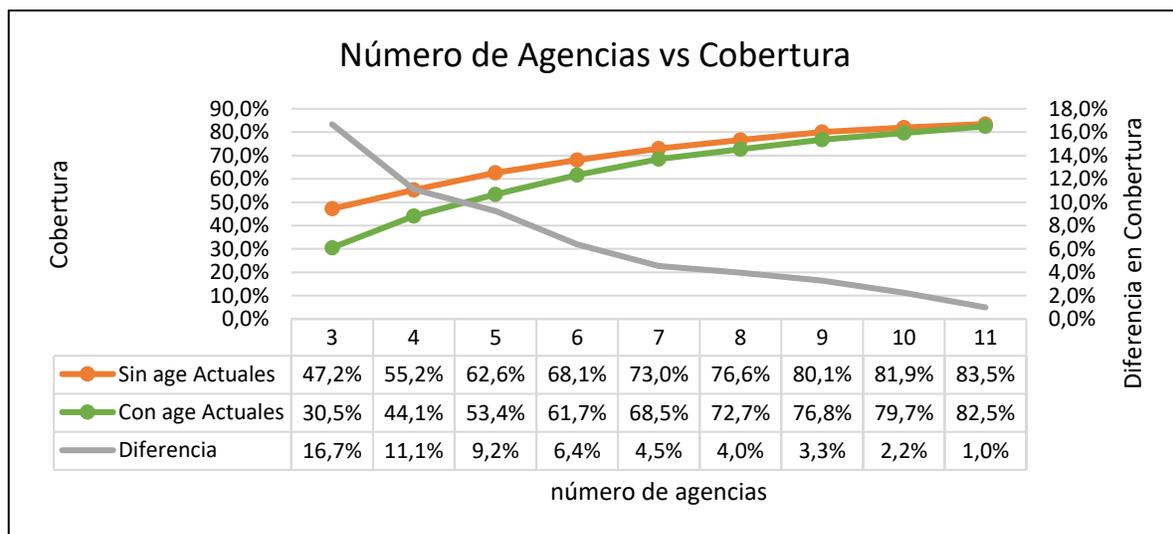


Figura 11 Resumen corridas Bogotá

La Figura 11 nos muestra la cobertura lograda con determinado número de agencias en 2 escenarios, el primero sin necesidad de mantener dentro de la red las 3 agencias actuales y el segundo manteniéndolas. En resumen, se concluye que en los dos escenarios para un número mayor a 8 agencias la diferencia en cobertura lograda es inferior al 4%, sin embargo, si el número de agencias es bajo (menor a 5 agencias), se nota una clara diferencia en la cobertura lograda (superior al 9%) para un mismo número de agencias.

Para tomar la decisión sobre la mejor configuración de red para el caso de Bogotá, aparecen dos criterios: el primero es tomar la decisión bajo el criterio de que se quiere lograr una cobertura superior al 80%, para este caso lo recomendable es implementar la configuración de 9 agencias en el escenario donde no se garantiza conservar las 3 agencias actuales, ya que si se quisiera conservar las 3 agencias actuales sería necesario abrir 11 agencias para cumplir con el criterio de cobertura superior al 80%.

A continuación, se muestra la corrida 14, la cual es la configuración de red óptima según el criterio de cobertura superior al 80%. En esta configuración el modelo sugiere dejar abierta la agencia actual ubicada en el aeropuerto el dorado de Bogotá, las otras 8 son nuevas ubicaciones.

▪ Corrida 14 – Bogotá: Cobertura con 9 agencias óptimas

Se permiten un máximo de agencias a abrir de 9, sin la necesidad de conservar alguna de las actuales. Esta configuración se muestra en la Figura 12 y es la configuración óptima respecto al criterio del mínimo número de agencias para lograr una cobertura superior al 80%.

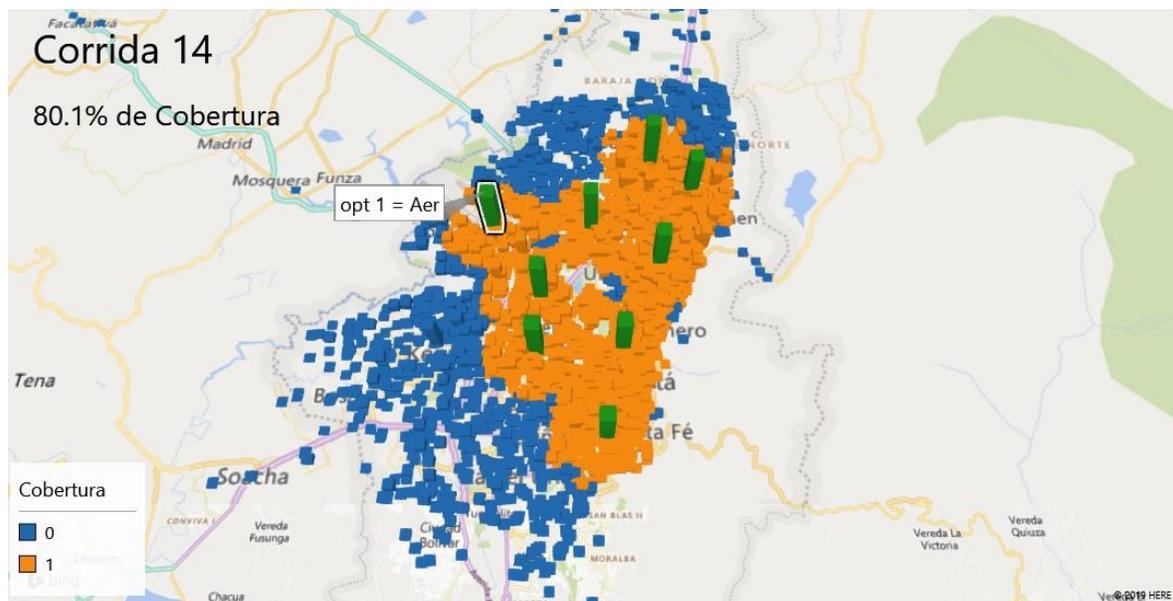


Figura 12 Configuración corrida 14 Bogotá

El segundo criterio que se podría tener en cuenta para determinar la mejor configuración de agencias para Bogotá es el criterio de marginalidad, este consiste básicamente en identificar el punto de inflexión en el cual la apertura de una nueva agencia no agrega valor en relación con el esfuerzo que implicaría su apertura.

En la Figura 13 se muestra la cobertura lograda por determinado número de agencias, con el incremento en cobertura respecto al número de agencias inferior, para los escenarios conservando las tres agencias actuales y sin conservarlas.

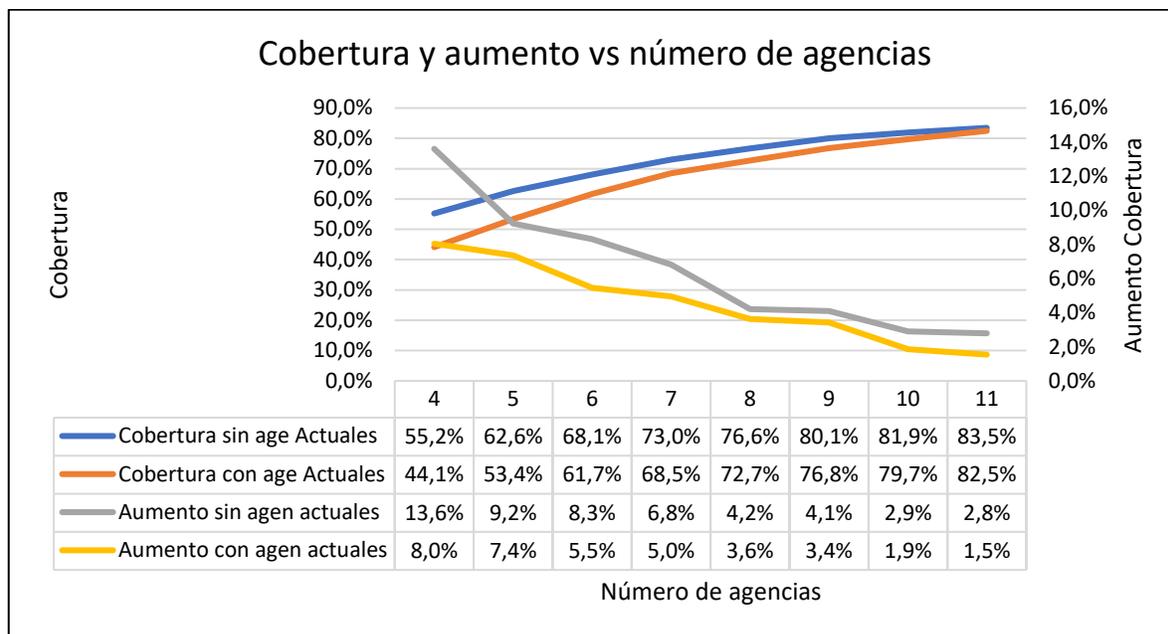


Figura 13 Aumento cobertura Bogotá

En la Figura 13 se evidencia que cuando se pasa de 9 a 10 agencias en ambos escenarios, el aumento en la cobertura generado por la décima agencia es inferior al 3%, además, esto nos da un indicio de que un número de 9 agencias para la ciudad de Bogotá es adecuado.

Si se definiera el número 9 como la cantidad de óptimas para Bogotá, si se decidiera además conservar las 3 agencias actuales, se perdería un 3.3% de cobertura respecto al escenario donde no se obliga a conservarlas, una cantidad que subjetivamente podría considerarse como significativa sabiendo que es la tasa de aumento en cobertura del escenario donde se conservan las 3 agencias para 8 y 9 agencias.

En conclusión, para Bogotá, se sugiere 9 agencias, detalladas en la corrida 14 mostrada en la Figura 12.

3.4.2 Análisis en la ciudad de Medellín

En La Figura 14 se muestran todos los puntos de interés mapeados para la Ciudad de Medellín de acuerdo con los datos históricos y sitios potenciales adicionales identificados.

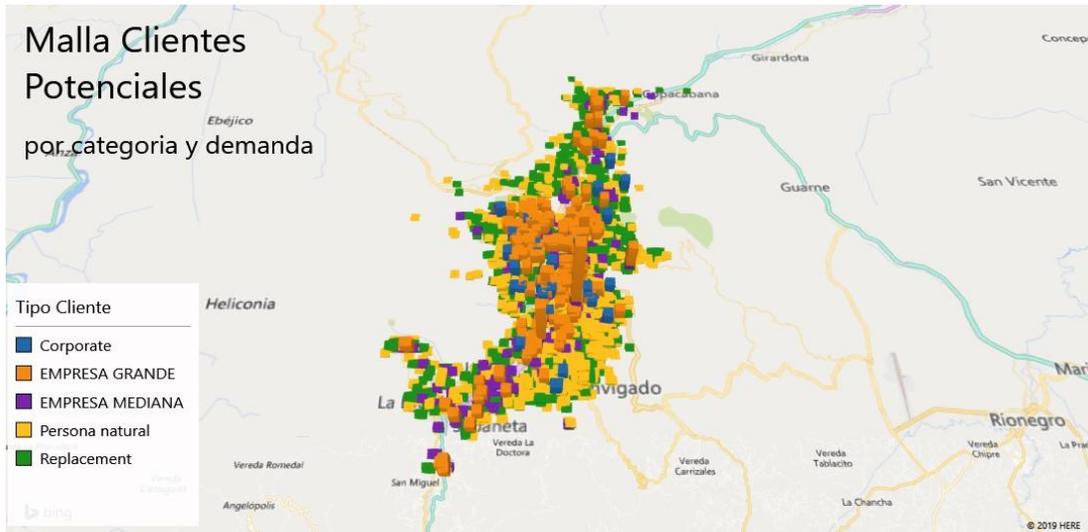


Figura 14 Malla de clientes Medellín

La concentración de la demanda se muestra en la Figura 15, esta concentración está determinada por los pesos relativos finales asignados a cada punto con base en la participación esperada por segmento de acuerdo con la estrategia comercial y con la frecuencia de aparición en los datos históricos.

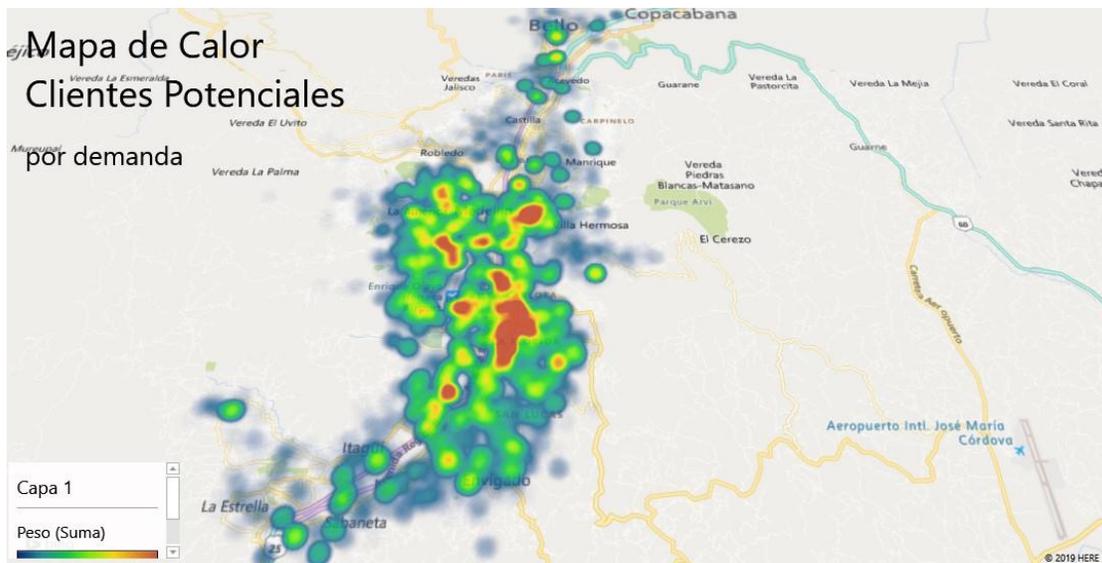


Figura 15 Concentración de clientes Medellín

La cobertura con las 2 agencias actuales disponibles en Medellin es del 54.7%.

▪ **Corrida 2 – Medellín: Cobertura con 2 agencias óptimas.**

Corrida con máximo 2 de agencias a abrir y sin obligar a conservar alguna de las actuales

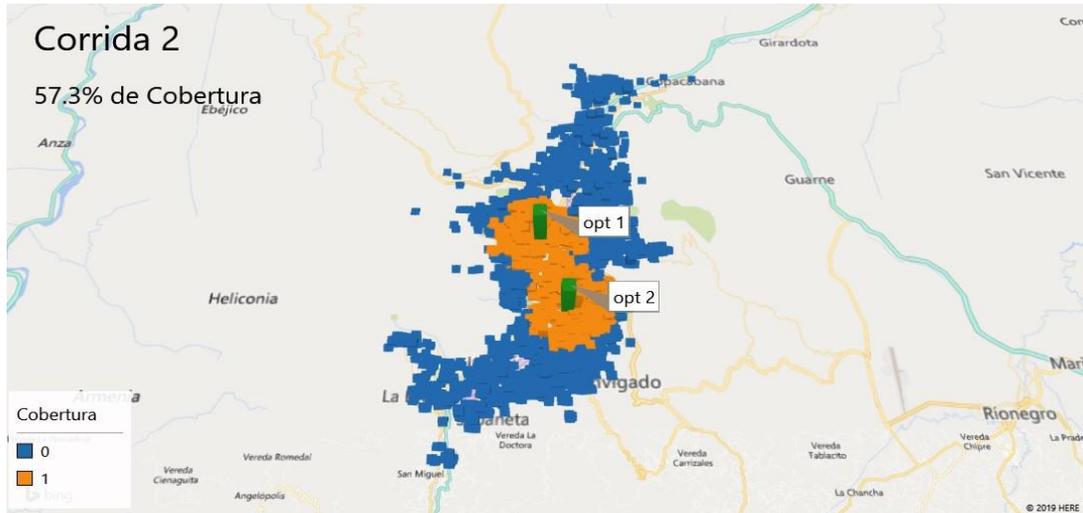


Figura 18 Configuración corrida 2 Medellín

La diferencia en cobertura entre las corridas 1 y 2 es de 2.6%, esto nos indica que las dos agencias actuales están ubicadas muy cerca de los puntos óptimos.

▪ **Resumen corridas Medellín**

La Figura 14 nos muestra el resumen de todos los escenarios corridos.

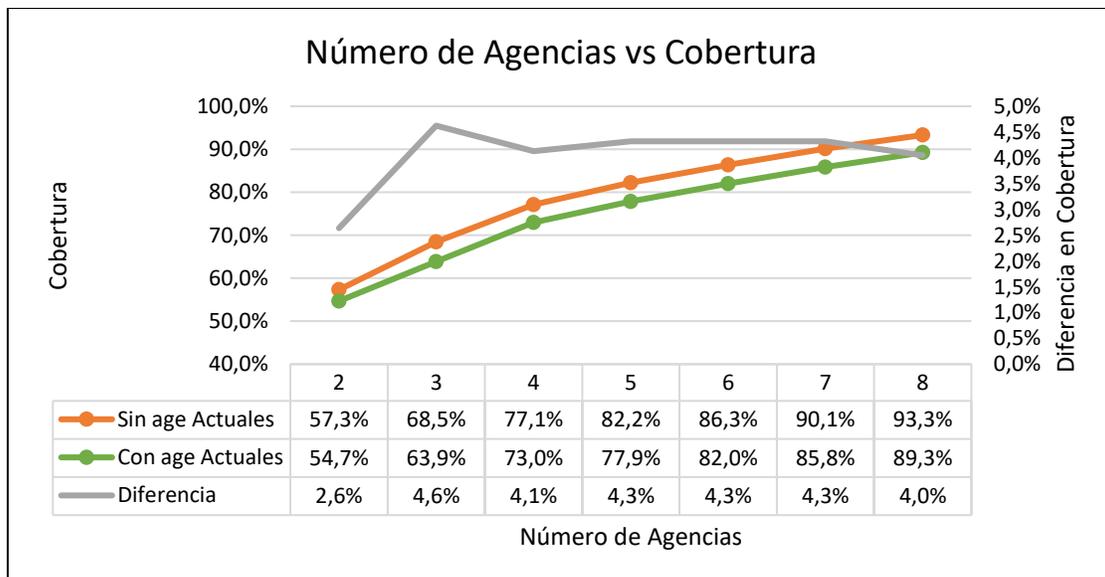


Figura 19 Resumen corridas Medellín

De acuerdo con el criterio del mínimo número de agencias que garantizan una cobertura superior al 80%, el número de agencias para Medellín sería de 5. En la Figura 20 se muestra la corrida 8 que ilustra esta configuración.

▪ **Corrida 8 – Medellín: Cobertura con 5 agencias óptimas.**

Esta es la configuración óptima de acuerdo con criterio del mínimo número de agencias para lograr una cobertura superior al 80%, este escenario tiene un máximo de 5 agencias para abrir y no considera la restricción de mantener alguna de las agencias actuales.

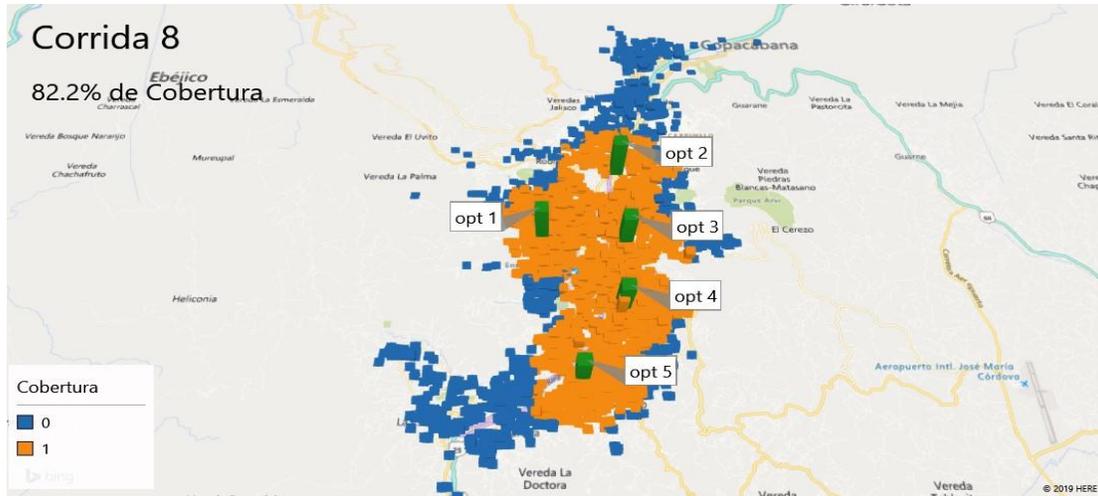


Figura 20 Configuración corrida 8 Medellín

La Figura 21 muestra el número de agencias vs el aumento en cobertura para los escenarios manteniendo y sin mantener las dos agencias actuales.

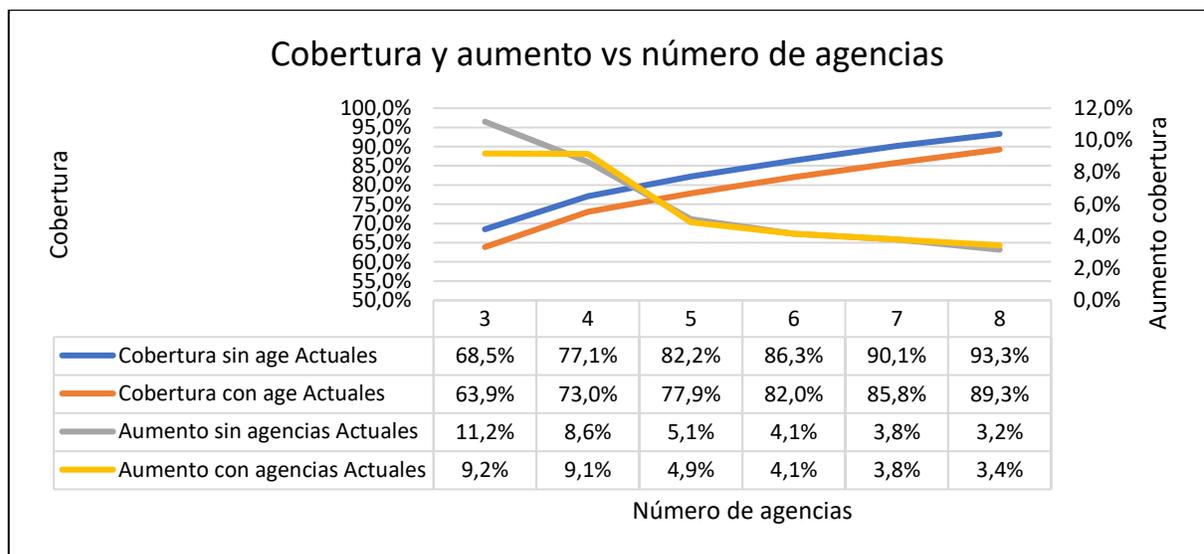


Figura 21 Aumento cobertura Medellín

De la gráfica se evidencia que hay un quiebre importante en la cobertura que adicionan a la red las agencias después de la quinta, y que a partir de las 6 el aumento en cobertura de una agencia adicional parece ser constante, por ende, se podría concluir que entre 5 y 6 agencias es una cantidad razonable de agencias para la ciudad de Medellín, además estos números de agencias garantizan una cobertura superior al 80%.

3.4.3 Análisis en la ciudad de Cali

En la Figura 22 se muestran todos los puntos de interés levantados para la ciudad de Cali

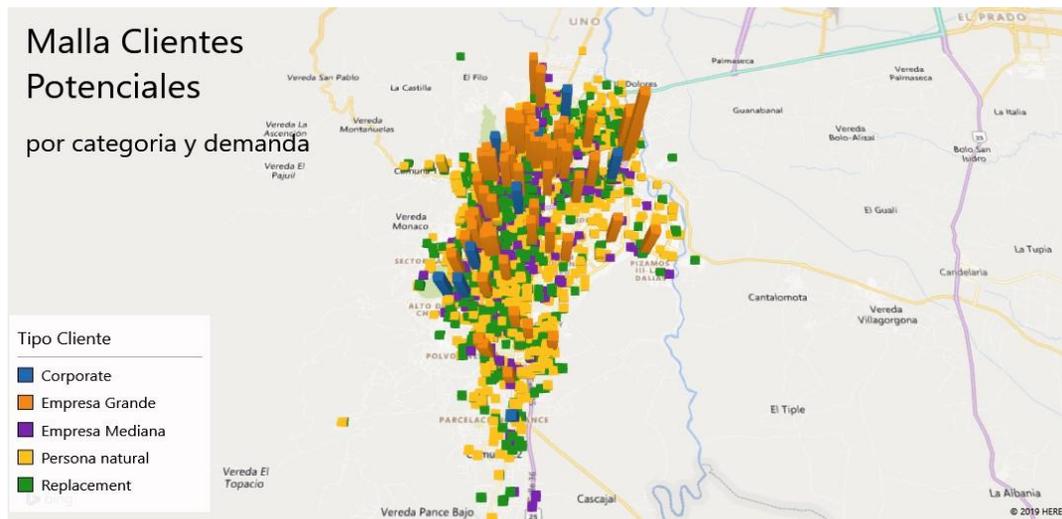


Figura 22 Malla de clientes Cali

La concentración de la nube de puntos se muestra en la Figura 23.

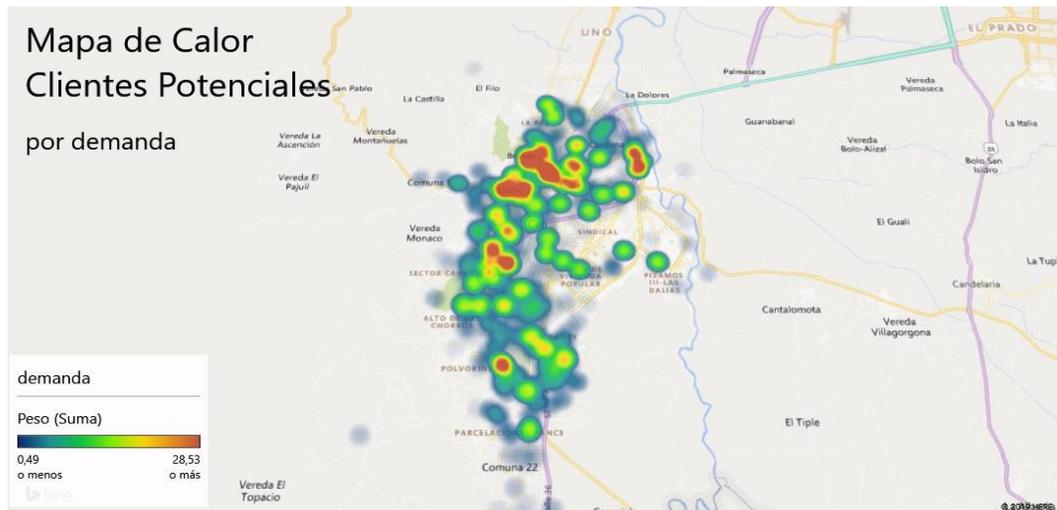


Figura 23 Concentración de clientes Cali

▪ **Corrida 4 – Cali: Cobertura con 2 agencias óptimas.**

En la Figura 28 se muestra el 56.9% de cobertura lograda cuando se abren dos agencias en donde no se obliga a conservar alguna de las actuales.

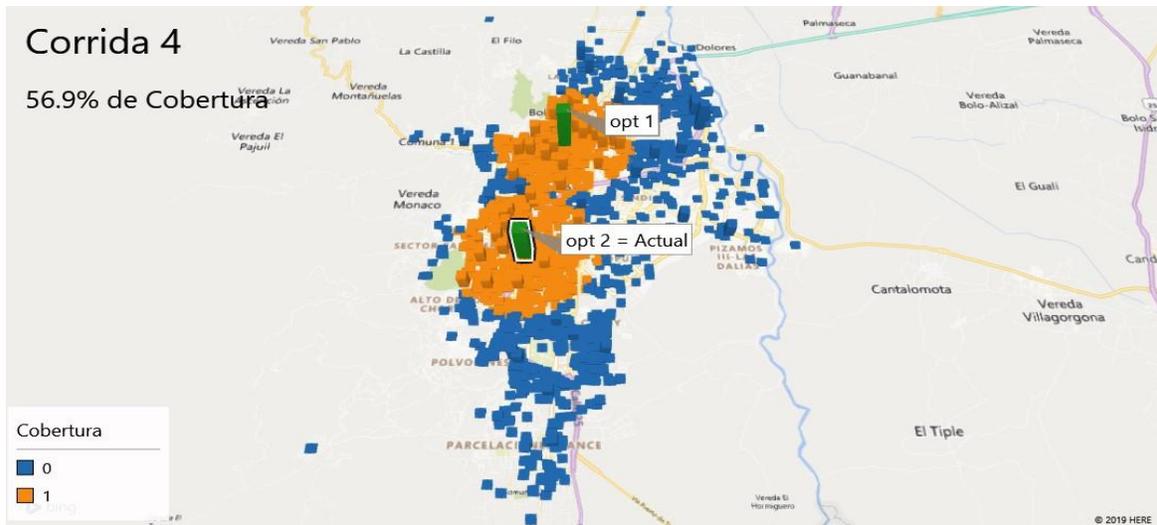


Figura 28 Configuración corrida 4 Cali

Para las corridas 3 y 4 se obtuvo las mismas configuraciones de agencias, es decir que, si se fuera a definir una red con dos agencias, la agencia actual estaría ubicada en el punto óptimo, sin embargo, para valores diferentes de agencias en donde no se restringe el conservar la ubicación actual, no vuelve a ser sugerida por el modelo.

▪ **Resumen corridas Cali**

La figura 29 muestra la cobertura en función del número de agencias.

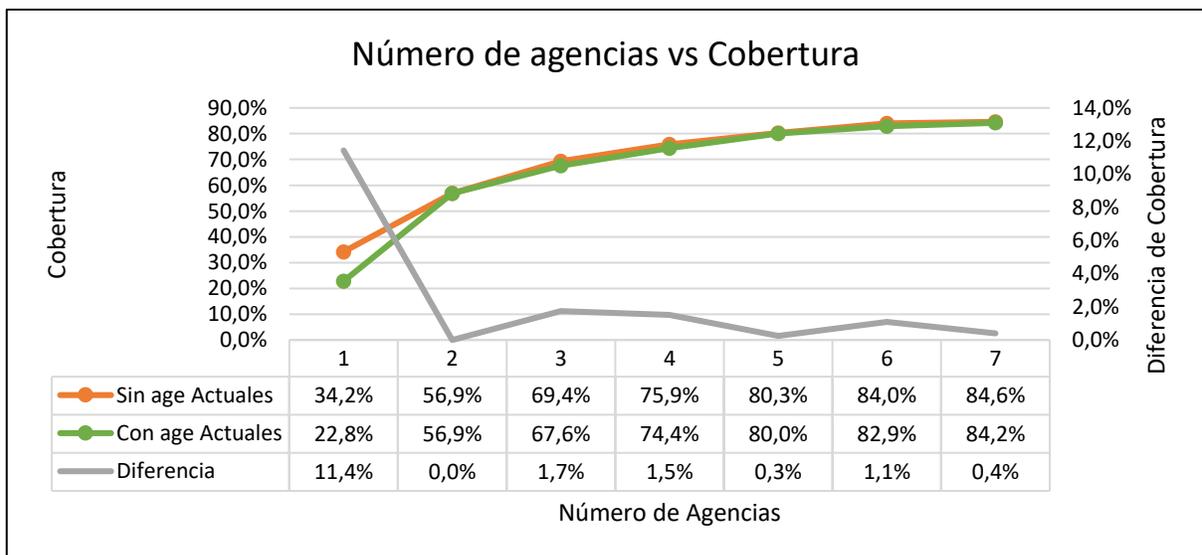


Figura 29 Resumen corridas Cali

De la Figura 29 se concluye que, a partir de 2 agencias, la diferencia entre los escenarios de exigir conservar la agencia actual y de no conservarla es inferior al 1.7%, es decir, que en el único escenario en donde es oportuno cerrar la agencia actual es en el caso donde se decida operar con una sola agencia.

De acuerdo con el criterio del mínimo número de agencias con el que se logra una cobertura superior al 80%, en la ciudad de Cali se debería tener 5 agencias, teniendo la posibilidad además de conservar la agencia actual pues esto solo disminuye la cobertura en un 0.3% respecto al escenario en donde no se restringe la conservación de la agencia actual.

A continuación, se muestran las corridas 9 y 10, las cuales serían las configuraciones propuestas para la red de agencias en la ciudad de Cali.

- **Corrida 9 – Cali: Cobertura con 4 agencias óptimas + la actual.**

La Figura 30 muestra la configuración de 5 agencias conservando la agencia actual, en la cual se logra un 80% de Cobertura.

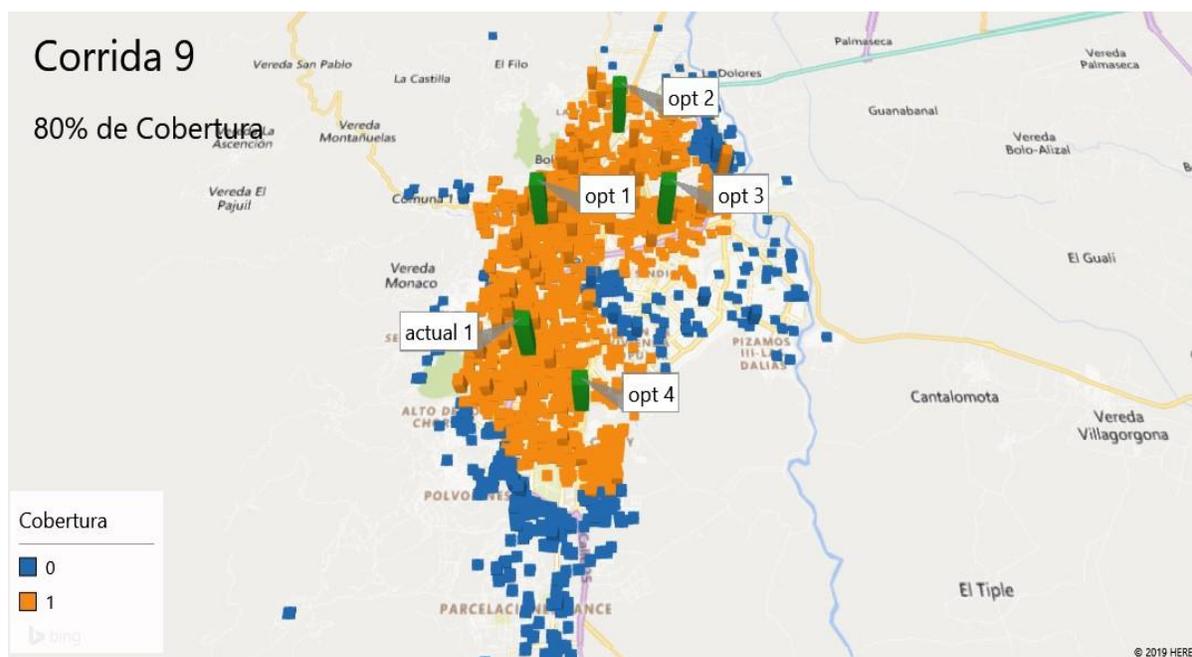


Figura 30 Configuración corrida 9 Cali

▪ **Corrida 10 – Cali: Cobertura con 5 agencias óptimas.**

La Figura 31 muestra la configuración de 5 agencias sin obligar a conservar la agencia actual, esta configuración alcanza un 80.3% de cobertura.

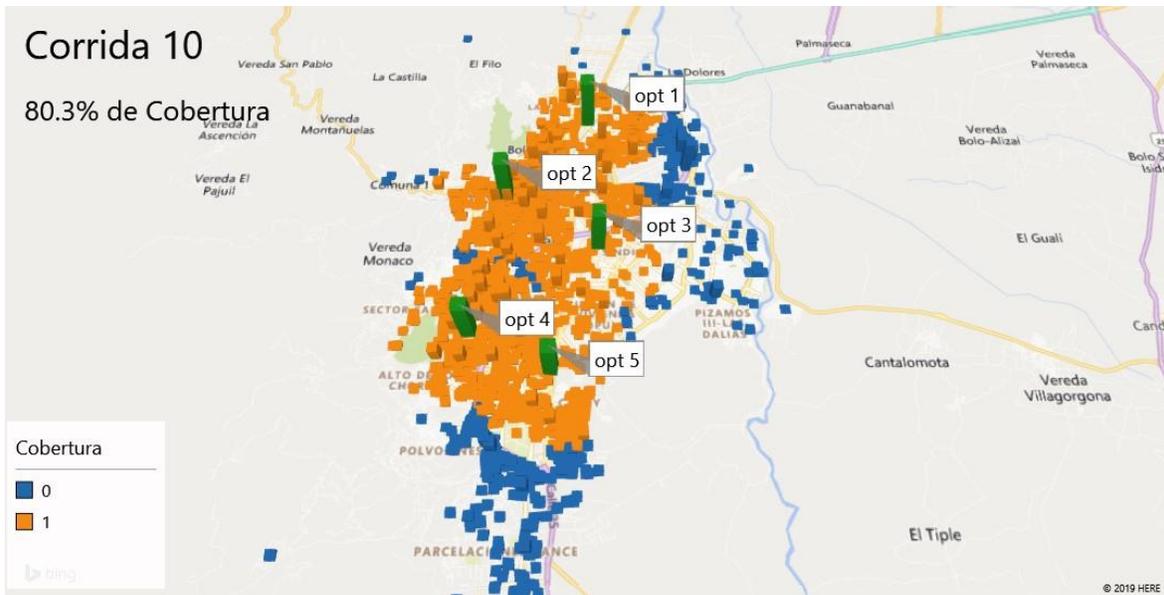


Figura 31 Configuración corrida 10 Cali

3.4.4 Análisis en la ciudad de Barranquilla

La Figura 32 muestra todos los puntos de interés Mapeados en la ciudad de Barranquilla

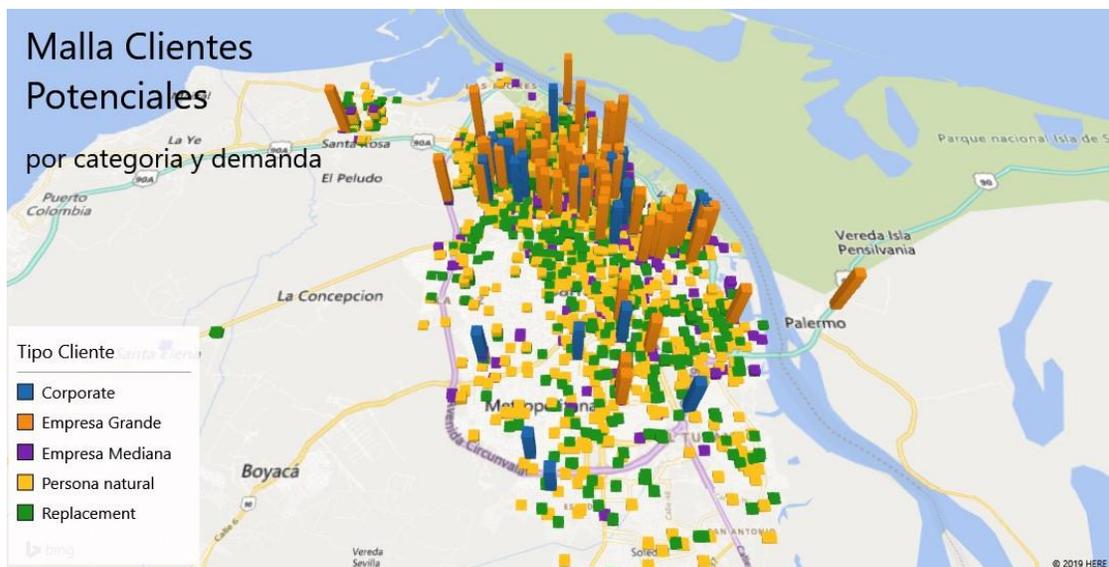


Figura 32 Malla de clientes Barranquilla

La Figura 33 muestra la concentración de los pesos estandarizados de la malla de puntos identificados

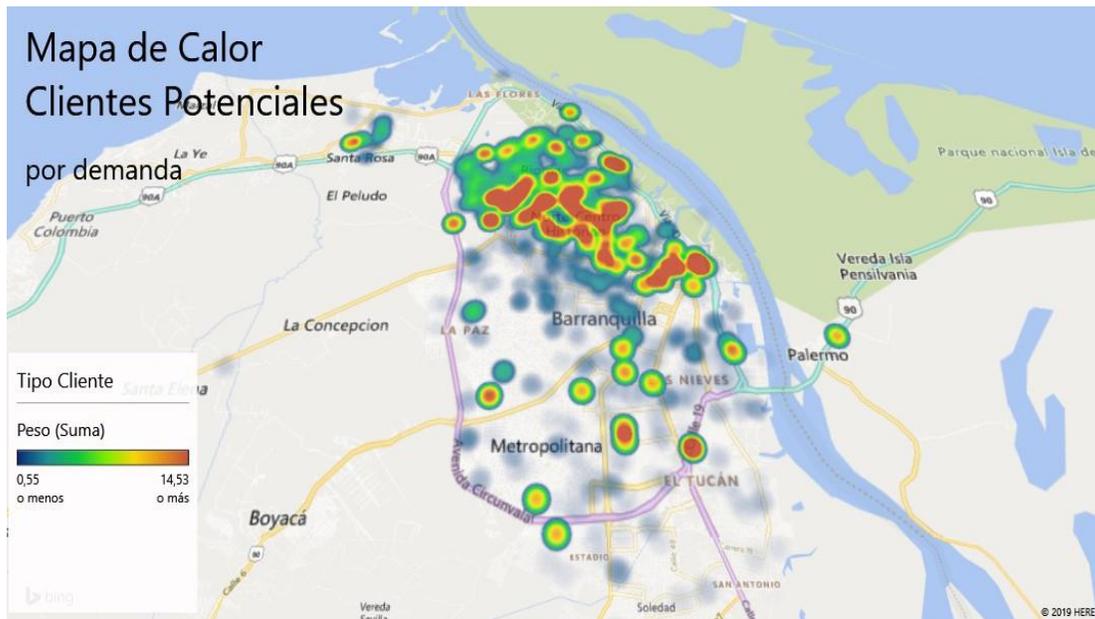


Figura 33 Concentración de clientes Barranquilla

▪ Puntos Potenciales

La Figura 34 muestra los 100 puntos potenciales identificados en barranquilla para la apertura de las agencias.

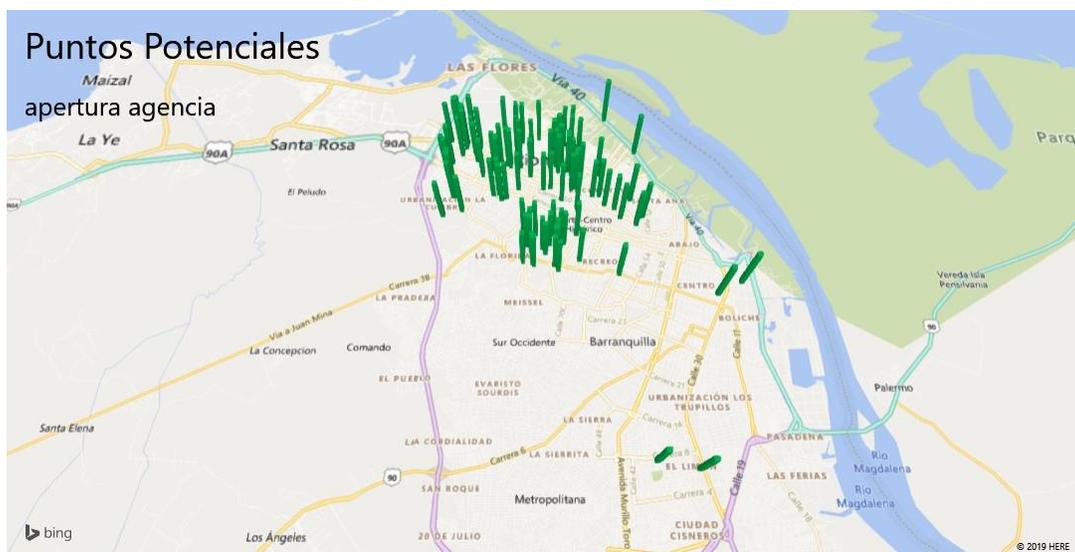


Figura 34 Ubicaciones potenciales Barranquilla

- **Corrida 1 – Barranquilla: Cobertura con agencia actual.**

La Figura 35 muestra la cobertura que se tiene con la única agencia actual disponible.

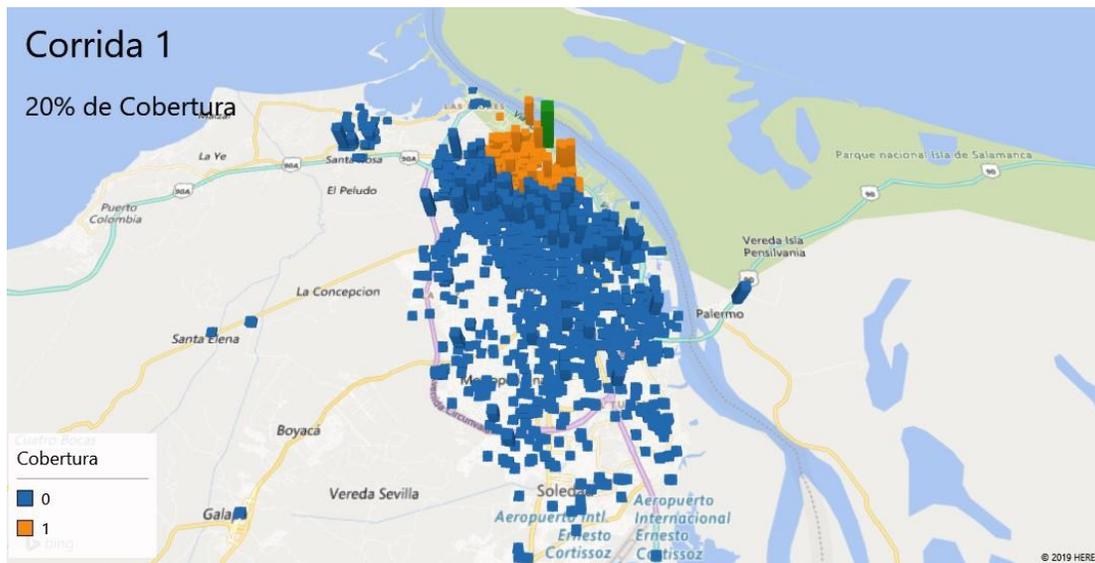


Figura 35 Configuración corrida 1 Barranquilla

- **Corrida 2 – Barranquilla: Cobertura con agencia óptima.**

La Figura 36 Muestra en el 55% de cobertura que se puede lograr con una sola agencia, si se escogiera el mejor punto de los 100 potenciales.

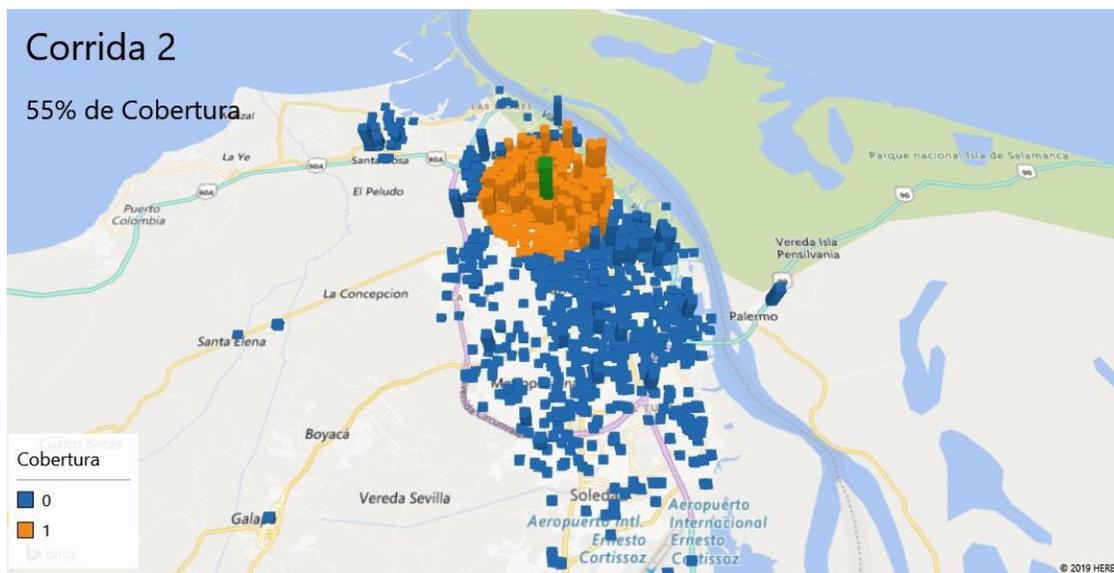


Figura 36 Configuración corrida 2 Barranquilla

- **Corrida 3 – Barranquilla: Cobertura con agencia actual + 1 óptima.**

En la Figura 37 se muestra el 57.6% de cobertura al abrir una segunda agencia conservando la agencia actual.

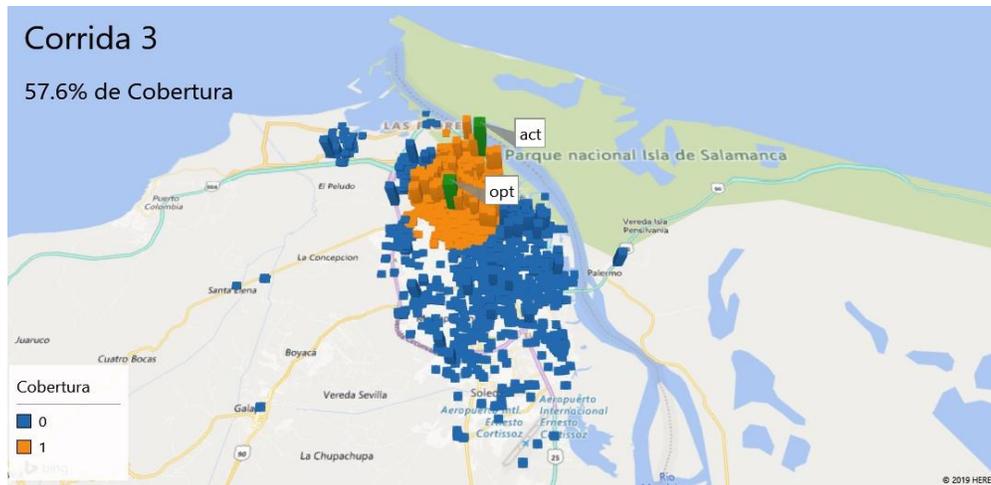


Figura 37 Configuración corrida 3 Barranquilla

Comparando las corridas 1 y 2 se puede evidenciar una diferencia en cobertura del 35%, lo cual nos permite concluir que la ubicación de la agencia actual no es la más conveniente en un escenario donde solo se quiera establecer una agencia para la ciudad de Barranquilla. Comparando las corridas 2 y 3, podemos evidenciar que una agencia ubicada en un punto óptimo, tiene casi la misma cobertura lograda por dos agencias cuando una de ellas es la agencia actual y la otra es ubicada en el punto óptimo dada esta restricción.

- **Corrida 4 – Barranquilla: Cobertura con dos agencias óptimas.**

La Figura 38 muestra el resultado de abrir dos agencias sin obligar a conservar la actual

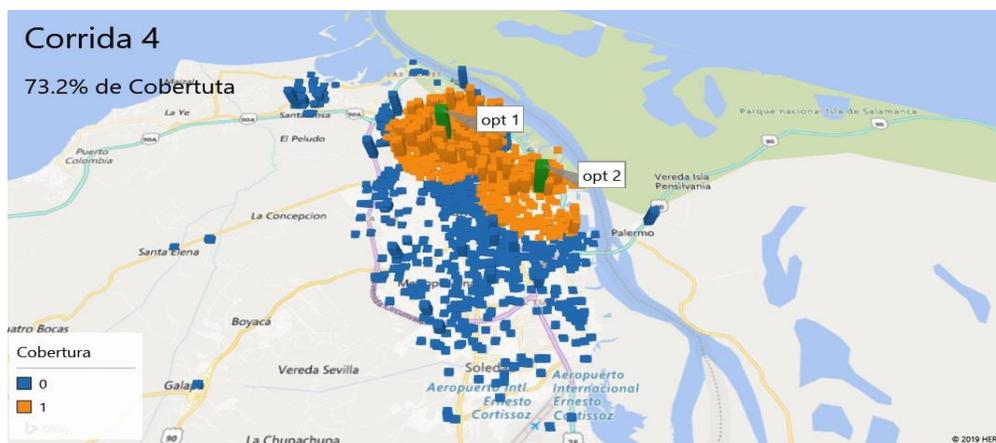


Figura 38 Configuración corrida 4 Barranquilla

▪ **Resumen corridas Barranquilla**

La Figura 39 muestra el resumen de todos los escenarios corridos para Barranquilla.

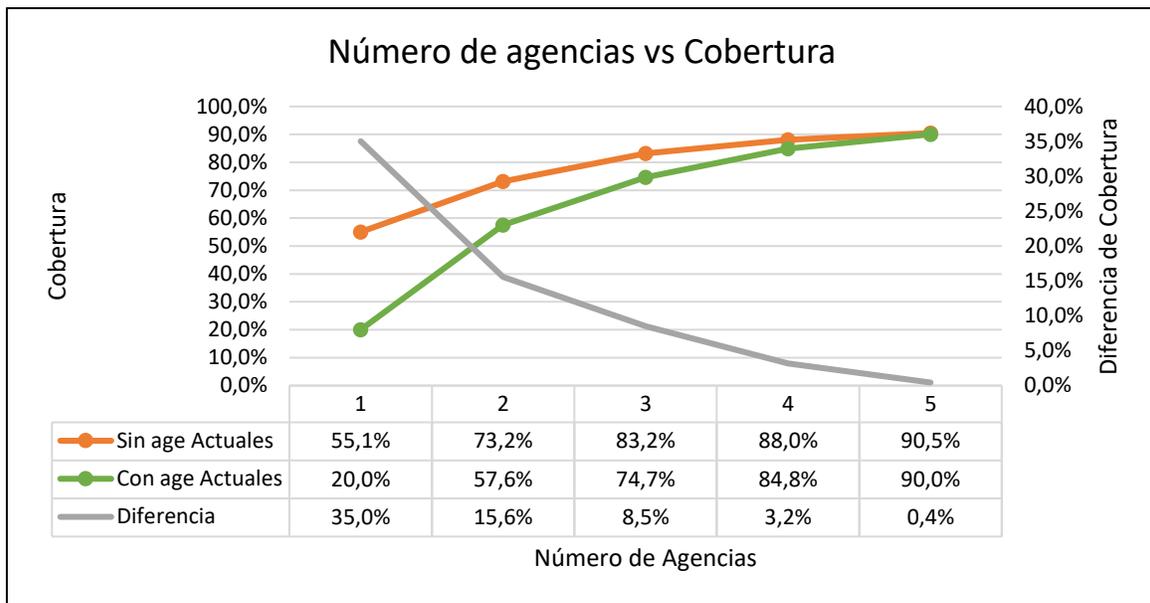


Figura 39 Resumen corridas Barranquilla

De acuerdo con el criterio del mínimo número de agencias para garantizar una cobertura superior al 80%, el número óptimo de agencias para la ciudad de barranquilla es de 3. Esta configuración se muestra en la corrida 6.

▪ **Corrida 6 – Barranquilla: Cobertura con tres agencias óptimas.**

La Figura 40 muestra el 83.2% de cobertura con 3 agencias nuevas en Barranquilla

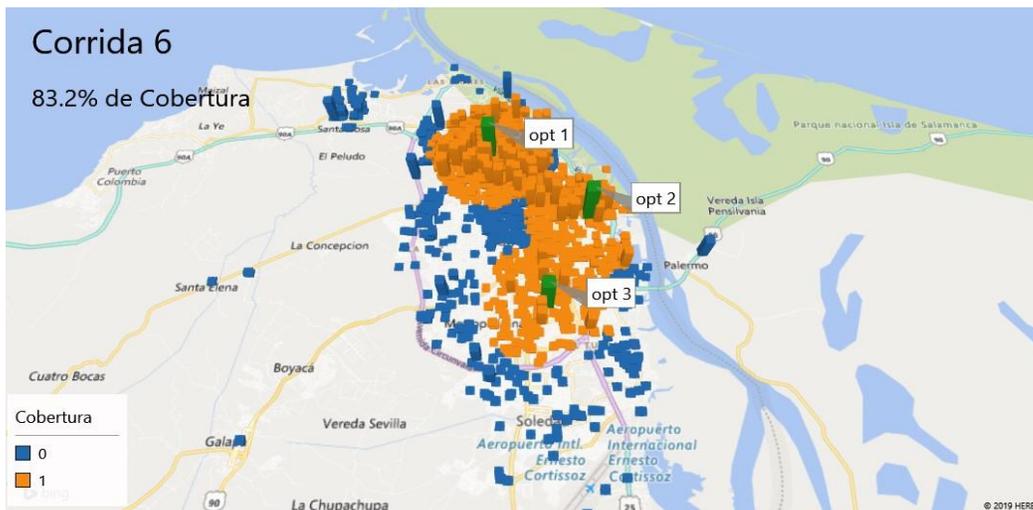


Figura 40 Configuración corrida 6 Barranquilla

4. Modelo integrado para el dimensionamiento y configuración de flota con políticas de compras, ventas y movilizaciones

Luego de definir la red de agencias en las principales ciudades, el siguiente paso es definir el tamaño y configuración de flota de cada una de las agencias. Debe considerarse que la flota no necesariamente debe mantenerse constante durante todo el horizonte de planeación, pues debido a la fluctuación de la demanda es adecuado ajustar el tamaño de la flota para responder eficientemente a los cambios en la misma. La forma en cómo puede ajustarse la flota es mediante las políticas de compras, ventas y movilizaciones.

Para determinar entonces la forma eficiente de ajustar los tamaños de flota, se propone un modelo de optimización que determine cuál debe ser el tamaño y configuración de flota en cada una de las agencias, con sus respectivas políticas de compras, ventas y movilizaciones.

El modelo propuesto es un modelo de optimización entera programado en lenguaje Python usando la librería pyomo cuyo código puede verse en los anexos de este trabajo.

4.1 Modelo de optimización

4.4.1 Definición de índices

Tabla 10 Índices modelo de flota

ÍNDICES	
Índice	Descripción
i, i'	gamas
j, j'	agencias
m	periodos
d	días

Los periodos son lapsos de tiempo superiores a un día (semanas, quincenas, meses, etc.) en donde se mantienen fijos los tamaños de flota, en cada cambio de periodo se ajustan los tamaños de flota mediante las políticas de compras, ventas o movilizaciones. Cada periodo debe durar la misma cantidad de días y tanto su cantidad (número de periodos) como su amplitud (días por periodo) son totalmente parametrizables.

4.1.2 Definición de conjuntos

Tabla 11 Conjuntos modelo de flota

CONJUNTOS		
Índice	Conjunto – Familia	Descripción
i, i'	GAM	Gamas
j, j'	AGE	Agencias
M	PER	Periodos
D	DIA	Días
m'	PER(m)	Periodos iguales e inferiores a m

4.1.3 Definición de parámetros

Tabla 12 Parámetros modelo de flota

PARÁMETROS		
Parámetro	Descripción	Unidades
$CMA_{j,j'}$	Costo de mover un Vehículo de la agencia j a la j'	\$
CDI_i	Costo de 1 demanda diaria insatisfecha de la gama i	\$
$CAVGG'_{i,i'}$	Costo por día de asignar un vehículo gama i, a contratos gama i' (Costo de <i>up-down grade</i>).	\$
CVO_i	Costo por día de 1 vehículo ocioso de la gama i.	\$
CCV_i	Canon diario de 1 vehículo gama i (costos fijos del vehículo: Depreciación, interés financiero, mantenimiento y seguros)	\$
$VIGA_{i,j}$	Cantidad de Vehículos iniciales gama i, en la agencia j.	# Vehículos
$VFRGAMmin_{i,j,m}$	Cantidad mínima de vehículos para la venta de la gama i, en la agencia j, en el periodo m.	# Vehículos
$VFRGAMmax_{i,j,m}$	Cantidad máxima de vehículos para la venta de la gama i, en la agencia j, en el periodo m.	# Vehículos
$VPCGAM_{i,j,m}$	Cantidad de Vehículos con orden de compra de la gama i, en la agencia j, en el periodo m. Esto se da porque muchas veces ya existen acuerdos de compras que se deben cumplir	# Vehículos
$VPCGM_{i,m}$	Cantidad de Vehículos con orden de compra de la gama i en el periodo m. Esto se da porque muchas veces ya existen acuerdos de compras que se deben cumplir.	# Vehículos
$VPCG_i$	Cantidad de Vehículos con orden de compra de la gama i. Esto se da porque muchas veces ya existen acuerdos de compras que se deben cumplir	# Vehículos
VPC_m	Cantidad máxima de Vehículos que se pueden comprar en el periodo m. Muchas veces por	# Vehículos

	disponibilidad de los proveedores existen cantidades máximas de vehículos que se puede comprar, o también por el tiempo de suministro es necesario poner para algunos periodos la cantidad de vehículos que se pueden comprar como cero.	
$DV_{i,j,m,d}$	Cantidad de vehículos demandados de la gama i, en la agencia j, periodo m y día d.	# Vehículos
IRV_i	Ingreso por día por la renta de un vehículo gama i.	\$
UIA_j	Utilización Ideal en la agencia j.	
DP	Días por periodo	

La demanda está en términos de la cantidad de vehículos por día, detallado por gama y agencia.

Si hiciéramos el ejercicio en una agencia, en donde supusiéramos por ejemplo que la demanda por día fuera de 100 vehículos y esta demanda solo fuese de una gama específica, decir que 100 vehículos disponibles de esa gama el 100% del tiempo pueden cubrir el 100 % de la demanda es incorrecto. Debido a las diferencias en los horarios de terminación e iniciación de los contratos, es necesario tener más de 100 vehículos. Para tener esto en consideración, en el modelo se estima el parámetro UIA_j (utilización ideal por agencia) que permite saber cuál es el porcentaje de utilización por agencia (utilización = demanda/flota disponible), en donde si se sobrepasa este indicador, la agencia podría tener demanda insatisfecha. La estimación de este parámetro no es algo trivial y es explicada en secciones posteriores de este trabajo la metodología usada para su cálculo.

4.1.4 Definición de variables

Tabla 13 Variables modelo de flota

VARIABLES			
Variable	Descripción	Tipo	Unidades
$VGA_{i,j,m}$	Cantidad de Vehículos de la gama i, en la agencia j, en el periodo m	Entera	# Vehículos
$VCGA_{i,j,m}$	Cantidad de Vehículos a comprar de la gama i, en la agencia j, en el periodo m	Entera	# Vehículos
$VVGA_{i,j,m}$	Cantidad de Vehículos para la venta de la gama i, en la agencia j, en el periodo m.	Entera	# Vehículos
$MA_{i,j,j',m}$	Cantidad de Vehículos movidos de la gama i, de la agencia j a la j', en el periodo m.	Entera	# Vehículos

$AVGG'_{i,i',j,m,d}$	Cantidad de vehículos gama i, asignados a contratos gama i', en la agencia j, periodo m y día d.	Entera	# Vehículos
$DI_{i,j,m,d}$	Demanda insatisfecha de la gama i, en la agencia j, en el periodo m y en el día d.	Entera	# Vehículos
$VO_{i,j,m,d}$	Vehículos ociosos de la gama i, en la agencia j, en el periodo m y en el día d.	Entera	# Vehículos

Adicional a las variables de compras, ventas y movilizaciones que modifican el tamaño de flota entre periodos, es importante mapear la variable $AVGG'_{i,i',j,m,d}$ la cual permite identificar la forma en como es atendida la demanda día por día considerando que existe la posibilidad de que una gama sea asignada a una demanda de otra gama diferente, esto en la práctica se conoce como la política de *up-grade* (subir de gama) o *down-grade* (bajar de gama), política que permite mejorar la utilización de los vehículos pues seguro si se pretende atender la demanda con el vehículo específico que se solicita, el tamaño de la flota necesaria seria mucho mayor. También se definen las variables $DI_{i,j,m,d}$ y $VO_{i,j,m,d}$ que contabilizan la cantidad de demanda insatisfecha por día y la cantidad de flota ociosa por día; controlar estas variables son importantes para mapear la forma en que la flota está siendo utilizada, evitando flota ociosa o deterioro en el nivel de servicio.

4.1.5 Definición de Restricciones

Tabla 14 Restricciones modelo de flota

RESTRICCIONES		
Restricción	Descripción	Unidades
$BAL_{i,j,m}$	<p>Balance de Vehículos</p> <p>La cantidad de vehículos de una gama i, en una agencia j en el periodo m, es igual a la cantidad de vehículos en el periodo anterior sumándole las movilizaciones entrantes y las compras, y restándoles las movilizaciones hacia afuera y las ventas</p> $VGA_{i,j,m} = VGA_{i,j,(m-1)} - \sum_{j' \in AGE} MA_{i,j,j',m} + \sum_{j' \in AGE} MA_{i,j',j,m} + VCGA_{i,j,m} - VVGA_{i,j,m}$ $\forall i \in GAM, \forall j \in AGE, \forall m \in PER$ <p>Conjuntos AGE: agencias GAM: gamas PER: Periodos</p> <p>Variables</p>	# Vehículos

	<p>$VGA_{i,j,m}$: Cantidad de Vehículos de la gama i, en la agencia j, en el periodo m</p> <p>$MA_{i,j,j',m}$: Cantidad de Vehículos movidos de la gama i, de la agencia j a la j', en el periodo m.</p> <p>$VCGA_{i,j,m}$: Cantidad de Vehículos a comprar de la gama i, en la agencia j, en el periodo m</p> <p>$VVGA_{i,j,m}$: Cantidad de Vehículos para la venta de la gama i, en la agencia j, en el periodo m.</p>	
$DIN_{i',j,m,d}$	<p>Demanda insatisfecha La cantidad de vehículos faltantes (demanda insatisfecha) de una gama i', en una agencia j, en el periodo m y en el día d, es igual a la demanda total de vehículos de esta gama menos el total de vehículos asignados (de gamas iguales o diferentes) para la agencia j, periodo m y día d.</p> $DI_{i',j,m,d} = DV_{i',j,m,d} - \sum_{i \in GAM} AVGG'_{i,i',j,m,d}$ <p>$\forall i' \in GAM, \forall j \in AGE, \forall m \in PER, \forall d \in DIA$</p> <p>Conjuntos GAM: gamas AGE: agencias PER: periodos DIA: días</p> <p>Variables $DI_{i',j,m,d}$: Demanda insatisfecha de la gama i', en la agencia j, en el periodo m y en el día d. $AVGG'_{i,i',j,m,d}$: Cantidad de vehículos gama i', asignados a contratos gama i, en la agencia j, periodo m y día d.</p> <p>Parámetros $DV_{i',j,m,d}$: Cantidad de vehículos demandados de la gama i', en la agencia j, periodo m y día d.</p>	# Vehículos
$SDI_{i',j,m,d}$	<p>Sin demanda insatisfecha Esta restricción se activa cuando se le quiere pedir al modelo que satisfaga toda la demanda.</p> $DI_{i',j,m,d} = 0$ <p>$\forall i' \in GAM, \forall j \in AGE, \forall m \in PER, \forall d \in DIA$</p>	# Vehículos

	<p>Conjuntos GAM: gamas AGE: agencias PER: periodos DIA: días</p> <p>Variables $DI_{i',j,m,d}$: Demanda insatisfecha de la gama i', en la agencia j, en el periodo m y en el día d. $DV_{i',j,m,d}$: Cantidad de vehículos demandados de la gama i', en la agencia j, periodo m y día d.</p>	
$VOC_{i,j,m,d}$	<p>Vehículos Ociosos La cantidad de vehículos ociosos de una gama i, en una agencia j, en el periodo m y en el día d, es igual al total de vehículos de esta gama menos el total de vehículos asignados o usados gama i para la agencia j, periodo m y día d.</p> $VO_{i,j,m,d} = VGA_{i,j,m} - \sum_{i' \in GAM} AVGG'_{i',j,m,d}$ $\forall i \in GAM, \forall j \in AGE, \forall m \in PER, \forall d \in DIA$ <p>Conjuntos GAM: gamas AGE: agencias PER: periodos DIA: días</p> <p>Variables $VGA_{i,j,m}$: Cantidad de Vehículos de la gama i, en la agencia j, en el periodo m $AVGG'_{i',j,m,d}$: Cantidad de vehículos gama i, asignados a contratos gama i', en la agencia j, periodo m y día d.</p>	# Vehículos
$CO1_m$	<p>Compras máximas por periodo Limitar la cantidad de compras totales por periodo</p> $\sum_{i \in GAM} \sum_{j \in AGE} VCGA_{i,j,m} \leq VPC_m$ $\forall m \in PER$ <p>Conjuntos</p>	# Vehículos

	<p>GAM: gamas AGE: agencias PER: periodos</p> <p>Variables $VCGA_{i,j,m}$: Cantidad de Vehículos a comprar de la gama i, en la agencia j, en el periodo m</p> <p>Parámetros VPC_m: Cantidad máxima de Vehículos que se pueden comprar en el periodo m.</p>	
$CO2_i$	<p>Cumplir órdenes de compra por gama ya establecidas en todo el horizonte de planeación Asegurar que, si ya se tiene una orden de compra de una cantidad de vehículos por gama en todo el horizonte de modelación, el modelo las use.</p> $\sum_{j \in AGE} \sum_{m \in PER} VCGA_{i,j,m} \geq VPCG_i$ $\forall i \in GAM$ <p>Conjuntos GAM: gamas AGE: agencias PER: periodos</p> <p>Variables $VCGA_{i,j,m}$: Cantidad de Vehículos a comprar de la gama i, en la agencia j, en el periodo m</p> <p>Parámetros $VPCG_i$: Cantidad de Vehículos con orden de compra de la gama i</p>	# Vehículos
$CO3_{i,m}$	<p>Cumplir órdenes de compra por gama ya establecidas por periodo Asegurar que, si ya se tiene una orden de compra de una cantidad de vehículos por gama en un periodo específico, el modelo las use.</p> $\sum_{j \in AGE} VCGA_{i,j,m} \geq VPCGM_{i,m}$ $\forall i \in GAM, \forall m \in PER$	# Vehículos

	<p>Conjuntos GAM: gamas AGE: agencias PER: periodos</p> <p>Variables $VCGA_{i,j,m}$: Cantidad de Vehículos a comprar de la gama i, en la agencia j, en el periodo m</p> <p>Parámetros $VPCGM_{i,m}$: Cantidad de Vehículos con orden de compra de la gama i en el periodo m</p>	
$CO4_{i,j,m}$	<p>Cumplir órdenes de compra por gama ya establecidas por periodo y agencia Asegurar que, si ya se tiene una orden de compra de una cantidad de vehículos por gama, periodo y agencia, el modelo las use.</p> $VCGA_{i,j,m} \geq VPCGAM_{i,j,m}$ $\forall i \in GAM, \forall j \in AGE, \forall m \in PER$ <p>Conjuntos GAM: gamas AGE: agencias PER: periodos</p> <p>Variables $VCGA_{i,j,m}$: Cantidad de Vehículos a comprar de la gama i, en la agencia j, en el periodo m</p> <p>Parámetros $VPCGAM_{i,j,m}$: Cantidad de Vehículos con orden de compra de la gama i, para la agencia j y en el periodo m</p>	# Vehículos
$VMI_{i,j,m}$	<p>Ventas mínimas por gama ya establecidas por gama, periodo y agencia Asegurar que se vendan las cantidades mínimas de vehículos por gama, periodo y agencia.</p> $VVGAM_{i,j,m} \geq VFRGAMmin_{i,j,m}$ $\forall i \in GAM, \forall j \in AGE, \forall m \in PER$	# Vehículos

	<p>Conjuntos GAM: gamas AGE: agencias PER: periodos</p> <p>Variables VVGA_{i,j,m} : Cantidad de Vehículos para la venta de la gama i, en la agencia j, en el periodo m</p> <p>Parámetros VFRGAMmin_{i,j,m} : Cantidad de Vehículos mínimos para la venta de la gama i, para la agencia j y en el periodo m</p>	
VMA _{i,j,m}	<p>Ventas máximas por gama, agencia y periodo Asegurar que no se vendan más de las cantidades máximas de vehículos disponibles para la venta por gama, periodo acumulado y agencia. Los vehículos disponibles para la venta que no se vendan en un periodo, pueden venderse en periodos posteriores.</p> $\sum_{m' \in \text{PER}(m)} \text{VVGA}_{i,j,m'} \leq \sum_{m' \in \text{PER}(m)} \text{VFRGAMmax}_{i,j,m'}$ $\forall i \in \text{GAM}, \forall j \in \text{AGE}, \forall m \in \text{PER}$ <p>Conjuntos GAM: gamas AGE: agencias PER: periodos PER(m): subconjunto de periodos inferiores o iguales a m</p> <p>Variables VVGA_{i,j,m'} : Cantidad de Vehículos para la venta de la gama i, en la agencia j, en el periodo m'.</p> <p>Parámetros VFRGAMmax_{i,j,m'} : Cantidad máxima de Vehículos para la venta de la gama i, para la agencia j en el periodo m</p>	# Vehículos
UMD _{j,m,d}	<p>Utilización máxima por agencia, periodo y día Asegurar para todas las agencias, que en todos los días y periodos no se sobrepase la utilización máxima</p>	

	$UIA_j * \sum_{i \in GAM} VGA_{i,j,m} \geq \sum_{i \in GAM} DV_{i,j,m,d}$ $\forall j \in AGE, \forall m \in PER, \forall d \in DIA$ <p>Conjuntos GAM: gamas AGE: agencias PER: periodos DIA: días</p> <p>Variables VGA_{i,j,m}: Cantidad de Vehículos de la gama i, en la agencia j, en el periodo m</p> <p>Parámetros DV_{i,j,m,d}: Cantidad de vehículos demandados de la gama i, en la agencia j, periodo m y día d. UIA_j: Utilización Ideal en la agencia j</p>	
UMP_{j,m}	<p>Utilización máxima promedio por agencia y periodo Asegurar para todas las agencias, que en todos los periodos no se sobrepase la utilización máxima promedio.</p> $UIA_j * DP * \sum_{i \in GAM} VGA_{i,j,m} \geq \sum_{i \in GAM} \sum_{d \in DIA} DV_{i,j,m,d}$ $\forall j \in AGE, \forall m \in PER$ <p>Conjuntos GAM: gamas AGE: agencias PER: periodos DIA: días</p> <p>Variables VGA_{i,j,m}: Cantidad de Vehículos de la gama i, en la agencia j, en el periodo m</p> <p>Parámetros</p>	

	$DV_{i,j,m,d}$: Cantidad de vehículos demandados de la gama i , en la agencia j , periodo m y día d . UIA_j : Utilización Ideal en la agencia j DP : días por periodo	
--	--	--

La restricción $BAL_{i,j,m}$ (balance) es similar a una ecuación de inventario. Aquí se define que el nivel de inventario en un periodo de tiempo (cantidad de vehículos por gama y agencia) es igual al inventario en el periodo inmediatamente anterior, sumándole las compras y las movilizaciones hacia esta agencia y restándole los vehículos para la venta y las movilizaciones hacia otras agencias en ese periodo de tiempo. Uno de los supuestos del modelo es que las compras, ventas o movilizaciones se realizan el primer día de cada periodo.

La restricción $DIN'_{i,j,m,d}$ (faltantes) contabiliza la cantidad de demanda no atendida para una gama, agencia, periodo y día, adicional a esta restricción y dependiendo del escenario, se puede activar la restricción $SDI'_{i,j,m,d}$ (sin demanda insatisfecha) la cual obliga a que la demanda insatisfecha sea cero (escenario donde se quiere atender el 100% de la demanda).

La restricción $CO1_m$ restringe la cantidad máxima de vehículos que se pueden comprar para cada uno de los periodos (por ejemplo, para el primer periodo, las compras casi siempre son cero, pues por el tiempo de suministro no alcanzan a llegar los vehículos). Por otro lado las restricciones $CO2_i$, $CO3_{i,m}$, $CO4_{i,j,m}$ permiten cumplir las órdenes de compra de vehículos que ya están acordadas (se da por ejemplo cuando se deciden realizar compras a riesgo para aprovechar ofertas de precios).

La restricción $VMI_{i,j,m}$ obliga al modelo a cumplir con una cantidad mínima de vehículos para la venta en una agencia, gama y periodo específico (se da por ejemplo cuando se tiene que cumplir con una meta mínima de venta de vehículos usados), y por el otro lado la restricción $VMA_{i,j,m}$ restringe al modelo a vender más vehículos de los que realmente están aptos para la venta.

Finalmente, la ecuación $UMD_{j,m,d}$ exige a cada una de las agencias para cada uno de los periodos, que la cantidad de vehículos totales multiplicada por la utilización, sea mayor a la demanda de cada uno de los días (esto permite tener el sobre stock mínimo de vehículos que permiten contrarrestar el traslape de los contratos). Otra variación que se le hace a esta restricción es garantizar una utilización promedio que no sobrepase el ideal durante todo el periodo, así, la restricción que aplicaría sería la restricción $UMP_{j,m}$, esta restricción obligaría al modelo a que la demanda agregada en una agencia j en un periodo m siempre sea inferior al porcentaje de utilización ideal de la agencia multiplicada por la cantidad agregada de vehículos en el periodo, en otras palabras, garantiza que la utilización promedio por agencia en cada periodo sea inferior a la utilización ideal por agencia. Esta

simplificación puede permitir que haya días con utilidades superiores a la ideal, algo que en la realidad se puede presentar.

4.1.6 Función objetivo

Tabla 15 Función objetivo modelo de flota

FUNCIÓN OBJETIVO
<p>Descripción: Función a Maximizar Unidades [\$]</p>
<p>Utilidad operativa</p> $ \begin{aligned} \text{UOP} = & \left[\sum_{i \in \text{GAM}} \sum_{j \in \text{AGE}} \sum_{m \in \text{PER}} \sum_{d \in \text{DIA}} (DV_{i,j,m,d} * IRV_i) \right] - \\ & \left[\sum_{i \in \text{GAM}} \sum_{j \in \text{AGE}} \sum_{j' \in \text{AGE}} \sum_{m \in \text{PER}} (MA_{i,j,j',m} * CMA_{j,j'}) + \right. \\ & \quad \sum_{i \in \text{GAM}} \sum_{j \in \text{AGE}} \sum_{m \in \text{PER}} \sum_{d \in \text{DIA}} (DI_{i,j,m,d} * CDI_i) + \\ & \quad \sum_{i \in \text{GAM}} \sum_{j \in \text{AGE}} \sum_{m \in \text{PER}} \sum_{d \in \text{DIA}} (VO_{i,j,m,d} * CVO_i) + \\ & \quad \sum_{i \in \text{GAM}} \sum_{j \in \text{AGE}} \sum_{m \in \text{PER}} (DP * VGA_{i,m,d} * CCV_i) + \\ & \left. \sum_{i \in \text{GAM}} \sum_{i' \in \text{GAM}} \sum_{j \in \text{AGE}} \sum_{m \in \text{PER}} \sum_{d \in \text{DIA}} (AVGG_{i,i',j,m,d} * CAVGG'_{i,i'}) \right] \end{aligned} $
<p>Conjuntos AGE: agencias GAM: gamas PER: periodos DIA: días</p>
<p>Variables $MA_{i,j,j',m}$: Cantidad de Vehículos movidos de la gama i, de la agencia j a la j', en el periodo m. $DI_{i,j,m,d}$: Demanda insatisfecha de la gama i, en la agencia j, en el periodo m y en el día d. $VO_{i,j,m,d}$: Vehículos ociosos de la gama i, en la agencia j, en el periodo m y en el día d. $VGA_{i,m,d}$: Cantidad de Vehículos de la gama i, en la agencia j, en el periodo m $AVGG'_{i,i',j,m,d}$: Cantidad de vehículos gama i, asignados a contratos gama i', en la agencia j, periodo m y día d.</p>

Parámetros

$DV_{i,j,m,d}$: Cantidad de vehículos demandados de la gama i , en la agencia j , periodo m y día d .

IRV_i : Ingreso por día por la renta de un vehículo gama i .

$CMA_{j,j'}$: Costo de mover un Vehículo de la agencia j a la j'

CDI_i : Costo de 1 demanda diaria insatisfecha de la gama i

CVO_i : Costo por día de 1 vehículo ocioso de la gama i .

CCV_i : Canon diario de 1 vehículo gama i

$CAVGG'_{i,j'}$: Costo por día de asignar un vehículo gama i , a contratos gama i' (Costo de *up-down grade*).

La función objetivo representa la rentabilidad operativa del negocio y por eso su sentido es de maximización. En esta ecuación a todos los ingresos que se pudieran tener si se satisficiera el 100% de la demanda en la forma como se presenta, se le restan los costos más importantes en los que se incurre para satisfacerla; primero se le resta el costo de las movilizaciones realizadas, luego se le resta el costo de la demanda insatisfecha (1 demanda no atendida es un ingreso dejado de percibir que además tiene un costo de reputación e imagen frente al cliente), también se le resta los costos asociados al vehículo (canon de arrendamiento a pagar a la empresa de renting que suministra los vehículos), Se resta luego los costos en los que se incurre por tener vehículos quietos (por ejemplo costos de parqueo, movilización o maniobras, lavadas entre otros) y finalmente se le resta los costos asociados a las políticas de *up* y *down grade* (por ejemplo cuando a un cliente se la da un vehículo de una gama más baja a la solicitada, se le da un descuento en la tarifa del vehículo final tomado en arrendamiento como compensación de su no satisfacción al 100%, por ende la diferencia en ingresos se castiga en la ecuación de rentabilidad).

4.2 Estimación de parámetros

4.2.1 Heurística para determinar la utilización máxima por agencia

Esta heurística es el modelo 3 mencionado en la introducción, y aunque fue desarrollada para estimar el porcentaje de utilización máxima por agencia, es perfectamente aplicable para resolver el problema de programación de vehículos en el corto plazo, teniendo como parámetros de ingreso la proyección de reservas que serán efectivas por tipo de vehículo con sus respectivos tiempos de inicio y de fin en el periodo a modelar.

Este modelo se basa en un enfoque de programación de piso e intenta determinar para las reservas efectuadas en un periodo histórico, cuál es la cantidad de vehículos eficientes que se necesitan para atender el 100% de ellas, considerando además programaciones factibles para cada uno de los vehículos; es decir, que nunca sea asignado dos contratos a un mismo vehículo que se traslapan en el tiempo, y que después de un vehículo finalizar un contrato, se otorgue un tiempo de alistamiento adecuado para empezar el próximo.

La heurística del modelo 3 está basada en la heurística de visitar el vecino más cercano en el problema del agente viajero, ella parte de asignar un primer contrato a un vehículo y mediante un recorrido por todos los contratos pendientes empieza a asignarlos a los vehículos con base en su cercanía, teniendo en cuenta para cada vehículo el próximo contrato más cercano luego de haber finalizado el previo, considerando también un tiempo de alistamiento necesario para poner en condiciones operativas el vehículo e incluso la posibilidad de un vehículo en atender una demanda de un vehículo de gama inferior.

▪ Explicación de la heurística

Lo primero que se hace es partir del histórico de contratos mostrado en la siguiente tabla (primeras 3 columnas) cada registro corresponde a un contrato de arrendamiento realizado que detalla la gama demanda, su hora de inicio y su hora de fin.

Tabla 16 Ejemplo asignación vehículo-contrato

Gama Demandada	Fecha Apertura Contrato	Fecha Cierre Contrato	Vehículo Asignado	Gama Asignada
C	1/06/2017 0:00	1/06/2017 8:58	1	C
F	1/06/2017 0:00	1/06/2017 10:03	2	F
F	2/06/2017 6:51	2/06/2017 16:00	2	F
C	2/06/2017 7:09	2/06/2017 17:15	1	C
C	3/06/2017 10:33	3/06/2017 15:00	1	C
C	3/06/2017 9:19	4/06/2017 2:40	2	F
C	4/06/2017 9:10	5/06/2017 7:16	1	C
C	5/06/2017 9:35	6/06/2017 10:05	2	F
C	6/06/2017 8:54	6/06/2017 20:00	1	C
C	8/06/2017 7:32	8/06/2017 13:40	1	C
F	7/06/2017 8:30	8/06/2017 18:00	2	F
C	9/06/2017 7:51	10/06/2017 6:11	1	C
C	11/06/2017 8:18	12/06/2017 8:20	1	C
F	9/06/2017 16:17	12/06/2017 12:25	2	F
C	13/06/2017 7:35	13/06/2017 20:00	1	C
C	13/06/2017 11:37	14/06/2017 11:55	2	F

C	14/06/2017 16:30	15/06/2017 11:25	1	C
C	16/06/2017 8:43	17/06/2017 6:45	1	C
F	15/06/2017 7:57	17/06/2017 10:30	2	F
F	18/06/2017 8:55	18/06/2017 9:00	2	F
C	18/06/2017 9:13	19/06/2017 8:00	1	C
C	19/06/2017 8:05	20/06/2017 7:30	2	F
C	20/06/2017 7:42	20/06/2017 16:20	1	C
C	21/06/2017 9:35	21/06/2017 20:00	1	C
C	21/06/2017 10:13	22/06/2017 11:13	2	F
C	22/06/2017 20:40	23/06/2017 19:15	1	C
C	23/06/2017 7:10	24/06/2017 8:00	2	F
C	24/06/2017 14:19	25/06/2017 14:40	1	C
F	25/06/2017 10:07	26/06/2017 11:00	2	F
C	27/06/2017 8:27	27/06/2017 16:25	1	C
F	27/06/2017 6:13	27/06/2017 16:50	2	F
C	28/06/2017 15:09	29/06/2017 14:35	1	C
F	29/06/2017 6:29	30/06/2017 6:00	2	F
C	30/06/2017 10:56	30/06/2017 19:30	1	C

- **Primer ciclo:**

El primer ciclo tiene como objetivo recorrer cada uno de los contratos y asignarle un vehículo nuevo a aquellos contratos que todavía no tienen vehículo asignado. La gama del primer contrato asignado a cada vehículo determina la gama del vehículo.

- **Segundo ciclo:**

Después de haber asignado a cada vehículo su primer contrato, inmediatamente empieza el segundo ciclo, este intenta asignarle más contratos al mismo vehículo buscando el contrato más cercano que pueda ser atendido; un contrato puede ser atendido siempre y cuando la hora de inicio de este sea mayor a la hora de fin del contrato actual sumándole el tiempo de alistamiento, el contrato no debe tener asignado ningún vehículo y la gama demanda de este debe ser igual a la gama del vehículo o igual a alguna de las dos gamas inmediatamente inferiores (para la gama FX por ejemplo, sus dos gamas inmediatamente inferiores son la F y la C, por ende un vehículo gama FX podría atender demandas de estas gamas). Si el primer contrato encontrado más cercano que puede ser atendido es de la misma gama del vehículo, entonces se le asigna este contrato al vehículo y se busca un nuevo contrato más cercano que pueda ser atendido (se reinicia el segundo ciclo), de lo

contrario, si la gama demandada es alguna de las dos gamas inferiores al vehículo, se entra al tercer ciclo.

Si no se encuentra un contrato que pueda ser atendido más cercano, se finaliza el segundo ciclo y se reinicia el primero.

▪ **Tercer ciclo:**

Cuando el contrato más cercano encontrado que puede ser atendido para un vehículo es de alguna de las gamas inferiores a este, el tercer ciclo entra en acción, su objetivo es encontrar el contrato más cercano que puede ser atendido de la misma gama del vehículo. Si el tiempo de inicio del contrato de la misma gama es mayor al tiempo de finalización del contrato de gama inferior, entonces al vehículo se le asigna el contrato de gama inferior, de lo contrario se calcula el tiempo entre la fecha de inicio del contrato de gama inferior y la fecha de inicio del contrato de la misma gama y este tiempo se divide por la diferencia de tiempo entre la fecha de finalización del contrato de gama inferior y la fecha de inicio del contrato de la misma gama. Cuando este cociente tiende a cero quiere decir que no justifica asignar el vehículo a la gama inferior pues los tiempos de inicio de los contratos están muy cerca, o el tiempo de traslape de los contratos es muy alto. Este factor también podría entenderse como la razón entre el tiempo ocioso que podría ser utilizado y los días de traslape de los contratos, un valor de 2 quiere decir que el tiempo ocioso utilizado es el doble al tiempo de traslape y podría ser mejor entonces asignar el vehículo a la gama inferior. Finalmente, para tomar la decisión de cuál contrato se le asigna al vehículo se compara este cociente con una probabilidad de aceptación, la cual puede ser diferente si es la primera o la segunda gama inferior.

Con el objetivo de tener una buena calidad en la solución de este problema de asignación, se crean casi 1000 soluciones diferentes y se elige la mejor entre ellas en términos de la cantidad de vehículos necesarios para atender todos los contratos, estas 1000 soluciones se logran cambiando los parámetros usados en la heurística como las probabilidades de aceptación de una gama inferior y los tiempos de alistamiento.

En la Tabla 17 se muestra la programación de la mejor solución encontrada para los dos primeros vehículos: En ella se identifica que la solución es factible en términos de no traslapes de contratos y de los up-grades realizados para minimizar los tiempos ociosos de los vehículos.

La naturaleza de la heurística puede conllevar a que los primeros vehículos tengan una muy buena utilización o poco tiempo ocioso, esto se da debido a que en las primeras iteraciones hay muchos contratos para escoger uno cercano posible de asignar. Para contrarrestar un poco esto, se crean soluciones en las cuales se empiecen con tiempos de alistamiento más

grandes para los primeros vehículos y se disminuya a medida que cada vez hay menos contratos pendientes, de esta manera también se logran crear soluciones diferentes.

▪ **Resultados corrida Heurística en Agencia Bucaramanga**

La figura 41 muestra el tamaño sugerido de flota (vehículos heurística) para satisfacer la demanda histórica dada en Bucaramanga en el año 2017 comparada con la flota real disponible (vehículos baseline).

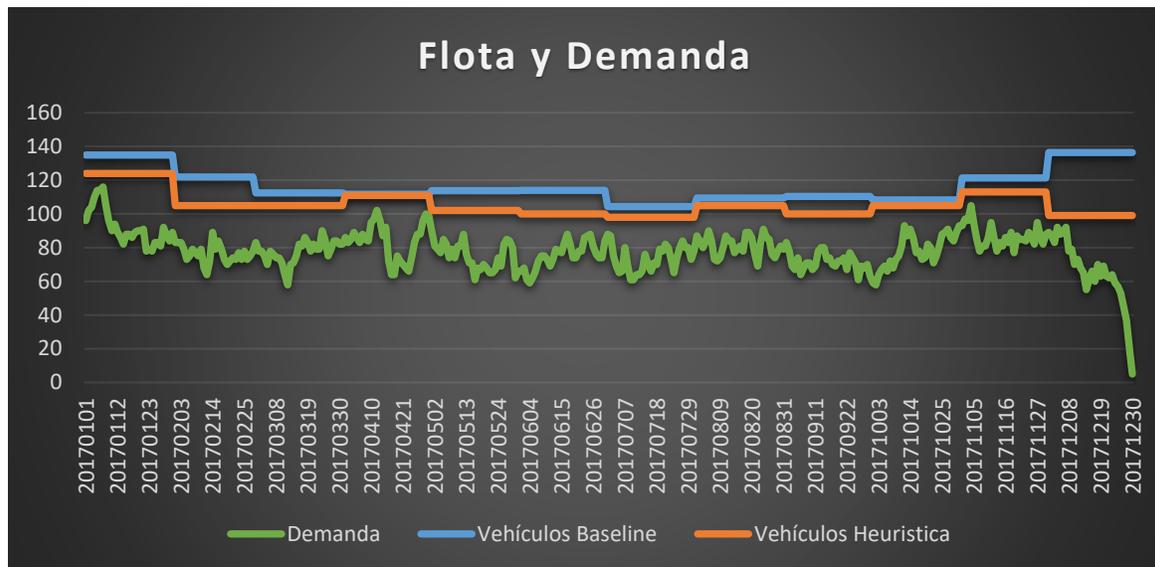


Figura 41 Resultados heurística Bucaramanga

Para el caso de Bucaramanga la heurística encontró una solución factible con una reducción en flota de 9% en promedio respecto a lo real ejecutado (baseline)

En la Figura 42 se muestra las utilizaciones de los tamaños de flota por escenario.

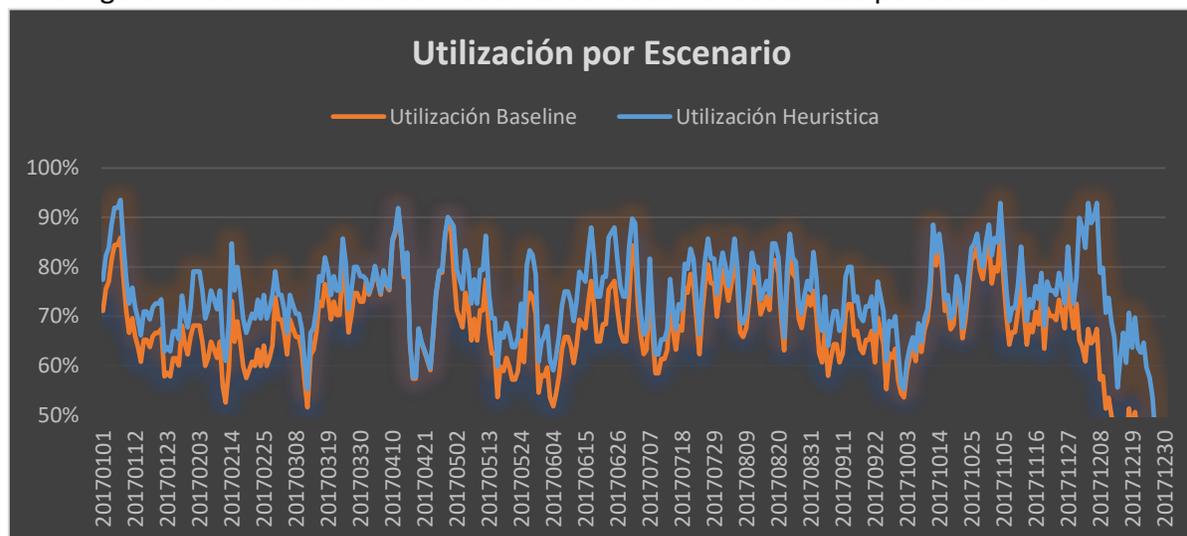


Figura 42 Utilización Bucaramanga heurística-real ejecutada

Tabla 18 Resumen utilización Bucaramanga heurística-real ejecutada

Estadística	Utilización Baseline	Utilización Heurística
Media	67%	74%
Moda	65%	80%
Mediana	67%	74%
Desviación	10%	9%
Mínimo	4%	4%
Máximo	91%	91%

Una de las principales conclusiones arrojadas por la heurística modelada es la del porcentaje de utilización promedio, para el negocio desde hace tiempo en una agencia mediana como Bucaramanga se tenía como supuesto que una utilización ideal estaba alrededor del 70%, con este análisis se demuestra que por las características del negocio es muy difícil llegar a utilidades promedio superiores al 85% y además que es posible superar el umbral del 70%.

▪ Resultados corrida heurística en Agencias Bogotá

La figura 43 muestra el tamaño sugerido de flota (vehículos heurística) para satisfacer la demanda histórica dada en Bogotá en el año 2017 comparada con la flota real disponible (vehículos baseline).

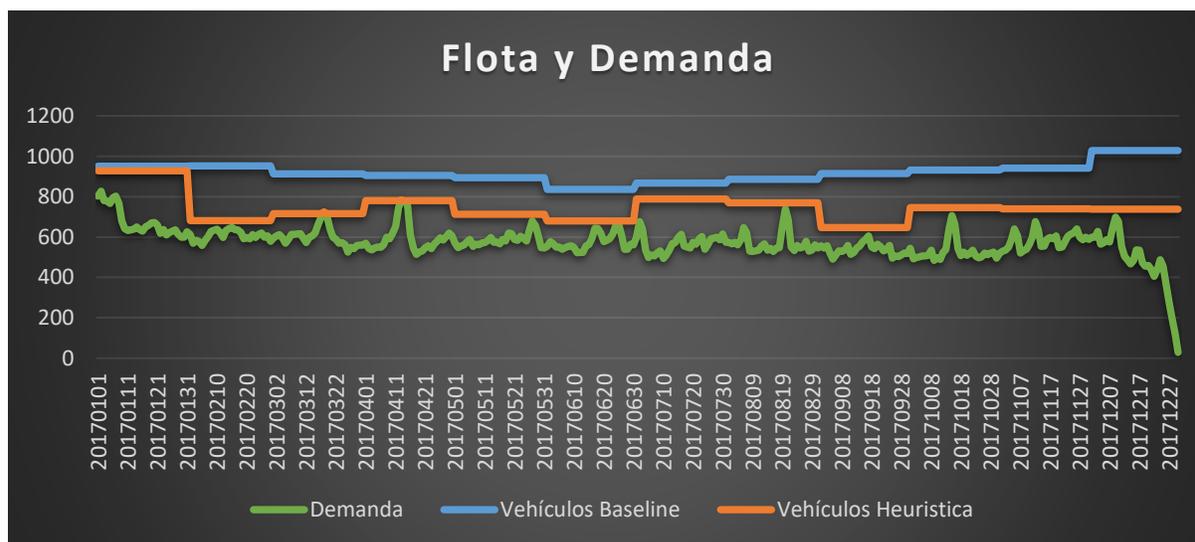


Figura 43 Resultados heurística agencias Bogotá integradas

En Bogotá la heurística encontró una solución factible con una reducción en flota del 19% en promedio respecto a lo real ejecutado (baseline). La figura 44 muestra el resumen del indicador de utilización para ambos tamaños de flota.

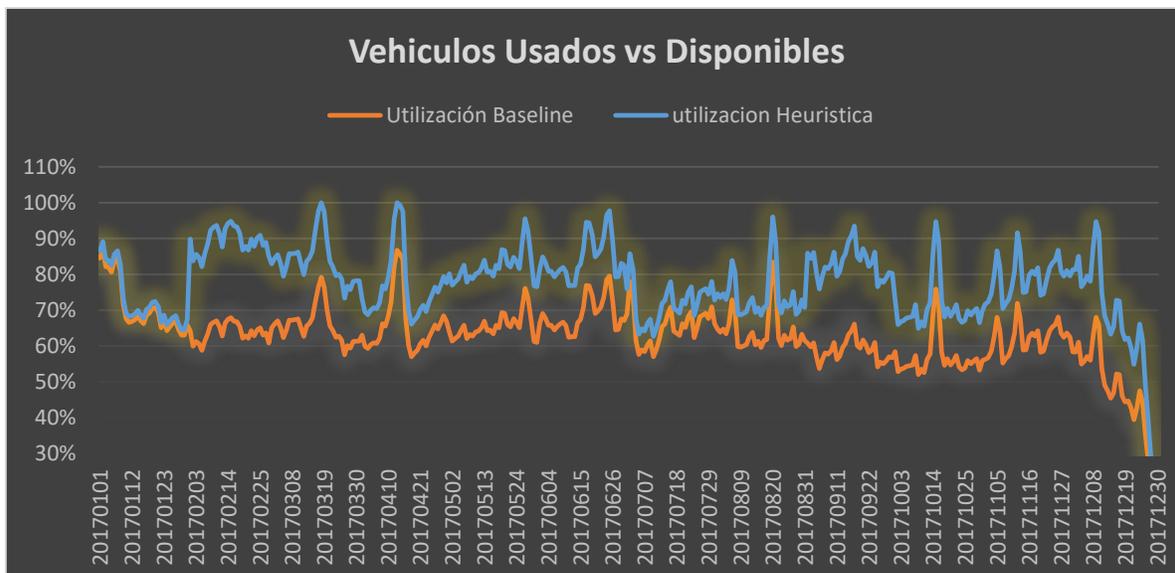


Figura 44 Utilización Bogotá heurística-real ejecutada

Tabla 19 Resumen utilización Bogotá heurística-real ejecutada

Estadística	Utilización Baseline	Utilización Heurística
Media	63%	78%
Moda	64%	75%
Mediana	63%	78%
Desviación	9%	11%
Mínimo	3%	4%
Máximo	87%	100%

La utilización promedio ideal en Bogotá conocida en el negocio es del 73%, 5 puntos porcentuales menos que lo alcanzado por las corridas de la heurística.

Para la modelación de la red completa, se extrapolarán los resultados obtenidos en Bogotá y Bucaramanga. De esta manera para todas las agencias ubicadas en ciudades grandes (Bogotá, Medellín y Cali) se utilizará una utilización ideal del 78%, y para el resto de las agencias y ciudades se utilizará una utilización ideal del 74%.

Vale la pena mencionar que la utilización ideal es una medida que debe medirse en un horizonte de planeación mayor a un día, pues como se evidenció en las gráficas anteriores, se identifica una variación significativa en este indicador. En este trabajo la utilización se medirá semanalmente, dada la experiencia del negocio donde se identifica una estacionalidad y rezagos fuertes cada 7 días, además la política de ajustes de flota no se ejecuta en el día a día, sino que intentan realizarse cada cambio de semana.

4.2.2 Costos de *up-down grade*

En las empresas de renta de vehículos hay una práctica común de dar a muchos de los usuarios vehículos de gamas superiores o inferiores a cambio de un beneficio. En esencia esta medida se toma para aumentar la utilización de los vehículos, pues con base en la experiencia del negocio se sabe que si se decidiera dar al cliente la gama del vehículo solicitado se necesitarían muchos más vehículos y la utilización de la flota bajaría.

Realizando un experimento con la heurística mencionada en el punto anterior, se demostró que satisfacer la demanda sin hacer ascensos o descensos en las gamas demandadas puede aumentar el tamaño de flota hasta en un 10%.

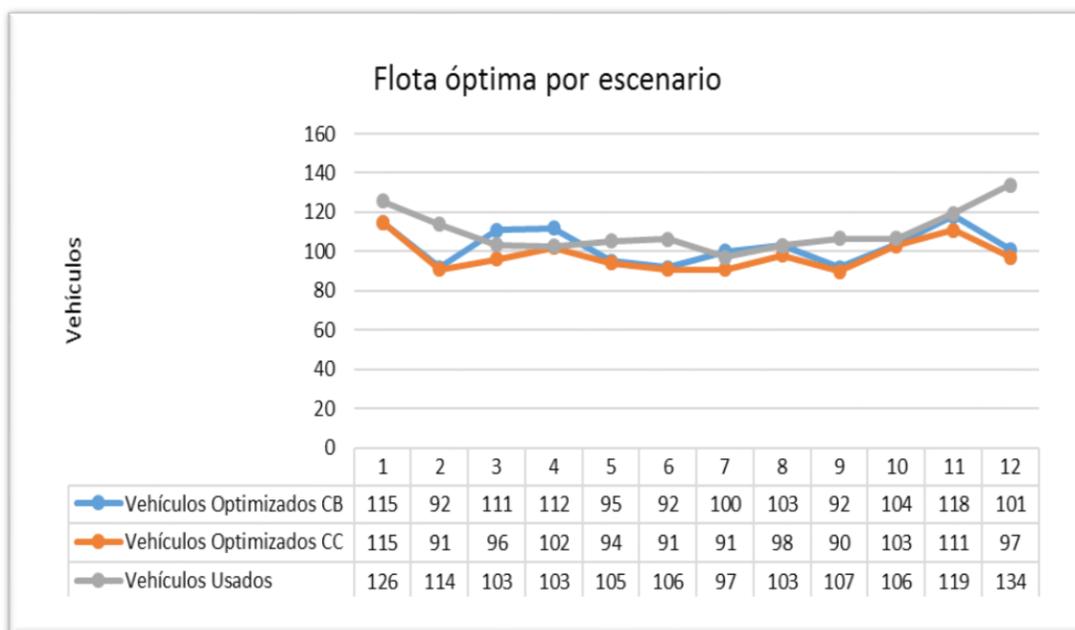


Figura 45 Flotas con y sin políticas de up-down grade

La grafica anterior muestra el resultado del tamaño de flota en Bucaramanga considerando solo las 5 gamas más demandadas, el primer escenario (azul) muestra el tamaño de flota si no se considera la posibilidad de realizar up-down grades, el segundo escenario (naranja) es el tamaño de flota considerando la posibilidad de realizar up-down grades y el tercer escenario (gris) son los vehículos reales. En la gráfica se evidencia que incluso para algunos meses el escenario 1 tiene un tamaño de flota hasta un 10% mayor que el escenario 2, también se ve que el escenario 2 logro siempre un tamaño de flota inferior a la real, y que el escenario 1, en algunas veces, necesitó más flota de la real ejecutada.

Con base en lo expuesto anteriormente se ratifica nuevamente la importancia de la variable que controla la forma en cómo se satisface la demanda en el modelo de optimización y para ello es de vital importancia una buena cuantificación de los costos de up-down grade.

Cuando a un cliente se le otorga un vehículo de gama superior al solicitado, en esencia el ingreso no es penalizado, pues al final de todo, el cliente pagará la tarifa del vehículo solicitado, lo que se debe considerar es que otorgar un vehículo de más alta gama implica disminuir la rentabilidad por la renta de ese vehículo, pues los costos fijos del vehículo (costo del canon) de una gama más alta son mayores a los de la gama inferior, en esencia entonces se podría decir que el costo de un up-grade es igual a la diferencia de los costos fijos (cánones) de las gamas. Debido a que en el modelo de optimización se cuantifican los costos fijos del vehículo, ellos integran implícitamente el costo de los upgrades, pues el modelo intentará reducir el costo fijo total de la flota (costo canon) y así aumentar el margen de utilidad, en otras palabras, el modelo intentará identificar la mejor flota para atender la demanda. Ahora bien, si no se penalizara en el modelo, el que a un cliente se le dé un vehículo de gama inferior al solicitado, el modelo escogería en la medida de lo posible los vehículos con menos costos fijos y así aumentaría el margen de utilidad, sin embargo, cuando a un cliente se le da un vehículo de gama inferior al solicitado debe penalizarse el ingreso, pues ya no pagaría la tarifa del vehículo solicitado que es más alta, sino la del vehículo concedido más un descuento que por lo general ronda en un 20%, concluiríamos así que el costo de un down grade es igual a la diferencia entre la tarifa del vehículo de gama superior y el 80% de la tarifa del vehículo de gama inferior, en otras palabras es igual al ingreso dejado de percibir. Con este costo de down grade el modelo ya no intentará seleccionar la flota más barata, pues los ingresos dejados de percibir podrían incrementarse considerablemente.

4.3 Validación del modelo

Para poner a prueba la funcionalidad del modelo se tomaron los datos de la demanda real dada en el mes de junio del 2019 en las 20 agencias y se hicieron pruebas de validación con datos extremos, validando además el cumplimiento de las restricciones.

- **Primer escenario de validación:** en este escenario se intentó replicar en el modelo la ejecución real en el mes de junio, para ellos se desactivaron las políticas de compras y de ventas como ocurrió en la realidad y se partió de la flota existente el primero de junio.

El resultado de este Escenario fue un ajuste en el costo real ejecutado del 97%, una confiabilidad muy buena que nos da confianza a la hora de correr nuevos escenarios. Estos resultados se muestran más detalladamente en la comparación de los escenarios corridos **baseline** y **baseline optimizado 1**.

- **Segundo Escenario de validación:** con el objetivo de mostrar la capacidad del modelo de identificar soluciones no factibles, se multiplicó la demanda por tres y no se activaron las opciones de realizar compras y ventas, tampoco la restricción del cumplimiento de la utilización mínima por agencia por periodo. Corriendo entonces este escenario efectivamente el modelo arrojó resultado de no factibilidad.

```

# -----
# Problem Information
# -----
Problem:
- Name: unknown
  Lower bound: -inf
  Upper bound: inf
  Number of objectives: 1
  Number of constraints: 11684
  Number of variables: 37930
  Number of nonzeros: 112450
  Sense: maximize
# -----
# Solver Information
# -----
Solver:
- Status: ok
  Termination condition: infeasible
  Statistics:
    Branch and bound:
      Number of bounded subproblems: 0

```

Figura 46 Resumen validación 2

Si se realiza una pequeña modificación a este escenario y se le permite al modelo adicionalmente tener demanda insatisfecha, se encuentra una solución factible, sin embargo, se obtiene un valor en la función objetivo negativo, lo que es muy coherente, pues al multiplicar la demanda por tres habrá mucha demanda insatisfecha y por eso se tendría pérdida.

```
# =====  
# = Solver Results =  
# =====  
# -----  
# Problem Information  
# -----  
Problem:  
- Name: unknown  
  Lower bound: -8024223141.0  
  Upper bound: -8024223141.0  
  Number of objectives: 1  
  Number of constraints: 8324  
  Number of variables: 37930  
  Number of nonzeros: 109090  
  Sense: maximize  
# -----  
# Solver Information  
# -----  
Solver:  
- Status: ok  
  Termination condition: optimal  
  Statistics:
```

Figura 47 Resumen validación 2 ajustado

- **Tercer Escenario de validación:** Se parte como en todos los escenarios de validaciones anteriores de la demanda real del mes de junio, con la flota inicial igual al primer día de junio, se activa la opción de sacar vehículos para fin renting sin superar los 526 vehículos que se parametrizaron podrían sacarse, tampoco se permite demanda insatisfecha, ni realizar compras y no se activa la restricción del cumplimiento de utilización.

```

# =====
# = Solver Results =
# =====
# -----
#   Problem Information
# -----
Problem:
- Name: unknown
  Lower bound: 8503173715.0
  Upper bound: 8503173715.0
  Number of objectives: 1
  Number of constraints: 11564
  Number of variables: 37930
  Number of nonzeros: 112690
  Sense: maximize
# -----
#   Solver Information
# -----
Solver:
- Status: ok
  Termination condition: optimal
  Statistics:
# -----
Solution:
- number of solutions: 0
  number of solutions displayed: 0
totalfr : Size=1, Index=None
  Key : Lower : Value : Upper : Fixed : Stale : Domain
  None :    0 : 526.0 : None : False : False : NonNegativeReals
totalcom : Size=1, Index=None
  Key : Lower : Value : Upper : Fixed : Stale : Domain
  None :    0 :  0.0 : None : False : False : NonNegativeReals
totalmov : Size=1, Index=None
  Key : Lower : Value : Upper : Fixed : Stale : Domain
  None :    0 : 24.0 : None : False : False : NonNegativeReals
objective : Size=1, Index=None, Active=True
  Key : Active : Value
  None : True : 8503173715.0
Ingresos : Size=1, Index=None
  Key : Lower : Value : Upper : Fixed : Stale : Domain
  None :    0 : 14042821025.0 : None : False : False : NonNegativeRea
cosflo : Size=1, Index=None
  Key : Lower : Value : Upper : Fixed : Stale : Domain
  None :    0 : 5353193496.0 : None : False : False : NonNegativeReal
cospar : Size=1, Index=None
  Key : Lower : Value : Upper : Fixed : Stale : Domain
  None :    0 : 182286500.0 : None : False : False : NonNegativeReals
cosmov : Size=1, Index=None

```

Figura 48 Resumen validación 3 ajustado

De la Figura 48 se identifica que el total de vehículos para fin renting es igual al máximo permitido (526). Esto explica la coherencia del modelo de reducir el tamaño de flota tanto como sea posible para disminuir los costos fijos asociados y así maximizar la rentabilidad.

Por último, se validó la consistencia del modelo y efectivamente se confirmó que tanto las ecuaciones de balance, compras, ventas y asignación entre otras, se cumplen al 100%. Se concluye entonces que el modelo es coherente y garantiza el cumplimiento de las restricciones que se activen.

4.4 Escenarios

4.4.1 Baseline

Corrida para las 20 agencias actuales dada la demanda y ejecución real del mes de junio del 2019.

La cantidad de flota, demanda y utilización general se muestra en la Figura 49.

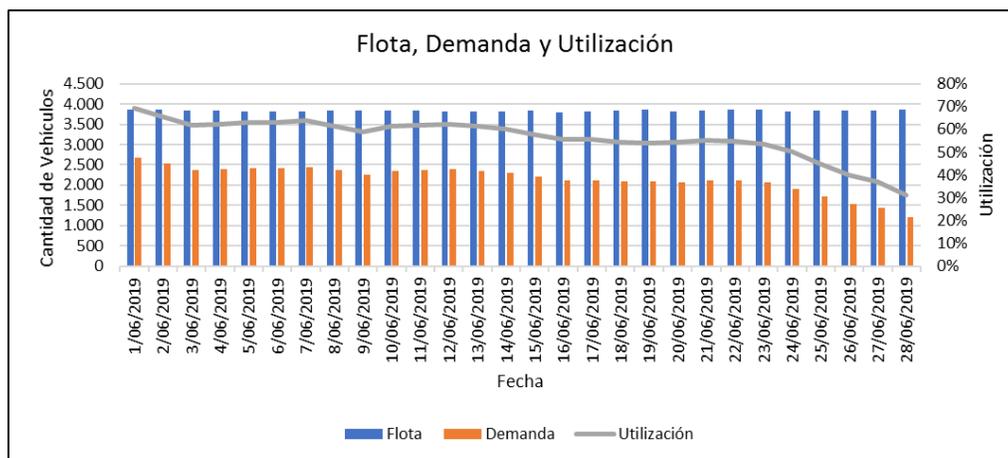


Figura 49 Flota, demanda y utilización baseline

La utilización promedio ejecutada del mes de junio fue del 56%, una utilización demasiado baja respecto a las utilidades ideales. Otras medidas estadísticas se muestran en la Tabla 19.

Tabla 20 Indicadores generales baseline

	Flota	Demanda	Utilización
Máximo	3.870	2.682	69%
Promedio	3.836	2.157	56%
Mínimo	3.798	1.208	31%

- **Movilizaciones:** en total se realizaron 593 Movilizaciones

- **Up-down grade:** En total se realizaron 9.739 para un 16% de toda la demanda. 8936 de ellos fueron entre las gamas C, F y FX para un 92% del total de up-down grades otorgados. Ellos se muestran en la Tabla 20.

Tabla 21 Up-down grades baseline

Up-down grade	Categoría Cobrada	Categoría Concedida	Cantidad de diarias
Up grade C a F	C	F	4.434
Up grade F a FX	F	FX	2.393
Up grade C a FX	C	FX	1.224
Down grade FX a C	FX	F	506
Down grade F a C	F	C	379

De la composición de la demanda y la flota disponible se tiene que más del 70% de estas están determinadas por las gamas F, FX y GX, y que la gama C tiene más participación en demanda respecto a la participación en la flota disponible.

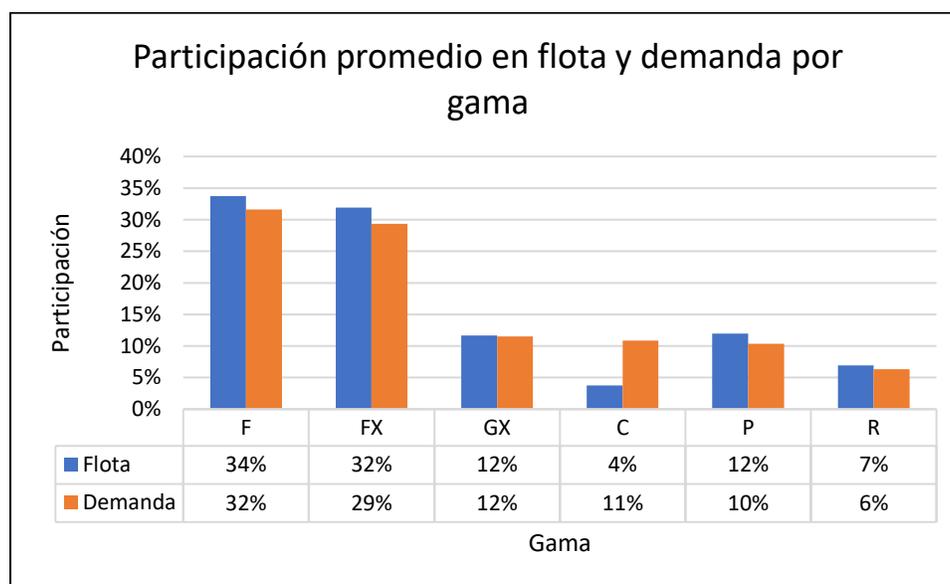


Figura 50 Participación en demanda por gama - Baseline

- **Costo Baseline**

Tabla 22 Costos baseline

	Baseline
Rubro	Costo
Movilizaciones	\$ 119.520.841
Costo up-down grade	\$ 79.785.474
Costo Vehículos ociosos	\$ 258.461.500

Costo Fijo de la flota (Canon)	\$ 6.266.190.789
Total Costos	\$ 6.723.958.604
Total Ingresos Potenciales	\$ 14.042.821.025
Total Rentabilidad operativa	\$ 7.318.862.421

4.4.2 Baseline optimizado 1

Se parte de la flota inicial sin permitir realizar compra ni venta de vehículos, se permite al modelo decidir la forma en cómo se atiende la demanda y las movilizaciones.

La cantidad de flota, de demanda y utilización general se muestra en Figura 51.

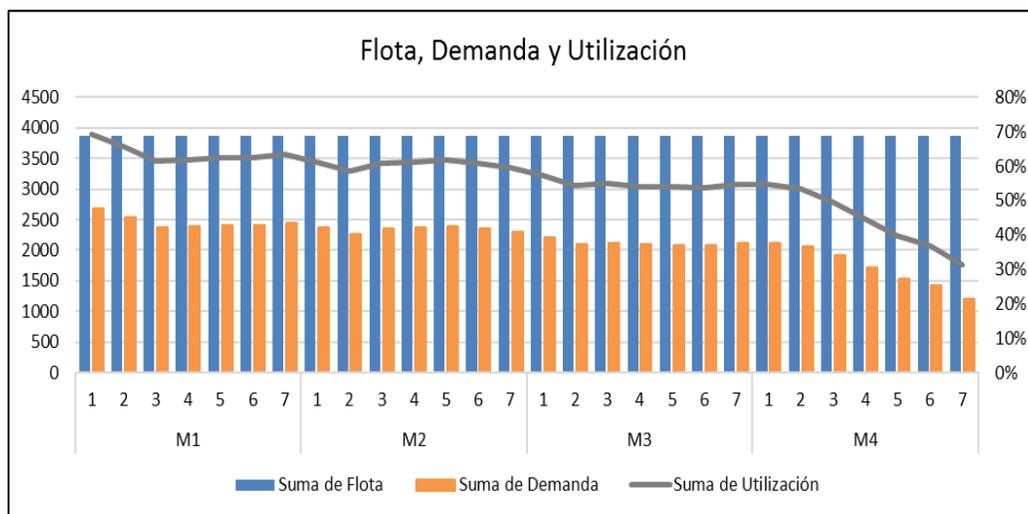


Figura 51 Flota, demanda y utilización baseline optimizado 1

Los indicadores generales de la flota y utilización en comparación con el baseline se muestran en la tabla 22.

Tabla 23 Indicadores generales baseline vs baseline optimizado 1

	Baseline		Baseline optimizado 1	
	Flota	Utilización	Flota	Utilización
Máximo	3.870	69%	3.867	69%
Promedio	3.836	56%	3.867	56%
Mínimo	3.798	31%	3.867	31%

- **Movilizaciones:** solo se realizó una movilización

- **Up-down grade:** Se realizaron 22.950 todos up-grades, para un 38% de toda la demanda. Esto se justifica debido a que como se restringió en el modelo conservar el mismo tamaño de flota desde el inicio, ya no se puede optimizar el costo fijo de la flota (canon), por esto el modelo intentará satisfacer la demanda en cada agencia con la flota asignada para no incurrir en gastos de movilizaciones y usando al máximo los up-grades pues no tiene costo específico, sino que están indirectamente calculados con los costos de la flota.
- **Costo Baseline optimizado 1 vs Baseline**

Tabla 24 Costos baseline vs baseline optimizado 1

Rubro	Baseline	Baseline optimizado 1	
	Costo	Costo	% Ahorro
Movilizaciones	\$ 119.520.841	\$ 26.700	100%
Costo up-down grade	\$ 79.785.474	\$ -	100%
Costo Vehículos ociosos	\$ 258.461.500	\$ 263.290.500	-2%
Costo Fijo de la flota (Canon)	\$ 6.266.190.789	\$ 6.264.849.528	0%
Total Costos	\$ 6.723.958.604	\$ 6.528.166.728	3%
Total Ingresos Potenciales	\$ 14.042.821.025	\$ 14.042.821.025	
Total Rentabilidad operativa	\$ 7.318.862.421	\$ 7.514.654.297	

El escenario Baseline optimizado 1 lo podríamos definir como escenario que permite identificar el grado de adherencia o confiabilidad del modelo, pues en esta corrida se restringe mover las principales palancas que afectan el costo de la operación, es por ello por lo que se evidencia un ahorro de tan solo el 3%, y los indicadores generales de utilización son casi los mismos.

4.4.3 Baseline optimizado 2

Se parte de la flota inicial sin permitir realizar compra de vehículos, pero permitiendo la venta de los vehículos que están aptos para pasar al mercado de usados, se permite al modelo decidir la forma en cómo se atiende la demanda y las movilizaciones, también se activa la restricción de no exceder la utilización máxima por agencia en cada uno de los periodos.

La cantidad de flota, de demanda y utilización general se muestra en la Figura 52.

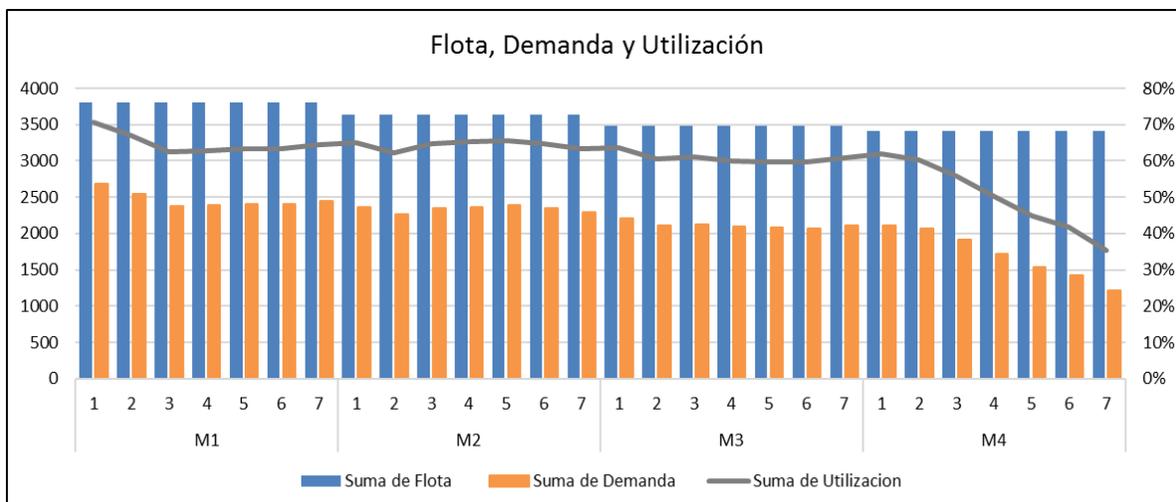


Figura 52 Flota, demanda y utilización baseline optimizado 2

Los indicadores generales de la flota y utilización en comparación con el baseline se muestran en la tabla 24.

Tabla 25 Indicadores generales baseline vs baseline optimizado 2

	Baseline		Baseline optimizado 2	
	Flota	Utilización	Flota	Utilización
Máximo	3.870	69%	3798	71%
Promedio	3.836	56%	3.583	60%
Mínimo	3.798	31%	3.417	35%

- **Movilizaciones:** se realizaron 24 movilizaciones.
- **Ventas y compras:** se sacaron para el mercado de usados 526 placas, equivalente a todas las placas aptas para fin renting y no se realizaron compras.
- **Up-down grade:** Se otorgaron 18.632 (31% de la demanda), solo 5 de ellos fueron up-grades.

En la Tabla 25 se muestran los 6 cambios de gamas más frecuentes, todos ellos up-grades.

Tabla 26 Up-down grades baseline optimizado 2

Categoría Concedida (otorgada)	Categoría Cobrada (demandada)	Cantidad de diarias
FX	F	3563
FX	C	2604
F	C	2477
GX	FX	2038

P	GX	1951
P	FX	1213

Costo Baseline optimizado 2 vs Baseline

Tabla 27 Costos baseline vs baseline optimizado 2

Rubro	Baseline Costo	Baseline optimizado 2 Costo	% Ahorro
Movilizaciones	\$ 119.520.841	\$ 3.763.580	97%
Costo up-down grade	\$ 79.785.474	\$ 403.734	99%
Costo Vehículos ociosos	\$ 258.461.500	\$ 219.477.500	15%
Costo Fijo de la flota (Canon)	\$ 6.266.190.789	\$ 5.778.092.761	8%
Total Costos	\$ 6.723.958.604	\$ 6.001.737.575	11%
Total Ingresos Potenciales	\$ 14.042.821.025	\$ 14.042.821.025	
Total Rentabilidad operativa	\$ 7.318.862.421	\$ 8.041.083.450	

4.4.4 Baseline optimizado 3:

Se parte de la flota inicial permitiendo realizar compra de vehículos y la venta de los vehículos que están aptos para pasar al mercado de usados más los que el modelo identifique conveniente sacar, se permite al modelo decidir la forma en cómo se atiende la demanda y las movilizaciones, también se activa la restricción de no exceder la utilización máxima por agencia en cada uno de los periodos.

La cantidad de flota, de demanda y utilización general se muestra en la Figura 53.

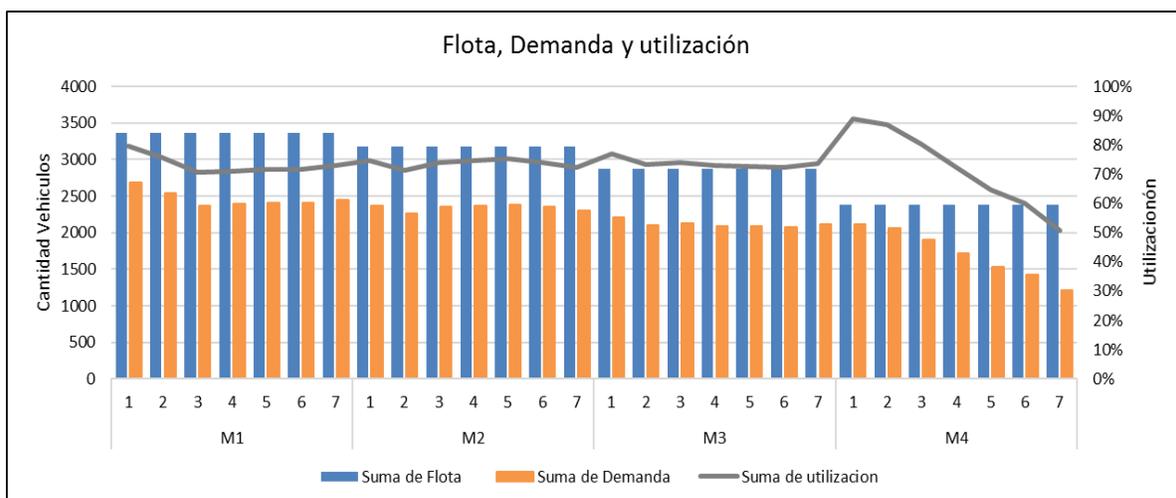


Figura 53 Flota, demanda y utilización baseline optimizado 3

En diferencia a los otros dos primeros escenarios, en este se evidencia una reducción drástica en el tamaño de flota en la última semana, esto directamente causado por la disminución en la demanda. Claramente como este modelo tiene más libertades en cuanto a la cantidad de vehículos que puede sacar para fin renting, como la cantidad de vehículos que puede comprar, que por periodo establecerá el mejor tamaño y configuración para responder a la demanda.

Los indicadores generales de la flota y utilización en comparación con el baseline se muestran en la Tabla 27.

Tabla 28 Indicadores generales baseline vs baseline optimizado 3

	Baseline		Baseline optimizado 3	
	Flota	Utilización	Flota	Utilización
Máximo	3.870	69%	3364	89%
Promedio	3.836	56%	2.948	73%
Mínimo	3.798	31%	2.376	51%

- **Movilizaciones:** se realizaron en total 168 movilizaciones
- **Compras:** se sugieren comprar 251 vehículos
- **Ventas:** se sugiere sacar 1.938 vehículos para fin renting

Tabla 29 Compras y ventas baseline optimizado 3

Gama	Compras	Ventas
C	251	89
F	0	651
FX	0	631
GX	0	168
P	0	290
R	0	109

Todas las compras que sugiere el modelo son de vehículos gama C, esto para atender gran porcentaje de la demanda de la gama c que en el baseline es atendida por otras categorías.

- **Up-down grade:** se otorgaron 4.800 que representa el 8 % de la demanda. Los 5 cambios de gama más frecuentes se muestran a continuación, que representan más del 75% de todos los up-down grades otorgados.

Tabla 30 Up-down grades baseline optimizado 3

Categoría Concedida (otorgada)	Categoría Cobrada (demandada)	Cantidad de diarias
FX	F	1492
F	C	1129
FX	C	563
P	R	331
GX	FX	213

- **Costo Baseline optimizado 3 vs Baseline**

Tabla 31 Costos baseline vs baseline optimizado 3

	Baseline	Baseline optimizado 3	
Rubro	Costo	Costo	% Ahorro
Movilizaciones	\$ 119.520.841	\$ 15.968.944	87%
Costo up-down grade	\$ 79.785.474	\$ 44.847.394	44%
Costo Vehiculos ociosos	\$ 258.461.500	\$ 121.726.000	53%
Costo Fijo de la flota (Canon)	\$ 6.266.190.789	\$ 4.501.220.465	28%
Total Costos	\$ 6.723.958.604	\$ 4.683.762.803	30%
Total Ingresos Potenciales	\$ 14.042.821.025	\$ 14.042.821.025	
Total Rentabilidad operativa	\$ 7.318.862.421	\$ 9.359.058.222	

5. Conclusiones y recomendaciones

5.1 Conclusiones

- La gestión de la flota para una empresa dedicada a la renta de vehículos es un problema extenso que ha sido abordado de manera modular por diferentes autores, la mayoría de estos módulos o sub-problemas intentan responder de forma eficiente a un conjunto de preguntas en un alcance limitado, ejemplos de ello son los modelos exclusivos para encontrar la mejor configuración de la red de agencias, pasando por los modelos de dimensionamiento y configuración de flota, hasta modelos que involucran programación de piso o como los modelos de asignación de vehículos a contratos. Esta división, aunque es necesaria para poder tener modelos que con un esfuerzo computacional prudente proporcionen buenos resultados, hace que las soluciones encontradas sean buenas para el alcance limitado, pero que quizás no sean las mejores para el desempeño de otros sub-problemas, módulos o subsistemas relacionados, lo que da pie a encontrar óptimos locales y no globales.
- La complejidad del problema de gestión de flota hace que sea necesaria la división en diferentes sub-problemas, además de la definición de supuestos y simplificaciones importantes para poder abordarlos. Cuando se pretende dar respuestas a preguntas estratégicas como por ejemplo el tamaño y configuración de flota, deben hacerse simplificaciones en la demanda, ya que pretender resolver este problema considerando el nivel de detalle de las fechas de inicio y cierre de los contratos aumentaría significativamente la complejidad
- El modelo de localización de instalaciones para maximizar la cobertura mostro que independientemente de si se consideraba la restricción de conservar las agencias actuales o no, la cobertura lograda por ambos escenarios convergían para números de agencias superiores a 5 en la mayoría de las ciudades analizadas, lo que nos da un indicio que el modelo puede tener mayor impacto cuando se tiene un presupuesto limitado y una meta menos ambiciosa de porcentaje de cobertura, como se evidencio en los casos de la ciudad de Barranquilla y Bogotá, en donde para números pequeños de tamaño de agencias había diferencia significativa en la cobertura en los escenarios con o sin conservación de las agencias actuales.
- La heurística para la determinación de la cobertura máxima por agencia permitió identificar que se pueden superar las utilizations máximas que se tenían a priori. En el caso de Bogotá esta heurística encontró soluciones factibles para los contratos históricos hasta con un 15% menos de flota comparada respecto a la flota realmente usada y subir el umbral de la utilización máxima del 73% al 78%.

- El modelo propuesto para la determinación del tamaño y configuración de flota, con sus políticas de movilizaciones, compras y ventas, permitió encontrar soluciones que reducían los costos de operación desde el 3% hasta el 30%. A medida que se relajaban más restricciones, en especial cuando se daba libertad al modelo de poder comprar y vender vehículos ilimitadamente, el porcentaje de ahorros aumentaba debido a que el modelo estaba en la capacidad de hacer los ajustes precisos para tener en cada periodo y agencia el tamaño y configuración óptimo de flota.

5.2 Recomendaciones

- Para que los modelos de flota y red de agencias se ajusten mucho más a la realidad sería ideal considerar no solo los costos asociados al vehículo, sino también los costos fijos asociados a las instalaciones y el costo de la mano de obra.
- Es una buena práctica parametrizar en el modelo arcos (orígenes-destinos) para el movimiento de vehículos y up-down grades no factibles para acelerar los tiempos de cómputo del modelo.
- Establecer modelos confiables para el pronóstico de la demanda es crucial para el modelo de dimensionamiento y configuración de flota, pues este es el principal input del modelo. Sería ideal poder crear un modelo en donde además se puedan simular diferentes escenarios de la demanda que permitan identificar soluciones eficientes para las posibles fluctuaciones que esta pueda tener.

BIBLIOGRAFÍA Y FUENTES DE INFORMACIÓN

Brito Oliveira, B., Antónia Carravilla, M., Fernando Oliveira, J. (2016). *Fleet and revenue management in car rental companies: A literature review and an integrated conceptual framework*. INESC TEC and Faculty of Engineering, University of Porto, Portugal. *Omega* 71 (2017) 11–26

ReVelle, C., Eiselt, H., Daskin, M. (2008). *A bibliography for some fundamental problem categories in discrete location science*. *European Journal of Operational Research*, Volume 184, Issue 3, ISSN 0377-2217.

Kung, L., Liao, W. (2018). *An approximation algorithm for a competitive facility location problem with network effects*. *European Journal of Operational Research*, Volume 267, Issue 1, 2018, Pages 176-186, ISSN 0377-2217.

Karatas, M. (2017). *A multi-objective facility location problem in the presence of variable gradual coverage performance and cooperative cover*. *European Journal of Operational Research*, 262(3), 1040-1051. doi: 10.1016/j.ejor.2017.04.001

Pachon, J., Iakovou, E. & Chi, I. (2006). *J Revenue Pricing Manag.* 5: 221. <https://doi.org/10.1057/palgrave.rpm.5160041>

Yang, Y., Jin, W., Hao, X. (2009). *Dynamic pool segmentation model and algorithm in the car rental industry*. *Journal of Computers* 4(12):1202–8.

Fink, A., Reiners T. (2006). *Modeling and solving the short-term car rental logistics problem*. *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*. 42(4):272–92.

Song, D., Earl C. (2008) . *Optimal empty vehicle repositioning and fleet-sizing for two-depot service systems*. *European Journal of Operational Research*.185(2):760–77.

Madden, T., Russell, R. (2012). *Modelling the rental car pricing and relocation problem*. *International Journal of Revenue Management* . 6(3–4):246–57.

Steinhardt, C., Gönsch, J. (2012). *Integrated revenue management approaches for capacity control with planned upgrades*. *European Journal of Operational* . 223(2):380–91.

Aboolian, R., O. Berman, D. Krass. (2007^a). *Competitive facility location and design problem*. *European Journal of Operational Research* 182(1) 40-62.

Ageev, A., Sviridenko, M. (1999). *An 0.828 approximation algorithm for uncapacitated facility location problem*. *Discrete Applied Mathematics* 93(2-3) 149-156.

A. Anexo. Modelo de ubicación de Agencias en pyomo

Ejemplo corrido en la ciudad de Barranquilla

Para la corrida exitosa del siguiente código es necesario asegurar tener instalado en solver glpk

Código sin todos los parámetros:

```

from pyomo.environ import *

model = ConcreteModel()

# conjuntos

# conjunto de todas la ubicaciones potenciales establecidas

model.i =
Set(initialize=['u1','u2','u3','u4','u5','u6','u7','u8','u9','u10','u11','u12','u13','u14','u15','u16',
,'u17','u18','u19','u20','u21','u22','u23','u24','u25','u26','u27','u28','u29','u30','u31','u32','u
33','u34','u35','u36','u37','u38','u39','u40','u41','u42','u43','u44','u45','u46','u47','u48','u49
','u50','u51','u52','u53','u54','u55','u56','u57','u58','u59','u60','u61','u62','u63','u64','u65','
u66','u67','u68','u69','u70','u71','u72','u73','u74','u75','u76','u77','u78','u79','u80','u81','u8
2','u83','u84','u85','u86','u87','u88','u89','u90','u91','u92','u93','u94','u95','u96','u97','u98',
'u99','u100'], doc='Agencias Potenciales')

# conjunto con todos los clientes potenciales mapeados (resumen)

model.j =
Set(initialize=['c1','c2','c3','c4','c5','c6','c7','c8','c9','c10','c11','c12','c13','c14','c15','c16',
,'c1143','c1144','c1145','c1146','c1147','c1148','c1149','c1150','c1151','c1152','c1153','c13
76','c1377','c1378','c1379','c1380','c1381','c1382','c1383','c1384','c1385','c1386','c1387','c
1388','c1389','c1390','c1391','c1392','c1393','c1394','c1395','c1396','c1397','c1398','c1399'
,'c1400','c1401','c1402','c1403','c1404','c1405','c1406','c1407','c1408','c1409','c1410','c14
11','c1412','c1413','c1414','c1415','c1416'], doc='Clientes')

# tablas

# peso de cada uno de los clientes

tablap= (('c1'):1109,('c2'):566} # solo comienzo de la tabla

# matriz de cobertura agencia-cliente potencial

```

```

tablac = {'u1','c1':0} # solo el comienzo de la tabla

#parametros-----
model.p = Param(model.j, initialize=tablac, doc='Peso del cliente j')
model.C = Param(model.i, model.j, initialize=tablac, doc='Cobertura de la agencia i al cliente j')
# variables
model.x = Var(model.j, domain=Boolean, doc='1 si el cliente j esta cubierto')
model.y = Var(model.i, domain=Boolean, doc='1 si se abre la agencia i')

# Restricciones-----
def cobertura_rule(model, j):
    return sum(model.C[i,j]*model.y[i] for i in model.i) >= model.x[j]
model.cobertura = Constraint(model.j, rule=cobertura_rule, doc='cobertura a un cliente')

def presupuesto_rule(model):
    return sum(model.y[i] for i in model.i) <= (5.0)
model.presupuesto = Constraint(rule=presupuesto_rule, doc='no exceder presupuesto')

activar = "s"
if activar == "si":
    def fijas_rule(model):
        return (model.y["u1"] == 1.0)
    model.fijas = Constraint(rule=fijas_rule, doc='dejar agencias fijas')

#Funcion objetivo -----
def objective_rule(model):

```

```
    return (sum(model.x[j]*model.p[j] for j in model.j)/sum(model.p[j] for j in model.j))  
model.objective = Objective(rule=objective_rule, sense=maximize, doc='Función objetivo')
```

```
instance = model  
opt = SolverFactory("glpk")  
#solver_manager = SolverManagerFactory('glpk')  
#results = solver_manager.solve(instance, opt=opt)  
resultados = opt.solve(model)  
resultados.write()  
#model.x.display()  
model.y.display()  
model.objective.display()
```

B. Anexo. Modelo en pyomo para determinar el tamaño y configuración de la flota, con políticas de movilización, compras y ventas

Se debe tener instalado el solver glpk para poder correr el código

Código con parámetros resumidos:

```
# baseline optimizado corrida 1 : sin compras, con fin renting y sin restriccion de
utilización
```

```
import math
```

```
from pyomo.environ import *
```

```
model = ConcreteModel()
```

```
# Declaración de conjuntos -----
-----
```

```
model.i = Set(initialize=['F','FX','GX','C','P','R'], doc='Gamas')
```

```
model.ip = Set(initialize=['F','FX','GX','C','P','R'], doc='Gamas')
```

```
model.j =
```

```
Set(initialize=['ACARM','AABAN','ACBAN','AABOT','ACBOT','ACBBN','ACBCR','AAKAL','ACKA
L','AACTG','ACCUC','ACIBG','AAMD','ACMDL','ACMEX','ACVLL','ACMNZ','ACMTR','ACPEI','A
CSMR'], doc='Ciudades-Agencias')
```

```
model.jp =
```

```
Set(initialize=['ACARM','AABAN','ACBAN','AABOT','ACBOT','ACBBN','ACBCR','AAKAL','ACKA
L','AACTG','ACCUC','ACIBG','AAMD','ACMDL','ACMEX','ACVLL','ACMNZ','ACMTR','ACPEI','A
CSMR'], doc='Ciudades-Agencias')
```

```
model.m = Set(initialize=['M1','M2','M3','M4'], doc='Meses')
```

```
model.d = Set(initialize=['1','2','3','4','5','6','7'], doc='Dias')
```

```
# Declaracion de tablas -----
-----
```

```
# costo de movilizar entre agencias
```

tablaCMA = {'ACARM','ACARM':26700} # solo inicio de la tabla
costo de 1 diaria insatisfecha por gama

tablaCDI = {'F':194648} # solo inicio de la tabla
ingreso por 1 diaria por gama

tablaIRV = {'F':194648} # solo inicio de la tabla
Costo de asignar 1 diaria de la gama 1 a un contrato gama 2

tablaCAVGGp = {'F','F':0} # solo inicio de la tabla
costo por dia de un vehiculo ocioso por gama

tablaCVO = {'F':5500} # solo inicio de la tabla
costo o canon de un vehiculo al mes por gama

tablaCCV = {'F':43294} # solo inicio de la tabla
Cantidad de Vehiculos iniciales por gama y agencia (M1)

tablaVIGA = {'F', 'ACARM':30} # solo inicio de la tabla
Vehiculos minimos para fin renting por gama, agencia y mes

tablaVFRGAMmin= {'F','ACARM', 'M1':0} # solo inicio de la tabla
Vehiculos maximos para fin renting por gama, agencia y mes

tablaVFRGAMmax= {'F','ACARM', 'M1':1} # solo inicio de la tabla
total Vehiculos proyectados a comprar en los meses de planeacion (por gama, agencia y mes)

tablaVPCGAM= {'F','ACARM', 'M1':0} # solo inicio de la tabla
total Vehiculos proyectados a comprar en los meses de planeacion (por gama y mes)

tablaVPCGM= {'F', 'M1':0} # solo inicio de la tabla
total Vehiculos proyectados a comprar en los meses de planeacion (por gama)

tablaVPCG= {'F':0} # solo inicio de la tabla
Vehiculos demandados por gama, agencia, mes y dia

tablaDV= {'F','ACARM','M1', '1':20} # solo inicio de la tabla
Tabla Utilizacion maxima por agencia

tablaUIA = {'ACARM':0.80} # solo inicio de la tabla

```

# Declaracion de parametros -----
-----

model.CMA = Param(model.j, model.jp, initialize=tablaCMA, doc='costo de movilizar entre
agencias')

model.CDI = Param(model.i, initialize=tablaCDI, doc='costo de 1 diaria insatisfecha por
gama')

model.IRV = Param(model.i, initialize=tablaIRV, doc='ingreso por 1 diaria rentada de la
gama')

model.CAVGGp = Param(model.i, model.ip, initialize=tablaCAVGGp, doc='Costo de asignar
1 diaria de la gama 1 a un contrato gama 2')

model.CVO = Param(model.i, initialize=tablaCVO, doc='costo por dia de un vehiculo ocioso
por gama')

model.CCV = Param(model.i, initialize=tablaCCV, doc='costo o canon de un vehiculo al mes
por gama')

model.VIGA = Param(model.i, model.j, initialize=tablaVIGA, doc='Cantidad de Vehiculos
iniciales por gama y agencia (M0)')

model.VFRGAMmin = Param(model.i, model.j, model.m, initialize=tablaVFRGAMmin,
doc='Vehiculos para fin renting por gama, agencia y mes')

model.VFRGAMmax = Param(model.i, model.j, model.m, initialize=tablaVFRGAMmax,
doc='Vehiculos para fin renting por gama, agencia y mes')

model.VPCGAM = Param(model.i, model.j, model.m, initialize=tablaVPCGAM,
doc='compras planeadas por gama, agencia y mes')

model.VPCGM = Param(model.i, model.m, initialize=tablaVPCGM, doc='compras
planeadas por gama y mes')

model.VPCG = Param(model.i, initialize=tablaVPCG, doc='compras planeadas por gama')

model.DV = Param(model.i, model.j, model.m, model.d, initialize=tablaDV, doc='Vehiculos
demandados por gama, agencia, mes y dia')

model.UIA = Param(model.j, initialize=tablaUIA, doc='utilizacion ideal por agencia')

# Declaracion de variables -----
-----

```

```

model.VGA = Var(model.i, model.j, model.m, within=Integers, bounds=(0.0,None),
doc='Cantidad de Vehículos de la gama i, en la agencia j, en el mes m')

model.VCGA = Var(model.i, model.j, model.m, within=Integers, bounds=(0.0,None),
doc='Cantidad de Vehículos a comprar de la gama i, en la agencia j, en el mes m')

model.AVGGp = Var(model.i, model.ip, model.j, model.m, model.d, within=Integers,
bounds=(0.0,None), doc='Cantidad de vehículos gama i, asignados a contratos gama i', en
la agencia j, mes m y día d')

model.DI = Var(model.i, model.j, model.m, model.d, within=Integers, bounds=(0.0,None),
doc='Demanda insatisfecha de la gama i, en la agencia j, en el mes m y en el día d')

model.VO = Var(model.i, model.j, model.m, model.d, within=Integers, bounds=(0.0,None),
doc='Vehículos ociosos de la gama i, en la agencia j, en el mes m y en el día d')

model.MA = Var(model.i, model.j, model.jp, model.m, within=Integers,
bounds=(0.0,None), doc='Vehículos movidos de la gama i, de la agencia j a la j', en el mes
m')

model.VVGA = Var(model.i, model.j, model.m, within=Integers, bounds=(0.0,None),
doc='Cantidad de Vehículos para la venta de la gama i, en la agencia j, en el mes m')

# Variables auxiliares

model.Ingresos = Var(within=NonNegativeReals, bounds=(0,None), initialize=0)

model.cosdwgrade = Var(within=NonNegativeReals, bounds=(0,None), initialize=0)

model.cosdi = Var(within=NonNegativeReals, bounds=(0,None), initialize=0)

model.cosmov = Var(within=NonNegativeReals, bounds=(0,None), initialize=0)

model.cospar = Var(within=NonNegativeReals, bounds=(0,None), initialize=0)

model.cosflo = Var(within=NonNegativeReals, bounds=(0,None), initialize=0)

model.totalfr = Var(within=NonNegativeReals, bounds=(0,None), initialize=0)

model.totalcom = Var(within=NonNegativeReals, bounds=(0,None), initialize=0)

model.totalmov = Var(within=NonNegativeReals, bounds=(0,None), initialize=0)

# Restricciones -----
--

```

```

# Balance de inventario de los meses 1,2,3 y 4 del horizonte de planeación -----
# Restriccion R0
def balanceM1_rule(model, i, j):
    return (model.VGA[i, j, "M1"] == model.VIGA[i, j] - sum(model.MA[i, j, jp, "M1"] for jp in
model.jp) + sum(model.MA[i, jp, j, "M1"] for jp in model.jp) + model.VCGA[i, j, "M1"] -
model.VVGA[i, j, "M1"])

model.balanceM1 = Constraint(model.i, model.j, rule=balanceM1_rule, doc='balance del
inv de Vehiculos M1')

# Restriccion R1
def balanceM2_rule(model, i, j):
    return (model.VGA[i, j, "M2"] == model.VGA[i, j, "M1"] - sum(model.MA[i, j, jp, "M2"] for jp
in model.jp) + sum(model.MA[i, jp, j, "M2"] for jp in model.jp) + model.VCGA[i, j, "M2"] -
model.VVGA[i, j, "M2"])

model.balanceM2 = Constraint(model.i, model.j, rule=balanceM2_rule, doc='balance del
inv de Vehiculos M2')

# Restriccion R2
def balanceM3_rule(model, i, j):
    return (model.VGA[i, j, "M3"] == model.VGA[i, j, "M2"] - sum(model.MA[i, j, jp, "M3"] for jp
in model.jp) + sum(model.MA[i, jp, j, "M3"] for jp in model.jp) + model.VCGA[i, j, "M3"] -
model.VVGA[i, j, "M3"])

model.balanceM3 = Constraint(model.i, model.j, rule=balanceM3_rule, doc='balance del
inv de Vehiculos M3')

# Restriccion R3
def balanceM4_rule(model, i, j):
    return (model.VGA[i, j, "M4"] == model.VGA[i, j, "M3"] - sum(model.MA[i, j, jp, "M4"] for jp
in model.jp) + sum(model.MA[i, jp, j, "M4"] for jp in model.jp) + model.VCGA[i, j, "M4"] -
model.VVGA[i, j, "M4"])

model.balanceM4 = Constraint(model.i, model.j, rule=balanceM4_rule, doc='balance del
inv de Vehiculos M4')

```

```

# Calculo de los vehiculos faltantes -----

# Restriccion R4

def Faltantes_rule(model, ip, j, m, d):

    return (model.DV[ip,j,m,d] - sum(model.AVGp[i,ip,j,m,d] for i in model.i) ==
model.DI[ip,j,m,d])

model.faltantes = Constraint(model.ip, model.j, model.m, model.d, rule=Faltantes_rule,
doc='Faltantes')

# Restriccion R4.5 . Demanda insatsfecha igual a cero -----

def sinFaltantes_rule(model, ip, j, m, d):

    return (model.DI[ip,j,m,d] == 0)

model.sinfaltantes = Constraint(model.ip, model.j, model.m, model.d,
rule=sinFaltantes_rule, doc='sin Faltantes')

# Calculo de los vehiculos sobrantes -----

# Restriccion R5

def Sobrantes_rule(model, i, j, m, d):

    return (model.VGA[i,j,m] - sum(model.AVGp[i,ip,j,m,d] for ip in model.ip) ==
model.VO[i,j,m,d] )

model.Sobrantes = Constraint(model.i, model.j, model.m, model.d, rule=Sobrantes_rule,
doc='Sobrantes')

# Restriccion de vehiculos comprados (cantidad minima de Veh a comprar) -----
-----

# Restriccion R6

activar0="si"

if activar0=="si":

    def compras_rule(model,i,j,m):

```

```

    return ( model.VCGA[i,j,m] >= model.VPCGAM[i,j,m])

    model.compras = Constraint(model.i, model.j, model.m, rule=compras_rule,
doc='cantidad minima de Veh a comprar GAM')

# Restriccion R7

def compras1_rule(model,i,m):

    return ( sum(model.VCGA[i,j,m] for j in model.j) >= model.VPCGM[i,m])

    model.compras1 = Constraint(model.i, model.m, rule=compras1_rule, doc='cantidad
minima de Veh a comprar GM')

# Restriccion R8

def compras2_rule(model,i):

    return ( sum(model.VCGA[i,j,m] for j in model.j for m in model.m) >= model.VPCG[i])

    model.compras2 = Constraint(model.i, rule=compras2_rule, doc='cantidad minima de
Veh a comprar G')

# Restriccion R9 - Compras maximas por Mes -----
-----

activar3="si"

if activar3=="si":

    # Mes 1

    def comprasm1_rule(model):

        return ( sum(model.VCGA[i,j,"M1"] for i in model.i for j in model.j) <= 600)

        model.comprasm1 = Constraint(rule=comprasm1_rule, doc='Maximo de Vehiculos a
comprar')

    # Mes 2

    def comprasm2_rule(model):

        return ( sum(model.VCGA[i,j,"M2"] for i in model.i for j in model.j) <= 600)

        model.comprasm2 = Constraint(rule=comprasm2_rule, doc='Maximo de Vehiculos a
comprar')

```

```

# Mes 3
def comprasm3_rule(model):
    return ( sum(model.VCGA[i,j,"M3"] for i in model.i for j in model.j) <= 600)
    model.comprasm3 = Constraint(rule=comprasm3_rule, doc='Maximo de Vehiculos a
comprar')

# Mes 4
def comprasm4_rule(model):
    return ( sum(model.VCGA[i,j,"M4"] for i in model.i for j in model.j) <= 600)
    model.comprasm4 = Constraint(rule=comprasm4_rule, doc='Maximo de Vehiculos a
comprar')

# Restriccion de vehiculos para la venta (Cantidad minima de Vehiculos para fin renting) ---
-----

activar2="no"
if activar2=="si":
    # Restriccion R10
    def ventas_rule(model,i,j,m):
        return ( model.VVGA[i,j,m] >= model.VFRGAMmin[i,j,m])
        model.ventas = Constraint(model.i, model.j, model.m, rule=ventas_rule, doc='Cantidad
minima de Vehiculos fr')

    #Restriccion R10.1
    def ventas1_rule(model,i,j):
        return ( sum(model.VVGA[i,j,m] for m in model.m) <= 0)
        model.ventas1 = Constraint(model.i, model.j, rule=ventas1_rule, doc='Cantidad maxima
de Vehiculos fr')

# Restriccion de vehiculos maximos para Fin Renting -----
-----

activar = "si"

```

```

if activar=="si" :

    # Restriccion R11

    def ventasm1_rule(model,i,j):

        return ( model.VVGA[i,j,"M1"] <= model.VFRGAMmax[i,j,"M1"])

    model.ventasm1 = Constraint(model.i, model.j, rule=ventasm1_rule, doc='Cantidad
maxima de Vehiculos fr acumul m1')

    # Restriccion R12

    def ventasm2_rule(model,i,j):

        return ( model.VVGA[i,j,"M1"] + model.VVGA[i,j,"M2"] <=
model.VFRGAMmax[i,j,"M1"] + model.VFRGAMmax[i,j,"M2"])

    model.ventasm2 = Constraint(model.i, model.j, rule=ventasm2_rule, doc='Cantidad
maxima de Vehiculos fr acumul m2')

    # Restriccion R13

    def ventasm3_rule(model,i,j):

        return ( model.VVGA[i,j,"M1"] + model.VVGA[i,j,"M2"] + model.VVGA[i,j,"M3"] <=
model.VFRGAMmax[i,j,"M1"] + model.VFRGAMmax[i,j,"M2"] +
model.VFRGAMmax[i,j,"M3"])

    model.ventasm3 = Constraint(model.i, model.j, rule=ventasm3_rule, doc='Cantidad
maxima de Vehiculos fr acumul m3')

    # Restriccion R14

    def ventasm4_rule(model,i,j):

        return ( model.VVGA[i,j,"M1"] + model.VVGA[i,j,"M2"] + model.VVGA[i,j,"M3"] +
model.VVGA[i,j,"M4"] <= model.VFRGAMmax[i,j,"M1"] + model.VFRGAMmax[i,j,"M2"] +
model.VFRGAMmax[i,j,"M3"] + model.VFRGAMmax[i,j,"M4"])

    model.ventasm4 = Constraint(model.i, model.j, rule=ventasm4_rule, doc='Cantidad
maxima de Vehiculos fr acumul m4')

# No exceder la utilizaion maxima ideal por agencia -----
def utilizacionmax_rule(model,j,m,d):

```

```

    return ((model.UIA[j]*sum(model.VGA[i,j,m] for i in model.i)) >= sum(model.DV[i,j,m,d]
for i in model.i))

model.utilizacionmaxr = Constraint(model.j, model.m, model.d, rule=utilizacionmax_rule,
doc='no exceder utilizac max')

# Calculo de variables auxiliares de costos -----
# calculo de los ingresos potenciales
def ingresos_rule(model):

    return ( model.Ingresos == sum((model.DV[i,j,m,d] * model.IRV[i]) for i in model.i for j in
model.j for m in model.m for d in model.d))

model.ingresosr = Constraint(rule=ingresos_rule, doc='Ingresos potenciales')

# calculo costos downgrade
def dwgrade_rule(model):

    return ( model.cosdwgrade == sum((model.AVGGP[i,ip,j,m,d] * model.CAVGGP[i,ip]) for
i in model.i for ip in model.ip for j in model.j for m in model.m for d in model.d))

model.dwgrader = Constraint(rule=dwgrade_rule, doc='costos down grade')

# calculo de los costos por demanda insatisfecha
def di_rule(model):

    return ( model.cosdi == sum((model.DI[i,j,m,d] * model.CDI[i]) for i in model.i for j in
model.j for m in model.m for d in model.d))

model.costdir = Constraint(rule=di_rule, doc='costo Demd insatisfecha')

# calculo de los costos por movilizar
def mov_rule(model):

    return ( model.cosmov == sum((model.MA[i,j,jp,m] * model.CMA[j,jp]) for i in model.i
for j in model.j for jp in model.jp for m in model.m))

model.cosmovr = Constraint(rule=mov_rule, doc='costo movilizaciones')

# calculo de los costos por parqueo (vehiculos ociosos)
def vo_rule(model):

```

```

    return ( model.cospar == sum((model.VO[i,j,m,d] * model.CVO[i]) for i in model.i for j in
model.j for m in model.m for d in model.d))

```

```

model.cosparr = Constraint(rule=vo_rule, doc='costo parqueo')

```

```

# calculo del costo de la flota

```

```

def flo_rule(model):

```

```

    return ( model.cosflo == sum((model.VGA[i,j,m] * 7 * model.CCV[i]) for i in model.i for j
in model.j for m in model.m))

```

```

model.cosflor = Constraint(rule=flo_rule, doc='costo de la flota')

```

```

# indicadores genereales de compras, ventas y movilizaciones -----
-----

```

```

# calculo del total de vehiculos para Fin Renting

```

```

def totalfr_rule(model):

```

```

    return ( model.totalfr == sum((model.VVGA[i,j,m]) for i in model.i for j in model.j for m
in model.m))

```

```

model.totalfrc = Constraint(rule=totalfr_rule, doc='total Fin Renting')

```

```

# calculo del total de vehiculos a comprar

```

```

def totalcom_rule(model):

```

```

    return ( model.totalcom == sum((model.VCGA[i,j,m]) for i in model.i for j in model.j for
m in model.m))

```

```

model.totalcomc = Constraint(rule=totalcom_rule, doc='total Compras')

```

```

# calculo del total de movilizaciones

```

```

def totalmov_rule(model):

```

```

    return ( model.totalmov == sum(model.MA[i,j,jp,m] for i in model.i for j in model.j for jp
in model.jp for m in model.m))

```

```

model.totalmovc = Constraint(rule=totalmov_rule, doc='total Movilizaciones')

```

```
# Definicion de la Funcion objetivo -----  
-----
```

```
def objective_rule(model):
```

```
    return (model.Ingresos - model.cosdwgrade - model.cosdi - model.cosmov -  
    model.cospar - model.cosflo)
```

```
model.objective = Objective(rule=objective_rule, sense=maximize, doc='Función objetivo')
```

```
# Solucion del modelo -----  
-----
```

```
instance = model
```

```
opt = SolverFactory("glpk")
```

```
resultados = opt.solve(model)
```

```
resultados.write()
```

```
model.totalfr.display()
```

```
model.totalcom.display()
```

```
model.totalmov.display()
```

```
model.objective.display()
```

```
model.Ingresos.display()
```

```
model.cosflo.display()
```

```
model.cospar.display()
```

```
model.cosmov.display()
```

```
model.cosdi.display()
```

```
model.cosdwgrade.display()
```

```
#model.VGA.display()
```

```
#model.VCGA.display()
```

```
#model.VVGA.display()
```

```
#model.DI.display()
```

```
#model.VO.display()
```

```
#model.MA.display()
```

```
#model.AVGp.display()
```